



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TEMSİL, İLİŞKİLENDİRME VE
MODELLEME BECERİLERİNİN RBC+C TEORİSİ KAPSAMINDA
İNCELENMESİ**

Sümeyra TOK
ORCID: 0000-0002-6223-6487

Danışman
Prof. Dr. Bilge PEKER
ORCID: 0000-0002-0787-4996

Konya – 2025

ÖN SÖZ (TEŞEKKÜR)

Araştırma sürecinde, çalışmalarımın her aşamasında en iyi yol gösterici olan, sonsuz sabır ve anlayışıyla beni her zaman destekleyen değerli danışmanım sayın Prof. Dr. Bilge PEKER'e katkılarından dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Aynı zamanda süreç boyunca verdikleri dersler, paylaştıkları bilgi ve yaptıkları çalışma ile diğer hocalarımıza teşekkürlerimi sunarım.

Sümevra Tok

Kasım 2025



İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ (TEŞEKKÜR)	ii
İÇİNDEKİLER	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPOR	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ.....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	vii
ÖZET	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Araştırmanın Önemi	3
1.4. Sayıtlar	4
1.5. Sınırlılıklar	4
1.6. Tanımlar	4
2. ALAN YAZIN	6
2.1. Kuramsal Bilgiler	6
2.1.1. Matematiksel Modelleme.....	6
2.1.2. Matematiksel İlişkilendirme ve Temsil.....	9
2.1.3. Çoklu Temsiller	11
2.1.4. Soyutlama	11
2.1.4.1. Deneyisel (Empirical) Soyutlama	13
2.1.4.2. Yansıtıcı (Reflective) Soyutlama	13
2.1.4.3. Sözde Deneyimsel (Pseudo- Empirical) Soyutlama	14
2.1.5. Matematiksel Soyutlama.....	14
2.1.6. Soyutlamanın İndirgenmesi	17
2.1.7. RBC+C (Recognizing- Building With-Constructing Consolidation) Soyutlama Modeli	18
2.1.8. Matematiksel Soyutlama Kapsamında Temsil, İlişkilendirme ve Modelleme	20
2.2. İlgili Araştırmalar	21
3. YÖNTEM	27
3.1. Araştırmanın Modeli	27
3.2. Araştırmanın Çalışma Grubu	28
3.3. Veri Toplama Araç ve/veya Teknikleri.....	28
3.3.1. CPYM Problemi ve İlişkilendirme–Temsil Becerileri Tespit Anketi.....	28
3.3.2. Matematiksel Soyutlama Anketi	30

3.4. Verilerin Toplanması.....	31
3.5. Verilerin Analizi	32
3.6. Geçerlik ve Güvenirlik	34
3.7. Etik	35
4. BULGULAR	37
4.1. Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yetkinlikleri Doğrultusunda Elde Edilen Bulgular	37
4.1.1. Problem Durumunun Analizi ve Temsil Biçimleri	37
4.1.2. Görsel Temsillerle Modelleme	38
4.1.3. Matematiksel (Sayısal/Denklemesel) Temsillerle Modelleme.....	41
4.1.4. Sözel Temsillerle Modelleme	43
4.2. İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketine İlişkin Bulgular	46
4.3. Modelleme Sürecinde Temsil ve İlişkilendirme Becerilerinin RBC+C Soyutlama Modeli Basamaklarına İlişkin Bulgular.....	47
4.3.1. Tanıma (Recognizing) Basamağına İlişkin Bulgular	48
4.3.2. Kullanma (Building with) Basamağına İlişkin Bulgular	50
4.3.3. Oluşturma (Constructing) Basamağına İlişkin Bulgular.....	51
4.3.4. Pekiştirme (Consolidation) Basamağına İlişkin Bulgular	52
4.4. Matematiksel Soyutlamanın Adaylarda Çağrışımı Hakkında Bulgular	54
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	56
5.1. Sonuç ve Tartışma	56
5.2. Öneriler.....	60
KAYNAKLAR.....	61
EKLER	66

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPOR

Matematik Öğretmen Adaylarının Temsil, İlişkilendirme ve Modelleme Becerilerinin RBC+C Teorisi Kapsamında İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın toplam 62 sayfalık kısmına ilişkin, 12/11/2025 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%9** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

12/11/2025

Sümeyra TOK

Prof. Dr. Bilge PEKER

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

12/11/2025

Sümevra TOK

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

RBC+C: Recognizing- Building with- Constructing+ Consolidation

TÜBA: Türkiye Bilimler Akademisi

CPYM: Caddede Park Yeri Modelleme Problemi



ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TEMSİL, İLİŞKİLENDİRME VE MODELLEME BECERİLERİNİN RBC+C TEORİSİ KAPSAMINDA İNCELENMESİ

Sümeysa TOK

Matematik eğitimine baktığımızda karşılaşılan gerçek yaşam durumlarının çözümüne yönelik matematiksel ilişkilendirme, temsil, modelleme becerilerinin süreç içerisinde önemli bir yer aldığı görülmektedir. Araştırmanın amacı öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerinin matematiksel soyutlama kapsamında incelenmesidir. Araştırma kapsamında öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerinin RBC+C Teorisi kapsamında ortaya koyulması ve soyutlama basamaklarının süreçte kullanımı incelenmiştir. Araştırma Konya Necmettin Erbakan Üniversitesi'nde eğitim gören son sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayları ile yürütülmüştür. Araştırmada veri toplamak için Caddede Park Yeri Modelleme Problemi ile birlikte verilen İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketi ve Matematiksel Soyutlama Anketi kullanılmıştır. Bu çalışma, nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde betimsel desende yürütülmüştür. Elde edilen bulgulara göre matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme kapsamında izlediği süreç soyutlama modeli olan RBC+C modelinin basamaklarını oluşturmaktadır. Problem durumunun çözümünde ortaya çıkan analizler, verilen bilgilerin tespit edilmesi, ilişkilendirilerek yeniden yorumlanması ve temsil edilmesi, problem durumuna uyarlanması ve çözümün kullanılabilir hale getirilmesinde ilişkilendirme, temsil ve modelleme süreçleri aktif olarak kullanılırken aynı zamanda soyutlama modeli olan RBC+C modelinin basamaklarını da oluşturmaktadır. Öğretmen adayları, matematiksel soyutlamanın basamaklarına ilişkin doğrudan bir bilgiye sahip olmamalarına rağmen, bu basamakları uygulamalı olarak gerçekleştirebilmektedirler. Ancak soyutlama kavramına yönelik yaptıkları yorumlar incelendiğinde, bu yorumların büyük ölçüde kavramın onlarda uyandırdığı kişisel çağrışımlara dayandığı, basamaklara ilişkin yapısal veya kuramsal unsurlara yeterince yer verilmediği görülmektedir. Çalışma kapsamında matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme sürecinde ortaya koymuş olduğu durumlara baktığımızda matematiksel soyutlamada RBC+C modeli basamaklarıyla örtüştüğü görülmektedir. Bu durumda söz edilen temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerinin RBC+C Teorisi ile bağlantılı ve ilişkili olduğu sonucuna varılır. Matematik öğretmen adaylarının matematiksel soyutlamayı, soyutlamanın basamaklarını tanımaya yönelik içerik ve çalışmalara yer verilmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel soyutlama, Soyutlama, Matematiksel modelleme, İlişkilendirme ve Temsil.

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Secondary Science and Mathematics Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

AN EXAMINATION OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS REPRESENTATION, RELATION AND MODELING SKILLS WITHIN THE FRAMEWORK OF THE RBC+C THEORY

Sümeýra TOK

When examining mathematics education, it is evident that mathematical reasoning, representation, and modeling skills play a significant role in the process of solving real-life situations. The aim of the research is to examine prospective teachers' representation, relating, and modeling skills within the scope of mathematical abstraction. Within the scope of the research, the presentation of prospective teachers' representation, relating, and modeling skills within the scope of RBC+C Theory and the use of abstraction steps in the process were examined. The research was conducted with final-year primary school mathematics teacher candidates studying at Necmettin Erbakan University in Konya. To collect data for the research, the Association and Representation Skills Identification Questionnaire and the Mathematical Abstraction Questionnaire, provided along with the Street Parking Space Modeling Problem, were used. This study was conducted within the framework of a qualitative research approach using a descriptive design. According to the findings, the process followed by mathematics teacher candidates in terms of representation, association, and modeling constitutes the steps of the RBC+C model, which is an abstraction model. The analyses that emerge in solving the problem situation, identifying the given information, reinterpreting and representing it by establishing connections, adapting it to the problem situation, and making the solution usable actively utilize the processes of connection, representation, and modeling, while also forming the steps of the RBC+C model, which is an abstraction model. Although teacher candidates do not have direct knowledge of the steps of mathematical abstraction, they are able to implement these steps in practice. However, when their interpretations of the concept of abstraction are examined, it is seen that these interpretations are largely based on the personal associations that the concept evokes in them, and that sufficient attention is not given to the structural or theoretical elements of the steps. Within the scope of this study, when we examine the Within situations presented by prospective mathematics teachers in the representation, association, and modeling process, we see that they correspond to the steps of the RBC+C model in mathematical abstraction. In this case, we conclude that the aforementioned representation, association, and modeling skills are connected and related to the RBC+C Theory. It is recommended that content and activities aimed at helping prospective mathematics teachers understand mathematical abstraction and its stages be included.

Keywords: Mathematical abstraction, Abstraction, Mathematical modeling, Association and Representation.

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Matematik sadece sınıf içerisinde bir ders değil, günlük hayatta, gerçek yaşam problemlerinin çözümünde ve birçok alanda karşımıza çıkmaktadır. Bu durum ise matematiksel iletişim ve ilişkilendirme becerilerinin gerekliliğini ortaya koyan bir yapıdır. Matematik eğitiminde de sıkça vurgulanan ilişkilendirme kavramı matematiği anlama, öğrenme ve matematik yapma süreçlerinin önemli noktalarından biridir (Akt. Özgen, 2013). Matematiksel soyutlama kavramına baktığımızda matematiksel ilişkilendirme süreciyle bağlantılıdır. Matematiksel soyutlamanın basamaklarını tanımlarken matematiksel ilişkilendirme karşımıza çıkan bir durumdur.

Matematiksel soyutlama, bir matematiksel kavramı temellendirme, onun özelliklerini belirleme, farklı durum ve olgularla ilişkisini anlama, uygulama ve genelleştirme süreçlerini kapsayan bir bilişsel etkinlik olarak tanımlanabilir. Bu süreçte birey, kavramın yalnızca somut yönünü değil, aynı zamanda kavramsal ve ilişkisel boyutlarını da ortaya koyar. Matematiksel modelleme ise ele alınan bir yapının veya durumun matematiksel olarak ifade edilmesi, temsil edilmesi ve bu temsil üzerinden çözüm üretilmesi sürecidir. Bu bağlamda, modelleme süreci; kavramı ortaya koyma, ilişkiler kurma ve bu ilişkileri kullanabilme gibi matematiksel soyutlamanın temel bileşenlerini de içermektedir.

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2018) matematiksel yetkinlik, bireylerin günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözebilmek amacıyla matematiksel durumları ortaya çıkarma, geliştirme ve uygulamaya koyma süreci olarak tanımlanmaktadır. Bu süreçte formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar aracılığıyla düşüncelerin ifade edilmesi, yapıların matematiksel olarak kullanılması ve genelleştirilebilmesi matematiksel yetkinliğin göstergeleri arasında yer almaktadır. Dolayısıyla, matematiksel yetkinlik kavramı, özünde matematiksel soyutlamanın aşamalarını kapsayan bir yapı olarak değerlendirilebilir.

1.1. Problem Durumu

Matematik eğitimi, amacı ve kapsamı gereği analitik ve eleştirel düşünebilen, karşılaştığı problemler için gerçek hayat ile bağlantı kurarak çözüm yolları bulup çözüm üretebilen, matematiksel iletişimi ve ilişkilendirme becerileri kapsamında kullanım sağlayan çağın gerektiği donanımlara sahip bireyler yetiştirmeyi hedefleyen bir yapı olarak ele alınabilir. Matematik eğitiminde, bireylerin günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözebilme, analiz

edebilme, bu problemleri matematiksel olarak ifade edebilme ve onlara eleştirel ile analitik bir bakış açısıyla yaklaşabilme becerileri temel ve önemli bir kazanım olarak görülmektedir. Bu doğrultuda Türkiye Yeterlilikler çerçevesinde bazı yetkinlikler belirlenmiştir. Bu yetkinliklerden bir tanesi de matematiksel yetkinliktir (MEB, 2018). Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulama olarak tanımlanabilir. Sağlam bir aritmetik becerisi temeli, sürecin, faaliyetin ve bilginin yapılandırılmasında merkezi bir rol oynamaktadır. Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir (Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, 2018). İfade edilen matematiksel yetkinlik sürecine bakıldığında matematiksel soyutlama süreçlerini ortaya koyduğu ve matematiksel soyutlama basamaklarını içerdiği belirtilebilir. Bunun yanında matematiksel modelleme kapsamında da farklı durumları ortaya koyan, rutin olmayan süreçleri de analiz edebilen, bireylerin mantık yürütebilmelerini, iletişim ve ilişkilendirme becerilerini destekleyen bir yapının ortaya çıkmasını sağlayan bir durum söz konusudur.

Matematiksel bilginin ortaya çıkışı, yalnızca matematiğin anlamlandırılmasını değil, aynı zamanda bu bilgilerin bireyin zihninde yapılandırılmasını gerektiren bir süreci de kapsamaktadır. Bireyin yeni bir matematiksel bilgi oluşturabilmesi için ise o bilgiyi soyutlayabilmesi gerekmektedir (Kılıçoğlu, 2020). Matematiksel soyutlamaya baktığımızda süreç olarak matematiksel bilginin tanımlanması, kullanılması, oluşturulması ve ortaya konan yapının devamlı olarak kullanılabilir hale getirilmesi için tanımlanan yapının kendisidir. Aslında matematiksel soyutlama bireyde matematiksel bilginin oluşumunu ve matematiksel bilginin artışı ifade eder. Bu kapsamda, bireyin genelleme yapabilme becerisi açısından gelişmiş olması, matematiksel düşünme sürecinde dikkat çeken temel unsurlardan biri olarak değerlendirilmektedir. Genellemenin yanı sıra önceki bilgi ve deneyimler kapsamında yeni bir yapı oluşturarak matematiksel bilginin zenginleşmesi sürecini kapsar (Çağlar Coşar, 2021). Böylelikle matematiksel bilginin oluşumu ve kullanılabilir hale getirilmesi sağlanmış olur.

Matematik bilimi, kavramların birbiriyle olan ilişkilerinin yanı sıra, günlük yaşam ve farklı disiplinlerle etkileşim içerisinde olan çok yönlü bir yapıya sahiptir. Bu yapının öğrenci tarafından fark edilmesi, anlamlandırılması, kurulması ve matematiksel bir dil aracılığıyla ifade edilebilmesi, matematiksel becerilerin gelişimi açısından temel bir gerekliliktir. Matematiksel soyutlama, doğası gereği modelleme, temsil ve ilişkilendirme süreçlerini kapsayan bütüncül bir

yapıya sahiptir. Dolayısıyla, matematiksel soyutlama süreci çerçevesinde modelleme, temsil ve ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi, alan yazına önemli katkılar sunabilecek nitelikte bir araştırma alanı olarak değerlendirilmektedir.

Araştırmanın ana problemi “Matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerileri, RBC+C soyutlama modelinin hangi basamaklarına karşılık gelmektedir?” şeklinde oluşturulmuştur. Alt problemler şu şekildedir;

1. Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yetkinlikleri nasıldır?
2. Matematik öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerileri nasıldır?
3. Matematik öğretmen adaylarının modelleme sürecinde sergiledikleri temsil ve ilişkilendirme becerileri, RBC+C teorisine göre hangi basamakta yer almaktadır?

1.2. Araştırmanın Amacı

Matematiği geçmişten günümüze kadar farklı açılardan ele alıp değerlendirdiğimizde bireyin üzerinde birçok bağlam ve ilişki kurabildiği, günlük hayatta yaşamımızda karşımıza çıkabilecek karmaşık veya karmaşık olmayan tüm yapılarda bizim için yeni yollar ortaya çıkaran, çözüm sunan bir yapı olarak değerlendirebiliriz. İşte bu yüzden matematiği yapabilmek, anlayabilmek ve matematik üzerinde çalışabilmek son derece önemli bir durumdur. Bu sarmal ve aşamalı ilerleyen yapının temellendirilebilmesi ve matematiksel becerinin kazanılabilmesi için matematiksel soyutlamanın aşamalarını tek tek ortaya koymak ve bu aşamaları değerlendirmek gerekmektedir. Bu nedenle söz konusu alanda matematiksel soyutlama sürecinin incelenmesi araştırmalar açısından önemli bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme süreçlerinin RBC+C Teorisi kapsamında incelenmesi ve ortaya koyulması olarak ele alınabilir.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik başlı başına bir soyutlama süreci olarak değerlendirilebilir. Matematiksel kavram ve yapıların oluşması ve kullanımı soyutlama ile gerçekleşmektedir. Matematiksel yetkinlik kapsamında matematiksel becerilerin görünür hale gelmesi ve bu süreçlerin incelenmesi son dönemlerde oldukça önem kazanmıştır. Öğretmen adaylarının matematik yapabilme becerilerinin incelenmesi; onların matematiksel soyutlamada RBC+C modelinin süreçlerinin hangi aşamasında yer aldıklarını ve bu sürecin ne ölçüde farkında olduklarını belirlemeye olanak tanımaktadır. Ayrıca, adayların düşünme becerileri ile soyutlama düzeyleri

arasındaki ilişkinin ortaya konması, alan yazına önemli katkılar sunacaktır. Bu doğrultuda, matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları farklı düşünme biçimleri ile bu biçimlerin soyutlama düzeyleri arasındaki ilişkisinin belirlenmesi önem arz etmektedir. Çalışmanın odak noktalarından biri de öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme gibi matematiksel becerileri soyutlama kapsamında ele alarak matematiksel soyutlamanın tüm bu yetkinlikleri kapsayıp kapsamadığının tespiti açısından önem taşımaktadır.

1.4. Sayıtlar

Bu araştırmada aşağıdaki sayıtlardan yola çıkılmıştır.

- Çalışmaya katılan 4. sınıf matematik öğretmen adaylarının tüm sürece ve yöneltilen tüm sorulara içtenlikle cevap verdiği ve yanlılıktan uzak bir şekilde katılım sağladığı varsayılmaktadır.
- Ölçme aracının kapsam geçerliliği için uzman görüşü yeterlidir.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma:

- 2024-2025 eğitim öğretim yılı güz döneminde,
- İç Anadolu Bölgesinde bir devlet üniversitesinde eğitim görmekte olan 4. sınıf matematik öğretmen adayları,
- Öğretmen adaylarının görüşme formlarına verdiği cevaplar ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Tanıma (Recognizing): Bireyin yaptığı etkinliklerde daha önceki bulunduğu eylemlerle benzerlik kurmasıdır (Ahsbahs, 2004).

Kullanma (Building with): Bir amaca ulaşmak için önceden zihinde oluşturulmuş yapının kullanılmasıdır (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004).

Oluşturma (Constructing): Önceden var olan bilgilerin kısmi olarak değiştirilerek, yeniden düzenlenmesi ve böylece yeni bir yapı ortaya koyma sürecidir (Ahsbahs, 2004).

Pekiştirme (Consolidation): Öğrencinin, oluşturma basamağı ile elde ettiği yapının farkına varması ve bu yapıyı sürekli kullanılabilir hale getirmesidir (Dreyfus ve Tsamir, 2004).

Matematiksel Soyutlama: Matematiksel kavramın temelini oluşturma, özelliklerini belirleme ve ortaya koyma, başka durum ve olgularla olan bağlantılarını anlama, uygulama ve genelleştirme sürecidir (Yılmaz, 2011).

Matematiksel Modelleme: Gerçek yaşamda karşılaşılan bir durumun veya problemin matematiksel olarak değerlendirilmesi, analiz edilmesi, çözümlenmesi ve yeni bir yapıda ortaya konması sürecidir (Altıntaş, 2016).



BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

2.1. Kuramsal Bilgiler

2.1.1. Matematiksel Modelleme

Matematiksel yetkinlik kapsamında karşımıza çıkan bir problem durumunda veya günlük hayatta karşılaştığımız problem durumlarında matematiksel düşünme önemli bir nokta olarak karşımıza çıkmaktadır. Matematiksel yetkinlik mantıksal ve uzamsal düşünme, ortaya çıkan durumları formüller, grafikler ve modellerle sunma, farklı matematiksel modların entegre edilmesi ile problemin çözümünde katkı sağlaması olarak ele alınabilir. Bu kapsamda değerlendirildiğinde matematiksel modelleme tüm bu süreci kapsamaktadır.

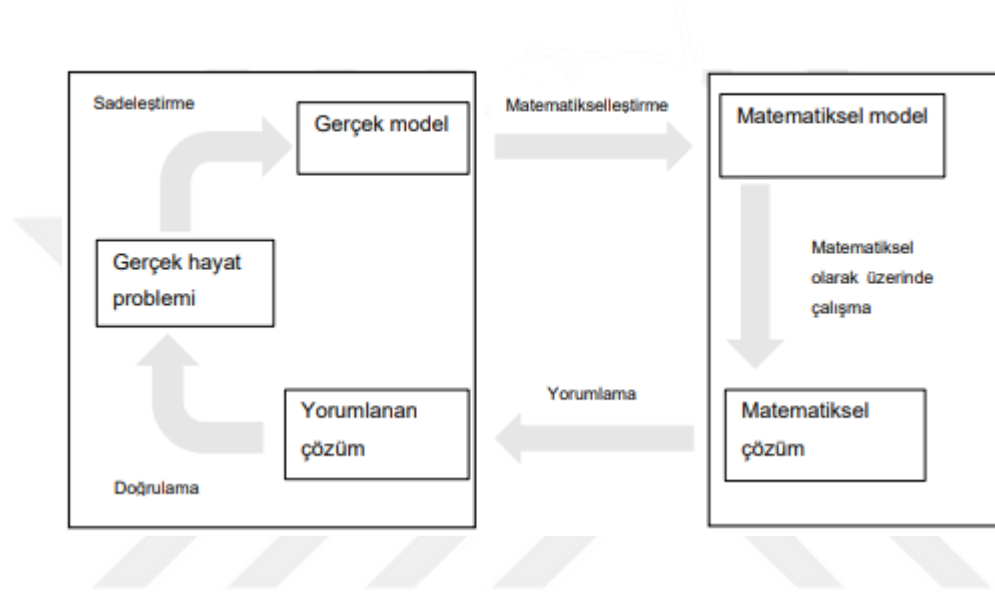
Problem durumlarının farklı anlamlarını modeller kullanarak ortaya koyma, modellerle farklı betimlemeler yaparak aralarındaki ilişkinin belirlenmesi, temel özelliklerin ortaya çıkarılması, matematiksel modelleme yardımı ile farklı anlamların verilmesi büyük önem taşımaktadır. Uzamsal ilişkinin kurulması ve tanımlama işleminin yapılma süreci de matematiksel modelleme durumu ile paralel olarak ilerlemektedir. İfadelerin günlük hayat durumları ile ilişkilendirerek kullanımı matematiksel modelleme sürecinin tanımıyla örtüşen bir durumdur.

Matematiksel modelleme, matematiksel kavramların, durumların ve problem senaryolarının anlaşılması ve içselleştirilerek yapılandırılmasında önemli bir araç olarak öne çıkmaktadır. Matematiksel modelleme kapsamında yapılan çalışmalara baktığımızda kapsamlı bir tanımdan söz etmek mümkün değildir. Bu duruma baktığımızda matematiksel model ve etkinlik oluşturma, gerçek yaşam durumlarının matematiksel kavramlar ve anlamalar çerçevesinde ifade edilmesi ve anlamlandırılması süreci olarak değerlendirilmektedir (Dede ve Güzel, 2014). Gerçek yaşam durumlarının anlamlandırılması ve kavramların ifade edilmesinde modelleme sürecinin yapıları ortaya koyulmaktadır.

Matematiksel modelleme, matematik öğretiminde matematiksel kavramların gerçek dünya ile nasıl bir ilişki kurduğu unsuru üzerinde durmaktadır. Gerçek yaşam problemlerini kullanarak matematiksel kavramların öğrenilmesini sağlamak gerçek hayattan matematiğe bir geçişin söz konusu olduğu söylenilebilir (Niss vd., 2007). Matematiksel modellemeye baktığımızda bir süreç olarak ele alınmaktadır. Bu süreçte karşımıza çıkan problem durumunun verilerinin belirlenip kullanılması, bu verilerle ilgili bir model ortaya koyulması, bu modeli

problem kapsamında değerlendirilmesi ve uygulamaya koyulması söz konusu olmaktadır. Aynı zamanda gerektiği durumlarda modeli geliştirme veya farklı model arayışına girmeyi de kapsayan çok adımlı bir süreç olarak karşımıza çıkmaktadır (Haines ve Crouch, 2007). Bu şekilde matematiksel kavramların ortaya koyulması ve bilginin anlamlandırılması sürecinin adımları olarak ele alınabilir.

Maaß (2006) matematiksel modelleme sürecini bir döngü şeklinde ifade etmiştir.



Şekil 2.1. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Maaß, 2006)

Şekil 2.1. de döngüye baktığımızda gerçek dünya ve matematik dünyası arasında bir geçiş söz konusudur. Burada matematikselleştirme kavramını ele almak, modelde daha açıklayıcı bir durum olarak karşımıza çıkar. Gerçek hayat durumları matematikselleştirilerek matematiksel model ortaya çıkmaktadır. Böylelikle matematiksel bir çözüm elde edilebilir. Aynı zamanda bu matematiksel model durumlarını yorumlayarak gerçek hayat problemine ulaşılabilir. İşte bu döngü sayesinde matematiksel modellemenin, karşımıza çıkan yapının özümsemesini ve içselleştirilmesini sağladığı görülmektedir.

Bireylerin matematiği farklı bağlamlarda kullanabilme becerilerini kapsayan bir süreç olarak ele alınan matematiksel modelleme, ele alınan durumların matematiksel olarak ifade edilebilmesi ve farklı şekillerde sunulması becerilerinin yeteri kadar kullanılamaması sonucunda ortaya çıkmıştır. Matematiksel modelleme bilgiyi farklı bağlamlarda kullanabilme ve sunabilme açısından önemli bir süreçtir (Kertil, 2008). Bu şekilde ele alınan durumların anlamlı şekilde ifade edilmesi ve kalıcı bir şekilde öğrenmenin gerçekleştirilmesi söz konusu olur.

Altun (2020) matematiksel modellemenin ve problem çözmenin, matematiğin günlük yaşamla bağlantılı olarak formül, kural, bağlantı elde etmek ve bunları matematiksel olarak sunabilmek adına matematik için önemli olduğunu vurgulamaktadır. Karşımıza çıkan yapıların matematiksel olarak sunulabilmesi ve ifade edilebilmesi sürecini kapsayan matematiksel modelleme etkinlikleri matematiksel okuryazarlık becerisinin kullanılabilmesi için de zemin hazırlamaktadır.

Gerçek yaşam problemlerinin çözümü için ortaya atılan matematiksel modelleme gerçek yaşam durumlarının matematiksel anlamda tanımlanması ve ifade edilmesidir (Koyuncu vd., 2016). Groshong'a (2018) göre matematiksel modelleme bir süreç olup problem çözmek için ilgili durum veya olayın matematiksel olarak ifade edilmesi durumudur. Matematiksel modelleme gerçek yaşam problemlerini bir formül durumuna getirip gerçek yaşama dahil ederek çözmek ve bu çözümü yeni durumlara uygulayarak doğruluğunu kontrol etme döngüsü olarak da ifade edilmektedir (Brown, 2002). Matematiksel modelleme ile gerçek yaşam durumlarının sunulması ve ifade edilmesi çözümün ifade edilmesini kapsamaktadır.

Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modellemeyi sadece işlem ve hesaplama yapmaktan çok daha fazlası olarak ele alınması gerektiği üzerinde durmaktadırlar. Matematiksel modellemeyi bireylerin zihnindeki karmaşık yapıyı, zihinde oluşan sistemi ve bu yapının görselleşmiş hali olarak ifade etmişlerdir.

Literatür incelendiğinde matematiksel modelleme dinamik bir yapıya sahip olan, gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak anlamlandırmaya yarayan bir yapı olarak karşımıza çıkmaktadır. Aynı zamanda matematiksel dili kullanma ve matematiksel iletişimi sağlamanın alt yapısını oluşturmaktadır. Matematiksel modelleme, günlük hayatta gerçek yaşamda ortaya çıkan durumları matematiksel olarak ifade edip, tanımlayıp, verilerin matematiksel olarak sunulmasını sağlama sürecidir. Matematiksel modelleme, bireylerde ortaya çıkan durumları ve yapıları matematik dünyasında içselleştirerek aynı zamanda ifadeleri yapılandırarak zihinde yer almasını ve çözüme varılabilmesini sağlar. Uzamsal ve mantıksal bir yaklaşım oluşturup bu yaklaşımların nasıl ifade edileceği ve nasıl aktarılacağı matematiksel modellemenin süreci olarak karşımıza çıkmaktadır.

2.1.2. Matematiksel İlişkilendirme ve Temsil

Matematiğin yaşamın ayrılmaz bir parçası olduğu dikkate alındığında, bireylerin matematiksel düşünme becerilerinin her fırsatta geliştirilmesi gerekmektedir. Düşünmenin temeline baktığımızda düşünme eylemi ilişki kurarak gerçekleşmektedir. Bunun üzerine matematik de nesneler arasındaki ilişkiyi kurmak, bu ilişkiyi tanımlamak üzerine çalışmaktadır (Yıldırım, 1996). Bu açıdan bakıldığında aslında zihinsel yapıda bir tanım oluşabilmesi ve bir yapının ortaya çıkması için ilişkinin kurulması önemli bir husustur. Burada ortaya atılan ya da var olan şemanın ilişkilendirme ile daha anlamlı hale gelip öğrenmenin gerçekleşmesi sağlanır. Dolayısıyla ilişkişel öğrenme söz konusu olmaktadır. Matematiksel bir yapı veya kavram ele alındığında, bu kavramın diğer kavramlarla belirli bir etkileşim içerisinde olduğu görülür. Matematiksel ilişkiler, bir kavramın ele alınmasıyla birlikte bu kavramın diğer kavramlarla olan bağlantılarını ortaya koyar. Bu durum, matematiksel düşünmenin temellerinden biri olan kavramlar arası ilişkilendirme sürecinin önemini vurgulamaktadır.

Matematiksel ilişkilendirme de tıpkı modelleme gibi bir süreci kapsamaktadır. Matematiksel yetkinlik kapsamında günlük hayat ile diğer disiplinlerle ve matematiğin kendi kavramları arasında ilişkişel bir yapı vardır. Bu yapıyı kullanabilmek, zihinde şema haline getirebilmek, uzamsal ilişkiler kurabilmek matematiksel becerileri ortaya çıkarmaktadır. Leikin ve Levav Wayneberg (2007) matematiksel ilişkilendirmeyi farklı gösterim yani bir kavramın farklı temsilleri arasında ilişkilendirme, farklı kavramlar arası ilişkilendirme ve matematiği farklı disiplinler yani disiplinler arası ilişkilendirme olarak ele almaktadır.

Matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi matematiksel kavramları anlayabilmek ve matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirmek için önemli bir etkidir. Günlük yaşam bağlantıları kurmak matematiksel ilişkilendirmenin bir parçasıdır ve bu sayede problem çözme becerilerinin de gelişmesine katkı sağlamaktadır (Cotti ve Schiro, 2004). Matematiğin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi, matematiksel kavramların ve matematiksel modelleme süreçlerinin ortaya koyulmasında önemli bir rol oynamaktadır.

Matematik bilimi birikimli bir disiplin dalı olduğu için matematiksel kavramların kendi içinde ilişkilerini ortaya koyma bu kavramların öğrenilmesi ve yapılandırılması için oldukça önemlidir (Pesen, 2003). Matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesi kavramlar arasında kurulan ilişkileri kapsamaktadır. Kavramlar arası kurulan ilişkilerde eski kavramlar sayesinde yeni kavramların oluşturulmalarını sağlama ya da yeni kavramlarla kurulan ilişkilendirme ile

eski kavramların eksikliklerini giderilmesi sağlanmaktadır (Umay, 2007). Böylece matematiksel kavramlar arasında kurulan ilişkiler ile bu kavramlar daha kalıcı hale gelip yapılandırmacı bir öğretim gerçekleşir.

Matematiksel ilişkilendirme ele alındığında, bu sürecin farklı açılardan değerlendirilmesi mümkündür. Bu değerlendirmelerden biri, kavramlar arası ilişkilendirmedir. Kavramlar arası ilişkilendirme, bir kavramın kendi alt bileşenleriyle ve diğer kavramlarla olan ilişkilerinin kurulması biçiminde ortaya çıkmaktadır. Yeni bir kavramın öğrenilmesi ve içselleştirilmesinde olduğu kadar, önceki kavramların anlamlandırılması ve yeniden değerlendirilmesinde de etkili ve anlamlı bir yöntem olarak öne çıkmaktadır.

Farklı temsiller arasında kurulan ilişkilendirme ise matematiksel ifadenin farklı temsil biçimleri olan grafik, formül, tablo, sembol vb. kullanımların ortaya konması ve bunlar arasındaki yapının farkına varılması olarak ele alınmaktadır. Bingölbali ve Coşkun (2016) farklı temsiller arası ilişkilendirmenin matematiksel kavramların derinlemesine öğrenilip daha anlamlı hale gelmesini sağladığını belirtmişlerdir. Matematiksel kavramların öğretiminde, bu kavramların farklı temsil biçimleri arasındaki ilişkilendirme büyük önem taşımaktadır. Tablolar, grafikler, semboller, denklemler, sözel ifadeler, resimler ve modeller gibi çeşitli gösterim türleri, matematiksel kavramların farklı yönlerini ortaya koyar. Bu bağlamda, bir bireyin zihinsel yapısının bu gösterimler arasında bağlantı kurabilme becerisine sahip olması, ilgili kavramın daha derinlemesine anlaşılmasına katkı sağlar.

Farklı temsil biçimleri arasında anlamlı ilişkiler kurabilen bireyler, matematiksel yapıları yalnızca ezberlemekle kalmaz; aynı zamanda bu yapıları kavramsal düzeyde anlayarak farklı bağlamlarda uygulayabilir. Bu durum, matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine doğrudan etki eder. Dolayısıyla, öğretim süreçlerinde kavramların çeşitli temsil biçimleriyle sunulması ve bu temsil biçimleri arasındaki dönüşümlerin öğrencilere kazandırılması, öğrenmenin kalıcılığını ve derinliğini artıran önemli bir unsurdur.

Gerçek hayatla ilişkilendirme bağlamında değerlendirildiğinde, matematiksel kavramların, bireylerin yaşantılarından yola çıkılarak anlamlandırılması; gerçek yaşam durumlarını içeren problemlerin matematiksel kavram ve ifadelerle ilişkilendirilerek yapılandırılması süreci olarak ele alınmaktadır. Öte yandan, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ise, matematiksel bir kavramın başka bir disipline ait bağlam aracılığıyla ifade edilmesi ya da öğretilmesi sürecini kapsamaktadır. Bu durum, aynı zamanda matematiksel bir kavramın

anlaşılmasını desteklemek amacıyla disiplinler arası ilişkiler kurularak açıklanmasını da içermektedir.

2.1.3. Çoklu Temsiller

Çoklu temsil kavramına bakıldığında aslında matematiksel ilişkilendirme kapsamında ele alınan bir durum olarak ortaya çıkmaktadır. Bir matematiksel kavramı ifade etmede kullanılan birden fazla yol, ifade biçimi olarak karşımıza çıkıp kavramların matematiksel boyutta düzenlenmesidir. Matematikte kullanılan temsillere bakıldığında problem çözmede çözümün farklı ifadelerle ele alınmasını kapsamaktadır. Matematikte kullanılan temsillerin ifade edilebilmesi, bu temsiller arasındaki ilişkilerin ortaya konulabilmesi ve çoklu temsillerin kullanılabilmesi, kavramsal anlamayı destekleyen temel unsurlar arasında yer almaktadır.

Kavramların zihindeki şemalarını tek bir temsil biçimi ile ifade etmek yeterli olmayabilir. Birden fazla temsil biçimi ile ortaya koyulan matematiksel kavramlar ve bunlar arasında yapılan matematiksel ilişkilendirmeler ne kadar çok ortaya çıkarılırsa kavramın o kadar anlamlı hale geldiği söylenilebilir.

2.1.4. Soyutlama

Soyutlama kavramı Aristo ve Platon gibi önemli düşünürlerden başlayarak ele alınan, hala günümüze kadar üstünde çalışmalara devam edilen bir konudur (Can, 2011). Aristo matematiksel yapıyı insan aklında bulunun nesneler olarak nitelendirmektedir ve bu nesneler, duyular aracılığı ile değil, akıl yoluyla kavranır. Matematik için de aynı şey söz konusudur. Aristo akılsal nesnelerin fiziksel nesnelerle karıştırılmaması gerektiğini savunur. Bu nedenle, matematiği fiziksel nesnelerden ayırmak amacıyla soyutlama kavramını kullanır. (Kelikli, 2017). Bu açıdan bakıldığında, matematik alanında yapılan tüm çalışmalar, nesnelerin fiziksel özelliklerinden soyutlanarak ele alındığı için temelde soyutlama kavramına dayanmaktadır.

Dienes'e göre ise soyutlama kavramı bireyin önceden oluşturup ortaya koyduğu yapıların yenileri ile ilişkilendirilerek aktivasyon sağladığı hareketli bir yapıdır (Dienes Z.P, 1967). Soyutlama, daha basit ve daha genel bir biçime getirip daha geniş alanlara uygulama şeklinde de ifade edilip ele alınabilir (Yılmaz, 2011). Russel soyut düşüncenin zekanın en üst seviyesi ve en güçlü aracı olarak değerlendirip soyutlama sürecini önemli bir süreç olarak değerlendirmektedir. Sierpinska, soyutlamayı bir kavram ya da olgudan belirli özelliklerin ayrıştırılması süreci olarak ele almakta; bu bağlamda, bir kavramın tanımının soyutlama yoluyla oluşturulabileceği anlaşılmaktadır. Cassier ise süreç sonunda ulaşılan olgu, durum veya

ifadenin soyutlamanın son noktası olarak ele alınmayacağına, hatta bu ulaşılan genellemelerin yeni başlangıçları açacağını ifade etmiştir (Akt. Can, 2011). Bu durumda soyutlamanın araştırmalarda bize yeni kapıları açacağını da altı çizilmiş olmaktadır.

Bu doğrultuda sürdürülecek sonraki çalışmalarda soyutlama, bir süreç ya da elde edilen durum için konu ile ilgili olarak gözlenebilir bilgilerin, içerik bilgisine indirgeyerek bir genellemeye ulaşılması durumudur (Yılmaz, 2011). Buradan bakıldığında bir konuda ortaya koyulan fikirlerin yer aldığı süreci bunun yanında genel bir durum ve olguları bütünüyle ele alıp detaylara inme sürecini, duyuşsal deneyime sahip olmadığımız fiziksel durumları tanımlamaya çalışma durumunu soyutlama olarak ifade edebilir.

Soyutlamanın değerlendirilmesi ve yorumlanması açısından farklı görüşler ve tanımlamalar ortaya çıkmıştır. Bu görüşlere bakıldığında soyutlamanın iki şekilde ele alındığı görülmektedir. Bunlar bilişsel soyutlama ve sosyokültürel soyutlama şeklinde karşımıza çıkmaktadır (Gürlek, 2023). Bilişsel bakış açısına göre soyutlama öğrenmenin ortam koşullarından bağımsız kişinin zihinsel olarak gerçekleştirdiği ve zihinde gerçekleşen yapılanma şeklinde ifade edilir. Bu anlayıştan ziyade öğrenmenin ortamdaki, ortamın koşullarından, çevreden ve sosyal yapı ve sosyal etkileşimden bağımsız düşünülmeceğini savunan araştırmacılar tarafından sosyokültürel bakış açısı ortaya çıkmıştır (Gürlek, 2023). Öğrenmenin yalnızca bireysel zihinsel süreçlerle açıklanamayacağını, aksine çevresel koşullar, sosyal yapı, etkileşim ve kültürel bağlamla birlikte değerlendirilmesi sosyokültürel soyutlamanın yapısını oluşturur.

Soyutlamanın gerçekleştirilmesi için yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması gereklidir. Bu yapıya duyulan ihtiyaç, geçmişte karşılaşılan yapılar ve karşılaşılan deneyimler ile yeni oluşturulacak yapı arasındaki ilişkiyi ortaya koyar. Bu ilişki sonucunda ortaya çıkan yapılar kullanım sürecine girer. Tüm bunların sonucunda ise bireylerin çözüme ulaşma istekleri ve ihtiyaçları, yeni bir yapıya ihtiyaç duymalarını sağlayarak yeni yapıların oluşmasını sağlar. Bu sürecin sonunda ise oluşturulan bu yeni yapılar içselleştirilerek derinleştirilmiş olur.

Bilişsel dengenin sağlanması, bireyin karşılaştığı yeni durumları önceki bilgi ve deneyimleriyle ilişkilendirerek anlamlandırmasını ifade eder ve bu süreç, yapılandırmacı yaklaşımın temelini oluşturan bilişsel işleyişe işaret eder. Bu da kavramların ya da karşılaşılan durumun soyutlanmasıyla paralellik gösteren bir durumdur (Akbaş et al., 2022). Piaget soyutlama sürecini bilişsel bir süreç olarak ele almış ve soyutlama kavramını Deneyisel

(Empirical) Soyutlama, Yansıtıcı (Reflective) Soyutlama ve Sözde Deneyimsel (Pseudo-Empirical) Soyutlama olarak üçe ayırmıştır (Zembat et al., 2016). Bu bağlamda, öğrencilerin yeni bilgileri önceki deneyimleriyle ilişkilendirerek anlamlandırma çabası, hem bilişsel dengeyi sağlamalarına hem de matematiksel soyutlama becerilerini geliştirmelerine olanak tanır.

2.1.4.1. Deneyisel (Empirical) Soyutlama

Deneyisel soyutlama en anlaşılır şekilde nesnelerin fenotip yani görünen özellikleri hakkında çıkarım yapılması olarak ifade edilebilir. Örneğin rengi, biçimi, şekli ve duruşu gibi fiziksel özelliklerden bahsedilir (Cancan et al., 2022). Piaget'e göre deneyisel soyutlama ile nesnelerin yaygın özelliklerinin ortaya koyulmasında ve birkaç tane özellikten genel olana, yani spesifik bir durumdan bir genellemeye gidilmektedir. Aslında bir bakıma empirik soyutlama olgunun veya durumun genel özelliklerinin oluşturduğu tanımlar üzerinde durmaktadır (Yılmaz, 2011). Bu nedenle tanımlar önem arz etmektedir.

Aslında tanımlar genel özelliklerin temelini oluşturduğundan bu deneyisel tanımlara odaklanan empirik soyutlama soyut- genel olarak ele alınmıştır (Mitchelmore, 2002). Burada empirik soyutlama daha derinden anlamayı sağlayan, bilginin yapılandırılması için gerekli olan basamağın ilk adımını tamamlamayı sağlar. Nesnelerin özelliklerinden bilgilerin üretilmesi, özelliklerin çıkarımı ile genellemelere varılması empirik soyutlamanın gerçekleştirdiği bir durum olarak görülür (Çağlar, 2021). Aslında bakıldığında, bu süreç; tanımların yapıldığı, kavramsal özelliklerin ortaya konduğu ve genelleme ile çıkarımların gerçekleştirildiği bir yapı olarak değerlendirilmektedir.

2.1.4.2. Yansıtıcı (Reflective) Soyutlama

Yansıtıcı soyutlama, bireyin zihninde kurduğu ilişkiler ve ortaya koyduğu yeni çıkarımlar ile ilgili olan süreçlerdir. Yansıtıcı soyutlama, deneyisel soyutlamadan farklı olarak, bireyin öğrenme sürecinde içselleştirdiği deneyimlere dayanarak zihinsel olarak yeniden yapılandığı bilgiden hareketle oluşturduğu genellemelerdir (Zembat et al., 2016).

Bireyin bilişsel gelişimi sırasında yapılandırma süreci olarak ele alınabilir ve bu şekilde değerlendirilir. Ele alınan olgu ve süreçler arasındaki bağlantı ve ilişkilerde, analiz ve sistematığe dayalı olarak ele alma süreci olarak ifade edilir. Bilimsel kavramların oluşumu sürecinde, kavramlar arası ilişkilerin kavranması ve ele alınması, bireyin bu aktivasyonu kendi zihninde gerçekleştirmesi ve sistematığın içinde bağlantıların kurulmasını sağlar. İşte burada yansıtıcı soyutlama, deneyisel soyutlamadan ayrılmaktadır. Deneyisel soyutlamada temel teşkil

eden durumlar ortaya koyulup genellemeler yapılırken, yansıtıcı soyutlamada ise olgunun uzamsal incelemeleri ortaya koyulur. Derin bir analiz ile bağlantı ve ilişkiler temeli oluşturulup genellemeler yapılır.

Yansıtıcı soyutlamaya bakıldığında teorik kavramların nesneler üzerine bağlantılar ve zihinsel ilişkiler kurularak sistematik analize dayalı bir yapı haline geldiği görülmektedir (Yılmaz, 2011). Böylece bütünün ve oluşumun içindeki ögelerin birbirleri ile olan ilişkisi belirli bir düzen içinde ortaya konmuş olur.

2.1.4.3. Sözde Deneyimsel (Pseudo- Empirical) Soyutlama

Sözde deneyimsel soyutlama, nesneler üzerinde gerçekleştirilen işlemleri de ele alan bu işlemleri de içeren soyutlamaya denir (Çağlar, 2021). Yani sözde deneyimsel soyutlama için deneyimsel soyutlama ve yansıtıcı soyutlama arasında kalan bir soyutlama türü olarak ifade edilebilir (Yılmaz, 2011). Bir nesne ya da olgunun bilgisi, öncelikle deneysel soyutlama yoluyla ortaya konur. Bununla birlikte, bu nesne ya da olguya ilişkin farklı ilişkilerin düşünülmesi ve zihinsel olarak yapılandırılması, yansıtıcı soyutlamayı mümkün kılar. Tüm bu süreci kapsayan ve öğrenenin yaşantılarıyla şekillenen bu anlamlandırma ise sözde deneyimsel soyutlama yoluyla gerçekleşir.

2.1.5. Matematiksel Soyutlama

Matematik geçmişten günümüze farklı açılardan ele alınmış, kişinin üzerinde birçok bağlam ve ilişki kurabildiği, yaşamın, günlük hayatın her noktasında karşımıza çıkabilecek karmaşık veya sıradan tüm konularda bize yol gösterici bir yapıdır. Bu yüzden matematiği anlamak, matematiğin üzerinde çalışmalar yapmak ve matematiği kullanmak birey için son derece önemlidir. Matematiğin sarmal ve aşamalılık durumunu daha iyi ifade etmek için soyutlama kavramı devreye girmektedir. Soyutlama bir olgu veya durumu tanıma, kullanma ve yeniden oluşturma ve tüm bunların pekiştirilmesini sağlar. Tam da bu noktada, matematiksel kavramların daha derinlemesine ve anlamlı bir biçimde kavranabilmesi için matematiksel soyutlama önemli bir olanak sunar.

Matematik yapma, öğrenme ve öğretme süreçlerinde karşılaşılan yapılar, çoğu zaman daha önce karşılaşılan problemlere dayanmaktadır. Bu bağlamda, bireyler önceden yapılandırılmış durumları tanıyarak benzer çözüm yollarına ulaşmaktadır. Ancak öğrenci, daha önce karşılaşmadığı ya da rutin olmayan bir problem durumuyla karşılaştığında, mevcut bilgilerini tanıyarak, kullanarak ve yeniden yapılandırarak çözüm sürecine dâhil olmaktadır. Bu

bağlamda soyutlamanın gerçekleşebilmesi için, söz konusu problem durumunun ortaya çıkması ve bu ihtiyacın öğrenci tarafından fark edilmesi gerekmektedir (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001). Böylelikle öğrenci bu sürece dahil olup matematik yapma eylemini gerçekleştirecektir.

İleri matematiksel düşünme ve matematik yapabilme becerisinin gelişmesi için bireyler yansıtıcı soyutlama yapabilmeli ve bu beceriye sahip olabilmelilerdir. Bu sayede karşılaşılan problemin çözümünü ezberlemeden ziyade matematiksel bilgileri ve aralarındaki ilişkileri soyutlayabilir hale gelip çözüme ulaşmaları anlamlı bir şekilde sağlanır (Akkaya, 2010). Soyutlama bilişsel matematikçilerin bakış açısına göre, bir dizi süreçten meydana gelmektedir. Bu süreç zihninizde var olan yapı ile süreç sonunda oluşturduğumuz matematiksel yapı arasındaki ilişkiyi ve bağlamı ele alır ve anlamlandırır (Köse Tunalı, 2010). Kurulan bu bağlam ve yapılar sayesinde karşılaşılan bir durum veya süreçte bu yapıların kullanılması soyutlanmanın gerçekleştiğini gösterir.

Matematik öğretim programında da geçen, matematiği günlük hayata entegre edebilen, problem çözebilen ve bu çözümleri etrafla paylaşabilen, ekip olarak etkileşimli çalışabilen ve iletişim kurabilen ve matematiğe karşı olumlu tutuma sahip bireyler yetiştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda bu becerilerin geliştirilmesi ve içselleştirilmesi matematiksel soyutlama ile işlevsel hale gelir (Aydın, 2022). Matematiksel soyutlama karşılaşılan kavram veya durumun sürecin başında bireyde var olan bilgilerin ilişkileri ve birbirine olan durumlarının yeniden değerlendirilip, genel bir duruma dönüştürülerek daha geniş çaplı ele almayı sağlar.

Matematik başlı başına bir soyutlama bilimi olarak değerlendirilebilir. Matematiksel terimlerin elde edilebilmesi ve yapılması soyutlama ile gerçekleşmektedir (Altun, 2005). Bu yüzden matematiksel soyutlama bireyin matematiği anlama ve anlamlandırabilmesinde, öğrendiklerini içselleştirebilmesinde ve yeni durumlara aktarabilmesinde çok önemlidir (Aydın, 2022). Bu doğrultuda, matematiksel soyutlama becerisi, bireyin kavramlar arası ilişkileri kurabilmesini, üst düzey düşünme becerileri geliştirebilmesini ve problem çözme süreçlerinde esneklik gösterebilmesini destekler.

Matematiksel soyutlama aslında bireyde matematiksel bilginin oluşumunu ve artışını ifade eder. Matematiksel soyutlamada dikkat çekici noktalardan biri de genelleme yapabilme becerisi yönünden gelişmiş olmanın önemli olduğudur. Ek olarak önceki bilgi ve deneyimleri

bağlamında yeni bir yapı oluşturarak matematiksel bilginin zenginleşmesi sürecini kapsar (Çağlar Coşar, 2021). Bilişsel dengenin sağlanabilmesi için bireyin eski bilgi ve deneyimlerinin yeni karşılaştığı durumla bağlantı kurup ilişkilendirerek, yeni yapının ortaya konmasını ve bu yapının derinleştirip içselleştirmesi gerekir. Matematiksel soyutlama ise tüm bu süreci kapsamaktadır ve tanımlamaktadır.

Öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini bilinçli bir şekilde yönetebilmeleri, kavramların temellerini oluşturabilmeleri ve kavramlar arası bağlantı, ilişki ile ön koşul yapılarını fark edebilmeleri, matematiksel soyutlama yoluyla matematiksel bilgiyi etkili bir şekilde yapılandırmalarını mümkün kılmaktadır. Matematiksel soyutlama, matematiksel kavramın temelini oluşturma, özelliklerini belirleme ve ortaya koyma, başka durum ve olgularla olan bağlantısını ve ilişkisini anlama, uygulama ve genelleştirme sürecidir.

Matematik soyut yapıları belirleyen ve tanımlayan, kavram ve kuralların ilişkilerini ortaya koyan daha sonra çözümü ortaya koyan bir yapı olarak karşımıza çıkar. Soyut matematiksel kavramların öğretiminde de kullandığımız durum matematiksel soyutlama olarak görülür (Yılmaz, 2011). Matematiksel fikirleri ele aldığımızda gelişiminde soyutlamanın önemli bir organizasyonu vardır. Matematiği anlayarak öğrenme soyutlayarak öğrenmenin bir sonucu olarak görülebilir. Matematik yapabilme ve matematiği kullanabilme becerisi matematik öğrenme sürecinde de öğretme sürecinde de en önemli becerilerden biridir. Matematiksel soyutlama da bu becerinin temelini oluşturmaktadır.

Matematiksel etkinlikler ve problem çözme süreçlerinde bireyler, öncelikle karşılaştıkları durumları tanımlamakta ve anlamlandırmaktadır. Bu aşamanın ardından, daha önce zihinsel olarak yapılandırılmış bilgi ve kavramları kullanma sürecine geçmektedirler. Mevcut bilgi ve deneyimlerle kurulan bağlantılar aracılığıyla problem çözümleri geliştirilmekte; bu süreç sonucunda ise yeni bilişsel yapılar oluşmaktadır. Birey, bu yeni yapılarını benzer veya farklı problem durumlarına aktararak kullanabilmekte; böylece edindiği bilgileri pekiştirmekte, içselleştirmekte ve kavramlar ile matematiksel olgulara zihinsel olarak anlam kazandırmaktadır. Bu bağlamda söz konusu süreç, matematiksel soyutlamanın temelini oluşturmaktadır. Dolayısıyla, matematiksel becerilerin geliştirilmesi ve matematik dili aracılığıyla etkili iletişim kurulabilmesi için soyutlama sürecinin etkin biçimde işletilmesi gerekmektedir. Bu yönüyle matematiksel soyutlama, matematik öğrenme ve öğretme süreçleri açısından önemli bir unsur olarak değerlendirilmektedir.

Soyutlama, genel anlamda “somuttan soyuta geçiş” olarak tanımlansa da, matematik ve matematik eğitimi bağlamında çok yönlü ve karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu nedenle, literatürde soyutlamaya ilişkin tek bir tanım üzerinde görüş birliği sağlanamamıştır. Hazzan (1999), bazı kavramların diğerlerine kıyasla daha soyut nitelikte olduğunu ve bireyin soyutlama becerisinin, anlamlı matematik öğrenimi açısından kritik bir rol üstlendiğini vurgulamaktadır. Matematiksel soyutlama kavramına ilişkin ortak bir tanımın bulunmaması, bu kavramı açıklamaya yönelik çeşitli modellerin geliştirilmesine yol açmıştır. Bu modellerden biri, “soyutlamanın indirgenmesi” yaklaşımı; bir diğeri ise Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından geliştirilen soyutlama modelidir. Bu modelde soyutlama süreci; kavramsal bir inşaya duyulan ihtiyaç, bu inşanın gerçekleştirilmesi ve oluşturulan yapının pekiştirilmesi olmak üzere üç aşamada ele alınmaktadır. Sürecin işleyişi, öğrencinin problem durumuna olan ilgisi ile öğretim sürecinin nasıl yapılandırıldığına doğrudan bağlıdır. Araştırmacılar, bu modeli geliştirirken epistemik eylemler yaklaşımını temel almakta ve soyutlama sürecine ilişkin bilişsel süreçleri gözlemlenebilir eylemler üzerinden açıklamayı amaçlamaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin bilgi üretim sürecinde gerçekleştirdiği zihinsel yapılandırmaların sistematik biçimde analiz edilmesine olanak sağlamaktadır.

2.1.6. Soyutlamanın İndirgenmesi

Soyutlamanın indirgenmesi kuramı, ilk olarak Hazzan (1999) tarafından yükseköğrenim düzeyinde öğrencilerin soyut cebir kavramlarını nasıl algıladıklarını açıklamak amacıyla geliştirilmiş ve zamanla ileri düzey matematiksel düşünmeyi gerektiren alanlarda (örneğin lisans düzeyindeki matematik dersleri) yaygın şekilde kullanılmıştır. Kuramın kapsamı daha sonra ilköğretim ve ortaöğretim düzeyine de genişletilmiştir.

Lisans düzeyindeki matematik dersleri, soyut kavramların tanımlanması, bu kavramlara ait özelliklerin ortaya konması ve öğrencilerin bu özelliklerden yola çıkarak çıkarımlar yapmalarını gerektiren yapıdadır. Bu yapı, öğrencilerin daha önce deneyimlemedikleri zihinsel süreçlerle baş etmelerini zorunlu kılmaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin karşılaştıkları soyut kavramları anlamlandırmak için daha düşük soyutlama düzeylerine yönelmeleri, yani soyutlama seviyesini bilinçsiz veya sezgisel olarak indirgemeleri yaygın bir durumdur.

Bu indirgeme eğilimi, öğrencilerin kavramları daha erişilebilir hâle getirerek onlarla düşünme, akıl yürütme ve işlem yapma çabalarının bir parçası olarak değerlendirilmelidir. Dolayısıyla, soyutlamanın indirgenmesi her zaman bir kavramsal hata ya da yanlış anlamayla sonuçlanmaz; aksine, öğrenen bireyin yeni bilgiyi içselleştirme sürecinde geliştirdiği bilişsel

bir strateji olabilir (Şenay, 2014). Bu nedenle, öğretim süreçlerinde öğrencilerin kavramları kendi deneyimleri ve önceki bilgileriyle ilişkilendirerek anlamlandırmalarına fırsat tanımak, soyutlama becerilerinin gelişimini destekleyen önemli bir yaklaşım olarak görülmektedir.

2.1.7. RBC+C (Recognizing- Building With-Constructing Consolidation) Soyutlama Modeli

RBC+C soyutlama modeli Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından geliştirilen yeni bir anlayış ortaya koyan bir modeldir (Aydın, 2022). RBC modeline baktığımızda tanıma (recognizing), kullanma (building with), oluşturma (constructing) eylemlerini temsil etmektedir. Tüm bu aşamalar soyutlama aşaması olarak değerlendirilip ele alınır. Bunun yanında soyutlamada sosyal çevre, kültürel yaşantı, öğretim süreçleri ve eylemsel durumlar da soyutlama ile bağlantılı ve soyutlama sürecinde etkili olan durumlardır. RBC modeli soyutlamayı üç aşamada ele almaktadır. Soyutlama süreci, öncelikle bireyin yeni bir yapıya ihtiyaç duymasıyla başlar. Bu ihtiyacın ardından, söz konusu yapının tanınması, kullanılması ve mevcut bilgilerin derinleştirilmesiyle yeni yapıların oluşturulması aşamaları gelir. Tüm bu aşamalar bir araya geldiğinde, soyutlamanın gerçekleştiği görülür. Son olarak ise bu modelin geliştirilmesi ile +C olan pekiştirme (consolidation) kavramına değinilmiştir (Kidron & Dreyfus, 2010). Pekiştirme aşaması, öğrencinin oluşturduğu yeni yapının farkına varmasını, bu yapıyı sürekli kullanılabilir hale getirmesini ve öğrenilen bilgilerin kalıcı hale gelmesini sağlayarak soyutlama sürecinin bütüncül bir şekilde tamamlanmasına katkı sunar.

Tanıma; bireyin yaptığı etkinliklerde daha önceki bulunduğu eylemlerle benzerlik kurması olarak ifade edilebilir. Yani bireyin karşılaştığı durumla önceki bilgilerinin ilişkisinin farkına varmasıdır. Tanıma işlemi kişide var olan yapıyı fark edip önceki bilgilerini yeni bilgilerle ilişkilendirmesi süreci olarak değerlendirilebilir. Burada tanıma kavramını benzeşim ve özelleştirme şeklinde de ele alınabilir. Daha önce karşılaşılan yapıya benzer bir yapı ile karşılaşırsa benzeşim, aynısı ile karşılaşırsa ise özelleştirme olarak değerlendirilmektedir (Öztürk Başeğmez, 2023). Bu bağlamda, öğrencinin tanıma ve özelleştirme süreçlerini etkin bir şekilde kullanması, yeni bilgileri önceki deneyimleriyle bütünleştirmesine ve böylece daha sağlam bir kavramsal anlayış geliştirmesine olanak tanır.

Kullanma; bir amaca ulaşmak için önceden oluşturulmuş zihinde yer alan yapının kullanılmasıdır. Bu süreçte stratejilerin, kuralların, teoremlerin ve mevcut bilgi birikimlerinin sonuca ulaşmak için ortaya koyulup hedefe ulaşmak için mevcut yapının kullanılmasıdır

(Aramış, 2021). Bu aşamada yeni bilgiler oluşmaz. Zihinde var olan mevcut durumlar kullanılır. Bu aşamada öğretmenin verdiği ipucu ve hatırlatmalar da kullanma aşamasında değerlendirilir (Öztürk Başeğmez, 2023). Dolayısıyla, kullanma aşaması öğrencinin mevcut bilgilerini pekiştirmesi ve uygulama becerisini geliştirmesi açısından önemli bir rol oynar, ancak yeni kavramların inşası için sonraki oluşturma aşamasına geçilmesi gerekir.

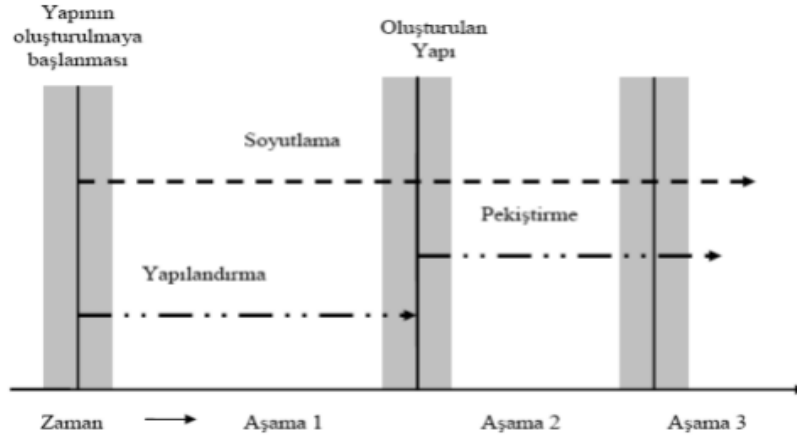
Oluşturma; aşaması ise yeni bir yapının ortaya konmasıdır. Önceden var olan bilgiler kısmi olarak değiştirilerek, yeniden düzenlenerek ortaya yeni bir yapı inşa etme sürecidir. Bu süreçte hedefe ulaşmak için yeni yapı oluşturulur. Bu durum bu basamağı kullanma basamağından ayırır. Kullanma basamağında var olan bilgi ilke hedefe ulaşma söz konusudur (Aramış, 2021). Bu süreçte kişi karşılaştığı problemi var olan ya da önceden bildiği bir şekilde çözüyorsa burada tanıma ve kullanma sürecinde iken, yeni yöntem ve strateji bulup çözüme kavuşuyor ise oluşturma aşamasındadır. Oluşturma aşaması aslında soyutlama için büyük önem teşkil etmektedir.

Dinamik olarak aşamalılık ve bağlılık gösteren bu süreçler soyutlamada RBC+C modelinin süreçleri olarak ele alınmaktadır. Tanıma, kullanma ve oluşturma sonucunda oluşan yeni yapının öğrenciler tarafından sağlamlaştırılması, esnek bir şekilde kullanılması ve bunun farkına vararak hareket etmesini sağlayan bir basamak olarak sürece Dreyfus tarafından “pekiştirme” eylemi eklenerek model tanıma (recognizing), kullanma (building with), oluşturma (constructing) ve pekiştirme (consolidation) ile RBC+C şeklinde ifade edilen bir model haline gelmiştir (Aramış, 2021). Bu model, öğrencilerin bilgiyi yalnızca ezberlemeden, aktif bir şekilde anlamlandırmalarını ve farklı durumlarda uygulayabilmelerini sağlayarak matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimine katkıda bulunur.

Pekiştirme; öğrencinin kendisinin oluşturma basamağı ile elde ettiği yapının farkına varması ve bu yapıyı devamlı olarak kullanılabilir hale gelmesini sağlamasıdır. Yani oluşturulan yapının sağlamlaştırılması, erişilebilir hale getirilmesi ve karşılaşılan başka bir problemde güvenerek bu bilginin kullanılmasını içerir.

Bu açıdan baktığımızda RBC+C modelindeki tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme basamakları soyutlama sürecinin birbiriyle bağlantılı yapısıdır. Modelin işleyişi yeni bir yapıya ihtiyaç duyulup, var olan yapının tanınması ve kullanılması bunun sonucunda yeni bir yapının oluşturulması ve bu yeni oluşan soyut yapının sağlamlaştırılması ve daha erişilebilir

bir hale getirilmesini kapsayacak şekilde ilerlemektedir (Aramış, 2021). Şekil 2.2. de soyutlamanın oluşum aşamaları verilmiştir.



Şekil 2.2. Soyutlamanın Oluşum Aşamaları (Özmantar,2005)

Özetle soyutlama sürecinin oluşumu ve RBC+C soyutlama modelinin işleyişi şekil 2.2.'de görüldüğü gibi üç aşamada gerçekleşmektedir. Bu aşamalarda ilk olarak yeni bir yapıya ihtiyaç duyularak yapının oluşturulmaya başlaması, var olan yapıların tanınması, ortaya koyulması ve kullanılması sonucunda yapılandırma sürecinin gerçekleşmesi daha sonra ise yeni oluşan soyut yapının pekiştirilmesi, kişi tarafından derinleştirilmesi ve sağlamlaştırılmasıdır. Böylelikle ortaya çıkan yeni soyut yapı yeni karşılaşılan durumlarda kullanılabilir hale gelecek şekilde temellendirilmiş hale gelmiş olur. Tüm bu süreçler soyutlamada RBC+C modelinin süreçleri olarak ifade edilir.

2.1.8. Matematiksel Soyutlama Kapsamında Temsil, İlişkilendirme ve Modelleme

Matematik eğitiminde matematiksel kavramların ve yapının temellendirilmesi, kavramların anlamlı öğrenilmesi matematiksel süreç için oldukça önemlidir. Öğretim programında da yer alan matematiksel yetkinlik kavramını incelersek, günlük hayatta karşılaşılan durum ve problemlerin matematiksel bir yapıya büründürerek ortaya koyulması ve bu şekilde çözümün uygulanması olarak karşımıza çıkmaktadır. Buradan matematiksel düşünme, tanımların oluşturulması aynı zamanda bu düşüncelerin ortaya koyulması, temsil edilmesi, farklı uzamsal yapıların ortaya çıkması ve matematiksel olarak bu becerilerin farklı şekillerde gösterilmesi matematiksel beceri için önemli bir durumdur.

Bu süreçte, günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümünde matematiksel süreçlerin uygulanması; hem matematiksel yapının günlük hayatla ilişkilendirilmesi hem kavramlar arası bağların kurulması hem de farklı disiplinler arasında bağlantılar kurulması açısından önemlidir. Bu ilişkilerin ortaya konulmasında çeşitli temsillerin kullanılması ve ifade edilmesi ile modelleme becerilerinin kullanımı da sürecin etkili bir şekilde yürütülmesine katkı sağlar. Tüm bu süreçlerin ortaya koyulması ise soyutlama ve soyutlama basamaklarının tanımını oluşturan süreci kapsamaktadır. Ortaya koyulan problem durumunun tanımlanması, ifade edilmesi bu yapının önceki bilgilerle karşılaştırılıp değerlendirilmesi, daha sonra yeni bir yapının oluşturulması bu yapının ortaya koyulması aynı zamanda ortaya koyulan yapının sürekli kullanılabilir hale getirilmesi süreci soyutlamanın basamaklarını oluştururken, bu basamakları ortaya çıkarmada matematiksel ilişkilendirme temsil ve modelleme becerileri kullanılmaktadır. Dolayısıyla matematik başlı başına soyutlama basamaklarını içeren bir yapı olarak karşımıza çıkmaktadır. Tüm matematiksel yapıların ortaya çıkarılması, kullanılması soyutlama kapsamında ele alınmaktadır. Kavramların birbiri ile ilişkili bir yapıda olması, günlük hayat ile ilişkilendirme yapılması bu durumun farkında olunması, yapının oluşturulması, ele alınabilmesi, matematiksel olarak ifade edilmesi matematiksel becerilerin genelini kapsamaktadır. Matematiksel soyutlama ise tüm bu temsil, ilişkilendirme ve soyutlama sürecini kapsayan bir yapıdır. Matematiksel soyutlama temsil, ilişkilendirme, modelleme becerileriyle iç içe ve basamaklarının her adımında bu becerilerin görüldüğü bir yapı olarak karşımıza çıkmaktadır.

2.2. İlgili Araştırmalar

Matematiksel soyutlama ile ilgili çalışmalar incelendiğinde soyutlama modellerini inceleyen bu eylemlerin nasıl gerçekleştiğini ele alan araştırmalar bulunmaktadır. Bununla birlikte soyutlamanın indirgenmesi teorisine yönelik çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir. Bunun yanında ele alınan RBC+C modeli kapsamında ise bazı matematiksel kavramların ve matematiksel süreçlerin incelendiği çalışmalar görülmektedir. Ayrıca bazı çalışmalarda üstün yetenekli veya kaynaştırma öğrencilerinde soyutlama süreçlerini ele alındığı görülmektedir. RBC+C modeli ile ilgili yapılan çalışmalar genellikle ortaokul seviyesindeki öğrenciler üzerinde yapılırken, lise seviyesindeki öğrencilerle de yapılan çalışmalar mevcuttur. Söz konusu durumlardan soyutlama ile ilgili yürütülen çalışmalara ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Soyutlamanın indirgenmesi teorisine yönelik ilk çalışma, Hazzan'ın (1999) doktora tezine dayanan ve teorinin temel çerçevesini ortaya koyduğu araştırmadır. Hazzan, lisans düzeyinde soyut cebir dersi alan öğrencilerin bu kavramları nasıl düşündüklerini, ders içi sorular, sınavlar, ödevler ve öğrenci görüşmeleri aracılığıyla incelemiştir. Araştırma bulguları, öğrencilerin yeni ve soyut kavramlarla baş edebilmek için soyutlama düzeyini bilinçsiz şekilde veya sezgisel olarak düşürdüklerini, böylece kavramları daha anlaşılır ve bilişsel olarak erişilebilir hale getirdiklerini göstermiştir. Ancak derslerde kavramsal soyutluğun yeterince işlenememesi ve bu soyutlukla baş etmeye yönelik etkinliklere yeterli zaman ayrılması nedeniyle, birçok öğrencinin bu yeni kavramları önceki bilgileriyle bütünleştirmekte zorlandığı da belirlenmiştir.

Cebirsel ifadelerin çarpılması sürecini inceleyen Dreyfus (2007) çalışmasının sonucunda soyutlama düzeylerinde tanıma, kullanma, oluşturma basamaklarının birbiriyle bağlantılı olduğu sonuca ulaşmıştır ve bu bağlamda bu eylemlerin birbirine paralellik gösterdiği sonucuna ulaşmıştır.

2011 yılında Can tarafından yürütülen matematiksel soyutlama ve soyutlamanın indirgenmesi ile ilgili araştırmasında, lise düzeyindeki 9, 10 ve 11. sınıf öğrencilerin soyutlama seviyeleri ele alınmıştır. Öğrencilerin soyutlama seviyesini değerlendirip çalışmasını oluşturmuştur. Çalışma sonucunda ise soyut düşünebilme ve soyutlaştırma kabiliyeti yaşa göre paralellik gösterirken, öğrencilerde soyut düşünebilme yeteneğinin yetersiz olduğu görüldüğü sonucuna ulaşılmıştır.

Soyutlamanın indirgenmesi teorisi ile ilgili Şenay (2014) çalışmasında matematik öğretmen adaylarının Sayılar Teorisi konularında soyutlamayı indirgeme eğilimlerini ve bu eğilimlerin düşünme stilleri ile matematik öz-yeterlik algılarıyla ilişkisini incelemiş, bu doğrultuda adayların soyut yöntemler yerine daha tanıdık çözüm yollarını tercih ettiklerini ve bunun soyutlamanın indirgenmesiyle ilişkili olduğunu belirlemiş ve yenilikçi ve hiyerarşik düşünme stillerine sahip ve benlik algısı yüksek olan adayların soyutlamayı indirgeme eğilimlerinin daha belirgin olduğu saptanmıştır.

Matematik başarı düzeylerinin farklı olduğu 6. sınıf seviyesindeki öğrencilerin üçgenin alan bilgisini oluşturma durumunun matematiksel soyutlama süreçleri açısından ele alan Bulut (2018) çalışmanın verilerine göre matematik başarı düzeylerine göre oluşturulan öğrenci gruplarında istenilen kavramların oluşma yolu ve hızı çeşitlilik gösterdiği ve başarı düzeyi

yüksek olan öğrencilerin yer aldığı gruplarda sürecin daha iyi içselleştirilerek, daha hızlı ve pratik şekilde istenilen kavramların oluşturulduğu gözlemlendiği belirtilmiştir. Yüksek ve orta öğrenci gruplarında ise yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin bilgi yapılarını daha önce oluşturdukları, orta seviyedeki öğrencilerin ise etkileşim halinde daha geç oluşturdukları gözlemlendiği ifade edilmiştir.

Bir başka çalışmada tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir sınıf ortamında yürütülen öğretim süreciyle, 6. sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme öğrenme alanı kapsamında yer alan dikdörtgenler prizmasının hacmini ölçme konusuna ilişkin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlediği görülmektedir. Bu süreçler sonucunda ortaya çıkan soyutlama mekanizmalarını belirlemeyi amaçlayan Camcı (2018), çalışmasında iki grup belirleyip bunlardan bir grup öğrencinin soyutlama mekanizmasını ortaya çıkarmada teorik bir çerçeve olarak belirlemiştir. Araştırmanın bulgularından yola çıkarak tasarlanan öğretim deneyi sonunda başta düşük ders başarı düzeyine sahip olan öğrenci olmak üzere odak olan üç öğrencinin de dikdörtgen prizmalarda hacim ölçme konusuna ilişkin derin, düşünmeye dayalı, düzeyde soyutlama yaptıklarını ortaya koymuştur. Bununla birlikte bu süreçte odak, öğrencilerin derin soyutlamalarında kendi bireysel eylemlerinin yanı sıra sosyal ve sosyomatematiksel normların destekleyici bir rol oynadığı görülmüştür.

Bunun yanında Bayraktar (2020) 6. sınıf öğrencileri üzerinde çarpanlar ve katlar konusu üzerindeki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C modeli ile değerlendirmiş ve incelemiştir. Bu çalışmada ise öğrencilerin çarpanlar ve katlar konusunda öğrenme süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma şeklinde bilişsel basamaklara göre değerlendirilmiştir. Uygulama sırasında öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin, öğrencilerin bilgiyi yapılandırmalarına ve çarpan-kat bilgisini oluşturma sırasında hangi süreçte ya da kavramda zorlandıklarının anlaşılmasına fırsat vermiştir. Öğrencilerin kavramları anlamlandırmakta başlangıçta zorlandıkları, ancak çarpan-kat kavramlarını etkinlik sonunda yapılandırabildikleri gözlemlendiği sonucuna varılmıştır.

7. sınıf öğrencilerinin oran orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C modeli kapsamında değerlendirerek inceleyen Aramış (2021), verilerin analizi sonucunda; başarı seviyesi yüksek ve orta olan öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini rahatlıkla daha kolay bir şekilde gerçekleştirdikleri görülürken, başarı seviyeleri düşük olan öğrencilerin ise kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini gerçekleştirmede zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini daha kolay bir şekilde

gerçekleştirmesinde zihinlerinde önceden bir bilgi ve olgunun var olması ve var olan bilgilerini doğru bir şekilde oluşturmuş olmasının etkili olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra başarı seviyeleri düşük olan öğrencilerin oluşturdukları bilgileri, karşılaştıkları farklı problem durumlarında tanıyıp kullanma konusunda zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Bilgi oluşturma süreçlerinde öğretmen tarafından verilen ipuçlarının ve akran etkileşimlerinin öğrencinin yeni kavramlara ulaşmasında ve yeni durumlara entegre edebilmesinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Diğer bir çalışmada ise öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçleri ortaya çıkarılmıştır (Çağlar Coşar, 2021). Matematikte üstün yetenekli öğrencilerin yeni matematiksel bilgiyi oluşturma ve bu bilgileri kullanma süreçlerini inceleyerek bu süreçlerde sergiledikleri stratejik davranışlarının betimlenmesini ortaya koyan çalışma sonucunda farklı güdüsel stratejilere sahip öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde farklılıklar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yüksek düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin önceki bilgilerini tanımada ve kullanmada, yeni matematiksel bilgi oluşturmada ve oluşturdukları bilgileri pekiştirmede başarılı olduğu görülmüştür. Orta ve düşük düzeyde güdüsel stratejiye sahip öğrencilerin ise önceki bilgilerini tanımalarına rağmen bu bilgilerini kullanmada, bilgi oluşturmada ve pekiştirmede birtakım zorluklar yaşadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin problem çözüm süreçleri boyunca ortaya koydukları bilişsel ve üstbilişsel strateji kullanımlarının, matematiksel soyutlama süreçlerinin gerçekleşmesine katkı sağladığı ve bu süreçlerde sergiledikleri bilgiye dayalı eylemlerin gerçekleşmesinde etkili olduğu ortaya atılmıştır.

Başka bir çalışmada ise başarı seviyelerine göre öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçleri sosyokültürel bakış açısına göre oluşturulan soyutlama modeli olan RBC+C modeli ile incelenmiştir (Aydın, 2022). Uygulanan öğretimin matematiksel soyutlama düzeylerine etkisini tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda ise orta başarı seviyesinde olan öğrenciler sürecin başında RBC+C modeline göre tanıma basamağındaki görülen eylemleri gerçekleştirirken sürecin sonunda kullanma basamağındaki görülen eylemleri gerçekleştirebildikleri görülmüştür. Bir ilerleme söz konusu olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Yüksek başarı seviyesine sahip olan öğrenciler ise süreç başında tanıma, kullanma basamağındaki epistemik eylemlerini kullanabilip ifade edebilirken süreç sonunda tanıma, kullanma ve uygulama basamağındaki epistemik eylemleri gerçekleştirebilmişlerdir. Araştırma sonucunda gerçek yaşam problemlerinin soyutlamaya etkisi incelendiğinde öğrencilerin

RBC+C soyutlama basamaklarından bir ileri düzeydeki basamağa geçebildiği gözlemlendiği ifade edilmiştir.

Kaynaştırma öğrencilerine yönelik, ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerini inceleyen Ertem Akbaş, Cancan, Toygan (2022) çalışma sonucunda öğrencilerden biri herhangi bir soyutlama düzeyinde çıkmamış, ikisi deneysel soyutlama düzeyinde ve biri de birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde çıktığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışma aynı hazır bulunuşluk seviyesinde ve aynı yetersizliğe sahip öğrenciler ile yürütülmüştür.

Öğretmen adaylarının bilgi oluşum süreçlerini inceleyen Öztürk Başeğmez (2023) çalışma kapsamında soyutlamanın düzlemde öteleme ve dönme dönüşümleri konusundaki bilgi oluşum süreçlerini gözlemlenmiştir. Bu oluşumların RBC+C modeline göre bilgi oluşum düzeyleri incelenmiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının problemi çözme sürecinde anlamlı bilgi oluşturmakta zorlandıkları bulgular saptanmıştır.

8. sınıf öğrencilerinin dik dairesel koninin yüzey alanı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C (Tanıma, Kullanma, Oluşturma +Kontrol) modeli çerçevesinde incelenmiştir (Gürlek, 2023). Araştırma bulgularına göre, öğrenciler koninin yüzey alanı bilgisini inşa ederken tanıma ve kullanma eylemlerini etkili bir biçimde gerçekleştirmiş; soyutlama yaparak koninin yüzey alanı formülünü oluşturabilmişlerdir.

Literatürde soyutlama kavramının kökeni Aristo'ya kadar uzanmakta olup, günümüze kadar farklı biçimlerde ele alınarak gelişimini sürdürmüştür. Bu bağlamda, RBC+C Modeli matematiksel soyutlamayı tanımlayan kuramsal bir çerçeve olarak öne çıkmakta ve birçok çalışmada temel alınan bir yapı haline gelmiştir. Yapılan araştırmalar, bu model doğrultusunda çeşitli matematiksel kavram ve olguların analiz edilip değerlendirildiğini ortaya koymaktadır.

İlişkilendirme kapsamında incelenen çalışmalarda karşılaşılan günlük hayat durumlarının matematiksel olarak ifade edilmesi ve farklı temsiller ile gösterilmesi matematiksel kavramın daha etkili anlaşılmasını sağlamaktadır. Bununla alakalı yer alan çalışmalarda günlük hayatla ilgili yapılan ilişkilendirme daha kolay ortaya koyulduğu ifade edilmektedir (Kalelioğlu, 2023). Matematiği kendi arasında, farklı disiplinler ile farklı temsiller ile ilişkilendirilmesi kalıcı ve anlamlı öğrenme sağlamaktadır. İlişkilendirme geniş bir açıdan ele alınırsa zihinsel yapının farklı işlemler ile, farklı öğrenme alanı ve farklı temsiller ile bunun yanında gerçek yaşamla bağ kurarak bu becerinin ortaya koyulma süreci olarak karşımıza

çıkılmaktadır (Özgen, 2016). Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel kavramları sadece soyut düzeyde değil, aynı zamanda çoklu bağlamlarda kullanabilmeleri, üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesini ve öğrendiklerini farklı durumlara transfer edebilmelerini desteklemektedir.

Bunun yanında ilişkilendirme ile ilgili çalışmalara bakıldığında öğretmen adayları üzerinde yapılan araştırmalardan (Karacaköylü, 2022), ortaokul öğrencileri üzerinde problem çözme becerisi ve ilişkilendirme becerisini inceleyen ve bunlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyan çalışmaların (Yılmaz, 2022) bulunduğu görülmektedir.

Modelleme ile ilgili çalışmalara bakıldığında göze çarpan bazı çalışmalardan Lesh ve Caylor (2007) gerçek yaşam durumlarının ortaya çıkardığı durumların matematiksel olarak yorumlanması ve bunların bir uygulama aynı zamanda bir matematik etkinliği yapma şeklinde tanımlandığı bir çalışma görülmektedir. Öğretmen adaylarını üzerinde yapılan çalışmalarda ise Tekin Dede ve Bukova Güzel (2013) çalışmasında model oluşturma, gerçeklik ve yapılandırmada uygun hareket edildiği fakat değerlendirme ve modelleme prensiplerinde yetersiz kalındığına yer vermiştir.

Bu şekilde çalışmalar söz konusu iken ilişkilendirme, modelleme kapsamında baktığımızda bunların soyutlama ve matematiksel soyutlama kapsamında incelendiği herhangi bir çalışma söz konusu değildir.

BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmanın evreni ve örnekleme, veri toplama araçları ve teknikleri, verilerin toplanması ve verilerin analizi ile ilgili açıklama ve bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırma matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerinin RBC+C teorisinin hangi basamağında yer aldığını incelemeyi amaçlayan nitel verilerin olduğu bir çalışmadır. Bu doğrultuda süreç boyunca matematiksel modelleme sorusunu çözerken, yorumlarken ortaya çıkan ilişkilendirme ve temsil becerilerinin nasıl ortaya koyulduğu, matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme, modelleme ve temsil kapsamında RBC+C soyutlama modelinin basamaklarına nasıl değindiği ve bunu nasıl anlamlandırdıkları irdelenmiştir. Bu kapsamda, RBC+C teorisi, öğretmen adaylarının soyutlama süreçlerini çözümlmek amacıyla analitik çerçeve olarak kullanılmıştır.

Bu çalışma, nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde betimsel desende yürütülmüştür. Nitel araştırmalar, olayların ve olguların doğal ortamında bütüncül biçimde incelenmesini, katılımcıların deneyim ve algılarının derinlemesine anlaşılmasını amaçlayan araştırma türleridir (Yıldırım & Şimşek, 2022). Betimsel nitel yaklaşım, araştırma grubunu, ortamı ve olguyu ayrıntılı biçimde tanımlamayı ve elde edilen verilerin doğrudan katılımcı ifadelerine dayanarak açıklama açıklanmasını gerektirir (Creswell, 2013). Bu çalışmada veriler, yarı yapılandırılmış görüşme formları aracılığıyla toplanmış; elde edilen nitel veriler betimsel analiz tekniğiyle çözümlenmiştir. Araştırmada bu yaklaşımın tercih edilme nedeni, öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme, modelleme ve soyutlama becerilerini doğal bağlamı içinde inceleyebilmek ve sürece ilişkin gözlemlerden zengin, doğrudan ifadeler elde edebilmektir.

Nitel araştırmalarda en yaygın kullanılan veri toplama yöntemlerinden biri görüşmedir. Görüşme yöntemi, araştırmacının amaç ve kapsamına bağlı olarak yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış olmak üzere üç farklı biçimde uygulanabilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2022). Araştırmacı tarafından soruların önceden hazırlanması durumunda, veri toplama süreci planlı bir şekilde yürütülmekte ve bu tür görüşmeler yapılandırılmış görüşme olarak tanımlanmaktadır. Bununla birlikte, nitel araştırmalarda sıklıkla başvuru olan bir diğer yöntem ise doküman incelemesidir. Doküman incelemesi, yazılı materyallerin sistematik

bir biçimde analiz edilmesi ve gerektiğinde gözlem ve görüşme verileriyle desteklenmesi yoluyla gerçekleştirilmektedir (Merriam, 2018; Yıldırım & Şimşek, 2022).

3.2. Araştırmanın Çalışma Grubu

Bu araştırmada, matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerinin matematiksel soyutlama kapsamında incelenmesi amacıyla amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek'e (2022) göre amaçlı örnekleme, "araştırmacının belirli bir amaca veya ölçüte göre bilgi açısından zengin durumları seçerek derinlemesine inceleme yapmasına olanak sağlayan bir örnekleme yaklaşımıdır." Bu yöntem, araştırmanın konusu ile doğrudan ilişkili ve olguyu açıklayabilecek bireylerin seçilmesini sağlar.

Bu çalışmada belirlenen ölçüt, öğretmen adaylarının matematiksel soyutlama, modelleme ve temsil becerilerini geliştirme sürecinde olmalarıdır. Bu nedenle, sınıf düzeyinin artmasıyla birlikte öğretmen adaylarının soyut matematiksel kavramlarla daha sık karşılaştıkları ve buna bağlı olarak soyutlama becerilerine duyulan gereksinimin arttığı dikkate alınmıştır. Bu ölçüt doğrultusunda, 2024–2025 eğitim-öğretim yılı güz döneminde İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören dördüncü sınıf öğrencileri çalışma grubunu oluşturmuştur. Araştırma, belirlenen ölçütlere uyan ve çalışma sürecine gönüllü olarak katılmayı kabul eden toplam 40 öğretmen adayı (28 kadın, 12 erkek) ile yürütülmüştür. Çalışma grubunda yer alan katılımcılar A1, A2, ..., A40 şeklinde kodlanmıştır ve çalışma grubu tamamen gönüllülük esasıyla seçilmiştir.

3.3. Veri Toplama Araç ve/veya Teknikleri

Bu araştırmada veriler, iki temel veri toplama aracı aracılığıyla elde edilmiştir: (1) *CPYM Problemi ve İlişkilendirme–Temsil Becerileri Tespit Anketi*, (2) *Matematiksel Soyutlama Anketi*. Bu iki araç, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde sergiledikleri ilişkilendirme, temsil, modelleme ve soyutlama becerilerini bütüncül biçimde incelemeye yöneliktir.

3.3.1. CPYM Problemi ve İlişkilendirme–Temsil Becerileri Tespit Anketi

Araştırmada kullanılan ilk veri toplama aracı, katılımcıların matematiksel modelleme sürecinde ilişkilendirme ve temsil becerilerini ortaya koymalarını amaçlayan CPYM Problemidir. Bu problem, Türkiye Bilimler Akademisi (TÜBA) tarafından yayımlanan *Günlük Hayattan Modelleme Soruları* adlı eserdeki sekizinci problemten alınmıştır (TÜBA, 2013).

CPYM problemi, günlük yaşam bağlamında değişkenler arası ilişkilerin kurulmasını, uygun matematiksel temsillerin seçilmesini ve çözüm sürecinin modellenmesini gerektiren bir modelleme durumudur.

Bu problem doğrultusunda oluşturulan İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketi, açık uçlu sorulardan oluşmakta olup katılımcıların yazılı yanıtları aracılığıyla değerlendirme yapılmıştır. Anketin soruları, öğretmen adaylarının (a) gerekli–gereksiz bilgi ayrımı yapma, (b) değişkenler arası ilişkileri belirleme, (c) problem durumunu matematiksel olarak ifade etme ve (d) çözüm sürecini açıklama–doğrulama becerilerini ölçmeye yöneliktir. Bu soruların hedeflediği beceriler Tablo 3.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1. CPLYM Probleminin Hedef Aldığı Beceriler.

Soru Numarası	Soru Metni	Hedef Aldığı Beceriler
Soru 1	Problemi açıklayınız?	
Soru 2	Size göre buradaki stratejik etken (değişken) nedir? a) Gerekli ve gereksiz bilgi ayrımı yaptığınızda gerekli/gereksiz bilgi nedir? b) Problemi çözmek için ihtiyacınız olan bir bilgi var mı? Buna erişmek için ne yapacaksınız?	İlişkilendirme Becerisi
Soru 3	Problem durumunu matematiksel olarak ifade ediniz. (Uygun matematiksel notasyonları kullanarak matematiksel bir modelle ifade ediniz.) a) Probleme ilişkin varsayımınız nedir?	Modelleme Becerisi
Soru 4	Problem çözümüne ilişkin geliştirdiğiniz yol nedir? Çözümünü kısaca açıklayınız ve yorumlayınız.	
Soru 5	Elde ettiğiniz çözümü kontrol edip doğrulayınız. Çözümünüzün doğruluğuna dair ispatlar sunarak çözümle ilgili genellemeler oluşturunuz.	Temsil Becerisi

Hedef alınan becerilerden temsil becerisi; matematiksel düşüncenin farklı biçimlerde (sözel, cebirsel, grafiksel, geometrik vb.) ifade edilmesi, ilişkilendirme becerisi; kavramlar,

işlemler veya temsiller arasında anlamlı bağlantılar kurma ve modelleme becerisi, gerçek yaşam durumlarını matematiksel yapılarla açıklama ve çözüm üretme durumudur. Bu nedenle, bu becerilerin seçilmesi, matematiksel soyutlamanın kuramsal yapı taşlarıyla uyumlu olacak şekilde, literatürde bu alanlarla ilgili tanımlanmış çerçevelere dayanarak yapılmıştır. Bu beceriler kuramsal çerçeveye dayanılarak, literatürdeki soyutlama ile ilişkili çalışmalardan faydalanılarak, araştırmanın amacına ve veri toplama araçlarına uygunluk gözetilerek belirlenmiştir.

Hedef alınan becerilerden temsil becerisi, matematiksel düşüncenin farklı biçimlerde (sözel, cebirsel, grafiksel, geometrik vb.) ifade edilmesini; ilişkilendirme becerisi, kavramlar veya temsiller arasında anlamlı bağlantılar kurmayı; modelleme becerisi ise gerçek yaşam durumlarını matematiksel yapılarla açıklama ve çözüm üretmeyi ifade eder. Bu beceriler, literatürde (NCTM, 2000; Lesh & Doerr, 2003) matematiksel düşünme süreçleriyle ilişkilendirilen temel yapı taşlarıdır.

Anketin geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla üç alan uzmanından görüş alınmış; soruların ölçmek istenilen yapıya uygunluğu ve ifade ediliş biçimi uzmanlarca değerlendirilmiştir. Görüşler doğrultusunda dilsel sadeleştirmeler yapılmış, soruların sırası yeniden düzenlenmiştir. Bu süreç sonucunda aracın içerik geçerliği güçlendirilmiştir.

3.3.2. Matematiksel Soyutlama Anketi

Araştırmada kullanılan ikinci veri toplama aracı, öğretmen adaylarının soyutlama süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla geliştirilen Matematiksel Soyutlama Anketidir (Bkz. Ek-3). Bu anket, RBC+C soyutlama modeli (Recognizing, Building-with, Constructing, Consolidating) temel alınarak hazırlanmıştır ve öğretmen adaylarının soyutlama sürecindeki bilişsel eylemlerini ortaya koymayı hedeflemektedir.

Anket, araştırmacı tarafından geliştirilen beş açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Sorular, öğretmen adaylarının soyutlama sürecini nasıl gerçekleştirdiklerini, hangi temsilleri kullandıklarını ve bu süreçleri nasıl anlamlandırdıklarını açıklamalarına olanak sağlamaktadır. Anketin bağlamı olarak Caddede Park Yeri Modelleme Problemi (CPYM) senaryosu kullanılmıştır. Katılımcılardan bu problem durumuna ilişkin geliştirdikleri çözüm yollarını yazılı olarak açıklamaları ve kendi düşünme süreçlerini yorumlamaları istenmiştir.

Anketin geliştirilme sürecinde üç alan uzmanının görüşleri alınmış; soruların içerik geçerliği, dil açıklığı ve RBC+C basamaklarına uygunluğu açısından değerlendirme

yapılmıştır. Uzmanlar arası görüş birliği Miles ve Huberman (1994) formülüyle %92 olarak hesaplanmıştır. Katılımcılar anketi yazılı olarak yanıtlamış, uygulama süresi yaklaşık 40 dakika sürmüştür.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmada belirlenen çalışma grubuna veri toplama araçları planlı bir biçimde uygulanmıştır. Bu süreçte amaç, matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerini görünür kılmak ve bu becerilerin RBC+C soyutlama modeli basamaklarıyla ilişkisini incelemektir.

Uygulama süreci, araştırmacı tarafından bizzat yürütülmüş ve tüm katılımcılarla yüz yüze ortamda gerçekleştirilmiştir. Veri toplama süreci üç aşamadan oluşmuştur:

Birinci aşama: Katılımcılara, *Caddede Park Yeri Modelleme (CPYM)* problemi yöneltmiştir. Katılımcılardan bu probleme ilişkin çözüm yollarını ve düşünme süreçlerini yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu aşama, öğretmen adaylarının problem çözme sırasında farklı temsiller (sembolik, grafiksel, sözel vb.) kullanma ve kavramlar arası ilişkiler kurma becerilerini belirlemeyi amaçlamaktadır.

İkinci aşama: CPYM problemiyle eş zamanlı olarak İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketi uygulanmıştır. Katılımcılardan, problem çözüm sürecinde kullandıkları stratejilerle ilişkili açık uçlu soruları yanıtlamaları istenmiştir. Böylece yazılı ürünler aracılığıyla öğretmen adaylarının ilişkilendirme ve temsil becerilerine ilişkin nitel veriler elde edilmiştir.

Üçüncü aşama: Katılımcıların soyut düşünme düzeylerini ve matematiksel genelleme yapabilme yetilerini belirlemek amacıyla Matematiksel Soyutlama Anketi uygulanmıştır. Bu anket, RBC+C soyutlama modeli basamaklarını (tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme) değerlendirmeye yönelik sorulardan oluşmaktadır.

Veri toplama süreci, önceden hazırlanmış yarı yapılandırılmış sorulara ve açık uçlu anketlere dayalı olarak planlı bir biçimde yürütülmüştür. Katılımcıların yanıtları yazılı dokümanlar olarak toplanmış; ayrıca uygulama esnasında kısa gözlem notları alınmıştır. Araştırmacı, katılımcıların düşünme süreçlerini doğrudan yönlendirmemiş, yalnızca yönergelerin anlaşılmadığı durumlarda açıklama yapmıştır.

Elde edilen veriler, öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ortaya koydukları temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerini görünür kılmak amacıyla derlenmiştir. Tüm yanıtlar RBC+C soyutlama modeli temelinde sınıflandırılmış; tanıma (*recognizing*), kullanma (*building-with*), oluşturma (*constructing*) ve pekiştirme (*consolidating*) aşamalarının katılımcıların düşünme süreçlerinde nasıl ortaya çıktığı betimlenmiştir. Bu kapsamlı veri toplama süreci, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme biçimlerinin ve soyutlama sürecindeki bilişsel ilerlemelerinin derinlemesine analiz edilmesine olanak sağlamıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Araştırmadan elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemi ile çözümlenmiştir. Betimsel analiz, nitel araştırmalarda elde edilen verilerin önceden belirlenen temalar doğrultusunda sistematik biçimde düzenlenmesi, tanımlanması ve yorumlanmasını amaçlayan bir analiz yaklaşımıdır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu yöntemde amaç, katılımcıların ifadelerini özgün hâline sadık kalarak betimlemek ve yorumlamak suretiyle olguyu bütüncül biçimde ortaya koymaktır.

Betimsel analiz sürecinde aşağıdaki aşamalar izlenmiştir:

1. **Analitik çerçevenin oluşturulması:** Veri çözümleme süreci, araştırmanın kuramsal temeli olan RBC+C (Recognizing, Building-with, Constructing, Consolidating) modeline dayalı olarak yapılandırılmıştır.
2. **Verilerin düzenlenmesi:** Katılımcıların CPYM problemine ve anketlere verdikleri yanıtlar yazılı doküman hâline getirilmiş, her bir katılımcıya kod numarası verilmiştir.
3. **Kodlama ve temalaştırma:** Katılımcı ifadeleri, RBC+C modelinin dört basamağına (tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme) göre kodlanmış; her bir basamak, öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerindeki yansımalarıyla birlikte değerlendirilmiştir.
4. **Yorumlama ve ilişkilendirme:** Kodlanan veriler, modelleme, temsil ve ilişkilendirme boyutlarıyla ilişkilendirilmiş; her bir bulgu katılımcı ifadeleriyle örneklendirilmiş ve doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Matematiksel modelleme yeterlilikleri kapsamında öğretmen adaylarının yanıtları aşağıdaki ölçütler doğrultusunda analiz edilmiştir:

- İlgili nicelikleri ve bu nicelikler arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade edebilme,
- Uygun matematiksel gösterimleri kullanabilme ve farklı temsil biçimlerini (sözel, cebirsel, grafiksel, tablo vb.) ortaya koyabilme,
- Kavramlar arası ilişkileri ve günlük yaşamla bağlantılarını açıklayabilme.

Ayrıca, Matematiksel Soyutlama Anketi kapsamında toplanan veriler, katılımcıların soyutlama sürecindeki düşünme biçimlerini belirlemek amacıyla incelenmiştir. Bu analizde, RBC+C modelinin her bir basamağı ayrı bir kategori olarak ele alınmış ve öğretmen adaylarının yanıtları bu kategorilere göre sınıflandırılmıştır.

Tablo 3.2’de, Matematiksel Soyutlama Anketi verilerinin RBC+C soyutlama modeline göre analizine ilişkin genel şema sunulmuştur.

Tablo 3.2. Matematiksel Soyutlama Anketinin Analizi İçin Belirlenen Şemalar.

Soru Numarası	Soru Metni	Ele Alınan Soyutlama Basamağı
Soru 1	Problem çözme sürecinde kullandığınız bilgileri nasıl belirlediniz? Açıklayınız.	Tanıma (Recognizing)
Soru 2	Sonuca ulaşmak için önceki bilgilerinizi kullandınız mı? Nasıl bir bağlantı kurdunuz açıklayınız?	Kullanma (Building with)
Soru 3	Yeni bir yapıya ihtiyaç duydunuz mu kısaca açıklayınız? Duyduysanız bu yeni yapıyı oluştururken nasıl bir yol izlediniz?	Oluşturma (Constructing)
Soru 4	Çözümün devamlı olarak kullanabilir hale getirilmesi için nasıl bir süreç izlediniz? Açıklayınız.	Pekiştirme (Consolidation)
Soru 5	Eğitim sürecinizde matematiksel soyutlama kavramı ile karşılaştınız mı? Matematiksel soyutlama sizde ne çağrıştırmaktadır? Açıklayınız.	Matematiksel Soyutlama ile ilgili bakış açısı ve yorumlama durumu

Tablo 3.2, araştırmada kullanılan *Matematiksel Soyutlama Anketi* kapsamında katılımcılara yöneltilen sorular ile bu soruların ilişkilendirildiği epistemik eylem basamaklarını göstermektedir. Anket, Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından geliştirilen RBC+C soyutlama modeli temel alınarak hazırlanmıştır. Bu modele göre soyutlama süreci, bireyin bir kavramı fark etmesi (*Recognizing*), mevcut bilgileriyle ilişkilendirmesi (*Building*

with), yeni bir matematiksel yapı oluşturması (*Constructing*) ve bu yapıyı kalıcı hâle getirerek pekiştirmesi (*Consolidating*) aşamalarından oluşur.

Bu doğrultuda anket soruları aşağıdaki biçimde yapılandırılmıştır.

- **Soru 1:** Katılımcıların problem çözüme sürecinde kullandıkları bilgileri nasıl belirlediklerini incelemekte ve Tanıma (Recognizing) basamağına yönelik veri sağlamaktadır.
- **Soru 2:** Önceki bilgilerin çözüm sürecinde nasıl kullanıldığını ve bu bilgilerle kurulan bağlantıları sorgulayarak Kullanma (Building with) basamağını temsil etmektedir.
- **Soru 3:** Yeni bir yapıya duyulan ihtiyaç ve bu yapının nasıl oluşturulduğunu ortaya koyarak Oluşturma (Constructing) basamağını değerlendirmektedir.
- **Soru 4:** elde edilen çözümün kalıcı hale getirilme sürecini açıklatarak Pekiştirme (Consolidating) basamağına yöneliktir.
- **Soru 5:** Katılımcıların eğitim sürecinde matematiksel soyutlama kavramıyla karşılaşma durumlarını ve bu kavrama yönelik algılarını belirlemeyi amaçlamaktadır.

Bu sorular aracılığıyla öğretmen adaylarının matematiksel problem çözüme sürecindeki bilişsel adımları ve soyutlama süreçleri derinlemesine incelenmiştir. Katılımcı yanıtları, RBC+C modelinde tanımlanan epistemik eylem basamaklarına göre sınıflandırılmış; her bir sorunun ilişkilendiği soyutlama düzeyi dikkate alınarak analiz edilmiştir. Böylece, öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerileri soyutlama sürecinin farklı aşamalarında nasıl ortaya çıktığı yönüyle değerlendirilmiştir.

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik, elde edilen verilerin inandırıcılığını ve araştırma sürecinin şeffaflığını sağlamaya yönelik temel ölçütlerdir. Bu araştırmada geçerlik ve güvenirliği artırmak amacıyla çeşitli stratejiler kullanılmıştır.

İç Geçerlik (İnandırıcılık)

Araştırmanın iç geçerliğini sağlamak amacıyla, veri toplama araçları uzman görüşüne dayalı olarak geliştirilmiş ve araştırmanın amacıyla doğrudan ilişkili biçimde yapılandırılmıştır. Matematiksel Soyutlama Anketi ve İlişkilendirme–Temsil Becerileri Tespit Anketi, üç alan uzmanının (matematik eğitimi, ölçme-değerlendirme ve öğretim tasarımı) görüşleri doğrultusunda düzenlenmiştir. Uzmanlar, soruların kapsam geçerliği, dil açıklığı ve RBC+C soyutlama modeliyle tutarlılığı açısından değerlendirme yapmışlardır. Görüşler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmış, böylece veri toplama araçlarının içerik geçerliği güçlendirilmiştir.

Veri toplama sürecinde katılımcıların ifadeleri değiştirilmeden, doğrudan alıntılar olarak raporlaştırılmış; elde edilen bulgular katılımcı görüşleriyle desteklenmiştir. Ayrıca, uzun süreli etkileşim ve katılımcı teyidi (member checking) ilkeleri doğrultusunda, bazı öğretmen adaylarıyla elde edilen bulgular paylaşılmış ve yorumların doğruluğu teyit edilmiştir.

Dış Geçerlik (Aktarılabirlik)

Araştırmanın dış geçerliğini artırmak için çalışma grubunun özellikleri, veri toplama araçları, ortam, süreç ve uygulama adımları ayrıntılı biçimde açıklanmıştır. Böylece benzer bağlamlarda yürütülecek araştırmalara örnek oluşturacak biçimde ayrıntılı betimleme sağlanmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2022).

Güvenirlik (Tutarlılık)

Araştırma sürecinin güvenilirliğini sağlamak amacıyla, veri analizi süreci iki araştırmacı tarafından bağımsız biçimde yürütülmüştür. Kodlama sonrasında araştırmacılar arasında elde edilen uyum düzeyi, Miles ve Huberman (1994) formülü [$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{(\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı})}$] kullanılarak hesaplanmıştır. Yapılan hesaplama sonucunda %85 oranında uyum elde edilmiştir. Bu oran, nitel araştırmalarda kabul edilen %80'in üzerindeki güvenilirlik ölçütünü karşılamaktadır.

Ayrıca analiz süreci boyunca yapılan kodlama, tema oluşturma ve yorumlama adımları açık biçimde raporlanmış; tüm analiz dokümanları saklanarak denetlenebilirlik (audit trail) ilkesi sağlanmıştır

3.7. Etik

Araştırma süreci boyunca etik kurallara tam olarak uyulmuştur. Çalışma, veri toplama aşamasına geçilmeden önce ilgili üniversitenin Etik Kurulu onayı alınarak yürütülmüştür. Araştırmada gönüllülük, gizlilik, saygı ve tarafsızlık ilkeleri temel alınmıştır.

Katılımcılara araştırmanın amacı, kapsamı, süresi ve gizlilik esasları hakkında ayrıntılı bilgi verilmiş; çalışmaya katılmayı kabul eden öğretmen adaylarından yazılı gönüllü onam alınmıştır. Katılımcılara istedikleri aşamada çalışmadan çekilme hakkı tanınmış ve bu durumun hiçbir şekilde olumsuz sonuç doğurmayacağı belirtilmiştir. Katılımcıların kimlik bilgileri gizli tutulmuş, tüm veriler anonimleştirilmiştir. Tezde doğrudan alıntılara yer verilirken her bir katılımcı A1, A2, A3, A4... biçiminde kodlanmıştır. Bu kodlar, verilerin anonim biçimde raporlanmasını ve kişisel bilgilerin korunmasını sağlamıştır.

Veri toplama sürecinde araştırmacı, katılımcıların yanıtlarını yönlendirmemiş; yalnızca anlaşılmayan durumlarda yönergeyi açıklamıştır. Elde edilen veriler yalnızca bu araştırmanın amacı doğrultusunda kullanılmış, üçüncü kişilerle paylaşılmamıştır.



BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırmanın kavramsal çerçevesi doğrultusunda matematik öğretmen adaylarının ilişkilendirme, temsil ve modelleme becerileri ile bu beceriler arasındaki ilişkiler ele alınmıştır. Bulgular, katılımcıların *Caddede Park Yeri Modelleme (CPYM)* problemine verdikleri yanıtlar ve *Matematiksel Soyutlama Anketi* verileri temelinde sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde sergiledikleri düşünme biçimleri, RBC+C soyutlama modeli basamakları (tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme) çerçevesinde analiz edilmiştir. Bu doğrultuda bulgular, ilişkilendirme, temsil ve modelleme becerileriyle ilişkilendirilen alt başlıklar altında sunulmaktadır.

4.1. Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yetkinlikleri

Doğrultusunda Elde Edilen Bulgular

4.1.1. Problem Durumunun Analizi ve Temsil Biçimleri

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yetkinlikleri doğrultusunda elde edilen bulgulara bakıldığında problemin ilk alt problemine yönelik matematiksel modelleme kapsamında yeterlilikler incelenmiştir. Bu kapsamda CPYM problemine verilen cevaplar analiz edilerek temsil ve modelleme yeterlilikleri toplanan verilere dayanılarak sunulmuştur ve matematik öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar ile desteklenmiştir. Analiz sürecinde adayların problem durumunu nasıl temsil ettikleri incelenmiş ve elde edilen veriler Tablo 4.2. de sunulmuştur.

Tablo 4.2. Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Durumunu İfade Etme Biçimlerine İlişkin Dağılım

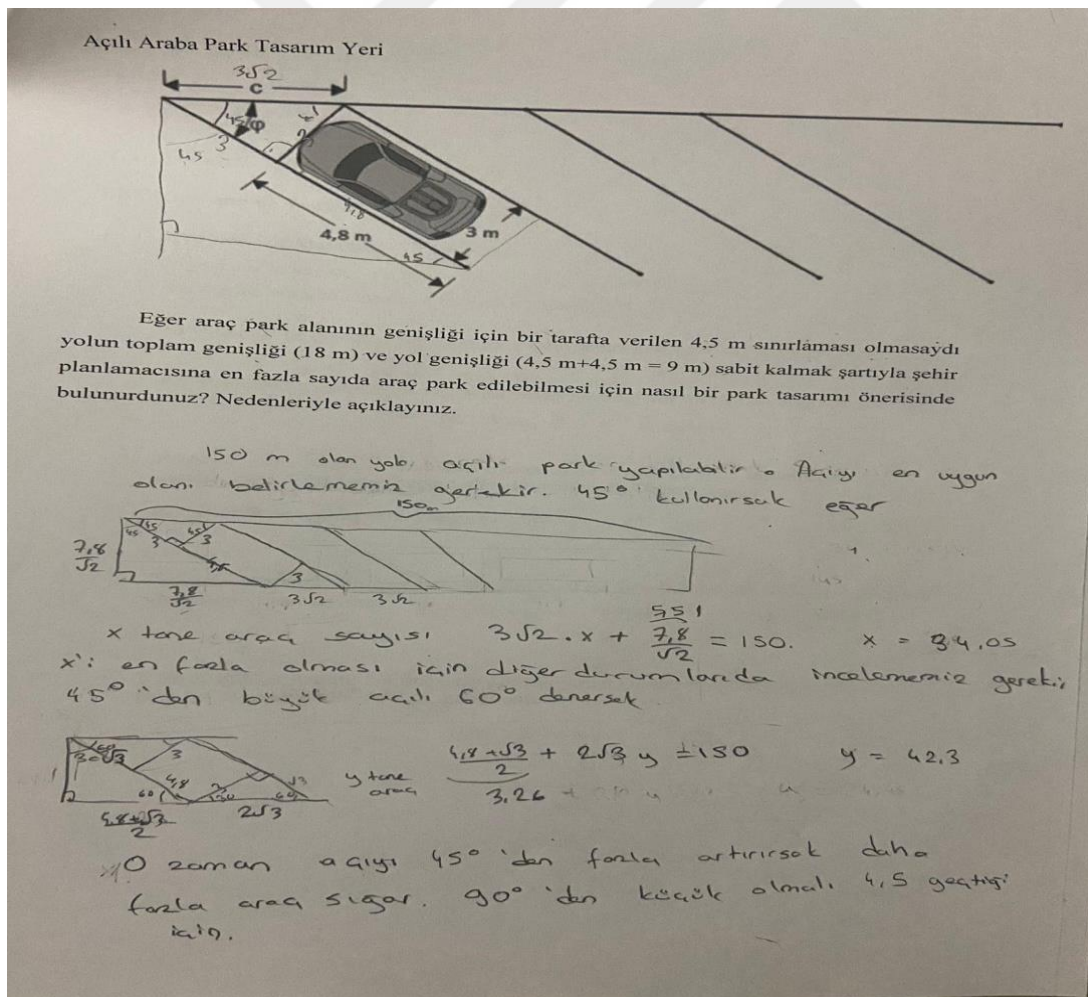
İfade Biçimi	f	%
Görsel olarak İfade Edenler	13	30,2
Formül/ Denklem Olarak İfade Edenler	9	20,9
Sözel Olarak İfade Edenler	18	41,9
Toplam	40	100

Tablo 4.2. incelendiğinde, öğretmen adaylarının büyük bir kısmının problemi sözel olarak ifade ettiği görülmektedir. Bunun yanında bazı adaylar problem durumunu görsel temsiller aracılığıyla (şekil, çizim, diyagram vb.) açıklamış, bir kısmı ise formül ve denklem kullanarak modellemeye çalışmıştır.

4.1.2. Görsel Temsillerle Modelleme

Bu süreçte öğretmen adaylarından beklenen, verilen problemi doğru bir şekilde analiz ederek problemin ne tür temsillerle ifade edilebileceğini ve nasıl modellenebileceğini belirlemeleridir. Böylece, problem doğrultusunda uygun bir model ve temsil oluşturma sürecini etkili bir şekilde gerçekleştirmeleri hedeflenmektedir. Bulgular, adayların bir kısmının problem durumunu çözüm doğrultusunda modelleyip temsil etmeyi başardıklarını; ancak çoğunluğunun çözüm için gerekli unsurları belirlemesine rağmen belirli bir model veya temsil ortaya koymakta zorlandıklarını göstermektedir. Bununla birlikte bazı adaylar, çözüm sürecinde farklı varsayımlarda bulunarak çözüm için gerekli yapıları belirtmişlerdir. Genel olarak değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının önemli bir bölümünün problemi görsel ve sözel temsil aracılığıyla ifade ettikleri görülmektedir.

Aşağıda, öğretmen adaylarının temsil ve modelleme biçimlerinden bazı örnekler sunulmuştur.



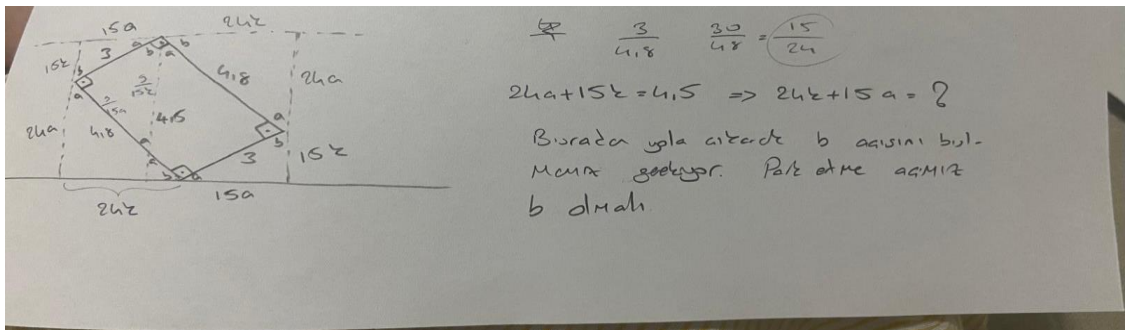
Şekil 4.1. CPYM Problemi Çözümünde A12 Kodlu Adayın İfade Biçimi

Şekil 4.1. de problemin çözüm sürecinde, A12 kodlu adayın matematiksel modelleme ve temsil becerilerini etkin şekilde kullandığı görülmektedir. Öncelikle problem durumu analiz edilmiş, ardından çözüm için gerekli olan geometrik ilişkiler belirlenmiştir. Aday, araçların park edileceği alanı en verimli şekilde planlayabilmek amacıyla farklı açılardaki park yerlerini karşılaştırarak bir değerlendirme yapmıştır.

Çözüm sürecinde, 45° ve 60° açılarındaki park etme seçenekleri incelenmiş; bu açıların oluşturduğu üçgenlerin trigonometrik özelliklerinden yararlanılarak, birim alana sığabilecek araç sayısını hesaplamak üzere çeşitli matematiksel ilişkiler kurulmuştur. Bu ilişkiler üzerinden alan hesaplamaları yapılmış, birim genişlik başına düşen park yeri uzunlukları karşılaştırılmıştır. Böylece aday, farklı açılarda yapılan park düzenlemelerinin verimliliğini matematiksel olarak değerlendirmiştir.

Ayrıca, aday çözüm sürecinde görsel bir temsil oluşturarak park alanlarını çizimle ifade etmiş ve bu çizimler üzerinden yaptığı hesaplamaları desteklemiştir. Bu durum, adayın problem çözümünde temsil ve modelleme becerilerini soyutlama süreciyle bütünleştirdiğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlara göre, en verimli park açısının belirlenmesi yoluyla matematiksel düşünmenin gerçek yaşam problemlerine uygulanabilirliği ortaya konmuştur.

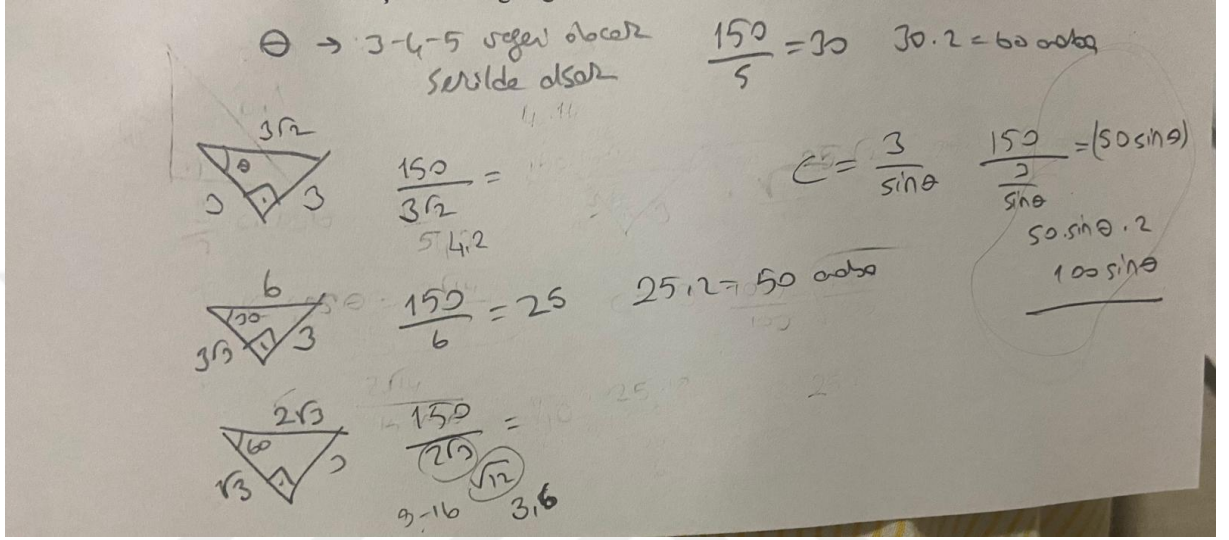
Gerçek durumu anlama ve problemi gerçekliğe dayalı bir şekilde temsil etme çözüm sürecinin ortaya koyulması ve çözüm sürecini etkili hale ve anlaşılır hale getirilmesinde önemli bir basamaktır. İlk olarak beklenen problemi anlamak ve bu problem durumunu model ve temsil yoluyla nasıl gösterileceğini belirlemektir. Elde edilen verilere göre, çözüm sürecinde varsayımda bulunamayan öğretmen adayları bulunsa da, genel olarak adayların sözel temsillere kıyasla daha yüksek bir oranda görsel temsiller oluşturdukları görülmüştür. Bu görsel temsiller, öğretmen adaylarının problem çözüm sürecinde izledikleri yolların ve düşünme biçimlerinin daha açık bir şekilde ortaya konmasına katkı sağlamaktadır.



Şekil 4.2. CPYM Problemi Çözümünde A19 Kodlu Adayın İfade Biçimi.

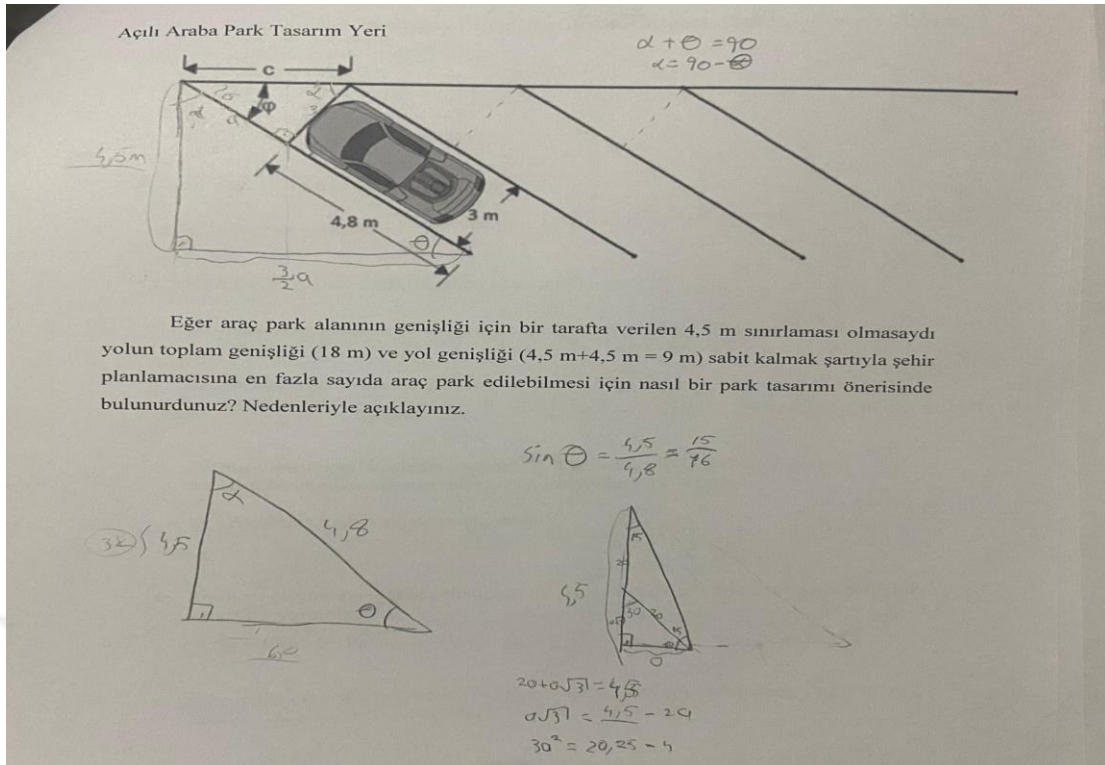
A19 kodlu adayın ifade biçiminde ise problemde söz konusu aracın duruş açısının ele alınan çözüm için gerekli kriterlerin aktarıldığı şekil üzerinden modellendiği bir yapı karşımıza çıkmaktadır.

Bunun yanında sadece çözüm için gerekli olan problem durumu dışında çözüme dayalı görsel temsiller de aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.3. CPYM Problemi Çözümünde A2 Kodlu Adayın İfade Biçimi.

Durumu etkileyen nicelikleri belirleme, ayırt etme, gerekli ve gereksiz stratejik bilgileri belirleme ve kullanma aynı zamanda bunlar üzerinden bir model ve temsil oluşturma çözüm için gerekli bir durumdur. Bu bağlamda, problem durumunda verilen bilgilerin etkili bir şekilde kullanılması ve problemin anlaşılması sürecinde, temsil ve modelleme yoluyla çözüme ulaştıracak modellerin oluşturulması, hem bireyin temsil ve modelleme becerisini ortaya koyar hem de bu becerilerin problem çözmedeki belirleyici rolünü gösterir. Aşağıda verilen A29 kodlu adayın cevabı incelediğimizde stratejik etkenlerden oluşan temsillerin oluşturulduğu modeller de adaylar tarafından ortaya koyulmuştur.



Şekil 4.4. CPYM Problemi Çözümünde A29 Kodlu Adayın İfade Biçimi

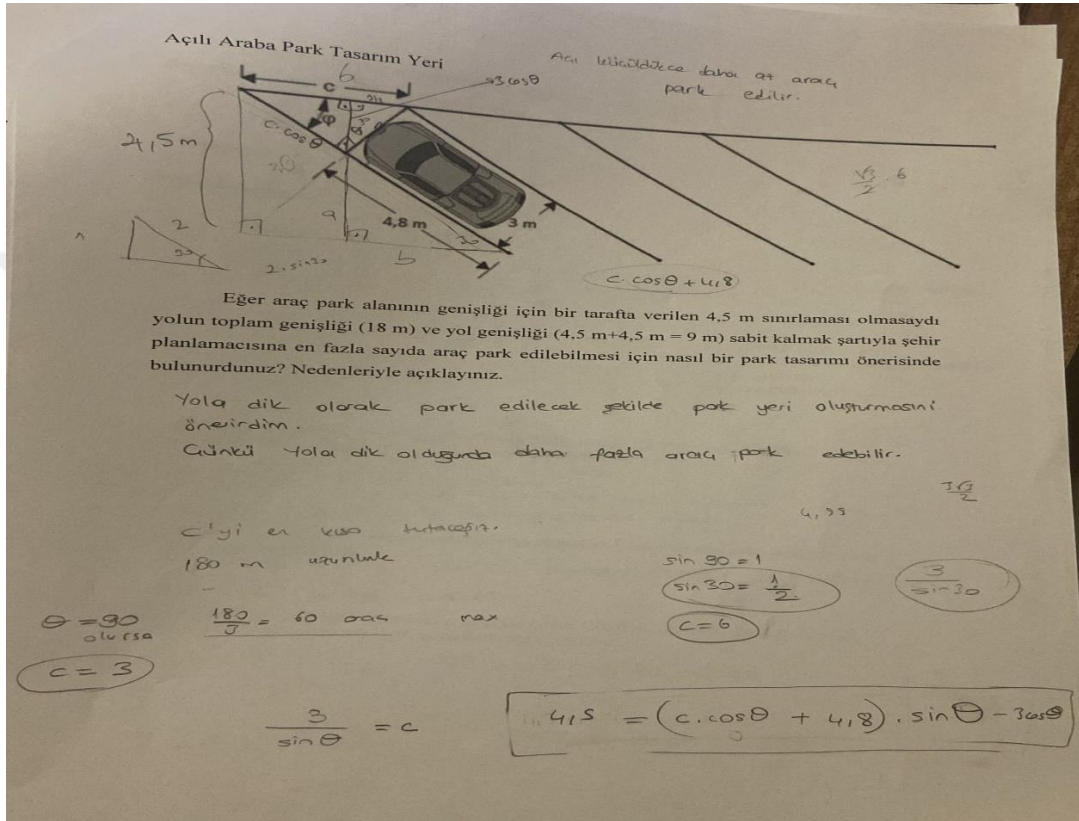
Şekil 4.4. öğretmen adayının “Caddede Park Yeri Modellemesi” problemi kapsamında oluşturduğu görsel temsil park etme açısını görsel olarak göstermektedir. Bu temsilde, adayın yalnızca geometrik çizim yapmadığı, aynı zamanda stratejik düşünme sürecine dayalı temsiller ürettiği görülmektedir. Aday, problemi çözmek amacıyla araç boyutları, park açısı ve yol genişliği gibi değişkenleri dikkate alarak, matematiksel ilişkileri ortaya koyabilecek biçimde üçgen temelli bir model oluşturmuştur.

Bu görsel temsilde kullanılan trigonometrik bağıntılar ve alan hesaplamaları, adayın soyut matematiksel kavramları gerçek yaşam bağlamında anlamlandırdığını göstermektedir. Ayrıca çizimler, yalnızca görsel bir destek değil; aynı zamanda problemi çözme sürecinde stratejik karar alma işlevi gören araçlar olarak kullanılmıştır. Örneğin, belirli bir açının seçilmesinin alana etkisi değerlendirilmiş ve bu doğrultuda en verimli park açısına ulaşılmaya çalışılmıştır.

4.1.3. Matematiksel (Sayısal/Denklemisel) Temsillerle Modelleme

Gerçek durumlardan matematiksel model oluşturma sürecine baktığımızda matematik öğretmeni adaylarının problem durumunda verilen stratejik etkenleri matematikselleştirme süreci incelenen bulgular arasındadır. Bu amaç doğrultusunda çözüme ilişkin problemde verilen ifadelerden yola çıkarak çözüme ulaşabilecek durumun matematiksel bir dil ile örneğin formül,

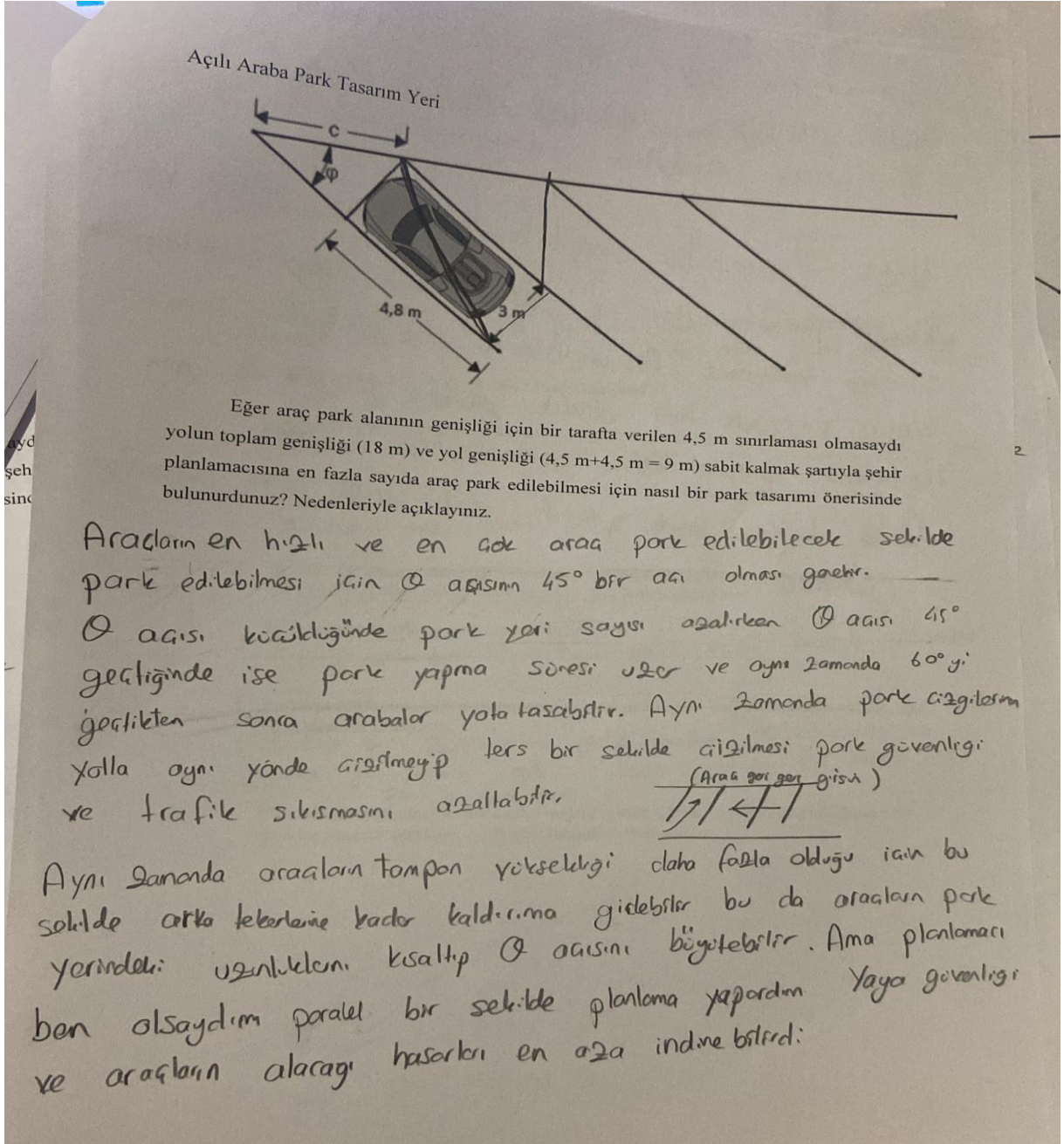
sembol, denklem vs. şeklinde ifade etmeleri beklenmiştir. Burada elde edilen verilere bakıldığında öğretmen adaylarının çoğunluğu görsel olarak bir temsil oluşturmuştur. Bunu matematiksel dil ile ifade eden adayların yanında bunu bir formül ile ifade edemediğinde belli değerler üzerinden işlem yaparak farklı durumları ve çözüme en yakın ifadeleri bulmaya çalışan adaylar mevcuttur. Aşağıda verilen şekilde matematiksel bir model temsili ve değer vererek işlem durumları toplanan verilerle bu bulguyu destekler niteliktedir.



Şekil 4.5. CPYM Problemi Çözümünde A35 Kodlu Adayın İfade Biçimi.

Şekil 4.5, öğretmen adayının CPYM problemine yönelik geliştirdiği matematiksel temsili yansıtmaktadır. Bu çözüm sürecinde aday, problemde verilen sayısal veriler üzerinden belirli trigonometrik oranları kullanarak nicel işlemler gerçekleştirmiş ve çözümün matematiksel ifadesini oluşturmuştur. Özellikle, açı ve uzunluk ölçülerine dayalı olarak oluşturulan üçgen modeli üzerinden kosinüs ve sinüs oranlarından yararlanılmış; bu oranlarla, araçların park edileceği alanın boyutları ve buna göre yerleştirilebilecek araç sayısı hesaplanmaya çalışılmıştır.

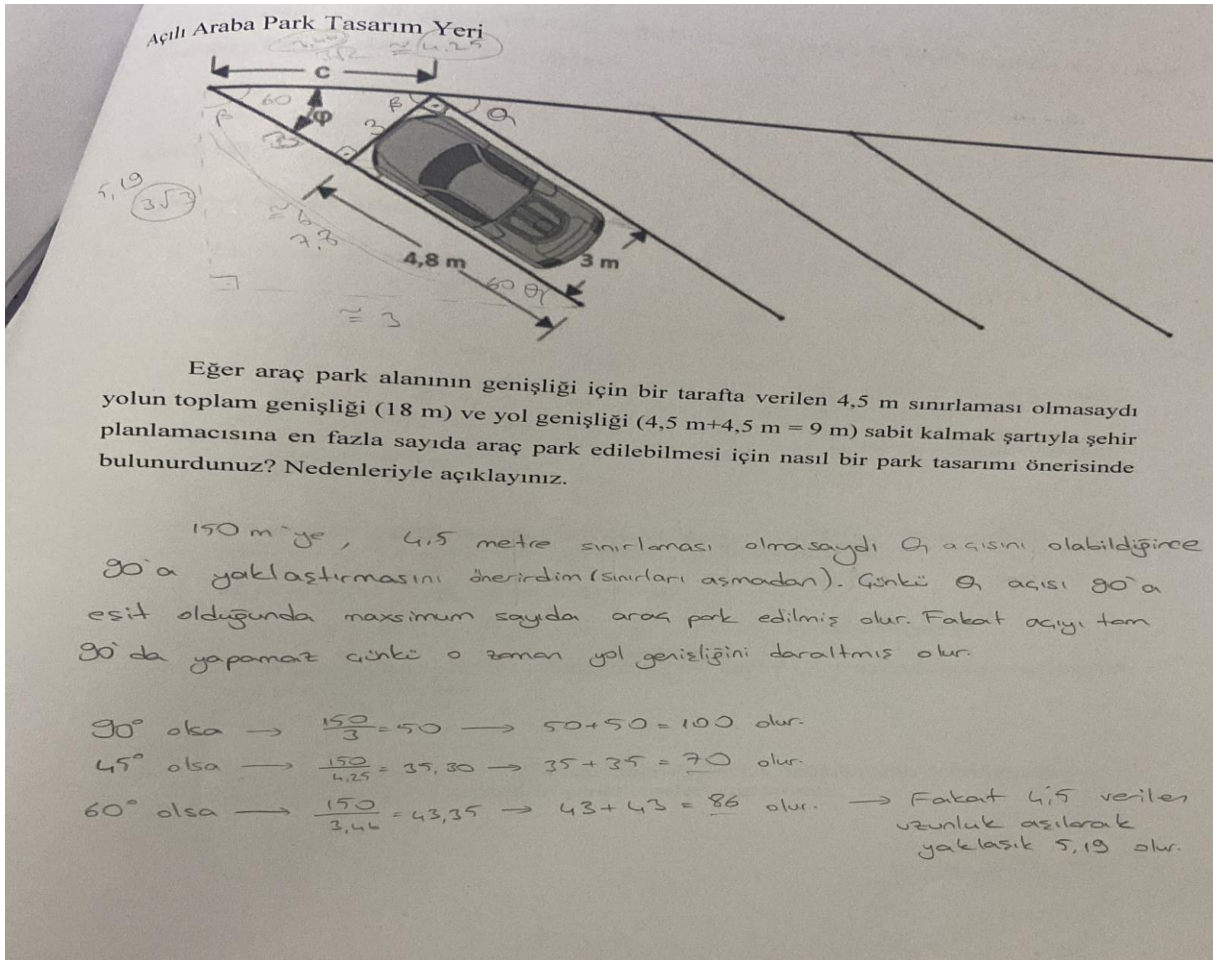
Aday, belirlediği değerler (örneğin: açı değeri, araç uzunluğu, yol genişliği) üzerinden formüller geliştirmiş ve bu formülleri kullanarak çözüm sürecini sistematik hale getirmiştir. Alt kısımda yer alan ve dik üçgenin trigonometrik ilişkilerine dayanan formül kullanımı, öğrencinin



Şekil 4.7. CPYM Problemi Çözümünde A20 Kodlu Adayın İfade Biçimi.

Şekil 4.7. de A20 kodlu aday, aracın en hızlı ve en az manevra ile park edilebileceği açığı belirlemek amacıyla, farklı park açılarını karşılaştırarak sözel bir çözüm stratejisi geliştirmiştir. Aday, 0° ile 45° arasındaki açılarda yapılan parkların avantajlarını ve dezavantajlarını değerlendirerek, 45° 'lik açıyla yapılan parkların hem araç trafiğini aksatmadan daha güvenli ve hızlı bir park imkânı sunduğunu hem de sürücünün görüş açısını koruduğunu ifade etmiştir. Ayrıca aracın manevra yaparken daha az alan kullanmasını ve sürücünün yol üzerindeki kontrolünü sürdürmesini göz önünde bulundurarak, park açısının araç trafiği ve güvenliği üzerindeki etkisini açıklamıştır. Bu şekilde aday, görsel ve fiziksel verileri analiz

ederek çözümünü tamamen sözel ifadelerle ortaya koymuş ve problemi sözel temsil yoluyla çözmüştür.



Şekil 4.8. CPYM Problemi Çözümünde A3 Kodlu Adayın İfade Biçimi.

Şekil 4.8. deki A3 kodlu aday çözümde, park açılarının araç park sayısına etkisini analiz ederken, matematiksel hesaplamaların yanı sıra problem durumunu sözel ifadelerle açıklayarak çözüm stratejisini sözlü temsiller üzerinden ortaya koymuştur. Farklı açılar (30°, 45°, 60° vb.) araç başına düşen alan miktarına etkisini değerlendirirken, sayısal verilerle birlikte gözleme dayalı yorumlar yapmıştır. Aday, belirli açılarda araçların daha az yer kapladığını ve bu durumun daha fazla aracın park edilmesine olanak sağladığını belirtmiş, bu çıkarımını sadece sayısal sonuçlarla değil, aynı zamanda dilsel açıklamalarla da desteklemiştir. Bu yönüyle öğrenci, problemi yalnızca nicel değil, nitel yönleriyle de ele alarak sözel temsil yoluyla çözüm geliştirmiştir.

Oluşturulan matematiksel modeli çözme ve ele alma yeterliliğine baktığımızda öğretmen adaylarımızın birçoğu farklı durumları ele alıp, problem durumunu farklı yönlerden değerlendirmişlerdir. Adaylardan çoğu problem durumunu farklı yönleri ile ele almış ve her

adaydan çoğu farklı etkenleri de göz önünde bulundurmuştur. Örneğin yolun genişliği, arabanın genişliği, refüj için ayrılan kısım ele alınan bazı etkenler arasında gösterilmektedir. Adaylardan birçoğu bu ve buna benzer etkenleri problem çözümüne dahil edip kullandıkları model ve temsillerde bunlara yer vermişleridir.

4.2. İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketine İlişkin Bulgular

İlişkilendirme ve temsil becerilerini belirlemeye yönelik ankete ilişkin bulgular incelendiğinde, öğretmen adaylarının ilişkilendirme ve temsil becerileri testine verdikleri yanıtların dağılımı ve bu yanıtların içeriklerine ilişkin durumlar ortaya konulmuştur. Tablo 4.3'te İlişkilendirme ve Temsil Becerilerine Yönelik Betimsel Bulgular sunulmaktadır.

Tablo 4.3. İlişkilendirme ve Temsil Becerilerine Yönelik Betimsel Analiz Bulguları

Tema	Açıklama	f/%
Problemi anlama ve açıklama	Öğretmen adaylarının tamamı verilen problem durumunu açıklamış ve günlük yaşam bağlamında anlamlandırmıştır.	40/100
Bilgi seçimi ve strateji belirleme	Adaylar çözüm için gerekli ve gereksiz bilgileri ayırt etmiş; gerekli bilgileri stratejik değişken olarak ifade etmiştir.	40/100
Varsayım geliştirme ve model oluşturma	Adayların belirtilen kısmı probleme ilişkin varsayımlar geliştirmiş; bu varsayımları sözel ve görsel temsiller aracılığıyla ifade etmiştir. Bazı adaylar varsayımlardan hareketle hesaplamalar yapmıştır.	22/55
Matematikselleştirme	Bazı adaylar verilen bilgileri yeterli görse de durumu matematiksel bir yapıya dönüştürmede zorlanmıştır. Bu nedenle farklı ihtimaller düşünerek alternatif çözüm yolları üretmişlerdir.	13/32,5
Çözümü doğrulama ve genelleme	Adaylar çözümü doğrulama veya ispat etme sürecini gerçekleştirmemiştir. Genelleme yerine açıklama düzeyinde değerlendirmelerde bulunmuşlardır.	8/20

Tablo 4.3. incelendiğinde, öğretmen adaylarının CPYM problemi kapsamında ilişkilendirme ve temsil becerilerini farklı düzeylerde ortaya koydukları görülmektedir. Adayların büyük bir kısmı problemi doğru bir biçimde analiz edip sözel ve görsel temsiller geliştirmiştir. Ancak matematikselleştirme ve çözümü doğrulama aşamalarında bazı adayların yetersiz kaldığı belirlenmiştir. Genel olarak, adayların sözel temsillerden daha yüksek oranda görsel temsiller oluşturdukları; bu durumun problem çözüm süreçlerini ve düşünme biçimlerini görünür kıldığı görülmektedir.

CPYM probleminde hedeflenen günlük hayat durumlarının matematiksel problem kapsamında ele alınıp uygun çözüme ulaşılması sağlanmalıdır. Bu kapsamda ilk olarak

öğretmen adaylarından problem durumunu açıklayıp, anlamlandırması ve ifade edilmesi istenmiştir. Öğretmen adaylarının tamamı problem durumunu açıklayıp, bu problem durumu ile ilgili çıkarımlarda bulunmuşlardır. Bununla birlikte ikinci aşamada problem durumu ile ilgili gerekli ve gereksiz bilgilerin ayrımı, stratejik bilgilerin belirlenmesi, çözüm için ihtiyacımız olan bilgilerin ayrımı yapılması istenmiş ve öğretmen adayları bu bağlamda çözüm için kullandıkları bilgileri stratejik değişken olarak ifade etmişlerdir.

Diğer bir aşamada ise öğretmen adaylarının çoğu, probleme ilişkin varsayımları geliştirmiş ve matematiksel olarak gerek sözel gerekse şekil olarak temsil edip çözüme ilişkin geliştirdikleri yolları ifade etmişlerdir. Problemi çözmek için matematiksel bir modelleme ortaya koyma sürecinde adayların bazılarının varsayımlardan yola çıkarak hesaplamalar yaptıkları görülmüştür. Bazı adaylara baktığımızda ise problemdeki verileri yetersiz gördükleri ve çözüm için başka durumların verilmesi gerektiğini ortaya koymuşlardır. Bazı adaylarda ise verilen veriler yeterli görülse de matematikselleştirme yapamadıkları için farklı ihtimalleri düşünüp bunun üzerinden çözüm üretmeye çalıştıkları bulgular elde edilmiştir.

Çözümü doğrulama yeterliliğine bakacak olursak öğretmen adaylarından elde edilen çözümü kontrol edip doğrulamaları istendiğinde bu yaklaşımı veren bununla ilgili bir durumu ortaya çıkaran bir yanıt elde edilmemiştir. Çözümün doğruluğuna dair ispatlar sunarak çözümle ilgili genellemeler oluşturulması istendiğinde adaylarda ispat etmeden ziyade çözümü açıkladıkları görülmüştür. Genel olarak baktığımızda elde edilen modelleme ve temsil, problem durumunun çözümüne ulaşmada ne düzeyde cevap verdiği noktasında önemli bir parantez açmaktadır. Bu durum İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Testinde adaylara sunulmuş adaylar CPYM probleminin çözümü üzerinden ilişkilendirme ve modelleme durumlarını matematiksel model ve sözel olarak ifade etmişlerdir.

4.3. Modelleme Sürecinde Temsil ve İlişkilendirme Becerilerinin RBC+C Soyutlama Modeli Basamaklarına İlişkin Bulgular

Bu bölümde, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde temsil ve ilişkilendirme becerilerinin Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından geliştirilen RBC+C (Recognizing, Building-with, Constructing, Consolidating) soyutlama modeli basamakları çerçevesinde nasıl ortaya çıktığı incelenmiştir. Katılımcıların CPYM problemine ilişkin yazılı yanıtları ve açıklamaları, modelin her bir basamağında gösterdikleri bilişsel eylemlere göre analiz edilmiştir. Bu doğrultuda elde edilen verilerin frekans ve yüzde dağılımları Tablo 4.4'te sunulmuştur

Tablo 4.4. RBC+C Teorisi Basamaklarına İlişkin Frekans ve Yüzde Dağılımı

RBC+C Teorisi Basamağı	f (Frekans)	%	Açıklama
Tanıma (Recognizing) ve Kullanma (Building with)	31	77,5	Katılımcıların büyük çoğunluğu bu iki basamakta önceki bilgi ve deneyimlerinden yararlanarak ilişkilendirme yapmış, problem çözümünde önceki öğrenmelerini aktif biçimde kullanmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının soyutlama sürecinin ilk aşamalarında temsil ve ilişkilendirme becerilerini etkili biçimde kullandıklarını göstermektedir.
Oluşturma (Constructing)	11	27,5	Katılımcıların bir kısmı mevcut bilgilerini yeni durumlara aktararak özgün yapılar oluşturmuştur. Ancak çoğunluk, yeni bir yapı kurmakta zorlanmıştır. Bu bulgu, oluşturma basamağında bilişsel esneklik ve yaratıcı modelleme becerilerinin sınırlı olduğunu göstermektedir.
Pekiştirme (Consolidation)	5	12,5	Katılımcıların bu basamakta yeterli açıklama yapamadıkları, genelleme veya kalıcı yapı geliştirme yönünde bir ifade sunamadıkları görülmüştür. Bu durum, pekiştirme basamağının soyutlama sürecinde en zayıf temsil edilen aşama olduğunu ortaya koymaktadır.

Toplam Katılımcı Sayısı: 40 kişi

Tablo 4.4. de görüldüğü üzere, katılımcıların büyük bölümü (%77,5) tanıma ve kullanma basamaklarında etkinlik göstermiştir. Oluşturma basamağında %27,5’lik bir katılım gözlemlenirken, pekiştirme basamağında öğretmen adaylarının anlamlı bir soyutlama ya da genelleme ortaya koyamadıkları belirlenmiştir. Genel olarak sözel ifadelerle açıklama yapma eğiliminde oldukları görülmektedir. Bu bulgu, soyutlama sürecinin ilk aşamalarında ilişkilendirme becerilerinin güçlü; ancak ileri aşamalarda (oluşturma ve pekiştirme) bilişsel derinliğin sınırlı olduğunu göstermektedir.

4.3.1. Tanıma (Recognizing) Basamağına İlişkin Bulgular

Modelleme sürecinde temsil ve ilişkilendirme becerilerine ilişkin bulgular incelendiğinde, RBC+C soyutlama modelinin ilk aşaması olan Tanıma (Recognizing) basamağında katılımcıların önceki deneyim ve eylemleriyle benzerlik kurdukları ve bu benzerlikleri ifade ettikleri görülmüştür. Bu aşama, bireyin yeni karşılaştığı bir durumu önceki bilgi ve deneyimleriyle ilişkilendirme süreci olarak tanımlanmaktadır.

Katılımcılara yöneltilen, problem çözme sürecinde hangi bilgileri nasıl belirlediklerine dair sorulara verilen yanıtlar incelendiğinde, katılımcıların büyük çoğunluğunun önceki bilgilerini kullanarak eyleme geçtikleri ve dolayısıyla Tanıma basamağını gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Bu katılımcıların bir kısmı, problem durumunda sunulan verileri açıklamak için önceki öğrenmelerinden yararlanmış; bazıları ise önceki problemlerde kullandıkları stratejileri mevcut duruma uyarlayarak çözüm sürecini yürütmüştür.

Bu bulgular, önceki bilgilerini çözüm sürecine dahil eden katılımcıların tanıma düzeyinde bir soyutlama gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Bu durumu yansıtan birebir katılımcı ifadeleri aşağıda sunulmuştur:

A6: “Bu probleme benzer daha önce bir problem çözdüm mü onu düşündüm. O çözdüğüm problemde kullandığım değişkenlerden hareketle burada da kullanacağım değişkenleri o şekilde belirledim.”

A17: “Daha önce çözmüş olduğum geometri ve trigonometri bilgilerimden yola çıkarak bilgilerimi kullandım.”

Bu ifadeler, katılımcıların önceki öğrenmelerinden yararlanarak yeni bir durumu anlamlandırdıklarını ve bu yolla soyutlama sürecinin ilk aşaması olan tanıma düzeyine ulaştıklarını göstermektedir.

Buna karşın, bazı katılımcıların tanıma basamağında ilişkilendirme kuramadıkları belirlenmiştir. Bu katılımcılar, problem durumuna yalnızca metinde verilen bilgileri temel alarak yaklaşmış ve önceki öğrenmeleriyle bağlantı kurmamışlardır. Bu duruma ilişkin birebir ifadeler şu şekildedir:

A8: “Sorunun açıklamasından verilen bilgileri kullanarak.”

A13: “Önce problemi anlamaya çalıştım. Daha sonra gerekli gereksiz bilgileri ayırt ettim ve kendime bir yol belirledim. Çözüm yolunu deneyerek uyguladım. Daha sonra değerlendirdim.”

Bu yanıtlar, katılımcıların yalnızca problem metnindeki bilgileri çözüm için temel aldıklarını ve önceki bilgiyle ilişkilendirme yapamadıklarını göstermektedir. Dolayısıyla, bu katılımcıların tanıma basamağını tam olarak oluşturamadıkları, soyutlama sürecini yüzeysel düzeyde yürüttükleri sonucuna ulaşılmıştır.

4.3.2. Kullanma (Building with) Basamağına İlişkin Bulgular

RBC+C soyutlama modeli sürecinin ikinci aşaması olan Kullanma (Building-with) basamağı, bireylerin zihninde önceden yapılandırılmış bilişsel şemaları aktif biçimde kullanmalarını içermektedir. Bu aşama, bireyin mevcut bilgi, kural ve stratejilerini yeni bir problem durumuna aktararak çözüm üretmesini gerektirir.

Elde edilen bulgular, katılımcıların büyük çoğunluğunun (%77,5) bu basamağın gerektirdiği bilişsel süreci gerçekleştirdiğini göstermektedir. Anket yanıtlarına göre yalnızca dokuz katılımcı bu aşamaya ilişkin yetersiz düzeyde cevap vermiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının genel olarak önceden edindikleri bilgileri aktif biçimde sürece dâhil ettiklerini, ancak az sayıda katılımcının problem çözümünü yüzeysel düzeyde ele aldığını ortaya koymaktadır.

Kullanma basamağında, bireylerden mevcut bilişsel yapılarıyla ilişkili teoremler, kurallar ve stratejiler aracılığıyla çözüm yolları geliştirmeleri beklenmektedir. Bulgular, katılımcıların önemli bir bölümünün trigonometri, benzerlik, Öklid ve Pisagor teoremleri gibi önceden öğrenilmiş matematiksel bilgileri problem çözme sürecinde kullandıklarını göstermektedir. Bu katılımcılar, park açısı, araç yerleşimi ve alan hesaplamaları gibi değişkenleri matematiksel kavramlarla ilişkilendirerek çözüm üretmişlerdir.

Bu durumu yansıtan birebir katılımcı ifadeleri aşağıda sunulmuştur:

A12: “Trigonometri bilgilerimi kullandım. Açıyı bulmaya ve araçların hangi açıyla konumlanırsa yolu kapatmayacağını hesaplamaya çalıştım.”

A3: “Önceki pek çok bilgiyi Öklid teoremi, Pisagor teoremi gibi bilgilerden faydalanmaya çalıştım. Üçgenler oluşturarak çözmeyi denedim. Açıları 60° , 30° ve 45° olarak alıp deneyerek çözmeyi denedim.”

A21: “Daha çok üçgende benzerlik kullandım. Çünkü açıları yerleştirdiğimde her iki üçgende de belli bir oran olabileceğini gördüm.”

Bu ifadeler, katılımcıların problem çözüm sürecinde mevcut bilgi yapılarını yeni bağlama aktardıklarını ve soyutlamanın kullanma basamağında aktif biçimde yer aldıklarını göstermektedir. Buna karşın, sınırlı sayıda katılımcının bu basamakta yetersiz bilişsel ilişkilendirme kurduğu görülmüştür. Bu katılımcıların yanıtlarında, matematiksel yapı veya

kavramsal ilişki kurmak yerine gözleme dayalı ve deneyim temelli açıklamalar yer almıştır. Bu duruma ilişkin örnek ifadeler aşağıda verilmiştir:

A9: “Bu zamana kadar gördüğüm park alanlarını düşündüm. Hangi durumda hangi avantaja sahip olduğumu düşündüm. Daha önceden de hangi park türü hangi durumlarda daha mantıklı olur diye düşündüm.”

A28: “Geçmiş araba sürme tecrübelerimden yararlandım.”

A32: “Arabaların dikey olarak daha az yer kaplayacağı bilgisini kullandım. Daha az yer kaplayarak daha fazla araba sığması sağlanır.”

Bu ifadeler, söz konusu katılımcıların soyutlama sürecinde bilişsel ilişkilendirme yerine kişisel deneyim aktarımına yöneldiklerini göstermektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, katılımcıların büyük çoğunluğu kullanma basamağında başarılı bir performans sergilemiş, önceden edindikleri bilgileri yeni problem durumuna aktararak ilişkilendirme ve temsil becerilerini etkin biçimde kullanmıştır. Ancak az sayıda katılımcının çözüm sürecinde matematiksel ilişkilendirme yerine sezgisel açıklamalara yöneldiği belirlenmiştir

4.3.3. Oluşturma (Constructing) Basamağına İlişkin Bulgular

RBC+C soyutlama modeli sürecinin üçüncü aşaması olan Oluşturma (Constructing) basamağı, bireyin mevcut bilişsel yapıyı kısmen değiştirip yeniden düzenleyerek yeni bir yapı oluşturma süreci olarak tanımlanmaktadır. Betimsel analiz bulguları, katılımcıların bir kısmının mevcut bilgilerini yeniden yapılandırarak özgün çözümler geliştirdiklerini; ancak katılımcıların yarısından fazlasının bu basamakta yeni bir yapı oluşturma ihtiyacı duymadıklarını göstermektedir. Bu durum, oluşturma basamağının diğer aşamalara kıyasla daha zorlayıcı bulunduğu ve katılımcıların bu aşamada yorum ve fikir üretmede sınırlı kaldıklarına işaret etmektedir.

Veriler, katılımcıların yalnızca %27,5’inin yeni bir yapıdan söz ederek oluşturma sürecine dâhil olduklarını ortaya koymuştur. Bu katılımcıların yanıtları incelendiğinde, yeni bir yapıya ihtiyaç duyduklarını fark ettikleri ve önceki bilgilerini farklı bağlamlarda kullanarak yeniden yapılandırıdıkları görülmektedir.

Katılımcılara “Yeni bir yapıya ihtiyaç duydunuz mu? Bu yapıyı nasıl oluşturdunuz?” sorusu yöneltilmiş, bu soruya verilen doğrudan katılımcı alıntıları aşağıda sunulmuştur:

A5: “İhtiyaç duydum. Yeni yapıyı arabayı açılı park ederek benzer üçgenler oluşturmaya çalıştım. O açıya göre bir formül geliştirmeye çalıştım.”

A23: “Kosinüs açısını içeren yeni bir yapı oluşturdum. Daha önceki bilgilerimden yola çıkarak oluşturdum.”

A2: “İki farklı oranlama ve üç farklı üçgen kullandım. Yeni bir yapı olarak üçgenleri modelledim.”

A16: “Evet. Açılarla araç sayısı arasında bir denklem yazma. Burada biraz tahmin ve deneme-yanılma stratejisi yaptım.”

A24: “Yeni bir yapıya ihtiyaç duydum. Sonrasında açıları değerlendirmeye karar verdim. Açıyı büyültme ve küçültme yoluyla deneyerek devam ettim.”

Bu ifadeler, katılımcıların bir kısmının mevcut bilgilerini yeni durumlara aktararak özgün matematiksel yapılar oluşturdıklarını göstermektedir. Katılımcıların bazıları doğrudan yeni bir yapı ihtiyacını fark etmiş, bazıları ise önceki bilgilerini (örneğin kosinüs açısı, üçgenlerin özellikleri veya benzerlik ilişkileri) kullanarak yeni temsiller ve formüller geliştirmeye çalışmıştır.

Elde edilen veriler, katılımcıların çözüm sürecinde yalnızca var olan bilgiyi uygulamakla kalmayıp deneme-yanılma, strateji geliştirme ve modelleme yollarına başvurarak süreci yeniden yapılandıklarını göstermektedir. Bu durum, oluşturma basamağının yalnızca bilgi aktarımını değil; aynı zamanda yaratıcı düşünme, model geliştirme ve farklı temsiller arasında bağlantı kurma becerisini de içerdiğini ortaya koymaktadır.

4.3.4. Pekiştirme (Consolidation) Basamağına İlişkin Bulgular

Pekiştirme (Consolidation) basamağı, bireyin oluşturma sürecinde elde ettiği yapıyı derinleştirerek bu yapının farkına varması ve onu sürekli olarak kullanılabilir hâle getirme süreci olarak tanımlanmaktadır. Bu bağlamda, katılımcılardan çözümün sürdürülebilirliğini sağlamaya yönelik değerlendirmeler yapmaları istendiğinde, oluşturma basamağında belli bir sonuca ulaşamayanların yanı sıra, sonuca ulaşan bazı katılımcıların da bu aşamada yorum

yapamadıkları belirlenmiştir. Yapılan yorumların çoğu, genelleme veya yapısal derinleştirmeden ziyade sözel açıklamalara dayalı ifadeler şeklindedir.

Bu durum, pekiştirme basamağının soyutlama sürecinde en az yorum yapılan aşama olduğunu göstermektedir. Katılımcıların ifadelerine göre, çözümün sürekliliği ve genellenebilirliği konusunda sınırlı sayıda açıklama yapılmıştır. Bu kapsamda, katılımcılardan yapılan doğrudan alıntılar aşağıda sunulmuştur:

A37: “Çözümün devamlı hale gelebilmesi için bir açı belirleyip kullandım. Bu açı bulunduğunda tüm park yeri problemlerine uygulanabilir diye düşündüm.”

A7: “Sonucu formüle edip doğruluğu kontrol edildikten sonra farklı problemler üzerinde deneyip kullanılabilir olup olmadığı denenebilir. En son aşamada genelleme yapılabilir.”

A22: “Çözümün devamlı olarak kullanılabilmesi için verilenlerden sonuca gidilecek adımlar halinde çözüm yapılmasını kullandım.”

A35: “Kurduğum denklem her açı değerinde doğru sonuç veriyor mu diye denedim.”

A19: “Bulduğum matematiksel ifadeyi açıya bağlı olarak bulduğum için açıya bağlı olarak devamlı kullanılabilir.”

Bu alıntılar incelendiğinde, katılımcıların çözümün genellenebilirliğini ve sürdürülebilirliğini farklı yollarla ele aldıkları görülmektedir. Bazı katılımcılar belirli bir açı değerini kullanarak çözümün tüm benzer problemlere uygulanabilir olduğunu belirtmiş, bazıları ise elde edilen yapının farklı problemler üzerinde test edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca çözüm sürecinin adımlara ayrılması, denklemin farklı değerler üzerinde sınanması ve sonucun açıya bağlı olarak sürekliliğinin vurgulanması, katılımcıların çözümü yalnızca oluşturmakla kalmayıp daha sistematik ve kalıcı hâle getirmeye çalıştıklarını göstermektedir.

Bununla birlikte, pekiştirme basamağında yorum yapamayan katılımcıların oranının %87,5 gibi yüksek bir düzeyde olması, soyutlama sürecinde bu aşamanın katılımcılar açısından en zorlayıcı aşama olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum, soyutlama sürecinde genelleme, süreklilik ve kullanım boyutlarının kavramsal olarak daha güçlü desteklenmesi gerektiğine işaret etmektedir.

4.4. Matematiksel Soyutlamanın Adaylarda Çağrışımı Hakkında Bulgular

Matematiksel soyutlama kavramına yönelik bulgular incelendiğinde, katılımcıların bu kavrama ilişkin farklı algılar geliştirdikleri görülmektedir. Bazı katılımcılar soyutlamayı, günlük yaşam durumlarının matematiksel olarak ifade edilmesi olarak yorumlamış; bazıları ise bir problem çözümünü genelleme yoluyla yeni durumlara aktarabilme süreci olarak değerlendirmiştir.

Bunun yanı sıra bazı katılımcılar, soyutlama kavramını problem durumlarını denklem, model, şekil veya grafik gibi matematiksel temsillerle ifade etme süreci olarak tanımlamıştır. Günlük yaşam durumlarının matematiksel biçimde ifade edilmesiyle soyut bir yapının oluşturulmasını vurgulayan yorumlar da elde edilmiştir.

Katılımcıların bir kısmı, soyutlama kavramını “matematiğin soyut yapısını somutlaştırma” biçiminde tanımlarken; bazıları ise bunun tersine, “somut bir yapının soyut hâle getirilmesi” olarak ifade etmiştir. Bu durum, kavrama yönelik zıt yönlü ancak tamamlayıcı algıların bulunduğunu göstermektedir. Ayrıca bazı katılımcılar, matematiksel soyutlamayı yalnızca matematiksel ifadeler kullanarak bir problemi formel biçimde ifade etme süreci olarak değerlendirmiştir.

Katılımcıların matematiksel soyutlama kavramına ilişkin doğrudan alıntıları aşağıda sunulmuştur:

A34: “Şekil üzerinden somut olarak ifade ettiğimiz bir ifadeyi genelleyerek daha soyut bir hale getirip çözümün devamlılığını sağlamaktır.”

A20: “Bu problemi zihinde düşünüp araçların farklı açılarda konumlandırıldığında ne gibi sonuçlar olduğunu düşünmek. Matematiksel soyutlama bir problemi bence zihinde görselleştirerek çözmeye çalışmaktır.”

A4: “İnsan zihninde matematiksel düşünceleri yapıları inşa etme, kontrol etme ve çözümleme olarak çağrışım yapmaktadır.”

A29: “Kişinin matematiksel bilgiyi dış dünyadan bir şeye ihtiyaç duymadan zihninde kullanabilmesi olarak tanımlanabilir.”

A15: “Günlük hayattan bir durumun veya matematiğin kendi olanları arasındaki bir durumun matematik dünyasına aktarılıp genelleme veya kurallar oluşturulması.”

A1: “Bir sorunun ana mantığını kavrayıp diğer sorulara genelleme yapmaya yarar.”

A11: “Matematiksel soyutlama daha çok zihinde canlandırma soyut şekilde düşünme olarak düşünülebilir. Somut haldeki görselleri işlem haline dökerek kısa yola uyarlama.”

A25: “Matematiksel soyutlama kavramı, matematiksel bir kavramın başlangıçta ilişkili olabileceği herhangi bir gerçek dünya ile bağıllığını ortadan kaldırmak, bağlamı soyutlaştırmak.”

Bu alıntılar, öğretmen adaylarının matematiksel soyutlama kavramını farklı bilişsel düzeylerde ve çeşitli bağlamlarda anlamlandırdıklarını göstermektedir. Bazı katılımcılar soyutlamayı günlük yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade etme biçiminde yorumlarken, bazıları genelleme, zihinsel görselleştirme veya formel modelleme yönlerine vurgu yapmıştır. Ayrıca kavramın “soyutu somutlaştırma” ya da “somutu soyutlaştırma” biçiminde iki yönlü algılanması, soyutlama sürecine dair düşünsel çeşitliliği ortaya koymaktadır.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde öğretmen adaylarının verdiği cevaplar doğrultusunda elde edilen sonuçlar ve elde edilen yorumlardan yola çıkarak sonuç, tartışma ve bu doğrultuda yapılacak çalışmalara yol gösterici önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Matematiksel soyutlama, karşımıza çıkan olay ve durumları matematiksel yapıya dönüştüren, matematiksel olarak sürecin basamaklarını ele alan bilişsel bir süreçtir. Sürece baktığımızda matematiksel modelleme, temsil ve ilişkilendirme ise bu basamaklarla bağlantılı olarak basamak adımlarını kapsamaktadır. Modelleme ve temsil süreci karşımıza çıkan problemleri günlük hayatla bağdaştırma süreci olarak ele alınmaktadır. Bu süreçte aynı şekilde ilişkilendirme de önemli bir yer edinmektedir. Gerek günlük yaşam ile ilişkilendirme gerek kavramlar arasında ve farklı temsiller arasında ilişkilendirme ve gerekse disiplinler arası ilişkilendirme bu süreçte gerekli bir durumdur.

CPYM probleminin çözüm sürecinde adayların çoğu bu bağlamda ilişkilendirme yaparak model ve temsil ile gösterimini sağlamışlardır. Ancak yapılan ilişkilendirme, temsil ve modelleme matematiksel soyutlama süreci basamaklarından tanıma, kullanma adımlarında daha başarılı bir yapıya ulaştırırken oluşturma ve pekiştirme sürecinde yetersiz kaldığı görülmektedir. Bazı öğretmen adaylarının, CPYM problemini çözerken ürettikleri çözüm ve aktardıkları düşüncelerinde gerçek yaşam durumlarıyla bağlantı kurdukları, özellikle park etme sürecinden yola çıkarak problemi bu bağlamda ele aldıkları görülmüştür. Bazı adaylar park açısı ile üçgenler oluşturup, bazı adaylar ise trigonometrik denklemler, trigonometrik tanımlar kullanarak temsil ve modellemeler ifade etmiş ve bu şekilde ilişkilendirmişlerdir. Bunun yanında A28 kodlu aday verilerin yetersiz olduğunu savunarak ilişkilendirme ve temsil yapamamış, herhangi bir model ortaya koyamamıştır. Adaylar problem çözümünde varsayımda bulunarak çözüm için sonuca ulaşmayı sağlayacak ihtimalleri ortaya koymuşlardır. Bu durumda ilişkilendirme, modelleme ve temsil süreci matematikselleştirme süreci kapsamında önemli bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır.

Araştırmada elde edilen bulgular, matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerilerinin matematiksel soyutlama süreci ile yakından ilişkili olduğunu ortaya koymaktadır. Özellikle adayların problem çözme süreçlerinde kullandıkları

matematiksel temsil biçimleri, gerçek hayatla kurdukları ilişkiler ve oluşturdıkları modeller, soyutlamanın tanıma ve oluşturma basamaklarına işaret etmektedir. Ancak pekiştirme basamağının yeterince görünür olmaması, soyutlamanın sürdürülebilirliği ve genellenebilirliği açısından sınırlılıklar barındırmaktadır. Bu durum, adayların soyut yapılarla bilişsel olarak başa çıkmak için tanıdık bilgiye ve daha önce öğrendikleri kavramlara yöneldiklerini göstermektedir. Bu bulgu, Hazzan'ın (1999, 2001) ortaya koyduğu “soyutlamanın indirgenmesi” teorisyle örtüşmektedir. Hazzan'a göre öğrenciler, soyut kavramlarla başa çıkabilmek adına soyutlama seviyesini bilinçli ya da bilinçsiz olarak daha erişilebilir düzeye indirgemektedirler. Bu süreç, bir eksiklik değil, zihinsel bir baş etme stratejisi olarak değerlendirilmelidir.

Adayların ilişkilendirme ve modelleme süreçlerinde genellikle günlük yaşam bağlamlarından yola çıkarak çözümler üretmeye çalışmaları, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel düşünmenin gelişimine olan katkısını desteklemektedir (Aydın, 2022). Nitekim RBC+C modeline göre soyutlama, tanıma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarından oluşmakta ve bu aşamalar, bireyin matematiksel anlam inşasını destekleyen bilişsel süreçlerle ilişkilendirilmektedir (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001; Dreyfus, 2007). Araştırmada elde edilen bulgular, adayların soyutlama sürecinin özellikle ilk iki basamağında daha etkin olduklarını, ancak soyut bilgileri genelleyerek kalıcı hâle getirme anlamına gelen “pekiştirme” basamağında yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırmaları sürecinde destekleyici öğretim stratejilerine, zamana ve tekrar fırsatlarına ihtiyaç duyduklarına işaret etmektedir.

Altun ve Yılmaz'ın (2008) günlük yaşam problemleriyle yapılan çalışmalarında da benzer biçimde, öğrencilerin problem durumlarını tanıma ve temsil etmede başarılı oldukları, ancak soyut kavramları içselleştirme ve genelleme aşamasında zorlandıkları vurgulanmıştır. Bu çalışmanın bulguları, Tanju'nun (2020) matematiksel modelleme sürecindeki ilişkilendirme ve temsil becerilerine yönelik çalışmasıyla da örtüşmektedir. Tanju, bu becerilerin modelleme sürecinde önemli bir rol oynadığını, ancak soyutlamanın özellikle yüksek düzey bilişsel işlem gerektiren süreçlerde sınırlı geliştiğini belirtmiştir. Bu çalışma ise söz konusu becerilerin yalnızca problem çözmede değil, aynı zamanda matematiksel soyutlamanın yapısal inşasında da belirleyici olduğunu ortaya koymaktadır.

Diğer yandan, matematik öğretmen adaylarının çözüm süreçlerinde “net sonuç” üretme eğilimleri, ilişkilendirme sürecinde yorum yapma becerilerini sınırlandırmıştır. Bu durum,

matematiksel modelleme ve soyutlamanın yalnızca teknik bilgiyle değil, aynı zamanda esnek düşünme ve farklı temsillerle ilişki kurma becerisiyle desteklenmesi gerektiğini göstermektedir. Adayların çoğu, gerçek hayatla ilişki kurduktan sonra bu ilişkileri matematiksel kavramlarla ifade etmeye çalışmış, ancak bu süreçte daha çok tanıma ve oluşturma basamaklarında yoğunlaştıkları görülmüştür.

Araştırmada dikkat çeken bir diğer bulgu ise öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde sözel ifadelerle anlamlandırma eğiliminde olmalarıdır. Özellikle notasyonel veya sembolik temsillerin yeterince kullanılmaması, soyut düşüncenin tam olarak içselleştirilmediğini göstermektedir. Bu durum, temsil sistemlerinin çeşitliliği ve dönüşümü konusunda öğretimsel desteğin gerekliliğini ortaya koymaktadır (Duval, 2006).

Buradan sonuçla, matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme becerileri ile matematiksel soyutlama süreci arasında doğrudan bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu beceriler, soyutlamanın farklı basamaklarını anlamada ve inşa etmede önemli birer araç niteliği taşımaktadır. Öğretmen adaylarının doğrudan soyutlama kavramına yönelik bir farkındalık geliştirmeksizin, süreç içerisinde soyutlama davranışı sergilemeleri ise matematiksel düşünmenin doğasına ilişkin önemli ipuçları sunmaktadır.

Öğretmen adaylarının matematiksel soyutlama konusundaki çağrışımından elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel soyutlama kavramını çok yönlü ve farklı şekillerde algıladıklarını göstermektedir. Bazı adayların soyutlamayı, günlük yaşam durumlarının matematiksel olarak ifade edilmesi ve böylece çözüme ulaşılması süreci olarak tanımlamaları; matematiksel soyutlamanın yalnızca soyut bir düşünce eylemi değil, aynı zamanda somut durumların matematiksel dil aracılığıyla yeniden yapılandırılması olarak da algılandığını göstermektedir. Bu bulgu, özellikle Arcavi (2003)'ün vurguladığı, matematiksel düşüncenin somut bağlamlardan soyut yapılara geçişle şekillendiği yaklaşımıyla paralellik göstermektedir.

Bulgular ayrıca bazı adayların soyutlamayı, problem çözümünü genelleyerek yeni durumlara aktarma veya kurallar geliştirme süreci olarak yorumladığını ortaya koymuştur. Bu durum, Tall (2004)'ün matematikte soyutlamanın, örneklerden genel ilkelere geçiş süreci olduğu yönündeki yaklaşımını desteklemektedir. Öte yandan, adayların bir kısmının soyutlamayı problem durumlarını denklem, model, şekil veya grafik gibi temsillerle ifade etme

süreci olarak görmesi, Goldin ve Kaput (1996)'ın temsil sistemlerinin matematiksel soyutlamada oynadığı temel role işaret eden çalışmalarını da doğrulamaktadır.

İlginç olarak, adayların bazılarının matematiğin soyut yapısını somut hale getirme ya da somut olanı soyut hale getirme şeklinde iki yönlü ve hatta birbirine zıt biçimde tanımlaması, soyutlama kavramının karmaşık ve çok boyutlu doğasını göstermektedir. Bu bulgu, Sfard (1991)'ın matematiksel düşünmenin iki yüzü olan “içselleştirme” ve “dışsallaştırma” süreçleri hakkındaki görüşleriyle de örtüşmektedir. Ayrıca bazı adayların soyutlamayı yalnızca matematiksel ifadelerle problemi tanımlama eylemi olarak görmesi, soyutlamayı daha mekanik ve sembolik bir süreç olarak algıladıklarına işaret etmektedir. Bu durum, matematik öğretiminde soyutlamanın sadece sembolleştirme değil; anlam inşası ve genelleme süreci olduğunun daha açık şekilde vurgulanması gerektiğini göstermektedir.

Çalışmada adayların matematiksel modelleme ve soyutlama süreçleri arasındaki ilişkiye dair görüşleri de dikkat çekicidir. Bulgular, adayların büyük çoğunluğunun bu iki süreci birbirini tamamlayan, etkileşimli ve döngüsel bir yapı olarak gördüklerini ortaya koymuştur. Bu sonuç, Blum ve Leiß (2007)'in modellemenin soyutlama süreciyle nasıl iç içe geçtiğini açıklayan çalışmalarını ve Dreyfus (2007)'in soyutlamanın “iç içe epistemik eylemler modeli”nde modelleme ile olan bağına desteklemektedir. Örneğin, bazı adaylar modelleme sürecini soyutlamanın bir basamağı veya ön koşulu olarak tanımlarken, bazıları da soyutlamanın modellemenin daha etkili gerçekleşmesine katkı sağladığını ifade etmiştir.

Bulgular ayrıca modelleme ve soyutlamanın yalnızca ardışık süreçler değil, aynı zamanda birbirine dönüşebilen ve döngüsel olarak ilerleyen süreçler olarak algılandığını göstermektedir. Bu, Stillman, Brown ve Galbraith (2010) gibi araştırmacıların, matematiksel modellemenin öğretim sürecinde soyutlama becerilerinin gelişimine katkıda bulunduğu yönündeki bulgularıyla da uyumludur. Ayrıca, modelleme sürecinin öğrencilerin problem durumlarını daha somut biçimde ele almalarını sağlayarak soyutlamaya zemin hazırladığı; soyutlamanın ise modelleme sürecine derinlik kazandırdığı anlaşılmaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının matematiksel soyutlama ve modelleme süreçlerini farklı biçimlerde tanımlamalarına rağmen, genel olarak bu iki süreci bağlantılı ve karşılıklı etkileşim içinde gördüklerini göstermektedir. Literatürde de destek bulan bu bulgu, öğretmen yetiştirme programlarında soyutlama ve modelleme becerilerinin birlikte ve bütüncül bir yaklaşımla ele alınmasının önemine dikkat çekmektedir. Ayrıca, soyutlamanın

yalnızca sembolleştirme değil; genelleme, anlam kurma ve temsiller aracılığıyla zihinsel yapıların inşası süreci olduğunun vurgulanması, adayların bu kavramı daha derinlemesine anlamalarına katkı sağlayacaktır.

5.2. Öneriler

Bulgulardan yola çıkarak oluşturulabilecek öneriler kapsamında yalnızca modelleme temsil ve ilişkilendirme kapsamında yorum yapılmakta ve bunlar doğrultusunda soyutlama tanımı ortaya çıkmaktadır. Bu noktada, öğretmen adaylarının matematiksel soyutlama ve soyutlama basamaklarını kavrayabilmeleri için, matematiksel modelleme gibi derslerin içeriğine matematiksel soyutlama bileşenlerinin de dâhil edilmesi; böylece adayların, aslında bu basamaklarda çalıştıklarının farkına varmalarının sağlanması önerilmektedir.

Gelecekte yapılacak çalışmalar, bu süreci etkileyen diğer değişkenleri (örneğin öz-yeterlik, düşünme stilleri, öğretim yöntemleri vb.) daha ayrıntılı biçimde inceleyerek, matematiksel soyutlamanın öğretimsel olarak nasıl daha nitelikli desteklenebileceği üzerine odaklanabilir. Ayrıca matematiksel soyutlamanın, yalnızca bireysel beceri değil, aynı zamanda sosyal ve kültürel bir öğrenme süreci olarak ele alındığı sosyokültürel modeller çerçevesinde de incelenmesi önerilebilir (Radford, 2003; Ahsbahs, 2004).

Bunun yanında, matematik öğretmen adaylarının temsil kullanımı, ilişkilendirme ve modelleme gibi bilişsel becerileri; soyutlamanın indirgenmesi gibi farklı teorik çerçeveler doğrultusunda incelenerek bu becerilerin gelişim süreçleri daha derinlemesine analiz edilebilir.

KAYNAKLAR

Ahsbahs, B. A. (2004). *Towards the emergence of constructing mathematical meanings*. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 119–126). Bergen University College.

Altıntaş, İ. (2016). *Matematiksel modelleme ve matematik öğretimi*. Pegem Akademi.

Altun, M. (2020). *Matematik okuryazarlığı el kitabı*. Aktüel Yayınları.

Altun, M. (2020). Bir yeterlik alanı olarak matematiksel modellemenin yeniden gözden geçirilmesi. *International Conference on Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education*, 319–328.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237–271.

Aramış, Z. F. (2021). *7. sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında oran ve orantı konusunda bilgi oluşturma süreçleri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.
<https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>

Aydın, K. (2022). *Gerçek yaşam problemleriyle tasarlanan öğretimin ortaokul öğrencilerinin matematiksel soyutlama becerilerine etkisinin incelenmesi: RBC+C modeli* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi.

Bayraktar, F. (2020). *Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin çarpanlar ve katlar konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli ile incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Fırat Üniversitesi.

Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). A proposed conceptual framework for enhancing the use of making connections skill in mathematics teaching. *Eğitim ve Bilim*, 41(183).
<https://doi.org/10.15390/EB.2016.4764>

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12)* (pp. 222–231). Horwood Publishing.

Brown, R. (2002). Mathematical modeling in the international baccalaureate, teacher beliefs and technology usage. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 21(2), 67–74.

Bulut, S. (2018). *Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin üçgende alan bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi.

- Camcı, F. (2018). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- Can, M. (2011). *Matematiksel soyutlama ve soyutlamanın indirgenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi.
- Çağlar Coşar, M. (2021). *Öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Demir, B. (2022). *Matematiksel modellemenin yaşama yansıma sürecinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Bursa Uludağ Üniversitesi.
- Dienes, Z. P. (1967). On abstraction and generalization. *Harvard Educational Review*, 31, 281-301.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context: The nested epistemic actions model. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5)* (pp. 111–120). European Society for Research in Mathematics Education.
- Dreyfus, T., and Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 271-300.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2015). The nested epistemic actions model for abstraction in context: Theory as methodological tool and methodological tool as theory. In A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education (Advances in Mathematics Education)*, pp. 185–217). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_8
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.
- Ertem Akbaş, E., Cancan, M., & Toygan, T. (2022). Ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 427–448. <https://doi.org/10.29299/kefad.881356>
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (pp. 397–430). Lawrence Erlbaum Associates.
- Groshong, K. A. (2018). *Defining mathematical modeling for K-12 education* (Ph.D. thesis). The Ohio State University. <https://etd.ohiolink.edu/>

Gürlek, A. (2023). *8. sınıf öğrencilerinin dik dairesel koninin yüzey alanı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli kullanılarak incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi.

Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 417–424). Springer.

Hankinson, R. J., White, S., Koons, R., Bonevac, D., & Asher, N. (2009). On fictionalism in Aristotle's philosophy of mathematics.

Hazzan, O. (1999). Reducing abstraction level when learning abstract algebra concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 71–90.

Hazzan, O. (2001). Reducing abstraction: The case of constructing an operation table for a group. *Journal of Mathematical Behaviour*, 20(2), 163–172.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195–222.

Kalelioğlu, Z. (2023). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme ve matematiksel ilişkilendirme öz yeterliliklerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi.

Kelikli, M. (2017). Aristotle's Philosophy of Mathematics and Mathematical Abstraction. *Beytulhikme: An International Journal of Philosophy*, 7(2), 33–49.
<https://doi.org/10.18491/beytulhikme.375777>

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2010). Justification enlightenment and combining constructions of knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 75–93.
<https://doi.org/10.1007/s10649-009-9228-7>

Koyuncu, İ., Guzeller, C., & Akyüz, D. (2016). The development of a self-efficacy scale for mathematical modeling competencies. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 4(1), 19–36.

Köse Tunalı, Ö. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Uludağ Üniversitesi.

Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349–371.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.),

Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching (pp. 3–33). Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2–3), 109–129.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113–142.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. MEB Yayınları.

Mitchelmore, M. C. (2002). The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge. *Paper presented at the East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Southeast Asian Conference on Mathematics Education*, 157–167.

Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: Öğretmen adayları örneği. *Education Sciences*, 8(3), 323–345.

Özgen, K. (2016). A theoretical study on the mathematical connection. *International Conference on Research in Education and Science*, 19(22), 235–245.

Özmantar, M. (2005). *An investigation of the formation of mathematical knowledge* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Leeds Üniversitesi.

Öztürk Başeğmez, K. (2023). *RBC soyutlama modeline göre düzlemde öteleme ve dönme kavramının farklı düşünme yapılarına sahip öğretmen adayları üzerinde incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. and Hershkowitz, R. (2004). *Teacher guidance of knowledge construction*. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 4.* (pp. 169-176). Bergen, Norway: PME.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36. <https://doi.org/10.1007/BF00302715>

Stillman, G., Brown, J., & Galbraith, P. (2010). Research into teaching and learning in mathematical modelling: Some findings of a research team. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 515–529). Springer.

Şenay, Ş. C. (2014). *Matematik öğretmen adaylarının sayılar teorisine yönelik soyutlamayı indirgeme eğilimlerinin düşünme stilleri ve matematik öz yeterlikleri ile ilişkisinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi.

Tall, D. (2004). Thinking through three worlds of mathematics. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 281–288).

Tanju, B. (2020). *Matematik öğretmen adaylarının temsil ve ilişkilendirme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.

Tekin Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (1996). *Matematiksel düşünme* (2. basım). Remzi Kitabevi.

Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.

Zembat, İ. Ö., Bingölbali, E., & Arslan, S. (2016). *Matematik eğitiminde teoriler*. Pegem Akademi Yayıncılık.

EKLER

EK.1 Caddede Park Yeri Modelleme Problemi

Bu çalışma matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme süreçlerinin matematiksel soyutlama kapsamında incelenmesi ve ortaya koyulması amacı ile hazırlanmıştır. Bu kapsamda Caddede Park Yeri Modelleme Problemine ilişkin İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Testine vereceğiniz cevaplar çalışmamıza ışık tutacaktır. İlginiz için teşekkür ederim.

1. Cinsiyetiniz: Kadın () Erkek ()

2. Caddede Park Yeri Modelleme Problemi



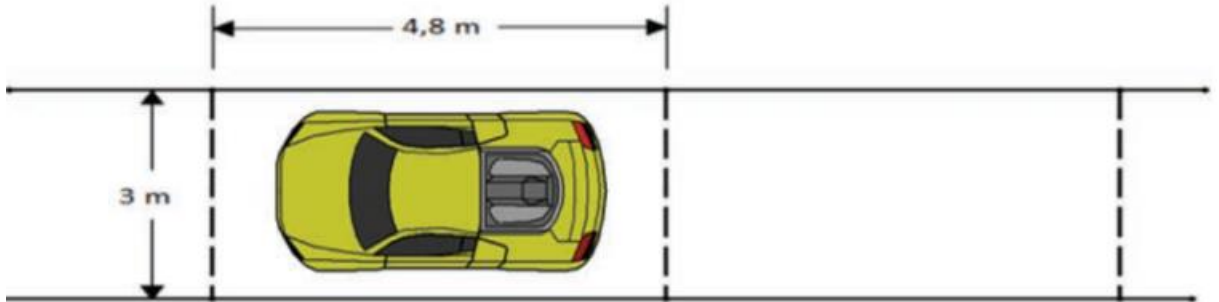
Bir şehir planlamacısı iki yönlü bir yolun kenarında, evlerin önünde araba park yeri tasarlamak için sizden yardım istiyor. Şehir planıcısının amacı caddede park edilebilecek araç sayısının en fazla olacağı düzeni sağlamaktır. Park yeri olarak kullanılacak yer yolun 150 m uzunluğundaki kısmını oluşturuyor. Yolun toplam genişliği 18m'dir. (bkz. Şekil 1). Bu yolda hem iki yönlü trafik işlemeli hem de yolun iki tarafında arabalar park edebilmelidir. Şekil 1’de görüldüğü gibi yolun bir şeridi, şerit çizgisi dâhil 4,5 m ve yolun kenarındaki bir araç park alanının genişliği de 4,5 m’dir. Bir arabanın güvenli bir şekilde park edilebilmesi için yolda şerit çizgileri dahil 3

m genişliğinde 4,8 m uzunluğunda dikdörtgensel bir alan ayrılmalıdır. Bu alan, yola paralel olabileceği gibi (bkz. Şekil 2a) açılı olarak da tasarlanabilir (bkz. Şekil 2b) ancak bu durumda araçlar yola taşmamalıdır.

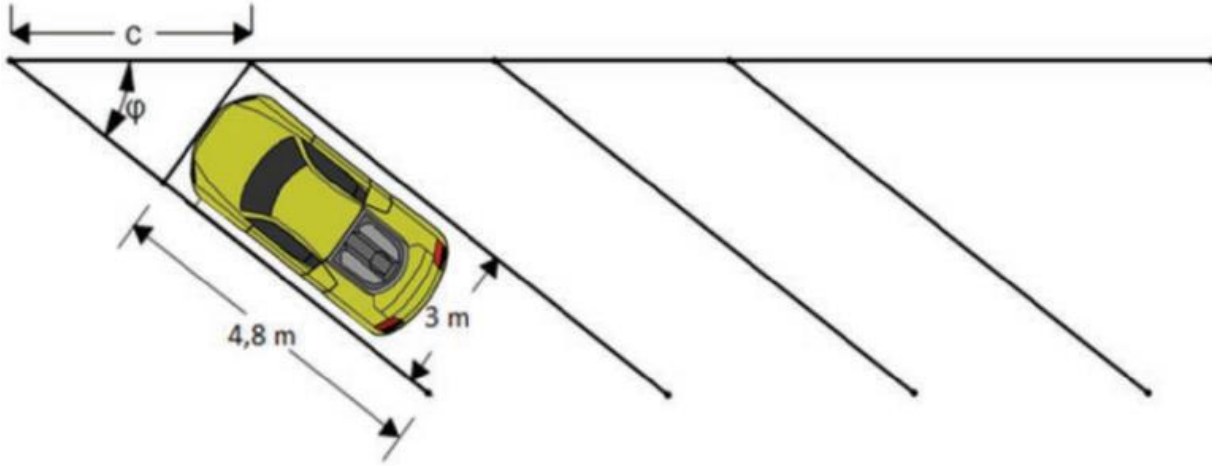


Sizden istenen yolun bu 150 m'lik kısmına en fazla sayıda araç park edilebilecek şekilde yola paralel, dik veya açılı park yerleri tasarlamanızdır. Araba park yeri tasarımınızda aşağıdaki çizimlerden yararlanabilirsiniz.

Paralel Araba Park Tasarım Yeri



Açılı Araba Park Tasarım Yeri



Eğer araç park alanının genişliği için bir tarafta verilen 4,5 m sınırlaması olmasaydı yolun toplam genişliği (18 m) ve yol genişliği ($4,5 \text{ m} + 4,5 \text{ m} = 9 \text{ m}$) sabit kalmak şartıyla şehir planlamacısına en fazla sayıda araç park edilebilmesi için nasıl bir park tasarımı önerisinde bulunurdunuz? Nedenleriyle açıklayınız.

EK.2 İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketi

Yukarıdaki problem durumuna uygun olarak aşağıdaki İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Testi sorularını cevaplayınız.

Cinsiyetiniz: Kadın () Erkek ()

İlişkilendirme ve Temsil Becerileri Tespit Anketi

1. Problemi açıklayınız?
2. Size göre buradaki stratejik etken (değişken) nedir?
 - a) Gerekli ve gereksiz bilgi ayrımı yaptığınızda gereksiz bilgi | gerekli bilgi nedir?
 - b) Problemi çözmek için ihtiyacınız olan bir bilgi var mı? Buna erişmek için ne yapacaksınız?
3. Problem durumunu matematiksel olarak ifade ediniz. (Uygun matematiksel notasyonları kullanarak matematiksel bir modelle ifade ediniz.)
 - a) Probleme ilişkin varsayımınız nedir?
4. Problem çözümüne ilişkin geliştirdiğiniz yol nedir? Çözümünüzü kısaca açıklayınız ve kısaca yorumlayınız.
5. Elde ettiğiniz çözümü kontrol edip doğrulayınız. Çözümünüzün doğruluğuna dair ispatlar sunarak çözümle ilgili genellemeler oluşturunuz.

EK.2 Matematiksel Soyutlama Anketi

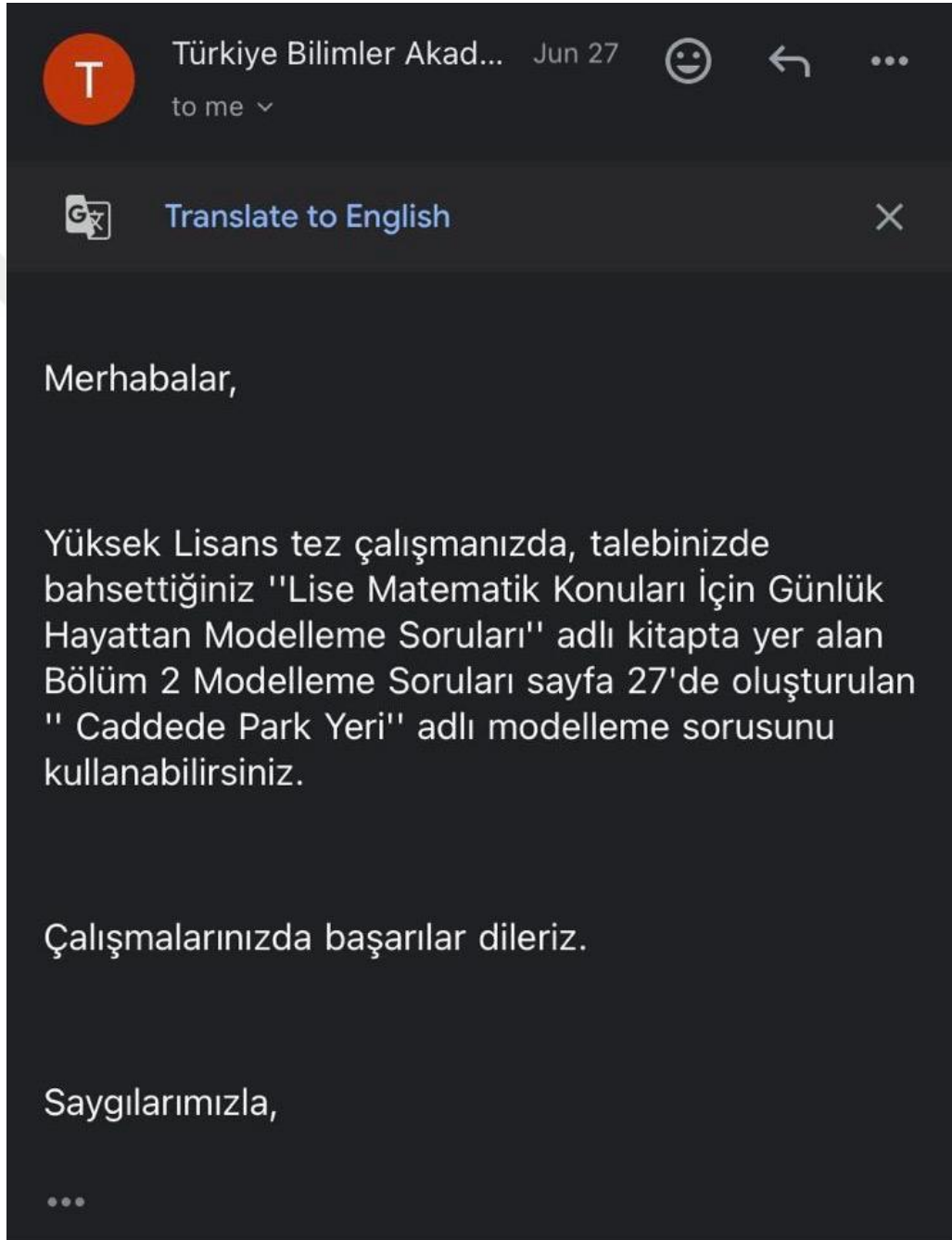
Bu çalışma matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme süreçlerinin matematiksel soyutlama kapsamında incelenmesi ve ortaya koyulması amacı ile hazırlanmıştır. Bu kapsamda Matematiksel Soyutlama Anketine vereceğiniz cevaplar çalışmamıza ışık tutacaktır. İlginiz için teşekkür ederim.

Cinsiyetiniz: Kadın () Erkek ()

Matematiksel Soyutlama Anketi

1. Problem çözme sürecinde kullandığınız bilgileri nasıl belirlediniz? Açıklayınız.
2. Sonuca ulaşmak için önceki bilgilerinizi kullandınız mı? Nasıl bir bağlantı kurdunuz açıklayınız.
3. Yeni bir yapıya ihtiyaç duyduunuz mu kısaca açıklayınız? Duyduysanız bu yeni yapıyı oluştururken nasıl bir yol izlediniz?
4. Çözümün devamlı olarak kullanılabilir hale getirilmesi için nasıl bir süreç izlediniz? Açıklayınız.
5. Eğitim sürecinizde matematiksel soyutlama kavramı ile karşılaştınız mı? Matematiksel soyutlama sizde ne çağrıştırmaktadır? Açıklayınız.

EK.3 Caddede Park Yeri Problemi İçin İzin Talebi



EK.4 Caddede Park Yeri Problemi İçin Yazarlardan Alınan İzin Talebi

S me Jun 26

Merhaba sayın Hocam;

Ben Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Yüksek Lisans Programı öğrencisi Sümeyra Tok. Yüksek Lisans tez çalışmamda "Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları" adlı kitapta yer alan Bölüm 2 Modelleme Soruları kısmında sayfa 27'de oluşturulan " Caddede Park Yeri" adlı modelleme sorusunu kullanmak üzere sizden izin istiyorum.

İzniniz olursa bahsi geçen modelleme sorusunu tez çalışmamda kullanmak istiyorum.

[VIEW ENTIRE MESSAGE](#)

erbas Jun 27
to me

[Translate to English](#)

Sümeyra Hocam,

Proje raporuna ve kitaba atıfta bulunarak kullanabilirsiniz.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.

İzin Talebi [Inbox](#)

S me Jun 26

Merhaba sayın Hocam;

Ben Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Yüksek Lisans Programı öğrencisi Sümeyra Tok. Yüksek Lisans tez çalışmamda "Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları" adlı kitapta yer alan Bölüm 2 Modelleme Soruları kısmında sayfa 27'de oluşturulan " Caddede Park Yeri" adlı modelleme sorusunu kullanmak üzere sizden izin istiyorum.

İzniniz olursa bahsi geçen modelleme sorusunu tez çalışmamda kullanmak istiyorum.

[VIEW ENTIRE MESSAGE](#)

MAHMUT KERTİL Jun 27
to me

[Translate to English](#)

Sümeyra merhaba,

Atıf vererek tabi ki kullanabilirsin. Kolaylıklar dilerim.

26 Haziran 2024 Çarşamba 18:22 tarihinde, Sümeyra Tok yazdı:

S me Jun 26

Merhaba sayın Hocam;

Ben Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Yüksek Lisans Programı öğrencisi Sümeyra Tok. Yüksek Lisans tez çalışmamda "Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları" adlı kitapta yer alan Bölüm 2 Modelleme Soruları kısmında sayfa 27'de oluşturulan " Caddede Park Yeri" adlı modelleme sorusunu kullanmak üzere sizden izin istiyorum.

İzniniz olursa bahsi geçen modelleme sorusunu tez çalışmamda kullanmak istiyorum.

[VIEW ENTIRE MESSAGE](#)

bcetinka Jun 28
to me, Kursat

[Translate to English](#)

Merhaba Sümeyra,

Caddede Park Yeri modelleme sorusunu ilgili kitaba atıf vererek yüksek lisans tez çalışmada kullanabilirsin. Çalışmada başarılar. Bülent Çetinkaya

--

Doç. Dr. Bülent Çetinkaya
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Eğitim Fakültesi

İzin talebi [Inbox](#)

S me Jun 26

Merhaba sayın Hocam; Ben Necmettin Erbakan Üniver...

A Arzu Aydoğan Jun 26
to me

[Translate to English](#)

Hocam izin veriyorum. Fakat bütün yazarlardan izin almanız gerektiğini hatırlatmak isterim. İyi çalışmalar

26 Haz 2024 Çar. saat 21:15 tarihinde Sümeyra Tok <[redacted]> şunu yazdı:

S me Jun 26
to Arzu

Çok teşekkür ederim Hocam.

EK.4 Bilgilendirilmiş Onam Formu



NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMALAR ETİK KURULUNA SUNULACAK
BİLGİLENDİRİLMİŞ ONAM FORMU

(Bireylerden veri toplamaya dayalı her türlü araştırmada alınacaktır. Katılımcı Bilgisi Olmadan Doldurulmalıdır)

Bu çalışma, Matematik Öğretmen Adaylarının Temsil, İlişkilendirme ve Modelleme Becerilerinin Matematiksel Soyutlama Kapsamında İncelenmesi başlıklı bir araştırma çalışmasıdır. Çalışma, Yüksek Lisans öğrencisi Sümeyra Tok tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile matematik öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve modelleme süreçlerinin matematiksel soyutlama kapsamında yapıları ortaya konacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, nitel araştırma yapılarak sizden veriler toplanacaktır.
- İsmınızı yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Bilgilendirilmiş Onam Formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Necmettin Erbakan Üniversitesi Matematik Eğitimi bölümünden Sümeyra Tok'a yöneltebilirsiniz.

Sorumlu Araştırmacı /Yardımcı Araştırmacı Unvan- Adı-Soyadı:

Doç. Dr. Bilge Peker / Lisansüstü Öğr. Sümeyra Tok

İmza :

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabilceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih: