

Total Görme Engelli Öğrencilerin Perspektifinden Üçgen Kavramı*

Tuğba HORZUM¹

Geliş Tarihi: 30.02.2016

Kabul Ediliş Tarihi: 04.08.2016

ÖZ

Bu araştırmada total görme engelli öğrencilerin üçgen kavramına ilişkin kavram imajları ve kavram tanımları araştırılmıştır. Bu amaçla total görme engelli 5 öğrenciye görüşmelerde 6 açık uçlu soru yöneltilmiştir. Katılımcılardan üçgen oluşturmaları için mıknatıslı materyalleri kullanmaları istenmiştir ve ayrıca bir soru kabartılmış çizimler aracılığıyla sunulmuştur. Nitel bir doğaya sahip olan bu araştırmada; görüşmeler, gözlem notları, kabartılmış çizimler ve öğrencilerin mıknatıslı materyallerle oluşturduğu geometrik şekillerin resimleri aracılığıyla elde edilen veriler gömülü teorinin teknikleri ve sürekli karşılaştırmalı analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, katılımcıların çoğunlukla kavram imajlarını kullandıkları ve üçgen tanımlarını eksik kullandıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca katılımcılar üçgen kavramı ile ilgili konum, isimlendirme ve sınıflandırma gibi bazı zorluklarla da karşılaşmışlardır. Son olarak üçgen kavramı için katılımcıların sahip oldukları kavram tanımı-kavram imajı hücreleri arasındaki ilişkilerin; sezgisel ve formal-sezgisel olmak üzere iki şekilde ortaya çıktığı tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: kavram tanımı, kavram imajı, üçgen, görme engelliler, total görme engelli öğrenciler

Triangle Concept from the Perspective of Blind Students

ABSTRACT

In this study, blind students' concept images and concept definitions regarding the triangle were investigated. For this purpose, 6 open-ended questions were asked to five blind students. The participants were asked to use the magnetic materials for constructing the triangle and one interview question was presented through a raised-line material. In this qualitative research, data obtained from the interviews, observation notes, the pictures of raised-line materials and geometric figures with magnetic materials constructed by participants, were analyzed through the grounded theory techniques and the constant comparative analysis method. As a result, blind students mostly used the concept images and rarely used incomplete concept definition. Besides, participants had difficulties regarding the triangle such as position and the angles of the triangle, naming, classification. Lastly, the relation between the concept image and the concept definition cells, which the participants utilized for the triangle was emerged in two ways namely heuristic and formal-heuristic.

Keywords: concept definition, concept image, triangle, visually impaired, blind students

*Bu makale yazarın doktora tezinin bir parçasıdır.

¹ Yrd. Doç., Dr. Necmettin Erbakan Üniversitesi, e-posta: thorzum@gmail.com

GİRİŞ

Geometri, bireylerin yaşadıkları dünyayı anlamalarına, eleştirel düşünmelerine ve sebep-sonuç ilişkisi kurmalarına yardımcı olmaktadır. Bu yönüyle hayatın bir parçası olan geometrinin, her bireyi-özellikle de total görme engelli öğrencileri (TGEÖ) ilgilendiren bir yönü olduğu düşünülmektedir. Nitekim çevremizde bulunan bütün nesneler ve cisimler birer geometrik yapı olarak karşımıza çıkmaktadır (Öksüz, 2010). Bu nedenle TGEÖ'in yaşadıkları dünyayı daha iyi algılayabilmeleri için, geometriyi ve geometri kavramlarını öğrenmelerinin büyük önem arz ettiği düşünülmektedir. Öte yandan geometrinin soyut yönünün varlığı da göz ardı edilemez. Nitekim geometri sadece kurallar, semboller, şekiller ve işlemler yığını olarak değil aralarında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dildir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Bu ilişkilerin kullanılmasıyla bireylerin anlamlı öğrenebilmeleri ve bilgilerinin kalıcılığı sağlanabilir. Dolayısıyla geometrinin öğrenilmesi; geometri şekillerinin özelliklerinin bilinmesine, bu şekillerin tanınmasına ve şekillerin özellikleriyle ilgili bilgi birikimine sahip olunmasına bağlıdır (National Council of Teaching of Mathematics [NCTM], 1989). Geometri kavramları, diğer matematiksel kavramlardan üç yönüyle farklılaşmaktadır. Bunlar o geometrik şekle ait imajlar, tanımlar ve sahip olduğu özelliklerdir (Fischbein, 1993). Buradaki geometrik şekle ait görsel imajların kavramdan çok daha ön plana çıkmasıyla (Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013) öğrencilerin geometri kavramlarını anlamakta zorluklar yaşadıkları ve istenilen kavramsallaştırmanın sağlanamadığı (Kaplan ve Hızarcı, 2005) düşünülmektedir. Alanyazında gören öğrencilerin geometri kavramlarında zorluklar yaşadıkları belirtilirken görme engelli (GE)² bireylerde ise bu tarz araştırmaların çoğunlukla çalışılmadığı görülebilir. Yapılan araştırmalarda da; beklenildiği gibi GE öğrencilerin zorluklar yaşadığı belirtilmiş olsa da (Klingenberg, 2007) beklenilenin aksine sonuçlar da verilmiştir. Örneğin; Kohonová (2007) GE öğrencilerin küp, prizma, piramit, silindir, üçgen, çember, yamuk, kare ve dikdörtgen gibi nesneleri şekil ve konum bakımından, gören öğrencilerden daha iyi ve daha kesin tanımlayabildiklerini ve ayrıca duyularına bağlı olarak temel geometrik şekilleri ve katı cisimleri isimlendirip, birbirlerinden ayırt edebildiklerini belirtmiştir. Kennedy (1993) ise TGEÖ'de üç boyutlu nesneler çizme yeteneğini gözlemlemiştir. Hatta bazı araştırmalar GE bireylerin görsel imaj ve hafıza yeteneklerinin şaşırtıcı bir düzeyde olduğunu (Landau, Spelke ve Gleitman, 1984; Landau, Gleitman ve Spelke, 1981) göstermektedir. GE bireylerin bu kapasiteleri; geometriyi ve dolayısıyla fiziksel dünyayı anlamaları için fırsatlar oluşturabilir. Buradan hareketle; TGEÖ'in geometri kavramlarına ilişkin kavram imajlarının incelenmesinin değerli olduğu düşünülmektedir.

² GE ifadesi, az gören ve TGE bireyleri temsil eden şemsiye terim olarak kullanılmıştır. TGE bireyler, ileri derecede görme keskinliği kaybı olan, öğrenmesini dokunarak ve işiterek sürdürmeye gereksinimi olan bireylerdir. Az görenler ise görme duyusunu öğrenme amacıyla kullanabilen bireylerdir.

Matematik kavramlarına ait isimler duyulduğunda veya görüldüğünde; bu isimler uyarıcı etki oluşturarak, bireylerin zihninde bir takım yapıların çağrıştırılmasına neden olmaktadır. Bu yapılar kavram imajı olarak adlandırılmış ve daha sonra alanyazında kavram imajı (Kİ) - kavram tanımı (KT) ayrımı ele alınmıştır (Tall ve Vinner, 1981). Tall ve Vinner kavram tanımını, kavramı belirten kelimelerin formu şeklinde tanımlarken Vinner kavramı, kesin bir şekilde belirleyen kelimeler ve semboller bütünü olan ve matematikçiler tarafından kabul gören ifadeler olarak tanımlamıştır. Öte yandan Kİ ve KT arasında bazı ilişkiler söz konusudur. Buna göre; Kİ'leri, kavram tanımı (KT) ve örnekleri ile oluşan öğrenci deneyimlerinin bir sonucudur (Vinner ve Dreyfus, 1989). Dolayısıyla bilişsel yapı geliştikçe bu imajlar da gelişebilir. Ancak KT'nı biliyor olmak o kavramı anlamayı garantilememektedir (Vinner, 1991). Nitekim matematikçiler tarafından formüle edilen kavramlar ile öğrenciler tarafından yorumlanan kavramlar arasında uyumsuzluklar olduğu bilinmektedir (Tall, 1992). Bu noktada alanyazında da belirtilen Kİ-KT arasındaki bilişsel yapının önemi ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada da temel olarak ele alınan bu bilişsel yapıda iki hücre bulunmaktadır ve bunlardan biri Kİ, diğeri ise KT'dır (Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 1991). Alanyazında bireylerin kavram tanımını, kavram imajının bir parçası olarak ele alan çalışmalar var olsa da (Tall, 1988, 2005) bu çalışmada kişisel kavram tanımı, formal kavram tanımından farklı olarak değerlendirilmiş ve kavram tanımı olarak formal kavram tanımı ele alınmıştır. Çünkü formal olmayan tanım, formal tanımın bireyler tarafından yeniden yapılandırılması ve bireye özgü yönlerinin ortaya çıktığı durumdur (Delice ve Sevimli, 2011). Buna göre kavram tanımı, öğrenciye hazır olarak verilse de, öğrenci tarafından yapılandırılrsa da zaman içinde değişebilmektedir. Bu yapısı ile kişisel kavram tanımı, formal kavram tanımından farklıdır.

Ortaokul matematik dersi öğretim programında öğrencilerden temel geometrik kavramları isimlendirmeleri, onların temel özelliklerini açıklayabilmeleri ve bunlara ilişkin görselleri oluşturabilmeleri hedeflenmiştir (MEB, 2013). Bu nedenle bu çalışmada temel geometri kavramlarından biri olan üçgen kavramı ele alınmıştır. Üçgen kavramı için iki tanım göz önüne alınmıştır. Birincisi Tanton (2005:505) tarafından verilmiştir. Buna göre; üç kenarı olan bir çokgene üçgen denir. Yani, düzlemde doğrusal olmayan üç noktayı (üçgenin köşeleri) birleştiren üç doğru parçası (üçgenin kenarları) tarafından şekillendirilen kapalı geometrik şekildir. İkincisi ise Leff (2009:7) tarafından verilmiştir. Burada da üçgen; doğrusal olmayan üç noktayı, her biri bu noktaların ikisini bitiş noktası olarak kabul eden, birbirinden farklı üç doğru parçasıyla birleştirerek oluşturulan geometrik şekildir. Bu tanımlar bağlamında çalışmada TGEÖ'nün üçgen kavramına ilişkin anlayışlarının Kİ-KT perspektifiyle belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. TGEÖ'nün üçgen kavramına ilişkin sahip oldukları Kİ'leri nasıldır?
2. TGEÖ'nün üçgen kavramına ilişkin sahip oldukları KT'leri ve Kİ-KT arasındaki ilişki nasıldır?

Bu araştırma, TGEÖ'nün geometri öğretimine ışık tutabilme kapasitesi yönüyle diğer araştırmalardan farklılık göstermektedir.

YÖNTEM

Araştırma modeli

Bu araştırma TGEÖ'ın üçgen kavramına ilişkin zihinsel yapılarını araştırdığı için nitel bir yaklaşımı kullanmayı gerektirmektedir. Bireylerin matematiksel bir kavramı zihinlerinde farklı şekillerde yapılandırdıklarına ilişkin olgu göz önüne alınarak, TGEÖ'ın üçgen kavramına ilişkin Kİ-KT yapıları ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Burada bir ya da birkaç durumun derinliğine araştırılması ve farkında olunan ancak derinlemesine ve ayrıntılı bir anlayışa sahip olunmayan olguların araştırılması (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 72-77) amaçlandığından; durum çalışması ve fenomenoloji bu çalışmanın yöntemini oluşturmaktadır.

Katılımcılar

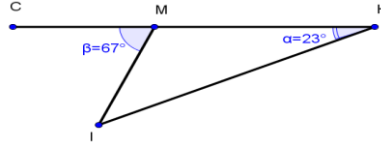
Bu araştırmanın katılımcılarını, GE öğrencilere eğitim desteği veren bir dernekte bulunan az gören 2 kız öğrenci ve bir görme engelliler ortaokulunda öğrenim görmekte olan 5 TGEÖ (Ö₁, Ö₂, Ö₃, Ö₄, Ö₅) oluşturmaktadır. Araştırmanın pilot çalışması az gören iki öğrenciyle ve asıl uygulaması ise matematik dersi almış olan 5 TGEÖ ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler ders içi ve ders dışı gözlemler, matematik öğretmenlerinin görüşleri, gönüllülük ve veli izni göz önüne alınarak belirlenmiştir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Veriler iki farklı görüşme protokolü, gözlem notları, katılımcıların mıknaatılı materyallerle oluşturdıkları geometrik şekillerin ve kabartılmış çizimlerin (raised-line³ materyallerin) resimleri aracılığıyla elde edilmiştir. İç geçerliği sağlamak için, görüşme soruları hazırlanırken alanyazından faydalanılmıştır. Araştırmanın kapsam geçerliliğini sağlamak için ise hazırlanan taslak görüşme soruları için 7 uzmanın (doktoralı üç matematik eğitimcisi ve bir pür geometrici, bir matematik eğitimi doktora öğrencisi, GE öğrencilere matematik öğretimi gerçekleştiren iki öğretmen) görüşüne başvurulmuştur. Pilot çalışma sonrasında açık uçlu 6 adet görüşme sorusu elde edilmiştir. Katılımcıların yorulmaları sebebiyle 3'er soruluk iki görüşme protokolü şeklinde uygulanan görüşme soruları aşağıdaki gibidir:

1. Bilmeyen birine üçgen kavramını ve özelliklerini nasıl anlatırsınız?
2. Üçgenler hangi kriterlere göre sınıflandırılabilir? Neden?
3. Üç tane üçgen oluşturunuz. Bu şekillerin hangi özellikleri onların çokgen olmasını sağlamaktadır?
4. Bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söylenebilir?
5. Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz? [iki dar açısının ölçüsü toplamı 90° olan bir üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?]
6. Bir nehir kenarında H ve M olarak adlandırılan iki ev vardır. Bu evler aşağıdaki şekilde konumlandırılmıştır. Buna göre I açısının ölçüsünü bulunuz.

³ Raised-line, bir düzlem üzerinde şekilleri temsil eden kabartma şekiller yardımıyla öğrenmeyi mümkün kılan dokunsal bir yöntemdir.



Görüşmeler esnasında katılımcılardan geometrik şekilleri oluşturmaları için mıknatıslı çubukları, mikro topları kullanmaları istenmiştir. Ayrıca son soru kabartılmış çizimler aracılığıyla öğrencilere sunulmuştur. Uygulamaya başlamadan önce katılımcıların mıknatıslı ve kabartılmış çizimlere aşina olmaları için yeterli süre verilmiştir. Uygulama sürecinde ise öğrencilerden mıknatıslı materyallerdeki uzun parçaların ip gibi ince olduklarını, mıknatıslı topların ise noktayı temsil ettiklerini düşünmeleri istenmiştir. Ayrıca katılımcılardan, zihinlerinde canlanan yapıları olabildiğince ayrıntılı açıklamaları veya oluşturmaları istenmiştir.

Ses ve video kaydıyla elde edilen veriler yazılı hale dönüştürülerek araştırmacı tarafından farklı zaman dilimlerinde tekrar tekrar kontrol edilmiştir. Daha sonra yazılı veriler içerisine, öğrencilerin oluşturdukları geometrik şekillerin fotoğrafları, araştırmacı gözlemleri ve öğrencilerin imaları eklenmiştir. Verilerden elde edilen temalar ve temaları oluşturan alt temaların kendi aralarındaki ilişkisi kontrol edilerek bütünlük sağlanmaya çalışılmıştır. Veriler önce tek-tek, daha sonra karşılaştırmalı olarak incelenmiş ve gömülü teorisinin veri analizi teknikleri ile (açık, eksensel, seçici kodlama) analiz desteklenmiştir. Verileri toplama ve analiz etme süreci eş zamanlı olarak gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda önce birinci görüşme protokolü uygulanarak analiz edilmiştir. Analiz sonucunda öğrencilerin anlaşılır olmayan ifadeleri hakkında tekrar görüşmeler yapılarak, elde edilen veriler analize dâhil edilmiştir. Ardından ikinci görüşme protokolü için de benzer işlemler gerçekleştirilmiştir. Son olarak birinci ve ikinci görüşme protokolünden elde edilen veriler karşılaştırılarak ortak temalar altında birleştirilmiştir. Ayrıca elde edilen kodlar başka bir araştırmacı tarafından kontrol edilmiştir. Bu kontrol neticesinde Miles ve Huberman'ın (1994) formülü $Güvenirlilik = \frac{Görüş\ Birliği}{(Görüş\ Birliği + Görüş\ Ayrılığı)}$ kullanılarak uyuma yüzdesi hesaplanmıştır. Yapılan bu işlem sonrasında %89 oranında bir uzlaşma sağlanmıştır.

BULGULAR

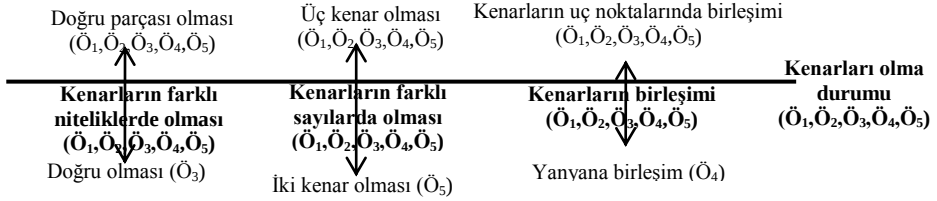
Bu bölümde TGEÖ'in üçgen kavramına ilişkin Kİ'ları ile KT'ları ve bu ikisi arasındaki ilişkiler ile ilgili bulgulara yer verilmiştir.

TGEÖ'in Üçgen Kavram İmajları

TGEÖ'in üçgen kavram imajları; *kişisel betimlemeler*, *üçgenleri sınıflandırma*, *üçgeni tanıma stratejileri* olmak üzere üç kategori altında incelenmiştir.

Kişisel Betimlemeler

TGEÖ'ın üçgen kavramını kenarları, açıları veya köşeleri olan bir geometrik şekil olarak tanımlamaları kişisel betimlemeler olarak adlandırılmıştır. Burada ilk olarak *kenarları olma durumu* ele alınacaktır. Bu kategoriye ilişkin kodlamalar Şekil 1 ile gösterilmiştir.



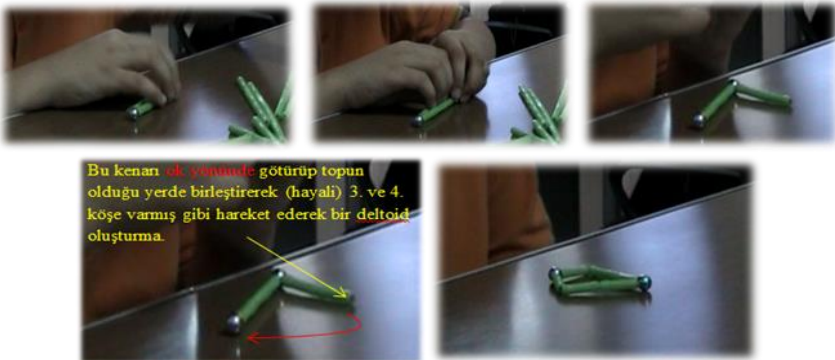
Şekil 1. Üçgenin Kenarları Olan Bir Geometrik Şekil Olması

Şekil 1'te görülebileceği gibi TGEÖ kenarların farklı nitelikleri olduğuna, farklı sayıda olduğuna ve uç noktalarında birleşim durumlarına değinmişlerdir. Burada *kenarların farklı niteliklerde olması*, kenarların doğru parçası veya doğru olduğunu belirten öğrenci ifadelerini temsil etmektedir. Örneğin $\ddot{O}_3$ 'ün aşağıdaki ifadeleri bu iki durumu yansıtmaktadır:

“şuradan şöyle geliyor sonra burdan. Aşağıya doğru inen bir [doğru] parçası olacak”

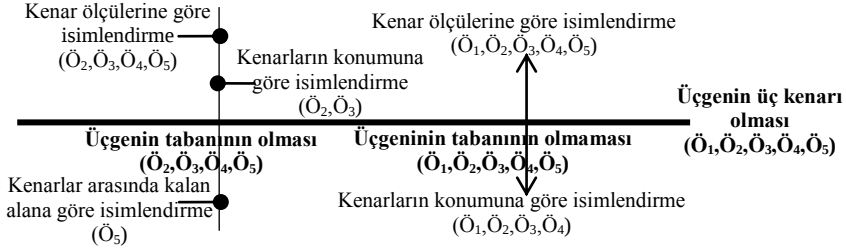
“açıların birleşmesi, doğruların [kenarları gösteriyor] birleşmesi gerekiyor”

Kenarların farklı sayılarda olması; üçgenin 2 veya 3 kenarının olduğunu belirten öğrenci ifadelerini temsil etmektedir. Tüm öğrenciler sözel ifadelerinde kenar sayısının üç olması gerektiğini vurgularken, $\ddot{O}_5$ üçgen oluştururken iki doğru parçasını kullanmıştır. Bu süreçte üçgen oluşturmakta zorlanan $\ddot{O}_5$ “*hum...da ben bunu nasıl yaptırcam?*” diyerek kenarların birleşimine dikkat çekmiştir. Ancak daha sonra yeni bir kenar daha kullanmaktansa her iki kenarı da ortasından ikiye bükerek deltoid oluşturma yoluna gitmiştir (Şekil 2).



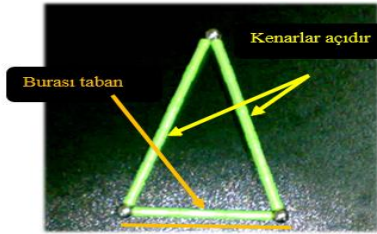
Şekil 2. $\ddot{O}_5$ 'in İki Doğru Parçası ile Oluşturduğu Üçgen

Üçgenin üç kenarı olduğunu belirten TGEÖ'den $\ddot{O}_1$ hariç tamamı üçgenin konumu ile ilgili çelişkili durumlara değinmişlerdir. Bu bağlamda *üçgenin tabanının olma(ma)sı* boyutları ortaya çıkmıştır (Şekil 3).



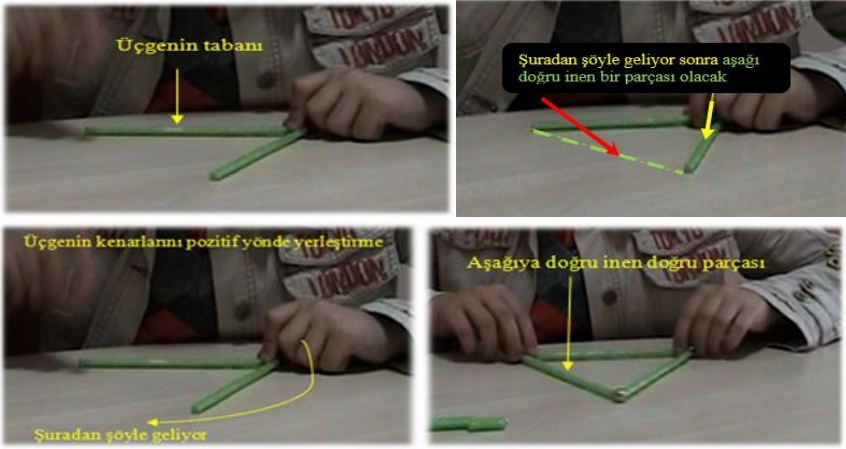
Şekil 3. Üçgenin Üç Kenarı Olması

Üçgenin tabanının olması ile katılımcıların bir kenarı x-eksenine paralel olacak şekilde üçgenleri konumlandırmaları veya bunu savunmaları ele alınmaktadır. Burada katılımcıların üçgenleri üç şekilde isimlendirme yoluna gittikleri belirlenmiştir: kenar ölçülerine, kenarların konumuna ve kenarlar arasında kalan alana göre. Örneğin; üçgen oluşturma sorusunda $\ddot{O}_2$ önce kenar uzunluklarının eşit olmasına dikkat ederek-tabanı olacak şekilde-eşkenar üçgenin ardından çeşitkenar üçgen oluşturmuştur. Bu üçgenin tabanı için ise “O kenarda hani üçgen oluşturan bir...kesin bişey zaten o hakkında, ya o hep aynıdır [sabit uzunlukta] bence” demiştir (Şekil 4).



Şekil 4. $\ddot{O}_2$ 'nin Üçgenin Tabanının Olmasına ilişkin Yorumları

$\ddot{O}_3$ ise aynı soru için kenarları eşkenar üçgen oluşturmuştur. Ardından “Üçgenin burası tabanı oluyor [gösteriyor] şura, şuradan şöyle geliyor uı sonra buradan... Aşağıya doğru inen bir [doğru]-parçası olacak” diyerek tabanın varlığına değinmiştir (Şekil 5).



Şekil 5. Ö₃'ün Eşkenar Üçgen Oluşturma Süreci

Öte yandan tüm öğrenciler üçgenin herhangi bir kenarının x-eksenine paralel olmadığı durumlarda da üçgen olmanın korunacağı şeklinde görüşlerini de ifade etmişlerdir. Bu durum üçgenin tabanının olmaması şeklinde adlandırılmıştır. Burada katılımcıların üçgenleri, kenar ölçülerine ve kenarların konumuna göre isimlendirdikleri tespit edilmiştir. Örneğin Ö₃ üçgenin tabanının olacağını ancak olmasa da üçgen olma özelliğini kaybetmeyeceğini ifade etmiştir. Ek görüşmelerde bu ifadesi hatırlatıldığında “*olacak yani mecbur hani üçgen olabilmesi için çünkü ikisinin birbirine birleşmesi gerekiyor*” diyerek kenarların birleşimine değinmiştir. Daha sonra ise şekil 6 ile verilen açıklamaları yapmıştır.



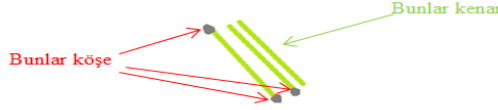
Şekil 6. Ö₃'ün Üçgenin Tabanı Olması Hakkındaki Açıklamaları

Ö₁ ise oluşturduğu eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgeni şekil 7’de gösterildiği gibi negatif ve pozitif yönde döndürerek, üçgeni tabanı olacak şekilde konumlanmasına dikkat etmemiştir.



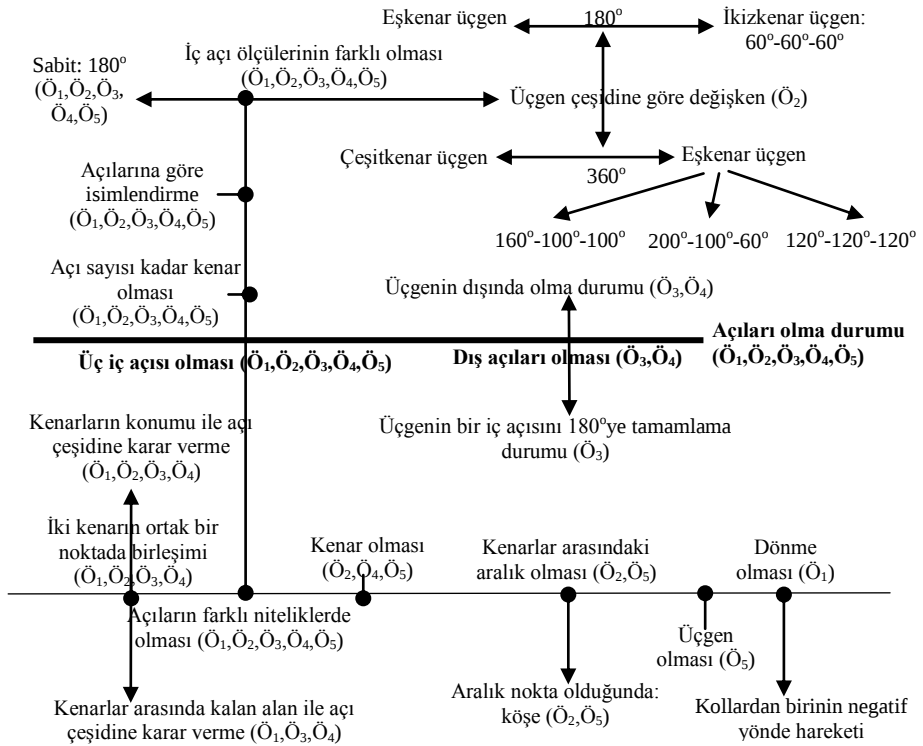
Şekil 7. Ö₁'in Oluşturduğu Üçgenin Konumdan Bağımsız Oluşu

Şekil 1’de de gösterildiği gibi tüm TGEÖ üçgen oluşturma sürecinde uç noktalarda birleşime dikkat etmişler veya bu durumu açıkça dile getirmişlerdir. Örneğin; $\hat{O}_4$ somut model ile [gönye] üçgeni anlatma yolunu tercih etmiş ve kenarların uç noktalarını göstererek “*kapalı olacak şöyle... Şuraları kapalı olacak*” demiştir. Bu ifadesiyle $\hat{O}_4$ kenarların uç noktalarında birleşeceğine değinmiştir. Ancak $\hat{O}_4$ üçgen oluşturma istendiğinde şekil oluşturmada zorluk yaşadığını ve üçgenin üç kenarının olacağını belirterek aşağıdaki şekli oluşturmuştur (Şekil 8).



Şekil 8. $\hat{O}_4$ ’ün Oluşturduğu Üçgen

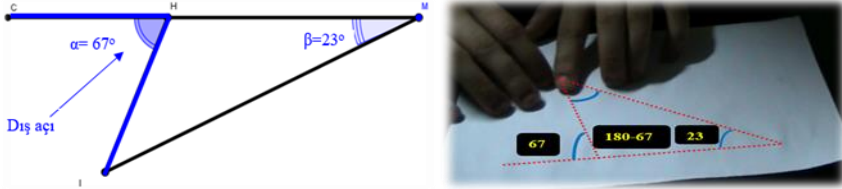
Kişisel betimlemelerden ikincisi *açıları olma durumudur*. Bu betimleme ile TGEÖ üçgeni açıları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlardır (Şekil 9).



Şekil 9. Üçgenin Açıları Olan Bir Geometrik Şekil Olması

Şekil 9’da görülebileceği gibi bu kategori TGEÖ’in üçgenin üç iç açısı ve dış açılarından bahsetmeleriyle şekillenmiştir. Burada üçgenin dış açılarının iki

şekilde yorumlandığı görülmektedir: üçgenin dışında olması ve bir iç açının ölçüsünü 180° 'ye tamamlaması. Örneğin; Ö₃ 6. soruda “şurası dış açı oluyor” diyerek üçgenin dışında olduğunu belirttiği dış açının ölçüsünü bulmak için “eğer bu taraf 67 ise bu iç taraftaki 23. 180° 'den 67 yani şuradaki uzunluğu [açıyı kastediyor] çıkarırsak.113 kalıyor” ifadesiyle dış açının bir iç açıyı 180° ye tamamladığını vurgulamıştır (Şekil 10).



Şekil 10. Ö₃'ün Dış Açı Anlayışı

Üçgende üç iç açı olması ile TGEÖ'in üçgende iç açı ölçüleri toplamının farklılaşması, açılarının farklı niteliklere sahip olması, açı sayısı kadar kenar sayısı olması ve üçgenin açılarına göre isimlendirilmesi ele alınmaktadır. Katılımcıların tamamı iç açı ölçülerinin sabit ve 180° olduğunu savunurken; Ö₂ aynı zamanda üçgen çeşidine göre bu toplamın değişkenlik gösterdiğini aşağıdaki ifadesiyle savunmuştur:

“Mesela bir üçgenin iç açılarının toplamı 360° 'dir. Mesela bir tanesi 100, öyle benden 120 olsun eem şimdi hani 120 cm. diğerleri de 120dir eşittir açılar. Yani hocam şimdi bakın. Açılar farklı olabilir ama buradaki amaç 360° 'a tamamlamaktır. İkizkenarsa mesela 60,60 olur, Yine 60...180 tamamlanır bu defada. İkizkenarsa 180 oluyor” (Ö₂)

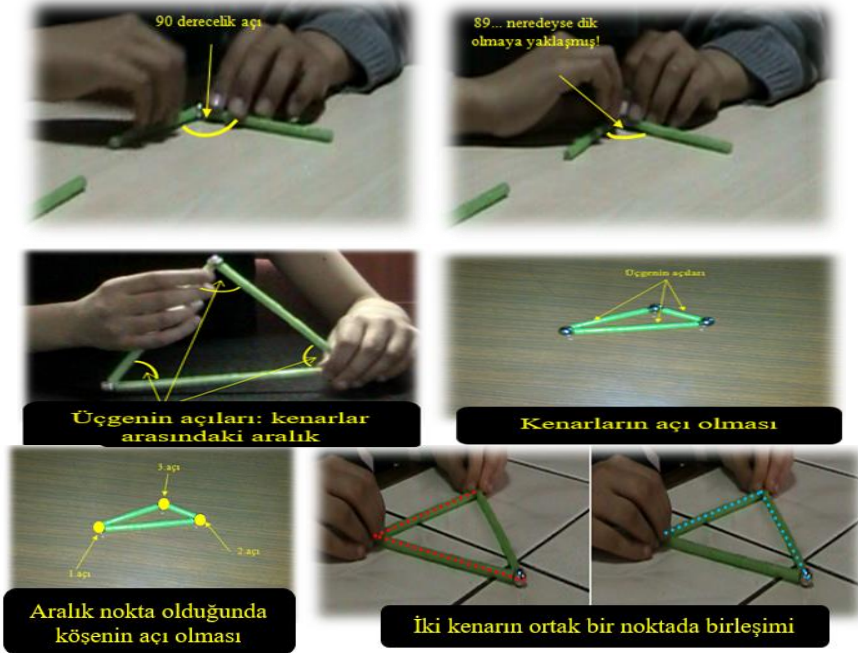
Katılımcı öğrencilerin üçgenleri açılarına göre de isimlendirdikleri tespit edilmiştir. İsimlendirme yapılırken, açı ölçülerinin eşitliği ve açı çeşidi TGEÖ tarafından dikkate alınmıştır (Şekil 11).



Şekil 11. Açılarına Göre Üçgenleri İsimlendirme

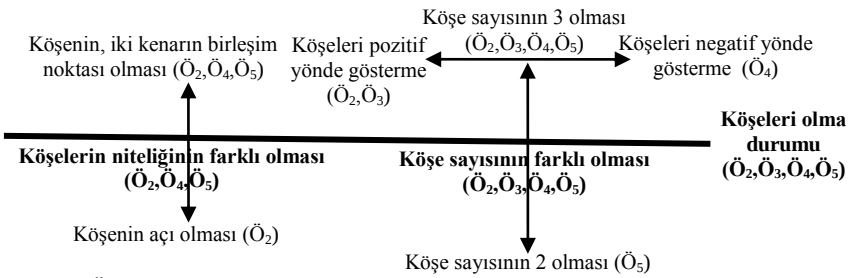
TGEÖ üçgende açılarının farklı niteliklerde olduğuna değinmişlerdir. Bunlar dönme, iki kenarın ortak bir noktada birleşimi, kenar olma, kenarlar arasındaki aralık olma (Şekil 12), üçgen olma şeklindedir. Ö₅, üçgenin bir açı olduğunu

“Açı bunların hepsi [üçgeni gösteriyor] yani hepsini kapsıyor” cümlesiyle ifade etmiştir.



Şekil 12. Üçgende Açı Nitelikleri

Kişisel betimlemelerden üçüncüsü *köşeleri olma durumudur*. Bu betimleme ile TGEÖ üçgeni köşeleri olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlardır (Şekil 13).



Şekil 13. Üçgenin Köşeleri Olan Bir Geometrik Şekil Olması

Şekil 13'ten görülebileceği gibi TGEÖ üçgende köşelerin farklı niteliklere sahip olduğunu ve köşe sayısının farklılaşabildiğini belirtmişlerdir. Burada köşelerin açı olarak görülmesi ve köşelerin iki kenarın birleşim noktası olarak nitelendirildiği görülmektedir. Örneğin; $\hat{O}_2$ oluşturduğu eşkenar üçgenin neden bir üçgen olduğunu açıklarken “Aynı zamanda 3 kenarının ve 3 köşesinin

bulunması. Köşelerinin birbirine eşit olması” ifadesini kullanmıştır. Burada Ö2’nin aslında köşe ile açıları kastettiği görülmektedir. Ö4 ise, çeşitkenar üçgen üzerinde önce kenarları göstermiş ardından “Şu köşesi şu köşesi. Bide şu köşesi” diyerek köşenin iki kenarın birleşim noktası olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde Ö5’te “Çıkıyor gibi hah...şurası...şura, Şurası [mıknatıslı toplar]” diyerek köşelerin iki kenarın birleşim noktası olduğunu göstermiştir.

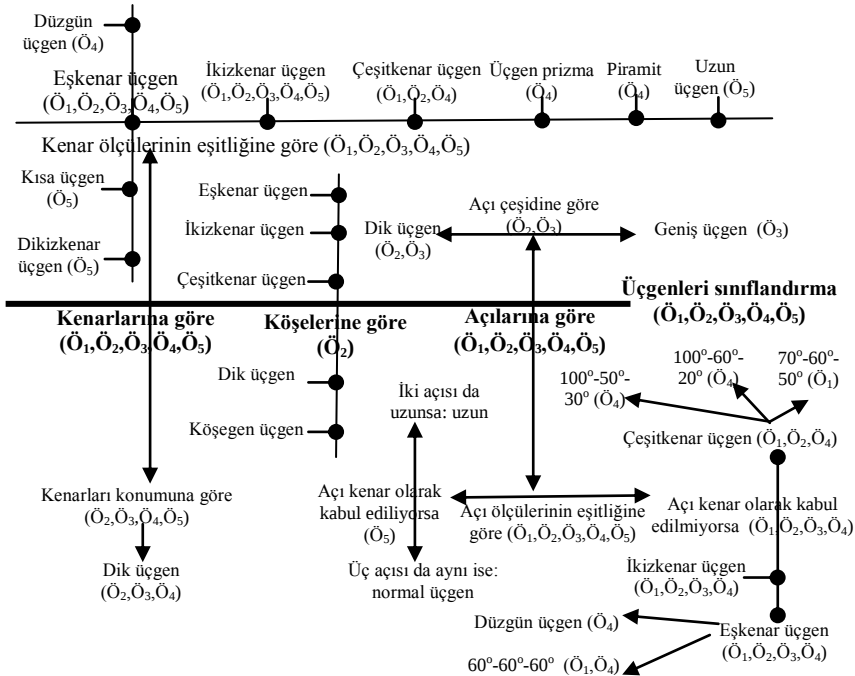
Tüm TGEÖ köşe sayısının üç olduğunda hem fikir iken Ö5 aynı zamanda köşe sayısının iki olabileceğini göstermiştir (Şekil 14).



Şekil 14. Ö5'in İki ve Üç Köşeli Üçgeni

Üçgenleri Sınıflandırma

TGEÖ’ün üçgen imajlarından biri de üçgenleri sınıflandırma kriterleri üzerinedir (Şekil 15).



Şekil 15. Üçgenleri Sınıflandırmaya İlişkin Kodlama

Şekil 15’de görülebileceği gibi TGEÖ üçgenleri kenarlarına, açılarına ve köşelerine göre sınıflandırmışlardır. TGEÖ, kenarlarına göre üçgenleri sınıflandırırken kenar uzunluklarına ve kenarların konumuna; açılarına göre sınıflandırırken ise açılarının eşitliğine ve açı çeşidine dikkat etmişlerdir. Aşağıda TGEÖ’in bu durumunu temsil eden bazı ifadeleri verilmiştir:

“Eşitliğine...Santimlerin eşitliğine göre...Eee başka iç açılara göre...İç açılarının derecelerine göre...açılarına göre sınıflandırırken mesela eşkenar üçgenin açıları...İç açıları 60° derece, olması lazım...60,60,60, İkizkenar...u...eem...Onunda açıları birbirinin...2 tanesi aynı mesela 60,60... Çeşitkenar da 70,60, ... 50° leri olur... İu çeşit... İkizkenarda da...70, 70, 40... diyebiliriz” (Ö₁)

“Dik açıda da bir kenarının dik olması gerekiyor...yani mesela burayı genişletirsek, şuradan burası geniş açı oluyor yani yine birleştikleri için üçgen oluyor [materyalle gösteriyor]” (Ö₃)

“Kenar uzunluklarına göre. Düzgün üçgen, eşkenar üçgen aynı şey zaten. Çeşitkenar ve ikizkenar üçgen. Üçgen prizması duydum. Piramitlerin şekli olan. Açılarına göre de sınıflandırabiliriz evet... İşte gene düzgün bütün iç açıları birbirine eşit olur mesela”(Ö₄)

Diğer katılımcılardan farklı olarak Ö₅, üçgenleri şekillerine göre sınıflandıracağını “Mesela uzun üçgen ikizkenarlı üçgenden daha değişik...yani. Uzun olmayla şunu demek istiyorum. bir kenarı 2 kenarı uzun ama bir kenarı kısa olan, Kısa da 3 kenarı da aynı. Oda galiba dikiz üçgen deniyor” cümleleriyle ifade etmiştir. Buradan Ö₅’in kenar uzunluklarına göre üçgenleri sınıflandırdığı ve “2 kenarı uzun bir kenarı kısa” olan üçgeni uzun üçgen olarak nitelendirdiği, ek olarak eşkenar üçgeni de hem kısa üçgen hem de dikiz üçgen olarak isimlendirdiği anlaşılmaktadır (Şekil 16).



Şekil 16. Ö₅’in Uzun (Dikiz) ve Kısa Üçgeni

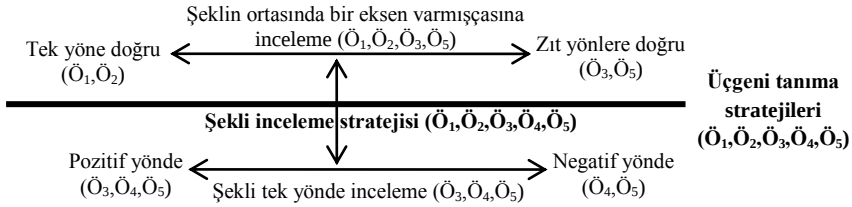
Ö₂ üçgenleri köşelerine göre sınıflandırma ile ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen, eşkenar üçgen, dik üçgen ve köşegen üçgen elde edileceğini şu sözlerle ifade etmiştir:

“Dediğim gibi ikizkenar. Her saydığım da, eee köşelerine, kenarlarına ve açılarına göre dediğimde de...üçü de aynı olur. İkizkenar, çeşitkenar eee eşkenar ve dik kenar üçgen...“köşegen. Köşegen miydi o...Köşegen üçgendiyse galiba, bişey üçgendiyse ama. Nasıldı ya hatırlayamıyorum şimdi. Köşegen miydi?...Çokgenlerde

olması lazım ama bi çeşit daha üçgen vardı ama köşelerine göre de öyle sınıflandırılabilir”

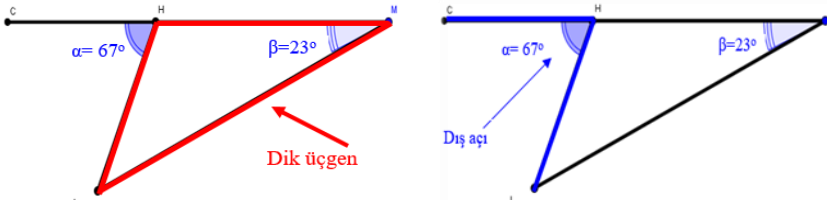
Üçgeni Tanıma Stratejileri

Üçgeni tanıma stratejileri, TGEÖ’ün üçgen oluştururken veya kabartılmış çizimlerde üçgeni belirlerken izledikleri yolları/gösterdikleri davranışları temsil etmektedir (Şekil 17).



Şekil 17. Üçgeni Tanıma Stratejilerine İlişkin Kodlama

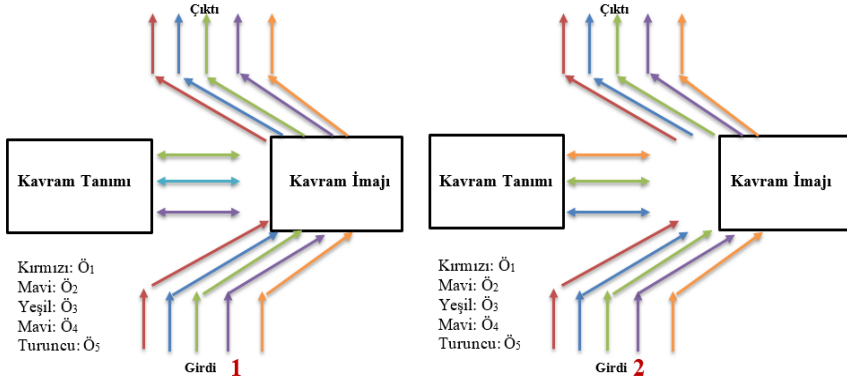
Şekil 17’den de görülebileceği gibi; TGEÖ’ün tümü şekli inceleme stratejisi kullanmışlardır: şekli tek yönde ve şeklin ortasında bir eksen varmışçasına inceleme. Örneğin; Ö3 önce materyali negatif yönde döndürmüş sonra pozitif yönde incelemiştir. Ardından şekli ortasında bir eksen varmışçasına zıt yönlerde doğru, daha sonra “*bu bir...[inceliyor] bir saniye*” diyerek pozitif yönde tekrar incelemiştir. Bu süreç tamamlandıktan sonra “*tamam burası bir dik üçgen... şurası dış açı oluyor*” diyerek şekli iki parça olarak yorumlamıştır (Şekil 18).



Şekil 18. Ö3’ün Kabartılmış Çizimi yorumlaması

TGEÖ’ün Üçgen Kavram Tanımları ve KT-Kİ Hücreleri Arasındaki İlişki

Bu bölümde öncelikle TGEÖ’ün Kİ-KT hücreleri arasındaki ilişkiler bir görsel şekilde verilerek, bu görsel üzerinden katılımcıların süreç içindeki Kİ ve KT kullanımları arasındaki geçişler bazı örnekler ile sunulmuştur. Burada her iki görüşme protokolünde de TGEÖ formal üçgen tanımını tam olarak kullanamadıkları tespit edilmiştir. Buna rağmen TGEÖ’ün kavram tanımını kullandıkları kabul edilmiştir. Ayrıca katılımcılar KT-Kİ hücreleri yaklaşımında iki farklı yol izlemişlerdir. Tüm öğrenciler birinci ve ikinci görüşmelerde ilk olarak Kİ’larına başvurmuştur. Bu bağlamda birinci ve ikinci görüşmelerde TGEÖ’ün hücreler arasında kullandıkları yollar şekil 19 ile verilmiştir.



Şekil 19. Birinci ve İkinci Görüşmelerde TGEÖ'nün KT-Kİ Yolları

Şekil 19'te görülebileceği gibi birinci görüşmelerde yalnızca $\hat{O}_2$, $\hat{O}_3$ ve $\hat{O}_4$ KT'nı kullanmışlardır. Örneğin; $\hat{O}_2$ üçgen oluşturma sorusunda farklı uzunlukta doğru parçalarının birleşimiyle çeşitkenar üçgen oluşturarak “*farklı kenarları farkındaysan eğer burası buraya [iki kenarı gösteriyor] eşit değil*” açıklamasını yapmıştır. Araştırmacı “*bu neden üçgen?*” diyerek $\hat{O}_2$ 'nin üçgen kavramına ait anlayışını ortaya çıkarmayı düşünmüştür. Bunun üzerine $\hat{O}_2$ “*2 kenarın farklı olmaları,...daha sonra...Diğerin de [ilk oluşturduğu üçgeni kastediyor] söylediğim gibi 3 kenarı olması. Aynı zamanda 3 köşesi olması*” diyerek üçgenin 3 kenarının ve 3 köşesinin varlığından bahsetmiştir. Bu ifadesi ile –her ne kadar açık bir şekilde dile getirmese de $\hat{O}_2$ -üçgen tanımı 1 ve 2'ye uygun [köşeler ile doğru parçalarının uç noktalarında birleşimini gösterdiği için]–ama eksik-KT'nı kullanmıştır. Yukarıdaki süreç göz önünde bulundurulursa $\hat{O}_2$ 'nin önce Kİ'na daha sonra KT'na daha sonra tekrar Kİ'na yönlendiği görülebilir.

Şekil 19'te görülebileceği gibi ikinci görüşmelerde $\hat{O}_2$, $\hat{O}_3$ ve $\hat{O}_5$ KT'nı kullanmışlardır. Örneğin; $\hat{O}_5$ “*bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söyleyebilirsin?*” sorusuna “*düzgün çokgen değil bence*” cevabını vermiştir. Bu da $\hat{O}_5$ 'in Kİ'nı kullandığını göstermektedir. $\hat{O}_5$ bu ifadesinin ardından “*Açıları birbirine eşitte değil düzgün olmadığı için*” diyerek ise üçgen kavramına ait imajını dile getirmiştir. $\hat{O}_5$ “*Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*” problemine ise “*Yani...Bu aslında...Düzgün çokgen...Yani*” diyerek yine üçgenin bir çokgen olduğuna değinmiştir. Araştırmacının “*Nasıl düzgün çokgen?*” demesi üzerine, $\hat{O}_5$ “*Düzgün üçgen, Yani hani bir kenarı 60° 'sa diğer 2 kenarı da 60° olur*” diyerek -her ne kadar açı ile kenarı özdeş tutsa da-üçgenin 3 kenarlı bir çokgen olduğuna değinmiştir. Buradan $\hat{O}_5$ 'in KT'ndan sonra Kİ'nı kullandığı söylenebilir.

SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışma TGEÖ'nün üçgen kavramını algılamalarını sorgulayan sorulardan elde edilen veriler paralelinde yapılmıştır. Üçgene ilişkin bu algılar TGEÖ ile ilgili

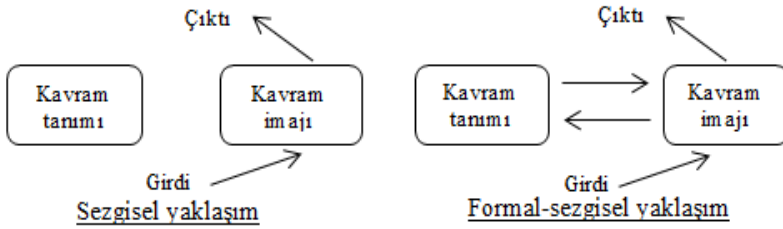
bazı profiller çizmeye imkân tanımaktadır. Burada okuyucuların dikkat etmesi gereken iki durum söz konusudur. Birincisi alanyazında GE bireylerin kavram anlayışları ile ilgili çalışmaların az sayıda olması nedeniyle çoğunlukla en yakın alanyazın ile tartışılarak sunulması bu araştırmanın zayıf yönüdür. İkinci durum ise alanyazın incelendiğinde ve araştırmanın sonuçları düşünüldüğünde, TGEÖ'ün gören öğrencilerden bilişsel olarak çok da farklı olmadığıdır. Her ne kadar matematik-geometri çoğunlukla görsellere dayalı ise de bir o kadar da bilişsel becerileri gerektirir. Bu çalışmada da TGEÖ'ün üçgen kavramı ile ilgili olarak genelde kavram imajlarını kullandıkları görülmektedir. Alanyazındaki araştırmalarda da (Tall & Vinner, 1981; Vighi, 2003) formal tanımlardan çok kavram imajlarının kullanıldığı ortaya çıkmıştır. Nitekim bazı araştırmacılar da (Kennedy, 1993; Landau, Gleitman & Spelke, 1981; Landau, Spelke & Gleitman, 1984) TGEÖ'ün; kavramsallaştırmada, görsel ve zihinsel imajlar için şaşırtıcı bir kapasiteye sahip olduklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmada TGEÖ'lerin oluşturduğu üçgenlere ilişkin özellikle kişisel betimlemeleri, üçgenleri sınıflandırmak için kullandıkları stratejiler ve üçgeni tanıma stratejileri katılımcılarda oluşan algıların neler olduğuna dair ipuçları sağlamıştır. Buna göre TGEÖ'ün üçgen kavramını bütüncül bir bakış açısıyla değil de analitik olarak inceledikleri tespit edilmiştir. TGEÖ'ün üçgeni farklı zaman dilimlerinde farklı biçimlerde betimlemelerine bu durumun sebep olduğu söylenebilir. Burada sadece kenarların, sadece açılarının veya sadece köşelerin varlığı ele alınmakla birlikte, bunların ikisinin veya üçünün bir arada olduğu betimlemelerde bulunmaktadır. Burada TGEÖ'ün üçgenleri, “3 kenarlı şekil” olması dolayısıyla üçgen olarak tanımlamaları Vighi'nin (2003) çalışmasındaki öğrencilerin tanımlamaları ile örtüşmektedir. Bununla birlikte, üçgenin üç kenarlı çokgen olarak tanımlanması daha kesin bir ifade iken üç kenarlı bir şeklin üçgen olmama ihtimali her zaman vardır.

Üçgenin bir kenarının taban olmasına değinen veya üçgen oluştururken bu şekilde konumlandırmaya –özellikle- dikkat eden öğrenciler olmuştur. Bu sonuç; Clements, Sarama ve Battista'nın (1998) ile Yeşil-Dağlı ve Halat'ın (2016) araştırmasında elde edilen “*tabanın yatay olması*” sonucu ile paralellik göstermektedir.

Üçgenin özellikleri hakkında da bazı bilgileri dile getiren TGEÖ, üçgenlerin sınıflandırılmasında ilginç durumlara değinmişlerdir. Örneğin; kenarlarına göre (kenar ölçüleri ve kenarların konumu), açılara göre (açı çeşidi ve açı ölçülerinin eşitliği) ve köşelerine göre sınıflandırmalar tespit edilmiştir. Burada kenarların konumuna göre ve köşelerine göre sınıflandırma yapılması beklenen bir durum olmamıştır. Öte yandan beklenmedik olan diğer durumlar ise $\hat{O}_4$ 'ün üçgen prizma ile piramidin üçgen olduğunu savunması, $\hat{O}_5$ 'in uzun, kısa ve dikizkenar üçgenden bahsetmesi ve ayrıca $\hat{O}_2$ 'nin köşegen üçgenden bahsetmesi olmuştur. Burada $\hat{O}_4$ 'ün üçgen prizma ve piramit gibi geometrik cisimlerin üçgen olduğunu iddia etmesi öğrencinin boyut kavramında ciddi bir problem olduğunu göstermektedir. $\hat{O}_5$ 'in ise uzun-kısa-dikizkenar üçgenden bahsetmesi, üçgenlerde yer alan uç örnekleri zihninde barındırdığını ve kısıtlı KT-Kİ'na sahip olduğunu

göstermektedir. Ö_5 'in üçgenleri bu şekilde farklı isimlerle anması matematiksel dile çok ta aşına olmadığını göstermektedir. Bu nedenle TGEÖ'nin öğretmenleriyle birlikte kavram ile ilgili sınıf tartışmalarına katılmaları matematiksel dil becerilerinin gelişimine katkıda bulunacağı düşünülmektedir. Öte yandan, Ö_5 'in uzun üçgen ve kısa üçgenden bahsetmesi ve bu ikisine ait açıklamaları; Shaughnessy ve Burger'in (1985) çalışmasına ait "*öğrencilerin eşkenar olmayan uzun ve dar üçgenleri, üç nokta ve üç kenar ile oluşan geometrik şekil olduğunu kabul etseler de, birer üçgen olarak tanımlamamaktadırlar*" sonucu ile çelişmektedir. Ayrıca Ö_5 'in bu durumu, Hershkowitz'ın (1990) ifade ettiğine göre, görsel-algısal sınırlılıkların bireyin tanımlama yeteneğini etkilediğini ve bireylerin diğer durumlardan ortaya çıkan hükümleri ile ilişkili prototip örnekleri birer model olarak kullandıklarını göstermektedir.

TGEÖ'nin KT-Kİ hücreleri arasındaki ilişkilerin Şekil 20'de belirtildiği gibi sezgisel ve formal-sezgisel olmak üzere iki şekilde ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu şekilde bakıldığında TGEÖ'nin sezgisel bir anlayışa sahip oldukları söylenebilir.



Şekil 20. TGEÖ'nin KT-Kİ Arasında Gerçekleşen İlişkiler

Son olarak; TGEÖ'nin üçgeni teorikte kabul edilebilir tanımlamalarına karşın, uygulamada –ısrarla- yanlış bilgiyi takip ettikleri dolayısıyla zorluklarla karşılaştıkları tespit edilmiştir: üçgenin iki kenarının veya iki köşesinin olması gibi. Öte yandan TGEÖ'ler görme duyularının eksikliğinden dolayı ortaya çıkan dezavantajı ortadan kaldıracaklarına, verilen kabartılmış çizimleri veya oluşturdukları geometrik şekilleri tanıyabilmek için şekli inceleme stratejisini kullanmışlardır. Bu stratejinin TGEÖ'lerin geometrik şekilleri tanımlamalarına etkisi olmuştur. Bu nedenle TGEÖ'e geometrik kavramların öğretimi esnasında veya görme engelli bireylerde geometri kavramlarını çalışmayı hedefleyen araştırmacıların araştırma sorularını bu bireylere yönlendirme esnasında dokunabilecekleri veya bu geometrik şekilleri oluşturabilecekleri materyallerin kullanımı önerilebilir.

Bilgilendirme: Bu çalışmada bana yön veren ve her türlü desteği sağlayan danışmanım Prof. Dr. Ahmet ARIKAN'a teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

KAYNAKLAR

- Clements, D. H., Sarama, J. H., & Battista, M. (1998). Development of concepts of geometric figures in especially designed logo computer environment. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(2-3), 47-64.
- Delice, A., & Sevimli, E. (2011). İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; Belirli ve belirsiz integraller. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 51-62.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge: CUP.
- Kaplan, A., & Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 472-478.
- Kennedy, J. M. (1993). *Drawing and the blind*. New Haven, CT: Yale Press.
- Klingenberg, O. G. (2007). Geometry: Educational implications for children with visual impairment. *Philosophy of Mathematics Education* (Special Issue on Social Justice Part 1), 20, 1-15. Retrieved April 10, 2013, from <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome20/index.htm>.
- Kohonová, I. (2007, 22-26 February). Comparison of observation of new space and its objects by sighted and non-sighted pupils. In D. Pitta-Pantazi and G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5)*, (pp. 982-991). Larnaca, Cyprus.
- Landau B., Gleitman, H., & Spelke, E. (1981, September). Spatial knowledge and geometric representation in a child blind from birth. *Science, New Series*, 213(4513), 1275-1278.
- Landau, B., Spelke, E., & Gleitman, H. (1984). Spatial knowledge in a young blind child. *Cognition*, 16(3), 225-260.
- Leff, L. S. (2009). *Baron's E-Z geometry* (Fourth edition). New York: Barron's Educational Series, Inc.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: M.E.B. 10 Nisan 2014 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx?islem=2&kno=215> adresinden alınmıştır.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Öksüz, C. (2010). Seventh grade gifted students' misconceptions on "point, line and plane" concepts. *Elementary Education Online*, 9(2), 508-525.
- Shaughnessy, J. M., & Burger, W. F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *Mathematics Teacher*, 78(6), 419-428.
- Tall, D. O. (1988). Concept image and concept definition. In J. de Lange and M. Doorman (Eds.), *Senior secondary mathematics education* (pp. 37- 41). OW & OC Utrecht. <http://www.davidtall.com/>. Accessed 16 November 2012.
- Tall, D. O. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 495-511). New York, NY: Macmillan Publishing Company.
- Tall, D. O. (2005, 5-7 July). A theory of mathematical growth through embodiment, symbolism and proof. Paper presented at *International Colloquium on*

- Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Belgium. Retrieved March 6, 2011, from <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2005e-crem-child-adult.pdf>.
- Tall, D. O., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tanton, J. S. (2005). *Encyclopedia of mathematics*. New York: Facts On File.
- Türnüklü, E., Alaylı, F. G., & Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- Vighi, P. (2003, 28 February-3 March). The triangle as a mathematical object. *European Research in Mathematics Education III Congress Proceedings*, Bellaria, Italy, 1-10.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical thinking* (pp. 65-81). Kluwer, the Netherlands: Dordrecht.
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concepts of functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.
- Yeşil-Dağlı, Ü., & Halat, E. (2016). Young children's conceptual understanding of triangle. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(2), 189-202.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.

SUMMARY

Geometry helps individuals to understand the world they live, to think critically and to establish cause-effect relationships. Geometry is a part of life with this aspect, and it has a facet concerning every individual, especially blind students (BSs). Therefore, it is thought that learning geometry and its concepts are important for better perceiving the world that BSs live. On the other hand, the presence of the abstract aspects of geometry cannot be ignored. As a matter of fact, geometry is a language that has a specific symbols and terminology and also has interrelated figures, symbols, operation (MoNE, 2013). By using these relationships, meaningful learning of individuals and retention of the information can be achieved. Hence, learning geometry depends on knowing the properties of geometric figures, recognition of these figures and having knowledge about properties of figures (NCTM, 1989). Geometry concepts differ in three ways from the other mathematical concepts. These are images of geometric figures, definitions and properties that have (Fischbein, 1993). It is thought that students have difficulties to understand the geometry concepts and intended conceptualization cannot be achieved (Kaplan and Hızarcı, 2005) because the visual image of geometry concepts come into prominence more than the concept (Türnüklü, Alaylı and Akkaş, 2013). It is stated in the literature that sighted students have difficulties with the geometry concepts, but it can be seen that this kind of researches was not mostly investigated about the visually impaired individuals. In the researches, it has been stated that visually impaired students have difficulties as expected (Klingenberg, 2007), yet contrary to the expected results is given too. According to Kohonová (2007), visually impaired students can explain objects like cube, prism, pyramid, cylinder, triangle, circle, trapezoid, square, and rectangle better and more precise than the sighted students in the concepts of shape and location. Moreover, based on the senses, they can name and distinguish basic geometric shapes and solid materials. Furthermore, Kennedy (1993) observed the ability to draw 3D objects of BSs. This capacity of BSs can be used for mathematical thinking. By this means the opportunities for BSs to understand mathematics, geometry and thus physical world better can be created. So, it is thought to be valuable to examine the BSs' concept images related to the geometry concepts. Hence, concept images are formed as a result of students experiences' occurred with concepts definitions and examples (Vinner & Dreyfus, 1989). But knowing the concept's definition doesn't guarantee comprehension of that concept (Vinner, 1991). As a matter of fact, it is known that there is disharmony between concepts formulized by mathematicians and concepts interpreted by students (Tall, 1992). At this point the importance of the cognitive structure between concept images-concept definitions stated in the literature arises. In this study, as one of the basic concepts of geometry and being introduced since primary school, the concept of the triangle is handled. It is aimed to investigate the BSs' perceptions related to the triangle with the perspective of concept image-concept definition cells in the context of concept definition of Leff (2009:7) and Tanton (2005:505). Therefore the following research questions were handled:

1. What are the concept images of BSs related to the triangle concept?
2. What are the concept definitions of BSs related to the triangle concept and how is the relationship between these concept definitions and the concept images?

In the present study, a qualitative research method influenced by case study and phenomenology was used. This study was carried out with 2 low vision schoolgirls and 5 BSs studying at a school for the visually impaired. In order to determine the appropriateness of interview questions, a pilot study was realized with two low vision students. In the selection of the participants; in-course/out-course observations, the opinions of mathematics teachers and voluntariness of students have been taken into consideration. The data in the study were obtained through interviews, observation notes and pictures of geometric shapes created with magnetic materials and raised-line materials. At the end of the pilot study and the view of experts, the interview protocol consisting 6 open-ended questions were obtained. Due to fatigue of participants, the interview questions were applied in two stages. During the interviews, it was requested the participants to use the magnetic sticks and micro-balls to constitute the geometrical shapes. In addition, some of the questions were presented to the students through the raised-line materials. Before starting interviews, magnetic and raised-line materials were introduced and BSs were asked to think of the micro-balls as points and magnetic sticks as thin threads. Moreover, participants were allowed to interact with these materials for a while before the interviews. Participants were asked to answer questions with as much detail as possible. Interviews were videotaped with permission of participants and their families. The data were firstly one-by-one and then comparatively scrutinized and the analysis was supported with data analysis techniques of grounded theory and constant comparative analysis. The process of data collection and analyzing was carried out simultaneously. During the data analysis process, it was merely focused on perceptions of BSs related to triangle.

It cannot be concluded that the participants had completely wrong perceptions or they had completely deficient knowledge about the triangle. Here, the most substantial outcome required to be paid attention to is that BSs are not cognitively different from the students who see at all. It is seen that BSs usually used the concept images regarding the triangle concept and they scrutinized the triangle concept analytically not with a holistic perspective. Here, BSs addressed the descriptions for the triangle related to the presence of only edges, only angles or only the corners and also the descriptions in which two or three of these are together as well. Besides, participants had difficulties such as position and the angles of the triangle, naming, classification. Lastly, it was determined that the relation between the concept image and the concept definition cells, which the participants utilized for the concept of triangle emerged in two ways namely heuristic and formal-heuristic.