



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**TERS SARKAÇ MODELİNİN REAKSİYON
TEKERİ İLE KONTROLÜ**

Hikmet Kübra BAYRAM

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı

**Nisan-2025
KONYA
Her Hakkı Saklıdır**

TEZ KABUL VE ONAYI

Hikmet Kübra BAYRAM tarafından hazırlanan “Ters Sarkaç Modelinin Reaksiyon Tekerini ile Kontrolü” adlı tez çalışması 18/04/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Ali GÜVENÇ

.....

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Engin Hasan ÇOPUR

.....

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Hasan Hüseyin BİLGİÇ

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun/.../20.. gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Havvanur UÇBEYİAY
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Hikmet Kübra BAYRAM

Tarih: 16.05.2025

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TERS SARKAÇ MODELİNİN REAKSİYON TEKERİ İLE KONTROLÜ

Hikmet Kübra BAYRAM

Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Uçak Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Engin Hasan ÇOPUR

2025, 86 Sayfa

Jüri

Dr. Öğr. Üyesi Engin Hasan ÇOPUR
Dr. Öğr. Üyesi Hasan Hüseyin BİLGİÇ
Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Ali GÜVENÇ
Dr. Öğr. Üyesi Muhammet ÖZTÜRK
Dr. Öğr. Üyesi Muhammed Arif ŞEN

Ters sarkaç modeli bir nokta etrafında serbestçe dönebilen ve doğrusal olmayan bir sistem örneğidir. Doğrusal olmayan yapısı nedeniyle kontrolünde yaşanan zorlukları aşmak için literatürde çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. Yapılan çalışmalardan bazıları ters sarkacın reaksiyon tekeri ile farklı denetleyiciler kullanılarak kontrol edilmesine yöneliktir ve bu tez çalışmasının konusunu oluşturmaktadır. Ters sarkaç modeli uydu araçları başta olmak üzere robotik-insansı araçlara kadar birçok sistemde kullanılmakta olduğundan bu tez çalışmasının farklı çalışmalara katkıda bulunması amaçlanmıştır. Çalışmada, ters sarkaç sisteminin matematiksel denklemleri sistemin doğrusal olmayan ve karmaşık yapısından dolayı Lagrange Mekaniğine kullanılarak oluşturulmuştur. Matematiksel denklemleri oluşturulan sistem MATLAB Simulink programında modellenmiştir. Model PID ve LQR kontrolcü ile kontrol edilmek istenmiş ve kontrolcü parametreleri Yanıt Optimizasyonu ve Uygunluk Fonksiyonu yöntemleri ile optimize edilmiştir. Optimize edilmiş parametreler modele uygulandığında, sistemin farklı açılardaki konumları için kontrolcülerin modeli istenilen konuma getirdiği ve bu konumda sistemi dengede tuttuğu gözlemlenmiştir. Daha sonra enerji tabanlı yaklaşım ile Lyapunov Fonksiyonu kullanılarak sistemin salınım kontrolü PID ve LQR denetleyiciler ile yapılmıştır. Sonuç olarak sistemi istenilen konumda dengede tutmak ve sistemin salınım kontrolünü gerçekleştirmek için kullanılan yöntemlerin ve denetleyicilerin etkin bir performans gösterdiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: LQR Kontrolcü, PID kontrolcü, Reaksiyon Teker, Salınım Kontrolü, Ters Sarkaç, Uygunluk Fonksiyonu, Yanıt Optimizasyonu.

ABSTRACT

MS THESIS

CONTROLLING THE INVERTED PENDULUM MODEL WITH THE REACTION WHEEL

Hikmet Kübra BAYRAM

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN AERONAUTICAL ENGINEERING

Advisor: Assist. Prof. Dr. Engin Hasan ÇOPUR

2025, 86 Pages

Jury

Assist. Prof. Dr. Engin Hasan ÇOPUR
Assist. Prof. Dr. Hasan Hüseyin BİLGİÇ
Assist. Prof. Dr. Mehmet Ali GÜVENÇ
Assist. Prof. Dr. Muhammet ÖZTÜRK
Assist. Prof. Dr. Muhammed Arif ŞEN

The inverted pendulum model is an example of a nonlinear system that can rotate freely around a point. Various studies are carried out in the literature to overcome the difficulties experienced in its control due to its nonlinear structure. Some of the studies carried out are aimed at controlling the inverted pendulum using different controllers with a reaction wheel and constitute the subject of this thesis. Since the inverted pendulum model is used in many systems, especially in satellite vehicles and robotic-humanoid vehicles, it is aimed that this thesis study will contribute to different studies. In the study, the mathematical equations of the inverted pendulum system were created using Lagrangian Mechanics due to the nonlinear and complex structure of the system. The system with mathematical equations was modeled in the MATLAB Simulink program. The model was intended to be controlled with PID and LQR controllers and the controller parameters were optimized with the Response Optimizer and Fitness Function methods. When the optimized parameters were applied to the model, it was observed that the controllers brought the model to the desired position for different angles of the system and kept the system balanced at this position. Then the swing-up control of the system was done with the PID and LQR controllers using the Lyapunov Function with the energy based approach. As a result, it was seen that the methods and controllers used to keep the system in balance at the desired position and to perform the swing-up control of the system showed effective performance.

Keywords: Fitness Function, Inverted Pendulum, LQR Controller, PID Controller, Reaction Wheel, Response Optimizer, Swing-up Controller.

ÖNSÖZ

Ters sarkaç modelinin reaksiyon tekeri ile kontrolü robotik sistemler, havacılık ve uzay alanında kullanılan önemli bir sistem örneğidir. Bu çalışma literatür araştırmalarına ve tasarlanacak olan robotik mekanizmalar, havacılık sistemleri ve uzay araçlarına bilimsel olarak katkıda bulunması için hazırlanmıştır.

Bu konuyu seçmemde bana öncülük eden ve çalışmam boyunca desteğini esirgemeyen danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Engin Hasan Çopur 'a, çalışmama katkı sunan Dr. Öğr. Üyesi Hasan Hüseyin BİLGİÇ hocama teşekkürlerimi sunarım. Bu süreçte yanımda olan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen canım aileme ayrıca teşekkürlerimi sunarım.

Hikmet Kübra BAYRAM
KONYA-2025

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Eksen Sayılarına Göre Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü	2
1.1.1. Tek Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü	2
1.1.2. Çift Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü	2
1.1.3. Üç Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü.....	3
1.2. Tek Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrol Edilmesindeki Zorluklar	5
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	7
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	21
3.1. Ters Sarkaç Sisteminin Tasarımı	21
3.2. Motor Seçimi	23
3.3. Ters Sarkaç Sisteminin Matematiksel Modeli	24
3.3.1. Hareket Denklemleri.....	25
3.3.2. Motor Dinamik Denklemleri	29
3.4. Ters Sarkaç Sisteminin Denge Kontrolü	31
3.4.1. PID Kontrolcü.....	31
3.4.2. PID Kontrolcü Tasarımı.....	33
3.4.3. LQR Kontrolcü	33
3.4.4. LQR Kontrolcü Tasarımı	34
3.5. Yukarı Kaldırma Kontrolü Tasarımı.....	36
4. KONTROL PARAMETRELERİNİN OPTİMİZASYONU	39
4.1. Yanıt Optimizasyonu Metodu.....	39
4.1.1. PID Kontrolcü.....	40
4.1.2. LQR Kontrolcü	41
4.2. Uygunluk Fonksiyonu (Fitness Function) Metodu	42
4.2.1. Yapay Arı Kolonisi Algoritması (ABC).....	42
4.2.2. PID Kontrolcü İçin Uygunluk Fonksiyonu Kullanımı	43
4.2.3. LQR Kontrolcü İçin Uygunluk Fonksiyonu Kullanımı	44
4.3. Yukarı Kaldırma ve Denge Kontrolü.....	45
5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA.....	46

5.1. Sistemin Yanıt Optimizasyonu Yöntemi Kullanılarak Kontrol Edilmesi	46
5.1.1. PID Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar	47
5.1.2. LQR Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar	52
5.2. Sistemin Uygunluk Fonksiyonu Kullanılarak Kontrol Edilmesi	58
5.2.1. PID Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar	59
5.2.1.1. PID Kontrolcü ile Kalıcı Açısal Momentum Hatasının Giderilmesi	59
5.2.2. LQR Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar	72
5.3. Sistemin Salınım Kontrolü	78
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	81
6.1 Sonuçlar	81
6.2 Öneriler	82
7. KAYNAKLAR	83



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

m_p	: Ters Sarkacın Kütlesi
m_w	: Reaksiyon Tekerinin Kütlesi
m	: Sistemin Toplam Kütlesi
g	: Yer Çekimi İvmesi
l_1	: Sarkacın Uzunluğu
l_2	: Sarkacın Kütle Merkezinin Pivot Noktasına Olan Uzaklığı
l	: Sistemin Kütle Merkezinin Pivot Noktasına Olan Uzaklığı
J_w	: Reaksiyon Tekerinin Eylemsizlik Momenti
J_p	: Sarkacın Kütle Merkezine Göre Eylemsizlik Momenti
J	: Sistemin Pivot Noktasına Göre Hesaplanmış Olan Eylemsizlik Momenti
T_P	: Sarkaca Etki Eden Sürtünme Torku
T_W	: Reaksiyon Tekerine Etki Eden Toplam Sürtünme Torku
T_S	: Reaksiyon Tekerinin Harekete Başlaması İçin Gereken Minimum Tork
T_V	: Reaksiyon Tekerinin Viskoz Sönümlenme Torku
k_V	: Viskoz Sönümlenme Katsayısı
c_p	: Sarkaca Etki Eden Sürtünme Kuvveti Katsayısı
C_S	: Reaksiyon Tekerinin Harekete Başlaması İçin Gerekli Olan Minimum Tork Değeri
τ_p	: Sarkacın Üzerine Uygulanan Tork
τ_w	: Reaksiyon Tekerinin Oluşturduğu Tork
r_d	: Reaksiyon Tekerinin Dış Yarıçapı
r_i	: Reaksiyon Tekerinin İç Yarıçapı
α'	: Sarkacın ve Reaksiyon Tekerinin Toplam Açısı
$\dot{\alpha}'$: Sarkacın ve Reaksiyon Tekerinin Toplam Açısının Açısal Hızı
$\ddot{\alpha}'$: Sarkacın ve Reaksiyon Tekerinin Toplam Açısının Açısal İvmesi
α	: Reaksiyon Tekerinin Açısı
$\dot{\alpha}$: Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızı
$\ddot{\alpha}$: Reaksiyon Tekerinin Açısal İvmesi

θ	: Sarkacın Açısı
$\dot{\theta}$: Sarkacın Açısal Hızı
$\ddot{\theta}$: Sarkacın Açısal İvmesi
L	: Lagrangian İfadesi
T	: Sistemin Kinetik Enerjisi
$V(\text{potansiyel})$: Sistemin Potansiyel Enerjisi
R	: Akım Direnci
$L(\text{indüktans})$: Akım İndüktansı
$V(\text{voltage})$: Voltaj
V_{EMF}	: Zıt Elektromotor Voltajı
i	: Akım
k_t	: Mekanik Motor Sabiti
k_b	: Zıt Elektromotor Sabiti
K_i	: PID Kontrolcüye Ait İntegral Parametresi
K_d	: PID Kontrolcüye Ait Türev Parametresi
K_p	: PID Kontrolcüye Ait Oransal Parametre
N	: PID Kontrolcüye Ait Filtre Katsayısı
t	: Zaman (Saniye)
$u(t)$: Giriş Değeri
$e(t)$: Hata Değeri
E	: Sistemin Toplam Enerjisi
E_{ref}	: Sistemin Kararsız Denge Noktasındaki Enerjisi
q_1	: LQR Kontrolcünün Q Matrisine Ait Kazanç Parametresi
q_2	: LQR Kontrolcünün Q Matrisine Ait Kazanç Parametresi
q_3	: LQR Kontrolcünün Q Matrisine Ait Kazanç Parametresi
q_4	: LQR Kontrolcünün Q Matrisine Ait Kazanç Parametresi
r_1	: LQR Kontrolcünün R Matrisine Ait Kazanç Parametresi
k_1	: Salınım Kontrolüne Ait Ayarlanabilir Kazanç Parametresi
k_2	: Salınım Kontrolüne Ait Ayarlanabilir Kazanç Parametresi
k_u	: Salınım Kontrolüne Ait Ayarlanabilir Kazanç Parametresi

Kısaltmalar

PID	: Oransal- İntegral-Türevsel (Proportional-Integral-Derivative)
PD	: Oransal-Türevsel (Proportional- Derivative)
LQG	: Doğrusal Kuadratik Gauss
LQR	: Doğrusal Kare Regülatör (Linear Quadratic Regulator)
SAC	: Bir Pekiştirmeli Öğrenme Algoritması (Soft Actor Critic)
PPO	: Proksimal Politika Optimizasyonu (Proximal Policy Optimization)
DDPG	: Derin Deterministik Politika Optimizasyonu (Deep Deterministic Policy Gradient)
VSCMG	: Değişken Hız Kontrol Momenti Jiroskopu (Variable Speed Control Moment Gyro-Scopes)
RL	: Pekiştirmeli Öğrenme (Reinforcement Learning)
QFT	: Nicel Geri Besleme Teorisi (Quantitative Feedback Theory)
KBF	: Kontrol Bariyer Fonksiyonu
FIR	: Ayrık Zamanlı Filtreleme Sistemi (Discrete-Time Filter)
OCP	: Optimal Kontrol Problemi (Optimal Control Problem)
NMPC	: Doğrusal Olmayan Model Öngörülü Kontrol (Nonlinear Model Predictive Control)
DNNs	: Derin Sinir Ağları (Deep Neural Networks)

1. GİRİŞ

Ters sarkaç kontrol stratejilerinin test edilmesinde kullanılan başlıca sistemlerden biri olmuştur. İnsansı robotlar, dronlar, havacılık yapıları, uydu araçları vb. sistemlerde kullanılan ters sarkaç modeli ve kontrolü her geçen gün geliştirilmeye devam edilmektedir. Ters sarkaç modelleri için literatürde bir veya birden fazla ters sarkacın farklı mekanizmalar ile çalışması ve kontrol edilmesi üzerine yapılmış birçok çalışma mevcuttur. Bu tez çalışmasında özellikle bir adet ters sarkaç modelinin tek eksenli, çift eksenli ve üç eksenli olarak, kullanılacakları yapısal sistemlere göre tasarlanıp 3 durum için de kontrol edilebilirlikleri hakkında yapılmış literatür çalışmalarından bahsedilmiştir. Örnek olarak tek eksenli ters sarkaç modelleri, insansı robotik sistemlerin kol ve bacak hareketlerini modellemek için kullanılırken, çift eksenli ters sarkaç modelleri robotik sistemlerde ve bazı uydu araçları sistemlerinde kullanılmaktadır. Üç eksenli ters sarkaç modelleri ise özellikle uydu sistemlerinin tutumlarının kontrolü üzerine çalışmalarda kullanılmaktadır. Bahsedilen üç farklı ters sarkaç modelinin kontrolünde reaksiyon tekeri başta olmak üzere, jiroskop, arabalı sistemler ve çeşitli motor sistemleri gibi farklı eyleyiciler kullanılmaktadır. Bu çalışmada ise ters sarkaç modelinin kontrolünde reaksiyon tekeri kullanılmıştır.

Reaksiyon tekerinin çalışma prensibi, bir motor yardımı ile elektrik enerjisini hareket enerjisine dönüştürerek tekerin kendi merkezi etrafında dönme hareketi yapması ile tork üretmesine dayanmaktadır. Bu mekanizma açısız momentumun korunumu prensibine dayanır. Bu dönme hareketiyle oluşan torkun büyüklüğünün ve yönünün ayarlanması ile sistem, istenilen eksenlerde kontrol edilebilmektedir. Reaksiyon tekerleri genellikle uydu tutum kontrollerinde, insansı robotlarda ve dronlar gibi bazı hava araçlarında kullanılmaktadır. Özellikle uydu sistemleri ve robotik sistemler bir veya birden fazla eksenle kontrol edilmek istendiğinde, bu sistemlerin kontrolünün ters sarkaç modelinin kontrolü ile benzermesi nedeniyle ters sarkaç modelinin kontrol edilmesi birçok sistem için örnek model oluşturmuştur. Ters sarkaç modelinin kontrol edilmesinde reaksiyon tekerinin kullanılmasına yönelik çalışmalar üç ana başlık altında incelenebilir:

- Tek eksenli ters sarkaç modeli için tek reaksiyon tekerinin kullanımı,
- Çift eksenli ters sarkaç modeli için tek ya da iki adet reaksiyon tekerinin kullanımı,

- Üç eksenli ters sarkaç modeli için tek, çift, üç ya da dört adet reaksiyon tekerinin kullanımı

1.1. Eksen Sayılarına Göre Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü

Bu bölümde ters sarkaç modelinin eksen sayılarına göre sınıflandırılması aktarılmaktadır.

1.1.1. Tek Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü

Tek eksenli sarkaç modeli, genellikle tek serbestlik derecesine sahiptir. Bu tip ters sarkaç sisteminin denge kontrolü için bir tane reaksiyon tekeri sarkacın ana dönme eksenini etrafında tork üretir. Şekil 1'deki çalışmada tek eksenli reaksiyon tekerinin tek bir reaksiyon tekeri ile kontrol edilmesi gösterilmektedir. Bu tarz modellerde sistem bir sarkaç, bir reaksiyon tekeri ve reaksiyon tekerine güç sağlayan motor yapılarından oluşmaktadır. Ters sarkaç yapısı bir ucu sabitlenerek ya da hareketli başka bir sisteme monte edilerek ve sarkacın serbest ucuna reaksiyon tekeri monte edilerek kontrol edilmeye çalışılmaktadır. Bunun yanı sıra tek reaksiyon tekeri ile iki serbestlik dereceli sarkaç modelleri de kontrol edilebilmektedir. Basit insansı robotlar ya da otomotiv sektöründe kullanılan bazı sistemler bu modellere örnek oluşturmaktadır.



Şekil 1. Bir Ters Sarkaç Modelinin Tek Reaksiyon Tekerini ile Kontrolü
(Chinelato vd., 2020b)

1.1.2. Çift Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü

Çift eksenli ters sarkaç modeli, genellikle bir ters sarkacın iki farklı ekseninde kontrol edilmesi amaçlanan sistemlerdir. Sarkacın iki farklı ekseninde kontrolü her bir eksen için bir reaksiyon tekeri toplamda iki reaksiyon tekeri kullanılarak ya da tek bir

reaksiyon tekeri ile iki eksenin de dengede tutulması ile sağlanmaktadır. Bu durum tek eksenli ters sarkaç modeline göre daha karmaşıktır. Her iki ekseninde birbirlerine ve sistem modeline göre eylemsizlik momentleri dikkate alınması gerekmektedir.

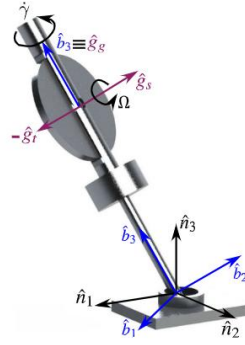
Şekil 2’de çift eksenli ters sarkaç modelinin çift reaksiyon tekeri ile kontrolü gösterilmektedir.



Şekil 2. Bir Ters Sarkaç Modelinin Çift Reaksiyon Tekerini ile Çift Eksende Kontrolü (Baimukashev vd., 2020)

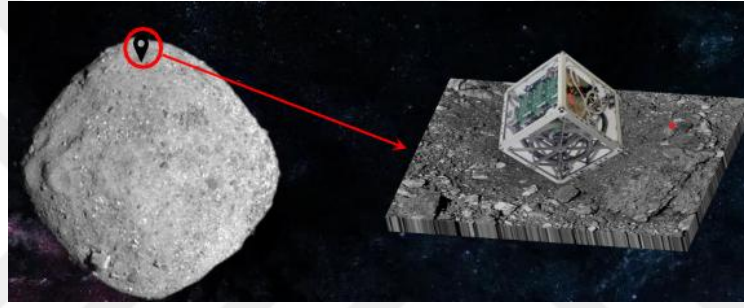
1.1.3. Üç Eksenli Ters Sarkaç Modelinin Kontrolü

Üç eksenli ters sarkaç modelleri için literatürde farklı çalışmalar yer almaktadır. En yaygın olan çalışmalar, bir uydunun üç eksende tutum kontrolü için üç ya da dört tepki tekerinin kullanılmış olduğu çalışmalardan oluşmaktadır. Temelde üç eksende kontrolü sağlamak için üç adet reaksiyon tekeri yeterli olmaktadır. Ancak herhangi bir tekerinin arızalanması durumunda sistemin kontrolünü kaybetmemek için fazladan bir tane reaksiyon tekeri kullanılmaktadır. Bu sistemler genellikle tek ve iki eksenli ters sarkaç modellerinden oluşan sistemlere göre daha karmaşık yapılardır. Bunlara ek olarak üç eksenli ters sarkaç sisteminin tek ya da iki reaksiyon tekeri ile de kontrol edildiği çalışmalar da mevcuttur. Şekil 3’te üç eksenli ters sarkaç modelinin tek reaksiyon tekeri ile kontrolü gösterilmektedir. Fakat bu mekanizma için destekleyici olarak jiroskop mekanizması da kullanılmıştır.



Şekil 3. Bir Ters Sarkaç Modelinin Tek Reaksiyon Tekerini ile Üç Eksende Kontrolü (Trentin vd., 2022)

Şekil 4'te üç eksenli Cubli adı verilen ve asteroitlerin yüzeyinde kullanılmak üzere tasarlanmış ters sarkaç modelinin üç reaksiyon tekeri ile kontrolü gösterilmektedir.



Şekil 4. Bir Cubli Modelinin Üç Reaksiyon Tekerini ile Üç Eksende Kontrolü (Huang vd., 2022)

Şekil 5'te başka bir Cubli modelinin üç adet reaksiyon tekeri ile üç eksende kontrolü gösterilmektedir.



Şekil 5. Bir Cubli Modelinin Üç Adet Reaksiyon Tekerini ile Üç Eksende Kontrolü (Muehlebach ve D'Andrea, 2017)

1.2. Tek Eksende Ters Sarkaç Modelinin Kontrol Edilmesindeki Zorluklar

Doğrusal olmayan yapısı, ters sarkaç sisteminin kontrol edilmesinde bazı zorluklar ortaya çıkarmaktadır. Bu sebeple birçok çalışmaya konu olmuştur. Sistemin kontrol edilmesindeki başlıca zorluklar şu şekilde sıralanabilir:

- Ters sarkacın kararlı denge noktasından kararsız denge noktasına ulaştırılması.
- Ters sarkacın yukarı denge noktasına ulaştığında bu konumda dengesinin sağlanması.
- Bahsedilen performansları gerçekleştirebilmesi için güvenilir, verimli bir kontrol ve hesaplama stratejilerinin geliştirilmesi.

Tek eksenli ters sarkaç sistemi reaksiyon tekeri ile kontrol edilmek istendiğinde yukarıdaki problemlerle karşılaşmaktadır. Literatür çalışmalarından hareketle ters sarkacın kararlı denge noktasından kararsız denge noktasına çıkabilmesi için en verimli yol reaksiyon tekerinin düşük tork üreterek sarkaca salınım hareketi yaptırarak kararsız denge konumuna yaklaşmasını sağlamaktır. Sarkacın kararsız denge noktasında kalmasını sağlayarak dengesini korumak ise başka bir problemini oluşturmaktadır. Sarkacın kontrolünde yukarıda bahsedilen kontrol problemleri için farklı yaklaşımlar üretilmiştir. Bu tez çalışmasında yukarıda bahsedilen zorluklar aşılmaya çalışılmış ve uygun bir denetleyici mimarisi tasarımı ile, gelecek bölümlerde sunulan kontrol metotları ile ters sarkaç sistemi dengede tutulmuştur. Çalışmada, ters sarkaç sisteminin kontrol edilmesinde en çok kullanılan PID ve LQR denetleyiciler kullanılmıştır. PID denetleyicinin diğer denetleyici çeşitlerine göre farklı birçok sisteme kolaylıkla uygulanabilir olması, doğrusal ya da doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilir olması, tek girişli sistemler için daha hızlı yanıt vermesi gibi avantajlarının olması; LQR denetleyicilerin ise optimal bir çözüm sunması, çok giriş-çıkışlı sistemlerde etkin performans göstermesi, hata ve kontrol çabasına karşı daha dengeli yanıt vermesi gibi avantajlarının olması nedeniyle bu denetleyicilerin ters sarkaç sistemini kontrol etmek için kullanılmasına olanak sağlayacağı öngörülmüştür.

Çalışmanın 2.bölümünde ters sarkaç modelinin kontrolüne yönelik kaynak araştırması verilmiştir. Materyal ve Yöntem başlıklı 3.bölümde ters sarkaç sisteminin tasarımı, matematiksel modeli, model için kullanılan motor seçimi, PID kontrolcü ve

LQR kontrolcü tasarımı ve uygulanması, salınım kontrolünün tasarlanması ve uygulanması aktarılmaktadır. 4. bölümde tasarlanan kontrolcülerle yapılmış benzetimlerden elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Son bölümde ise tez çalışmasında elde edilen sonuçlar kısaca toparlanmış ve gelecek çalışmalar için öneriler sunulmuştur.



2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Bu bölümde ters sarkaç sisteminin kontrol edilmesine yönelik literatürde yer alan deneysel ya da simülasyon ortamında gerçekleştirilen çeşitli çalışmalar yer almaktadır. Giriş kısmında bahsedildiği üzere ters sarkaç modelinin lineer olmayan doğası sebebiyle kontrol edilmesinde bazı zorluklar vardır. Bu zorlukların aşılması için çalışmalarda çeşitli denetleyiciler tasarlanmış, karşılaştırılması yapılmış ve kontrol problemlerine çözüm üretilmeye çalışılmıştır.

Zaborniak vd. çalışmalarında sabit bir temel üzerinde tek eksen etrafında dönen bir kol ve bir tepki tekerinden oluşacak şekilde tasarlanmış bir ters sarkacın kontrol edilerek dengede tutulması üzerinde durmuşlardır. Öncelikle sistemin modeli doğrusallaştırılarak durum-uzay modeli oluşturulmuştur. Daha sonra modelin dengede durabilmesi için iki PID kontrolcü ve bir doğrusal karesel Gaussian denetleyici (LQG) tasarlanmıştır. İlk olarak PID kontrolcü hata değişimlerinin sebep olduğu yüksek frekans değerlerinden kaçınmak için düşük frekans filtresi uygulanarak tasarlanmış ve köklerin yer eğrisi metodu (root locus) ile sistemi stabilize edecek en uygun kazanç parametreleri belirlenmiştir. Daha sonra LQG denetleyicisi Kalman filtresi uygulanan doğrusal kuadratik regülatör (LQR) ile birleştirilerek tasarlanmıştır. Model MATLAB Simulink ortamında simüle edilmiş ve test ortamında devre kartı kullanılarak dijital denetleyici ile test edilmiştir. Denetleyicilerin performans durumları karşılaştırılmış ve sarkaç açısının ayarlanmasında PID kontrolcünün daha iyi olduğu gözükse de bozucu etkilerinin olduğu durumda LQR kontrolcünün sistemi daha iyi kontrol ettiği gözlemlenmiştir. (Zaborniak vd., 2024)

Pham vd. çalışmalarında, T-S bulanık kontrol metodu kullanarak kararlılık kontrolü ve bulanık tanımlayıcı sistem tabanlı optimal ve gürbüz optimal kontrol stratejileri geliştirmişlerdir. Çalışmalarında sunulan teorileri, doğrusal olmayan ters sarkaç modeli üzerinde test etmişler. İlk olarak sistemin dinamik denklemleri T-S bulanık kontrol metoduna göre formüle edilmiş ve sistemin kararlılık durumu incelenmiştir. Daha sonra sistemin kontrolü için Paralel Dağıtılmış Kompansatör kontrol stratejisi kullanılmıştır. Zaman cevaplarının performans değerlerini optimize etmek için ise optimal bulanık kontrol kullanılmıştır. Optimal kontrol için LQR denetleyici kullanılmış olup bozucu etkilerin ve belirsizliğin olduğu durumlarda da sistemi stabilize edebilmek

için gürbüz optimal kontrol modeli oluşturulmuştur. Üç farklı kontrol metodu doğrulanarak kontrol kuralları oluşturulmuştur. Çalışmanın ilerleyen bölümünde dönel ters sarkaç sistemi üç durum için de simüle edilmiş ve simülasyon sonuçları değerlendirilmiştir. Optimal denetleyici, kararlılık denetleyicisine göre yerleşme süresi ve sistemin genel maliyetini azaltma açısından etkin bir performans göstermiştir. Sağlam-optimal denetleyicinin ise belirsizlikler karşısında sistemin dayanıklılığını artırdığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak kullanılan denetleyicilerin ters sarkaç modeli gibi belirsiz ortamlar içeren sistemler için uygun olduğu düşünülmüştür. (Pham vd., 2024)

Bhourji vd. ise PID ve LQR gibi klasik kontrolcüler yerine gelişmiş takviyeli öğrenme algoritması olan Derin Deterministic Politika Gradyanı (Deep Deterministic Policy Gradient, DDPG) ve Proksimal Politika Optimizasyonu (Proximal Policy Optimization, PPO) yaklaşımını ters sarkaç kontrolünde kullanmışlardır. DDPG kontrol stratejisi bir başka takviyeli öğrenme algoritması olan SAC (soft actor critic ve proximal policy optimization) yaklaşımı ile karşılaştırılmıştır. Önerilen kontrol stratejisinin etkinliğinin test edilmesi için ise PID kontrolcü ile karşılaştırma yapılmıştır. Çalışmada CAD modeli tasarlanan ters sarkaç sisteminin matematiksel modellemesi Lagrange metoduyla oluşturulmuş ve DDPG-PPO hibrit algoritması, MATLAB Simulink ortamında simüle edilmiştir. Simülasyon sonuçlarından, DDPG-PPO algoritmasının SAC-PPO algoritmasına göre sistemi daha hızlı stabilize ettiği gözlemlenmiştir. Algoritmanın etkinliğini test etmek amacı ile sarkacın farklı bir kütle değeri için PID kontrol ile karşılaştırması yapılmıştır. Sonuç olarak DDPG-PPO algoritması değişen kütle değerlerinde daha iyi performans göstermiştir. (Bhourji vd., 2024)

Hofer vd. çalışmalarında yeni bir küp şeklindeki ters sarkaç modelinin köşe noktalarının birinde, tek reaksiyon tekeri ile dengede durması üzerinde çalışmışlardır. Cubli adı verilen modelde bir konsol yapısı kullanılarak sistemin bir eksenini sabit tutulmuş ve model üç ekseninde LQR kontrolcü ile kontrol edilmek istenmiştir. Sistemi etkileyebilecek bozucu etkileri önlemek için tamamlayıcı filtresi kullanılmış olup, konsol sapmaları ve ölçüm gecikmelerini önlemek için de sisteme Kalman filtresi uygulanmıştır. Simülasyon çalışmalarında sistemi kontrol edebilmek için reaksiyon tekerinin sistemin dönme noktasından olabildiğince uzağa yerleştirilmesi gerektiği ve salınımları önlemek için Kalman filtresinin LQR kontrolcü ile kullanılmasının gerekliliği gözlemlenmiştir. Fakat salınımların azaltılması için konsol yapısının sertleştirilmesi gerektiği ve bu durumun

sistemin ataletini artırılabilceği öngörölmüştür. Bu durumda karşılaşılabilecek sorununu çözmek için sisteme motor kontrol cihazı ve bir pil yerleştirilmesi önerilmiş ve gelecek çalışmalarda bu durumun incelenebileceği belirtilmiştir. (Hofer vd., 2023)

Bezci vd. çalışmasında çift eksenli tepki tekeri sarkacının lineer ve lineer olmayan modellerinin stabilizasyonu ve sarkacın açısız hızının kontrolü için PID, LQR, geri durum beslemeli ve bulanık mantık denetleyicisi tasarlamıştır. Sistem basitleştirilip tek eksen etrafında döndüğü varsayılmış ve sistemin lineer/lineer olmayan modelleri, Matlab Simulink programında gürültü ve bozucunun olmadığı ve olduğu durumlar için ayrı ayrı simüle edilmiştir. Sonuçta PID kontrolcünün her iki senaryo için sistemi başarılı bir şekilde kontrol edebildiği ancak lineer ve lineer olmayan modellerin gürültü ve bozucu etki altında birbirinden farklılık gösterdiği görölmüştür. Bir diğerkontrolcü LQR her iki model için ilk senaryoda sistemi kontrol etmede başarılı olmuştur. İkinci senaryo için açısız hız kontrolünde istenmeyen aşımalar olduğu görölmüştür. Bulanık mantık tabanlı PID kontrolcü ise her iki model ve senaryo için sistemin kontrolü başarılı bir şekilde gerçekleştirmiş ve LQR kontrolcüsündeki aşım problemleri gözlenmemiştir. Son olarak geri durum beslemeli kontrolcü sistemi her iki senaryo için başarılı bir şekilde kontrol etmiş fakat denetleyicinin sadece lineer model için uygulandığı göz önüne alındığında bulanık mantık tabanlı kontrolcünün sistem kontrolünde diğerkontrolcülerine göre daha avantajlı olduğu düşünölmüştür. (Bezci vd., 2022)

Trentin vd., üç serbestlik dereceli sarkaç modelini kontrol etmek için yapmış olduğu çalışmada lineer olmayan bir PD denetleyiciyi Lyapunov teorisine dayanarak tasarlamıştır. Sistemin kontrolü değişken hız kontrol moment jiroskopu (variable speed control moment gyroscopes, VSCMG) ve reaksiyon tekerinin ürettiği tork ile sağlanmıştır. Sarkacın yörünge takibi ile yukarı kaldırılması ve dengede tutulması için kontrolcü geliştirilmiştir. Simölasyonlar için iki ayrı senaryo; ilk senaryo için açısız hız geri beslemesi, ikinci senaryo için açısız hız ve yönelim azaltma düşünölmüştür. Yönelim azaltma için sistem iki eksenle kontrol edilmeye çalışılmış ve üçüncü eksen için reaksiyon tekerinin açısız hızı sıfır olarak kabul edilerek bu eksene sadece jiroskop tarafından tork uygulanmıştır. Benzetim sonuçlarına göre iki senaryo için de tasarlanan PD denetleyici, sistemi dengede tutabilmiş ve yörünge takibini başarılı bir şekilde gerçekleştirmiştir. Sistemin stabilize edilmesinde kullanılan jiroskop mekanizması da

reaksiyon tekerinin sistemi kararlı bir şekilde kontrol etmesinde yararlı olmuştur. (Trentin vd., 2022)

Moghadam ve Marshall bu çalışmada bir volan yardımcı ile ters sarkaç modelinin kontrolü için iki farklı denetleyici tasarlamışlardır. Çalışmada, nicel geri besleme teorisi (quantitative feedback theory-QFT) kullanılarak tasarlanmış kontrolcü ile PID denetleyici performansı karşılaştırılmıştır. QFT denetleyici, parametrik belirsizliğe sahip ters sarkaç modelinin gürbüz kontrolü için önerilmiştir. Motor parametreleri sistemde belirsizlik kaynağı olarak kabul edilmiştir. Kontrolcülerin performansları frekans ve zaman bölgesi cevapları değerlendirilerek analiz edilmiş ve her iki kontrolcü için sistemin basamak girişlere karşı cevabı karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçlarına göre QFT kontrolcünün, modeldeki belirsizliklere karşı PID kontrolcüye göre daha dayanıklı bir yapı olduğu sonucuna varılmıştır. (Moghadam ve Marshall, 2021)

Cioaca ve Flutur bu çalışmada uzay araçlarındaki tutum kontrollerindeki zorlukları aşmak için test aracı olarak bir ters sarkaç modelinin stabilizasyonunu, LQR denetleyici kullanarak MATLAB programında simüle etmişlerdir. Tek ekseninde dönen ters sarkaç, DC motor ile tahrik edilen bir reaksiyon tekeri ile kontrol edilmiştir. Sistemin matematiksel modeli, Newton'un 3. yasasına göre oluşturulmuş ve modelin doğrusallaştırılması çalışmada verilmiştir. Sistemi dengede tutmak için ayırık zamanlı LQR kontrolcü, sistemin doğrusal olmayan ve doğrusallaştırılmış modeli için kullanılmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre LQR denetleyici bozucu etkilere rağmen sistemi iki derecelik dalgalanmalar ile dengede tutmayı başarmıştır. (Cioaca ve Flutur, 2021)

Montoya ve Gil-González bu çalışmada tepki tekeri sarkacı modelini PID ve geri durum beslemeli doğrusal olmayan denetleyiciler ile kontrol etmişler ve kapalı döngüde küresel asimptotik kararlılık oluşması için kontrol yasaları tasarlamayı önermişlerdir. Çalışmada dinamik sistemin denge noktalarının kararlılık analizleri hesaplanmış ve sistem için Lyapunov teorisi tabanlı bir kontrol yasası yaklaşımı incelenmiştir. Tepki tekeri sarkacının kontrolü için PID denetleyici, doğrusallaştırılmış geri besleme, kutup atama yöntemi kullanılarak kesin geri beslemeli doğrusallaştırma ve Lyapunov kontrol stratejisi benimsenmiş, bunların analizleri karşılaştırılmıştır. Kontrolcülerin simülasyon sonuçları üç şekilde; iki normal durum için, ikinci olarak belirsizliklerin olduğu durum

için ve son olarak dış bozucuların olduğu varsayılan durum için çıkarılmıştır. Çıkış olarak sarkaç açısı, tepki tekerinin açısal hızı, kontrol sinyalleri ve reaksiyon tekerinin düzlem yörüngesi verilmiştir. Önerilen kontrolcüler için kontrol kazanç parametre değerleri aynı alınmış ve kontrolcüler aynı dinamik davranışları gerçekleştirmiştir. Simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında kesin geri beslemeli doğrusallaştırılmış yaklaşımını ve Lyapunov yaklaşımını kullanan kontrolcüler, sistemin asimptotik kararlılığını garantiledikleri görülmüştür. Sonuç olarak farklı yaklaşımlarla tasarlanan doğrusal olan ya da olmayan denetleyiciler sistemi dengeleme ve sistemin kararlılığı üzerinde birbirlerine benzer ve etkin bir performans oluşturmuşlardır. (Montoya vd., 2020)

Chinelato vd. ters sarkaç modelinin reaksiyon tekeri ile kontrol bariyer fonksiyon yöntemini kullanarak güvenli bir şekilde kontrolüne odaklanmıştır. Sistemin güvenli kontrolü sağlanırken doğrusal ikinci dereceden bir LQR denetleyici kullanılmış ve kontrol bariyer fonksiyonu (KBF) yaklaşımı sürekli ve ayrık zamanlı olmak üzere iki farklı kontrol çerçevesi içinde değerlendirilmiştir. Güvenlik kısıtlaması olarak sarkacın açısal konumunun belirli bir değeri aşmaması durumu ele alınmıştır. Model nümerik ve deneysel olarak analiz edilmiştir. Deneysel sonuçlara bakıldığında sarkacın açısı için belirli bir maksimum açı değeri bulunup kontrol bariyer fonksiyonu yaklaşımı ile sistemin bu değeri aşmaması sağlanarak güvenli bir kontrol oluşturulmuştur. Aynı zamanda simülasyon sonuçları hem ayrık zaman hem de sürekli zaman için kontrol bariyer fonksiyonunun ve LQR kontrolcünün kontrol hedeflerini karşıladığı ve güvenli bir kontrol sağladığı fakat belirsizlikler ve modellemesi yapılmamış dinamik durumlar sebebiyle daha gürbüz KBF uygulanması gerektiği öne sürülmüştür. (Chinelato vd., 2020a)

Çeven ve Albayrak bu çalışmada çift ters sarkaç modelinin kontrolü için PID ve LQR kontrolcü kullanmışlardır. Sistemin modellenmesi Matlab/Simulink programında yapılmış ve kontrolcülerin model üzerindeki etkisi simüle edilmiştir. Çalışmada çeşitli parametreler kullanılarak çift ters sarkaç sisteminin matematiksel modellemesi yapılmış ve modellemeye uygun PID ve LQR kontrolcülerini tasarlanmıştır. Matlab/Simulink üzerinden yapılan kontrolcü analizleri sistemin konumu ve sarkaçların açısı üzerinden değerlendirilip karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak tasarlanan iki kontrolcü de sistemi başarılı bir şekilde dengeye ulaştırmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre modele etki eden bozucu etkiler sebebiyle PID kontrolcü kullanıldığında sistemin dengeye ulaşma süresinin

uzadığı ve LQR kontrolcü tasarımına göre sistemin kontrolünün daha zor olduğu anlaşılmıştır. Fakat açılarda oluşan salınımin PID kontrolcü kullanımında daha az olduğu tespit edilmiştir. Bulgular dikkate alındığında LQR kontrolcünün bu sistem için daha uygun olduğu önerilmiştir. (Çeven ve Albayrak, 2020)

Baimukashev vd. bu çalışmada dört adet yaylı sistem üzerine sabitlenmiş ve bir ucunun sabitlendiği nokta etrafındaki küresel olarak hareketini sağlayacak mafsallar yerleştirilmiş olan bir ters sarkaç modelini çift eksende iki adet reaksiyon tekeri ile kontrol etmişlerdir. Sarkacın kontrolü için reaksiyon tekerinin dönme hızı ve motor akımı dikkate alınarak bir optimum kontrol problemi belirlenmiştir. Bu problem için derin öğrenme tabanlı ve doğrusal olmayan model öngörülü kontrol yöntemleri uygulanmıştır. Çalışmada ideal optimum kontrol probleminin, derin sinir ağı uygulamasının ve doğrusal olmayan model öngörülü kontrol uygulamasının analizleri birlikte verilmiş olup sarkacın dik konumları, sarkacın ve reaksiyon tekerlerinin açıl hızları ve motorların düşük akımları üzerinden karşılaştırmalar yapılmıştır. Deneysel sonuçlarda her iki uygulama yöntemi için de oluşturulan algoritmanın başlangıç koşulları aynı kabul edilmiş ve her iki algoritma için de yakınsama süresi yaklaşık olarak aynı değeri vermiştir. Yani her iki algoritma da sistemin tepkisinin iyileştirilmesinde başarılı olmuştur. Simülasyon analizlerine bakıldığında ise her iki kontrolcü de sistemi stabilize etmiştir. Fakat maliyet hesaplamalarında derin sinir ağı yöntemi doğrusal olmayan model öngörülü kontrol yönteminden daha iyi sonuçlar vermiştir. Sonuç olarak derin sinir ağı tabanlı kontrolcü diğer kontrolcüden hesaplama karmaşıklığı ve performans açısından daha iyi çözüm sağlamıştır. (Baimukashev vd., 2020)

Thummerer ve Mikelsons, üçgen piramite benzer dört yüzlü bir yapının ters sarkaç modelini andırır bir şekilde bir köşenin üzerinde dengede tutulmasına yönelik bir çalışma yapmışlardır. Sistemin köşe noktası üzerinde dengede durabilmesi için dört adet reaksiyon tekeri kullanılmıştır. Modelin kontrolü için LQR kontrolcü tasarlanmış ve kontrolcü tasarlanırken yapının yuvarlama ve yunuslama eksenleri üzerindeki açılarna dayanarak kontrol çıktısı test edilmiştir. Yalpalama eksenini yapının ters sarkaç gibi davranan kısmını temsil ettiğinden dolayı bu eksenin sistemin düşmesine olanak vermediği düşünülmüştür. Aynı zamanda motorların akımları da deney analizlerine eklenmiştir. Sonuç olarak motor akımı ve iki eksen açılarının analizlerine bakıldığında

motor akımlarının fiziksel sınırlamaları aştığı ve kontrolcünün sistemi kararlı bir şekilde stabilize edemediği görülmüştür. (Thummerer ve Mikelsons, 2020)

Ganganath ve Annasiwaththa ters sarkaç tepki tekeri modelinin geliştirilmiş kapalı-döngü PID denetleyici ile kontrol edilmesine yönelik bir çalışma yapmıştır. Çalışmada model doğrusallaştırılmıştır. Modelin kontrolü gürültülü ve gürültüsüz olmak üzere iki farklı simülasyon ortamında Matlab Simulink programında simüle edilmiştir. Gürültüyü önlemek için sistemde ayırık zamanlı filtreleme sistemi (FIR) kullanılmıştır. Sistemin kontrolü ise ayırık zamanlı PID kontrolcü ve kontrol kartı ile deneysel olarak test edilmiştir. Simülasyon sonuçlarında sistemin kalıcı duruma ulaşana kadar tepki tekerinin ivmesi, hızı, torku ve açısal yer değişimi ile sistemin gürültülü ve filtrelenmiş ortamdaki cevaplarının karşılaştırılması verilmiştir. Sonuçlara göre önerilen kontrolcünün sistemi dengeleyebileceği öngörülmüştür. Fakat analizlerde hızın sifıra yaklaşmadığı görülmüş ve sıfır değerini alması için daha sonraki aşamalar için sistemde PI döngüsü kullanılmıştır. (Ganganath ve Annasiwaththa, 2022)

Mahmoud ve Saidi 'nin bu çalışmasında eksik tahrikli bir ters sarkaç-tork tekeri sistemi istenilen konumda ve istenilen yörünge boyunca kontrol edilmek istenmiştir. Sistem iki serbestlik derecesine sahip olup sistemin dinamik modeli oluşturulurken Lagrange metodu kullanılmıştır. İlk olarak sistemin dinamik modeli doğrusallaştırılmış ve sistemin istenilen referans yörüngesi boyunca kontrol edilmesi için Lyapunov yaklaşımli bir durum geri beslemeli kontrol tekniği kullanılmıştır. İkinci olarak sistemin stabilize edilmesi için bir iç model kontrolü düşünülmüş ve sistemin transfer fonksiyonunu içeren bir blok diyagramı oluşturulmuştur. Sisteme farklı açılı girişi verilerle bu değerlerde sistemin stabilizasyonu incelenmiştir. Sonuçlara bakıldığında önerilen kontrol tekniğinin sistemi istenilen açılarda dengede tuttuğu görülmüştür. (Mahmoud ve Saidi, 2022)

Lim vd., yapmış oldukları çalışmada ters sarkacın iki adet reaksiyon tekeri ile iki eksende kontrolü üzerinde durmuşlardır. Sistem PID denetleyici ile kontrol edilmek istenmiştir. Yapı Matlab Simulink programında simüle edilmiş ve denetleyicinin sistemi kararlı bir şekilde stabilize edip edemeyeceği test edilmiştir. Öncelikle matematiksel modellemesi bilinmeyen sistem için için Ziegler-Nichols yöntemi kullanılarak PID denetleyicinin katsayıları ayarlanmaya çalışılmıştır. Katsayılar ayarlanırken sarkacın

açısının konumu ve motorun voltaj değeri çıktı olarak verilmiş ve bozucu etkiler göz önünde bulundurulmuştur. Uygunluğu belirlenen katsayı değerleri için PID denetleyicinin sistemi başarılı bir şekilde stabilize ettiği görülmüştür. (Lim vd., 2018)

Valenzuela vd. bu çalışmada ters sarkacın tepki tekeri ile kontrolünde karşılaşılan en baskın iki problem üzerinde durmuşlardır. Sarkacın kararsız olduğu denge noktasına doğru hareketinin gerçekleşmesi ve bu konumda kalabilmesinin ayarlanabilmesi problemlerinin çözümü için uyarlanabilir kontrolcü olarak, sinir ağı-tabanlı ve regresör-tabanlı kontrolcü tasarımları önerilmiştir. Sarkacın yörünge takibi için kararlılık analizi yapılmış ve tasarlanan kontrolcülerin performans analizleri doğrusal olan bir PID kontrolcü ile karşılaştırılmıştır. Ağırlık, sarkacın yörünge takibi, pozisyon hata oranı ve uygulanan voltaj oranı çıkış parametreleri olarak ayarlanmıştır. Kontrolcüler tasarlanırken her bir algoritma için aynı kontrol kazançları (K_p, K_i, K_d) kullanılmıştır. Sarkacın izlediği yol ve pozisyondaki hata oranlarının zamana göre değişimleri analiz edilmiştir. Analizlere göre pozisyon hata oranı uyarlanabilir kontrolcülerde PID algoritmasına göre daha iyi sonuç vermiştir. Sinir-tabanlı kontrolcünün ise regresör tabanlı kontrolcüye oranla daha yavaş adaptasyon sağladığı gözlemlenmiştir. Deneden ölçülen hata oranları doğrultusunda en iyi performansı sinir ağı-tabanlı kontrolcü gösterirken, en kötü performansı PID kontrolcü göstermiştir. Sonuç olarak modelin iç dinamiğindeki kısıtlamalara rağmen (teпки tekeri hızının kısıtlanması) uyarlanabilir kontrolcüler ile yapılan deneysel çalışmada her iki kontrolcü de PID kontrolcüye göre daha iyi performans sonuçları göstermiştir. (Moreno-Valenzuela vd., 2017)

Larimi ve diğerlerinin yapmış olduğu çalışmalarında bir eksik eyleyici sistem örneği olan ters sarkaç modelinin reaksiyon tekeri ile iki katmanlı hibrit kontrolcü kullanılarak kontrol edilmesi üzerinde durmuşlardır. Sarkacın açısı öncelikli parametre kabul edilmiş ve ilk katman için geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi ile modelin denklemi doğrusallaştırılmıştır. Tepki tekerinin hızı ise ikinci parametre olarak kabul edilmiş ve geri beslemeli doğrusallaştırma yönteminin yeterli olmayacağı düşünülerek bulanık mantık yöntemi ile ikinci katman için modelin denklemi doğrusallaştırılmıştır. İlk katmanın sistemin yukarı denge noktasında stabilize olması için sarkacın açısını kontrol etmesi, ikinci katmanın sistem stabilize olduğunda tepki tekeri hızını sıfırda tutması hedeflenmiştir. Kontrolcü simülasyon ortamında yalnızca ilk katmanın olduğu ve her iki katmanın da olduğu iki farklı durum için analiz edilmiştir. Sonuçlara göre ikinci

katmanın olmadığı durumda ilk parametre kararlılık isterini karşılamış fakat ikinci parametre sistemi dengelemesine rağmen reaksiyon tekeri sistem dengedeysen sabit bir açısal hızda çalışmaya devam etmiştir. Bulanık mantık yöntemiyle tasarlanan ikinci katmanın da olduğu diğer analiz sonuçlarına bakıldığında ise her iki parametre için de sistem kararlılık koşullarını sağlayıp dengeye ulaşmış ve değerleri sıfıra yaklaşmıştır. Kısaca iki katmanlı hibrit kontrolcünün sistemi daha etkin bir şekilde kontrol ettiği ve sistemin dengeye ulaştığı görülmüştür. (Larimi vd., 2017)

Aguilar-Avelar vd. bu çalışmada bir ters sarkaç sistemini tek reaksiyon tekeri ile yukarı dik konumda stabilize etmek istemişlerdir. Sistemin dinamik modeli Euler-Lagrange metodu ile oluşturulmuştur. Doğrusallaştırılmış modelin doğrusal olmayan gerçek model ile deneysel sonuçlarının farklılık gösterebileceği düşünülmüş ve sistemin doğrusal modeline viskoz sürtünme kuvvetleri ile asimetrik Coulomb sürtünme kuvveti eklenmiştir. Modelin iki farklı durum için simülasyonu gerçekleştirilmiştir. İlk simülasyonda dinamik modele sürtünme kuvvetleri dahil edilmiş ve ikinci durum için sürtünme kuvvetleri modele dahil edilmemiştir. Simülasyon sonuçları deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Deneysel ve simülasyon testleri için geri beslemeli doğrusal bir kontrolcü uygulanmıştır. Deneysel sonuçlara göre her iki durum için de kontrolcünün amacını başarı ile gerçekleştirdiği ancak stabilizasyon için bozucu etkilerin olmadığı durumda daha az tork gerektirdiği ve bozucu etkilerin olduğu durumda sistemin istenilen konumda tutulabilmesi için daha yüksek hız gerektirdiği düşünülmüştür. (Aguilar-Avelar vd., 2017)

Türkmen vd. çalışmalarında iki adet reaksiyon tekeri kullanarak bir ters sarkaç modelinin kontrolünü deneysel olarak gerçekleştirmişlerdir. Sistemin tasarımı diğer çalışmalar referans alınarak Solidworks programı üzerinden yapılmış ve test edilmek için üretime dökülmüştür. Diğer çalışmalardan farklı olarak tasarımın atalet değerindeki değişimini minimize edecek ve sistemin ağırlığını azaltacak değişiklikler uygulanmıştır. Sistemin eksenleri birbirinden bağımsız düşünülmüş ve tek eksen için Lagrange yöntemiyle model doğrusallaştırılmıştır. Tek eksen için elde edilen model her iki reaksiyon tekeri için de kullanılmış olup sistemin kontrolü geri beslemeli kutup atama yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Kutup atama yönteminin parametreleri belirlenip üretilen tasarıma uygulanmış ve kontrolcü ters sarkaç modelini başarılı bir şekilde dengede tutmayı başarmıştır. (Türkmen vd., 2017)

Mohan vd., çalışmalarında tek tekerlekli bir bisikletin modellenmesi ve kontrolü üzerinde durmuşlardır. Model, iki konsept üzerinden tasarlanmış olup ilk konsept yunuslama eksenini için yalnızca ters sarkaç modeli ve ikinci konsept yalpa eksenini için tepki tekeri ile ters sarkaç olarak oluşturulmuştur. Yalpa eksenini kontrolü için doğrusal olmayan denklemler ile kayan kipli denetim (sliding mode control) ve anahtarlama fonksiyonunun neden olduğu titreşimi en aza indirmek için optimal metotlar kullanılmıştır. Yunuslama eksenini için ise LQR denetleyici kullanılmıştır. İki eksen için sistem iki farklı sistem modeli gibi düşünülüp, sistemlerin modellemeleri ve dinamik denklemleri birbirlerinden bağımsız olarak oluşturulmuştur. Kontrolcüler ise iki farklı model için bağımsız olarak analiz edilmiştir. Yalpa eksenini için eksen açısı ve açının hata oranını aşmak için verilen giriş değerinin sonuçlarına göre kayan kipli kontrolcü istenilen performansı göstermiş ve bozucu etkilerin üstesinden gelerek gürbüz kontrol sağlamıştır. Bu sebeple anahtarlama fonksiyonunun neden olduğu titreşimleri en aza indirmek için optimal metotlara gerek kalmamıştır. (Mohan vd., 2016)

Albertos vd. yapmış olduğu çalışmada ters sarkaç sisteminin tepki tekeri ile aynı çalışma prensibine sahip bir volan ile kontrolü üzerinde durmuşlardır. Çalışmada sistem modeli insansı bir robotun bacağına benzetilmiştir. Robotun bacağı sarkacı temsil ederken, dc motor ile çalışan volan ise hareketli gövde kısmını temsil etmiştir. Sistem doğrusallaştırılmış ve deneysel olarak test edilmiştir. Sistemin kontrolü ise PID denetleyici kullanılarak iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Başlangıçta kullanılan PID denetleyicinin denge konumu sonuçlarında sarkacı üst denge noktasında stabilize etmesine rağmen yüksek frekanslı salınımlar ve güçlü dalgalanmalar olduğu görülmüştür. Bu kararsızlığın ortaya çıkması ikinci bir kontrol döngüsü ihtiyacını oluşturmuştur. Kararsızlık durumunu ortadan kaldırmak için referans girişinde değişiklik yapılmış ve PID denetleyici geri yüklenmiştir. Aynı değişiklikler sarkacın minimum enerjiyle dengelenmesi için kontrol eylemi durumunda da yapılmıştır. Sonuç olarak denge konumunda iyileşmeler olduğu gözlenmiş ve sistem minimum enerji ile başarılı bir şekilde kontrol edilmiştir. (Olivares ve Albertos, 2014)

Jepsen vd. çalışmasında bir ters sarkaç modelinin reaksiyon tekeri ile kontrolünün geliştirilmesi üzerinde durmuşlardır. Sistemi hem deneysel hem de simülasyon ortamında test etmişlerdir. Sistemin yukarı pozisyondaki kontrolü için kutup yerleştirme yöntemine

dayanan bir geri beslemeli denetleyici tasarlanmıştır. Sarkaç aşağı denge noktasından yukarı denge noktasına ulaştığında tepki tekerinin hızı maksimum değere ulaşmış ve sarkacın hızı sıfır olmuştur. Bu durumda sarkaç aşağı denge noktasına tekrar düşmüş ve tepki tekeri sarkacı eski konumuna getirmek için ters yönde moment oluşturmuştur. Bu döngü tekrarlanarak sarkaç istenilen konumda sabit tutulmaya çalışılmış ve tepki tekerinin maksimum olduğu durumda denetleyici doygunluğa ulaşmıştır. Bu durumu iyileştirmek için ise bang-bang denetleyici tasarlanmıştır. Denetleyicilerin analiz sonuçlarına bakıldığında sistemin birkaç döngü sonunda istenilen şekilde dengeye geldiği ve hem simülasyon hem de deneysel sonuçlara göre kontrolünün başarılı bir şekilde sağlandığı gözlemlenmiştir. (Jepsen vd., 2009)

Meyer vd. bu çalışmalarında bir noktaya sabitlenmiş ters sarkaç modelinin reaksiyon tekeri ile stabilizasyonunun sağlandığı prototip bir dinamik model tasarlamışlardır. Ters sarkaç modelinin tasarımı, modellenmesi, dengelenmesi ve reaksiyon tekerinin dik konumdaki açısal değişimini maksimize etmek için reaksiyon tekerinin moment değişimini optimize etmek çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Çalışmada sistemin kontrolü için geri beslemeli yaklaşım benimsenerek LQR denetleyici tasarımı önerilmiştir. Sistemin deneysel ve simülasyon sonuçları karşılaştırılmıştır. Analizlerde geri beslemeli LQR denetleyici tarafından kontrol edilen ters sarkacın açısal konumu ve reaksiyon tekerinin açısal hızı ve dönme eylemsizliği parametre olarak kullanılmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre LQR denetleyici, sistemi başarılı bir şekilde stabilize etmiştir. (Meyer vd., 2009)

Sandoval vd. ters sarkaç modelinin tepki tekeri ile yukarı denge noktasında tutulması üzerine bu çalışmayı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada sarkacı istenilen konumda tutabilmek için hız düzenleyici kullanılmıştır. Sarkaç modelini istenilen konumda ve teker hızını istenilen sabit hızda tutabilmek için kontrol kuralı oluşturulmuştur. Çalışmada viskoz sürtünme ve sarkacın sürtünmesi ihmal edilmiş olup modelin denklemleri oluşturulurken Hamiltonian mekaniği kullanılmıştır. Stabilize analizleri ise Lyapunov teorisine ve Barbashin-Krasovskii teorisine dayanmıştır. Simülasyon sonuçlarından hareketle sistemin istenilen hız sabitinde istenilen konumda stabilizasyonun başarılı olduğu düşünülmüştür. (Sandoval vd., 2020)

Vo vd. bu çalışmada pasif tabanlı salınım kontrolü üzerinde durmuş ve daha önce kayan kipli kontrolcü ile enerji metoduna dayalı salınım kontrolü üzerine yapmış oldukları çalışmaları ile karşılaştırmışlardır. Sistem bir sarkaç, bir bağlantı kolu ve bir DC motordan oluşmaktadır ve pasif tabanlı salınım kontrolü sistemin enerjisine bağlı olarak sarkacın küçük aralıklarla çalışma prensibine dayalı olarak tasarlanmıştır. Her iki çalışmada da tasarlanmış olan kontrolcüler deneysel ve simülasyon ortamında karşılaştırılmıştır. Elde edilen simülasyon sonuçlarında pasif tabanlı kontrolcü ile sarkaç 6 saniye salınım yapmış ve 6.saniyede geçiş mekanizması çalışarak sistem 10. saniyede yukarı denge noktasında stabilize edilmiştir. Kayan kipli kontrolcü tasarlanarak oluşturulmuş salınım kontrolünde ise sarkaç 5 saniye salınım yapmış ve 5.saniyede geçiş mekanizması çalışarak 6.saniyede yukarı denge noktasında stabilize edilmiştir. Bağlantı kolu ise her iki kontrolcü içinde istenilen aralıklarda sarkacın güvenli bir şekilde hareketini gerçekleştirmesini sağlamıştır. Deneysel sonuçlar incelendiğinde ise bağlantı kolu için pasif tabanlı kontrolcü daha iyi performans göstermiş ve her iki kontrolcü de sarkacı benzer performansla dengede tutmayı başarmıştır (Vo vd., 2024).

Srinias ve Behera, bu çalışmada bir reaksiyon tekeri sarkacının iki farklı kontrol metodu ile salınım kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. İlk olarak sistemin matematiksel denklemlerini Lagrangian denklemlerinden türetmiş ve sistemin salınım kontrolü ile yukarı denge noktasındaki stabilizasyonu için geçişli kontrol yöntemi kullanmışlardır. Sarkacın denge noktasından salınım yapması ile bu salınımların dağılımı kullanılarak (sinüzoidal swing-up) ve bağlantı ve sönümlenme atama-pasif tabanlı kontrol metodu (IDA-PBC) kullanılarak sistemin salınım kontrolü iki farklı metod ile gerçekleştirilmiştir. Kontrolcülerin performansları simülasyon ve deney ortamında test edilmiştir. Elde edilmiş sonuçlar yaygın olarak kullanılmış pasif tabanlı metod ve enerji tabanlı metod ile tasarlanmış başka çalışmaların salınım kontrolünden elde edilen sonuçları ile karşılaştırması yapılmıştır. Sonuç olarak her bir kontrolcü simülasyon ortamında etkin bir performans göstermiş olup, deneysel ortamda PBC, IDA-PBC ve sinüs biçimli kontrolcüler enerji tabanlı kontrolcüye göre bu kontrol metodunun gerçek ortamda sürtünmelere karşı hassas olması nedeniyle daha etkin bir performans göstermişlerdir (Srinias ve Behera, 2008).

Ters sarkaç modelinin kontrol edilmesine yönelik çalışmalar oldukça yaygındır. Bu tez çalışmasında ters sarkaç modeli tek bir ekseninde tek bir reaksiyon tekeri ile kontrol

edilmek istenmiş olup, özellikle reaksiyon tekeri ve buna benzer yapılar ile tek eksenli, çift eksenli ve üç eksenli ters sarkaç modellerinin kontrol edilmesine yönelik literatür çalışmalarına ağırlık verilmiştir. Bu çalışmalar Tablo 1 'de eksen sayılarına, tasarlanmış ya da kontrol edilmesi planlanan sistemin doğrusal olarak ya da doğrusal olmadan kontrol edilmesine ve sistemin kontrolünde kullanılan kontrolcü çeşidine göre sınıflandırılması gösterilmiştir.

Tablo 1. Ters Sarkaç Modelinin Eksen Sayılarına, Modelin Doğrusallığına ve Kullanılan Kontrolcü Tiplerine Göre Kontrol Edilmesine Yönelik Literatür Çalışmaları

Ters Sarkaç Tipi	Kontrolcü Tipi	Model (Doğrusal-Doğrusal Olmayan)	Yazar	Yayın Tarihi
Tek Eksenli	PID, LQR, LQR	Doğrusal	Dominik Zaborniak, Krzysztof Patan ve Marcin Witczak	2024
Tek eksenli	LQR	Doğrusal	Duc-Binh Pham, Quy-Thinh Dao, Ngoc-Tam Bui ve Thi-Van-Anh Nguyen	2024
Tek eksenli	RL	Doğrusal	Rajmeet Singh Bhourji, Saeed Mozaffari ve Shahpour Alirezaee	2024
Çift Eksenli	LQR	Doğrusal	Matthias Hofer, Michael Muehlebach, Raffaello D'Andrea	2023
Çift Eksenli	PID, LQR, Bulanık Mantık Tabanlı PID ve LQR	Doğrusal – Doğrusal Olmayan	Yüksel Ediz Bezci, Vahid Tavakol Aghaei, Batuhan Ekin Akbulut, Deniz Tan, Tofigh Allahviranloo, Unai Fernandez-Gamiz ve Samad Noeiaghdam	2022
Üç Eksenli	PD	Doğrusal Olmayan	João Francisco Silva Trentin, Davi A. Santos, Samuel da Silva ve Hanspeter Schau	2022
Tek Eksenli	PID	Doğrusal Olmayan	Ridma Ganganath ve Buddhika Annasiwaththa	2022
Tek Eksenli	Durum Geri Beslemeli Kontrolcü	Doğrusal	Ines Mahmoud, Imen Saidi	2022
Tek Eksenli	QFT, PID	Doğrusal	Amir Ali Amiri Moghadam and Matthew Marshall	2021
Tek Eksenli	LQR	Doğrusal	Radu-Andrei Cioacă, Cristian Flutur	2021
Tek Eksenli	PID	Doğrusal	Oscar Danilo Montoya, Walter Gil-González, Federico Martin Serra	2020
Tek Eksenli	LQR	Doğrusal	Caio Igor Gonçalves Chinelato, Gabriel Pereira Das Neves ve Bruno Augusto Angélico,	2020
Tek Eksenli	PID, LQR	Doğrusal Olmayan	Çeven, S. ve Albayrak, A.	2020
Çift Eksenli	OCP, DNNs, NMPC	Doğrusal Olmayan	Daulet Baimukashev, Nazerke Sandibay, Bexultan Rakhim, Huseyin Atakan Varol ve Matteo Rubagotti	2020

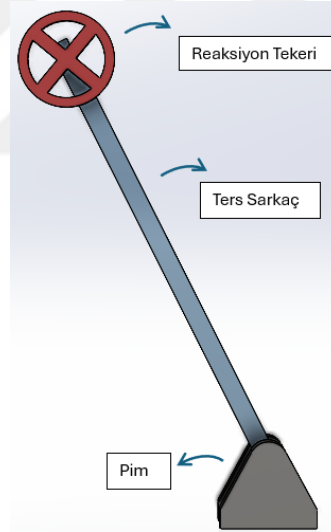
Üç Eksenli	LQR	Doğrusal	TobiasThummerer ve LarsMikelsons	2020
Çift Eksenli	PID	Doğrusal	Yon YawLim, Choon Lih Hoo ve Yen Myan Felicia Wong	2018
Tek Eksenli	PID	Doğrusal	Javier Moreno-Valenzuela, Carlos Aguilar-Avelar, Sergio Puga-Guzmán ve Víctor Santibáñez	2017
Tek Eksenli	Bulanık Mantık Tabanlı Kontrolcü	Doğrusal	Syed Reza Larimi, Omair Iqbal, Jamieson Garbowski, Mina Hoorfar ve Homayoun Najjaran	2017
Tek Eksenli	Geri Beslemeli Kontrolcü	Doğrusal- Doğrusal Olmayan	Carlos Aguilar-Avelar, Ricardo Rodríguez-Calderón, Sergio Puga-Guzmán ve Javier Moreno-Valenzuela	2017
Tek Eksenli	LQR	Doğrusal	Shweda Mohana,Nandagopal J L ve Amritha S	2016
Tek Eksenli	PID	Doğrusal	Manuel Olivares ve Pedro Albertos	2014
Tek Eksenli	LQR	Doğrusal	Jordan Meyer, Nathan Delson ve Raymond A.de Callafon	2009
Tek Eksenli	Swing-up Kontrolcü	Doğrusal Olmayan	Frank Jepsen, Anders Soborg, Anders R. Pedersen, Zhenyu Yang	2009
Çift Eksenli	Kutup Atama Yöntemi	Doğrusal	Abdullah Türkmen, M. Yusuf Korkut, Mustafa Erdem, Ömer Gönül, Volkan Sezer	-

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde sistemin tasarımı, matematiksel modeli, motor modeli ve parametreleri alt başlıklar halinde verilmiştir. Tasarım yapılırken ve denklemler çıkarılırken izlenen yöntemler detaylı açıklanmıştır.

3.1. Ters Sarkaç Sisteminin Tasarımı

Ters sarkaç sistemi SolidWorks programı kullanılarak tasarlanmış olup Şekil 6'da verilmiştir. Sistem bir adet ters sarkaç, bir adet reaksiyon tekeri ve bir adet motordan oluşmaktadır. Ters sarkaç, sabitlenmiş bir pim etrafında dönmektedir. Dönme noktası pivot noktası olarak kabul edilmiş ve reaksiyon tekerinin, ters sarkacın ve sistemin toplam eylemsizlik değerleri pivot noktasına göre hesaplanmıştır. Reaksiyon tekeri, ters sarkacın serbest noktasına montajlanmıştır. Motor, reaksiyon tekerinin dönme hareketini gerçekleştirip sarkacın kontrolü için gerekli olan torkun üretilmesini sağlamak amacıyla reaksiyon tekerine bağlanmıştır.



Şekil 6. Ters Sarkaç Sistemine Ait Yapılar

Ters sarkaç sisteminin 3 boyutlu tasarımına ait ön, arka ve sağ-sol perspektifinden görünüşleri Şekil 7'de gösterilmiştir. Sistemin tasarımında sarkaç, reaksiyon tekeri ve pim 1060 Alüminyum alaşımından yapılmıştır. Reaksiyon tekerlerinin genellikle Alüminyum malzemeden yapılmış olması, malzemenin hafif ve dayanıklı olması nedeniyle sistemin tasarımında bu malzeme kullanılmıştır. Ayrıca sistemin kontrolünün istenilen bir şekilde gerçekleşebilmesi için reaksiyon tekerinin ağırlık ve atalet momenti değerlerini azaltacak şekilde Şekil 7'de görülen reaksiyon tekeri modeli tasarlanmıştır.

Sisteme ait yapıların ise boyutları şu şekildedir; reaksiyon tekerinin boyutları daha önce üretilmiş olan reaksiyon tekeri boyutları göz önünde bulundurulduğunda dış çapı 5 cm, iç çapı 4 cm olarak belirlenmiştir ve ters sarkacın uzunluğu 25 cm, genişliği 2 cm ve kalınlığı 1 cm olarak tasarlanmış olup, sarkacın üzerinde montajın gerçekleşebilmesi için 1 cm'lik delikler oluşturulmuştur.



Şekil 7. Ters Sarkaç Sisteminin Tasarımına Ait Perspektifler

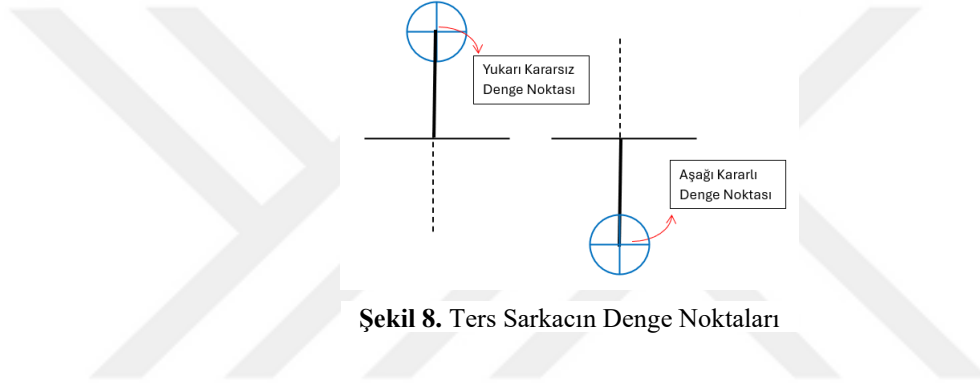
Tablo 2’de ters sarkaç sistemine ait uzunluk parametreleri, kütle ve eylemsizlik momenti değerleri verilmiştir. Uzunlukların sistem üzerinde temsili gösterimi Şekil 10’da yer almaktadır. Sistemin kütle parametrelerine ve eylemsizlik momentlerine ait ilgili açıklamalar hareket denklemleri bölümünde verilmiştir. Tablo 2’de yer alan eylemsizlik momenti değerleri bulunurken pim parçasının değerleri denklemlere dahil edilmemiştir.

Tablo 2. Ters Sarkaç Sistemine Ait Parametreler

PARAMETRELER	DEĞERLER	BİRİMLER
l_{p1}	0.250000	m
l_{p2}	0.116440	m
l_w	0.233697	m
l	0.141208	m
m_w	0.016773	kg

m_p	0.006640	kg
m	0.083213	kg
J_w	0.000917	$kg.m^2/rad$
J	0.002180	$kg.m^2/rad$

Şekil 8’de sistemin denge noktaları gösterilmiş olup bu tez çalışmasında sistem yukarı denge noktasında kontrol edilmek istenmiştir. Sistemin matematiksel modeli çıkarılırken ve model simülasyon üzerinde kontrol edilmek istendiğinde, ters sarkacın yukarı denge noktasındaki konumu 0° (sıfır) olarak kabul edilmiştir.



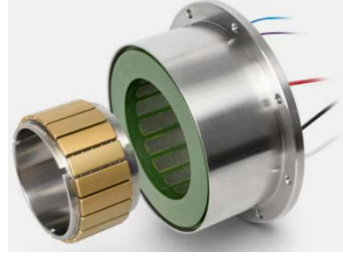
Şekil 8. Ters Sarkacın Denge Noktaları

Ters sarkacın yukarı kararsız denge noktası ve aşağı kararlı denge noktası olmak üzere iki farklı denge noktası mevcuttur. Sarkaç aşağı denge noktasında iken sistemin üzerinde sistemin hareketini bozacak herhangi bir etki olmadığında sarkaç bu noktada hareketsiz ve durur pozisyonundaki hareketini sürdürebilir. Bu hareketinden dolayı ters sarkaç modeli için bu nokta kararlı denge noktasıdır. Yukarı denge noktası ise sistem bu noktada denge noktasında olmasına rağmen, bu noktada hareketini dışarıdan herhangi bir etki almadan sürdüremeyeceği için bu noktada kararsız davranış sergiler. Bu davranışından dolayı bu nokta kararsız denge noktasıdır.

3.2. Motor Seçimi

Bu çalışmada tasarlanmış ters sarkacı dengede tutabilmek için gerekli olan torku üretecek motorun belirlenmesi için farklı motorlar ile benzetim çalışmaları yapılmıştır. Motor seçimi yaparken motor üreticisi firmaların kataloglarındaki motorların tork-hız grafikleri dikkate alınmıştır. Maxon EC Frameless DT 85L Ø90mm Brushless, 400W,

759875 Part Numaralı Motor modeli kullanılmıştır. Seçilen motorun uygunluğu Araştırma Sonuçları ve Tartışma bölümünde grafiklerle gösterilmiştir. Kullanılan motor modeli Şekil 9’da gösterilmiştir.



Şekil 9. Seçilen Motor Modeli (Anonim, 2025)

Seçilen motor modeline ait parametrelerin değerleri Tablo 3’te verilmiştir. Parametrelere ait bilgiler, ilgili denklemlerin açıklama kısmında motor dinamik denklemleri bölümünde verilmiştir.

Tablo 3. Motor Modeline Ait Parametre Değerleri (Anonim, 2025)

PARAMETRELER	DEĞERLER	BİRİMLER
R	0.218	Ohm
L	0.586×10^{-3}	H
k_v	2.8635×10^{-4}	Nms/rad
k_b	0.239	$V/rad/s$
k_t	0.239	Nm/A

3.3. Ters Sarkaç Sisteminin Matematiksel Modeli

Bu bölümde ters sarkaç sistemini dengede tutabilmek için sarkacın açısal pozisyonunu (θ) kontrol edecek kontrolcünün tasarımında ve benzetim çalışmalarında kullanılacak matematiksel modelin nasıl elde edildiği açıklanmaktadır. Ters sarkaç sisteminin matematiksel denklemleri çıkarılırken Lagrange Mekanikinden yardım alınmıştır. Lagrange metoduna göre temel Lagrangian ifadesi $L = T - V$ şeklinde verilmektedir. Burada T sistemin kinetik enerjisini ve V sistemin potansiyel enerjisini ifade etmektedir. Eğer sistemin genelleştirilmiş koordinatları $q_j = q_1, q_2, \dots, q_m$ ve genelleştirilmiş hızları $\dot{q}_j = \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_m$ ise Lagrangian ifade genelleştirilmiş koordinatların ve hızların bir fonksiyonu şeklinde Denklem (1)’deki gibi yazılır:

$$L = L(q_1, q_2, \dots, q_m, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_m) \quad \dots (1)$$

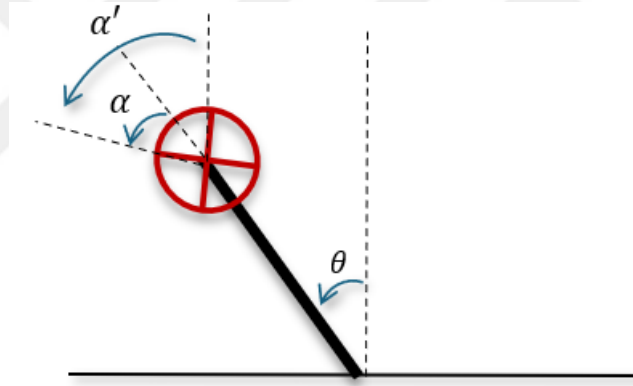
Burada m sistemin serbestlik derecesini ifade etmektedir. Lagrangian ifadesi kullanılarak Denklem (2)'de Lagrange denklemi verilmiştir.

$$L = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q, q_j = q_1, \dots, q_j, \dots, q_m \quad \dots (2)$$

Burada Q genelleştirilmiş dış kuvvet veya momenti ifade etmektedir.

3.3.1. Hareket Denklemleri

Lagrange denkleminde kullanılan genelleştirilmiş koordinatlar θ (sarkacın açısı) ve α' (sarkacın ve reaksiyon tekerinin açılarının toplamı) olarak belirlenmiştir. Şekil 10'da sarkaç sistemine ait açısal konumlar gösterilmiş olup ve Denklem (3)'te açı bağlantısı verilmiştir.



Şekil 10. Ters Sarkaç Sistemine Ait Açı Parametreleri

$$\alpha' = \alpha + \theta \quad \dots (3)$$

Denklem (2) kullanılarak sistemin Lagrange denklemleri, Denklem (4) ve Denklem (5)'te verilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = -\tau_p - T_{fp} + T_{fw} \quad \dots (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\alpha}'} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha'} = \tau_w - T_{fw} \quad \dots (5)$$

Burada τ_p , sarkacın üzerine uygulanan torku ifade etmektedir. Ayrıca sistemde sürtünme etkilerinin olduğu da kabul edilmiştir. Bu sürtünmelerin ana kaynağını reaksiyon tekerini döndüren motor milinin yatağındaki ve ters sarkacın pivot noktasına

bağlandığı mafsaldaki viskoz sürtünmelerin oluşturduğu kabul edilmiştir. Modelde sarkaca etki eden sürtünme torqu ve reaksiyon tekerine etki eden toplam sürtünme torqu τ_{fp} ve τ_{fw} ile ifade edilmektedir. Viskoz sürtünme modelinde sürtünme kuvveti ile birbiri üzerinde kayan iki yüzey arasındaki bağıl hız arasında doğrusal orantı vardır. Bu sebeple sürtünme kaynaklı torqlar Denklem (6) ve Denklem (7) ile hesaplanır.

$$T_{fp} = c_p \cdot \dot{\theta} \quad \dots (6)$$

$$T_{fw} = k_V \cdot \dot{\alpha} \quad \dots (7)$$

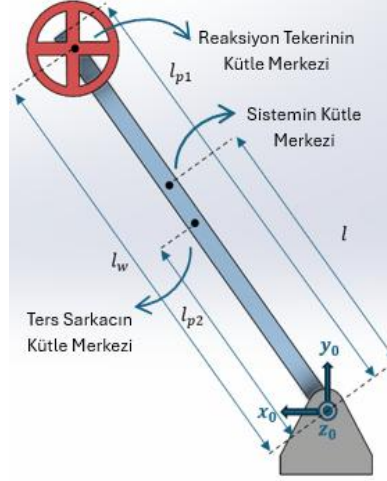
Burada c_p ve k_V sarkaca etki eden sürtünme kuvveti katsayısı ve reaksiyon tekeri viskoz sönümleme katsayısıdır.

Ters sarkaç modelinin toplam kinetik ve potansiyel enerjisi Denklem (8) ve Denklem (9) kullanılarak hesaplanmıştır. Potansiyel enerji hesabı yapılırken sarkacın üst denge noktasında ($\theta = 0^\circ$) olduğu düşünölmüştür.

$$T = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\alpha}^2 \quad \dots (8)$$

$$V = mgl(1 + \cos \theta) \quad \dots (9)$$

Burada m , J ve J_w sistemin toplam kütesini, sistemin pivot noktası etrafındaki eylemsizlik momentini ve reaksiyon tekerinin dönüş eksenini etrafındaki eylemsizlik momentini ifade etmektedir. Sistemin toplam kütesi, sarkacı kütesi m_p ile reaksiyon tekerinin kütesinin m_w toplamına eşittir. l Sistemin kütle merkezinin pivot noktasına olan uzaklığını ifade etmekte olup Şekil 11'de diğer geometrik ölçülerle beraber gösterilmiştir. Bu ölçüler, ters sarkacın uzunluğunu ifade eden l_{p1} ve sarkacın kütle merkezinin pivot noktasına uzaklığını ifade eden l_{p2} 'dir. Atalet koordinat sisteminin orijini pivot noktasında seçilmiş olup x_0 , y_0 ve z_0 eksenleri Şekil 11'deki gibi seçilmiştir.



Şekil 11. Ters Sarkaç Sistemi

Kinetik ve potansiyel enerji hesabından sonra Lagrangian ifadesi Denklem (10)'da verilmiştir.

$$L = T - V = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\alpha}'^2 - mgl - mgl(\cos \theta) \quad \dots (10)$$

Denklem (10) kullanılarak θ için Denklem (4)'te verilen Lagrange denklemindeki eşitliğinin sol tarafındaki her bir ifade Denklem (11), Denklem (12) ve Denklem (13) ile hesaplanmıştır.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = mgl \sin \theta \quad \dots (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = J\dot{\theta} \quad \dots (12)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) = J\ddot{\theta} \quad \dots (13)$$

Daha sonra Denklem (11), Denklem (12) ve Denklem (13), Denklem (4)'te yerine konularak Denklem (14) elde edilmiştir.

$$J\ddot{\theta} - mgl \sin \theta = -\tau_p - T_{fp} + T_{fw} \quad \dots (14)$$

Benzer şekilde Denklem (10) kullanılarak α' için Denklem (5)'te verilen Lagrange denklemindeki eşitliğinin sol tarafındaki her bir ifade Denklem (15), Denklem (16) ve Denklem (17) ile hesaplanmıştır.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha'} = 0 \quad \dots (15)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\alpha}'} = J_w \dot{\alpha}' \quad \dots (16)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\alpha}'} \right) = J_w \ddot{\alpha}' \quad \dots (17)$$

Daha sonra Denklem (15), Denklem (16) ve Denklem (17), Denklem (5)'te yerine konularak Denklem (18) elde edilmiştir.

$$J_w \ddot{\alpha}' = \tau_w - T_{fw} \quad \dots (18)$$

Ters sarkaç üzerine uygulanan tork ile reaksiyon tekerinin üretmiş olduğu tork Denklem (19)'da görüldüğü gibi birbirine eşittir.

$$\tau_w = \tau_p \quad \dots (19)$$

Dolayısıyla Denklem (14) ve Denklem (18) tekrar düzenlenirse sistemin matematiksel modeli denklem (20) ve denklem (21)'de verilen eşitliklerle ifade edilebilir.

$$J\ddot{\theta} - mgl \sin \theta = -\tau_w - T_{fp} + T_{fw} \quad \dots (20)$$

$$J_w \ddot{\alpha}' = \tau_w - T_{fw} \quad \dots (21)$$

Denklem (20) ve Denklem (21)'de sistemin dönme eksenini etrafındaki toplam eylemsizlik momenti Solidworks Programı kullanılarak hesaplanmıştır.

Denklem (6) ve Denklem (7) verilen sürtünme tork denklemleri, Denklem (20) ve Denklem (21)'de yerine konulursa sistemin hareket denklemi Denklem (22) ve Denklem (23) ile ifade edilebilir.

$$J\ddot{\theta} = mgl \sin \theta - \tau_w - c_p \dot{\theta} + k_V \dot{\alpha} \quad \dots (22)$$

$$J\ddot{\alpha} = -mgl \sin \theta + \left(1 + \frac{J}{J_w}\right) \tau_w + c_p \dot{\theta} - k_V \left(1 + \frac{J}{J_w}\right) \dot{\alpha} \quad \dots (23)$$

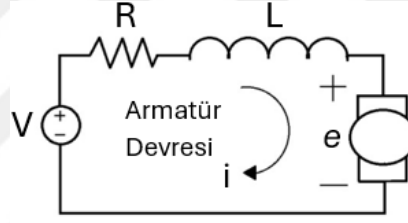
Denklem (22)'de verilen c_p değeri $2.1919 \times 10^{-3} \text{ Nms/rad}$ olup, bu değer yapılan başka bir çalışmadan alınmıştır (Aguilar-Avelar vd., 2017).

3.3.2. Motor Dinamik Denklemleri

Ters sarkacın kaldırma ve dengede tutma kontrolünde gerekli torku üreten reaksiyon tekerini döndüren motorun modellemesi sistemin dinamik davranışını simüle etmek için oldukça önemlidir. Motor şaftının eylemsizlik momenti çok düşük olduğundan motorun mekanik modeli ihmal edilmiştir. Motorun elektriksel sistemi Şekil 12’de gösterilmiştir. Şekil 12’de gösterilen devrenin matematiksel modeli Kirchoff Kanunları kullanılarak Denklem (24)’te verilmiştir.

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = V - V_{EMF} \quad \dots (24)$$

Burada R akım direncini, L akım indüktansını, V motor tarafından sağlanan voltaj değerini, V_{EMF} zıt elektromotor voltaj değerini ve i motor akımını ifade etmektedir.



Şekil 12. Motor Elektrik Sistemi

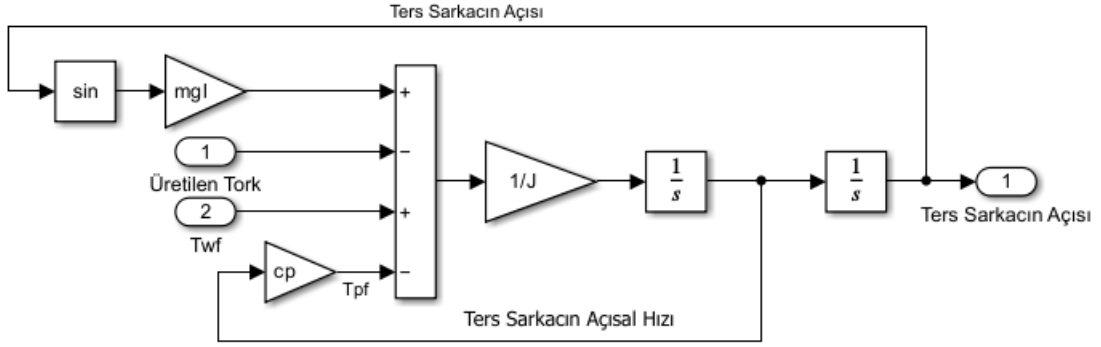
Üretilen tork ve motor akımı arasındaki ilişki Denklem (25)’te gösterilmiştir.

$$\tau_w = k_t \cdot i \quad \dots (25)$$

Burada k_t mekanik motor sabitidir. Zıt elektromotor voltaj ve motor şaftının açısal hızı arasındaki ilişki de Denklem (26)’da verilmiştir.

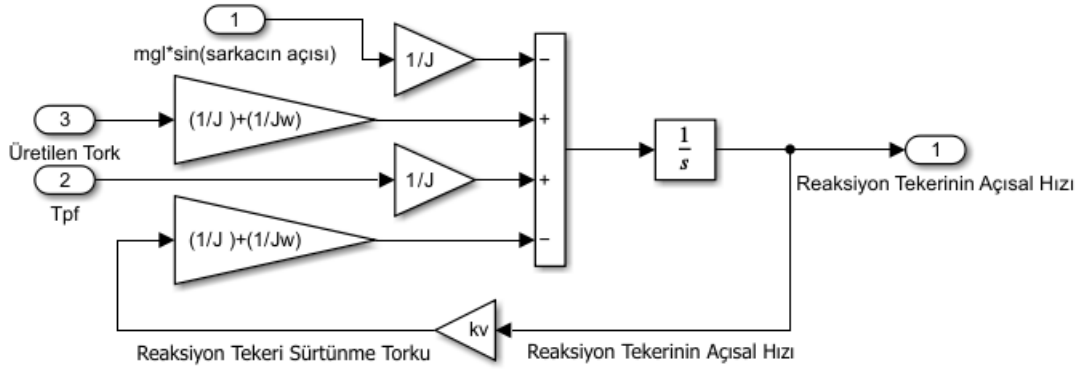
$$V_{EMF} = k_b \cdot \dot{\alpha} \quad \dots (26)$$

Burada k_b zıt elektromotor sabitini ifade etmektedir.



Şekil 13. Ters Sarkacın Matematiksel Modeli

Ters sarkaca ait matematiksel model Denklem (22)'den referans alınarak Simulink programında Şekil 13'teki gibi oluşturulmuştur. Reaksiyon tekerine ait matematiksel model, Denklem (23)'ten referans alınarak Simulink programında Şekil 14'teki gibi oluşturulmuştur.

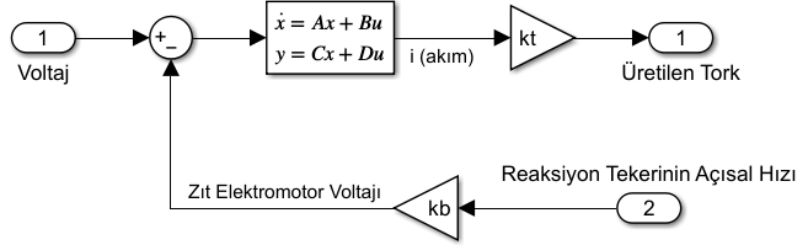


Şekil 14. Reaksiyon Tekerinin Matematiksel Modeli

Reaksiyon tekerinin tork üretebilmesi için gerekli olan enerjiyi üreten motorun matematiksel modeli Simulink programında durum-uzay modeli olarak Şekil 15'te gösterildiği gibi oluşturulmuştur. Durum-uzay modeli, Denklem (27)'de verilmiştir.

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{1}{L}(V - k_b \cdot \dot{\alpha}) \quad \dots (27)$$

$$y = i$$



Şekil 15. Motorun Matematiksel Modeli

3.4. Ters Sarkaç Sisteminin Denge Kontrolü

Literatür çalışmasından da anlaşılacağı gibi ters sarkaç sistemini istenilen dengede tutabilmek için çeşitli kontrol stratejileri uygulanmış ve çalışmaların birçoğunda klasik kontrolcüler kullanılmıştır. Bu çalışmada da ters sarkaç sisteminin yukarı denge noktasında stabilize etmek için PID ve LQR kontrolcü kullanılmıştır.

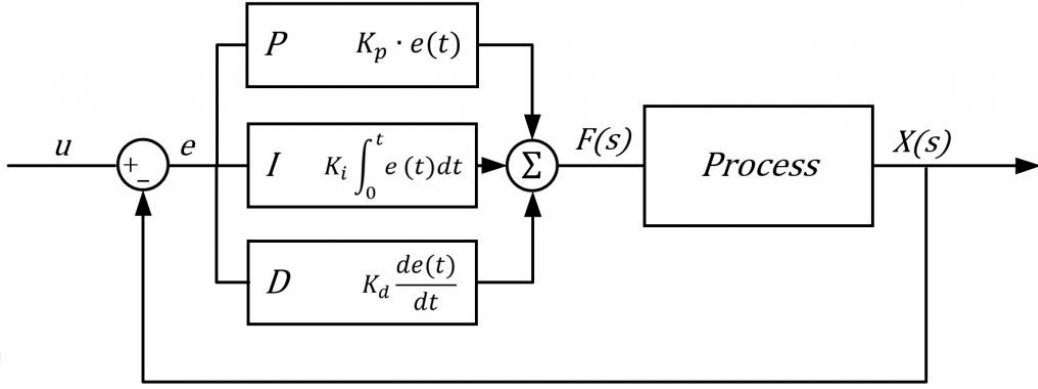
3.4.1. PID Kontrolcü

PID kontrolcü doğrusal olan ve doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilen ve kontrol çalışmalarında yaygın olarak kullanılan kontrolcülerden biridir. Ters sarkaç modelinin kontrolü için ise birçok çalışmada PID kontrolcü kullanıldığı görülmüştür. PID kontrolcüye ait blok diyagramı Şekil 16'da gösterilmiştir.

PID denetleyicide P, I, D harflerinin her biri bir kontrol parametresini temsil etmektedir. P oransal kontrol, I integral kontrol, D türevsel kontrolü ifade etmektedir. PID denetleyicisi ile üretilen kontrol girişi u , Denklem (28)'de hesaplanmaktadır.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \dots (28)$$

Burada K_p, K_i, K_d sırasıyla oransal, integral ve türevsel kazanç katsayısını ifade etmektedir. Ayrıca referans sinyal r ve çıkış sinyali x arasındaki hata, e ile gösterilmektedir. Her bir kontrolün sistem üzerinde belirli bir etki ve amacı vardır. Bunlar aşağıda kısaca açıklanmıştır.



Şekil 16. Bir PID Kontrolcünün Blok Diyagramında Gösterimi

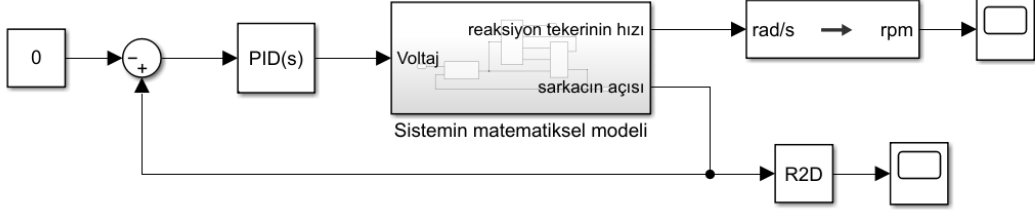
Oransal (Proportional) Kontrolcü: Oransal kontrolcünün K_p kazanç katsayısının artırılması kontrolcünün hataya daha büyük bir tepki vermesini sağlar. Ancak K_p değerinin çok artırılması sistemin salınım yapmasına veya kararsız bir davranış sergilemesine neden olur. K_p Değerinin çok küçük değerleri ise kontrolcünün hataya karşı çok yavaş tepki vermesine neden olur. Oransal kontrolcünün en önemli dezavantajı kalıcı durum hatasını teoride tek başına yok edememesidir. Kalıcı durum hatasının ortadan kaldırılamadığı durumlarda integral kontrolcü kontrol yapısına dahil edilir.

İntegral (Integral) Kontrolcü: Bu tip kontrolcü, hatanın integralini alarak kalıcı durum hatasını düzeltmeye çalışır. İdeal durumda integral kontrolcü kalıcı durum hatasını yok edebilir. İntegral kazanç katsayısının K_i artırılması kalıcı durum hatasının azaltılmasını sağlar. Ancak K_i katsayısının artırılması sistemin cevabının yavaşlamasına ve sistemin kararsız olmasına neden olur.

Türevsel (Derivative) Kontrolcü: Türevsel kontrolcü ise hatanın türevine göre tepki verir. Böylece hatadaki değişimlere göre kontrol girişi hesaplanır. Bir başka ifadeyle hatadaki ani değişimler ne kadar büyük ise kontrol girişi de o oranda büyük olur. Bu sayede sistemin kararlılığına katkı yapar ve salınımların azaltılmasına yardımcı olur. Özellikle agresif referans komutlarında sistemin hızlı tepki vermesine neden olur. Ancak yüksek frekanslı sensör gürültülerine hassasiyeti fazladır.

3.4.2. PID Kontrolcü Tasarımı

PID denetleyici tasarlanırken MATLAB Simulink programı kullanılmış olup, Simulink araç kutusunda yer alan hazır PID bloğu kullanılmıştır. Genel olarak PID tabanlı kontrol sisteminin blok diyagramı Şekil 17’de verilmiştir.



Şekil 17. Sistemin PID Kontrolcü ile Kontrol Edilmesi

Ters sarkacın dengede durabilmesi için tasarlanan kontrolcünün parametre katsayıları MATLAB Simulink Programında yer alan Yanıt Optimizasyonu (Response Optimizer) aracı kullanılmıştır.

3.4.3. LQR Kontrolcü

Ters sarkaç sistemini istenilen konumda dengede tutabilmek için kullanılan bir diğer denetleyici çeşidi ise LQR denetleyicidir. LQR denetleyici sıklıkla kullanılan bir optimal kontrol yöntemidir. Optimal kontrolün temel amacı, bir sistemin sahip olduğu fiziksel kısıtlamaları sağlarken maliyet fonksiyonu olarak adlandırılan bazı performans ölçülerini minimize edecek ya da maksimize edecek kontrol sinyalini üretmektir. Bu sayede, uzay aracının başlangıç noktasından hedef yörüngeye en az yakıt tüketimi veya en kısa sürede ulaşması için gereken itki vektörlerinin hesaplanması veya robotik bir kolda, belirli bir hedefe en hızlı şekilde ulaşmak için gerekli motor torklarının hesaplanması gibi kontrol problemlerine çözümü sağlanır.

LQR denetleyicisi model tabanlı bir kontrol olup sistemin doğrusal ya da doğrusallaştırılmış durum-uzay modeline ihtiyaç duyar. LQR denetleyicisinin farklı tipleri olmakla birlikte sürekli zamanlı ve sonsuz ufuklu (İng. continuous time and infinite horizon) LQR denetleyicisi aşağıda açıklanmaktadır:

Doğrusal bir sistemin durum uzay-modeli Denklem (29) ile verilmiştir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dots (29)$$

Optimal kontrol için kullanılacak maliyet fonksiyonu Denklem (30) ile verilmiştir.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad \dots (30)$$

Burada Q ve R ağırlık matrisleri olup Q sabit, simetrik ve yarı pozitif tanımlı matris ve R sabit, simetrik ve pozitif tanımlı bir matristir. LQR kontrol metodunda kontrol girişi, Denklem (31) ile hesaplanan durum geri beslemeli bir kontrol kuralıdır.

$$u = -Kx \quad \dots (31)$$

Burada K , geri besleme kazanç katsayısı olup Denklem (32) ile hesaplanır.

$$K = R^{-1} B^T P \quad \dots (32)$$

Burada P pozitif tanımlı simetrik bir matris olup Denklem (33) ile verilen Riccati Denklemi çözülerek elde edilir.

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad \dots (33)$$

3.4.4. LQR Kontrolcü Tasarımı

Ters sarkacın denge kontrolünde LQR denetleyiciyi kullanmak için Denklem (22) ve Denklem (23) ile verilen doğrusal olmayan sistem modeli, Denklem (29)'da verilen durum-uzay modeli elde edebilmek için öncelikle doğrusallaştırılmıştır.

3.4.4.1. Ters Sarkaç Sisteminin Doğrusallaştırılması

Denklem (22) ve Denklem (23)'te verilen doğrusal olmayan sistem modeli ters sarkacın denge noktası etrafında Taylor serisi açılarak doğrusallaştırılmıştır. Doğrusallaştırma işleminden sonra Denklem (34) ve Denklem (35) elde edilir.

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl}{J} \theta - \frac{c_p}{J} \dot{\theta} + \frac{k_v}{J} \dot{\alpha} - \frac{1}{J} \tau_w \quad \dots (34)$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{mgl}{J} \theta + \frac{c_p}{J} \dot{\theta} - \left(\frac{k_v}{J} + \frac{k_v}{J_w} \right) \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{J} + \frac{1}{J_w} \right) \tau_w \quad \dots (35)$$

Denklem (36), Denklem (27) ile verilen motor dinamik denklemlerinin yeniden düzenlemiş halidir. Denklem (37) ise ters sarkaç sistemini kontrol edebilmek için gerekli olan torkun motor dinamik denklemlerinden elde edilmesini göstermektedir. Denklemlerde yer alan u sisteme sağlanan voltajı ifade etmektedir.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u - V_{EMF} \quad \dots (36)$$

$$\tau_w = \frac{k_t}{R} u - \frac{k_t k_b}{R} \dot{\alpha} \quad \dots (37)$$

Denklem (37) kullanılarak Denklem (34) ve Denklem (35), Denklem (38) ve Denklem (39)'daki gibi elde edilir.

$$\ddot{\theta} = \frac{mgl}{J} \theta - \frac{c_p}{J} \dot{\theta} + \frac{1}{J} \left(\frac{k_t k_b}{R} + k_v \right) \dot{\alpha} - \frac{k_t}{JR} u \quad \dots (38)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} = & -\frac{mgl}{J} \theta + \frac{c_p}{J} \dot{\theta} - \left(\frac{J_w + J}{J_w J} \right) \left(\frac{k_t k_b}{R} + k_v \right) \dot{\alpha} \\ & + \left(\frac{J_w + J}{J_w J} \right) \frac{k_t}{R} u \end{aligned} \quad \dots (39)$$

Sistemin durum-uzay modelinin durum vektörü Denklem (40) ile verilmiştir.

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta \ \dot{\theta} \ \alpha \ \dot{\alpha}]^T \quad \dots (40)$$

Denklem (40) ile verilen durum vektörü kullanılarak elde edilen durum-uzay modeli Denklem (41) ile verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad \dots (41)$$

Burada

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mgl}{J} & -\frac{c_p}{J} & 0 & \frac{1}{J} \left(\frac{k_t k_b}{R} + k_v \right) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{mgl}{J} & \frac{c_p}{J} & 0 & -\left(\frac{J_w + J}{J_w \cdot J} \right) \cdot \left(\frac{k_t k_b}{R} + k_v \right) \end{bmatrix} \quad \dots (42)$$

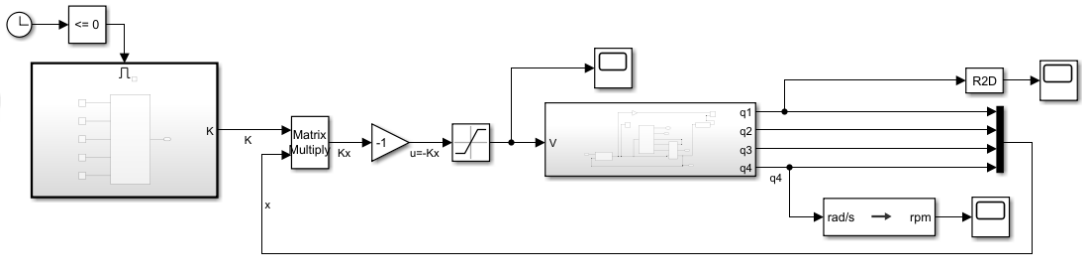
$$B = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_t}{JR} & 0 & \left(\frac{J_w + J}{J_w J} \right) \frac{k_t}{R} \end{bmatrix}^T \quad \dots (43)$$

Denklem (30)'da yer alan Q ve R matrisleri Denklem (45) ve Denklem (46)'daki gibi belirlenmiştir.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 \end{bmatrix} \quad \dots (45)$$

$$R = r_1 \quad \dots (46)$$

Tasarlanan LQR kontrolcünün MATLAB Simulink ortamında sistem modeline uygulanması Şekil 18'de verilmiştir.



Şekil 18. Sistemin LQR Kontrolcü ile Kontrol Edilmesi

3.5. Yukarı Kaldırma Kontrolü Tasarımı

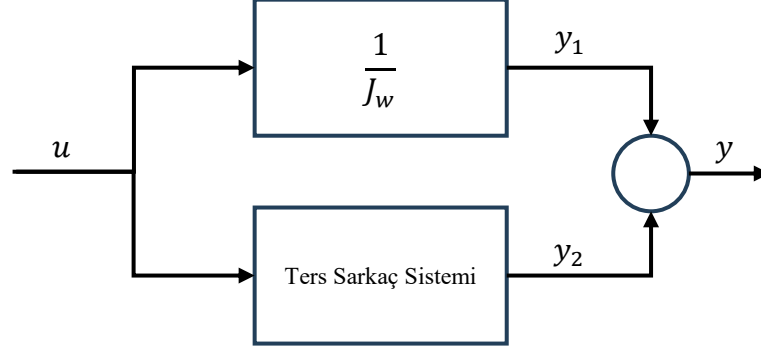
Ters sarkaç sisteminde başka bir kontrol problemi ise sarkacı kararlı denge konumundan kararsız denge konumuna getirmektir. Ters sarkaç sisteminde yukarı kaldırmak için kullanılan kontrolcü, sarkacı dengelemek için kullanılan kontrolcü ile kullanılır. Yukarı kaldırma probleminde amaç sarkaca salınım yaptırarak kararsız denge noktasına yaklaşmasını ve yeteri kadar yakın bir konuma geldiğinde ise diğer kontrolcü sarkacı o konumda dengede tutmak için sarkacı kontrol eder.

Bu tezde ters sarkacın yukarı kaldırma kontrolü için enerji tabanlı yaklaşım kullanılmıştır. Bu yaklaşım daha önceki çalışmalarda kullanılmış olup tezde de aynı yaklaşım kullanılmıştır. (Spong vd., 2002.) (Spong vd., 2001). Sistemdeki sönümlenmeler ihmal edilmiş olup Denklem (26) ve Denklem (27) bu kabul altında tekrar yazılmıştır. Elde edilen konservatif sistem Denklem (47) ve Denklem (48) ile verilmiştir.

$$J\ddot{\theta} - mgl \sin \theta = -\tau_w \quad \dots (47)$$

$$J_w \ddot{\alpha}' = \tau_w \quad \dots (48)$$

Denklem (47) ve Denklem (48) incelendiğinde ters sarkaç sistemi birbirine bağlı paralel iki alt sistemin birleşimi olarak düşünülebilir. Bu alt sistemlerden biri reaksiyon tekeri diğeri ise sarkaç sistemidir. Her iki sisteme de aynı kontrol girişi uygulanmaktadır. Şekil 19, paralel birbirine bağlı ters sarkaç sistemini göstermektedir.



Şekil 19. Birbirine Bağlı Paralel Sistem

Enerji tabanlı kontrolcüde amaç y_1 ve y_2 çıktılarını alt sistemlerin pasif olmasını sağlayacak şekilde belirlemektir. Pasif sistemlerin paralel kombinasyonları da pasif olduğu için y çıkışı ile u girişi arasındaki sistem de pasiftir. Salınım kontrolünün tasarımında Lyapunov fonksiyonu olarak pozitif tanımlı fonksiyon olan ve sönümsüz sistemin mekanik enerjisi ve zamana göre türevini veren Denklem (49) ve Denklem (50) verilmiştir.

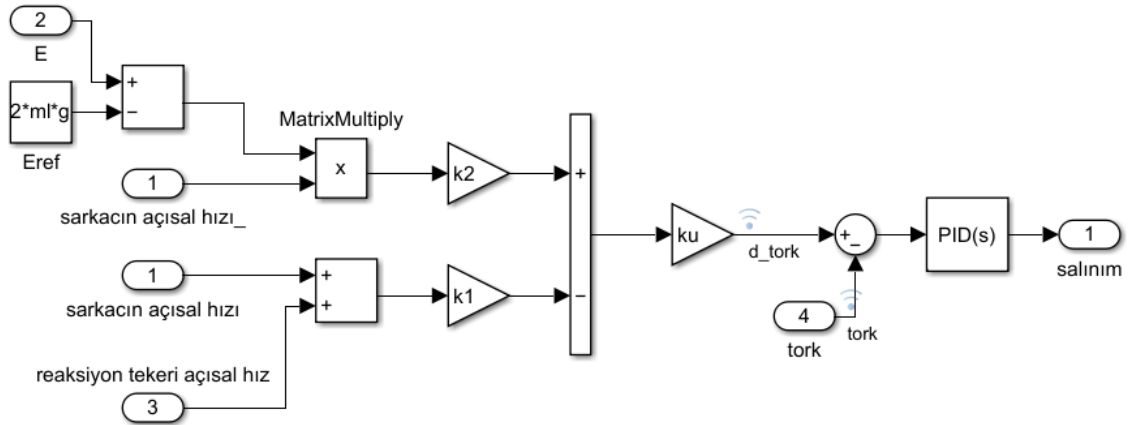
$$E = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + mgl(1 + \cos \theta) \quad \dots (49)$$

Bu yöntemde sistemin enerjisini istenilen bir enerji seviyesine artırarak sarkıcı yukarı konuma yaklaştırmak istenmektedir. Bu amaçla tasarlanan kontrol kuralı Denklem (50)'de verilmiştir.

$$\tau_{wref} = -k_u(k_v\dot{\alpha} - k_e k(E - E_{ref})\dot{\theta}) \quad \dots (50)$$

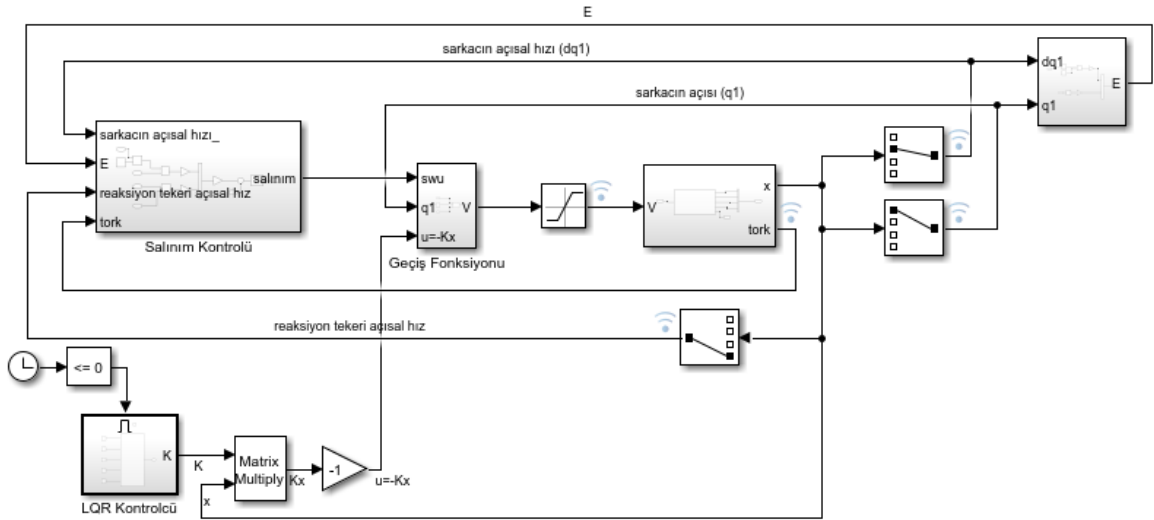
Burada E_{ref} istenilen enerji seviyesi olup yukarı kaldırma probleminde $E_{ref} = 2mgl$. k_e , k_v ve k_u ise kontrolcü kazançları olup sistemin geçici zaman cevabını ayarlamak için kullanılır. Denklem (50) ile hesaplanan τ_{wref} torkunu reaksiyon tekerinin motoru tarafından üretilebilmesi için PID tabanlı bir tork kontrolü uygulanmıştır.

Yukarı kaldırma kontrol kuralına göre sistemin MATLAB Simulink programında modellenmiş hali Şekil 20 ve 21'de verilmiştir. Salınımda Şekil 20'de görüldüğü gibi tork kontrolü PID kontrolcü ile sağlanmıştır.



Şekil 20. Salınım Kontrolünün PID Kontrolcü ile Modellenmesi

Yukarı kaldırma kontrolü 10 derecelik açığa gelinceye kadar kullanılmaktadır. Daha sonra Şekil 21’de görüldüğü gibi anahtarlama fonksiyonu ile diğer kontrolcü (PID



Şekil 21. Sistemin Salınım Kontrolü ve Dengede Tutulması

veya LQR) çalışarak ters sarkacı yukarı denge noktasına getirerek stabilize eder.

$$u = \begin{cases} \text{Yukarı Kaldırma Kontrolü, } \theta > 10^\circ \\ \text{LQR veya PID, } \theta \leq 10^\circ \end{cases} \quad \dots (51)$$

4. KONTROL PARAMETRELERİNİN OPTİMİZASYONU

Sistemin kontrolünde kullanılan PID ve LQR kontrolcülere ait parametreler her iki kontrolcü içinde yanıt optimizasyonu ve uygunluk fonksiyonu yöntemleri kullanılarak optimize edilmiştir. Optimizasyon yöntemleri bu bölümde detaylı olarak açıklanmıştır. Metin girmek için buraya tıklayın veya dokununuz.

4.1. Yanıt Optimizasyonu Metodu

MATLAB Simulink programında araç kutusu olarak yer alan yanıt optimizasyonu, sistem performansını iyileştirmek için mühendisler ve araştırmacılar tarafından kullanılan bir optimizasyon yöntemidir. Bu yöntem özellikle karmaşık sistemler için uzun sürebilecek ve hataya açık manuel parametre ayarlamalarının daha kısa sürede ve hatasız bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlamaktadır. Optimizasyonu yapılacak sistemin optimizasyon hedefleri belirlenirken maliyet fonksiyonlarının ve kısıtlamaların tanımlanmasına olanak sağlamaktadır. Örneğin; Bir veya birden fazla çıkış sinyaline belirli değer aralıklarında kısıtlama getirerek veya belirli bir değere yakınsayarak, maliyet fonksiyonu kriterlerini oluşturabilmektedir. Yönteme ait araç kutusu Simulink ile uyumlu bir şekilde çalışarak modellemelere ait kontrolcü parametrelerinin otomatik olarak Simulink üzerinde ayarlanabilmesini sağlayarak optimizasyonu gerçekleştirebilmektedir. Ayrıca maliyet fonksiyonu kriterlerine göre ayarlanan kontrolcü parametrelerinin optimizasyon sonuçlarının grafiksel olarak gösterimini de gerçekleştirebilmektedir. (Koçer & Dündar, 2024) Örnek olarak bu tez çalışmasında kullanılan PID ve LQR kontrolcülere ait tasarım parametreleri istenilen maliyet fonksiyonu kriterlerine ve sistemin parametrelerine ait kısıtlamalara göre sistem modellemesi üzerinde optimize edilmiştir.

Yanıt optimizasyonu metodu bu çalışmada sistemin kontrolünde kullanılan PID ve LQR kontrolcülerin kazanç parametrelerinin optimize edilmesinde kullanılmış olup, optimizasyon algoritması olarak Gradient Descent metodu seçilmiştir.

4.1.1. PID Kontrolcü

Matlab/Simulink programında kullanılan PID kontrolcüsünün transfer fonksiyonu Denklem (52)'de verilmiştir.

$$U(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \frac{s}{N + 1} \quad \dots (52)$$

Denklem (52) dikkate alınarak optimize edilecek parametreler oransal kazanç katsayısı K_p , integral kazanç katsayısı K_i , türevsel kazanç katsayısı K_d ve filtre katsayısı N olarak seçilmiştir. Ayrıca optimizasyonda kullanılan geçici zaman cevabına ait performans isterleri ve algoritmada kullanılan diğer parametreler Tablo 2 ve Tablo 3'te verilmiştir. Optimizasyon için kullanılan zaman cevabı başlangıç açısıl konumu 10° ve son açısıl konumu 0° olan basamak zaman cevabıdır.

Tablo 4. Yanıt Optimizasyonu Metodunda PID Kontrolcü için Kullanılan Parametreler

Parametreler	Değerler
K_p	1
K_i	1
K_d	1
N (Filtre katsayısı)	100
Basamak zamanı	0
Yerleşme Zamanı	<7s
% Yerleşme Zamanı	1.0000
Yükselme Zamanı	<5 s
% Yükselme	80
% Alt Aşım	10
% Maksimum Aşım Değeri	40

Optimizasyon işlemi sonucunda optimum PID kazanç katsayıları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Optimizasyon Sonucu Elde Edilen PID Kontrolcü Parametreleri

Parametreler	Değerler
K_p	-29.7331
K_i	0.4935
K_d	-15.7853
N (Filtre katsayısı)	-2.6053

4.1.2. LQR Kontrolcü

LQR kontrolcünün optimizasyonunda ise Q ve R ağırlık matrislerinin elemanları, Tablo 4'te verilen geçici zaman cevabı tasarım isterleri sağlanacak şekilde optimize edilmiştir. LQR kontrolcüye ait tasarım parametrelerinin başlangıç değerleri Tablo 6'da verilmiştir. Optimizasyon için kullanılan zaman cevabı başlangıç açısız konumu 10° ve son açısız konumu 0° olan basamak zaman cevabıdır.

Tablo 6. Yanıt Optimizasyonu Metodunda LQR Kontrolcü için Kullanılan Parametreler

Parametreler	Değerler
q_1	1
q_2	1
q_3	1
q_4	1
r_1	1

Optimizasyon işlemi sonucunda LQR kontrolcüye ait ağırlık matrisi parametrelerinin optimum değerleri Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Optimizasyon Sonucu LQR Kontrolcü İçin Elde Edilen Parametre Değerleri

Parametreler	Değerler
q_1	1.0018
q_2	1.0611
q_3	2.374×10^{-6}
q_4	2.8798
r_1	20.2484

4.2. Uygunluk Fonksiyonu (Fitness Function) Metodu

Uygunluk fonksiyonu bir problemin çözümünün kalitesini ölçmek için kullanılan matematiksel bir fonksiyon olarak değerlendirilmektedir. Çözümün problem üzerinde ne kadar iyi bir performans gösterdiğini belirleyerek optimizasyonda kullanılacak olan algoritmanın belirlenen değerleri kullanarak en uygun çözümü bulmasına olanak sağlamaktadır. (Balta, 2023)

Uygunluk fonksiyonlarında bir problemin çözümünün kalite ölçümü için hata kriterleri kullanılmaktadır. Kullanılan hata kriterleri şunlardır; İntegral Zaman Mutlak Hatası (Integral Time Absolute Error, ITAE), İntegral Kare Hatası (Integral Square Error, ISE), İntegral Zaman Karesi Hatası (Integral Time Square Error, ITSE) ve İntegral Mutlak Hatası (Integral Absolute Error, IAE). Bu çalışmada ise hata kriteri olarak ITAE kullanılmıştır.

İntegral Zaman Mutlak Hatası, ITAE, bir sistemin cevabını hatanın büyüklüğüne ve süresine göre inceleyen bir ölçüm kriteri olarak değerlendirilmektedir. Hızlı yerleşme sürelerinin ve minimum aşmanın sağlanması istendiği sistemlerin tasarımında etkili olan bu kriter Denklem (53)'te verildiği gibi ifade edilmektedir.

$$ITAE = \int t|e(t)| dt \quad \dots (53)$$

4.2.1. Yapay Arı Kolonisi Algoritması (ABC)

Bu çalışmada uygunluk fonksiyonu yöntemi için bir Yapay Arı Kolonisi Algoritması (ABC) kullanılmıştır. ABC algoritması bir sürü tabanlı algoritmadır ve arıların beslenme davranışlarını örnek alarak çeşitli optimizasyon problemlerine çözüm üretmek için kullanılmaktadır (Karaboga, 2005). Algoritma üç çeşit arı popülasyonuna sahiptir ve bu arı çeşitleri şu şekilde sıralanmaktadır:

- Yiyecek kaynaklarını araştırıp nektar ile kovana dönmekle görevli işçi arılar,
- İşçi arıların danslarını izleyerek kalitelerine göre besin kaynağı seçmekle görevli gözcü arılar,

- Besin kaynaklarının tükenmesi sonucunda yeni besin kaynakları keşfetmekle görevli kâşif arılar. (Karaboga vd., 2014); (Karaboga ve Akay, 2009); (Karaboga ve Basturk, 2007)

Bahsedilen beslenme davranışının algoritmaya uygulanması ise şu şekilde gerçekleşmektedir: Arılar yiyecek kaynaklarını bulmak için arama uzayına rastgele dağılmakta ve uygunluk değerlerini amaç fonksiyonuna göre belirlemektedir. Uygun değer bulunması ya da iterasyon sayısının tamamlanması durumunda algoritma sonlanmaktadır. (Karaboga vd., 2014) (Karaboga ve Akay, 2009)(Karaboga ve Basturk, 2007). Algoritmada, işçi arılar uygun çözümü bulmakla görevli oldukları için elde edilen yeni çözümler her zaman eski çözüm ile karşılaştırılarak daha iyi bir çözüm bulunmaya çalışılmaktadır. Karşılaştırma sonucu daha iyi olan çözüm yeni çözüm olarak kabul edilmektedir. Gözcü arılar ise işçi arıların bulduğu çözümler arasından amaç fonksiyonuna uygun olarak en iyi çözümü seçmektedirler. Kâşif arılar yeni bölgeler keşfederek daha iyi çözüm arayışı içindedirler. Kaynağı ile döngüsünü tamamlayan işçi arılar kâşif arı olmaktadır. (B. Emre, 2023)

Çalışmada kullanılan algoritmada her iki kontrolcü için de bal arısı sayısı 20, maksimum iterasyon sayısı ise 200 olarak belirlenmiştir. Kontrolçülere ait parametrelerin isterlerine ilgili başlık altında yer verilmiştir.

4.2.2. PID Kontrolcü İçin Uygunluk Fonksiyonu Kullanımı

Simulink uygulamasında tasarlanan PID kontrolcüye ait kazanç katsayıları uygunluk fonksiyonunu minimize edecek şekilde optimize edilmiştir. Tablo 8’de PID kontrolcü için kullanılan kazanç parametrelerine ait başlangıç koşulu değerleri, optimizasyonda bu parametreler için belirlenmiş alt ve üst sınır değerleri yer almaktadır.

Tablo 8. Uygunluk Fonksiyonunda Kullanılan PID Kontrolcünün Başlangıç Değerleri

Parametreler	Başlangıç Değerleri	Alt Sınır Değeri	Üst Sınır Değeri
K_p	1	-200	200
K_i	1	-200	200
K_d	1	-200	200

N	1	-10	10
-----	---	-----	----

Tablo 9’da optimizasyon sonucunda elde edilen kazanç parametrelerinin optimum değerleri yer almaktadır.

Tablo 9. Uygunluk Fonksiyonu ile Elde Edilen PID Parametreleri

Parametreler	Değerler
K_p	50
K_i	200
K_d	-4.6199
N	10

4.2.3. LQR Kontrolcü İçin Uygunluk Fonksiyonu Kullanımı

Matlab Simulink programı ile tasarlanan LQR kontrolcüye ait tasarım parametreleri Uygunluk Fonksiyonu kullanılarak optimize edilmiştir. Tablo 10’da kontrolcüye ait parametrelerin optimizasyonda kullanılan başlangıç koşulu değerleri, alt ve üst sınır değerleri yer almaktadır.

Tablo 10. Uygunluk Fonksiyonunda Kullanılan LQR Kontrolcünün Başlangıç Değerleri

Parametreler	Başlangıç Değerleri	Alt Sınır Değeri	Üst Sınır Değeri
q_1	0.1	0.00001	200
q_2	0.1	0.0001	200
q_3	0.1	0.0001	200
q_4	0.1	0.0001	200
r_1	1	0.0001	200

Tablo 11’de optimizasyon sonucunda elde edilen kazanç parametrelerinin optimum değerleri yer almaktadır.

Tablo 11. Uygunluk Fonksiyonu ile Elde Edilen LQR Parametreleri

Parametreler	Değerler
q_1	59.1494
q_2	41.4076
q_3	126.1605
q_4	1×10^{-6}
r_1	89.8176

4.3. Yukarı Kaldırma ve Denge Kontrolü

Yukarı kaldırma kontrolü için Denklem (51)'deki enerji tabanlı kontrolcü ve tork kontrolü için Şekil 20'de gösterilen PID kontrolcü kullanılmıştır. Sistem 10 derecelik açı konumuna gelene kadar PID kontrolcü ile kontrol edilmiş ve 10 dereceden 0 (sıfır) derece konumuna ulaşip bu noktada dengede kalabilmesi için LQR kontrolcü kullanılmıştır. Kontrolcü katsayıları deneme-yanılma yoluyla ayarlanmıştır. Bulunan değerler Tablo 12'de verilmiştir.

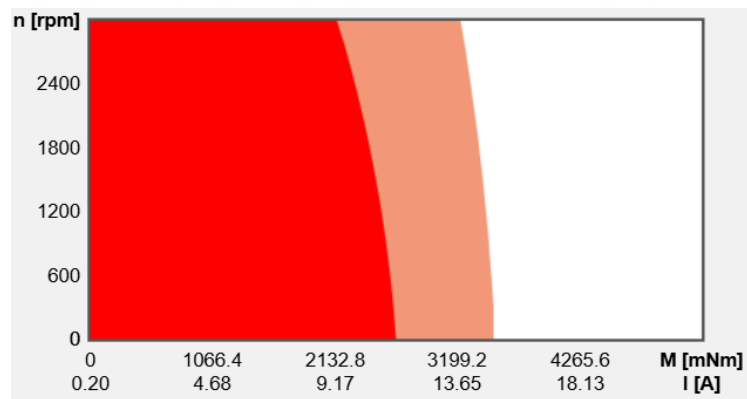
Tablo 12. Salınım Kontrolünde kullanılan PID ve LQR Kontrolcüyeye Ait Parametre Değerleri

Parametreler	Değerler
K_p	-74
K_i	600
K_d	20.655
N (Filtre katsayısı)	10
k_1	1
k_2	0.5
k_u	0.1
q_1	0.001
q_2	0.001
q_3	0.001
q_4	0.001
r_1	0.1

5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Bu bölümde öncelikle denge kontrolü için simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Daha sonra ters sarkacın yukarı kaldırma ve dengede tutma senaryoları için simülasyon çalışmaları yapılmıştır.

Şekil 22’de seçilen motor modeline ait çalışma aralığı grafiği verilmiştir. Ters sarkaç sisteminin simülasyon modeli oluşturulurken seçilmiş motor parametreleri dikkate alınmıştır. Sistemin kontrolü için tasarlanmış kontrolcüler motor parametre değerlerini aşmadan sistemi kontrol etmesi gerektiğinden grafikte verilen çalışma aralıkları ile simülasyondan elde edilen çalışma değerleri karşılaştırılmıştır. Bu grafikteki değer aralıkları motorun üretebileceği tork ve hız değerlerini vermektedir. Motor modeli yaklaşık olarak maksimum 0-2900 rpm hızı ve 0-2800 mNm tork değerleri aralıklarında sürekli çalışma performansı göstermiş ve bu aralık kırmızı ile boyanmıştır. Beyazla boyalı aralık ise motor modelinin kısa süreli çalışma performansı gösterdiği değer aralıklarını içermektedir. Bu tez çalışmasında elde edilen veriler karşılaştırıldığında kırmızı alan dışına çıkılmamıştır.



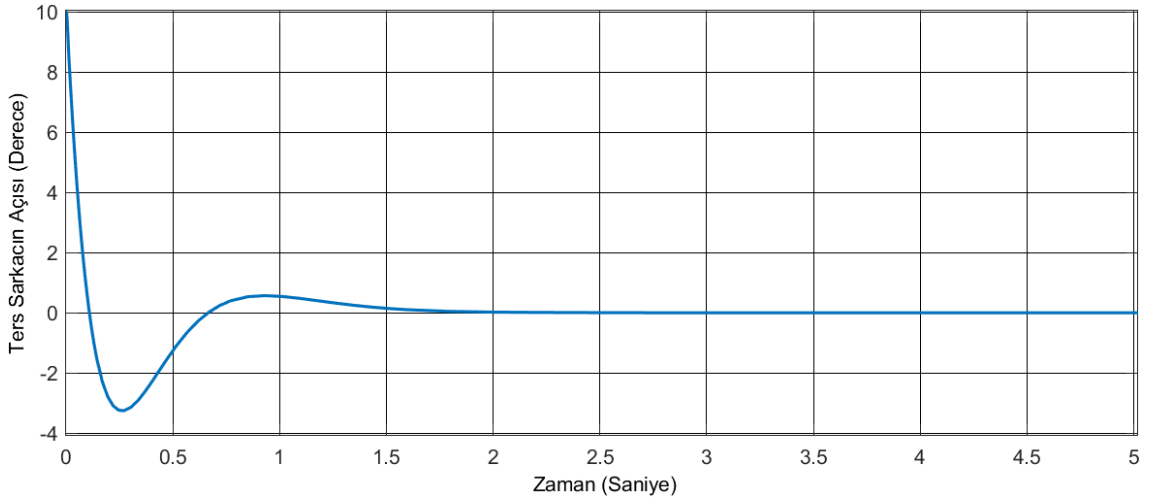
Şekil 22. Motor Modelinin Çalıştırma Aralığı Grafiği (Anonim, 2025)

5.1. Sistemin Yanıt Optimizasyonu Yöntemi Kullanılarak Kontrol Edilmesi

Sistem PID kontrolcü ve LQR kontrolcü ile yanıt optimizasyonu yöntemi kullanılarak kontrol edilmiştir. Kullanılan yöntem ile elde edilen optimum kontrolcü parametreleri ile sistemin kontrolüne yönelik çıkarılmış sonuçlar ilgili alt başlıklar altında bu bölümde aktarılmıştır.

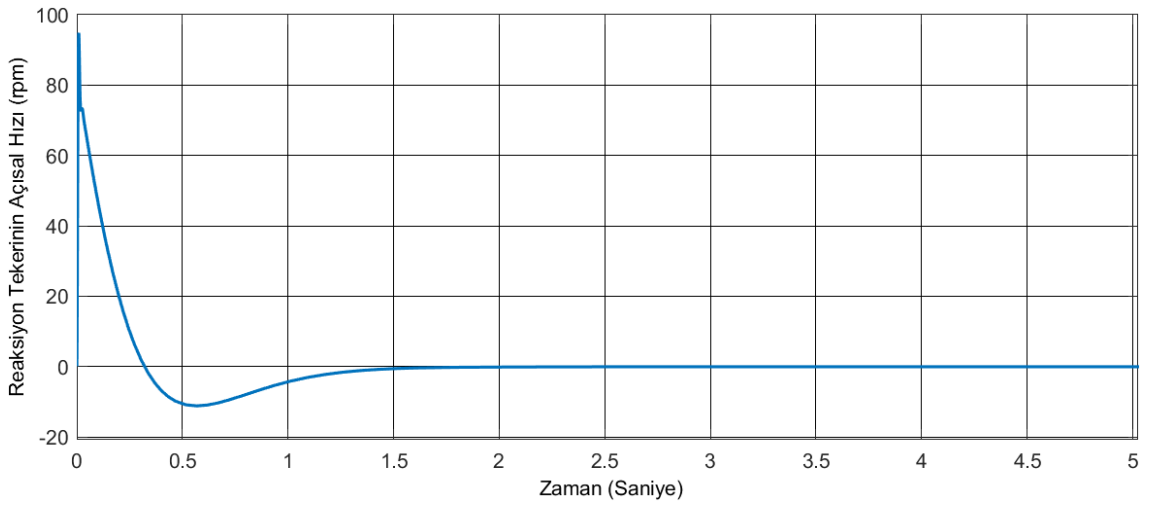
5.1.1. PID Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar

Tablo 5'te verilmiş PID kontrolcü katsayıları ile yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları aşağıdaki şekillerde verilmiştir. Simülasyonlarla aynı kontrolcü katsayıları ile sarkacın 10 derecelik, 15 derecelik ve 20 derecelik açı konumlarından 0 (sıfır) derecelik açı konumuna yerleşip bu konumda dengede kalıp kalmadığı incelenmiştir. Şekil 23, sarkacın başlangıç açısal konumu 10° iken sarkacın zaman cevabını göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 10 dereceden 0 dereceye yaklaşık 2 saniyede ulaşip dengeye gelmektedir.



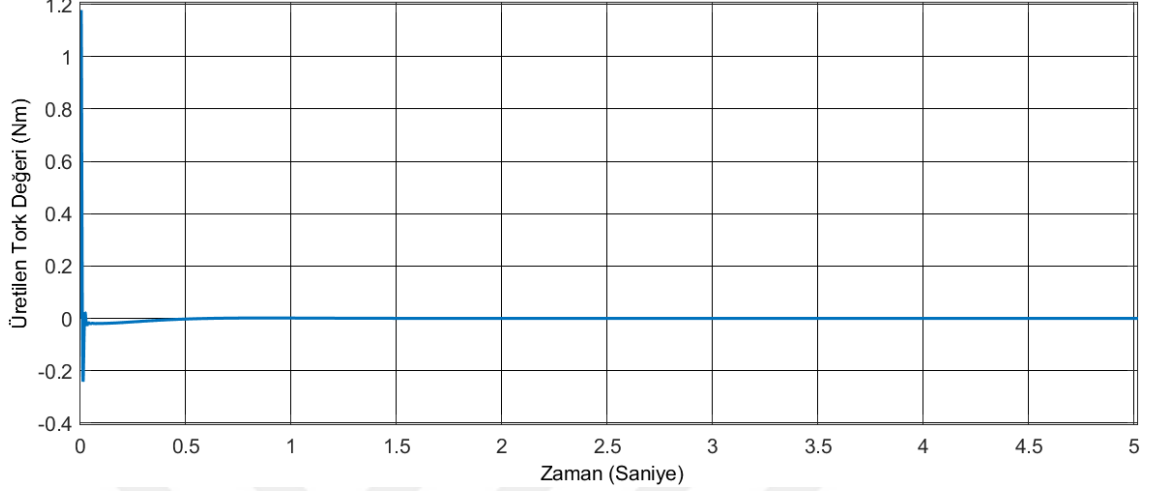
Şekil 23. Ters Sarkacın Açısı Değişimini 10 Derecelik Açılı İçin Gösteren Grafik (PID)

Şekil 24 reaksiyon tekerinin hızını göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen sonuca göre reaksiyon tekeri maksimum 95 rpm değerinde bir hıza ulaşmaktadır.



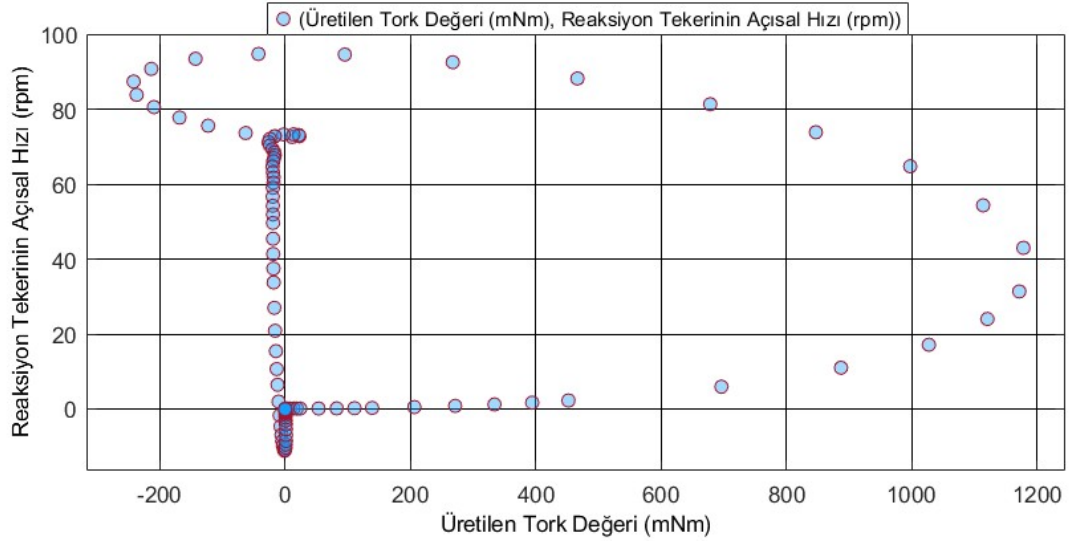
Şekil 24. Reaksiyon Tekerinin Hız Grafiği (PID)

Şekil 25 sarkacın 10 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaşması için gerekli olan ve reaksiyon tekeri tarafından üretilmiş tork değerinin grafiğini göstermektedir. Şekilde ters sarkacın dengeye ulaşabilmesi için gerekli olan maksimum tork değerinin yaklaşık 1.2 Nm olduğu görülmektedir.



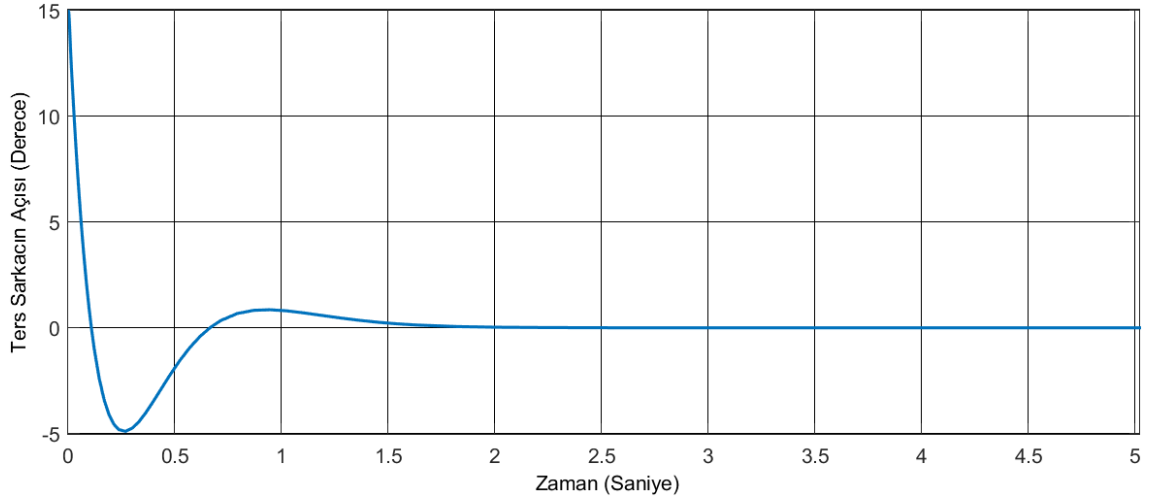
Şekil 25. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değeri Grafiği (PID)

Şekil 26'da verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 10 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22 'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.



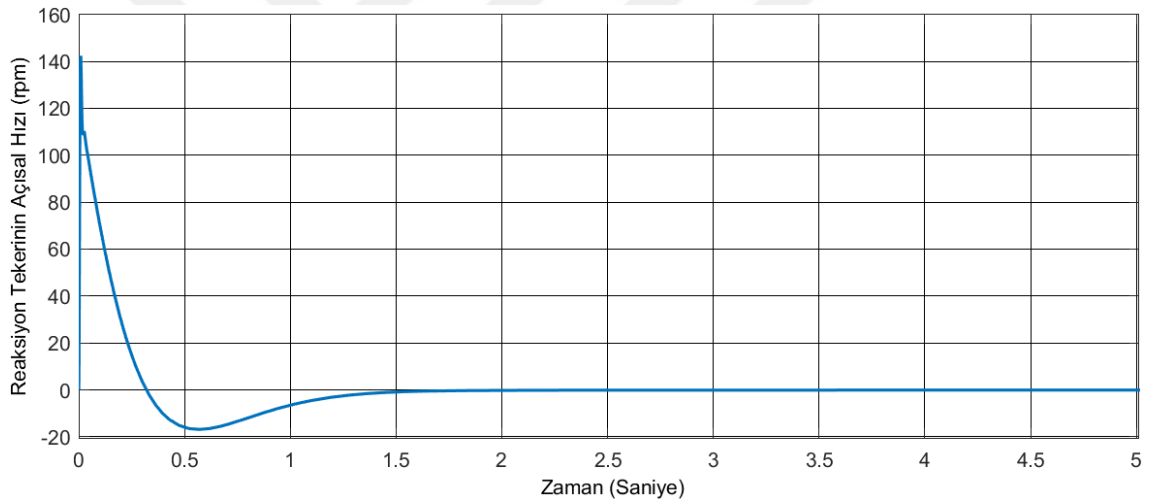
Şekil 26. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (PID)

Şekil 27'de sarkacın 15 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 2 saniyede ulaştığı ve bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



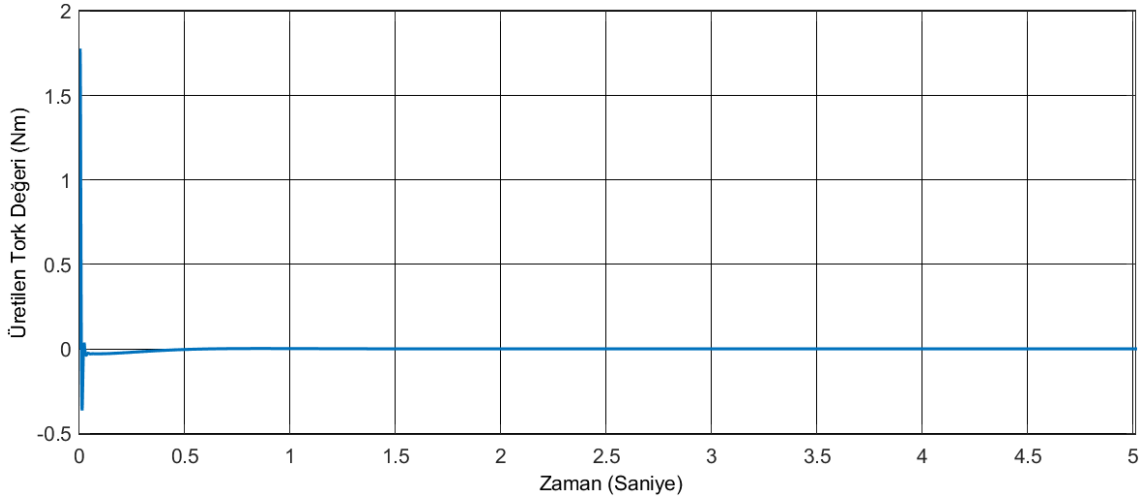
Şekil 27. Ters Sarkacın Açısı Değişimini 15 Derecelik Açılı İçin Gösteren Grafik (PID)

Şekil 28 reaksiyon tekerinin hızının zamanla değişimini göstermektedir. Grafik incelendiğinde reaksiyon tekeri hızı, sarkacı istenilen denge noktasına ulaştırmak için yaklaşık olarak 143 rpm değerine ulaşmaktadır.



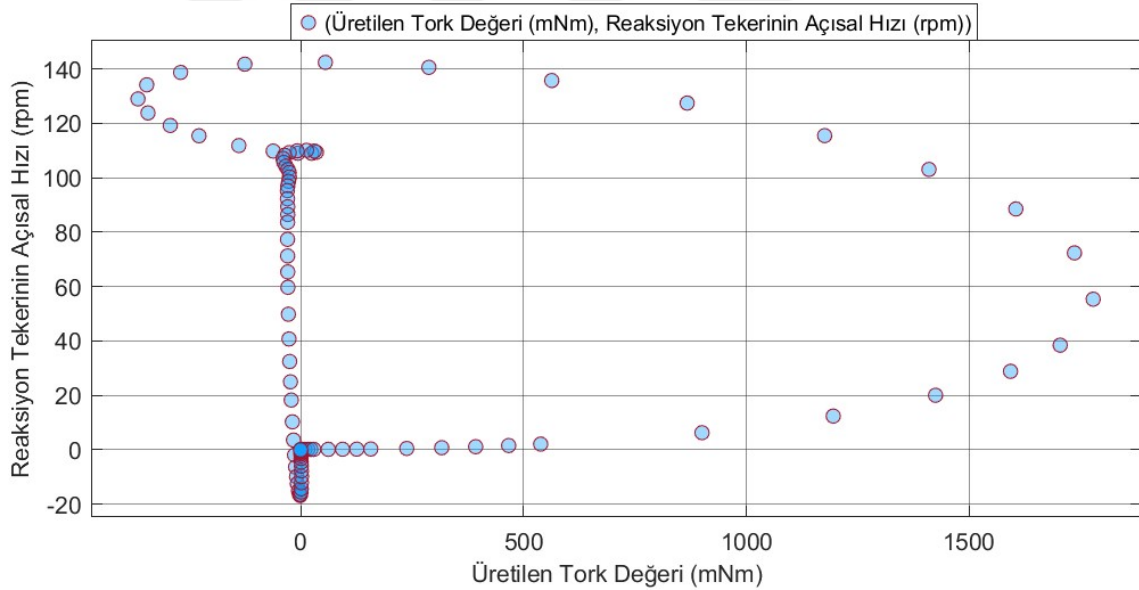
Şekil 28. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızını Gösteren Grafik (PID)

Şekil 29 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden görüldüğü üzere sarkacın 15 dereceden 0 (sıfır) dereceye yerleştiği açı değeri için yaklaşık olarak 1.75 Nm'ye kadar tork üretilmesi gerekmiştir.



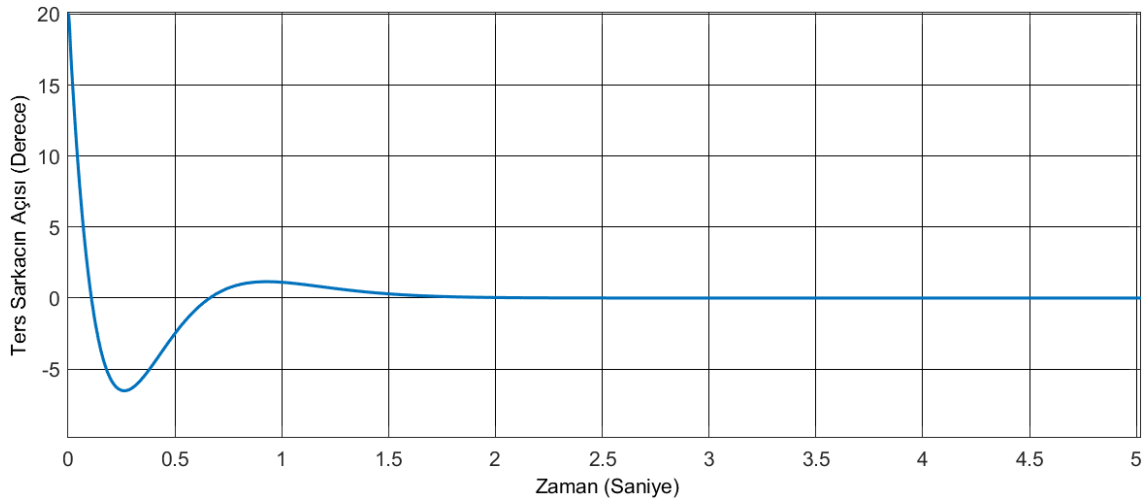
Şekil 29. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 30'da verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 15 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.



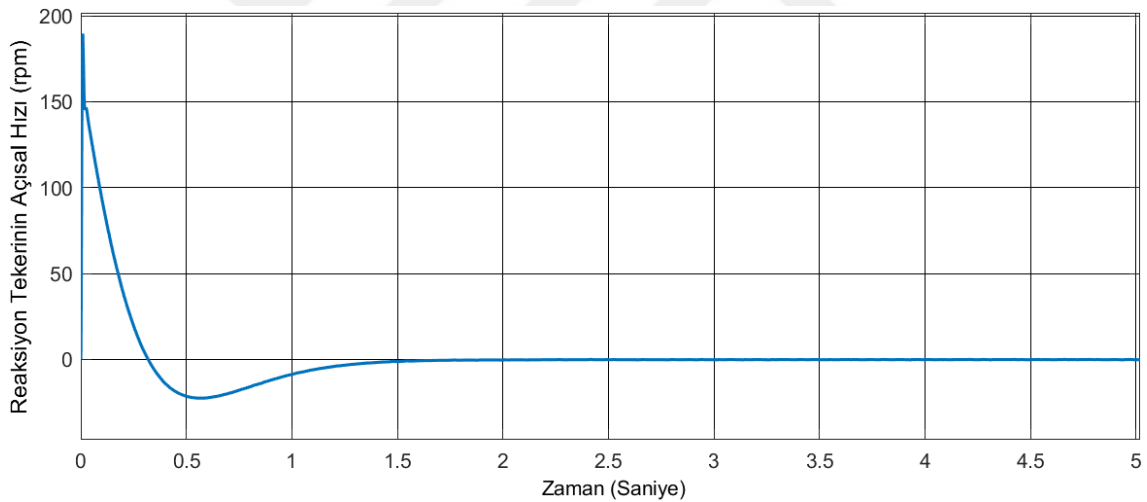
Şekil 30. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (PID)

Şekil 31 sarkacın 20 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 2 saniyede ulaştığı ve bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



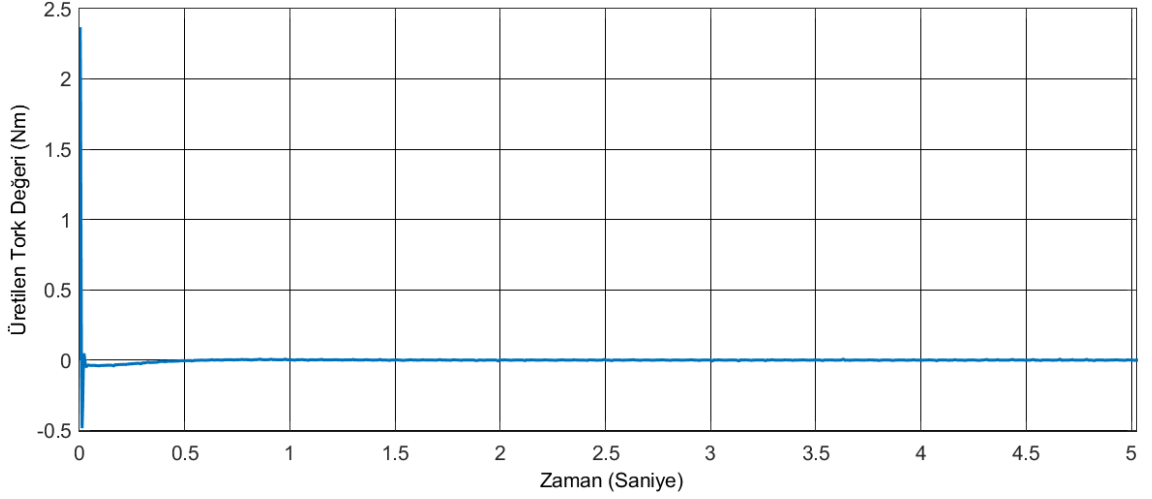
Şekil 31. Ters Sarkacın Açısı Değerini 20 Derecelik Açık İçin Gösteren Grafik (PID)

Şekil 32 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere ve simülasyon sonucunda elde edilen veri değerine göre reaksiyon tekerinin sarkacı istenilen denge noktasına getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 190 rpm hız değerine ulaştığı görülmektedir.



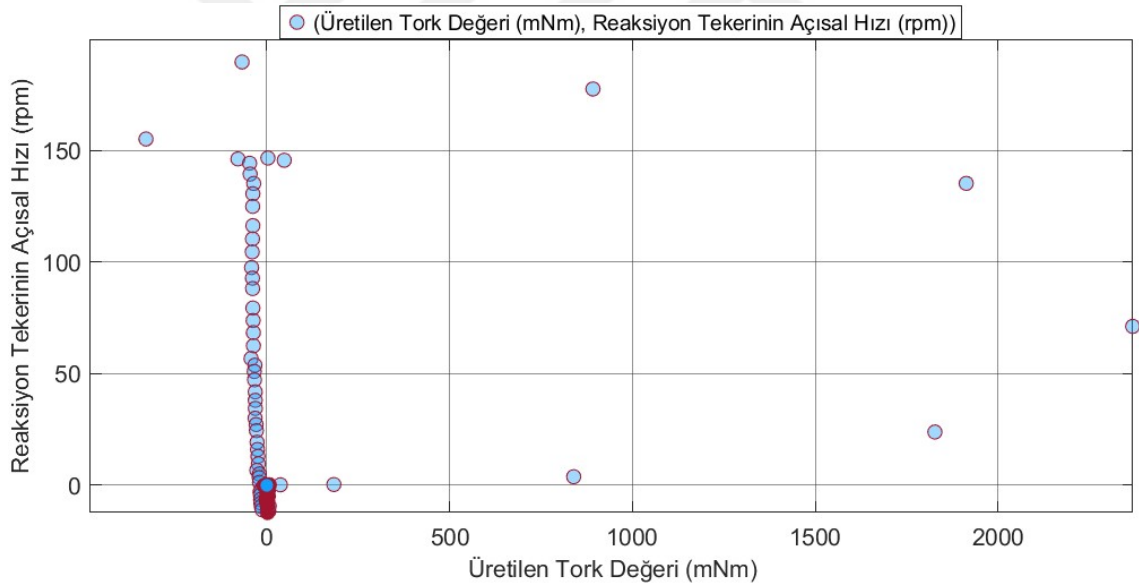
Şekil 32. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızını Gösteren Grafik (PID)

Şekil 33 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden sarkacın 20 dereceden 0 dereceye yerleşmesi için reaksiyon tekerinin yaklaşık olarak 2.3 Nm'lik tork değerini üretmiş olduğu görülmektedir.



Şekil 33. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 34’te verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 20 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22’de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.

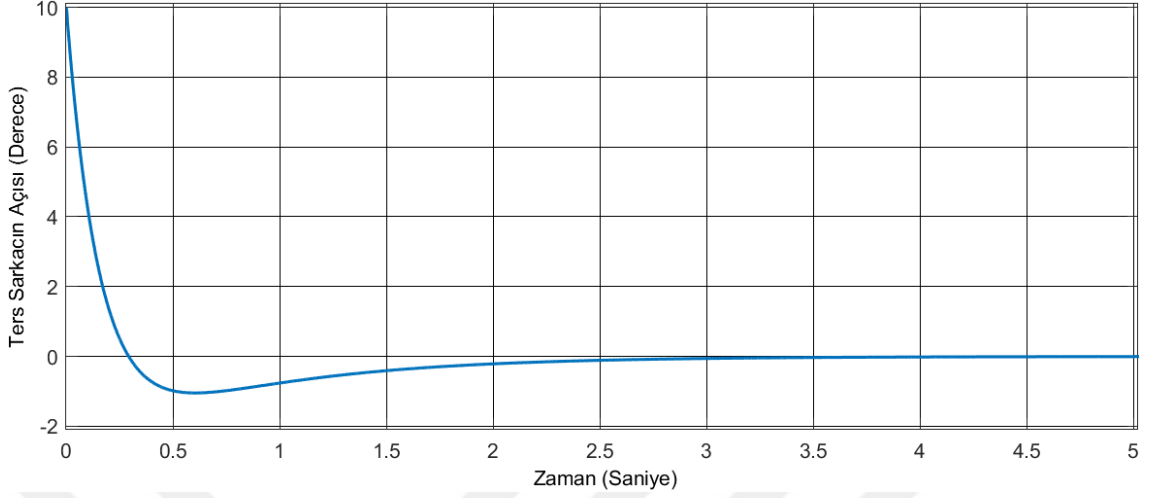


Şekil 34. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (PID)

5.1.2. LQR Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar

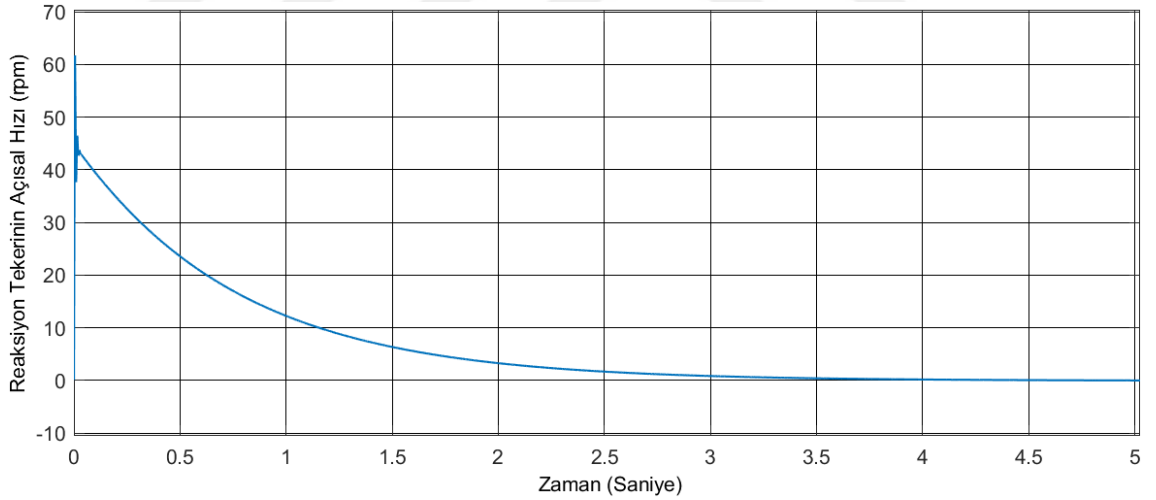
Tablo 7’de verilmiş LQR kontrolcü katsayıları ile yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir. Simülasyonlarla aynı kontrolcü katsayıları ile sarkacın 10 derecelik, 15 derecelik ve 20 derecelik açı konumlarından 0 (sıfır) derecelik açı konumuna yerleşip bu konumda dengede kalıp kalmadığı incelenmiştir. Şekil 35 sarkacın 10 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu

göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 10 dereceden 0 dereceye yaklaşık 3 saniyede ulaşır dengede kalmaktadır.



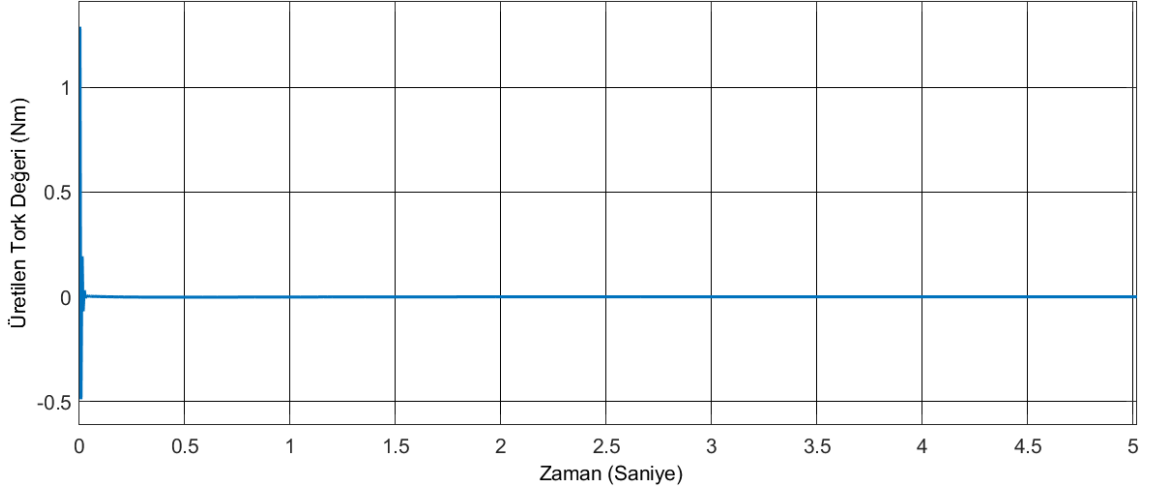
Şekil 35. Ters Sarkacın Açısı Değişimini 10 Derecelik Açı için Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 36, reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veriye göre reaksiyon tekerinin, sarkacın 10 dereceden 0 dereceye ulaşabilmesi için yaklaşık 62 rpm hız değerini üretmiş olduğu verilen grafikten görülmektedir.



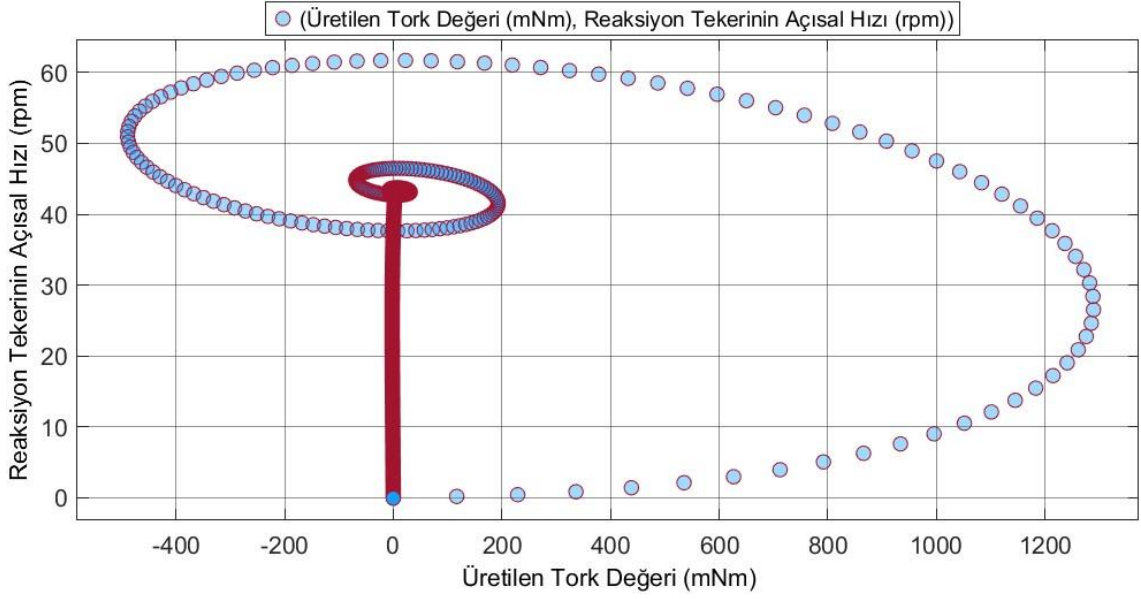
Şekil 36. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızını Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 37, sarkacın 10 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaşması için gerekli olan ve reaksiyon tekeri tarafından üretilmiş tork değerinin grafiğini göstermektedir. Şekilde ters sarkacın dengeye ulaşabilmesi için gerekli olan maksimum tork değerinin yaklaşık 1.3 Nm olduğu görülmektedir.



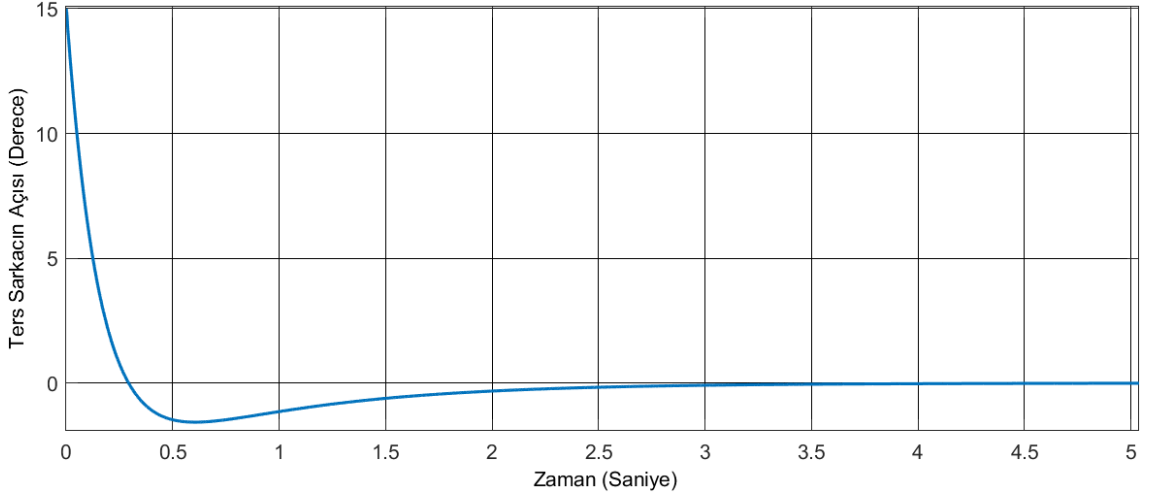
Şekil 37. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 38'de verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 10 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı görülmektedir.



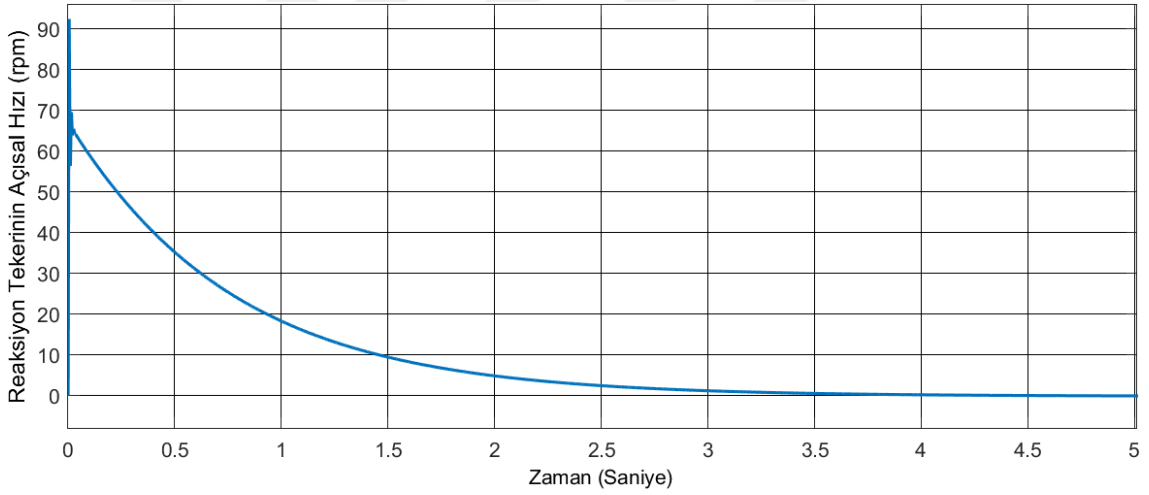
Şekil 38. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (LQR)

Şekil 39, sarkacın 15 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 3 saniyede gelip bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



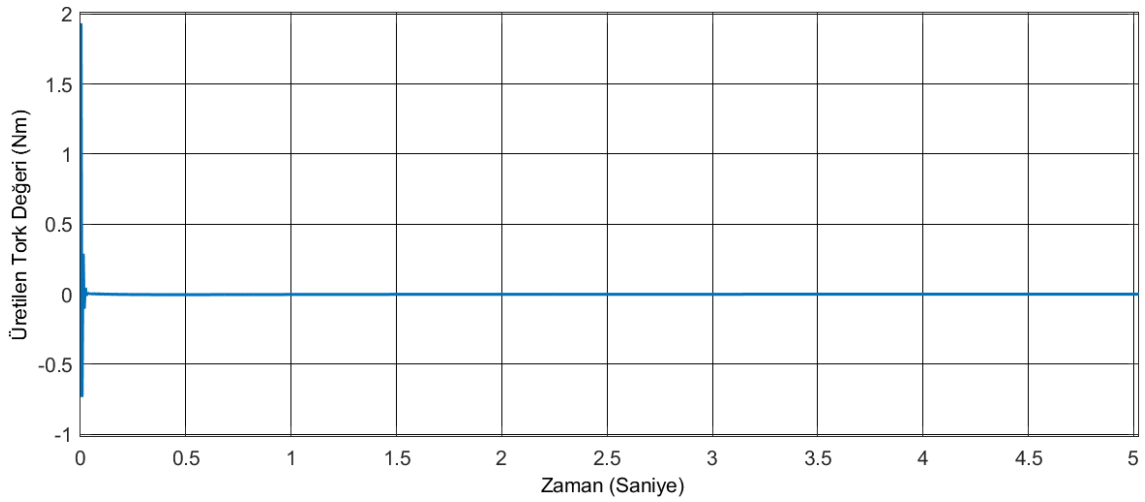
Şekil 39. Ters Sarkacın Açı Değişimini 15 Derecelik Açılı İçin Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 40, reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekeri sarkacı istenilen denge noktasına ulaştırmak için yaklaşık olarak 92 rpm hızına ulaşmıştır.



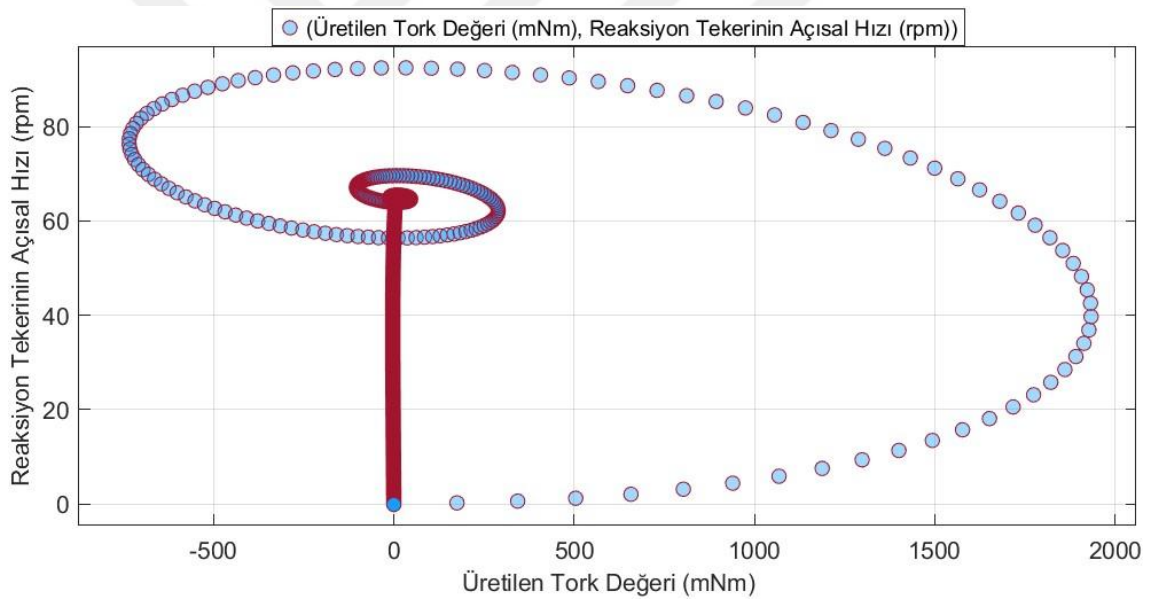
Şekil 40. Reaksiyon Tekerinin Hızı Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 41, reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen sonuca göre sarkacın 15 dereceden 0 dereceye yerleştiği açı değeri için yaklaşık olarak 1.9 Nm'ye kadar tork üretilmesi gerekmiştir.



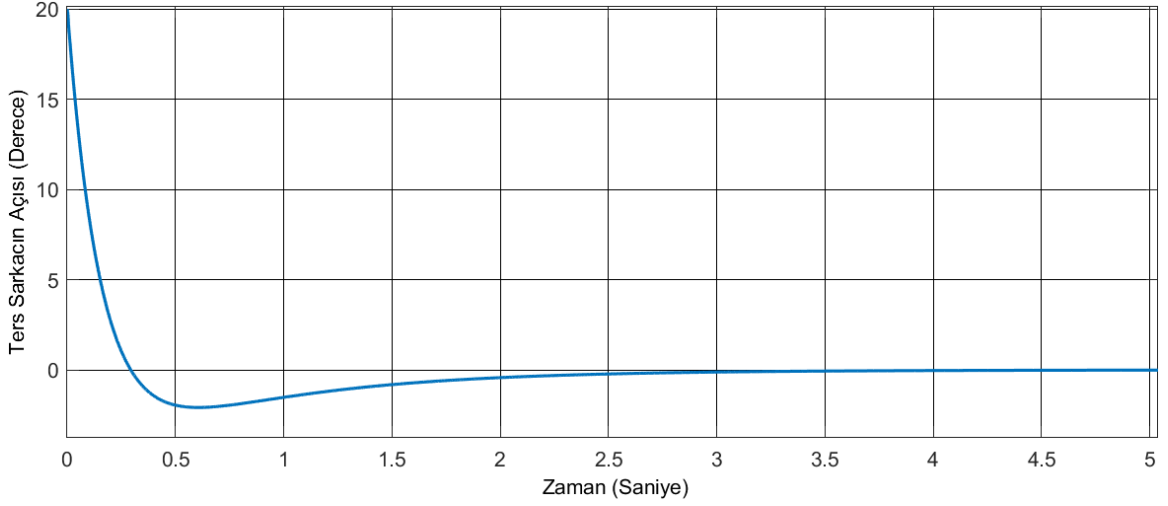
Şekil 41. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 42'de verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 15 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı görülmektedir.



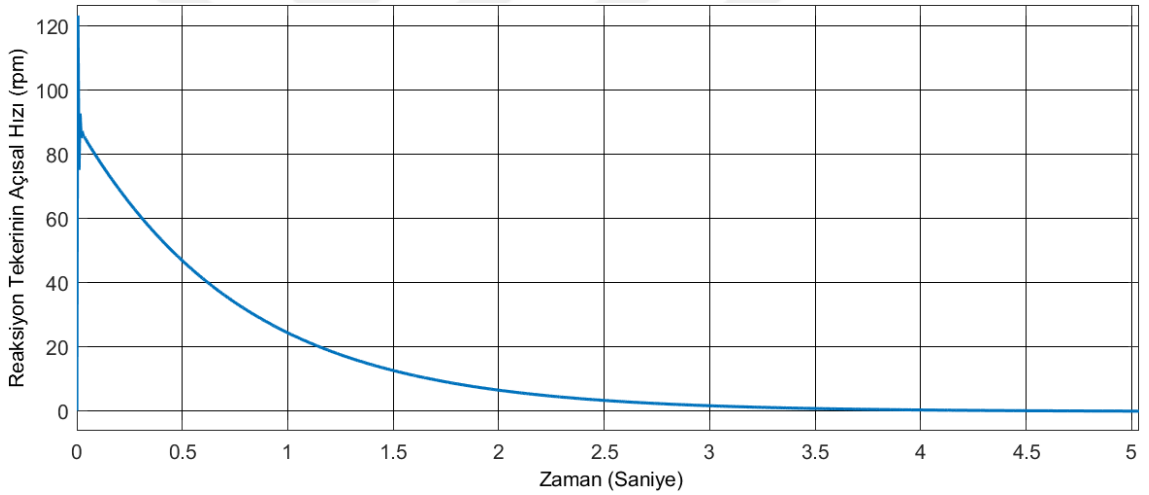
Şekil 42. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (LQR)

Şekil 43 sarkacın 20 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 3 saniyede gelip bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



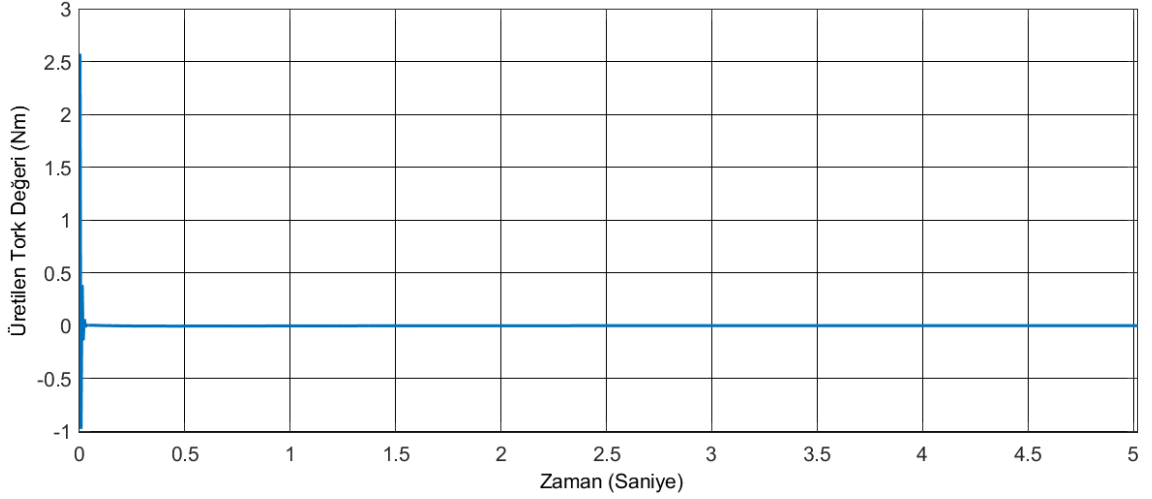
Şekil 43. Ters Sarkacın Açılı Değişimini 20 Derecelik Açılı için Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 44 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekerinin, sarkacı istenilen denge noktasına getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 122 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür.



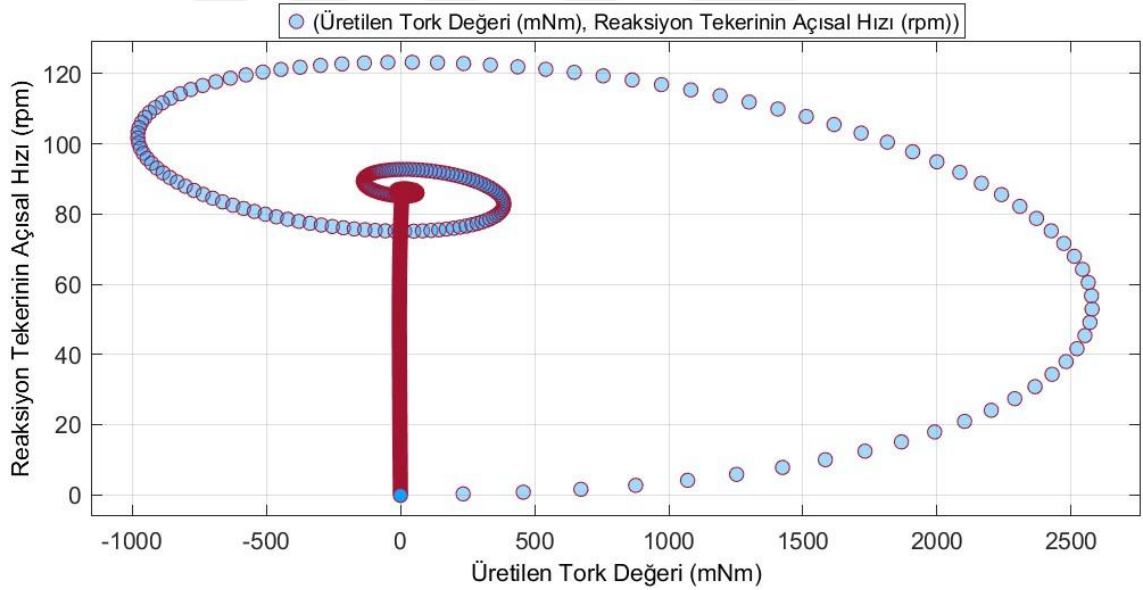
Şekil 44. Reaksiyon Tekerinin Hızı Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 45 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden sarkacın 20 dereceden 0 dereceye yerleşmesi için reaksiyon tekerinin yaklaşık olarak 2.6 Nm'lik tork değerini üretmiş olduğu görülmektedir.



Şekil 45. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 46'da verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 20 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.



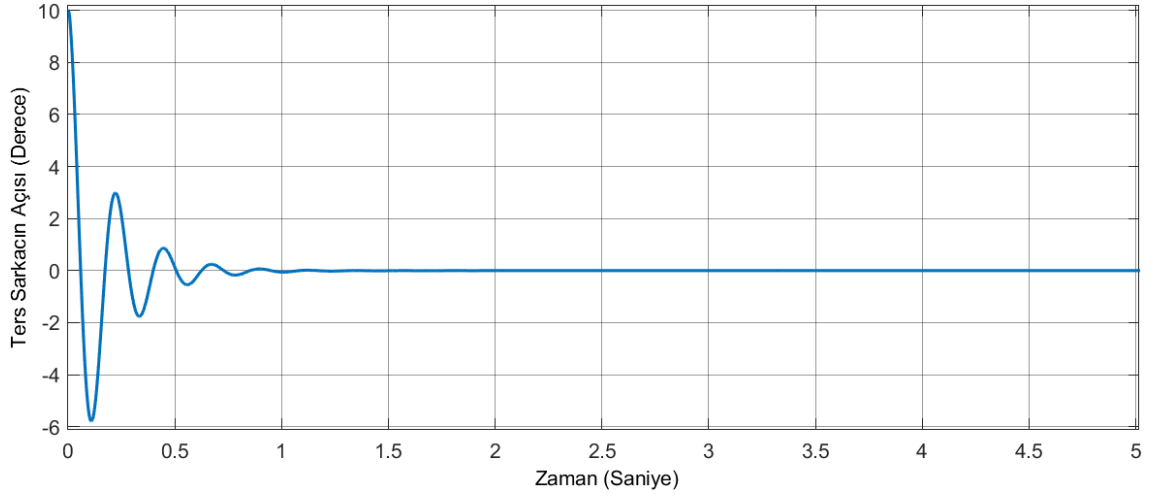
Şekil 46. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (LQR)

5.2. Sistemin Uygunluk Fonksiyonu Kullanılarak Kontrol Edilmesi

Sistem PID kontrolcü ve LQR kontrolcü ile uygunluk fonksiyonu yöntemi kullanılarak kontrol edilmiştir. Kullanılan yöntem ile elde edilen optimum kontrolcü parametreleri ile sistemin kontrolüne yönelik çıkarılmış sonuçlar ilgili alt başlıklar altında bu bölümde aktarılmıştır.

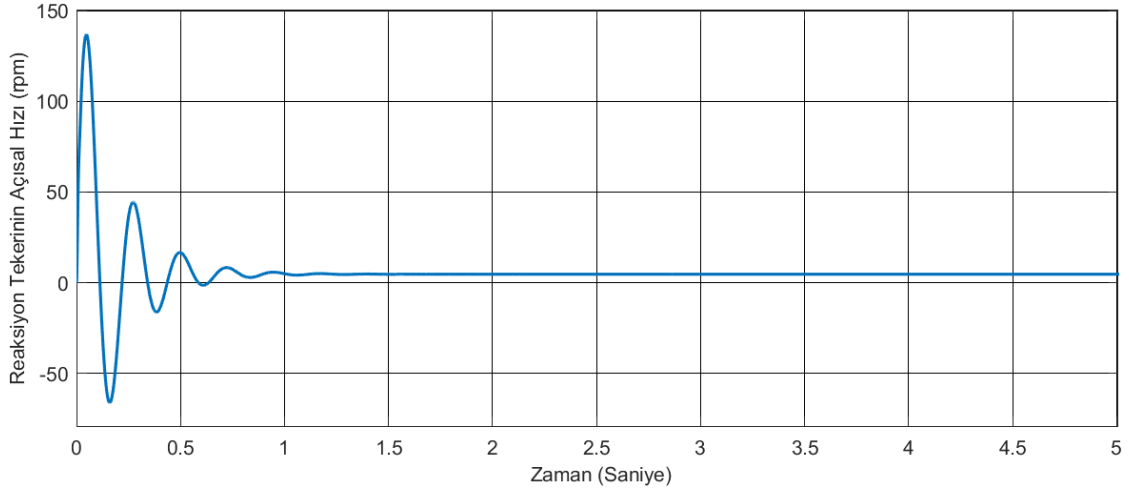
5.2.1. PID Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar

Tablo 9’da verilmiş PID kontrolcü katsayıları ile yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir. Simülasyonlarla aynı kontrolcü katsayıları ile sarkacın 10 derecelik, 15 derecelik ve 20 derecelik açı konumlarından 0 (sıfır) derecelik açı konumuna yerleşip bu konumda dengede kalıp kalmadığı incelenmiştir. Şekil 47 sarkacın 10 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açığa ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 10 dereceden 0 dereceye yaklaşık 1,5 saniyede ulaşmış ve dengede kalmaktadır.



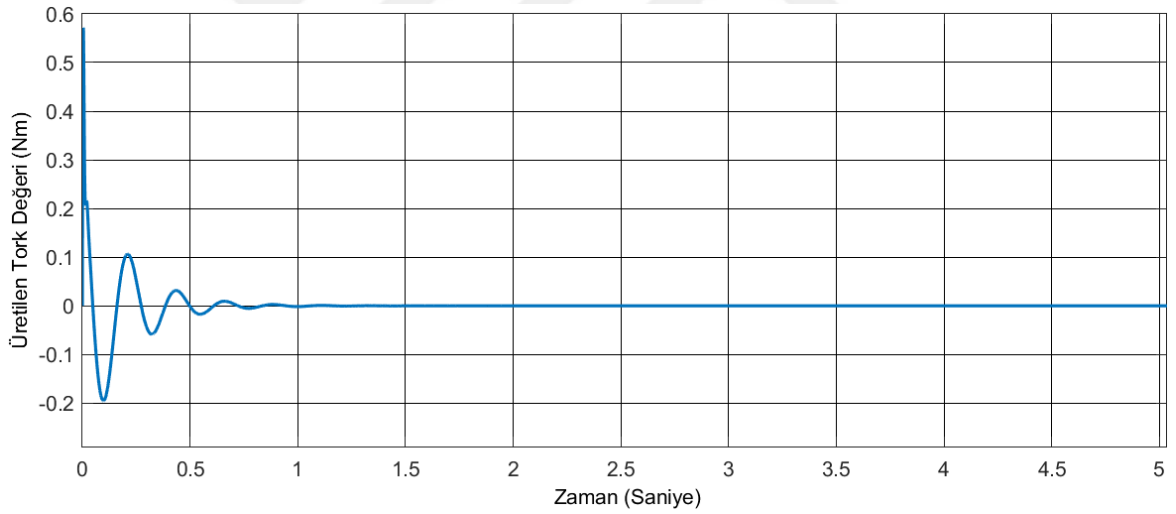
Şekil 47. Ters Sarkacın Açı Değişimini 10 Derecelik Açı için Gösteren Grafik (PID)

Şekil 48 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekerinin, sarkacı istenilen denge noktasına getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 130 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür. Fakat sistem denge noktasına ulaştığında kalıcı açısal momentum değerinin oluşmasından dolayı reaksiyon tekerinin açısal hızı yaklaşık 4 rpm 'de kalmıştır.



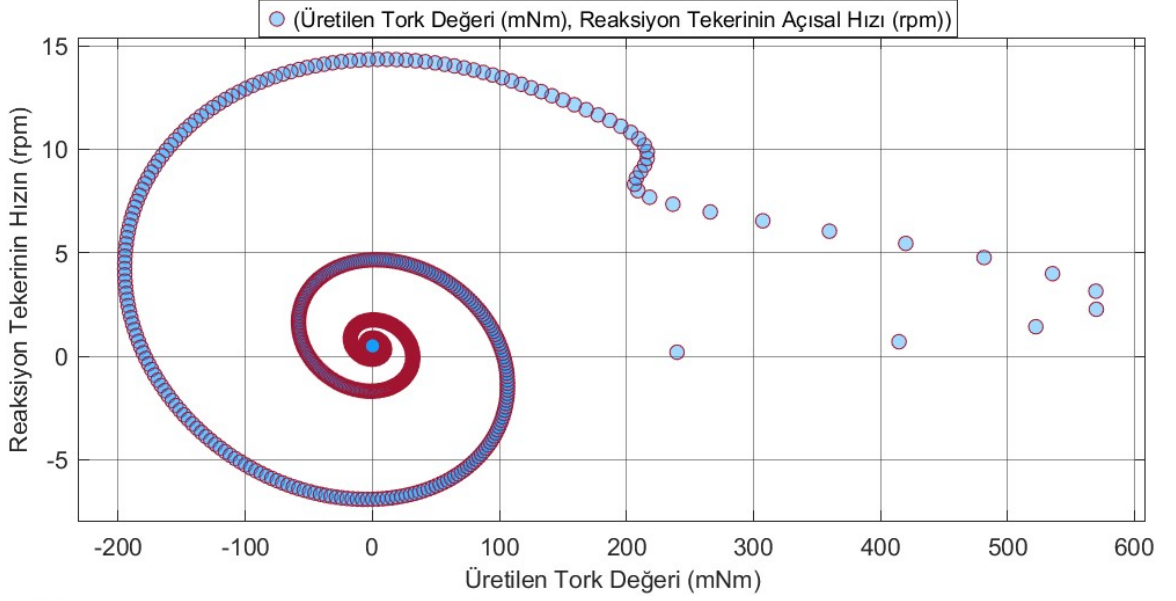
Şekil 48. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 49 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden sarkacın 10 dereceden 0 dereceye yerleşmesi için reaksiyon tekerinin yaklaşık olarak -0.2 Nm ve 0.6 Nm’lik değer aralığında tork üretmiş olduğu görülmektedir.



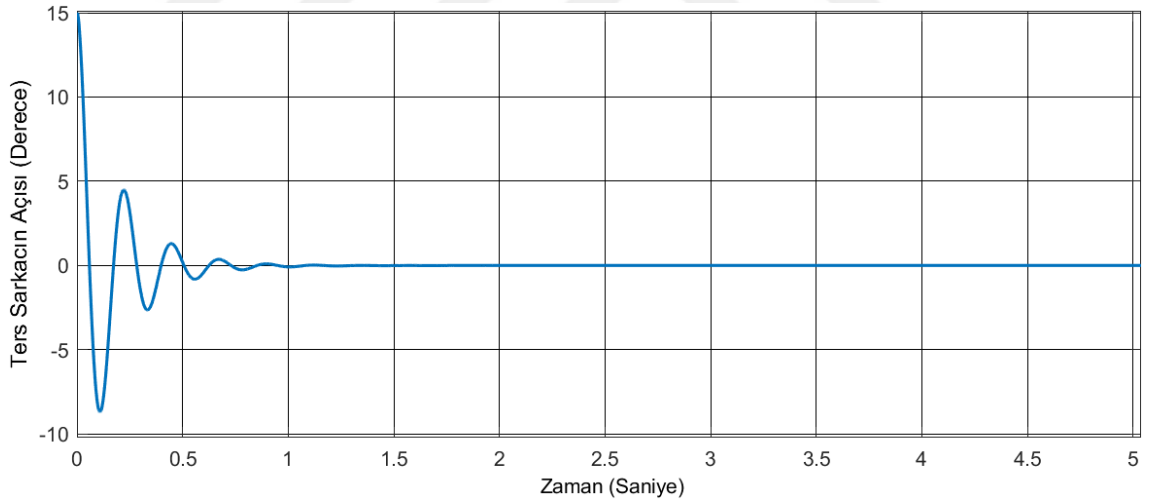
Şekil 49. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 50’de verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 10 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22’de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.



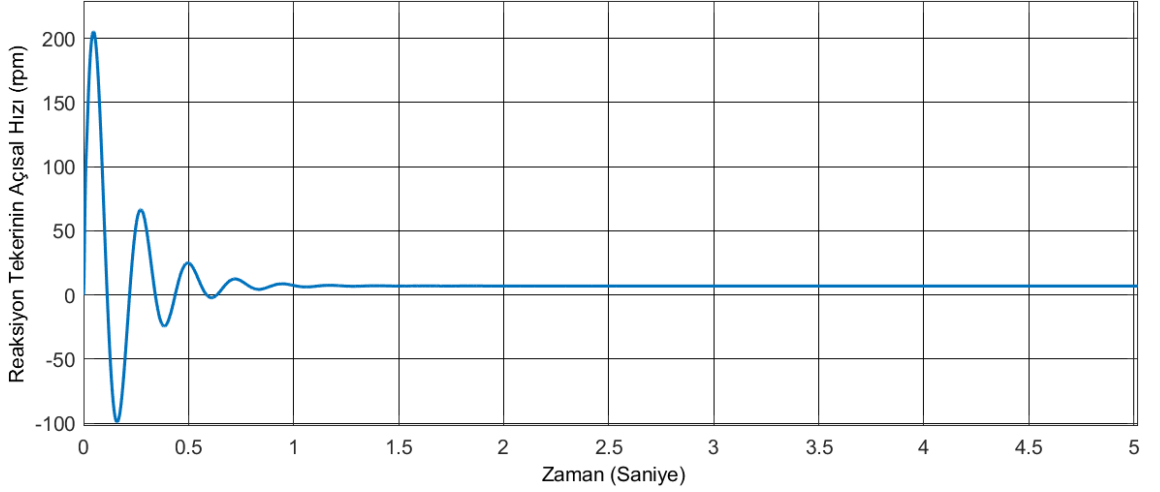
Şekil 50. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (PID)

Şekil 51, sarkacın 15 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açığa ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 1,5 saniyede gelip bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



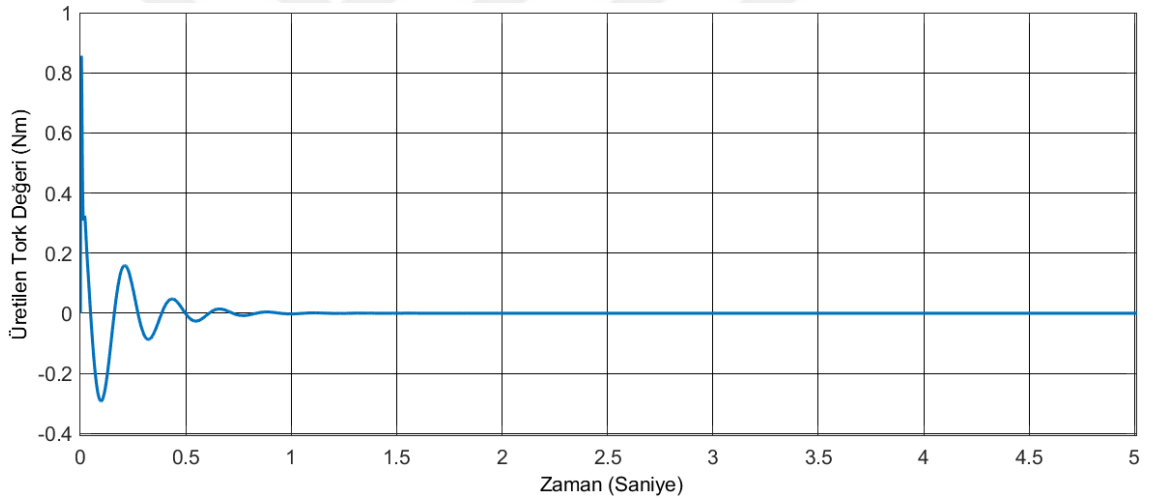
Şekil 51. Ters Sarkacın Açı Değişimini 15 Derecelik Açı için Gösteren Grafik (PID)

Şekil 52, reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekeri sarkacı istenilen denge noktasına ulaştırmak için yaklaşık olarak 200 rpm hızına ulaşmıştır. Fakat sistem denge noktasında iken kalıcı açısal momentumun oluşmasından dolayı reaksiyon tekerinin hızı yaklaşık olarak 6 rpm değerinde kalmıştır.



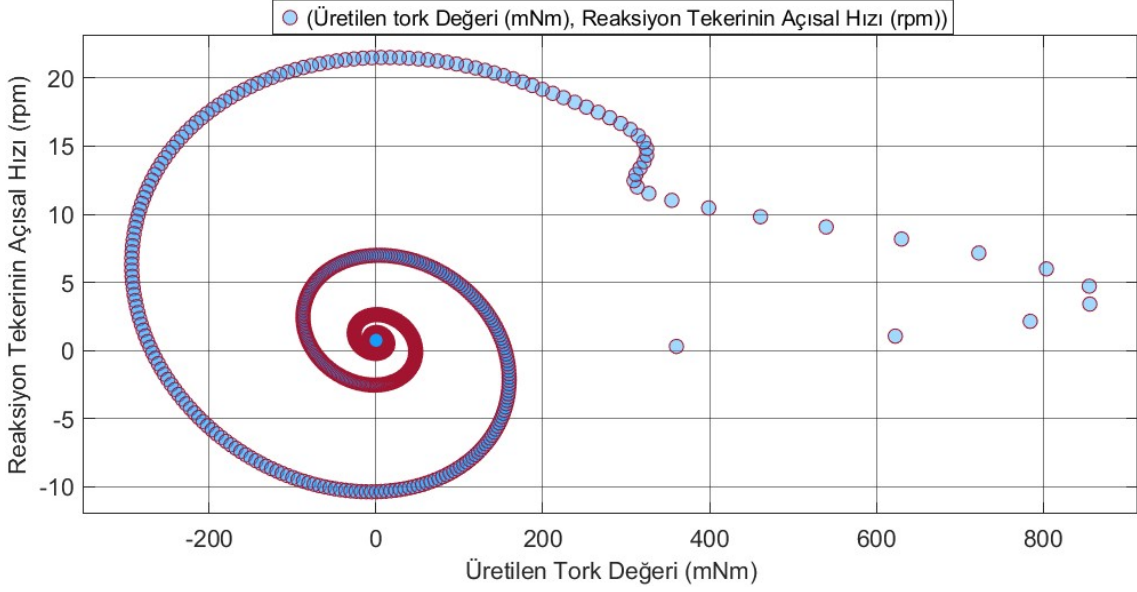
Şekil 52. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 53, reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen sonuca göre sarkacın 15 dereceden 0 dereceye yerleştiği açı değeri için yaklaşık olarak 0.87 Nm'ye kadar tork üretilmesi gerekmiştir.



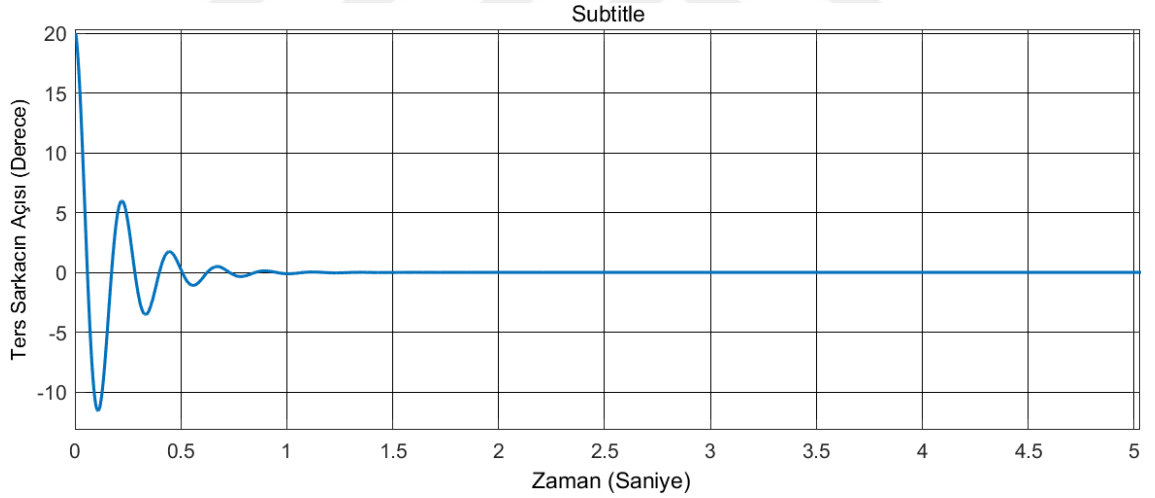
Şekil 53. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 54 tork-hız grafiğinden ters sarkacın 15 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerinde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı görülmektedir.



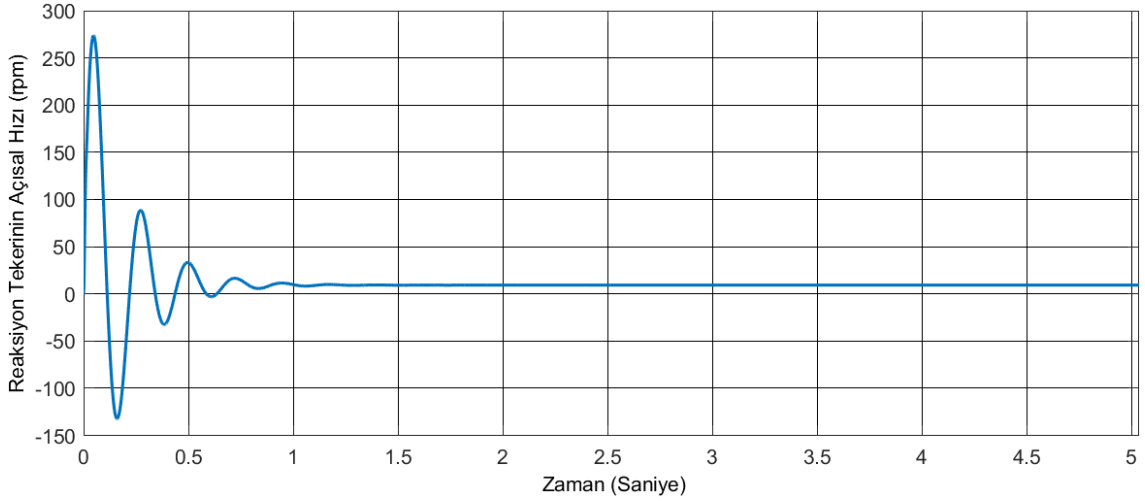
Şekil 54. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (PID)

Şekil 55 sarkacın 20 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 1,5 saniyede gelip bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



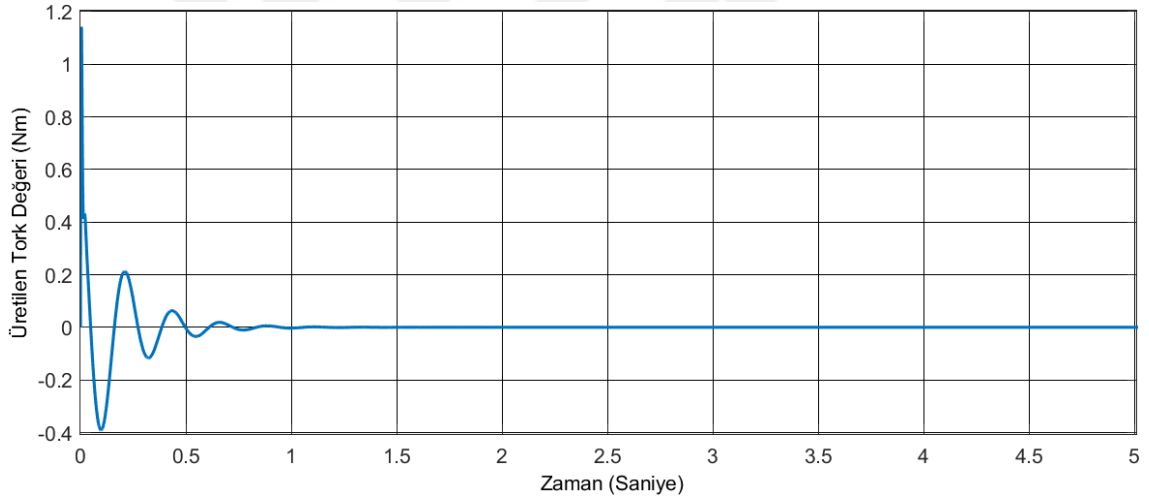
Şekil 55. Ters Sarkacın Açısı Değişimini 20 Derecelik Açılı İçin Gösteren Grafik (PID)

Şekil 56 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekeri, sarkacı 20 derecelik açı konumundan 0 (sıfır) derecelik açı konumuna getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 275 rpm hız değerine ulaşmıştır. Fakat sistem denge noktasına ulaştığında oluşan kalıcı açısal momentum değerinden dolayı reaksiyon tekerinin açısal hızı 9.24 rpm'de kalmıştır.



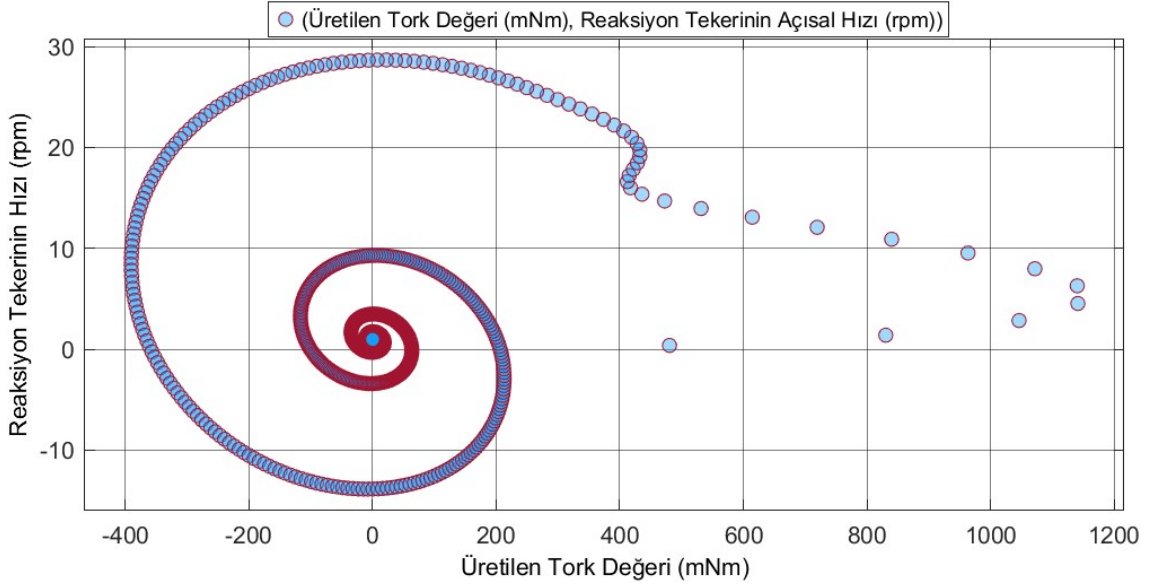
Şekil 56. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 57 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden sarkacın 20 dereceden 0 dereceye yerleşmesi için reaksiyon tekerinin yaklaşık olarak 1.2 Nm'lik tork değerini üretmiş olduğu görülmektedir.



Şekil 57. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (PID)

Şekil 58'de verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 20 derecelik açıdan 0 derecelik açığa ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.

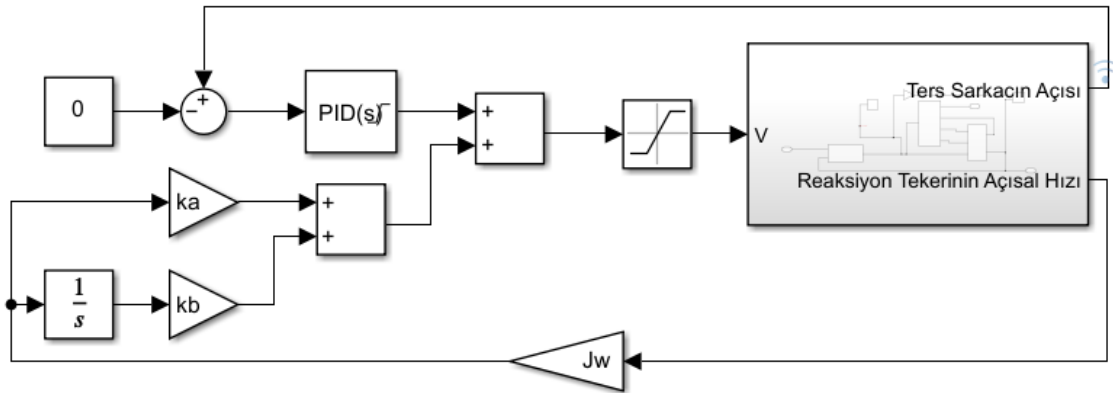


Şekil 58. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (PID)

5.2.1.1. PID Kontrolcü ile Kalıcı Açısal Momentum Hatasının Giderilmesi

ABC algoritması kullanılarak tasarlanan PID kontrolcü ile kontrol edilen reaksiyon tekerinin açısal hızına ait grafiklerden de anlaşılacağı üzere sarkaç denge noktasına ulaştığında kalıcı açısal momentum hatası oluşmaktadır. Oluşan hatanın giderilmesi için kontrol kuralına Denklem (54)'te yer alan açısal momentumun hata oranı eklenmiştir. Denklemde yer alan k_a ve k_b ayarlanabilir kazanç parametrelerini ifade etmektedir.

$$u_1 = k_1 \cdot J_w + k_2 \int \dot{\alpha} \cdot J_w \quad \dots (54)$$



Şekil 59. Sistem Modeli

Şekil 59' da verilen sistem modelinde ABC algoritması kullanılarak PID kontrolcüyü ve açısal momentum hatasına ait kazanç parametreleri optimize edilmiştir.

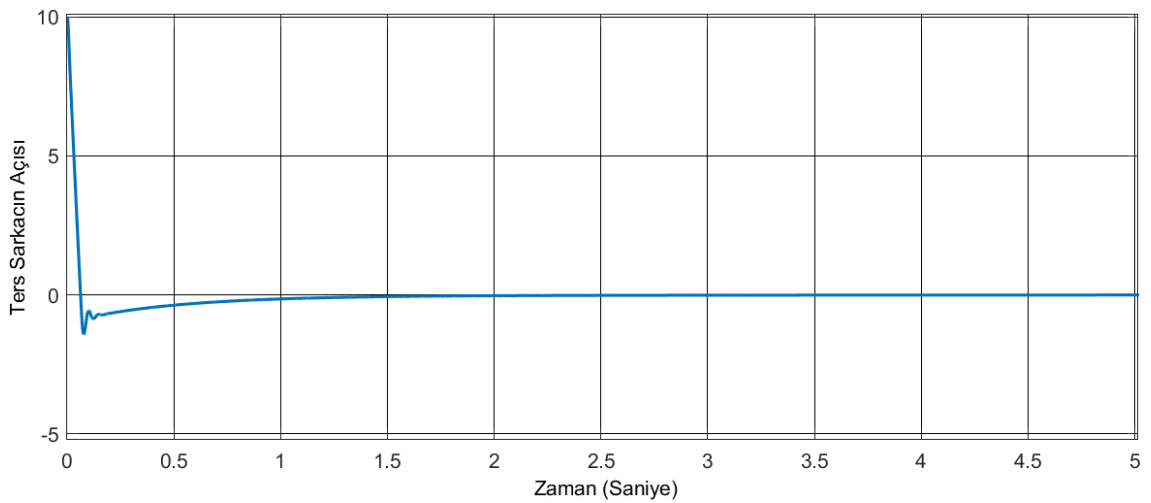
PID kontrolcüye ait parametreler optimize edilirken Tablo 9’ da verilen başlangıç koşulları kullanılmıştır. k_a ve k_b parametreleri için ise başlangıç değerleri 1 olarak kabul edilmiştir.

Tablo 13’te optimizasyon sonucu elde edilen parametrelere ait değerler verilmiştir.

Tablo 13. Uygunluk Fonksiyonu ile Elde Edilen Parametre Değerleri

Parametreler	Değerler
K_p	33.3597
K_i	84.4821
K_d	200
N	0
k_a	185.0060
k_b	170.6042

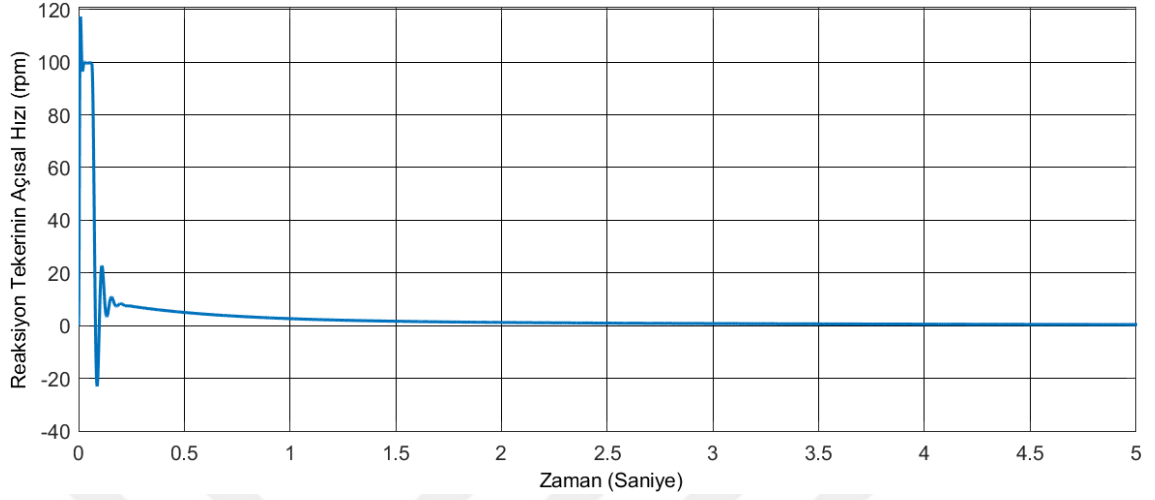
Simülasyon sonucu elde edilen parametre değerleri ile sarkacın 10 derecelik, 15 derecelik ve 20 derecelik açı konumlarından 0 (sıfır) derecelik açı konumuna yerleşip bu konumda dengede kalıp kalmadığı ve uygulanan kontrol kuralı ile kalıcı açısal momentum hatasının giderilmesi incelenmiştir. Şekil 60 sarkacın 10 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açığa ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 10 dereceden 0 dereceye yaklaşık 1,5 saniyede ulaşip dengede kalmaktadır.



Şekil 60. 10 Derecelik Açı Konumu için Ters Sarkacın Açı Değişimi (PID)

Şekil 61 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Reaksiyon tekerinin, sarkacı 10 derecelik açı konumundan 0 (sıfır) derecelik açı konumuna getirmek

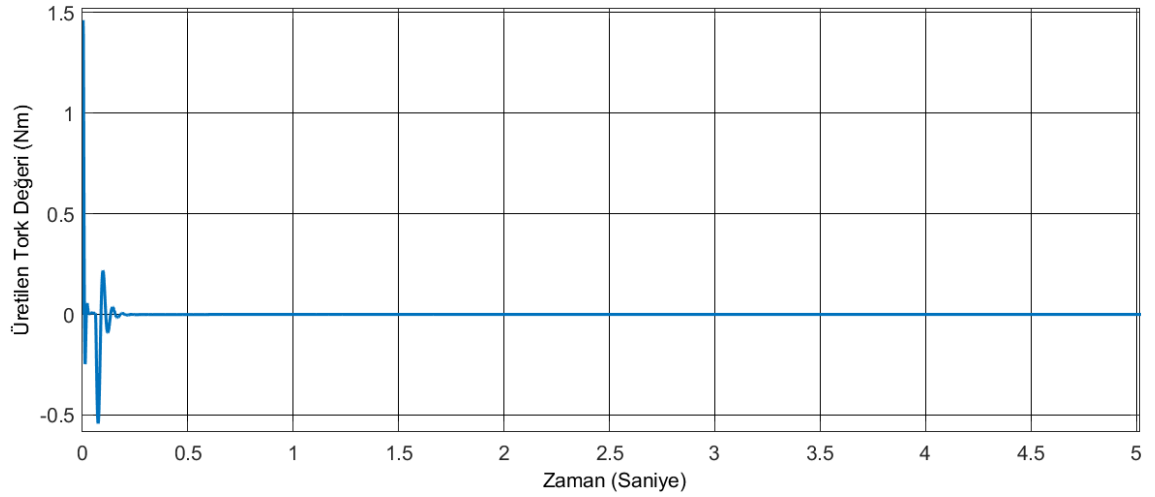
ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 120 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür. Kalıcı açısal momentum hatasının ise giderilmiş olduğu ve reaksiyon tekerinin açısal hızının, sarkaç denge noktasında iken 0 (sıfır) değerine yaklaştığı



Şekil 61. 10 Derecelik Açı Değeri için Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimi (PID)

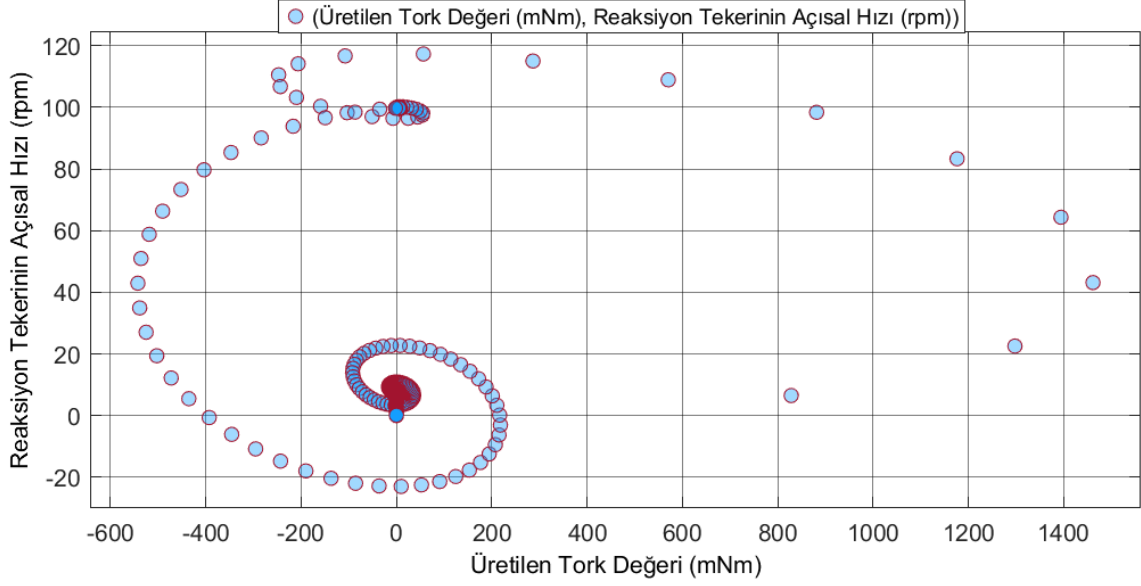
görülmüştür.

Şekil 62'de sarkacın 10 derecelik konumdan 0 (sıfır) derecelik konuma ulaşması için reaksiyon tekeri tarafından üretilen gerekli tork değerinin yaklaşık 1.5 Nm olduğu görülmüştür.



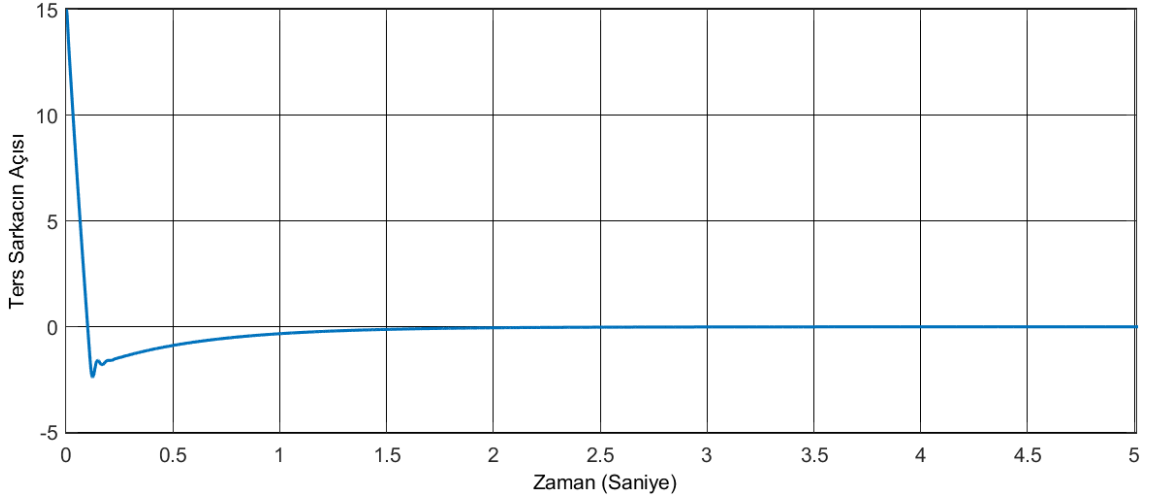
Şekil 62. 10 Derecelik Açı Değeri için Üretilen Tork Değeri (PID)

Şekil 63'te verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 10 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve motorun çalıştırma aralığı olan kırmızı boyalı alanda kaldığı görülmektedir.



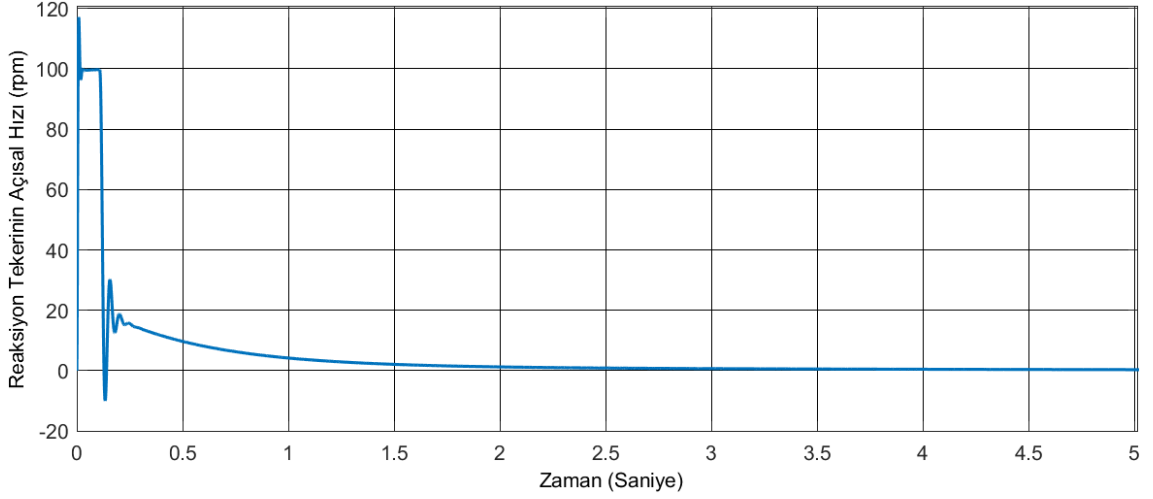
Şekil 63. 10 Derecelik Açı Değeri için Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızı ve Üretilen Tork Değeri (PID)

Şekil 64 sarkacın 15 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 15 dereceden 0 dereceye yaklaşık 2 saniyede ulaşmış ve dengede kalmaktadır.



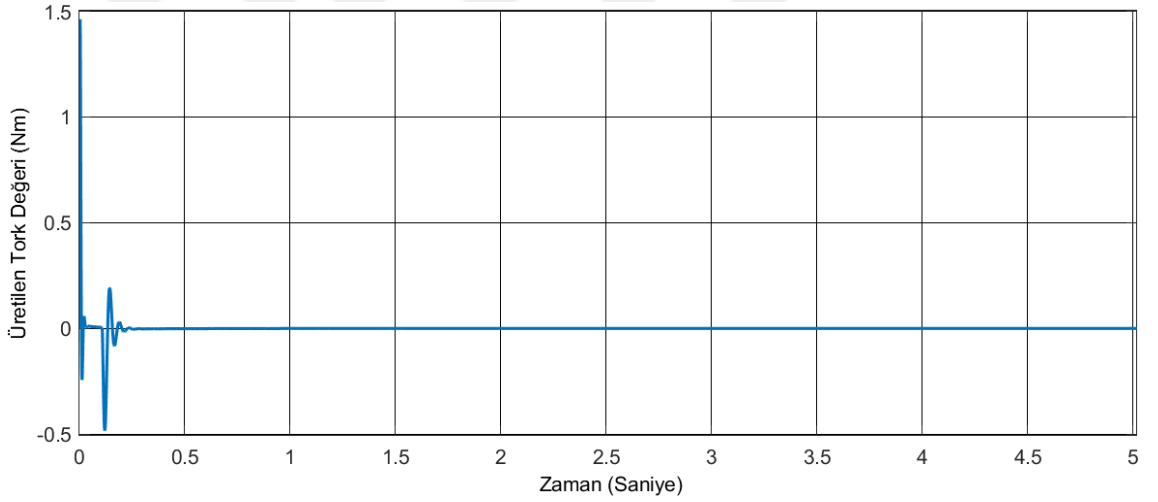
Şekil 64. 15 Derecelik Açı Konumu için Ters Sarkacın Açı Değişimi (PID)

Şekil 65 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Reaksiyon tekerinin, sarkacı 15 derecelik açı konumundan 0 (sıfır) derecelik açı konumuna getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 120 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür. Kalıcı açısal momentum hatasının ise giderilmiş olduğu ve reaksiyon tekerinin açısal hızının, sarkaç denge noktasında iken 0 (sıfır) değerine yaklaştığı görülmüştür.



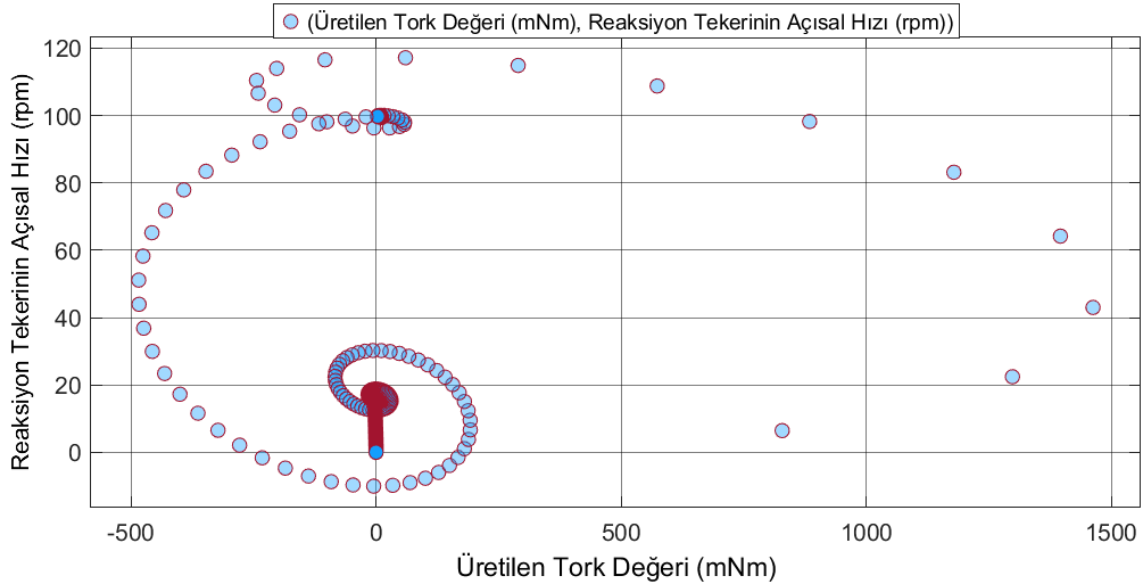
Şekil 65. 15 Derecelik Açı Değeri için Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimi (PID)

Şekil 66'da sarkacın 15 derecelik konumdan 0 (sıfır) derecelik konuma ulaşması için reaksiyon tekeri tarafından üretilen gerekli tork değerinin yaklaşık 1.5 Nm olduğu görülmüştür.



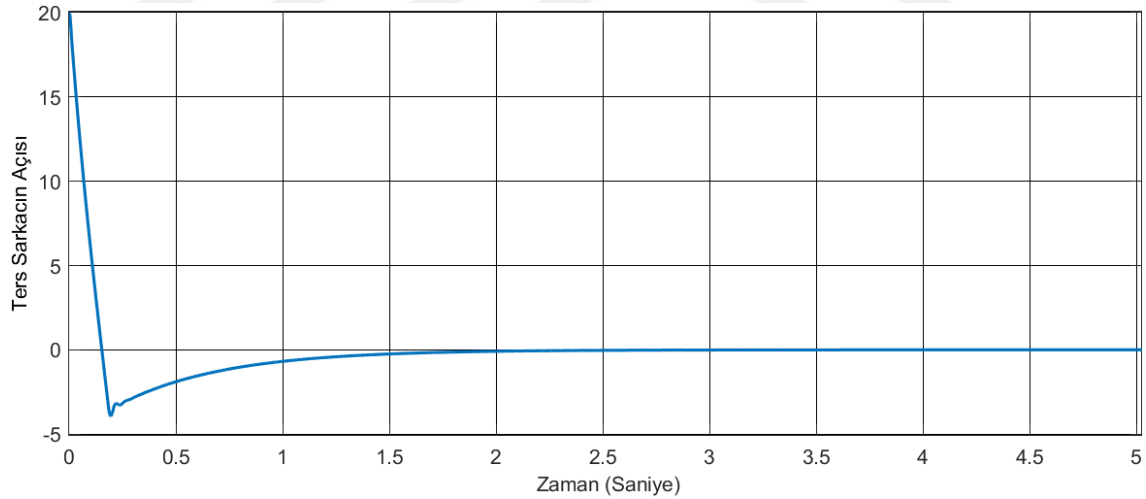
Şekil 66. 15 Derecelik Açı Değeri için Üretilen Tork Değeri (PID)

Şekil 67' de verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 15 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve motorun çalıştırma aralığı olan kırmızı boyalı alanda kaldığı görülmektedir.



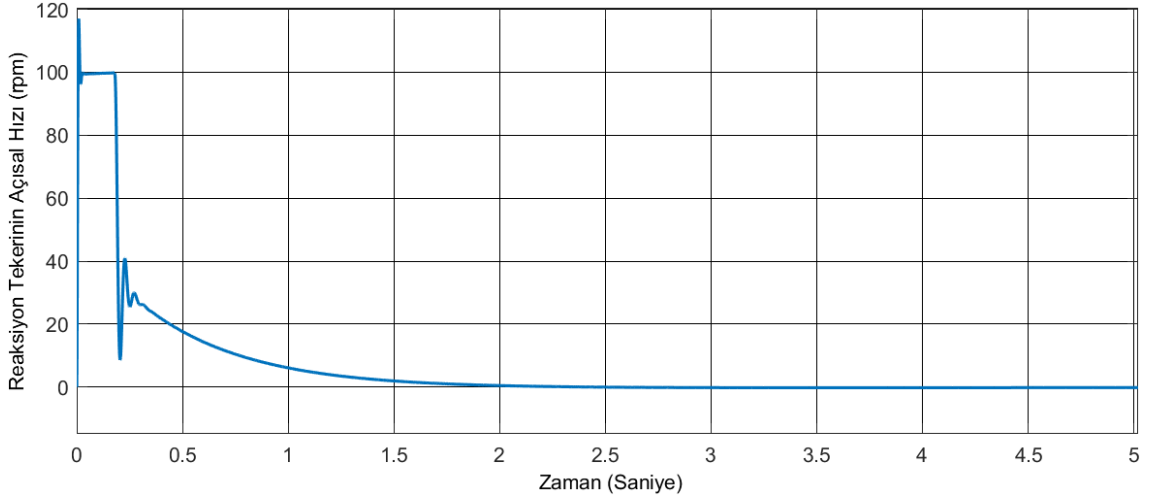
Şekil 67. 15 Derecelik Açı Değeri için Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızı ve Üretilen Tork Değeri (PID)

Şekil 68 sarkacın 15 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 15 dereceden 0 dereceye yaklaşık 2 saniyede ulaşmış ve dengede kalmaktadır.



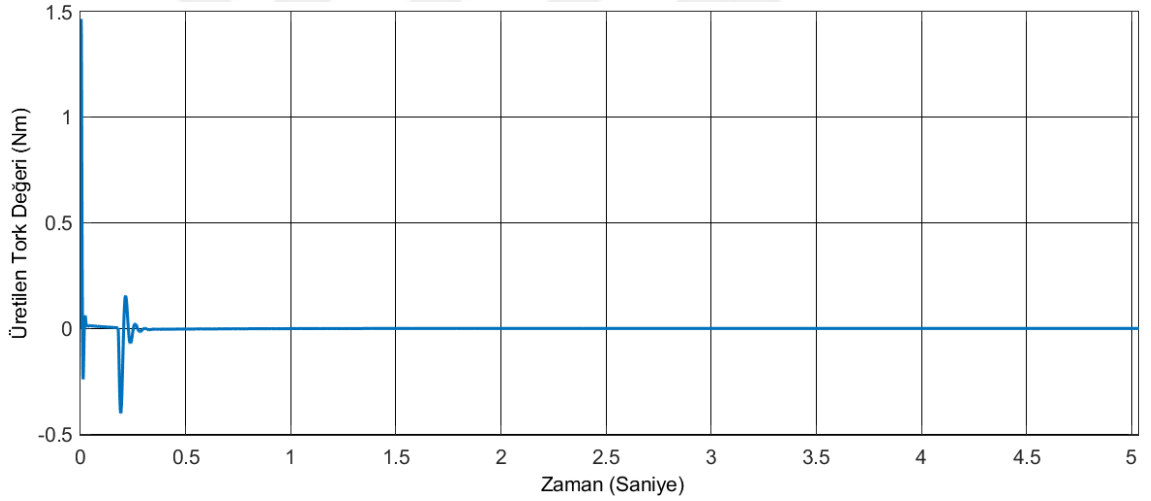
Şekil 68. 15 Derecelik Açı Konumu için Ters Sarkacın Açı Değişimi (PID)

Şekil 69 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Reaksiyon tekerinin, sarkacı 20 derecelik açı konumundan 0 (sıfır) derecelik açı konumuna getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 120 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür. Kalıcı açısal momentum hatasının ise giderilmiş olduğu ve reaksiyon tekerinin açısal hızının, sarkaç denge noktasında iken 0 (sıfır) değerine yaklaştığı görülmüştür.



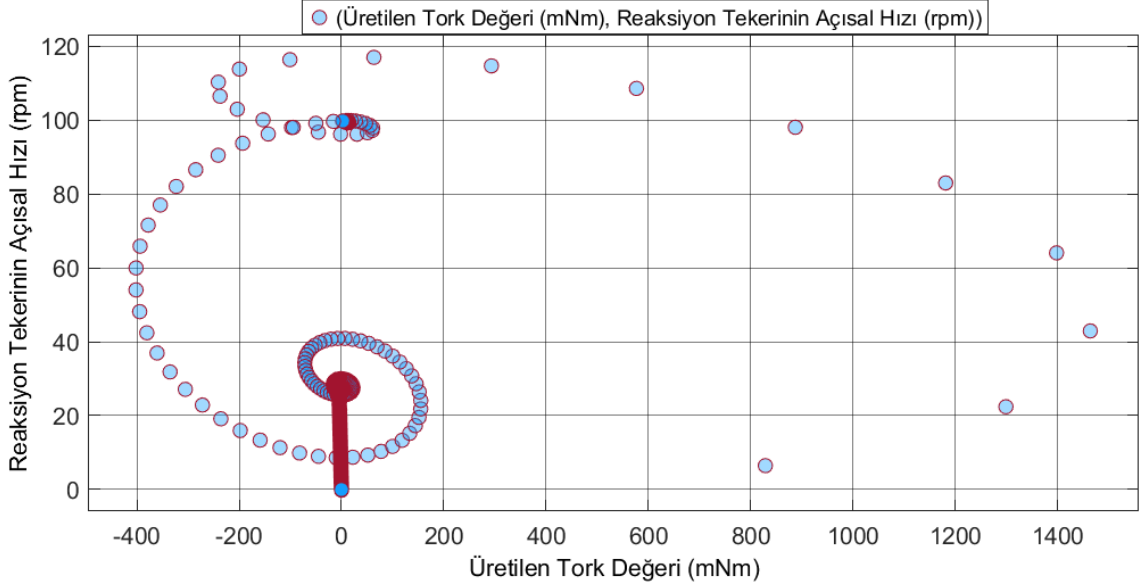
Şekil 69. 20 Derecelik Açı Değeri için Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimi (PID)

Şekil 70'te sarkacın 20 derecelik konumdan 0 (sıfır) derecelik konuma ulaşması için reaksiyon tekeri tarafından üretilen gerekli tork değerinin yaklaşık 1.5 Nm olduğu görülmüştür



Şekil 70. 20 Derecelik Açı Değeri için Üretilen Tork Değeri (PID)

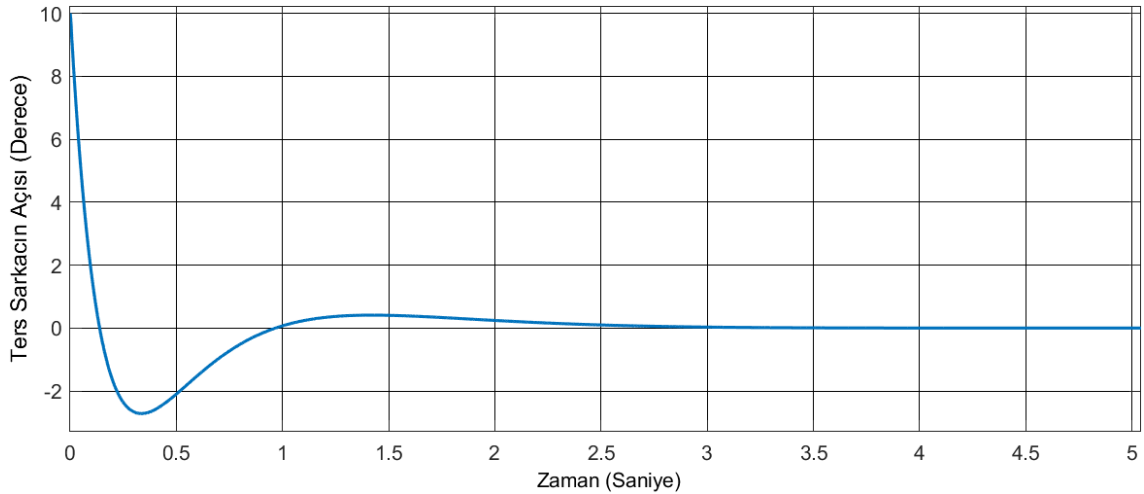
Şekil 71' de verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 20 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve motorun çalıştırma aralığı olan kırmızı boyalı alanda kaldığı görülmektedir.



Şekil 71. 20 Derecelik Açı Değeri için Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızı ve Üretilen Tork Değeri (PID)

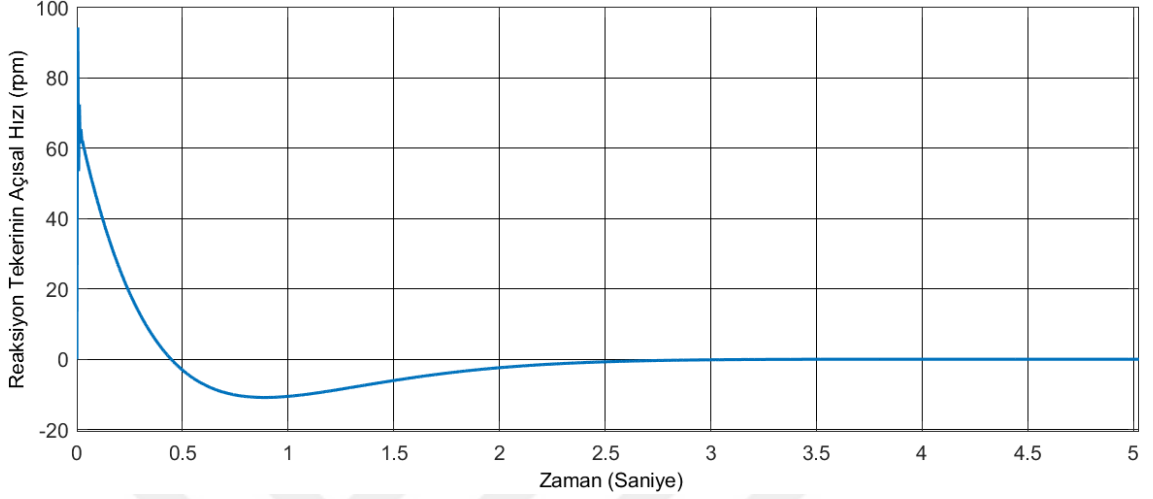
5.2.2. LQR Kontrolcü ile Elde Edilen Sonuçlar

Tablo 11’de verilmiş LQR kontrolcü katsayıları ile yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir. Simülasyonlarda aynı kontrolcü katsayıları ile sarkacın 10 derecelik, 15 derecelik ve 20 derecelik açı konumlarından 0 (sıfır) derecelik açı konumuna yerleşip bu konumda dengede kalıp kalmadığı incelenmiştir. Şekil 72 sarkacın 10 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açığa ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere sarkacın açısı 10 dereceden 0 dereceye yaklaşık 3 saniyede ulaşip dengede kalmaktadır.



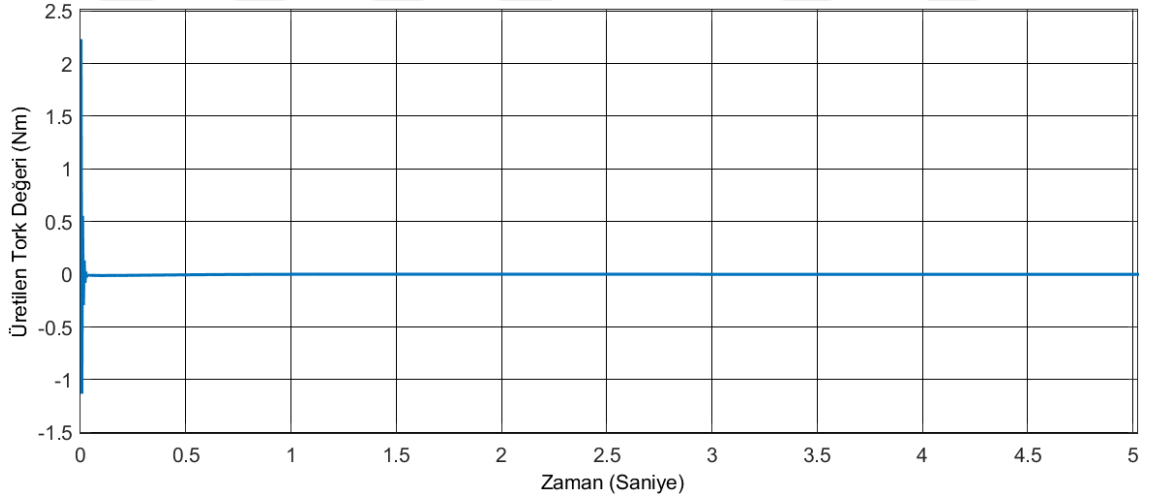
Şekil 72. Ters Sarkacın Açı Değişimini 10 Derecelik Açı için Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 73 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekerinin, sarkacı istenilen denge noktasına getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 95 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür.



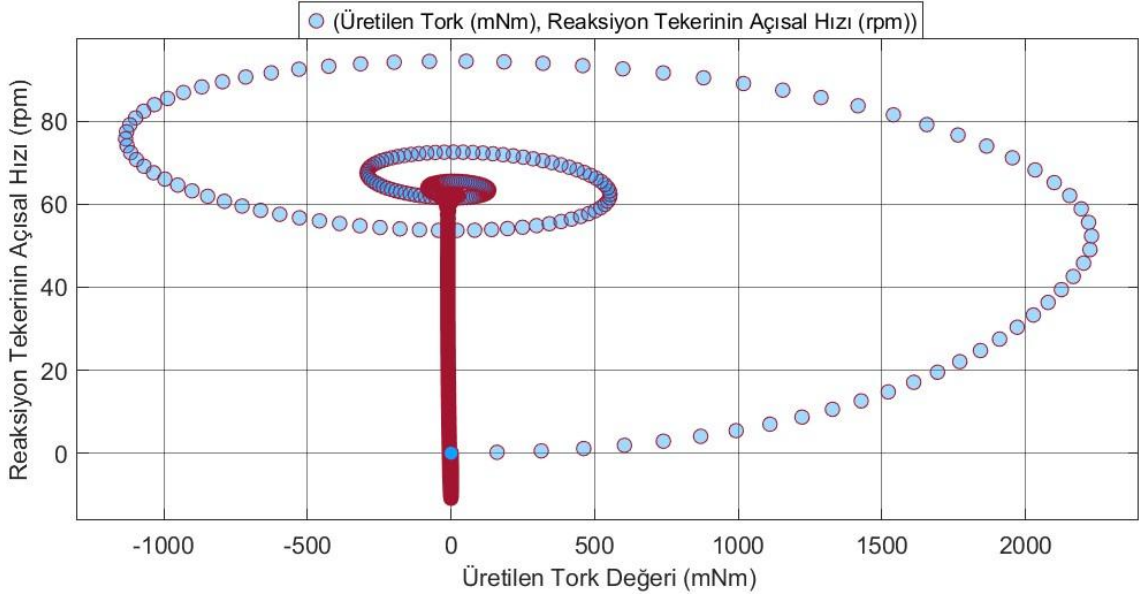
Şekil 73. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 74 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden sarkacın 10 dereceden 0 dereceye yerleşmesi için reaksiyon tekerinin yaklaşık olarak 2.25 Nm değerini üretmiş olduğu görülmektedir.



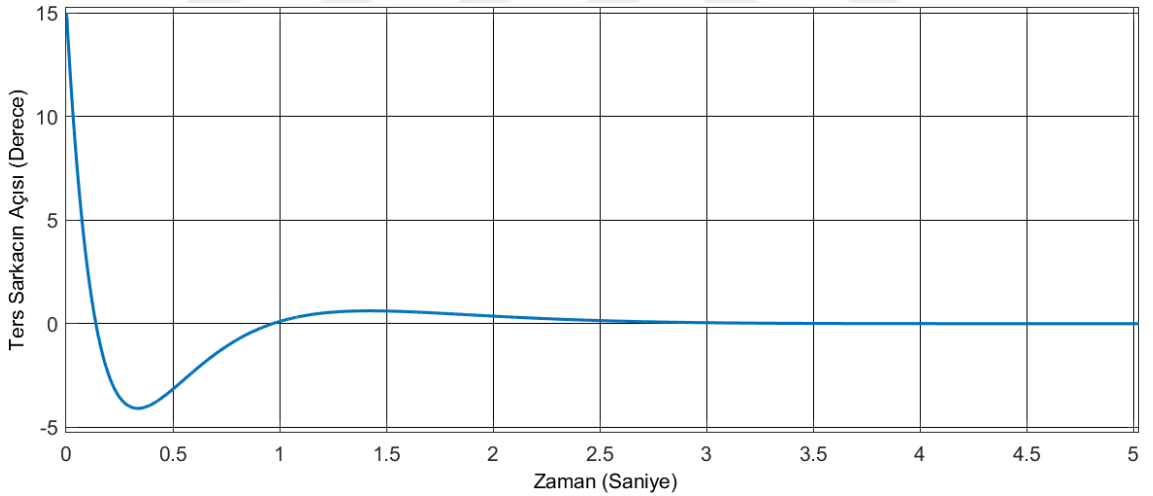
Şekil 74. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 75'te verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 10 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.



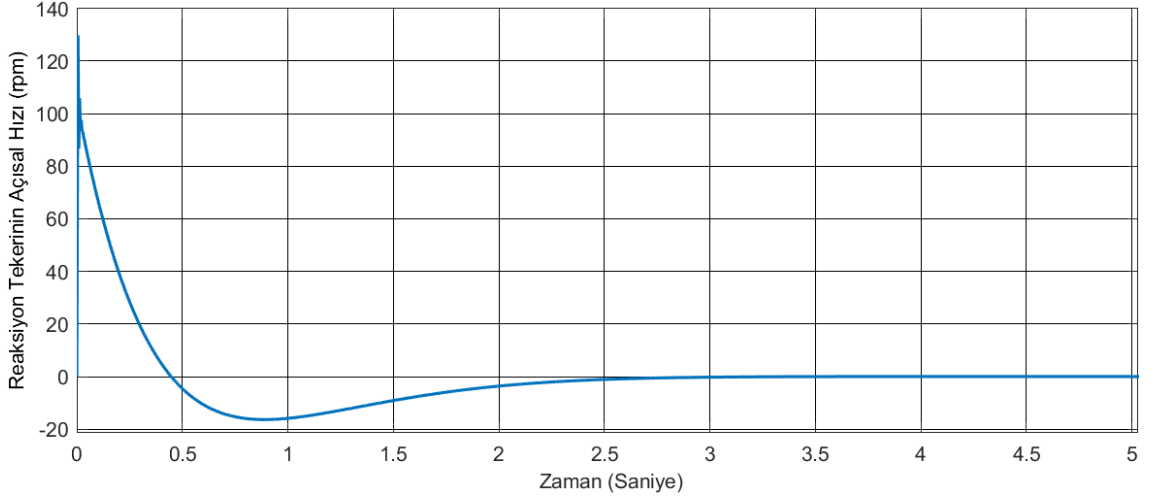
Şekil 75. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (LQR)

Şekil 76, sarkacın 15 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 3 saniyede gelip bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



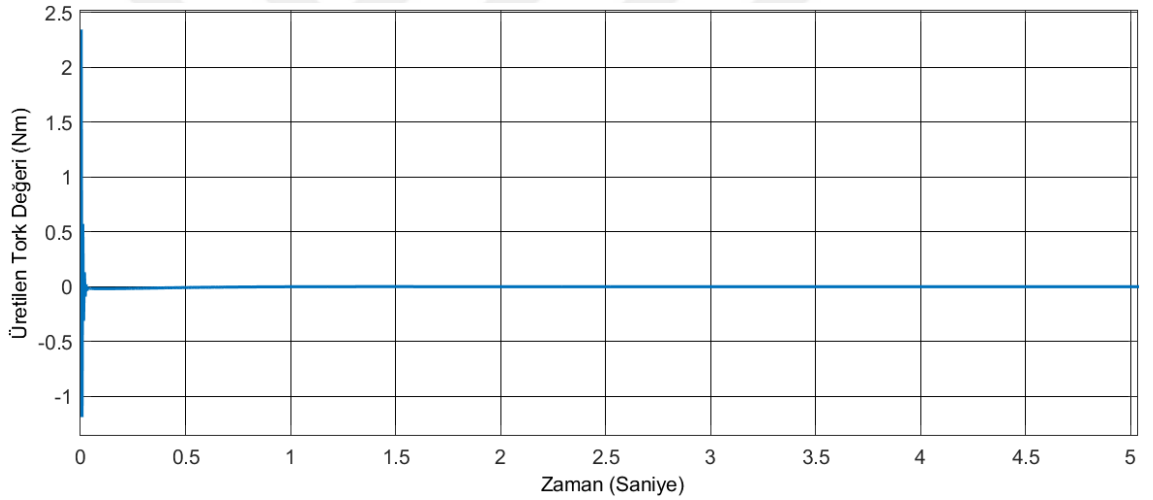
Şekil 76. Ters Sarkacın Açı Değişimini 15 Derecelik Açı İçin Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 77, reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekeri sarkacı istenilen denge noktasına ulaştırmak için yaklaşık olarak 130 rpm hızına ulaşmıştır.



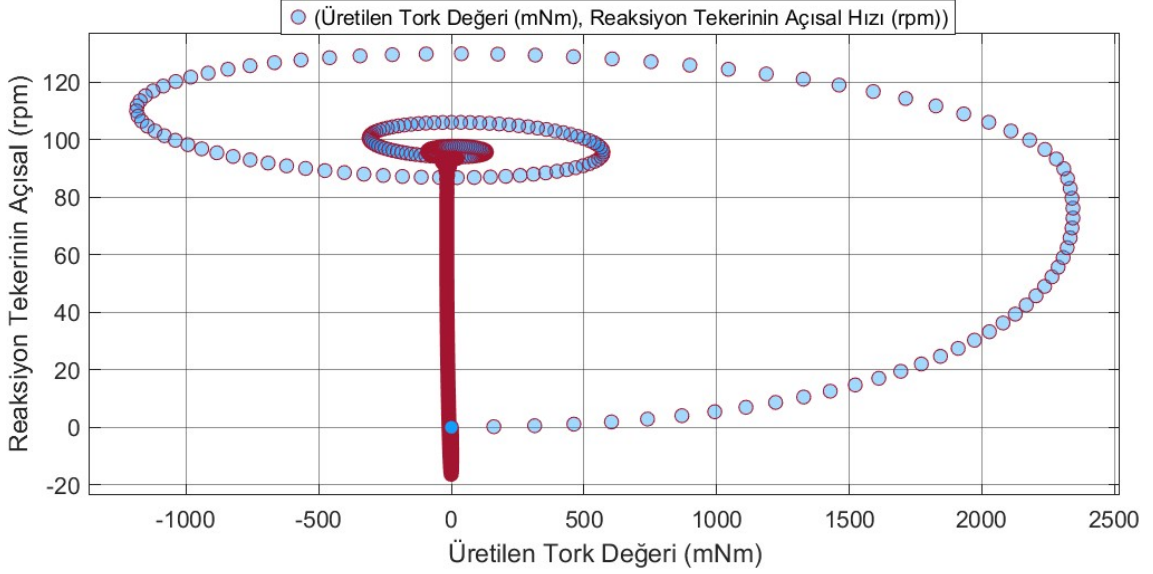
Şekil 77. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 78, reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen sonuca göre sarkacın 15 dereceden 0 dereceye yerleştiği açı değeri için yaklaşık olarak 2.3 Nm'ye kadar tork üretilmesi gerekmektedir.



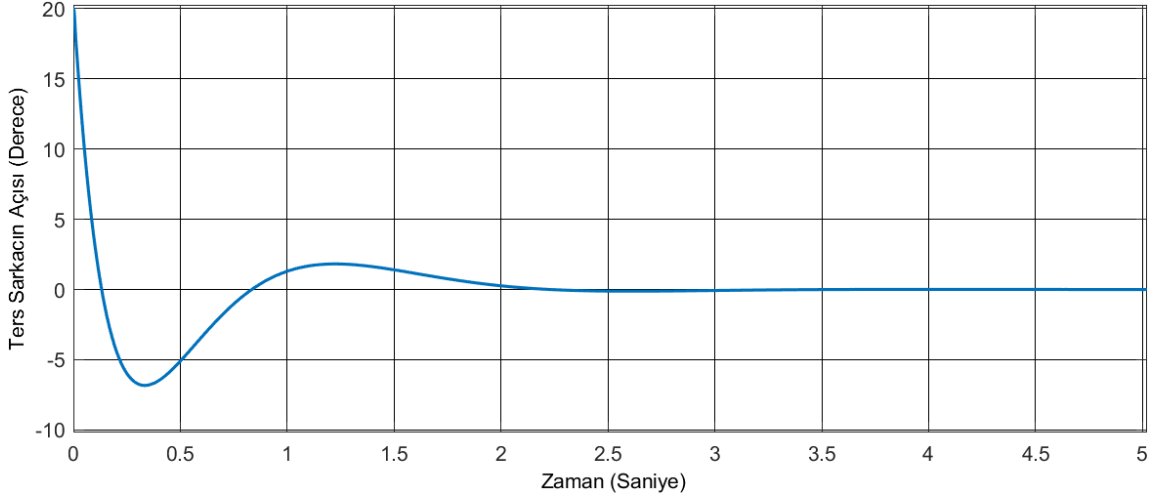
Şekil 78. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 79'da verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 15 derecelik açıdan 0 derecelik açıya ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı görülmektedir.



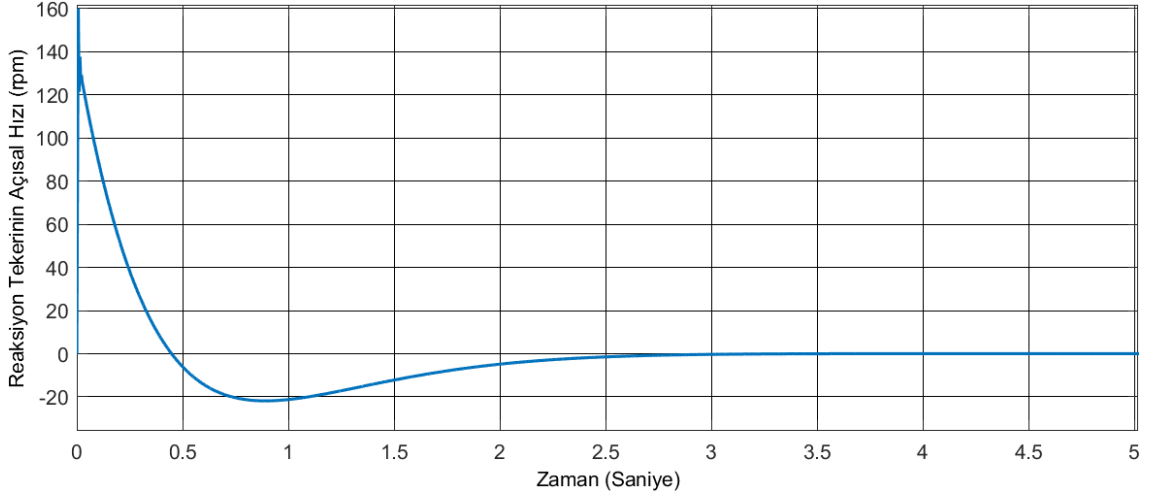
Şekil 79. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Hız ve Tork Grafiği (LQR)

Şekil 80 sarkacın 20 derecelik bir açıdan yukarı denge noktasında 0 derecelik açıya ulaştığını ve bu konumda dengede durduğunu göstermektedir. Sarkacın istenilen konumda dengeye yaklaşık 3 saniyede gelip bu konumda dengede durduğu görülmektedir.



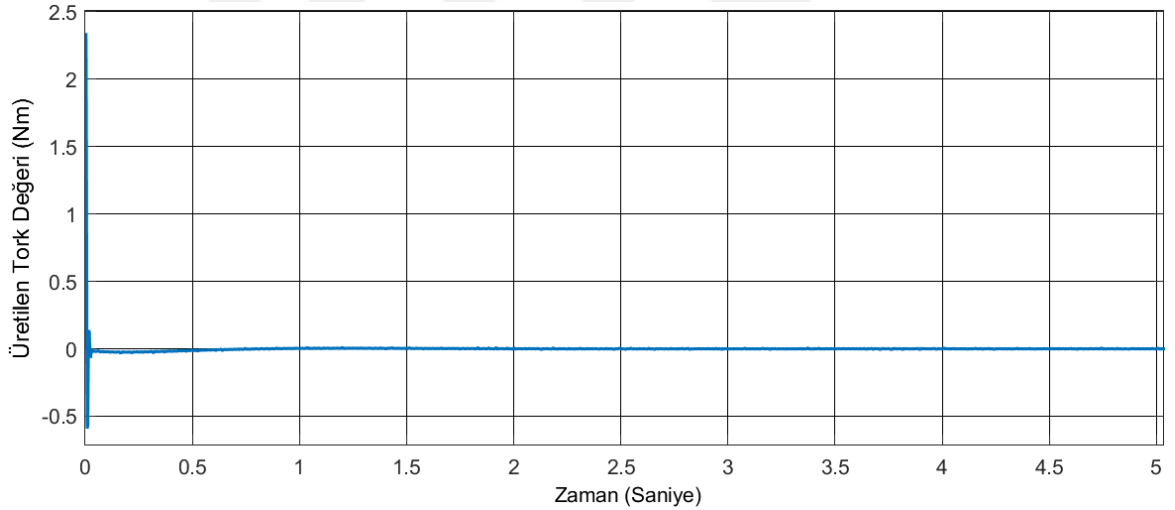
Şekil 80. Ters Sarkacın Açı Değerini 20 Derecelik Açı için Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 81 reaksiyon tekerinin rpm biriminden hızını göstermektedir. Görüldüğü üzere reaksiyon tekerinin, sarkacı 20 derecelik açı konumunda 0 (sıfır) derecelik açı konumuna getirmek ve bu noktada dengede tutmak için yaklaşık olarak 170 rpm hız değerine ulaştığı görülmüştür.



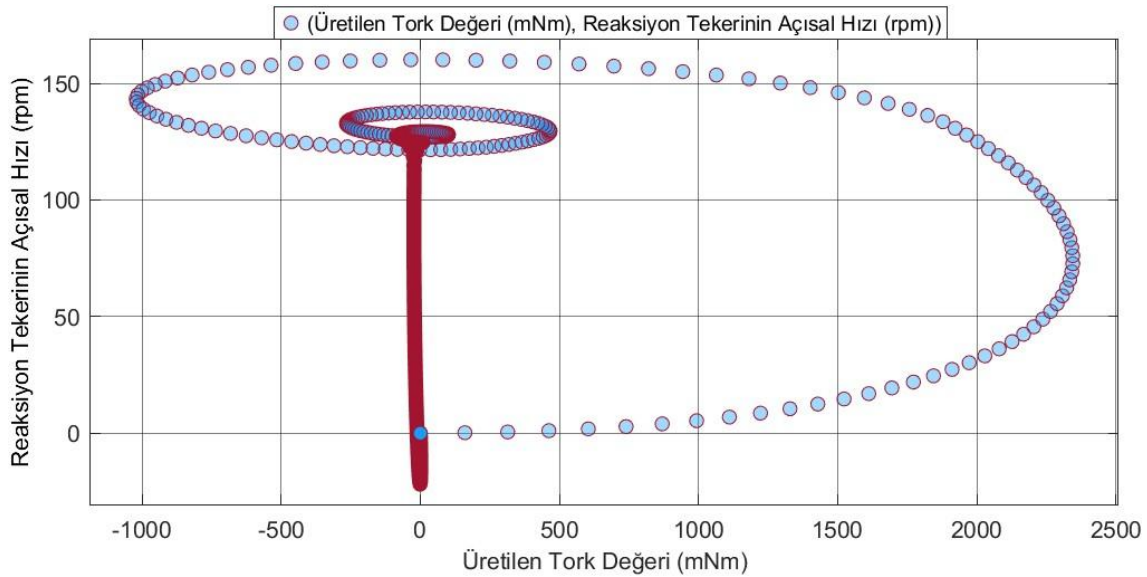
Şekil 81. Reaksiyon Tekerinin Açısal Hız Değişimini Gösteren Grafik (LQR)

Şekil 82 reaksiyon tekerinin ürettiği tork grafiğini göstermektedir. Simülasyon sonucundan elde edilen veri değerinden sarkacın 20 dereceden 0 dereceye yerleşmesi için reaksiyon tekerinin yaklaşık olarak 2.45 Nm'lik tork değerini üretmiş olduğu görülmektedir.



Şekil 82. Reaksiyon Tekerinin Ürettiği Tork Değerini Gösteren Grafik (LQR)

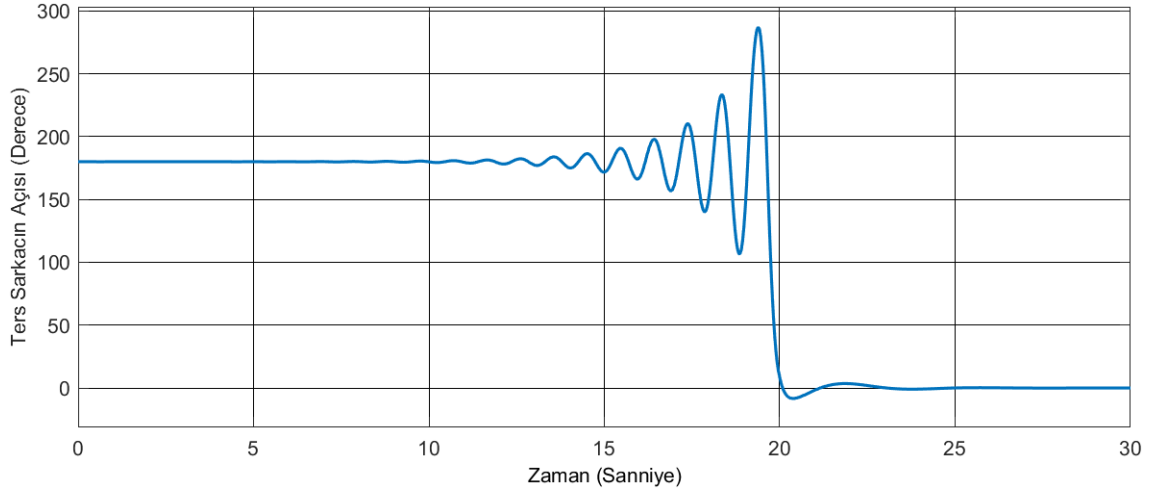
Şekil 83'te verilen tork-hız grafiğinden ters sarkacın 20 derecelik açıdan 0 derecelik açığa ulaşması ve bu değerde dengede durması için üretilen tork ve hız değerlerinin Şekil 22'de verilen motorun tork-hız değerlerini sağladığı ve kırmızı alanda kaldığı görülmektedir.



5.3. Sistemin Salınım Kontrolü

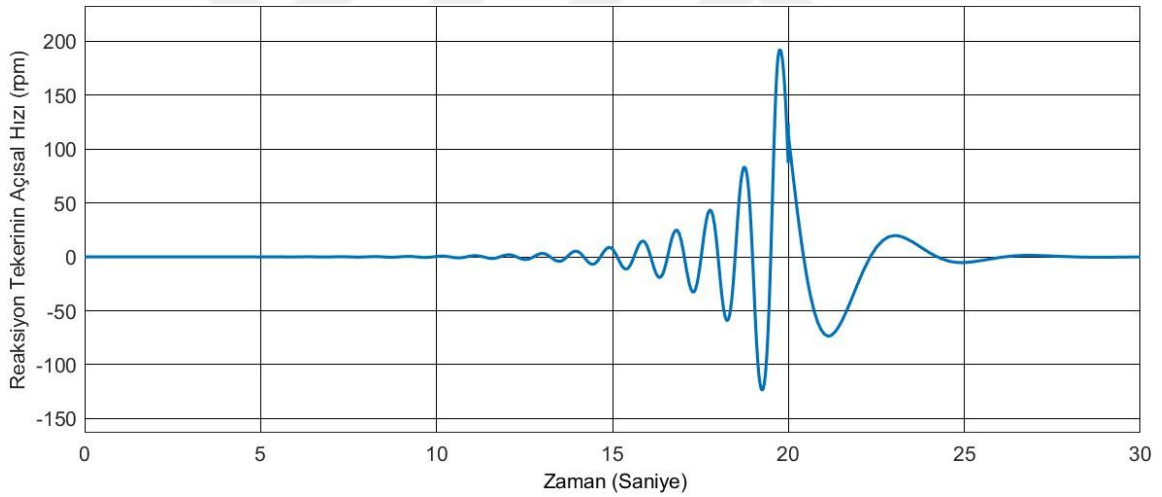
Ters sarkaç sisteminin salınım kontrolü için kullanılmış parametreler aşağıdaki tablolarda verilmiştir. Salınım kontrolü için tasarlanmış PID kontrolcüye ait parametrelerin ve kontrol kuralında kullanılmış olan ayarlanabilir kazanç parametrelerinin değerleri Tablo 12’de yer almaktadır. LQR kontrolcü için ise Tablo 7 ‘de yer alan parametre değerleri kullanılmıştır. Tablo 2 ve Tablo 3’te ters sarkaç sisteminin ve salınım kontrolünün modellenmesinde yer alan temel parametre değerleri gösterilmektedir. Referans enerji değeri $E_{ref} = 0.231 \text{ m}^2 \text{ kg/s}^2$ sistemin sıfır derecedeki konumundaki minimum enerji değerini vermektedir.

Şekil 84’te ters sarkacın 180 derecelik (aşağı denge noktası) açılı konumundan salınım hareketine başlayarak yukarı denge noktasına ulaşarak burada dengede tutulduğu görülmektedir. Simülasyon süresi 30 saniye olarak ayarlanmıştır. Sistem salınım hareketini yaklaşık olarak 20 saniye sürdürmüş ve istenilen noktada dengede kalabilmesi yaklaşık 22. Saniyede gerçekleşmiştir.



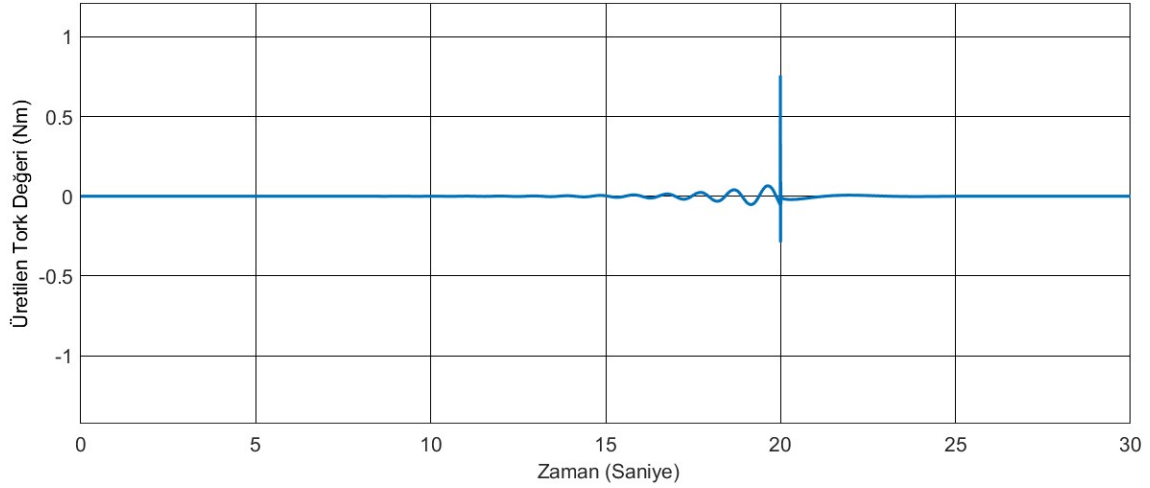
Şekil 84. Sarkacın 180 Derecelik Aç Konumundan Salınım Yaparak 0 Derecelik Aç Konumuna Ulaşması

Şekil 85'te salınım kontrolü boyunca reaksiyon tekerinin hızı verilmektedir. Yaklaşık olarak ve maksimum 198.5 rpm hıza ulaşan reaksiyon tekeri Şekil 22'de yer alan hız sınırını aşmamıştır.



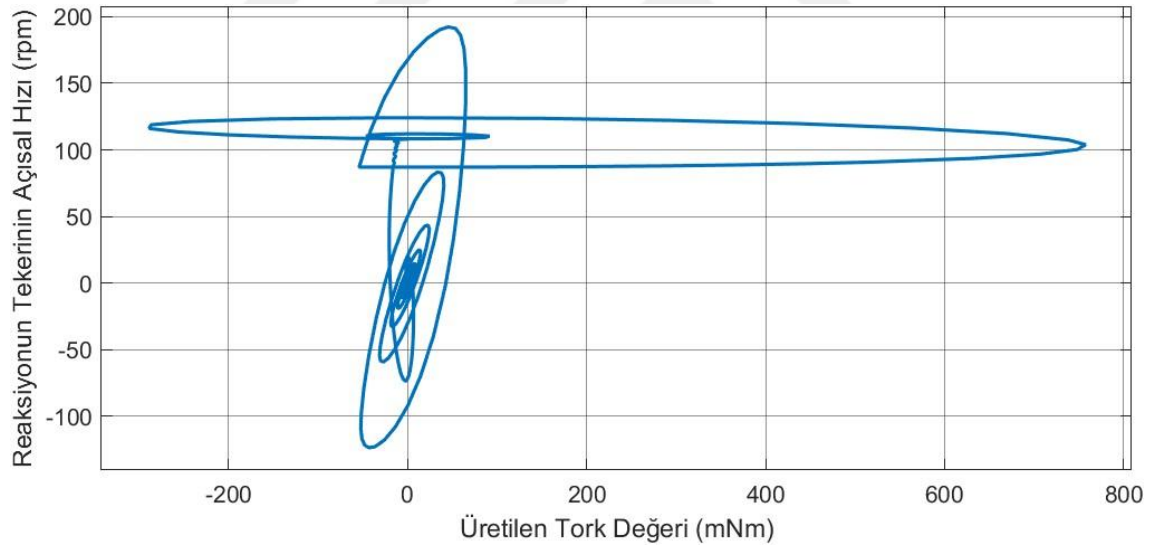
Şekil 85. Salınım Kontrolü Boyunca Reaksiyon Tekerinin Açısız Hızı

Şekil 86'da görüldüğü gibi salınım kontrolü için referans tork değeri ve sistem tarafından üretilen tork değeri Şekil 22 ile karşılaştırıldığında motor modelinin üretebileceği tork değeri Şekil 22 ile karşılaştırıldığında motor modelinin üretebileceği tork değer aralığında yer almaktadır. Grafikten anlaşılacağı üzere sistemin yaklaşık olarak maksimum 0.55 Nm'lik tork üretmesi salınım kontrolü için yeterlidir.



Şekil 86. Salınım Kontrolü Boyunca Üretilen Tork Değeri

Şekil 87'de sistemin salınım yaparak istenilen denge noktasına ulaşır burada dengede durmasına kadar geçen süreç boyunca sistemin kontrolü için üretilmiş olan reaksiyon tekeri hızı ve tork değeri verilmiştir. Şekil 75, Şekil 22 ile karşılaştırıldığında anlaşılacağı üzere sistemin kontrolü esnasında üretilen tork ve hız değerleri seçilen motor modelinin üretebileceği hız ve tork değerlerini sağlamakta ve kırmızı alanda kalmaktadır.



Şekil 87. Salınım Kontrolü Boyunca Reaksiyon Tekerinin Açısal Hızı ve Üretilen Tork Değerleri

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6.1 Sonuçlar

Çalışmada tasarlanmış doğrusal olmayan ters sarkaç sisteminin istenilen konumda dengede tutulabilmesi için bir PID ve LQR kontrolcü kullanılmıştır. Kullanılan PID ve LQR denetleyicilerinin kazanç parametreleri Yanıt Optimizasyonu ve Uygunluk Fonksiyonu yöntemleri ile bulunmuş ve sistemin kontrolünde bu değerler kullanılmıştır. Üç farklı başlangıç konum değeri için PID ve LQR kontrolcüler ters sarkaç sistemini dengede tutmayı başarmıştır. PID kontrolcü sarkacı üç farklı açı değerinden istenilen açı değerine LQR kontrolcüye oranla daha kısa sürede ulaştırmış ve dengede tutmuştur. Aynı zamanda her üç açı değeri için de PID kontrolcü LQR kontrolcünden daha fazla hız ve daha az tork değeri üreterek sistemi kontrol etmiştir. Her iki kontrolcü de seçilen motor modelinin üretebileceği hız ve tork değerlerini aşmamıştır. Sistemin kontrolündeki zorluklar göz önünde bulundurulduğunda, tasarlanmış olan sistemin kullanılan yöntem ve kontrolcülerle etkin bir biçimde kontrol ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca kullanılan Yanıt Optimizasyonu metodunun da bu çalışmadaki model için uygun bir yöntem olduğu görülmüştür. Uygun fonksiyonu kullanılarak optimize edilmiş PID ve LQR kontrolcüler ile kontrol edilen modelin simülasyon sonuçlarına bakıldığında ise; PID kontrolcünün daha fazla hız üreterek daha az tork gereksinimi ile sistemi çok daha kısa sürede kontrol ettiği gözlemlenmiştir. Fakat PID kontrolcü kullanılarak elde edilen grafiklerden anlaşılacağı üzere, sistem denge noktasına ulaştığında reaksiyon tekerinin açısal hızının sıfıra ulaşmadığı gözlenmiştir. Kalıcı açısal momentum hatasından kaynaklanan durumun çözülmesi için yeni bir kontrol kuralı oluşturulmuş ve hata durumu giderilmiştir. Sistem uygunluk fonksiyonu metodu kullanılarak her iki kontrolcü tarafından istenilen noktada dengede tutulmuştur. Sistemin yukarı kaldırma kontrolü değerlendirildiğinde, kontrolün gerçekleşmesi için enerji tabanlı bir kontrol yaklaşımı kullanılmıştır. Tasarlanan kontrol kuralı ile sistemin yukarı kaldırma aşamasında PID kontrolcü kullanılmıştır. Ters sarkacın yukarı denge noktasında kalabilmesi için ise LQR kontrolcü kullanılmıştır. Yukarı kaldırma ve denge kontrolü için yapılan simülasyon sonuçları kontrolcülerin istenilen performansı sağladığını göstermiştir.

6.2 Öneriler

Ters sarkaç sistemi doğrusal olmayan bir sistem olup, ters sarkacın yukarı kararsız denge noktasında stabilize edilebilmesi ve sistemin kararsız denge noktasına ulaşması için salınım hareketi kontrolünün kullanılması birçok çalışmaya konu olmuştur. Bu sistem özellikle robotik mekanizmalar ve uzay sistemleri gibi geniş çaplı alanlarda kullanıldığı için ters sarkaç sisteminin istenilen konumda dengede tutulabilmesi bahsedilen alanlardaki çalışmalara öncülük edeceği düşünülmüştür. İlerleyen çalışmalarda farklı kontrolcüler kullanılabilir ve kontrolcülerin performansları karşılaştırılıp bu sistemin kontrolü için daha verimli kontrol yöntemleri sunulabileceği gibi, parametre değişikliklerinde ya da hatalı montaj durumlarında kontrolcünün verimliliğinin tartışılacağı öngörülmüştür. Ayrıca yukarı kaldırma kontrolü için de farklı yöntemler ve kontrolcüler kullanılıp, kullanılan yöntem ve kontrolcülerin verimliliği, etkinliği ve performansları karşılaştırılabileceği düşünülmüştür.

7. KAYNAKLAR

- Anonim, (2025), Online shop for high precise drive systems by maxon | maxon group, <https://www.maxongroup.com/maxon/view/product/759875>
- Aguilar-Avelar, C., Rodríguez-Calderón, R., Puga-Guzmán, S., & Moreno-Valenzuela, J. (2017). Effects of Nonlinear Friction Compensation in the Inertia Wheel Pendulum. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 31(9), 4425–4433. <https://doi.org/10.1007/s12206-017-0843-4>
- Karaboga, (2005), An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization, Technical Report-TR06.
- Balta, E., (2023). Dört Rotorlu Bir İnsansız Hava Aracının Otonom Uçuşu İçin Optimum Kontrolcü Tasarımı. Yüksek Lisans Tezi. *Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya.
- Baimukashev, D., Sandibay, N., Rakhim, B., Varol, H. A., & Rubagotti, M. (2020). Deep Learning-Based Approximate Optimal Control of a Reaction-Wheel-Actuated Spherical Inverted Pendulum. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM, 2020-July*, 1322–1328. <https://doi.org/10.1109/AIM43001.2020.9158920>
- Bezci, Y. E., Tavakol Aghaei, V., Akbulut, B. E., Tan, D., Allahviranloo, T., Fernandez-Gamiz, U., & Noeiaghdam, S. (2022). Classical and Intelligent Methods in Model Extraction and Stabilization of a Dual-Axis Reaction Wheel Pendulum: A Comparative Study. *Results in Engineering*, 16. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100685>
- Bhourji, R. S., Mozaffari, S., & Alirezaee, S. (2024). Reinforcement Learning DDPG–PPO Agent-Based Control System for Rotary Inverted Pendulum. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 49(2), 1683–1696. <https://doi.org/10.1007/s13369-023-07934-2>
- Çeven, S., & Albayrak, A. (2020). Çift Ters Sarkaç Sisteminin Kontrolü için PID ve LQR Kontrolcü Tasarımlarının Modellenmesi. *European Journal of Science and Technology*, 323–330. <https://doi.org/10.31590/ejosat.780070>
- Chinelato, C. I. G., Neves, G. P. Das, & Angelico, B. A. (2020a). Safe Control of a Reaction Wheel Pendulum Using Control Barrier Function. *IEEE Access*, 8, 160315–160324. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3018713>
- Chinelato, C. I. G., Neves, G. P. Das, & Angelico, B. A. (2020b). Safe Control of a Reaction Wheel Pendulum Using Control Barrier Function. *IEEE Access*, 8, 160315–160324. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3018713>
- Cioaca, R. A., & Flutur, C. (2021). Reaction Wheel Control of an 3D Printed Inverted Pendulum. *Proceedings - 2021 23rd International Conference on Control Systems and Computer Science Technologies, CSCS 2021*, 57–61. <https://doi.org/10.1109/CSCS52396.2021.00017>
- Ganganath, R., & Annasiwaththa, B. (2022). 1 DOF Inverted Pendulum Simulation and Control Using the Method of Momentum Exchange. *2022 2nd International Conference on Image Processing and Robotics, ICIPRob 2022*. <https://doi.org/10.1109/ICIPRob54042.2022.9798743>
- Hofer, M., Muehlebach, M., D'andrea, R., Hofer, M., & D'andrea, R. (2023). The One-Wheel Cubli: A 3D inverted pendulum that can balance with a single reaction wheel. *Mechatronics*, 91, 102965. <https://doi.org/10.3929/ethz-b-000600805>
- Jepsen, F., Søborg, A., Pedersen, A. R., & Yang, Z. (2009). Development and Control of an Inverted Pendulum Driven by a Reaction Wheel. *2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, ICMA 2009*, 2829–2834. <https://doi.org/10.1109/ICMA.2009.5246460>

- Karaboga, D., & Akay, B. (2009). A Comparative Study of Artificial Bee Colony Algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 214(1), 108–132. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.03.090>
- Karaboga, D., & Basturk, B. (2007). A Powerful and Efficient Algorithm for Numerical Function Optimization: Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm. *Journal of Global Optimization*, 39(3), 459–471. <https://doi.org/10.1007/s10898-007-9149-x>
- Karaboga, D., Gorkemli, B., Ozturk, C., & Karaboga, N. (2014). A Comprehensive Survey: Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm and Applications. *Artificial Intelligence Review*, 42(1), 21–57. <https://doi.org/10.1007/s10462-012-9328-0>
- Koçer, S., & Dündar, Ö. (2024). Intelligent Systems and Optimization in Engineering. *International Society for Research in Education and Science*, 67-79.
- Larimi, S. R., Iqbal, O., Garbowski, J., Hoorfar, M., & Najjaran, H. (2017). Two-Layer Hybrid Control of an Underactuated System. *2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, SMC 2016 - Conference Proceedings*, 3864–3869. <https://doi.org/10.1109/SMC.2016.7844837>
- Lim, Y. Y., Hoo, C. L., & Felicia Wong, Y. M. (2018). Stabilising an Inverted Pendulum with PID Controller. *MATEC Web of Conferences*, 152. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201815202009>
- Mahmoud, I., & Saidi, I. (2022). Internal Model Control of Underactuated Mechanical Systems, Application to the Inertia Wheel Inverted Pendulum. *Proceedings of the 2022 5th International Conference on Advanced Systems and Emergent Technologies, IC_ASET 2022*, 472–476. https://doi.org/10.1109/IC_ASET53395.2022.9765891
- Meyer, J., Delson, N., & De Callafon, R. A. (2009). Design, Modeling and Stabilization of a Moment Exchange Based Inverted Pendulum. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 15(PART 1), 462–467. <https://doi.org/10.3182/20090706-3-FR-2004.0326>
- Moghadam, A. A. A., & Marshall, M. (2021). Robust Control of the Flywheel Inverted Pendulum System Considering Parameter Uncertainty. *Proceedings of the American Control Conference, 2021-May*, 1730–1735. <https://doi.org/10.23919/ACC50511.2021.9483178>
- Mohan, S., Nandagopal, J. L., & Amritha, S. (2016). Decoupled Dynamic Control of Unicycle Robot Using Integral Linear Quadratic Regulator and Sliding Mode Controller. *Procedia Technology*, 25, 84–91. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.08.084>
- Montoya, O. D., Gil-González, W., & Martin Serra, F. (2020). Discrete-Time Inverse Optimal Control for a Reaction Wheel Pendulum: a Passivity-Based Control Approach. *Revista UIS Ingenierías*, 19(4), 123–132. <https://doi.org/10.18273/revuin.v19n4-2020011>
- Moreno-Valenzuela, J., Aguilar-Avelar, C., Puga-Guzmán, S., & Santibáñez, V. (2017). Two Adaptive Control Strategies for Trajectory Tracking of the Inertia Wheel Pendulum: Neural Networks vis à vis Model Regressor. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 23(1), 63–73. <https://doi.org/10.1080/10798587.2015.1121618>
- Muehlebach, M., & D'Andrea, R. (2017). Nonlinear Analysis and Control of a Reaction-Wheel-Based 3-D Inverted Pendulum. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 25(1), 235–246. <https://doi.org/10.1109/TCST.2016.2549266>
- Olivares, M., & Albertos, P. (2014). Linear Control of the Flywheel Inverted Pendulum. *ISA Transactions*, 53(5), 1396–1403. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2013.12.030>

- Pham, D. B., Dao, Q. T., Bui, N. T., & Nguyen, T. V. A. (2024). Robust-Optimal Control of Rotary Inverted Pendulum Control Through Fuzzy Descriptor-Based Techniques. *Scientific Reports*, 14(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-024-56202-2>
- Sandoval, J., Kelly, R., Santibáñez, V., & Moreno-Valenzuela, J. (2020). A Speed Regulator for a Torque-Driven Inertia Wheel Pendulum. *IFAC-PapersOnLine*, 53, 6293–6298. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1749>
- Spong, M. W., Block, D. J., & Astrom, K. J. (2002). The Mechatronics Control Kit for Education and Research. *IEEE Conference on Control Technology and Applications*, 105-110, <https://doi.org/10.1109/CCA.2001.973846>
- Spong, M. W., Corke, P., & Lozano, R. (2001). Nonlinear Control of the Reaction Wheel Pendulum. *Automatica*, 37(11), 1845-1851. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(01\)00145-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00145-5)
- Srinias K. N., Behera L. (2008), Swing-up Control Strategies for a Reaction Wheel Pendulum, *International Journal of Systems Science*, 39(12), 1165–1177. <https://doi.org/10.1109/ATiGB63471.2024>.
- Thummerer, T., & Mikelsons, L. (2020). Modeling and Control of a Tetrahedron-Shaped Inverted Pendulum with Torque-Actuation. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 17548–17555. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.2667>
- Trentin, J. F. S., Santos, D. A., da Silva, S., & Schaub, H. (2022). Dynamic Modeling and Control of a Spherical Pendulum with a VSCMG. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 44(8). <https://doi.org/10.1007/s40430-022-03634-4>
- Türkmen, A., Korkut, M. Y., Erdem, M., Gönül, Ö., & Sezer, V. (2017), Reaksiyon Tekerleri ile Kendini İki Eksende Dengeleyebilen Ters Sarkaç Tasarımı, Üretimi ve Kontrolü, *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*.
- Vo, M. T., D., Duong, H. N., & Nguyen, V. H. (2024), Comparative Study Of Swing-Up Controllers: Passivity-Based Swing-Up Control And Sliding Mode Technique Combined Energy-Based Method For Rotational Inverted Pendulum System, *9th International Conference on Applying New Technology in Green Buildings*, 218-223. <https://doi.org/10.1109/ATiGB63471.2024.10717747>
- Zaborniak, D., Patan, K., & Witczak, M. (2024), Design, Implementation, and Control of a Wheel-Based Inverted Pendulum. *Electronics (Switzerland)*, 13(3). <https://doi.org/10.3390/electronics13030514>