



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**MATEMATİKSEL UZAMSAL KAVRAMLARIN PROBLEM BAĞLAMINDA
İNCELENMESİ**

Goncagül YILDIRIM
ORCID: 0009-0000-2071-8392

Danışman
Doç. Dr. Ayşe YAVUZ
ORCID: 0000-0002-0469-3786

Konya – 2025

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca değerli bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan ve rehberlik eden kıymetli danışmanım Doç. Dr. Ayşe YAVUZ'a teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Her zaman yanımda olan, maddi ve manevi desteğini daima hissettiren canım annem Nurcan YILDIRIM'a ve canım babam İbrahim YILDIRIM'a sonsuz teşekkür ederim. Ayrıca, varlığıyla yoluma ışık tutan kıymetli abim Murat YILDIRIM'a ve her zaman yanımda olan en büyük motivasyon kaynağım canım kardeşim Onur YILDIRIM'a gönülden teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim sırasında tanıştığım, tez süreci boyunca desteğini her zaman yanımda hissettiğim, akademik yol arkadaşım ve kıymetli dostum Fatma Sümeyye UÇAK'a ve bu süreçte bana zaman ayırmasını hoşgörüyle karşılayan değerli ailesine teşekkür ederim.

Son olarak, her daim desteğini hissettiğim Emine BAYRAKTAR ÇOLAK, Hatice AKSOY ve Kadriye Arife TEPELİ başta olmak üzere, tüm meslektaşlarıma katkı ve destekleri için içtenlikle teşekkür ederim.

Goncagül YILDIRIM

Haziran 2025

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ.....	9
1.1. Problem Durumu	10
1.2. Araştırmanın Amacı	11
1.3. Araştırmanın Önemi	11
1.4. Varsayımlar	12
1.5. Sınırlılıklar.....	13
1.6. Tanımlar	14
2. ALAN YAZIN.....	16
2.1. Uzamsal Düşünme.....	16
2.2. Zihin Alışkanlıkları ve Zihnin Uzamsal Alışkanlıkları.....	20
2.3. Uzamsal Kavram	22
2.4. Problem Kategorizasyonu	25
2.3. İlgili Çalışmalar	28
3. YÖNTEM.....	39
3.1. Araştırmanın Modeli	39
3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi	39
3.3. Veri Toplama Araç ve/veya Teknikleri.....	41
3.4. Verilerin Toplanması.....	43
3.4.1 Pilot uygulama ve değerlendirilmesi	43
3.4.2 Temel uygulama	46
3.5. Verilerin Çözümlemesi.....	48
4. BULGULAR	51
4.1. Matematiksel Uzamsal Kavram Tanımına Ait Bulgular	51
4.2. Matematiksel Uzamsal Kavramlara Ait Bulgular	54
4.3. Matematiksel Uzamsal Kavramların Öğretimine Yönelik Bulgular	58
4.5. Öğrencilerin Başarı Testine Yönelik Cevaplarına Ait Bulgular	79
4.5.1. Problem türlerine ait bulgular.....	97
4.5.2. Problem bağlamına ait bulgular	98
4.5.3. Uzamsal düşünme türlerine ait bulgular.....	99

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	100
5.1. Tartışma.....	100
5.2. Sonuç.....	108
5.3. Öneriler.....	110
KAYNAKLAR.....	112
EKLER.....	119



TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Matematiksel Uzamsal Kavramların Problem Bağlamında İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın toplam **106** sayfalık kısmına ilişkin, 2/06/2025 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%6** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

2/06/2025

Goncagül YILDIRIM

Doç. Dr. Ayşe YAVUZ

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

2/06/2025

Goncagül YILDIRIM

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

MATEMATİKSEL UZAMSAL KAVRAMLARIN PROBLEM BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Goncagül YILDIRIM

Bu araştırmanın amacı, zihnin uzamsal alışkanlıklarının alt bileşenlerinden biri olan matematiksel uzamsal kavramların ortaokul matematik öğretimindeki rolünü problem bağlamında incelemek ve öğrencilerin bu kavramlara ilişkin problem çözme başarılarını ve öğretmenlerin söz konusu kavramları değerlendirme biçimlerini ortaya koymaktır. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmada çalışma grubunu, 5, 6, 7 ve 8. sınıf düzeylerinde öğrenim gören toplam 94 öğrenci ile farklı okul kademelerinde görev yapmakta olan 44 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veriler; öğretmenlere uygulanan matematiksel uzamsal kavram formu, yarı yapılandırılmış görüşme soruları ve öğrencilere uygulanan başarı testi aracılığıyla toplanmıştır. Öğretmen görüşleri içerik analiziyle, öğrenci test verileri ise içerik ve frekans analizleri yoluyla çözümlenmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğretmenlerin uzamsal kavramlara ilişkin algılarında özellikle sayı doğrusu, koordinat sistemi, simetri, prizma ve dönüşüm gibi kavramların öne çıktığı belirlenmiştir. Uzamsal kavramların çoğunlukla geometri öğrenme alanı ile ilişkilendirilmesine rağmen; sayı, cebir ve ölçme gibi diğer öğrenme alanlarıyla da ilişkili olarak değerlendirildiği görülmüştür. Öğretmenlerin bu kavramları tanımlarken sıklıkla zihinsel canlandırma, üç boyutlu düşünme ve problem çözme süreçlerine vurgu yaptıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, öğretim sürecinde en sık kullanılan yöntemlerin somut materyaller, görsel araçlar ve dijital teknolojiler olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin başarı testi verileri incelendiğinde zihinsel döndürme, şekil tamamlama ve çok boyutlu yapıların yorumlanması gibi alanlarda başarı düzeylerinin soruların bağlamına, temsil türüne ve zorluk derecesine göre anlamlı biçimde değişiklik gösterdiği görülmüştür. Özellikle çok aşamalı işlem gerektiren, soyut kavramlar içeren ve görsel temsil barındıran problemlerin öğrenciler tarafından daha zorlayıcı bulunduğu belirlenmiştir. Ayrıca zihinsel canlandırma ve uzamsal yönelim gerektiren görevlerde hata oranlarının yükseldiği, öğrencilerin strateji belirlemede ve süreci yapılandırmada zorlandıkları saptanmıştır. Sonuç olarak bu araştırma; matematiksel uzamsal kavramların öğretiminde yalnızca içerik temelli değil aynı zamanda görsel, zihinsel ve somut temsillere dayalı çok yönlü stratejilere ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Öğrenci ve öğretmen bulguları birlikte değerlendirildiğinde ise uzamsal düşünmenin problem çözme süreçlerine etkisinin hem bilişsel hem de pedagojik açıdan dikkate alınması gerektiği ortaya çıkmıştır.

Anahtar Kelimeler: Zihnin uzamsal alışkanlıkları, matematiksel uzamsal kavramlar, matematik eğitimi, öğretmen görüşleri, problem çözme.

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Elementary Mathematics Education Program
Master Thesis

INVESTIGATION OF MATHEMATICAL SPATIAL CONCEPTS IN PROBLEM CONTEXT

Goncagül YILDIRIM

The purpose of this research is to examine the role of mathematical spatial concepts, which are one of the subcomponents of spatial habits of mind, in middle school mathematics teaching in the context of a problem and to reveal students' problem-solving successes regarding these concepts and teachers' evaluation of these concepts. The research was conducted using a case study design, which is one of the qualitative research methods. The study group consists of a total of 94 students studying at 5th, 6th, 7th and 8th grade levels and 44 mathematics teachers working at different school levels. Data were collected through the mathematical spatial concept form applied to teachers, semi-structured interview questions and achievement test applied to students. Teachers' opinions were analyzed through content analysis, and student test data were analyzed through content and frequency analysis. According to the research findings, it was determined that especially concepts such as number line, coordinate system, symmetry, prism and transformation were prominent in teachers' perceptions of spatial concepts. Although spatial concepts are mostly associated with the field of geometry learning, it was observed that they were also evaluated in relation to other learning areas such as number, algebra and measurement. It was determined that teachers frequently emphasized mental visualization, three-dimensional thinking and problem-solving processes when defining these concepts. In addition, it was determined that the most frequently used methods in the teaching process were concrete materials, visual aids and digital technologies. When the students' achievement test data were examined, it was seen that their success levels in areas such as mental rotation, shape completion and interpretation of multi-dimensional structures varied significantly according to the context of the questions, the type of representation and the degree of difficulty. It was determined that especially problems requiring multi-stage operations, including abstract concepts and visual representations were found more challenging by the students. In addition, it was determined that error rates increased in tasks requiring mental visualization and spatial orientation, and students had difficulty in determining strategies and structuring the process. In conclusion, this study shows that in teaching mathematical spatial concepts, not only content-based but also multi-faceted strategies based on visual, mental and concrete representations are needed. When the student and teacher findings are evaluated together, it is revealed that the effect of spatial thinking on problem-solving processes should be considered both cognitively and pedagogically.

Keywords: Spatial habits of mind, mathematical spatial concepts, mathematics education, teacher opinions, problem solving.

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Günümüzde matematik eğitimi yalnızca işlem becerilerine odaklanmakla sınırlı kalmayıp öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırma, soyut ilişkiler kurma ve bu bilgileri farklı bağlamlarda etkin biçimde kullanma becerilerini de kapsayan çok boyutlu bir yapıya dönüşmüştür. Bu dönüşüm sürecinde, özellikle uzamsal kavramlar ve uzamsal düşünme becerileri, öğrencilerin hem kavramsal anlamalarını derinleştirmekte hem de problem çözme süreçlerinde etkili stratejiler geliştirmelerine olanak tanımaktadır. Matematiksel düşünmenin ayrılmaz bir parçası olan uzamsal düşünme, bireyin şekilleri, nesneleri ve bu nesneler arasındaki ilişkileri zihinsel olarak canlandırabilmesi, döndürebilmesi ve değerlendirebilmesiyle ilişkilidir. Bu beceri, özellikle geometri, modelleme ve çok aşamalı problem çözme gibi alanlarda öğrencilerin başarı düzeylerini etkileyebilmektedir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin uzamsal kavramları anlamada ve uygulamada çeşitli güçlükler yaşadığını göstermektedir. Özellikle üç boyutlu düşünme, yönelim ve zihinsel dönüşüm gibi karmaşık uzamsal becerilerin, öğretim süreçlerinde yeterince desteklenmediği görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin yalnızca geometri değil genel matematiksel yeterliklerinde de eksiklikler yaşamasına yol açmaktadır. Öte yandan, öğretmenlerin bu kavramlara ilişkin algı ve uygulamaları, uzamsal kavramların sınıf içi öğretiminde belirleyici bir rol oynamaktadır. Bu nedenle, öğretmenlerin uzamsal kavramları nasıl tanımladıkları, hangi içeriklerle ilişkilendirdikleri ve öğretim süreçlerinde ne tür stratejiler kullandıkları, öğrencilerin bu becerileri edinmesinde kritik bir etkidir.

Bu çalışma, zihnin uzamsal alışkanlıklarının alt bileşenlerinden biri olan matematiksel uzamsal kavramların belirlenmesini, öğretmenlerin uzamsal kavramlara dair algılarını incelemeyi ve bu kavramların öğretilmesine yönelik görüşlerini belirlemeyi, öğrencilerin matematiksel problem kategorizasyonu dahilinde başarılarının incelenmesini amaçlamaktadır. Çalışmada hem öğretmen hem de öğrenci verileri kullanılarak, uzamsal kavramların matematiksel öğrenmeye etkisi çok yönlü biçimde analiz edilmiştir. Elde edilen bulguların hem öğretim uygulamalarına hem de öğretmen eğitimine katkı sunacağı; aynı zamanda, uzamsal düşünmenin problem çözme ile ilişkisine ışık tutacağı öngörülmektedir.

1.1. Problem Durumu

Matematiksel düşünme becerilerinin temel yapı taşlarından biri olan uzamsal kavramlar, bireylerin çevresindeki nesneleri, şekilleri ve bu nesneler arasındaki ilişkileri zihinsel olarak canlandırmalarını, yorumlamalarını ve bu doğrultuda problem çözme süreçlerine katılmalarını sağlar. Bu kavramlar, özellikle geometri öğrenme sürecinde öne çıkmakta ve öğrencilerin soyut düşünme, model oluşturma ve çözüm üretme becerilerini desteklemektedir (Güzel & Şener, 2009; Golledge vd., 2008). Ancak araştırmalar, öğrencilerin bu tür kavramları anlamada zorlandıklarını, özellikle üç boyutlu düşünme ve zihinsel dönüşüm gibi bilişsel işlemlerde yetersizlikler gösterdiklerini ortaya koymaktadır (Sorby, 2007; Van Garderen, 2006).

Genel olarak matematik öğretiminde uzamsal düşünme üzerine yapılan çalışmalar, uzamsal düşünmenin matematiksel başarıyı etkilediğini ancak yeterince kullanılmadığını vurgulamaktadır (Newcombe & Shipley, 2014; Hawes vd., 2022). Türkiye’de de öğrencilerin özellikle problem çözme süreçlerinde uzamsal kavramları etkili kullanamadıkları, bu alanda öğretimsel eksikliklerin bulunduğu saptanmıştır (Turgut vd., 2017). Bu durum, öğrencilerin matematik performanslarını da olumsuz etkilemektedir. Bu bağlamda uzamsal kavramların matematiksel problem çözme süreçlerindeki rolü, eğitimde ele alınması gereken önemli ve güncel bir konudur. Literatürde uzamsal düşünmenin eğitimi üzerine çeşitli uygulamalar (örneğin origami, 3D modelleme, sanal ortamlar) denenmiş; bu tür yaklaşımların problem çözme ve matematik başarısı üzerinde etkili olduğu görülmüştür (Taylor & Tenbrink, 2013; Burte vd., 2017). Ancak bu çalışmalar genellikle belirli yöntemlere odaklanmakta öğretmen ve öğrenci bakış açılarını sınırlı şekilde ele almakta ve bağlam olarak problem çözme süreçlerine odaklanmamaktadır.

Ortaokul düzeyinde matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamındaki yeri ile bu kavramlara yönelik öğretmen ve öğrenci algıları ile öğrenci başarıları arasındaki ilişki literatürde yeterince incelenmemiştir. Bu araştırma, zihnin uzamsal alışkanlıklarının alt bileşenlerinden biri olan matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamında nasıl kullanıldığını belirlemeyi bu doğrultuda matematiksel uzamsal kavramları problem bağlamında öğrencilerin kullanabilme başarılarını ve öğretmenlerin konuya dair görüşlerini inceleyerek literatürdeki bu boşluğu doldurmayı amaçlamaktadır. Böylece hem kuramsal hem de uygulamaya dönük katkılar sağlanacaktır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Zihinsel uzamsal alışkanlıkların alt bileşenlerinden biri olan matematiksel uzamsal kavramlar, geometrik şekillerin, uzayın ve diğer uzamsal yapıların matematik derslerinde etkin bir biçimde öğretilmesiyle, öğrencilerin bu kavramları günlük yaşam bağlamında nasıl kullanabileceklerini daha iyi kavramalarına olanak sağlayabilir. Bu durum, uzamsal kavramların öğrenciler tarafından daha etkili bir şekilde öğrenilebilmesi için matematik öğretiminde nasıl bir yaklaşım benimsenmesi gerektiği sorusunu gündeme getirmektedir. Bu bağlamda, matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamında incelenmesi, hem bu alandaki öğrenme güçlüklerinin aşılmasına katkı sağlayabilir hem de öğrencilerin matematikle kurduğu ilişkiyi derinleştirecek önemli bir fırsat sunabilir. Araştırmanın amacı doğrultusunda problem cümlesi “Zihnin uzamsal alışkanlıklarının alt bileşenlerinden biri olan matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamındaki rolü nedir?” olarak belirlenmiştir. Bu problem doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranacaktır.

1. Öğretmenler, matematiksel uzamsal kavramları nasıl tanımlamaktadır?
2. Öğretmenler, 5-8. sınıf matematik öğrenme alanları kapsamında hangi kavramların matematiksel uzamsal kavram olduğunu düşünmektedir?
3. Öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramların öğretimine ilişkin görüşleri nedir?
4. Öğrencilerin matematik kategorizasyonuna göre belirlenen problem türü, problem içeriği ve uzamsal düşünme düzeyine bağlı olarak gösterdikleri başarı düzeyi nedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Zihnin uzamsal alışkanlıklarının alt bileşenlerinden biri olan matematiksel uzamsal kavramlar, öğrencilerin yalnızca geometri değil tüm matematik alanlarında anlam kurmaları, problem çözmeleri ve soyut kavramları zihinde canlandırarak işlem yapabilmeleri açısından son derece kritik bir yere sahiptir. Ancak uzamsal düşünme becerileri çoğu zaman öğretim süreçlerinde ihmal edilmekte özellikle problem çözme bağlamında öğrencilerin bu becerilerden nasıl yararlandığı yeterince araştırılmamaktadır. Bu durum, matematiksel başarıyı olumsuz etkilediği gibi öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine dair farkındalıklarının da gelişmesini engellemektedir.

Bu araştırma, öğrencilerin problem türü, problem bağlamı ve uzamsal düşünme düzeyi açısından gösterdikleri başarı durumlarını incelemesi ve öğretmenlerin bu kavramlara yönelik

algılarını bütüncül bir yaklaşımla ele alması bakımından özgün bir nitelik taşımaktadır. Araştırma, yalnızca öğrencilerin başarı düzeylerini ortaya koymakla kalmayıp öğretmenlerin bakış açılarına göre uzamsal kavramlara ilişkin öğretimsel yaklaşımlarını da değerlendirmektedir. Bu yönüyle, öğretim sürecine hem öğrenci hem öğretmen temelli çok boyutlu bir bakış kazandırmaktadır. Ayrıca, öğrencilerin sınıf düzeylerine göre problem türlerine yaklaşımlarında ortaya çıkan farklılıkların belirlenmesi, özellikle uzamsal becerilerle ilişkili matematiksel kavramların öğretimine yönelik stratejilerin yeniden gözden geçirilmesi ve yapılandırılması açısından önemli katkılar sunacaktır.

Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öğretim stratejilerini planlarken öğrencilerin uzamsal düşünmesini dikkate almalarını sağlayacak ve öğretmen adaylarının eğitim süreçlerinde bu becerilere yönelik daha bilinçli ve donanımlı yetişmesine katkı sunacaktır. Ayrıca, öğretim programlarını geliştiren uzmanlar, ders kitaplarını hazırlayan yazarlar ve ölçme değerlendirme uzmanları da araştırmanın verilerinden yararlanarak, uzamsal düşünmeyi merkeze alan içerikler ve etkinlikler geliştirebilecektir.

Kuramsal açıdan bu araştırma, matematiksel uzamsal düşünmenin problem çözme süreçlerindeki rolünü somut verilerle ortaya koyarak alan yazındaki boşluğu dolduracaktır. Uygulama açısından ise öğretmenlere ve eğitimcilere somut örnekler ve yönelimler sunarak öğretim süreçlerinde daha etkili stratejiler geliştirmelerine olanak tanıyacaktır.

Bu çalışma, yalnızca ortaokul düzeyinde değil, daha geniş kapsamlı araştırmalar için de bir temel oluşturabilir. Özellikle uzamsal becerilerin erken yaşlardan itibaren geliştirilmesi gerektiğini savunan güncel eğitim yaklaşımlarına katkı sunarak, bu alandaki uygulamalı çalışmaların artmasına öncülük edebilir.

1.4. Varsayımlar

Araştırma kapsamında, öğretmen ve öğrencilerin veri toplama sürecinde soruları içtenlikle ve kendi bilgi ile düşünceleri doğrultusunda dürüstçe yanıtladıkları varsayılmıştır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, ölçülmek istenen bilişsel ve kavramsal becerilerin geçerli ve güvenilir olduğu; ayrıca bu araçların amaca uygun olarak geliştirildiği ve veri toplama sürecinde işlevsel olduğu kabul edilmiştir. Araştırmanın kuramsal temelini oluşturmak amacıyla yapılan literatür taramasında ulaşılan ulusal ve uluslararası kaynakların güncel, bilimsel ve güvenilir olduğu; bu kaynakların araştırmanın kavramsal çerçevesini yeterli düzeyde desteklediği varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma, belirli değişkenler, katılımcı özellikleri ve kullanılan veri toplama araçları doğrultusunda bazı sınırlılıklar içermektedir. Araştırmanın bulgularının genellenebilirliği ve yorumu, bu sınırlılıklar çerçevesinde değerlendirilmelidir.

Araştırmanın öğretmen çalışma grubunu, 2024-2025 eğitim öğretim yılında Konya ilinde görev yapan ve gönüllülük esasına göre belirlenen 44 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Bu nedenle elde edilen veriler, Türkiye genelindeki tüm öğretmenlerin görüşlerini yansıtmaya iddiası taşımamakta; yalnızca araştırmaya katılan bireylerin deneyimlerine dayanmaktadır. Benzer biçimde, öğrenci örnekleme de 2024-2025 eğitim öğretim yılında Konya ilinde bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 94 öğrenci ile sınırlı kalmıştır. Bu durum, farklı bölge, okul türü ve sosyoekonomik düzeylerdeki öğrencilerin temsil edilememesine neden olmuştur.

Veri toplama süreci, belirli bir akademik dönemde yürütülmüş olup, zamana bağlı değişkenlerin etkisini kapsamamaktadır. Özellikle dönemsel sınavlar, okul ortamındaki geçici uygulamalar ya da öğretimsel farklılıklar gibi unsurlar, katılımcıların yanıtlarını dolaylı olarak etkileyebilecek niteliktedir. Bu nedenle araştırma, uzun süreli gözlem veya müdahale çalışmalarından elde edilebilecek bulgularla karşılaştırıldığında daha sınırlı bir zaman aralığını temsil etmektedir.

Araştırmada kullanılan uzamsal kavram görüş formu, görüşme formu ve öğrenci başarı testi, belirli uzamsal düşünme boyutlarını ölçmeye yönelik olarak geliştirilmiştir. Ancak bu araçlar, uzamsal düşünmenin tüm bileşenlerini kapsayıcı bir yapıya sahip değildir. Özellikle öğrenci başarı testi yalnızca yazılı ürünlere dayalıdır ve öğrencilerin bireysel zihinsel süreçlerini doğrudan gözlemlene olanağı sunmamaktadır.

Araştırma, nitel araştırma deseni kapsamında yürütülmüş ve durum çalışması yöntemiyle yapılandırılmıştır. Bu yöntemin doğası gereği, elde edilen bulgular belirli bağlamlarda derinlemesine bilgi sunmayı amaçlamakta; ancak genellenebilirlik iddiası taşımamaktadır. Bulgular, belirli bir bağlam içinde yorumlayıcı yaklaşım temelinde değerlendirilmelidir.

Son olarak, nitel veri toplama ve analiz süreci araştırmacı etkileşimine açık bir yapıdadır. Görüşmelerin yapılması, verilerin kodlanması ve temaların oluşturulması süreçlerinde araştırmacının bilgi birikimi, deneyimi ve yorumları etkili olabilmektedir.

Kodlama sürecinde uzman görüşleri alınmış ve kodlayıcılar arası uyum gözetilmiş olsa da nitel araştırmalarda araştırmacının rolü tümüyle dışlanamaz. Bu nedenle öznel yorumlama etkisi, veri yorumlama sürecinde dikkate alınması gereken bir diğer sınırlılık olarak değerlendirilmektedir.

1.6. Tanımlar

Uzam: Matematik ve doğa bilimleri bağlamında kullanılan, soyut, ölçülebilir ve çok boyutlu bir boşluğu temsil eden bir kavramdır. Geometrik ilkelerle tanımlanan uzam, deneyimden bağımsız, düşünsel ve teorik bir düzlem olarak ele alınmaktadır (Kılıç, 2009).

Uzamsal Yetenek: Üç boyutlu uzayda bir ya da birden çok parçadan oluşan cisimleri ve bu cisimlerin bileşenlerini zihinde canlandırabilme ya da zihinde hareket ettirebilme yeteneğidir. (Turgut, 2007).

Uzamsal Düşünme: Bireyin nesnelere ait görüntüleri zihinsel olarak canlandırma ve bu görüntüler üzerinde zihinsel manipülasyonlar yapabilme becerisidir. (Olkun & Altun, 2003; Turgut vd., 2017).

Zihnin Uzamsal Akılcılıkları: Bireyin düşünme sürecinde uzamsal kavramları, ilişkileri ve temsilleri doğal biçimde kullanmasını sağlayan, bu öğelerin zamanla içselleştirilmesiyle gelişen bir bilişsel eğilimdir (Kim, 2011).

Uzamsal Kavram: Uzamsal düşünmenin yapı taşlarıdır (Kim,2011).

Matematiksel Uzamsal Kavram: Bireyin iki ya da üç boyutlu temsilleri zihninde oluşturma, bu temsilleri farklı yönlerden değerlendirme ve üzerinde akıl yürüterek çözüm üretme becerisini içeren; geometrik şekillerden soyut matematiksel ilişkilere kadar uzanan, yön-konum bilgisi, grafiksel ve simgesel temsiller ile mekânsal farkındalık gibi bileşenleri kapsayan çok boyutlu bir zihinsel yapı olarak tanımlanabilir.

Problem Türü: Matematiksel problemin sunum biçimini ifade eder. Bu çalışmada problem türleri; görsel, kelime ve sembolik olmak üzere üç şekilde sınıflandırılmıştır. Görsel problem türü, resim ve diyagram gibi görsel öğeler içerirken; kelime problem türü, problemleri sözel bir anlatımla sunar. Sembolik problem türü ise, matematiksel ifadelerin ve sembollerin kullanıldığı yapıdadır (Burte vd., 2020).

Problem Bağlamı: Matematiksel problemin içeriksel sunuluş biçimidir. Problem bağlamı, öğrencilerin problemi algılayış, anlama ve çözme süreçlerini doğrudan etkiler. Bu araştırmada problem bağlamları; gerçek hayat bağlamı, soyut bağlam ve sembolik bağlam olmak üzere üç gruba ayrılmıştır (Burte vd., 2020).

Uzamsal Düşünme Düzeyi: Bir matematiksel problemin çözümünde uzamsal düşünmenin ne derece gerekli olduğunu ifade eden düzeydir. Burte ve arkadaşlarının (2020) sınıflamasına göre bu düzeyler; gerekli, isteğe bağlı ve ihmal edilebilir olmak üzere üç kategoriye ayrılmaktadır.



BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

Bu bölümde çalışma ile ilgili kavramsal çerçeveye ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Uzamsal Düşünme

Alan yazında sıklıkla karşılaşılan uzamsal, uzaysal ve mekânsal kavramları çoğu zaman birbirinin yerine kullanılsa bile bu terimlerin anlamları ve kullanım bağlamları arasında farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıkların oluşmasında özellikle İngilizce “space” ve Fransızca “espace” gibi kavramların Türkçeye çevrilmesi sürecinde yaşanan anlam kaymaları etkili olmuştur. Kılıç (2009), bu duruma dikkat çekerek söz konusu yabancı terimlerin Türkçe’de karşılık bulduğu “uzam”, “uzay” ve “mekân” ifadelerinin zamanla birbirine karıştırıldığını ve bu durumun kavramsal belirsizliklere yol açtığını ifade etmektedir. Ayrıca, bu kavramların felsefi, bilimsel ve gündelik bağlamlarda farklı anlamlara sahip olduğunu; ancak Türkçede bu ayrımların giderek belirsizleştiğini ortaya koymuştur.

Kılıç’ın (2009) çalışmasına dayalı olarak, üç kavram arasındaki temel ayrım şu şekilde açıklamıştır: Mekân, insan etkinlikleriyle biçimlenen, toplumsal ilişkiler ve varoluşsal bağlamlar içinde anlam kazanan somut bir alanı ifade eder. Mekân, yalnızca fiziksel bir konum değil aynı zamanda bireylerin sosyal etkileşimleri ve yaşam pratikleriyle şekillenen bir yapı olarak değerlendirilmektedir. Uzam, daha çok matematik ve doğa bilimleri bağlamında kullanılan, soyut, ölçülebilir ve çok boyutlu bir boşluğu temsil eden bir kavramdır. Geometrik ilkelerle tanımlanan uzam, deneyimden bağımsız, düşünsel ve teorik bir düzlem olarak ele alınmaktadır. Uzay ise özellikle fizik ve astronomi gibi disiplinlerde, yerküre dışındaki gök cisimlerinin yer aldığı gerçek ve sınırsız fiziksel boşluğu, diğer bir ifadeyle fezayı tanımlamak için kullanılmaktadır. Bu kavramsal ayrımlar dikkate alındığında çalışmanın odaklandığı düşünsel, zihinsel ve matematiksel süreçleri daha doğru biçimde karşılayabilmesi açısından uzamsal teriminin kullanılması uygun görülmüştür.

Özetle, uzamsal kavramı zihinsel olarak canlandırılan geometrik ilişkileri ve soyut düşünceyi; uzaysal kavramı, fizik biliminde kullanılan evrenin fiziksel boşluğunu; mekânsal kavramı ise toplumsal olarak biçimlenmiş, kültürel anlam taşıyan yer ve çevreleri ifade etmektedir.

Uzamsal yetenek, bireyin nesneleri, şekilleri ve uzamsal ilişkileri zihinsel olarak canlandırabilme, döndürebilme ve manipüle edebilme kapasitesini ifade eder (Güzel & Şener, 2009). Bu yetenek, bireylerin semboller, şekiller, tablolar ve figürler aracılığıyla farklı kavramlar arasında bağlantılar kurmasına, görselleştirilmiş bilgileri yorumlamasına ve problem çözme süreçlerinde etkili stratejiler geliştirmesine olanak tanır. Özellikle geometri öğreniminde bu yetenek temel bir rol üstlenmektedir (Clements & Battista, 1992; Güzel & Şener, 2009).

Uzamsal yetenek; sembolik, dilsel olmayan bilgiyi temsil etme, dönüştürme, üretme ve hatırlama becerisi olarak da tanımlanmıştır (Linn & Petersen, 1985). Görsel-uzamsal bilginin üretilmesi, saklanması, geri çağırılması ve dönüştürülmesi süreçlerini içermektedir (Colom vd., 2002). Lohman'a (1993) göre bu yetenek, görsel bir imgeyi oluşturabilme, şekli devam ettirme, yeniden düzenleme ve başka bir forma dönüştürebilme kapasitesini içerir. Turgut (2007) ise uzamsal yeteneği, üç boyutlu uzayda bir veya daha fazla parçadan oluşan cisimleri ve bileşenlerini zihinde hareket ettirme ya da canlandırabilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Duffy ve arkadaşlarına (2020) göre uzamsal yetenek, yalnızca akademik alanlarda değil, aynı zamanda günlük yaşamda gezinme veya sayı doğrusunu görselleştirme gibi öğrenme süreçleri için de gereklidir.

Uzamsal yeteneği pratikte gözlemlemek zor olduğundan ve literatürdeki tanımının tartışmalı olması nedeniyle, alanyazında “uzamsal yetenek” yerine; uzamsal görselleştirme, görsel-uzaysal yetenek, uzamsal kavrama yeteneği, uzamsal algılama, uzamsal beceri ve 3 boyutlu görselleştirme gibi farklı terimler kullanılmaktadır (Turgut & Yenilmez, 2012; Turgut, 2007; Cantürk-Günhan vd., 2009). Buna karşın, Sorby (1999, s. 21) eğitimsel bir bakış açısıyla uzamsal yeteneği, “bir kişinin herhangi bir resmi eğitim almadan önce sahip olduğu doğuştan gelen görselleştirme yeteneği” olarak tanımlamakta ve bunu, “öğrenilen veya eğitim yoluyla edinilen” olarak ifade ettiği uzamsal becerilerden ayırmaktadır. Ayrıca, Sorby (2007) uzamsal becerileri, bireyin zihinsel olarak nesneleri döndürebilme, şekilleri farklı açılardan görselleştirebilme ve uzamsal ilişkileri doğru şekilde algılayabilme yeteneği olarak tanımlamaktadır.

Araştırmacılar, uzamsal yeteneğin farklı alt bileşenlerden oluştuğunu belirtmektedir. McGee (1979), uzamsal yeteneği iki temel beceri başlığı altında sınıflandırarak; uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelim olarak ayırmıştır. Uzamsal görselleştirme, bir cismin zihinde döndürülmesi, açılması ya da farklı biçimlerde yeniden düzenlenmesi gibi karmaşık uzamsal manipülasyonları içerirken, uzamsal yönelim ise bireyin kendisini çevresindeki

nesnelere göre konumlandırma ve yön belirleme yeteneğini ifade eder. Bu ayrım, Tartre (1990) tarafından da desteklenmiş ancak uzamsal görselleştirme bileşeni; zihinsel dönme ve zihinsel dönüşüm olmak üzere iki kategoriye ayrılmıştır. Zihinsel dönmede nesnenin tamamı uzayda döndürülerek dönüşüme uğrarken, zihinsel dönüşümde ise nesnenin yalnızca bir kısmı dönüştürülmektedir.

Linn ve Petersen (1985) uzamsal becerileri üç ana kategoriye ayırarak; uzamsal algı, zihinsel döndürme ve uzamsal görselleştirme olarak incelemiştir. Uzamsal algı, bireyin konumunun yönelimine rağmen nesneler arası ilişkileri doğru biçimde algılayabilme becerisini ifade ederken, zihinsel döndürme iki veya üç boyutlu nesnelerin zihinsel olarak döndürülmesini kapsar. Uzamsal görselleştirme ise çok adımlı zihinsel işlemleri içeren daha karmaşık görevleri kapsamaktadır.

Maier (1996, s. 69–72) uzamsal yetenekleri, insan zekasının çok boyutlu doğasını yansıtan beş temel bileşen üzerinden tanımlamaktadır. Bu bileşenler; uzamsal algı, görselleştirme, zihinsel döndürme, uzamsal ilişkiler ve uzamsal yönelimdir. Uzamsal algı, kişinin çevresindeki nesnelerin yatay veya dikey konumlarını fark etmesi ve nesneler arası ilişkileri statik biçimde değerlendirmesi anlamına gelirken; görselleştirme, nesnelerin zihinsel olarak manipüle edilmesi ve parçalar arasında hareket ya da yer değiştirmenin dinamik süreçlerle oluşturulmasını ifade eder. Zihinsel döndürme, iki veya üç boyutlu figürlerin zihinde doğru şekilde döndürülmesini kapsarken; uzamsal ilişkiler, nesnelerin ya da nesne parçalarının uzaysal konumlarının ve aralarındaki ilişkilerin kavranmasını içerir. Uzamsal yönelim ise, bireyin uzayda kendi konumunu dikkate alarak fiziksel veya zihinsel olarak yön bulma becerisini ortaya koyar. Bu farklı sınıflandırmalar, uzamsal yeteneğin tek ve bütünleşik bir yapıdan ziyade, birden fazla bilişsel bileşenden oluştuğunu göstermektedir (Hegarty & Waller, 2005).

Uzamsal yetenek yalnızca matematik ve geometri öğrenimiyle sınırlı kalmayıp, bireylerin günlük yaşamlarında mekânsal farkındalıklarını artırarak daha bilinçli kararlar almalarını da sağlar (Bilge, 2020). Ayrıca, farklı disiplinlerde kullanılan kavramların anlaşılmasını ve soyut düşünme becerilerinin gelişimini destekler. Örneğin, kimyada kullanılan moleküler modeller, uzamsal ilişkilerin görselleştirilmesini kolaylaştırırken; coğrafi bilgi sistemleri ve zihinsel haritalar, bireyin çevresini daha doğru ve etkin biçimde algılamasını sağlar (Penev vd., 2000b; Jarest, 1991; Goodchild, 2001). Sonuç olarak, uzamsal yetenek çok

boyutlu bir kavram olarak hem akademik başarıyı destekleyen hem de günlük yaşantıda işlevselliği artıran temel bir bilişsel beceri olarak değerlendirilmektedir.

Bireyin nesneleri, şekilleri ve uzamsal ilişkileri zihinsel olarak canlandırma, döndürebilme ve manipüle edebilme kapasitesi uzamsal yetenek olarak tanımlanırken, bu temel bilişsel süreçler hem akademik başarı hem de günlük yaşamda etkili problem çözme stratejilerinin geliştirilmesine zemin hazırlar. Öte yandan, uzamsal bilgilerin zihinde işlenmesi, analiz edilmesi ve yorumlanması üzerine odaklanan daha kapsamlı bir süreç olan uzamsal düşünme, temel yeteneklerin ötesinde, bireyin soyut düşünme ve üst düzey bilişsel işlevlerde kendini göstermesine olanak tanır. Literatürde uzamsal düşünmeye dair henüz üzerinde tam uzlaşa sağlanmış tek bir tanım bulunmasa da (Çolak, 2021), bu kavramın çok boyutlu doğası ve farklı disiplinlerde çeşitli açılardan ele alınması, onun kapsam ve işlevselliğinin daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır. Böylece, temel uzamsal yetenek tanımları ile uzamsal düşünme arasındaki geçiş, bilişsel altyapıdan daha bütüncül ve karmaşık bir düşünme sürecine evrilen uzamsal becerilerin ortaya çıkmasına katkı sunmaktadır.

Genel olarak uzamsal düşünme, bireyin nesnelere ait görüntüleri zihinsel olarak canlandırma ve bu görüntüler üzerinde zihinsel manipülasyonlar yapabilme becerisi olarak tanımlanmaktadır (Olkun & Altun, 2003; Turgut vd., 2017). Turgut (2007) bu beceriyi, birden fazla parçadan oluşan cisimleri zihinde hareket ettirebilme ve yeniden yapılandırabilme yetisi olarak açıklamaktadır. Uzamsal düşünme yalnızca geometrik şekillerle sınırlı kalmayıp, nesnelerin konumlarını, şekillerini, birbirleriyle olan ilişkilerini ve hareket ederken izledikleri yolları da içeren çok yönlü bir süreci kapsamaktadır (Newcombe, 2010, s. 30). Bu bağlamda, birey hem statik hem de dinamik özellikleriyle çevresini zihinsel olarak modelleyip, bu modeller üzerinde zihinsel işlemler gerçekleştirebilmektedir.

Uzamsal düşünme, mekâna dair bilgilerin zihinde işlenmesi, analiz edilmesi ve yorumlanması süreci olup, bu süreçte bireyler farklı ölçeklerde mekânları algılayarak çeşitli psikolojik mekanizmaları devreye sokmaktadır (Montello, 1993). Uzamsal bilişin varlığı; problem çözme, yön bulma, bilgi depolama ve mekânsal olmayan verileri mekânsallaştırma gibi bilişsel süreçlerde kendini gösterir (Golledge vd., 2008). Bu da uzamsal düşünmenin yalnızca fiziksel çevrenin anlaşılmasıyla sınırlı kalmayıp, soyut düşünce ve üst düzey bilişsel işlevlerde de önemli bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Uzamsal düşünmenin bileşenleri detaylandırıldığında; bireyin iki ve üç boyutlu geometrik formları zihinde döndürmesi, çeşitli konumlarda tanınması ve bu formları oluşturan parçaların katlanması, açılması veya yeniden

düzenlenmesi gibi zihinsel işlemleri içermektedir (Olkun, 2003). Carroll (1993) uzamsal düşünmeyi; kodlama, hatırlama, dönüştürme ve eşleştirme gibi zihinsel süreçlerin bütüncül bir ifadesi olarak ele alırken, Sinton'un tanımı bu düşünme biçimini, konum, mesafe, yön, ilişkiler, hareket ve değişimi zihinsel olarak görselleştirme ve yorumlama becerisi şeklinde sunmaktadır (Stoltman, 2012, s. 733).

Bu doğrultuda, uzamsal yetenekler sadece basit görsel beceriler değil, aynı zamanda üst düzey düşünme, muhakeme ve yaratıcı süreçler için temel bir bilişsel altyapı sunar (Sorby vd., 2013). Özellikle matematiksel düşünmede, geometri problemlerinin çözümünde ve bilimsel akıl yürütme süreçlerinde uzamsal becerilerin önemi vurgulanmaktadır (Tversky, 2005; Hawes vd., 2022). Uzamsal düşünme, yalnızca matematik ve fen bilimlerinde değil; aynı zamanda sanat, tasarım, mimarlık, mühendislik, dans, müzik ve genetik gibi farklı disiplinlerde de temel bir beceri olarak kabul edilmektedir (Golledge vd., 2008). Bu çok yönlü yapı, uzamsal düşünmenin eğitimle geliştirilebilen bir beceri olması gerektiği fikrini desteklemekte ve çocukların parça-bütün ilişkilerini kavraması, neden-sonuç ilişkilerini anlamlandırması, simetri ve örüntüleri fark etmesi gibi becerilerle doğrudan ilişkilidir (Çolak, 2021).

Newcombe ve Shipley (2014) uzamsal düşünmeyi, içsel-statik (nesnelerin boyut ve bileşen düzenlemelerini algılama), içsel-dinamik (nesnelerin zihinsel döndürülmesi, katlanması vb.), dışsal-statik (nesnelerin mekânsal konumlarının değerlendirilmesi) ve dışsal-dinamik (hareket halindeki nesneler arası konumsal ilişkiler) olmak üzere dört temel alt boyutta sınıflandırarak bu alanda daha sistematik değerlendirme araçları geliştirmiştir. Diğer yandan, mekânsal düşünmenin temel yapı taşları Charcharos ve arkadaşlarına (2016) göre mekân kavramları, temsil araçları ve akıl yürütme süreçleridir. Bireyin günlük yaşamda mekânsal görevleri yerine getirebilmesi için bu üç bileşeni etkili şekilde kullanabilmesi gerekmektedir. Kim (2011) ise uzamsal okuryazarlık bağlamında uzamsal düşünme becerilerini; uzamsal zihin alışkanlıkları, kavramlar ve eleştirel düşünme boyutlarıyla ele almıştır. Bu kavramlar, bireylerin uzamsal bilgiyi farklı bağlamlarda anlamlandırma ve kullanabilme yeterliliğini artırmaktadır (Kim, 2011; Huynh, 2009).

2.2. Zihin Alışkanlıkları ve Zihnin Uzamsal Alışkanlıkları

Düşünme, bir sonuca ulaşmak amacıyla kavram ve ilkelerin ilişkilendirildiği dinamik bir zihinsel süreçtir. Bu süreç, bireyin sahip olduğu zihinsel alışkanlıklar aracılığıyla işler ve zamanla gelişir. Zihinsel alışkanlıklar; bireyin problem durumlarında muhakeme gücü, azmi, yaratıcılığı ve ustalığı kullanarak entelektüel davranışlar sergileme kapasitesini ifade eder

(Köse & Tanışlı, 2014). Bu bağlamda zihinsel alışkanlıklar, bireyin yalnızca bilgiye sahip olmasını değil aynı zamanda bilgiyi nasıl kullandığını, düşünsel süreçlerini nasıl yönettiğini ve sorunlara nasıl yaklaştığını da kapsayan çok boyutlu bilişsel ve duyuşsal eğilimlerdir.

Costa ve Kallick (2008), bireylerin yaşam boyu öğrenen, etkili problem çözebilen ve karar verebilen insanlar olabilmeleri için geliştirmeleri gereken 16 zihinsel alışkanlığı tanımlamıştır. Bu alışkanlıklar şunlardır: ısrarcılık, düşünerek hareket etme, başkalarını kavrayışla ve empatiyle dinleme, esnek düşünme, üstbilişsellik (metabiliş), doğruluk ve kesinlik için çaba gösterme, soru sorma ve problem ortaya koyma, önceki bilgileri yeni durumlara uygulama, açık ve kesin iletişim kurma, tüm duyularla veri toplama, yaratıcı düşünme, hayal kurma ve yenilik üretme, merak ve şaşkınlıkla öğrenmeye yaklaşma, sorumlu risk alma, mizah anlayışı geliştirme, birbirine bağlı düşünme ve sürekli öğrenmeye açık olma. Bu alışkanlıklar, bireyin yalnızca akademik başarı değil aynı zamanda sosyal, duygusal ve etik gelişimi açısından da temel bir çerçeve sunmaktadır (Costa & Kallick, 2008; Leikin, 2007; Köse & Tanışlı, 2014).

Zihinsel alışkanlıkların eğitsel bağlamdaki yansımaları, özellikle matematik öğretiminde belirginleşmektedir. Matematiksel zihinsel alışkanlıklar; problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, analiz yapma ve matematiksel iletişim kurma gibi bilişsel becerilerin yanı sıra; merak, esneklik, risk alma, eleştirel düşünme, estetik duyarlılık ve matematiğin eğlenceli yönünü fark etme gibi duyuşsal yönelimleri de kapsar. Özellikle geometri bağlamında, bireyin geometrik kavramlara yönelik düşünme biçimlerini, stratejilerini ve üretici yaklaşımlarını ifade eden zihnin geometrik alışkanlıkları, soyut kavramların görselleştirilmesini ve problem bağlamına taşınmasını kolaylaştırır (Köse & Tanışlı, 2014; Taş & Yavuz, 2020; Taş & Yavuz, 2022).

Bu çerçevenin özel bir alanı olarak değerlendirilen zihnin uzamsal alışkanlıkları, bireyin mekânsal dünyayı algılama, yorumlama ve anlamlandırma süreçlerinde geliştirdiği içselleştirilmiş düşünme eğilimlerini ifade eder. Kim (2011) zihnin uzamsal alışkanlıklarını, zihin alışkanlıklarının uzamsal perspektiflere yönelen alışkanlık haline gelmiş zihinsel süreçler olarak tanımlar. Başka bir ifadeyle şekil, yön, konum, mesafe, hareket gibi uzamsal unsurları zihinsel olarak organize etme ve bu unsurlar hakkında düşünme biçimidir. Zihnin uzamsal alışkanlıkları, bireyin düşünme sürecinde uzamsal kavramları, ilişkileri ve temsilleri doğal biçimde kullanmasını sağlayan, bu öğelerin zamanla içselleştirilmesiyle gelişen bir bilişsel eğilim olarak da tanımlanabilir.

Zihnin uzamsal alışkanlıkları, literatürde beş temel alt boyutta sınıflandırılmaktadır. İlk olarak, örüntü tanıma, bireyin nesneler, şekiller veya olaylar arasındaki düzenli ilişkileri fark etme ve bu ilişkileri zihinsel olarak yapılandırabilme becerisini ifade eder. Uzamsal tanımlama, bireyin nesnelerin konumlarını, yönlerini ve mekânsal ilişkilerini belirleme ve betimleme yeteneğidir. Görselleştirme, bireyin zihinsel olarak bir nesneyi, durumu ya da süreci canlandırabilme ve bu temsili zihninde manipüle edebilme becerisini içerir. Uzamsal kavram kullanımı, mekâna ilişkin kavramları (örneğin yön, ölçek, konum, mesafe) anlamlı ve yerinde bir biçimde kullanma yetisiyle ilgilidir. Son olarak, uzamsal araç kullanımı, harita, grafik, çizim, model gibi temsili araçları etkili biçimde kullanarak uzamsal bilgiyi ifade edebilme becerisini kapsamaktadır (Kim, 2011; Dokumacı Sütçü, 2021; Altaylar & Yılmaz, 2024).

Zihnin uzamsal alışkanlıkları, bireysel başarıyı artırmanın ötesinde, uzamsal okuryazarlık düzeyinin gelişmesine de katkı sunar. Kim (2011), uzamsal okuryazarlığı üç bileşen üzerinden tanımlamaktadır: uzamsal düşünme alışkanlıkları, uzamsal kavramlar ve düşünme becerileri, eleştirel uzamsal düşünme. Bu modelde, kavramlar uzamsal düşünmenin içeriğini, beceriler bu içeriğin işlenmesini, alışkanlıklar ise bu sürecin sürekliliğini sağlamaktadır. Bu doğrultuda, zihnin uzamsal alışkanlıkları; özellikle matematik, fen bilimleri, coğrafya ve teknolojik alanlarda problem çözme, eleştirel düşünme ve soyut kavramları anlamlandırma açısından bilişsel bir temel işlevi görmektedir (NRC, 2006; Jo & Bednarz, 2014).

2.3. Uzamsal Kavram

Matematikte kavram öğretimi, öğrencilerin matematiksel bilgileri anlamlı ve kalıcı bir şekilde öğrenmeleri için kritik bir rol oynar. Bu yaklaşım, öğrencilerin yalnızca formülleri ezberlemek yerine bu formüllerin ne anlama geldiğini ve nasıl uygulanacağını derinlemesine anlamalarını sağlar. Kavramları anlamlandırarak öğrenen öğrenciler, problemlere daha yaratıcı ve esnek yaklaşımlar geliştirebilir, bu da onların matematiksel düşünme becerilerini güçlendirir. Ayrıca, sağlam bir kavramsal anlayış, öğrencilerin ileride karşılaşacakları daha karmaşık konuları daha kolay kavramalarını ve problem çözme yeteneklerini daha etkin kullanmalarını mümkün kılar. Böylece, matematikte kavram öğretimi hem kalıcı öğrenmenin hem de yaratıcı problem çözme yeteneklerinin temelini oluşturur. Bu bağlamda, kavram öğretiminin önemi ve etkileri, çeşitli araştırmalar ve teorik yaklaşımlar çerçevesinde ele alınmıştır.

Matematiksel kavramların öğrenilmesi ve okulda doğru şekilde ele alınması, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek ve öğrenmeyi daha anlamlı hale getirmek için önemlidir. Matematiksel kavramlar, matematiksel düşüncenin temelini oluşturur ve kavramları doğru anlamak, matematiksel ilişkileri kavramanın temelini oluşturur. Bu durum, öğrencilerin öğrendiklerini mantıklı ve yaratıcı bir şekilde kullanmalarına yardımcı olur. Kavramların doğru tanımlanması, öğrencilerin mantıklı düşünme ve kendini doğru ifade etme becerilerini güçlendirir. Ayrıca, matematiksel düşünme süreçleri; tutarlılık, doğruluk gibi değerleri kazandırarak öğrencilerin kişilik gelişimine de katkı sağlar. Bu nedenle, matematik öğretiminde ezberden çok anlamaya ve kavramların gerçek hayattaki ilişkilerini keşfetmeye odaklanılmalıdır (Morales-Carballo vd., 2024).

Kavram bilgisi, yalnızca kavramın tanımını bilmekle sınırlı kalmayıp kavramlar arasındaki geçişleri ve ilişkileri görebilmeyi gerektirir. Tek bir kavram, bağlı olduğu grupla ilişkilendirildiğinde anlam kazanır. Yeni bilgi, mevcut bilgiyle ilişkilendirilip uzlaştırıldığında anlamlı hale gelir ve bu durum, kavramların birbirine zincirleme bağlı olduğu bir yapının oluşmasına olanak tanır (Baki & Kartal, 2004). Bu bağlamda kavram oluşturma hem bilgi oluşturma ve geliştirmenin hem de öğretim ve öğrenmenin temel bileşenlerinden biridir (Ramos Serpa & López Falcón, 2015).

Kavramlar, çevremizdeki olayları ve objeleri anlamlandırarak, yaşadığımız çevrenin karmaşıklığını azaltır ve insanlar arasındaki iletişimi kolaylaştırır (Yenilmez & Yaşa, 2008). Matematiksel kavramların öğrenilmesi, bu kavramlar arasındaki ilişkileri anlamayı içerir. Matematikteki kavramlar, insan zihninde oluşturulan soyut ilişkilerdir ve bu ilişkileri anlamak için bireyin belirli bir zihinsel gelişim seviyesine ulaşmış olması gerekir (Soylu & Aydın, 2006). Bu bağlamda Kim (2011), uzamsal kavramları da uzamsal düşünmenin yapı taşları olarak tanımlayarak, bu kavramların bireyin zihinsel gelişimi ve matematiksel düşünme becerileri açısından temel bir rol oynadığını vurgulamaktadır.

Tenbrink ve Taylor'un (2015) çalışmasında, katılımcıların Origami katlama görevini yerine getirirken kullandıkları yönergede belirtilmeyen ancak görevi anlamak ve tamamlamak için ihtiyaç duydukları uzamsal kavramlar detaylı olarak incelenmiştir. Katılımcılar, uzamsal isimler olarak aç, taban çizgileri, köşe, kıvrım, yön, uç, kenar, çizgi, konum, şekil, yan, simetri, üç boyut ve yol gibi terimleri kullanmışlardır. Ayrıca, uzamsal fiiller olarak ikiye bölmek, sonlandırmak, gitmek, kesişmek, eşleştirmek, değiştirmek ve döndürmek ifadelerini tercih etmişlerdir. Bunun yanı sıra, diğer uzamsal terimler olarak boyunca, merkez, yakın, diyagonal,

aşağı, hatta, yarı yolda, burada, içinde, yarıda, içine, orantısız, üzerinde, açık, karşıt, dışarı, dışında, üst üste, düz, simetrik, üç boyutlu, doğru, yukarı ve dikey gibi kelimeleri kullanarak uzamsal ilişkileri anlamlandırmışlardır. Uzamsal tanımlama kategorisinde ise uçurtma benzeri şekil, vadi ve dağ kıvrımları, yan taraftaki küçük dalgalanmalar ve geniş açı gibi betimlemeler yer almıştır. Bu çeşitlilik ve yaratıcılık, katılımcıların uzamsal düşünme süreçlerinde kavramsal esnekliklerini ve yaratıcı düşüncelerini ortaya koymaktadır. Uzamsal görevlerde başarılı olmanın güçlü bir uzamsal kavram temeline dayandığı ve bu kavramların eğitimle güçlendirilebileceği görülmektedir. Bu nedenle, eğitim programlarının uzamsal terimlerin ve kavramların öğrenilmesini içerecek şekilde tasarlanması, daha etkili sonuçlar elde edilmesini sağlayabilir (Taylor & Tenbrink, 2013).

Cohen ve Geva (1989), matematiksel uzamsal kavramların gelişimini desteklemek amacıyla tasarladıkları mikro dünyaların çocukların öğrenme sürecine etkisini incelemişlerdir. Çalışmada, çocukların dikey ve yatay eksenleri anlama ve problem çözmede kasıtlı olarak kullanma becerilerini geliştirmek için cetveller ve grid sistemi kullanılmıştır. Açısal dönüşleri kavrayabilmeleri için saat ve açı ölçek araçları eklenmiş, çapraz yönelimleri anlamakta zorlanan çocuklara yavaş hareket eden kaplumbağa ile görsel destek sağlanmıştır. Matematiksel ölçüm ve uzunluk kavramlarını daha somut hale getirmek için daha büyük kaplumbağa adımları kullanılmış ve ekran çevresine cetveller eklenmiştir. Bu düzenlemeler, çocukların uzamsal kavramları öğrenmesini kolaylaştırmış ve bu kavramların geometri ve harita okuma gibi bilişsel alanlara transfer edilmesini sağlamıştır. Özellikle sağ-sol ayrımı ve açı dönüşlerinde gelişim gözlenmiş, çocuklar daha net ve tutarlı ifadeler kullanmıştır.

Kimya alanında matematiksel uzamsal kavramlar ve modeller kullanılarak geometrik açıdan incelenmesi (Penev vd., 2000a); Coğrafya eğitiminin matematiksel ölçeklerle öğretilmesi, soyut matematiksel problemlerin daha gerçekçi bir bağlamda işlenmesini sağlamış ve öğrencilerin hem matematiksel hem de coğrafi kazanımlar elde etmesine olanak tanımıştır (Jarest, 1991). Ayrıca tasarım konseptlerinin matematiksel uzamsal konseptler tarafından belirlenmesi ve planlar, eskizler ve modellerle ana hatları çizilen bina konseptini göstermesi (Schwehr, 2011) matematiksel uzamsal kavramların araştırılmasının ihtiyacı olduğunu göstermiştir.

Coğrafi uzamsal kavramlar; konum, mesafe azalması, navigasyon, kaplama, ölçek, uzamsal terminoloji, uzamsal dağılımların gösterimi, enlem ve boylam, mesafe ve alan tahmini,

yükseklik, yön, kentsel formlar/yerleşim biçimleri, coğrafi/uzamsal veriler, sembol gösterimi, bölge, harita ve korelasyon olarak sıralanmaktadır (Huynh, 2009).

Golledge ve arkadaşlarının yaptığı çalışmada jeo-uzamsal kavramlar kategorilere ayrılmıştır. İlkel kavramlar konum, büyüklük ve uzay-zaman; basit kavramlar ise düzenlemeler, dağılım, çizgi, şekil, sınır, mesafe, referans çerçevesi ve sıra gibi; zor kavramlar bitişiklik, aç, sınıflandırma, koordinat, ızgara deseni ve çokgen ; karmaşık kavramlar arasında tampon, bağlanabilirlik, gradyan, profil, temsil ve ölçek yer alırken; kompleks kavramlar ise alansal ilişkilendirme, enterpolasyonlar, harita projeksiyonu, öznel mekan ve sanal gerçeklik gibi kavramları içermektedir (Golledge vd.,2008). Görüldüğü gibi jeo-uzamsal kavramlardan birçoğu matematikteki kavramlar ile eşleşmektedir.

Mekânsal ilişki kavramlarının üzerine inşa edileceği temel bir kavramsal yapı olmadan bu kavramlar anlamsız olabilir. Örneğin, en kısa yol kavramı net bir şekilde anlaşılmadan önce konum hakkında bir şeyler bilmek gerekir. Eğer insanlar haritanın ya da temsilin ne olduğu konusunda net değillerse, farklı harita temsilleri hakkında kesin bilgi sahibi olmaları beklenemez (Golledge vd., 2008). Yoğunluk kavramı, oran kavramının uzamsal bir yorumunu kavramayı içerir ve nüfus toplamaları ile belirli alanlar verildiğinde bireyden her alan için nüfus yoğunluğunu hesaplamasını ve en kalabalıktan en aza doğru sıralamasını istemekle verileri somutlaştırması sağlanabilir (Golledge vd.,2008).

Sonuç olarak matematikte kavram öğretimi, öğrencilerin anlamlı ve kalıcı öğrenmelerini destekleyerek yaratıcı düşünme ve problem çözme yeteneklerini geliştirmelerini sağlar. Bu nedenle, kavram öğretimi, matematiksel düşüncenin temelini oluşturur ve öğrencilere matematiksel bilgi ve becerileri anlamlandırarak kullanma imkânı sunar.

2.4. Problem Kategorizasyonu

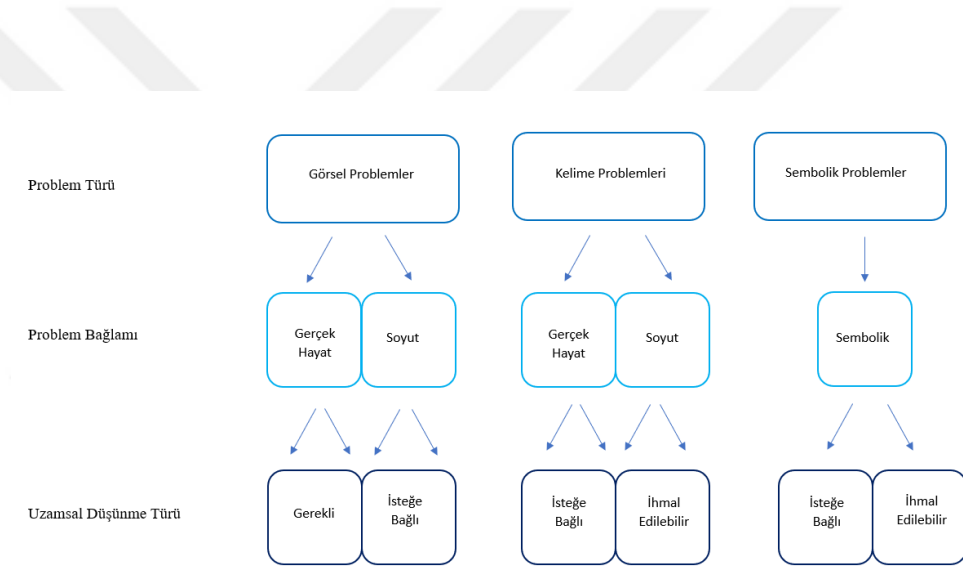
Kitap okurken, satranç oynarken, dans ederken ya da problem çözerken farkında olmadan birçok uzamsal kavram kullanırız. Uzamsal kavramlar, insanların günlük yaşamlarında önemli bir rol oynamaktadır ve matematik öğreniminde temel bir unsurdur. Ancak, öğrencilerin bu kavramları anlamaları ve uygulamaları sıklıkla zorluklarla karşılaşır. Uzamsal kavramları anlamak, geometrik şekilleri tanımlamak, konumları belirlemek, mesafeleri ölçmek gibi yetenekleri içerir. Bunlar hem matematiksel anlayışı derinleştiren hem de günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözmeye yardımcı olan becerilerdir. Matematiksel kavramların anlamlı hâle gelmesi, öğrencilerin bu bilgileri farklı bağlamlarda uygulamaları ve

çeşitli problem durumlarında aktif olarak kullanmalarıyla gerçekleşmektedir (Bayazit & Aksoy, 2013). Bu süreç, öğrencilerin matematiksel bilgiyi nasıl kavradıkları, farklı kavramlar arasında nasıl ilişkiler kurdukları ve problemleri çözerken hangi yaklaşımları benimsedikleri hakkında bilgi sağlayarak, onların matematiksel düşünme ve kavrama düzeylerinin belirlenmesine katkıda bulunur (Hacıömeroğlu, 2011; Kurnaz vd., 2023).

Öğrencilerin uzamsal kavramları anlamalarını zorlaştıran çeşitli faktörler bulunmaktadır. Bunlar arasında öğrencilerin soyut düşünme yeteneklerinin gelişimi, görsel algı güçlükleri ve matematikle ilişkili kavramların somutlaştırılmasındaki zorluklar yer almaktadır. Çocuklar, karşılaştıkları problemin yeterince görsel temsilini zihinsel olarak oluşturamadıkları durumlarda çözüm sürecinde zorluk yaşamaktadırlar (Van Garderen, 2006). Ayrıca, geleneksel öğretim yöntemlerinin, uzamsal kavramların öğrenilmesini ve anlaşılmasını teşvik etmede yetersiz kalabileceği gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, uzamsal düşünmenin matematik başarısıyla ilişkili olması kaçınılmazdır. Borte ve diğerleri (2020), matematikte uzamsal düşünmeyi tanımlamaya yardımcı olmak için matematik kategorizasyonu geliştirmiştir. Bu matematik kategorizasyonu; problem türü (görsel, kelime, sembolik), problem bağlamı (gerçek hayat, soyut, sembolik) ve uzamsal düşünme düzeyi (gerekli, isteğe bağlı, ihmal edilebilir) faktörlerine bağlıdır. Problem türü, matematik problemlerinin bilgi sunma yollarını yansıtır: görsel temsiller resim veya diyagramları içerir, kelime temsilleri problemleri hikâye olarak sunar ve sembolik gösterim temsilleri matematiksel sembolleri kullanır. Problem bağlamı, problemin gerçek hayat, soyut veya matematiksel gösterim bağlamını kullanıp kullanmadığını ifade eder. Son olarak, uzamsal düşünme düzeyi, problemlerin uzamsal düşünmeyi gerektirip gerektirmediğini, isteğe bağlı olarak içerip içermediğini veya ihmal edilebilir olup olmadığını gösterir.

Problemler yalnızca uzamsal düşünme stratejileri kullanılarak çözülebildiklerinde uzamsal düşünmeyi gerektirirken, problemler hem uzamsal hem de uzamsal olmayan çözüm stratejilerine sahip olduklarında isteğe bağlı uzamsal düşünmeyi ve çözüm stratejileri büyük ölçüde uzamsal olmadığında ihmal edilebilir uzamsal düşünmeyi içerir. Herhangi bir matematik problemi uzamsal bir strateji kullanılarak çözülebilse de en az miktarda uzamsal düşünmeyi ortaya çıkaran veya öğrencilerin uzamsal bir strateji kullanma ihtimalinin düşük olduğu problemler “ihmal edilebilir” olarak kategorize edilmiştir. Bu, problemleri çözmek için uzamsal düşünmenin kullanılmadığı anlamına gelmez, çünkü okuma bile uzamsaldır, ancak öğrencilerin büyük ölçüde uzamsal olmayan stratejiler (örneğin, ezberlenmiş matematik gerçekleri, basit

karşılaştırmalar) kullanmalarını içerir (Burte, 2020). Örneğin, iki sayı arasındaki karşılaştırma bir gösterim problemi ve gösterim bağlamıdır çünkü sadece sayılar ve matematiksel gösterimler söz konusudur. Burada uzamsal düşünme katılımı düşüktür, bu nedenle uzamsal düşünme seviyesi “ihmal edilebilir” düzeydedir. Bir başka karşılaştırma problemi kesirleri temsil eden şekilleri içerebilir ($\frac{1}{2}$ gösteren bir daire resmi ve $\frac{3}{4}$ gösteren bir dikdörtgen resmi). Bu durumda, problem şekiller nedeniyle görsel, daire ve dikdörtgenler kullanıldığı için bağlam soyuttur ve uzamsal düşünme katılımı, şekilleri yorumlama ihtiyacı nedeniyle sayı karşılaştırma probleminden daha önemlidir. Burada uzamsal düşünme “isteğe bağlıdır”. Bu kategorizasyonun görselleştirilmesi için Şekil 1.1’de verilmiştir. Bu derecelendirmeler, matematik problemlerinin uzamsal düşünmeyi nasıl içerdiğinin yanı sıra öğrencilerin bir dizi matematik kavramını nasıl algıladıkları ve öğretmeye nasıl yaklaştıkları hakkında fikir verecektir.



Şekil 2.1 Matematik Kategorizasyonu (Burte vd., 2020).

Problem çözme süreçlerinde uzamsal düşünmenin rolü oldukça belirgindir. Bir problemi çözmek, genellikle öğrencinin problemi anlamlandırmasını, verilenleri zihninde yapılandırmasını ve çözüm yollarını aktif biçimde araştırmasını gerektirir. Uzamsal düşünebilme yeteneği, öğrencilere problemi farklı açılardan görebilme, verilen durumları çeşitli perspektiflerden değerlendirebilme ve problemi daha etkin bir şekilde kavrayabilme imkânı tanır. Bu yetenek, aynı zamanda öğrencilerin soyut matematiksel kavramları somutlaştırmalarına yardımcı olarak, kavramları daha iyi anlamalarını ve farklı durumlarda esnek biçimde kullanmalarını destekler.

Bu bağlamda, matematik eğitiminde uzamsal düşünmenin geliştirilmesi ve problem çözme becerileri ile ilişkilendirilmesi, öğrencilerin matematiksel bilgiyi daha etkili ve kalıcı biçimde edinmelerine olanak tanır. Öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini güçlendirecek etkinliklerle karşılaşmaları, onların matematiksel kavrayışlarını derinleştirerek, öğrenilen bilgilerin farklı problem durumlarında esnek ve aktif bir biçimde kullanılmasını sağlar. Böylece öğrencilerin matematiksel düşünme düzeyleri hakkında daha geniş bir bilgiye ulaşılır ve onların kavramsal gelişimleri desteklenir.

2.3. İlgili Çalışmalar

Linn ve Petersen'in (1985) çalışması, cinsiyet farklarının uzamsal becerilerdeki büyüklüğü, hangi alanlarda görüldüğü ve bu farkların hangi yaşlarda ortaya çıktığını inceleyen bir meta-analizdir. Çalışmada 1974-1982 yılları arasında yayımlanan 172 çalışma analiz edilmiştir. Bulgular, cinsiyet farklarının özellikle zihinsel döndürme ve uzamsal algı alanlarında erkeklerin lehine olduğunu, ancak uzamsal görselleştirme becerilerinde anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir. Zihinsel döndürme becerileri üzerine olan cinsiyet farklılıklarının erken yaşlardan itibaren gözlemlenebildiği, ancak uzamsal algıdaki farkların ergenlik dönemiyle daha belirgin hale geldiği belirlenmiştir. Sonuç olarak, çalışmada cinsiyet farklılıklarının uzamsal yetenekler üzerindeki etkisinin yetenek türüne bağlı olduğu ve bu farklılıkların yaş ilerledikçe değişiklik gösterebileceği ortaya konmuştur.

Cohen ve Geva (1989), ilkokul çocuklarının Logo dilini öğrenirken karşılaştıkları zorlukları ele alarak, bilişsel gelişim teorileri ve sınıf gözlemlerine dayalı olarak aşamalı bir Logo Öncesi Mikro Dünya tasarımı önermiştir. Bu yaklaşım, matematiksel-uzamsal düşünme ve programlama kavramlarının daha kolay edinilmesini desteklemek amacıyla grafik yardımcı programlar ve ölçüm araçları gibi bilişsel destekler içermiştir. Makalede, tasarımların ilköğretim sınıflarında test edilmesiyle elde edilen bulgular ve bu deneyimlere dayanan revizyonlar ile çocukların programlama ve matematiksel kavramları öğrenmeleri ve bu bilgileri farklı alanlara aktarabilmeleri üzerine yapılan deneysel çalışmaların sonuçları paylaşılmıştır.

Clements ve Sarama (1997) tarafından yapılan araştırmada, LOGO programlama dilinin eğitimde matematiksel düşünme, problem çözme, yaratıcılık ve sosyal-duygusal gelişim üzerinde olumlu etkileri olduğu bulunmuştur. Özellikle, logonun geometri ve uzamsal düşünme becerilerini geliştirdiği, problem çözme stratejilerini desteklediği ve öğrencilerin yaratıcı düşünme kapasitelerini artırdığı gözlemlenmiştir. Ancak, bu etkilerin ortaya çıkabilmesi için

öğretmen rehberliği ve dikkatle yapılandırılmış öğrenme ortamlarının gerekli olduğu vurgulanmış ve logonun doğrudan matematiksel beceri öğretmekten ziyade, kavramsal anlamayı destekleyen bir araç olarak etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Sorby (1999), mühendislik öğrencilerinin üç boyutlu uzamsal görselleştirme becerilerini geliştirme süreçlerini araştırmıştır. Çalışma, uzamsal becerilerin tanımı, sınıflandırılması, geliştirilme yöntemleri ve değerlendirme araçlarına odaklanmaktadır. Uzamsal becerilerin çocuklukta geliştirilebileceği ve özellikle çizim yapma, elle tutulabilir modeller kullanma ve belirli oyunlarla bu becerilerin desteklenebileceği bulunmuştur.

Van Garderen (2006), uzamsal görselleştirme, görsel imgeleme ve matematiksel problem çözme arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Çalışmaya öğrenme güçlüğü çeken öğrenciler, ortalama başarı gösteren öğrenciler ve üstün yetenekli öğrenciler olmak üzere üç farklı yetenek grubundan toplam 66 altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. Bulgular, üstün yetenekli öğrencilerin hem uzamsal görselleştirme testlerinde hem de matematiksel problem çözme performansında diğer iki gruba kıyasla anlamlı derecede daha başarılı olduğunu göstermiştir. Ayrıca, görsel imgeleme kullanımının daha yüksek matematiksel problem çözme performansı ile pozitif korelasyon gösterdiği belirlenmiştir. Bulgular, uzamsal yeteneklerin bireyler arasında önemli farklılıklar gösterdiğini ve özellikle şematik imgeleme becerilerinin matematik başarısında kritik bir rol oynadığını ortaya koymaktadır.

Sorby (2007), mühendislik öğrencilerinin üç boyutlu (3D) uzamsal becerilerini geliştirme sürecini inceleyerek bu becerilerin mühendislikteki başarıyla olan ilişkisini araştırmıştır. Çalışma, özellikle cinsiyet farklılıklarını ele alarak, kadın öğrencilerin uzamsal becerilerde erkeklere kıyasla daha düşük performans gösterdiğini ve bu durumun mühendislik eğitimi açısından bir engel oluşturabileceğini ortaya koymuştur. Bulgular, eğitim müdahaleleriyle uzamsal becerilerin geliştirilebileceğini ve özellikle, eskiz çalışmaları, 3D modelleme ve bilgisayar destekli eğitimlerin, zihinsel döndürme ve görselleştirme yeteneklerini artırdığı belirlenmiştir.

Golledge vd. (2008), coğrafi uzamsal düşünmenin anlaşılmasını artırmak ve öğrencilere daha iyi mekânsal algı ve kavramsal bilgi kazandırmak amacıyla çok aşamalı bir görevlendirme geliştirerek coğrafi eğitimde kavramların daha etkili öğretilmesini hedeflemiştir. Bu ontoloji, uzamsal kavramları basitten karmaşığa doğru organize ederek, öğrenme sürecinde öğrencilerin kavramsal gelişimini desteklemeyi amaçlamaktadır. Dört temel mekânsal ilkel

(kimlik, konum, büyüklük ve uzay-zaman) üzerine inşa edilen bu ontoloji, daha karmaşık kavramların anlaşılabilmesi için gerekli olan kalıtım yapısını ortaya koymaktadır. Çalışmanın bulguları, uzamsal kavramların öğrenilmesinde kavram karmaşıklığına göre gelişen anlam düzeylerini göstermektedir. Basit kavramlar (örneğin konum ve yön) daha düşük sınıf seviyelerinde daha kolay anlaşılırken, karmaşık kavramlar (örneğin mekânsal ilişki ve projeksiyonlar) daha ileri yaş gruplarında daha iyi kavranmıştır. Ayrıca, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerinin yaş ve eğitim seviyesiyle birlikte önemli ölçüde arttığı görülmüştür. Çalışma, coğrafi uzamsal düşünmenin anlaşılmasını artırmak için kavramların karmaşıklık sırasına göre öğretildiğinde daha etkili bir öğrenme sağlandığını ortaya koymuştur.

Newcombe ve Frick (2010) çalışmalarıyla, uzamsal zekânın erken yaşta eğitsel yollarla geliştirilebilirliğini ele almışlardır. Bu kapsamda, önceki deneysel ve gözlemsel araştırmaların bulgularını derleyerek çocukluk döneminde gelişen uzamsal becerilerin (özellikle zihinsel rotasyon, perspektif alma gibi dönüşümsel işlemler) nasıl ortaya çıktığını ve hangi öğretimsel uygulamalarla desteklenebileceğini teorik bir çerçevede tartışmışlardır. Katılımcı grubu doğrudan ampirik bir veri kümesine dayanmasa da çalışma çok sayıda deneysel araştırmanın sentezine dayalı bir kuramsal derleme niteliğindedir. Araştırmacılar, uzamsal becerilerin bireyler arasında farklılık gösterdiğini ancak bu farklılıkların somut materyaller, dijital araçlar, motor deneyimler, oyun temelli öğrenme ve ebeveyn-çocuk etkileşimi yoluyla eğitimle geliştirilebileceğini ortaya koymuşlardır. Ayrıca, bu becerilerin okul öncesi dönemden itibaren desteklenmesinin hem bireysel başarı hem de cinsiyet/sosyoekonomik eşitsizliklerin azaltılması açısından kritik olduğunu belirtmişlerdir.

Kim (2011) tarafından yürütülen araştırmasında, giriş düzeyinde alınan bir CBS (Coğrafi Bilgi Sistemleri) dersinin üniversite öğrencilerinin uzamsal okuryazarlık düzeylerine etkisi incelenmiştir. Uzamsal okuryazarlık; zihinsel uzamsal alışkanlıklar, uzamsal kavramlar ve düşünme becerileri ile eleştirel uzamsal düşünme olmak üzere üç bileşen üzerinden değerlendirilmiş ve her biri için özgün ölçme araçları geliştirilmiştir. Araştırmada ön test ve son test yöntemiyle yapılan analizler sonucunda, CBS eğitiminin öğrencilerin hem uzamsal bakış açısını alışkanlık haline getirme hem kavramsal bilgileri uygulama hem de veri güvenilirliği ve problem çözme geçerliliği gibi eleştirel düşünme becerilerinde anlamlı gelişmeler sağladığı ortaya konmuştur. Ayrıca bu üç bileşenin birbiriyle pozitif ilişkili olduğu belirlenmiştir.

Sarı (2012), dönüşüm geometrisi konularının öğretilmesinde somut modellerle desteklenen öğretimin, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin uzamsal düşünme becerilerine ve geometriye yönelik tutumlarına etkisini, ayrıca öğrencilerin uzamsal yetenekleri ile geometriye yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada, somut modellere dayalı dönüşüm geometrisi öğretiminin, uzamsal yetenekler ve geometriye yönelik tutumlar üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, somut modellerle desteklenen öğretim uygulanan geometri dersinde, öğrencilerin uzamsal becerileri ile geometriye yönelik tutumları arasında herhangi bir ilişki bulunmazken, geleneksel yöntemlerle öğretim yapılan derslerde uzamsal yetenek ile geometriye yönelik tutumlar arasında anlamlı ve pozitif yönde bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Taylor ve Tenbrink (2013), origaminin uzamsal düşünme üzerindeki etkisini araştırarak bu becerilerin uzamsal eğitimde nasıl kullanılabileceğini incelemiştir. 24 üniversite öğrencisi, origami katlama sırasında düşüncelerini yüksek sesle ifade etmiş ve ardından üç uzamsal yetenek testi uygulanmıştır. Bilişsel söylem analizi ile yapılan değerlendirmede, katılımcıların yönergede yer almayan yeni uzamsal terimler kullanarak kavramsal katkılar yaptıkları ve bu kullanımın uzamsal başarıyla pozitif korelasyon gösterdiği bulunmuştur. Erkek katılımcılar, kadınlara göre daha fazla uzamsal bilgi eklemiş ve origami katlama süresi ile uzamsal yönlendirme ve başarı arasında anlamlı ilişkiler gözlenmiştir. Çalışma, origaminin uzamsal dönüşümleri öğretmede etkili bir araç olabileceğini ve STEM eğitimi için potansiyel taşıdığını vurgulamaktadır.

Uttal vd. (2013) çalışmalarıyla, uzamsal becerilerin eğitimle geliştirilebilirliğini sistematik olarak incelemiş ve bu konuda yapılmış deneysel araştırmaları kapsayan bir meta-analiz yürütmüşlerdir. Çalışma kapsamında, 217 farklı araştırmadan elde edilen veriler analiz edilerek, farklı yaş gruplarından (çocukluk, ergenlik ve yetişkinlik) toplamda binlerce katılımcının eğitimle kazandığı uzamsal gelişim düzeyleri karşılaştırılmıştır. Araştırmanın temel amacı, uzamsal becerilerin ne ölçüde geliştirilebilir olduğunu ve hangi öğretim yaklaşımlarının bu becerileri etkili biçimde geliştirdiğini ortaya koymaktır. Bulgular, uzamsal becerilerin yaşa, eğitim süresine, uygulanan öğretim yöntemine ve eğitim ortamının niteliğine bağlı olarak anlamlı düzeyde geliştirilebildiğini göstermiştir. Özellikle zihinsel döndürme, perspektif alma, konumlandırma gibi bilişsel becerilerin, yapılandırılmış öğretim programları ve dijital/somut araçlarla desteklenerek geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Çalışma, eğitim yoluyla

uzamsal becerilerin güçlendirilebileceğini ve bunun STEM alanlarındaki başarıyı doğrudan etkileyebileceğini vurgulamaktadır

Boonen vd., (2014) çalışmasında, altıncı sınıf öğrencilerinin kelime problemlerini çözerken görsel temsillerin, uzamsal yeteneğin ve okuduğunu anlama becerisinin etkisini incelemiştir. Araştırmada, doğru bir görsel-şematik temsil oluşturan öğrencilerin kelime problemlerini doğru çözmeye ihtimalinin altı kat arttığı bulunmuştur. Buna karşılık, yanlış görsel-şematik veya sadece nesnelerin görüntüsüne odaklanan resimsel temsiller, başarı oranını düşürmüştür. Ayrıca, uzamsal yeteneğin problem çözme başarısıyla güçlü bir ilişkisi olduğu, ancak okuduğunu anlama becerisinin etkisinin problem türüne bağlı olarak değişebileceği belirlenmiştir. Genel olarak, öğrencilerin doğru görsel temsiller kullanmalarının problem çözmede büyük bir avantaj sağladığı görülmüştür.

Newcombe ve Shipley'nin (2014) çalışması, uzamsal düşünmenin yapısını inceleyerek bu becerilerin STEM (Fen, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik) alanlarındaki başarıyla olan ilişkisini araştırmıştır. Araştırma, uzamsal becerilerin bireyler arasında farklılık gösterdiğini ve bu becerilerin eğitim yoluyla geliştirilebileceğini ortaya koymuştur. Özellikle yapılan meta-analiz sonuçları, çocukların bu becerilerdeki gelişimlerinin daha belirgin olduğunu göstermiştir. Bu bulgular, uzamsal beceri eğitimlerinin STEM alanlarında başarıyı artırmada etkili bir strateji olabileceğini ortaya koymaktadır.

Cheng ve Mix (2014) tarafından yürütülen araştırmada, 6 ila 8 yaşındaki çocuklarda zihinsel döndürme eğitiminin matematik performansına etkisi test edilmiştir. Çalışmada, çocuklar çeşitli matematik becerileri açısından ön teste tabi tutulmuş, ardından bir grup zihinsel döndürme eğitimi alırken, kontrol grubu bulmaca çözmüştür. Son test sonuçlarına göre, uzamsal eğitim alan grubun işlem yapma becerilerinde önemli ölçüde gelişim gösterdiği, özellikle eksik terim içeren problemler (örneğin, $4 + \underline{\hspace{1cm}} = 11$) üzerinde belirgin bir iyileşme olduğu bulunmuştur. Buna karşılık, kontrol grubundaki çocuklar herhangi bir matematiksel gelişim göstermemiştir. Bu bulgular, uzamsal eğitimin matematik başarısını artırabileceğini ve bu iki bilişsel alan arasında doğrudan bir bağlantı olabileceğini göstermektedir.

Tenbrink ve Taylor (2015), origami katlama sürecinde ortaya çıkan kavramsal dönüşüm ve bilişsel süreçleri inceleyerek, adım adım talimatları izleme görevlerinin problem çözme olarak değerlendirilip değerlendirilebileceğini araştırmıştır. Tufts Üniversitesi'nden 24 katılımcı, origami katlarken düşüncelerini yüksek sesle ifade etmiş ve sonuçlar bilişsel söylem

analizi (CODA) yöntemiyle değerlendirilmiştir. Bulgular, katılımcıların talimatları yalnızca okumak yerine, adımları yeniden kavramsallaştırarak yaratıcı düşünceler eklediklerini ve yeni uzamsal terimler kullanarak uzamsal düşüncelerini ifade ettiklerini göstermiştir. Özellikle, adım adım talimatları izlerken yaratıcı problem çözme süreçleri sergiledikleri ve düşüncelerini ifade etme sürecinde tekrarlayan şu desenleri izledikleri görülmüştür: okuma- yeniden formüle etme -yeniden kavramsallaştırma- değerlendirme. Sonuç olarak, origaminin uzamsal düşünme ve problem çözme becerilerini güçlendiren yaratıcı kavramsal dönüşümleri teşvik ettiği ve özellikle STEM eğitiminde uzamsal dönüşümleri öğretmek için etkili bir yöntem olduğu vurgulanmıştır.

Mix vd. (2016), uzamsal beceriler ile matematik yeteneği arasındaki ilişkileri incelemek için 5 ila 13 yaş arası 854 çocuğun katıldığı kesitsel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Analizi sonuçları, uzamsal becerilerin matematik performansını özellikle farklı yaş gruplarında farklı şekillerde öngördüğünü göstermiştir. Zihinsel döndürme becerisi anaokulu düzeyinde matematik başarısının en güçlü belirleyicisiyken, altıncı sınıfta görsel-uzamsal çalışma belleği en önemli belirleyici olarak ortaya çıkmıştır. Ayrıca, problem çözme, işlem yapma, kesirler ve cebir gibi belirli matematiksel becerilerin uzamsal becerilerle daha güçlü bir bağlantıya sahip olduğu görülmüştür. Elde edilen bulgular, uzamsal ve matematik becerilerinin gelişim süreci boyunca ayrı ama güçlü bir şekilde bağlantılı olduğunu göstermektedir.

Burte vd. (2017), yaptıkları çalışmada somutlaştırılmış bir uzamsal eğitim programının ilköğretim öğrencilerinin uzamsal ve matematiksel düşünceleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Öğrenciler, Think3d! adı verilen, origami ve pop-up kâğıt mühendisliği temelli bir programa katılmadan önce ve sonra uzamsal ve matematik değerlendirmelerine tabi tutulmuştur. Uzamsal eğitimden etkilenme olasılığı daha yüksek ve daha düşük olan problemleri hedeflemek için bir matematik kategorizasyonu kullanılmış, tüm öğrencilerin gerçek dünya matematik problemlerinde ve daha büyük öğrencilerin görsel ve uzamsal matematik problemlerinde geliştiği bulunmuştur. Sonuçlar, somutlaştırılmış uzamsal eğitimin uygulanması için gelişimsel zaman noktalarını göstermekte ve eğitim faaliyetleriyle en yüksek düzeyde ilişkili olan uzamsal düşünme değerlendirmesinin, matematik performansı kazanımlarındaki gelişmeleri öngördüğünü vurgulamaktadır.

Turgut vd. (2017) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ilköğretim matematik ve fen bilgisi öğretmeni adaylarının mantıksal ve uzamsal düşünme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının genel olarak mantıksal düşünme

becerilerinin yüksek olduğunu, ancak uzamsal düşünme becerilerinin daha düşük seviyede bulunduğunu göstermiştir. Matematik öğretmenliği öğrencilerinin fen bilgisi öğretmenliği öğrencilerine kıyasla daha yüksek mantıksal ve uzamsal düşünme becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir. Cinsiyet değişkeni incelendiğinde, erkek öğrencilerin kadın öğrencilere göre daha yüksek uzamsal düşünme becerisine sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Akademik başarı ile uzamsal düşünme becerisi arasında pozitif bir ilişki bulunmuş, akademik başarı yüksek olan öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerinin de daha gelişmiş olduğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak, mantıksal ve uzamsal düşünme becerilerinin öğretmen adayları için önemli olduğu ve eğitim programlarında bu becerileri geliştirmeye yönelik düzenlemeler yapılması gerektiği vurgulanmıştır. Özellikle uzamsal becerileri düşük olan öğrenciler için eğitim müdahalelerinin faydalı olabileceği belirtilmiştir.

Çeker (2018) tarafından yürütülen araştırmada, “Zihnin Uzamsal Alışkanlıkları Ölçeği” (ZUAÖ) Türkçeye uyarlanmış ve bu ölçek aracılığıyla aday ortaokul matematik öğretmenlerinin uzamsal alışkanlık düzeylerinin çeşitli demografik değişkenlere göre farklılık gösterip göstermediği incelenmiştir. Araştırma, ilişkisel tarama modeliyle yürütülmüş ve iki farklı çalışma grubundan toplam 557 öğretmen adayından veri toplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, ZUAÖ’nün Türkçe formunun geçerli ve güvenilir olduğu saptanmıştır. Öğretmen adaylarının uzamsal alışkanlık düzeyleri genel olarak yüksek bulunmuş; cinsiyet, yaş, el tercihi, üniversite giriş puanı, akademik not ortalaması ve okul öncesi eğitim süresi gibi değişkenlere göre anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir. Ancak sınıf düzeyine göre anlamlı bir fark bulunmuş, dördüncü sınıf öğrencilerinin birinci sınıflara kıyasla daha yüksek düzeyde uzamsal alışkanlıklara sahip olduğu belirlenmiştir. Araştırma bulguları, ZUAÖ’nün alt boyutları arasında orta düzeyde pozitif ilişkiler olduğunu da ortaya koymaktadır.

Newcombe vd. (2019), yaptıkları çalışmada özellikle ilkökul ve ortaokul düzeyindeki öğrencilerin uzamsal becerileri ile temel matematiksel kavramları öğrenme süreçleri arasındaki bağlantılara odaklanmaktadır. İlkokul düzeyinde, görsel-uzamsal çalışma belleği (VSWM), zihinsel döndürme ve orantısal akıl yürütme gibi uzamsal süreçlerin, temel matematik kavramlarının edinilmesinde kritik olduğu bulunmuştur. Ortaöğretimde ise uzamsal becerilerin özellikle geometri ve hesaplama alanlarında güçlü bir etkisi olduğu, ancak cebir üzerindeki etkisinin daha sınırlı olduğu tespit edilmiştir. Araştırmalar, uzamsal becerilerin matematik başarısını doğrudan etkilediğini ve bu becerilerin erken yaşlardan itibaren desteklenmesinin, öğrencilerin matematikte daha başarılı olmalarına katkı sağlayabileceğini göstermektedir.

Duffy vd. (2020) tarafından gerçekleştirilen araştırma, mühendislik öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde uzamsal yeteneğin rolünü incelemiştir. Çalışmada, birinci sınıf mühendislik öğrencilerine uzamsal yetenek testleri, matematiksel kelime problemleri ve matematik beceri testleri uygulanmış ve sonuçlar analiz edilmiştir. Bulgular, uzamsal yetenek ile problem çözme başarısı arasında anlamlı bir ilişki olduğunu, ancak bu ilişkinin doğrudan matematik becerisiyle değil, problem temsili aşamasıyla ilgili olduğunu ortaya koymuştur. Problem çözme süreci, problem temsili ve problem çözümü olmak üzere iki ayrı bilişsel aşamadan oluşmaktadır. Araştırma, uzamsal yeteneğin özellikle problem temsili aşamasında etkili olduğunu ve öğrencilerin problemde verilen bilgileri doğru şekilde yorumlayarak uygun bir çerçeve oluşturabilmelerinin uzamsal yetenekten büyük ölçüde etkilendiğini göstermektedir. Yüksek uzamsal yeteneğe sahip öğrenciler, sözel ifadeleri ve ilişkisel tanımlamaları daha başarılı bir şekilde kavrayarak problem çözme sürecinde daha iyi performans göstermiştir. Bununla birlikte, bazı öğrenciler görselleştirme yapmadan da doğru çözüme ulaşabilmiş ancak bu genellikle deneme-yanılma veya rutin işlemlerle gerçekleşmiş, dolayısıyla sürecin verimliliği azalmıştır. Çalışma ayrıca düşük uzamsal yeteneğin, kadın ve düşük sosyoekonomik geçmişe sahip öğrencilerde daha yaygın olduğunu belirtmiştir. Ancak uzamsal yeteneğin eğitim yoluyla geliştirilebileceği ve özel eğitim programlarının öğrencilerin mühendislik eğitimindeki başarısını artırabileceği vurgulanmıştır. Sonuç olarak, mühendislik eğitiminin yalnızca uzamsal görselleştirme gerektiren görevlerle sınırlı olmadığı, kelime problemleri gibi problem çözme süreçlerinde de uzamsal yeteneğin önemli bir rol oynadığı ortaya konulmuştur. Bu nedenle, düşük uzamsal yeteneğe sahip öğrencilerin desteklenmesi için özel eğitim programlarının geliştirilmesi önerilmektedir.

Sorby ve Panther (2020) çalışmaları, uzamsal beceriler ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi inceleyerek PISA testlerinde yüksek başarıya ulaşmada uzamsal becerilerin rolünü araştırmıştır. Çalışmada, PISA testi sonuçları ve Amerika Birleşik Devletleri'ndeki 9. sınıf öğrencilerinin uzamsal beceri testleri incelenmiştir. Bulgular, PISA'daki matematik başarılarının özellikle “uzay ve şekil” alt testi ile uzamsal beceriler arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermiştir. Özellikle zihinsel döndürme ve uzamsal görselleştirme becerileri, PISA'daki matematik problemlerini çözme başarısını önemli ölçüde artırmıştır. Çalışma ayrıca, uzamsal becerileri geliştirmenin yalnızca PISA başarılarını değil, STEM alanlarında uzun vadeli başarıyı da artırabileceğini ortaya koymuştur. Bu nedenle, araştırmacılar, eğitimde uzamsal becerilere yönelik müdahalelerin PISA testlerinde daha yüksek başarıya ulaşmak için etkili bir strateji olabileceğini öne sürmektedir.

Burte vd. (2020), yaptıkları çalışmada, ilköğretim öğretmenlerinin uzamsal düşünme ve matematikle ilgili tutumlarını ve inançlarını inceleyen bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğretmenlerin matematik öğretimi, uzamsal yetenekler ve matematikte uzamsal düşünme konularındaki görüşleri incelenmiştir. Sonuçlar, daha düşük uzamsal kaygıya sahip öğretmenlerin, matematik öğretimiyle ilgili daha az kaygı duyduğunu, matematik standartlarıyla daha fazla uyum gösterdiğini ve öğretim konusunda daha yüksek bir yeterlilik algısına sahip olduğunu ortaya koymuştur. Çalışmada ayrıca, öğretmenlerin uzamsal düşünmeyi matematikle ilişkilendirme düzeylerini incelemek için bir matematik kategorizasyonu geliştirilmiş ve öğretmenlerin öğretme zorluğu, görselleştirmenin faydası ve uzamsal düşünme gereksinimi konularında yaptıkları derecelendirmelerle bu kategorizasyon doğrulanmıştır. Sonuç olarak, öğretmenlerin uzamsal düşünmeye dair inançları ve kaygıları, onların matematik öğretme yeterliliklerini doğrudan etkilemektedir. Uzamsal düşünmeyi içeren eğitim müdahaleleri planlanırken öğretmenlerin de bu sürece dâhil edilmesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Şen (2021) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerileri ile zihnin uzamsal alışkanlık düzeyleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Araştırma, İç Anadolu Bölgesi'nde bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 196 öğretmen adayıyla yürütülmüş ve ilişkisel tarama modeli temel alınmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak “Uzamsal Görselleştirme Testi” ve “Zihnin Uzamsal Alışkanlıkları Ölçeği” kullanılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda, öğretmen adaylarının zihinsel döndürme sorularında, zihinsel katlama sorularına göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca, zihnin uzamsal alışkanlıkları ölçeğinde en yüksek ortalama puanlar “görselleştirme” ve “örüntüyü fark etme” alt boyutlarında elde edilirken, en düşük puan “uzamsal kavram kullanımı” alt boyutundan alınmıştır. Uzamsal görselleştirme ile zihnin uzamsal alışkanlıkları toplam puanları arasında anlamlı bir ilişki saptanmamış, ancak örüntüyü fark etme alt boyutu ile pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Demografik değişkenler açısından ise cinsiyetin her iki beceri üzerinde anlamlı bir farklılık yaratmadığı, ancak sınıf düzeyinin uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde anlamlı bir etkisinin bulunduğu ve bu etkinin birinci sınıf öğretmen adayları lehine olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Hawes vd. (2022) tarafından gerçekleştirilen meta-analiz çalışması, uzamsal beceriler ile matematik performansı arasındaki ilişkiyi incelemiş ve uzamsal eğitimin matematik başarısını anlamlı şekilde artırdığını göstermiştir. Ayrıca, bu eğitimin bireylerin uzamsal

düşünme yeteneklerini de geliştirdiği belirlenmiştir. Çalışma, uzamsal eğitimin etkisinin yaş, kullanılan materyal türü ve transfer türü gibi değişkenlere bağlı olarak değiştiğini ortaya koymuştur. Özellikle, yaş arttıkça uzamsal eğitimin matematik performansına olan etkisinin güçlendiği, somut manipülatif materyallerin kullanıldığı eğitimlerin ise bilgisayar destekli eğitimlerden daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgular, uzamsal eğitimin yalnızca uzamsal becerileri değil, aynı zamanda matematiksel düşünme ve problem çözme yetilerini de geliştirdiğini göstermektedir.

Kurnaz vd. (2023) tarafından yapılan araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerin uzamsal yetenekleri ile problem çözme becerileri arasındaki ilişkide matematiksel muhakemenin aracı rolü incelenmiştir. Çalışma, ilişkisel tarama modeli kullanılarak yürütülmüş ve Türkiye genelinde 270 sekizinci sınıf öğrencisi üzerinde uygulanmıştır. Araştırmada, öğrencilerin kâğıt katlama, zihinsel çevirme, matematiksel problem çözme ve matematiksel güç testleri ile değerlendirildiği belirtilmiştir. Sonuçlar, uzamsal yetenek puanları ile problem çözme ve matematiksel muhakeme puanları arasında orta düzeyde pozitif yönlü ilişkiler bulunduğunu ortaya koymuştur. Aynı zamanda matematiksel muhakemenin problem çözme becerisi üzerinde doğrudan bir etkisi olduğu tespit edilmiştir. Araştırmanın temel bulgularından biri, matematiksel muhakemenin uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide kısmi aracı rol üstlendiğidir. Bu bulgu, matematiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesinin problem çözme becerilerini destekleyeceğini ve eğitim programlarında bu becerilere daha fazla yer verilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Adams vd. (2023) çalışmasında, ELPSA (Deneyim-Dil-Resimsel-Sembolik-Uygulama) pedagojik çerçevesi temel alınarak tasarlanan uzamsal beceri müdahalesi, 11. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Çalışmada, uzamsal becerilerin matematik başarısını desteklediği ve bu becerilerin eğitimle geliştirilebileceği belirtilmiştir. Araştırmada, Müdahale programına katılan öğrenciler, ölçme ve geometri sorularında kontrol grubuna göre daha başarılı olurken, sayı ve cebir sorularında ise anlamlı bir fark gözlemlenmemiştir. Bu sonuçlar, uzamsal beceri eğitiminin belirli matematik alanlarında başarıyı artırabileceğini ve etkili pedagojik yöntemlerin bu süreçte önemli rol oynadığını göstermektedir.

Ceylan (2023), sekizinci sınıf öğrencilerinin uzamsal düşünme becerisi gerektiren gerçek yaşam problemlerini çözme yetilerini incelemiştir. Araştırmasını durum çalışması yöntemiyle yürütmüş ve öğrencilerin uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişkiler ve uzamsal yönelim becerilerini değerlendirmek amacıyla özel olarak hazırlanan bir veri toplama formu

kullanmıştır. Çalışmaya gönüllü olarak katılan 15 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmış ve bu görüşmeleri ses kayıt cihazı ile kaydetmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğrenciler gerçek yaşam problemlerini anlamada genel olarak zorlanmamış, ancak cisimleri zihinde canlandırma sürecinde kısmi yetersizlikler göstermiştir. Zihinsel görselleştirmeyi başarmış olan öğrenciler dahi, bu şekilleri kâğıda aktarma aşamasında beklenen düzeyde performans sergileyememiştir. Bu durum, uzamsal düşünme becerilerinin geliştirilmesi için matematik öğretiminin daha somut hale getirilmesini ve teknoloji destekli öğretim yöntemlerinin ders içeriklerine entegre edilmesini önermiştir.

Schenck ve Nathan (2024), uzamsal becerilerin matematik başarısıyla ilişkisini inceleyerek, bu alandaki araştırmalarda kullanılan farklı sınıflandırma sistemleri ve ölçüm araçlarını analiz etmiştir. Çalışma, uzamsal becerilerin matematiksel düşünme ve öğrenme üzerindeki etkilerini anlamak için bir çerçeve sunmayı amaçlamaktadır. Uzamsal beceriler, matematik başarısını önemli ölçüde etkileyen bir faktördür ve özellikle geometri, cebir ve problem çözme süreçleriyle güçlü bir ilişkiye sahiptir. Farklı uzamsal beceri ölçüm sistemleri arasında uyumsuzluklar bulunmaktadır ve bu durum, eğitim müdahalelerinin etkinliğini değerlendirirken zorluklar yaratmaktadır. Eğitim programlarında uzamsal becerilerin sistematik olarak geliştirilmesi, matematik başarısını artırabilir ve öğrencilerin STEM alanlarında daha başarılı olmalarına katkı sağlayabilir. Çalışma, uzamsal becerilerin matematik başarısı için kritik bir bileşen olduğunu ve eğitimin bu becerileri geliştirmede etkili bir araç olabileceğini göstermektedir.

BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle yapılandırılmıştır. Durum çalışması, belirli bir durumu kendi bağlamı içerisinde derinlemesine incelemeye imkân tanıyan, birden fazla veri kaynağından yararlanarak çok yönlü analizlerin yapılmasına olanak sağlayan bir yaklaşımdır (Yin, 1984). Özellikle araştırmacının mevcut olgu üzerinde herhangi bir kontrol gücünün olmadığı, “nasıl”, “niçin” ve “ne” sorularına odaklanılan çalışmalarda sıklıkla tercih edilen bu desen, güncel bir olguyu doğal ortamında anlamlandırmayı hedefler.

Bu bağlamda, araştırmada matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamında nasıl ortaya çıktığı, öğretmenlerin bu kavramlara yönelik algıları ve öğrencilerin başarı düzeyleri bir bütün olarak ele alınmıştır. Araştırma hem öğretmen görüşlerine hem de öğrenci yanıtlarına dayalı olarak çeşitli veri kaynaklarından elde edilen bilgilerin bütüncül biçimde analiz edilmesini içermektedir. Nitel veri toplama araçları olan yarı yapılandırılmış görüşmeler ve açık uçlu başarı testi soruları aracılığıyla elde edilen veriler, içerik analizi teknikleriyle çözümlenmiş ve araştırma sorularına derinlemesine yanıtlar aranmıştır.

Araştırma problemi ve amacı dikkate alındığında, durum çalışması deseni; uzamsal düşünmenin öğretim sürecindeki yeri, öğretmenlerin bu kavramlara bakış açıları ve öğrencilerin başarı düzeylerine ilişkin çok boyutlu verilerin anlamlandırılması açısından en uygun ve etkili yöntem olarak değerlendirilmiştir.

3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın çalışma grubunu, 2024-2025 eğitim-öğretim yılında Konya ilinde görev yapan matematik öğretmenleri ile 5., 6., 7. ve 8. sınıf düzeylerinde öğrenim gören ortaokul öğrencileri oluşturmaktadır. Tüm katılımcılar gönüllülük esasına göre belirlenmiş ve araştırma süreci etik ilkelere uygun şekilde yürütülmüştür. Bu kapsamda, veri toplama sürecinde öğretmenlerden uzamsal kavramlara yönelik görüş formları ve görüşmeler aracılığıyla; öğrencilerden ise başarı testi yoluyla veriler elde edilmiştir.

Bu çalışmada, uzamsal kavram görüş formu pilot uygulaması, ilköğretim matematik öğretmenliği ve matematik öğretmenliği programı mezunlarından oluşan toplam 73 katılımcı

ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların 25'i ortaöğretim matematik öğretmenliği mezunu olup, bunların 15'i kadın, 10'u erkektir. İlköğretim matematik öğretmenliği mezunu olan 48 katılımcının ise 43'ü kadın, 5'i erkektir. Bu ön uygulama, formun içerik geçerliği ve anlaşılabilirliğini test etmek amacıyla yürütülmüştür.

Uzamsal kavram görüş formu uygulaması, 44 öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların 10'u erkek, 34'ü kadındır. Katılımcıların 40'ı ilköğretim matematik öğretmenliği mezunu, 3'ü ortaöğretim matematik öğretmenliği mezunu ve 1'i fen edebiyat fakültesi mezunudur. Öğretmenlerin mesleki hizmet süreleri Tablo 3.1 de belirtilmiştir. Araştırmaya katılan 44 öğretmenin meslekteki hizmet süresi incelendiğinde, 1-5 yıl arasında görev yapan öğretmen sayısı 11 olup, bunların 9'u kadın, 2'si erkektir. 6-10 yıl arası mesleki deneyime sahip olan öğretmen sayısı 14 olup, 12'si kadın, 2'si erkektir. 11-15 yıl aralığında görev yapan 13 öğretmenin 9'u kadın, 4'ü erkektir. 16-20 yıl arasında hizmet süresine sahip 6 öğretmenin ise 4'ü kadın, 2'si erkektir.

Tablo 3.1.Uzamsal kavram görüş formu uygulamasına katılan öğretmenlerin meslekteki hizmet yılları.

Meslekteki Hizmet Yılı	Kadın	Erkek	Toplam
1-5 yıl	9	2	11
6-10 yıl	12	2	14
11-15 yıl	9	4	13
16-20 yıl	4	2	6
Toplam	34	10	44

Öğretmen görüşme uygulamaları, 26 öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramlara yönelik algı, tanım ve öğretim stratejileri ayrıntılı şekilde analiz edilmiştir. Görüşmelere katılan öğretmenlerin mesleki deneyim yılına göre dağılımı Tablo 3.2 de gösterilmiştir. Öğretmen görüşmelerine katılan toplam 26 öğretmenin mesleki deneyim süreleri incelendiğinde, 1-5 yıl arası hizmet süresine sahip 10 öğretmenin 8'i kadın, 2'si erkektir. 6-10 yıl arasında görev yapan 8 öğretmenin ise 6'sı kadın, 2'si erkektir. 11-15 yıl arasında mesleki deneyime sahip olan 7 öğretmenin 5'i kadın, 2'si erkektir. 16-20 yıl arasında hizmet süresine sahip sadece 1 erkek öğretmen bulunmaktadır.

Tablo 3.2.Görüşme yapılan öğretmenlerin meslekteki hizmet yılları.

Meslekteki Hizmet Yılı	Kadın	Erkek	Toplam
1-5 yıl	8	2	10
6-10 yıl	6	2	8
11-15 yıl	5	2	7
16-20 yıl	0	1	1
Toplam	19	7	26

Son olarak, araştırmanın öğrenci örneklemini, Konya ilinde yer alan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören ve gönüllü olarak araştırmaya katılan toplam 94 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrencilerin sınıf ve cinsiyet dağılımları Tablo 3.3'te gösterilmiştir. Sınıf düzeylerine göre incelendiğinde, 5. sınıfta 17 kız ve 15 erkek öğrenci olmak üzere toplam 32 öğrenci, 6. sınıfta 5 kız ve 13 erkek öğrenci olmak üzere toplam 18 öğrenci, 7. sınıfta 11 kız ve 8 erkek öğrenci olmak üzere toplam 19 öğrenci, 8. sınıfta ise 10 kız ve 15 erkek öğrenci olmak üzere toplam 25 öğrenci yer almaktadır. Cinsiyete göre genel dağılım değerlendirildiğinde, 43 kız öğrenci ve 51 erkek öğrenci araştırmaya katılmıştır.

Tablo 3.3.Başarı testine katılan öğrenci sayıları.

	Kız öğrenci sayısı	Erkek öğrenci sayısı	Toplam
5. sınıf	17	15	32
6. sınıf	5	13	18
7. sınıf	11	8	19
8. sınıf	10	15	25
Toplam	43	51	94

3.3. Veri Toplama Araç ve/veya Teknikleri

Araştırmanın ilk veri toplama aracı olan Uzamsal Kavram Görüş Formu, öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramlara ilişkin tanımlarını ve hangi matematiksel kavramları uzamsal bağlamda değerlendirdiklerini belirlemek amacıyla geliştirilmiştir. Formda yer alan açık uçlu sorular, öğretmenlerin uzamsal kavramları hangi matematiksel içeriklerle ilişkilendirdiklerini ve bu kavramlara ilişkin düşünsel yapılarını ortaya koymayı hedeflemektedir. Formun geliştirilme sürecinde, içerik geçerliliğini sağlamak amacıyla alan uzmanlarının görüşlerine başvurulmuş; ardından 73 öğretmen ile gerçekleştirilen pilot uygulama ile soruların açıklığı ve anlaşılabilirliği test edilmiştir. Pilot uygulamadan elde edilen geri bildirimler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak formun son hâli oluşturulmuştur. Bu form, öğretmenlerin uzamsal kavramlara ilişkin kavramsal bilgi düzeylerini ve öğretim yaklaşımlarını derinlemesine analiz etmek açısından nitelikli veriler sunmuştur.

Araştırmada kullanılan ikinci veri toplama aracı, öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmelerde kullanılan görüşme formudur. Bu form, öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramlara yönelik algılarını daha ayrıntılı biçimde ortaya koymak; bu kavramlara ilişkin öğretim deneyimlerini, kullandıkları stratejileri ve sınıf içi gözlemlerini anlamak amacıyla geliştirilmiştir. Görüşme formu, açık uçlu ve esnek sorular içerecek şekilde yapılandırılmış; uzman görüşleri doğrultusunda biçimlendirilmiş ve ön uygulama süreciyle geçerliliği test edilmiştir. Stewart ve Cash (1985), görüşmeyi “önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için

yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci” olarak tanımlamaktadır (akt. Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu bağlamda, görüşmenin temel amacı bireylerin zihinlerinde var olan ancak doğrudan gözlemlenemeyen düşünce, duygu ve algıları açığa çıkarmaktır (Patton, 1990). Araştırma kapsamında 26 öğretmenle gerçekleştirilen görüşmeler, öğretmenlerin uzamsal düşünmeye ilişkin pedagojik yaklaşımlarını, kavramsal farkındalıklarını ve sınıf içi uygulamalarını derinlemesine ortaya koyarak, araştırmanın amacına önemli katkı sağlamıştır.

Araştırmada kullanılan üçüncü veri toplama aracı, ortaokul öğrencilerine yönelik hazırlanan başarı testidir. Bu testin temel amacı, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde uzamsal düşünme becerilerini nasıl kullandıklarını ortaya koymaktır. Test, açık uçlu sorulardan oluşmakta olup, farklı uzamsal düşünme düzeylerini (örneğin gerekli, isteğe bağlı ve ihmal edilebilir) içeren çeşitli matematiksel problem türlerini kapsamaktadır. Araştırmada kullanılan başarı testindeki sorular, farklı güvenilir kaynaklardan derlenerek oluşturulmuştur. Toplam 12 sorudan oluşan testin 1. ve 8. soruları, araştırmacı tarafından çalışmanın amacı doğrultusunda özgün olarak hazırlanmıştır. Diğer sorular ise Millî Eğitim Bakanlığı’na bağlı birimler tarafından yayımlanmış resmî kaynaklardan seçilmiştir. 2. ve 11. sorular, MEB tarafından yayımlanan Beceri Temelli Testler ve 4. Sınıf 3. Ünite Çalışma Fasikülü içerisinde yer alan etkinliklerden alınmıştır. 9. soru, MEB tarafından hazırlanan 2021 yılı 4. Sınıf Matematik Ders Kitabı’nda yer alan 126. sayfadaki 12. sorudan alınmıştır. 12. soru ise 3. Sınıf 1. Ünite Matematik Çalışma Fasikülü içerisinde yer alan 24. sorudan uyarlanmıştır. Bunlara ek olarak, 3., 4., 5., 6., 7. ve 10. sorular, Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü tarafından 2015 yılında yayımlanan Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) Öğrenci Seçme Sınavı kitapçıklarından seçilmiştir. Bu sorular, 2., 3. ve 4. sınıf düzeylerindeki matematik ve genel yetenek testlerinden alınmış olup, öğrencilerin uzamsal ilişkileri kurma, analiz etme ve temsil etme becerilerini ölçmeye yönelik yapılandırılmıştır. Böylece test, öğretim programı kazanımlarıyla tutarlı, uzamsal düşünme becerilerini içeren ve çeşitli sınıf düzeylerine hitap eden bir yapıya kavuşturulmuştur. Test uygulamaları sonrasında elde edilen öğrenci yanıtları, nitel içerik analizi teknikleriyle değerlendirilmiştir. Öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri, görsel ve sözel gösterim biçimleri ile kavramsal açıklamaları ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir. Bu başarı testi aracılığıyla, öğrencilerin uzamsal ve matematiksel düşünme becerileri arasındaki etkileşimsel yapı görünür hâle getirilmiş ve öğrencilerin problem çözme süreçlerine ilişkin derinlemesine veriler elde edilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri 2024-2025 eğitim öğretim yılında toplanmıştır. Bu araştırmada veri toplama süreci üç aşamalı olarak planlanmıştır: öğretmenlerden görüş formu aracılığıyla verilerin toplanması, öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve öğrencilerle uygulanan başarı testi.

3.4.1 Pilot uygulama ve değerlendirilmesi

Pilot uygulamaya, ortaöğretim ve ilköğretim matematik öğretmenliği mezunu toplam 73 katılımcı dahil edilmiştir. Pilot uygulama kapsamında öğretmenlere, matematiksel uzamsal kavramları nasıl tanımlayacakları sorulmuştur. Çalışmada katılımcıların görüşleri doğrultusunda matematiksel uzamsal kavram temaları Tablo 3.4’de belirlenmiş ve frekans dağılımları analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

Tablo 3.4.Pilot Uygulamaya ait matematiksel uzamsal kavram temaları.

Temalar	<i>f</i>	%
Zihinsel canlandırma	14	%19
Zihinsel manipülasyon	14	%19
Somutlaştırma ve materyal kullanımı	11	%15
Uzamsal ve soyut düşünme	20	%27
Zihinsel problem çözme süreci	6	%8
Mekânsal farkındalık ve konumlandırma	3	%4
Kullanılmayan veriler	5	%6
Toplam	73	%100

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 3.4’ye göre, uzamsal ve soyut düşünme (%27), zihinsel canlandırma (%19) ve zihinsel manipülasyon (%19) en çok vurgulanan temalar olmuştur. Somutlaştırma ve materyal kullanımı (%15), zihinsel problem çözme süreci (%8) ve mekânsal farkındalık ve konumlandırma (%4) ise daha düşük oranlarda temsil edilmiştir.

Zihinsel canlandırma temasına ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.16: “Bir kavramın matematik dilinde beyinde canlandırılarak öğretilen kavramlara matematiksel uzamsal kavram denilebilir. Bu kavramlar görsel canlandırma olmadan sonucuna veya anlaşılması zor olan kavramlardır.”

Ö.33: “Matematikte bir şeyi zihinde canlandırabilme yeteneğidir.”

Zihinsel manipülasyon temasına ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.5: “Zihinde şeklin üç boyutlu görüntüsünü canlandırma ve şekli uygulanan dönme, öteleme gibi hareketler sonucu şeklin oluşan son halini zihinde anlamlandırdığımız da sorunun çözümüne katkıda bulunan kavramlardır.”

Ö.27: “Matematiksel uzamsal kavram çocukların görsel hayal gücü dünyasında verilen kavramları ifade edebilme rahatlığı olabilir. Verilen bir geometrik şeklin açık halinden kapalı halini zihinde elde etme, hangi yüzeylerin karşılıklı olacağını görme, eğer renkli ise ön yüze ya da arka yüze hangi rengin geleceğini bilme bu yetenek sayesinde gelişir ve devam eder. Şekil kabiliyeti daha kolay olduğu için fark etmesi diğer çocuklar için daha zor olan şeyleri daha rahat görebilir. Eğer bir eksi yönünü düşünürsek de her şeyi zihninde canlandırarak anladığından canlandıramadığı konularda diğer çocuklara göre daha fazla zorlanacaktır.”

Somutlaştırma ve materyal kullanımı temasına ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.6: “Mesela bir dikdörtgen prizmayı öğrenciye anlatmak istediğimizde, bir dikdörtgen prizma ilaç kutusu getirip konuyu ilaç kutusuna bağlamamız ve onların ilaç kutusuyla konu açısından bağlantı kurması gibi.”

Ö.15: “Zihin açan, beceriden daha çok uzamsal yani zihinsel eğitim şeklinde, oyun şeklinde yapılan uygulamalardır.”

Uzamsal ve soyut düşünme temasına ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.3: “İnsan somut olarak algılayamadığı sayı cisim görüntü ve benzeri şeyleri zihin yardımıyla (düşünsel ve bilişsel yolla) somut olarak algılayamadığı şeyleri tahmin etmesi varsayımında ve çıkarımda bulunması.”

Ö. 31: “Matematiksel işlem yaparken düşünme gerektiren ifadeler için tanımlanabilir.”

Zihinsel problem çözme süreci temasına ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.18: “Matematiksel bir sorunu ya da problemi zihinde canlandırarak çözüm yolları arama, zihinsel olarak çözüm yollarına test etme, çözüm sürecini planlama, yorumlama ve hayal etme yeteneğidir.”

Ö.67: “Matematik problemlerinde, problemi zihinde canlandırma gerektiren ve problem çözümünde yardımcı olan kavramlardır.”

Mekânsal farkındalık ve konumlandırma temasına ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.28: “Matematiksel uzamsal kavramlar, mekânın yapısını, ilişkilerini ve düzenin, anlamamıza yardımcı olan soyut düşünce araçlarıdır. Bunlar noktalar, doğrular, yüzeyler ve hacimler gibi

şekillerle mekânı anlayıp, analiz etmemizi sağlar. Yani bir şeyin nerede olduğunu ve diğer şeylerle nasıl bir ilişki içinde bulunduğunu söyler.”

Ö.43: “Nesnelerin, şekillerin ya da noktaların bir mekânda nasıl düzenlendiği konumlandırma birbiriyle ilişkilerini inceleyen, matematiğin temel alanlarından biridir.”

“Matematiksel olarak tanımladığınız uzamsal kavramlar nelerdir?” sorusu sorulduğunda elde edilen veriler ve frekans dağılımı Tablo 3.5 ile gösterilmiştir.

Tablo 3.5.Pilot uygulamaya ait matematiksel uzamsal kavramların frekans tablosu.

Kavramlar	f	Kavramlar	f
Geometrik cisimler	44	Kesirler ve işlemler	5
Çokgenler	32	Uzay	5
Temel geometrik kavramlar ve çizimler	29	Problemler	5
Geometri	27	Matematik	5
Ortaokul müfredatı dışındaki kavramlar	25	Oran ve orantı	4
Dönüşüm geometrisi	19	Cebirsel ifadeler ve özdeşlikler	4
Cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri	19	Eşitlik ve denklem	3
Açılar	18	Rasyonel sayılar	2
Çember ve daire	15	Cebirsel ifadeler	2
Olasılık	12	Eşitsizlikler	2
Alan ölçme	11	Veri toplama ve değerlendirme	2
Uzunluk ve zaman ölçme	10	Ondalık gösterim	1
Hacim ölçme	9	Yüzdelere	1
Doğal sayılar	9	Tam sayılar	1
Sıvı ölçme	8	Üslü ifadeler	1
Eşlik ve benzerlik	8	Kareköklü ifadeler	1
Veri analizi	8	İrrasyonel sayılar	1
Kümeler	6	Örüntü	1
Doğrusal denklemler	6		
		Toplam	73

Öğretmen yanıtları birden fazla kavramı içerebilmektedir.

Tablo 3.5’de pilot uygulamaya katılan öğretmenlerin yaklaşık %60’ı matematiksel uzamsal kavramları “Geometrik cisimler” ($f=44$) kavramı olarak belirtirken, öğretmenlerin %43’ü “Çokgenler” ($f=32$), %39’u ise “Temel geometrik kavramlar ve çizimler” ($f=29$) kavramlarını ifade etmişlerdir.

Tablo 3.5’de katılımcıların %36’sı “Geometri” ($f=27$), %6’sı ise “Matematik” ($f=5$) kavramını uzamsal olarak tanımlayarak, geometrinin ve genel anlamda matematiğin tümünün uzamsal özellikler içerdiğini düşündüklerini ortaya koymuştur. Ayrıca “Tam sayılar”, “Üslü ifadeler” ve “Kareköklü ifadeler” gibi daha soyut kavramlar, öğretmenler tarafından matematiksel uzamsal kavramlarla daha az ilişkilendirilmiştir.

Bu çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda, asıl uygulamada kullanılacak matematiksel uzamsal kavramların belirlenmesi amacıyla, Millî Eğitim Bakanlığı’nın 2018

tarihli öğretim programı esas alınarak ortaokul matematik müfredatındaki matematiksel kavramlar yeniden düzenlenmiştir.

Pilot uygulamanın ikinci aşamasında, görüşme sürecinin sağlıklı bir biçimde yürütülmesi ve soruların öğretmenler tarafından anlaşılabilirliğinin test edilmesi amacıyla esas veri toplama sürecinden önce bir pilot görüşme çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda, çalışma grubuna dahil olmayan iki öğretmen ile yüz yüze görüşmeler yapılmıştır. Pilot görüşmelerde, öğretmenlerin sorulara verdikleri yanıtların kapsamı, soruların ifade biçiminin anlaşılabilirliği ve görüşme süresinin yeterliliği değerlendirilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda, bazı soruların ifadesinde küçük ölçekli sadeleştirmelere gidilmiş ve yönlendirici olmaktan kaçınan düzenlemeler yapılmıştır. Bu süreç, araştırmacının görüşme uygulamalarına yönelik deneyim kazanmasını sağladığı gibi, veri toplama araçlarının geçerliliğini ve uygulama sürecinin uygulanabilirliğini test etme açısından da önemli katkılar sunmuştur.

Pilot uygulamanın üçüncü aşamasında öğrencilerin matematiksel uzamsal kavramlara ilişkin problem çözme başarılarını değerlendirmek amacıyla Millî Eğitim Bakanlığı kaynaklı sorulardan derlenerek oluşturulan matematiksel uzamsal kavramlar başarı testinin uygulanabilirliğini değerlendirmek üzere bir pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma, esas çalışma grubuna dahil olmayan 10 öğrenci ile yürütülmüş; testin yönergelerinin anlaşılabilirliği, süresinin yeterliliği ve soru düzeylerinin öğrenci profiline uygunluğu gözlemlenmiştir. Uygulama sonucunda testte herhangi bir düzenleme gereksinimi duyulmamış ve soruların öğrenciler tarafından anlaşılır bulunduğu belirlenmiştir. Bu pilot çalışma, esas uygulamanın sorunsuz yürütülmesi ve veri toplama aracının geçerli ve uygulanabilir olduğunun önceden görülmesi açısından önemli katkılar sağlamıştır.

3.4.2 Temel uygulama

İlk aşamada, uzamsal kavramlara ilişkin öğretmen görüşlerini ortaya koymak amacıyla geliştirilen “Uzamsal Kavram Görüş Formu”, Konya ilinde görev yapan gönüllü 44 matematik öğretmenine uygulanmıştır. Bu form, öğretmenlerin uzamsal kavramlara ilişkin algılarını belirlemeye yönelik açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Formlar, araştırmacı tarafından yüz yüze ya da çevrim içi yollarla ulaştırılmış; katılımcılardan gönüllü olarak ve etik ilkeler doğrultusunda yanıtlamaları istenmiştir.

İkinci aşamada, öğretmenlerin uzamsal düşünme ve kavramlara yönelik derinlemesine görüşlerinin elde edilmesi amacıyla görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelere gönüllülük

esasına göre belirlenen toplam 26 öğretmen dahil edilmiştir. Görüşmeler, araştırmacı tarafından belirlenen açık-uçlu sorular çerçevesinde yüz yüze veya çevrim içi ortamda yürütülmüş ve sesli kayıt alınarak gerçekleştirilmiştir. Elde edilen ses kayıtları, araştırmacı tarafından yazılı hale getirilerek analiz için hazırlanmıştır.

Üçüncü aşamada ise, öğrencilerin uzamsal kavramlara ilişkin problem çözme başarılarını değerlendirmek amacıyla geliştirilen “Matematiksel Uzamsal Kavramlar Başarı Testi”, Konya ilinde yer alan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören toplam 94 öğrenciye uygulanmıştır. Bu test, çeşitli problem türlerini (görsel, kelime, sembolik), problem bağlamlarını (gerçek hayat, soyut, sembolik) ve uzamsal düşünme düzeylerini (gerekli, isteğe bağlı, ihmal edilebilir) içerecek şekilde yapılandırılmıştır. Öğrenciler testleri sınıf ortamında öğretmen gözetiminde, belirlenen süre içinde bireysel olarak tamamlamışlardır.

Ayrıca araştırmada uygulanan Matematiksel Uzamsal Kavramlar Başarı Testi, her biri farklı problem türü, bağlam ve uzamsal düşünme düzeyi içeren toplam 12 sorudan oluşmaktadır. Sorular, Burte ve arkadaşları (2020) tarafından önerilen matematiksel kategorizasyon çerçevesine göre; problem türü (görsel, kelime, sembolle gösterim), problem bağlamı (gerçek, soyut, sembolik) ve uzamsal düşünme düzeyi (gerekli, isteğe bağlı, ihmal edilebilir) olmak üzere üç temel boyutta sınıflandırılmıştır. Bu sınıflama, her bir problemin öğrenciden hangi düzeyde uzamsal düşünme becerisi gerektirdiğini sistematik biçimde ortaya koymayı amaçlamaktadır. Bu kapsamda; 1. soru görsel türde, gerçek bağlamlı olup uzamsal düşünmenin gerekli olduğu bir problem olarak yapılandırılmıştır. 2. soru kelime türünde, soyut bağlamda yer almakta ve uzamsal düşünme düzeyi ihmal edilebilir olarak değerlendirilmiştir. 3. soru, sembolle gösterim türünde ve sembolik bağlamlı olup uzamsal düşünmenin ihmal edilebilir olduğu bir diğer örnektir. 4. soru görsel türde, soyut bağlamlıdır ve uzamsal düşünme isteğe bağlı düzeydedir. 5. soru, kelime türünde ve gerçek bağlamda sunulmuş, uzamsal düşünme düzeyi ise isteğe bağlı olarak belirlenmiştir. 6. soru, sembolle gösterim ve sembolik bağlamda olup isteğe bağlı uzamsal düşünme gerektirmektedir. 7. soru, kelime türünde ve soyut bağlamlı bir problem olup uzamsal düşünme düzeyi isteğe bağlı olarak sınıflandırılmıştır. 8. soru ise görsel türde ve gerçek bağlamda olup çözüm sürecinde uzamsal düşünmenin isteğe bağlı olduğu bir başka örnektir. 9. soru, sembolle gösterim türünde ve sembolik bağlamlı olup uzamsal düşünmenin isteğe bağlı düzeyde olduğu değerlendirilmiştir. 10. soru, kelime türünde ve gerçek bağlamlı olup uzamsal düşünmenin ihmal edilebilir düzeyde olduğu belirlenmiştir. 11. soru, görsel türde ve soyut bağlamda sunulmuş; çözüm sürecinde uzamsal düşünmenin

gerekli olduğu tek sorudur. 12. soru ise sembolle gösterim türünde, sembolik bağlamlıdır ve uzamsal düşünme düzeyi ihmal edilebilir olarak değerlendirilmiştir. Bu yapılandırma sayesinde test, farklı temsil türleri ve uzamsal bileşenlerin dengeli biçimde dağıtıldığı bir yapıya kavuşturulmuş; böylece öğrencilerin hem bilişsel süreçleri hem de temsil tercihlerine dayalı çözüm yaklaşımları ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.

Tüm veri toplama süreci, etik kurul onayı alınarak, katılımcıların gizliliği korunacak şekilde gerçekleştirilmiş ve verilerin yalnızca araştırma amacıyla kullanılacağına dair bilgilendirme yapılmıştır. Elde edilen veriler, araştırmanın veri analizi bölümünde açıklanan tekniklerle sistematik biçimde çözümlenmiştir.

3.5. Verilerin Çözümlenmesi

Veri analizi ne gördüğünü ne duyduğunu ne okuduğunu organize etmeyi amaçlayan böylece ne öğrendiğini yorumlama süreci olarak tanımlanabilir (Glesne ve Peshkin, 1992). Ayrıca veri analizi somut veri parçaları ve soyut kavramlar arasında, tümevarım ve tümdengelim arasında, açıklama ve yorumlama arasında ileri ve geri hareketi içeren karmaşık bir süreçtir (Meriam, 1998). Bu çalışmada kullanılan veriler içerik analizi yöntemiyle çözümlenmiştir. Araştırma kapsamında üç farklı veri türü elde edilmiştir: öğretmen görüş formu yanıtları, öğretmenlerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşme verileri ve öğrencilerin başarı testi sorularına verdikleri açık uçlu yanıtlar. Her veri türü, içerik analizinin ilkeleri doğrultusunda sistematik olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmanın ilk veri kaynağını oluşturan öğretmen görüş formları, öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramlara ilişkin algılarını ortaya koymaya yönelik açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Bu formlar aracılığıyla elde edilen nitel veriler, içerik analizi yöntemi kullanılarak sistematik biçimde çözümlenmiştir. Öncelikle öğretmen ifadelerinde tekrar eden düşünce örüntüleri belirlenmiş ve bu örüntülerden hareketle anlamlı kodlar oluşturulmuştur. Ardından, benzer anlam taşıyan kodlar bir araya getirilerek temalar ve alt temalar geliştirilmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu temalar doğrultusunda yapılan kategorik sınıflamalar, öğretmenlerin hangi uzamsal kavramlara ağırlık verdiklerini sayısal olarak da ortaya koymak amacıyla frekans (f) ve yüzde (%) değerleriyle desteklenmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin sık tekrar ettiği belirli matematiksel kavramları belirlemek amacıyla da frekans analizine başvurulmuştur. Böylece, öğretmen algılarında öne çıkan matematiksel uzamsal kavramlar daha net biçimde saptanmıştır. Kodlama sürecinde güvenilirliği sağlamak amacıyla geliştirilen kodlar, bağımsız bir alan uzmanı ile karşılaştırılmış ve kodlayıcılar arası uyum oranı %90 olarak hesaplanmıştır.

Bulguların geçerliliğini artırmak amacıyla, her temaya ilişkin analizler öğretmen ifadelerinden doğrudan alıntılarla desteklenmiştir. Katılımcı öğretmenler etik ilkeler doğrultusunda Ö.1, Ö.2, Ö.3, ... şeklinde kodlanarak çalışmada yer almıştır.

İkinci veri kaynağı olan yarı yapılandırılmış öğretmen görüşmeleri, öğretmenlerin uzamsal düşünme, pedagojik uygulamalar ve kavramsal yaklaşımlarına ilişkin derinlemesine bilgi elde etmeyi amaçlamıştır. Görüşmeler ses kaydı alınarak gerçekleştirilmiş, ardından yazılı hale getirilmiştir. Transkriptler üzerinde yapılan içerik analizinde, anlamlı ifadeler kodlanmış, benzer kodlardan temalar oluşturulmuş ve öğretmen görüşleri temalar altında sınıflandırılmıştır. Kodlama sürecinin güvenilirliğini sağlamak amacıyla ikinci bir alan uzmanı ile kodlayıcılar arası karşılaştırma yapılmış ve uyum oranı %93 bulunmuştur (Miles & Huberman, 1994). Temalar, öğretmenlerin doğrudan ifadeleriyle desteklenerek sunulmuştur. Katılımcı öğretmenler etik ilkeler doğrultusunda Ö.1, Ö.2, Ö.3, ... şeklinde kodlanarak çalışmada yer almıştır.

Son olarak, öğrenci başarı testi kapsamında öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar analiz edilmiştir. Yanıtlar, problem türüne (görsel, kelime, sembolik), problem içeriğine (gerçek hayat, soyut, sembolik) ve uzamsal düşünme düzeyine (gerekli, isteğe bağlı, ihmal edilebilir) göre sınıflandırılmış ve içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Öğrenci ifadeleri, kullandıkları çözüm stratejilerine göre kodlanmış; benzer çözüm yolları temalar altında birleştirilmiştir. Her bir tema için frekans ve yüzde değerleri hesaplanmış ve bulgular sınıf düzeyleri temelinde karşılaştırmalı olarak yorumlanmıştır. Kodlama sürecinin güvenilirliği, ikinci bir kodlayıcı ile yapılan karşılaştırma yoluyla test edilmiş ve tutarlı bulgulara ulaşılmıştır. Bu analiz sürecinde Burte ve arkadaşları (2020) tarafından önerilen sınıflama yapısı esas alınmıştır. Katılımcı öğrenciler, etik ilkeler doğrultusunda kimlikleri gizli tutulacak şekilde kodlanmış ve çalışmada Ö.7.10.3 formatında yer almıştır. Bu kodlama sisteminde “7” öğrencinin öğrenim gördüğü sınıf düzeyini (7. sınıf), “10” öğrencinin sınıftaki sıra numarasını, “3” ise ilgili sorunun sıra numarasını (3. soru) ifade etmektedir. Bu yöntemle, öğrenci yanıtlarının sistematik biçimde izlenebilirliği sağlanırken, kişisel verilerin gizliliği de korunmuştur.

Verilerin çözümlenme süreci, araştırmanın alt amaçlarına uygun olarak yapılandırılmış ve her veri türü (öğretmen görüşleri, öğrenci yanıtları) kendi içinde sistematik olarak analiz edilmiştir. Katılımcı ifadeleri, yorumlayıcı niteliklerini koruyacak biçimde doğrudan alıntılarla desteklenmiş, yorumlarda katılımcı numaralandırmaları kullanılarak etik ilkelere uyulmuştur.

Tüm analiz süreci, nitel araştırmanın yorumlayıcı yapısına uygun olarak yürütölmüş; farklı veri türlerinden elde edilen bulgular bir araya getirilerek uzamsal kavramların öğretim ve öğrenim boyutları çok yönlü biçimde değeriendirilmiştir.



BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırma kapsamında elde edilen veriler doğrultusunda bulgulara yer verilmiştir. Bu amaç doğrultusunda elde edilen bulgular alt problemlere uygun olarak başlıklar altında sunulmuştur.

4.1. Matematiksel Uzamsal Kavram Tanımına Ait Bulgular

Araştırmada öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramları tanımlamalarına yönelik cevapları analiz edilerek Tablo 4.1’de sunulmuştur. Tabloda sunulan temalar zihinsel canlandırma ve görselleştirme, üç boyutlu düşünme, muhakeme ve problem çözme, matematiksel kavramların somutlaştırılması, zihinsel perspektif, soyut ve anlaşılması güç matematiksel kavramlar ile mekânsal farkındalık ve konumlandırma olarak gruplandırılmıştır. Çalışmaya katılan 44 öğretmenden 42’sinin ifadeleri belirlenen temalara dahil edilirken, 2 öğretmenin görüşleri bu temalara uygun bulunmamıştır. Çalışmada katılımcıların görüşleri doğrultusunda uzamsal kavram temaları belirlenmiş ve frekans dağılımları analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

Tablo 4.1.Öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramlara dair oluşturdukları temalar.

Temalar	f	%
Zihinsel canlandırma ve görselleştirme	11	26
Üç boyutlu düşünme	10	23
Muhakeme ve problem çözme	8	19
Matematiksel kavramların somutlaştırılması	6	14
Zihinsel perspektif	3	7
Soyut ve anlaşılması güç matematiksel kavramlar	3	7
Mekânsal farkındalık ve konumlandırma	1	2
Toplam	42	100

Tablo 4.1’e göre “Zihinsel Canlandırma ve Görselleştirme” (%26) en yüksek orana sahip tema olarak belirlenmiştir. Öğretmenler, matematiksel uzamsal kavramların zihinde şekillendirilmesi ve görsellikle ilişkilendirilmesini bu tema kapsamında değerlendirmiştir. Bu doğrultuda, zihinde canlandırılabilen kavramların genellikle geometrik içerikli olduğu ve şekillerin hayal edilerek oluşturulabildiği ifade edilmiştir. Bu temaya ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.19: “Zihinde canlandırılan matematiksel kavramlardır.”

Ö.1: *“Görsellik gerektiren kavramlar. Örneğin daire denildiğinde nasıl bir şekil olduğunu zihinde hayal edip çizilebildiği için matematiksel uzamsal bir kavramdır.”*

Ö.40: *“Zihnimde şekil ya da onu tanımlayabileceğim gösterim canlanmasındır.”*

“Üç Boyutlu Düşünme” (%23), araştırmada en fazla vurgulanan ikinci tema olmuştur. Öğretmenler, matematiksel uzamsal kavramların yalnızca iki boyutta değil, üçüncü boyutta da düşünülebilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Üç boyutlu uzayda zihinde şekil oluşturma bu temada öne çıkmaktadır. Bu temaya ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.16: *“Kısaca üçüncü boyuta ihtiyaç duyduğumuz kavramlar.”*

Ö.38: *“Üç boyutlu bir uzayda zihinde canlandırabilme yeteneğidir.”*

Ö.37: *“Düzlemsel olmayan bölgede matematiksel inşa yapılabilen iki boyut üstü matematiğin uygulama alanıdır.”*

“Muhakeme ve Problem Çözme” (%19) temasında, öğretmenlerin muhakeme yapma ve problem çözme becerilerine vurgu yapılmıştır. Öğretmenler, eksik veya görünmeyen bilgileri zihinde tamamlamayı problem çözmenin temel unsurlarından biri olarak değerlendirmiştir. Matematiksel muhakeme ise, yalnızca verilen verilerle işlem yapmanın ötesinde, zihinde yapılandırılan problemlere farklı çözüm yolları geliştirmeyi sağlayan bir süreç olarak görülmüştür. Bu temaya ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.32: *“Bir şeye çok yönlü bakabilmeyi, muhakeme etmeyi analiz yapabilmeyi, bilinmeyi ya da görünmeyi zihinde tamamlayıp bazen sonuca ulaşmayı bazen de parçanın anlamını keşfedebilmeyi gerektiren kavramlar “matematiksel uzamsal kavram” olarak ifade edilebilir.”*

Ö.3: *“Muhakeme yapabilmeyi ve çok yönlü düşünmeyi gerektiren matematiksel kavramlara “matematiksel uzamsal kavramlar” denilebilir.”*

Ö.35: *“Bir problem zihinde canlandırıldıktan sonra yapılan matematiksel işlemler sonucunda çözülebiliyorsa buna matematiksel uzamsal kavram denir.”*

“Matematiksel Kavramların Somutlaştırılması” (%14) temasında, öğretmenler matematiksel uzamsal kavramları somutlaştırılmasını gerekli gördükleri kavramlar olarak belirtmişlerdir. Matematiksel verilerin grafikler, şekiller ve formüllerle ilişkilendirilerek daha

anlaşılır hale getirilmesi ve günlük yaşamdan örnekler kullanılarak desteklenmesi vurgulanmıştır. Bu temaya ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.41: *“Gözümüzde canlandırma ihtiyacı hissettiğimiz, somutlaştırma çabasına girdiğimiz kavramlardır.”*

Ö.34: *“Matematiksel olarak uzamsal kavramın bana çağrıştırdığı tanım zihinde canlandırma gerektiren grafik doğru uzay ve üç boyutlu çizimlerle birlikte formül verileri önce soyut halde düşünüp yazıyla şekille somutlaştırabilmedir.”*

Ö.4: *“Nesnelerin zihinde canlandırılması, ders olarak anlatırken günlük hayattan daha kolay örnekler verilmesi diye düşünüyorum.”*

“Zihinsel Perspektif” (%7) temasında, öğretmenler matematiksel nesneleri ve kavramları farklı bakış açılarından değerlendirebilme becerisini vurgulamıştır. Bu temaya ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.15: *“Sadece şekillerin değil, zihinde canlandırılabilen her kavramın oluşturduğu farklı bakış açıları ve çözümlere matematiksel uzamsal kavram denir.”*

Ö.12: *“Matematiksel şekil ve cisimlerin farklı yönlerden görünüşlerine ilişkin nesne devamlılığı içeren kavram.”*

Ö.18: *“Matematiğe dair nesneleri zihinsel perspektifle uzamsal düşünmeyi gerektiren ifadeler şeklinde tanımlarım.”*

“Soyut ve Anlaşılması Güç Matematiksel Kavramlar” (%7) temasında, öğretmenler matematiksel uzamsal kavramların soyut ve anlaşılması zor olduğunu belirtmişlerdir. Bu temaya ait örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Ö.39: *“Bana göre sonu olmayan kavramlar için geçerlidir.”*

Ö.5: *“Öğrencinin somut düşünmekte zorlandığı konular.”*

Ö.29: *“Anlaşılması daha zor kavramlardır.”*

“Mekânsal Farkındalık ve Konumlandırma” (%2), öğretmenlerin en az vurgu yaptığı tema olup, nesnelerin uzaydaki konumlarını belirleme ile ilgilidir. Bu temaya ait örnek aşağıda sunulmuştur.

Ö.25: *“Bir nesnenin konumunu bulunduğu noktayı belirtmektir.”*

4.2. Matematiksel Uzamsal Kavramlara Ait Bulgular

Öğretmenlere verilen matematiksel kavramlardan hangilerinin matematiksel uzamsal kavram olarak algılandığını belirlemek amacıyla gerçekleştirilen çalışmaya toplam 44 öğretmen katılmıştır. Katılımcılara sunulan kavramlar, ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan öğrenme alanlarına göre; “Sayılar ve İşlemler”, “Cebir”, “Geometri ve Ölçme”, “Veri İşleme ve Olasılık” şeklinde gruplandırılarak değerlendirilmiştir. Ayrıca, öğretim programındaki öğrenme alanlarının hiçbirine doğrudan dahil edilemeyen ancak öğretmenler tarafından uzamsal olarak görülen kavramlar için ayrı bir kategori daha oluşturulmuştur. Her öğrenme alanındaki kavramlar, öğretmenlerin verdikleri yanıtlara göre Tablo.4.2’de frekans analizi uygulanmıştır. Böylece, öğretmenlerin hangi öğrenme alanında yer alan hangi matematiksel kavramları daha fazla uzamsal olma durumu ile ilişkilendirdiği tespit edilmiştir.

Tablo 4.2.Sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait matematiksel uzamsal kavramlar frekans tablosu.

Kavramlar	f	Kavramlar	f
Sayı doğrusu	23	Ortak özellik yöntemi	6
Örüntü	16	Rasyonel sayılar	6
Kesirler	16	Doğal sayılar	5
Küme	16	Rakam	5
Denklik	13	Dağılma özelliği	5
Venn şeması	13	Pay	5
Mutlak değer	13	Payda	5
Devirli ondalık sayı	12	Yüzdelere	5
İrrasyonel sayılar	12	Ters orantı	5
Tahmin etme	11	Ondalık gösterim	4
Yuvarlama	11	Aralarında asal sayılar	4
Çarpan ağacı	11	Asal çarpan	4
Kesişim	10	Asal sayı	4
Birleşim	10	Çarpanlara ayırma	4
Basamak değeri	9	Liste yöntemi	4
Karşılaştırma	9	Etkisiz eleman özelliği	4
Basamak	8	Yutan eleman özelliği	4
EBOB	8	Değişme özelliği	4
Tam sayılar	8	Birleşme özelliği	4
Kareköklü ifadeler	8	Doğru orantı	4
Reel sayı	8	Çıkarma	3
EKOK	7	Bölen	3
Orantı	7	Bölünebilme kuralları	3
Oran	7	Ters eleman özelliği	3
Sayı	6	Üslü ifadeler	3
Sayı değeri	6	Toplama	2
Sıralama	6	Çarpan	2
Kesir çizgisi	6	Bölünen	2
Asal çarpan algoritması	6		
Toplam			44

Öğretmen yanıtları birden fazla kavramı içerebilmektedir.

Tablo 4.2’ e göre çalışmaya katılan öğretmenler, sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait kavramlardan hangilerinin uzamsal olduğu sorulduğunda, en yüksek oranda “Sayı doğrusu” (%52, $f=23$), “Örüntü” (%36, $f=16$), “Kesirler” (%36, $f=16$), “Küme” (%36, $f=16$) kavramları seçilmiştir. Bu durum öğretmenlerin, sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait uzamsal kavramları çoğunlukla çizgisel (sayı doğrusu gibi), görsel ve şekilsel (örneğin, kümelerin şemalarla gösterimi, örüntülerin şekillerle ifade edilmesi ve kesirlerin görsel modellerle sunumu gibi) temsil araçlarıyla ilişkilendirdiklerini ortaya koymaktadır.

Tablo 4.3. Cebir öğrenme alanına ait matematiksel uzamsal kavramlar frekans tablosu.

Kavramlar	f	Kavramlar	f
Koordinat sistemi	27	Eşitlik	8
Orijin	20	Özdeşlikler	8
Eğim	19	Değişken	7
Sıralı ikili	14	Eşitsizlikler	7
Büyük küçük	12	Eşitlik ve denklem	5
Cebirsel ifadeler	9	Terim	3
Toplam			44

Öğretmen yanıtları birden fazla kavramı içerebilmektedir.

Tablo 4.3’e göre cebir öğrenme alanına ait kavramlardan ise öğretmenlerin en çok “Koordinat sistemi” (%61, $f=27$) ve “Orijin” (%45, $f=20$) ve “Eğim” (%43, $f=19$) kavramlarını seçtiği görülmüştür. Bu sonuç, öğretmenlerin cebir öğrenme alanındaki matematiksel uzamsal kavramları daha çok koordinat düzlemi, grafikler ve noktaların konumlandırılması gibi somut, görsel ve mekânsal özelliklerle tanımladıklarını ortaya koymaktadır. Koordinat sisteminin yüksek oranda seçilmesi, öğretmenlerin cebirsel işlemleri doğrudan uzamsal bir çerçevede görselleştirmeye ve matematiksel ilişkileri mekânsal olarak yorumlamaya yatkın olduklarını göstermektedir. Aynı zamanda “Orijin” kavramının da vurgulanması, öğretmenlerin cebirsel ifadelerde referans noktalarıyla yön ve konumlandırmaya ilişkin uzamsal becerileri önemseyebileceğine işaret etmektedir.

Tablo 4.4. Veri işleme ve olasılık öğrenme alanına ait matematiksel uzamsal kavramlar frekans tablosu.

Kavramlar	f	Kavramlar	f
Daire grafiği	16	Bağımsız olay	9
Grafik	14	Standart sapma	8
Çizgi grafiği	14	Açıklık	7
Sütun grafiği	13	Medyan	7
Veri analizi	10	Aritmetik ortalama	6
Olasılık	10	Mod	6
Bağımlı olay	9	Veri toplama ve değerlendirme	4
Toplam			44

Öğretmen yanıtları birden fazla kavramı içerebilmektedir.

Tablo 4.4’ya göre veri işleme ve olasılık alanında uzamsal kavramlar sorulduğunda öğretmenlerin en sık belirttikleri kavramlar “Daire grafiği” (%36, $f=16$) ve “Grafik” (%32, $f=14$) olmuştur. Bu sonuç, öğretmenlerin veri analizi ve olasılık gibi alanlarda uzamsal kavramları grafikler ve görsel sunumlarla ilişkilendirdiklerini göstermektedir.

Tablo 4.5.Geometri ve ölçme öğrenme alanına ait matematiksel uzamsal kavramlar frekans tablosu.

Kavramlar	f	Kavramlar	f
Piramitler	36	Dik doğrular	19
Cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri	36	Diklik	19
Prizmalar	34	Çevre	18
Cisim köşegeni	34	Ters açı	18
Dönüşüm geometrisi	34	Yarıçap	18
Katı cisimler	33	Çap	18
Silindir	32	Daire dilimi	20
Koni	31	Taban	20
Öteleme	31	Üçgenler ve dörtgenler	19
Döndürme	31	Alan	19
Düzlem	30	Yöndeş açı	19
Simetri	28	Benzerlik	19
Yansıma	28	Paralel doğrular	19
Işın	27	Dik doğrular	19
Bir noktanın bir doğruya uzaklığı	27	Diklik	19
Birim küp	27	Çevre	18
Hacim ölçme	26	Ters açı	18
Doğru	25	Yarıçap	18
Nokta	25	Çap	18
Doğru parçası	24	Dar, geniş, dik açı	18
Kenarortay	24	Üçgen eşitsizliği	18
İki paralel doğru arasındaki uzaklık	24	Köşegen	18
Yanal alan	24	Çevre açısı	18
Açı ortay	23	Teğet	18
Doğruların birbirine göre durumu	23	İç ters, dış ters açı	17
Yüzey alanı	23	Kenar açısı bağlantısı	17
Hacim	23	Köşe	17
İki noktanın birbirine göre durumu	22	Açının bölgeleri	17
Yükseklik	22	Karşı durumunu açılar	17
Kenar orta dikme	22	Merkez açısı	17
Paralellik	21	Eşlik	17
Çokgenler	21	Alan ölçme	16
Çember	21	Kenar	16
Konum	21	Tümlemler ve bütünler açısı	16
Tepe noktası	21	İç açısı	16
Ayrıt	21	Dış açısı	16
Açı	20	Kiriş	16
Daire	20	Uzunluk	15
Daire dilimi	20	Uzunluk ölçme	13
Taban	20	Derece	13
Üçgenler ve dörtgenler	19	Sıvı ölçme	13
Alan	19	Komşu açısı	13
Yöndeş açı	19	Arazi ölçme	12
Benzerlik	19	Zaman ölçme	9
Paralel doğrular	19		
Toplam			44

Öğretmen yanıtları birden fazla kavramı içerebilmektedir.

Tablo 4.5'e göre geometri ve ölçme öğrenme alanında, matematiksel olarak uzamsal kavramları ifade etmeleri istenen öğretmenlerin en çok “Piramitler” ve “Cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri” (%81, $f=36$) ile “Prizmalar” (%77, $f=34$) kavramlarını seçtikleri görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin geometrik ve uzamsal düşünmeyi ağırlıklı olarak üç boyutlu geometrik şekillerle ve onların farklı perspektiflerden görünümüyle ilişkilendirdiklerini göstermektedir. Üç boyutlu cisimlerin ön plana çıkması, öğretmenlerin uzamsal ilişkileri algılama, yorumlama ve zihinsel olarak farklı yönlerden nesneleri canlandırma becerilerini öncelikli gördüklerini ortaya koymaktadır.

Öğretmenlerin “Simetri” (%63, $f=28$), “Dönüşüm geometrisi” (%77, $f=34$), “Döndürme” (%70, $f=31$), “Öteleme” (%70, $f=31$) ve “Yansıma” (%63, $f=28$) gibi kavramları da yüksek oranlarda belirtmeleri, dönüşümlerin ve simetri algısının matematiksel uzamsal düşünmenin temel unsurları olarak görüldüğünü ortaya koymaktadır.

Tablo 4.6.Öğrenme alanlarına doğrudan dahil edilemeyen matematiksel uzamsal kavramlar frekans tablosu.

Kavramlar	f	Kavramlar	f
Perspektif	35	Geometri	29
Uzay	33	Katlama soruları	27
Havuz problemi	12	Problemler	6
Ağırlık ölçme problemi	11	Faiz problemleri	6
İşçi problemleri	9	Kâr-zarar problemleri	6
Karışım problemleri	9	Yüzde problemleri	5
Hareket problemleri	8	Yaş problemleri	4
Kesir problemleri	8	Sayı problemleri	4
Toplam			44

Öğretmen yanıtları birden fazla kavramı içerebilmektedir.

Tablo 4.6'ye göre öğrenme alanlarına doğrudan dahil edilemeyen, ancak öğretmenler tarafından yüksek oranda uzamsal kavram olarak belirtilen kavramlar arasında “Perspektif” (%80, $f=35$) ve “Uzay” (%75, $f=33$) kavramları öne çıkmaktadır. Öğretmenlerin bu kavramları yüksek oranda belirtmeleri, matematiksel uzamsal düşünmenin görsel ve zihinsel canlandırma boyutlarına vurgu yaptıklarını ortaya koymaktadır. Ayrıca “Katlama soruları” (%61, $f=27$) da uzamsal ilişkileri değerlendirme açısından öğretmenler tarafından belirtilmiştir.

Geometri ve matematik alanlarıyla sınırlı kalmayıp her öğrenme alanına uygulanabilen problemler ayrı bir başlık altında incelenmiştir. Bu kategoride öğretmenler, özellikle “Havuz problemleri” (%27, $f=12$) ve “Ağırlık ölçme problemleri” (%25, $f=11$) diğer problem türlerine kıyasla daha fazla uzamsal kavramlarla ilişkilendirmişlerdir.

Öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavram algılarının daha çok geometrik şekiller, görsel temsiller ve grafik gibi somutlaştırıcı araçlarla ilişkili olduğu; buna karşılık daha soyut ve cebirsel nitelikteki kavramların ise daha düşük düzeyde uzamsal olarak algılandığı söylenebilir.

4.3. Matematiksel Uzamsal Kavramların Öğretimine Yönelik Bulgular

Matematiksel uzamsal kavramlara ve öğretimine yönelik hazırlanan görüşme soruları 26 öğretmene sorulmuş elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

“Matematiksel uzamsal kavramlar için derste kullandığınız strateji ve yöntemler nelerdir?” sorusu öğretmenlere yöneltilmiş olup, elde edilen verilerden oluşturulan temalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 4.7. Matematiksel uzamsal kavramlar için derste kullanılan strateji ve yöntemler.

Temalar	<i>f</i>	%
Somutlaştırma ve Görsel Destek	13	50
Teknolojik Araçlar ve Dijital Uygulamalar	12	46
Uygulamalı Aktiviteler ve Deneyimsel Öğrenme	9	35
Diğerleri	6	23
İşbirlikli Öğrenme Yöntemleri	5	19
Modelleme, Problem Çözme	3	11

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.7’ a göre öğretmenlerin en çok tercih ettiği tema “Somutlaştırma ve Görsel Destek” (%50) olarak belirlenmiştir. Bu temada, derslerde somut materyaller, nesneler, çizimler ve diğer görsel materyaller kullanılarak öğrencilerin zihninde canlandırma sağlanmakta ve dersler zenginleştirilmektedir. İkinci en fazla tercih edilen yöntem “Teknolojik Araçlar ve Dijital Uygulamalar” (%46) olarak öne çıkmaktadır. Bu kapsamda, bilgisayar destekli öğretim, akıllı tahta uygulamaları, Geogebra, dinamik geometri yazılımları, simülasyonlar ve diğer interaktif dijital araçlar kullanılarak öğretim süreçlerine teknolojik boyut kazandırılmaktadır. “Uygulamalı Aktiviteler ve Deneyimsel Öğrenme” teması kapsamında, öğrencilerin konuları deneyimleyerek öğrenmelerini sağlamak amacıyla uygulamalı aktiviteler ve oyun temelli öğretim yöntemleri öne çıkarılmıştır. “Diğerleri” teması altında; geriye dönüt yöntemi, sunuş ve buluş yöntemi, soru-cevap yöntemi ve tümevarım yöntemi yer almaktadır. “İşbirlikli Öğrenme Yöntemleri” teması çerçevesinde ise, öğrencilerin derse aktif katılımını desteklemek amacıyla akran öğretimi ve işbirlikli öğrenme yaklaşımlarının kullanıldığı belirtilmiştir. “Modelleme, Problem Çözme” teması kapsamında, matematiksel kavramların somutlaştırılması amacıyla modelleme, problem çözme ve ilgili

uygulamaların kullanılması vurgulanmıştır. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.7: “Dersin başında somut bir şekilde başlarım. Örneğin küplerle ilgili uzamsal kavramları anlatacaksam ya somut ya da sanal manipülatif kullanırım. Ardından yavaş yavaş manipülatiften ayrılarak öğrencilerin zihinlerinde canlandırmaları sağlarım.”

Ö.17: “Yaparak yaşayarak öğrenme oluşmasını sağlamaya çalışıyorum. Öğrencilerin uygulama yapmalarını destekliyorum. Akran öğretimi de bazı durumlarda fazlasıyla işe yarıyor. Öğrenciler arkadaşların ifadelerini anlaşılır bulabiliyor.”

Ö.5: “Zihinde canlandırma için iyi betimlemeye çalışıyorum ve çizim gibi görsel destekler sunuyorum. Benzer nesnelerle örneklendirmeye çalışıyorum.”

“Matematiksel uzamsal kavramları anlatırken hangi materyalleri ve kaynakları kullanıyorsunuz?” sorusu öğretmenlere yöneltilmiş olup, elde edilen verilerden oluşturulan temalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 4.8. Matematiksel uzamsal kavramları anlatırken kullanılan materyaller ve kaynaklar.

Temalar	f	%
Teknolojik Araçlar ve Yazılımlar	21	80
Somut/Fiziksel Materyaller	14	53
Görsel Materyaller	4	15
Ders Kitapları ve Çalışma Kağıtları	3	11
Öğrenci Üretimine Dayalı Yaklaşımlar	1	3

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.8’a göre en çok tercih edilen tema “Teknolojik Araçlar ve Yazılımlar” (%80) olup, bilgisayar, akıllı tahta, Geogebra, dinamik geometri yazılımları (ör. Kubix programı), web 2.0 araçları ve EBA gibi dijital platform ve uygulamaları kapsamaktadır. En çok tercih edilen ikinci tema “Somut/Fiziksel Materyaller” (%53) ise okulda bulunan prizmalar, küpler, geometrik cisimler, kesir çubukları, birim küpler, bloklar, karton, cetvel gibi elle tutulur materyaller; yapbozlar, Lego setleri, örüntü blokları gibi nesneleri içermektedir. “Görsel Materyaller” teması, çizimler, resimler, grafikler, diyagramlar, poster/afiş gibi görsel destek sağlayan materyallerden oluşurken, “Ders Kitapları ve Çalışma Kağıtları” teması, MEB kaynakları, kitaplar, çalışma kağıtları ve benzeri önceden hazırlanmış materyaller kapsamında değerlendirilmektedir. Son olarak, “Öğrenci Üretimine Dayalı Yaklaşımlar” teması, öğretmenlerin öğrencilerin ders kapsamında kendi materyallerini üretmelerini teşvik eden uygulamaları ifade etmektedir. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.17: “Akıllı tahta uygulamaları (geogebra vb.). Okulda bulunan birim küpler, hacim için geometrik cisimler, kesir takımı, geometri tahtası, örüntü blokları, onluk taban blokları, kendi aldığım veya yaptığım materyaller.”

Ö.20: “Genellikle ben bir örneğini gösteririm. Sonra öğrencilerden ona benzer materyalleri kendilerinin üretmelerini isterim ve bu materyalleri kullanırlar. Kendileri yaparak yaşayarak öğrenmiş olurlar.”

Ö.9: “Blokler ve geometrik şekiller, tangramlar ve yapbozlar, görselleştirme için çizim kullanıyorum. Kaynak olarak geogebra'yı kullanıyorum.”

“Matematiksel uzamsal kavramların öğretiminde karşılaştığınız başlıca güçlükler nelerdir? Bu güçlükleri aşmak için hangi çözüm yollarını kullanıyorsunuz?” sorusu, toplam 26 öğretmene yöneltilmiş olup 25’i tarafından yanıtlanmıştır. Elde edilen verilerden oluşturulan temalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 4.9. Matematiksel uzamsal kavramların öğretiminde karşılaşılan güçlükler ve çözüm yolları temaları.

Karşılaşılan Güçlükler Ait Temalar	f	%	Çözüm Yollarına Ait Temalar	f	%
Görselleştirme/Canlandırma ve Soyut Düşünme Zorlukları	19	76	Somitlaştırma Yöntemleri ve Materyal Kullanımı	18	72
Diğer Zorluklar	3	14	Teknolojik Araç ve Yazılım Kullanımı	12	48
Öğrenci Motivasyonu ve Katılım Problemleri	1	4	Aktif Öğretim Yöntemleri ve Grup Çalışmaları	5	20
			Alternatif Anlatım Stratejileri	3	12

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.9’e göre öğretmenler, matematiksel uzamsal kavramların öğretiminde en çok “Görselleştirme/Canlandırma ve Soyut Düşünme Zorlukları” temasını (%76) vurgulamışlardır. Bu tema, öğrencilerin soyut kavramları zihinsel olarak canlandırmada, üç boyutlu düşünmede ve hayal gücünü kullanmada yaşadıkları güçlükleri kapsamaktadır. “Diğer Zorluklar” temasında ise, öğrencilerin daha önce öğrendikleri konularla bağlantı kuramamaları ve sınıfların kalabalık olmasından dolayı uygulama süresinin yetersiz kalması gibi durumları içermektedir.

Öğretmenler, matematiksel uzamsal kavramların öğretiminde uygulanan çözüm yollarında en çok “Somitlaştırma Yöntemleri ve Materyal Kullanımı” (%72) temasını vurgulamıştır. Bu tema, öğrencilerin kavramları zihinsel olarak canlandırmalarına yardımcı olmak amacıyla somut materyaller kullanma stratejisini kapsamaktadır; örneğin, küp gösterimi için lokum, kesir çubukları ve geometrik cisimler bu yaklaşımın temel unsurlarıdır. En çok tercih edilen ikinci tema “Teknolojik Araç ve Yazılım Kullanımı” (%48) olarak belirlenmiştir. Bu tema, akıllı tahta, Geogebra, simülasyonlar, artırılmış/sanal gerçeklik uygulamaları gibi

dijital araçların kullanılmasıyla soyut kavramların görselleştirilmesini kolaylaştırmaktadır. “Aktif Öğretim Yöntemleri ve Grup Çalışmaları” teması, öğrenci katılımını artırmak ve sınıf içi etkileşimi güçlendirmek amacıyla uygulamalı öğrenme, grup çalışmaları, tartışmalar ve aktif katılımı destekleyen yöntemleri içermektedir. “Alternatif Anlatım Stratejileri” teması ise, konuların basitleştirilmesi ve farklı örnekler üzerinden tekrar anlatılması yoluyla, öğrencilerin anlamada zorlandığı kavramların daha anlaşılır hale gelmesine katkıda bulunmaktadır. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.2: “Öğrencinin zihninde canlandırması (özellikle üç boyutlu konularda) çok zor oluyor. Konuya dair elinizde materyal varsa onun üzerinden anlatıyoruz. Yoksa yazılımlardan yararlanıyoruz ya da internetten görsel örneklerine bakıyoruz.”

Ö.4: “Öğrencileri motive etmekte zaman zaman zorlanıyorum. Motivasyonları artırmak için öğretim materyallerinin günlük yaşamla daha çok bağlantısı olmasına dikkat ediyorum.”

Ö.17: “Öğrenciler zihninde canlandıramıyor. Böyle durumlarda mutlaka görsel materyalleri, somut cisimlere ihtiyaç duyuyorum. Öğrencileri aktif olarak derse katmaya çalışıyorum.”

“Matematiksel uzamsal kavramların derste daha etkili öğretilmesi için hangi tür materyallere, öğretim araçlarına, fiziksel koşullara veya okul kaynaklarına ihtiyaç duyuyorsunuz?” sorusu öğretmenlere yöneltilmiş olup, elde edilen verilerden oluşturulan temalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 4.10. Matematiksel uzamsal kavramların etkili öğretilmesi ihtiyaç duyulan kaynaklara ait temalar.

Tema	f	%
Dijital ve İnteraktif Araçlar	18	69
Somut Materyaller ve Fiziksel Nesneler	14	54
Alternatif ve Ek Öğretim Materyalleri	6	23
Fiziksel Koşullar ve Sınıf Düzenlemeleri	5	19
Kurumsal Destek ve Müfredat İyileştirmeleri	2	7

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.10’ye göre öğretmenler tarafından en çok vurgulanan tema “Dijital ve İnteraktif Araçlar” (%69) olmuştur. Bu tema kapsamında akıllı tahta, Geogebra, dinamik geometri yazılımları, interaktif dijital araçlar, internet ve Web 2.0 uygulamalarına vurgu yapılmıştır. “Somut Materyaller ve Fiziksel Nesneler” teması (%54) en çok vurgulanan ikinci tema olmuştur. Üç boyutlu modeller, geometrik bloklar, cetvel setleri, geometrik şekiller, birim küpler, geometrik setler ve cisim modelleri gibi somut materyaller öne çıkmaktadır. “Alternatif ve Ek Öğretim Materyalleri” teması kapsamında tangram, puzzle setleri, origami ve çalışma yaprakları gibi alternatif kaynaklar önerilmiştir. “Fiziksel Koşullar ve Sınıf Düzenlemeleri”

teması, sınıf içindeki fiziksel koşulların öğretim kalitesi üzerindeki etkisini vurgulamaktadır. Bu tema, uygun sınıf düzenlemeleri, geniş ve düzenli sınıf ortamları, öğrenci mevcudu ve sınıf perdeleri gibi unsurları içermektedir. “Kurumsal Destek ve Müfredat İyileştirmeleri” temasında ise müfredatın sadeleştirilmesi, ders programlarında kazanımlara yönelik yeterli zamanın ayrılması ve öğretmenlere yönelik eğitimlerin verilmesi gibi yapısal düzenlemeler ihtiyaç olarak belirtilmiştir. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.7: “Bence okullarda her konuya en az bir materyal bulunmalı çünkü öğrenciler bu sayede derste hem eğleniyor hem de öğrenmeleri kolaylaşıyor. Sanal manipülatif açısından da ben karşılaşmadım ancak öğretmen arkadaşlarımdan bazı sınıflarda akıllı tahtaların çalışmadığını duydum. Bu durum kesinlikle düzeltilmeli. Ayrıca 3D gözlüklü zspace gibi materyaller öğrenciler için çok ilgi çekici ve faydalı olabiliyor.”

Ö.17: “Örneğin küpün köşegeni için sınıfımızı küp olarak düşünüyoruz. Bu bile yeterli olabiliyor. Konum için sınıfta veya bahçede belirlenen yeri buluyoruz. Yani öğrencilerin hareketli olması yeterli olabiliyor. Okuldaki matematik materyallerini kullanıyorum çoğunlukla. Akıllı tahta üzerindeki hareketli küplerle cisimlerin farklı açılardan görünümünü buluyoruz örneğin. Bazen öğrencilerle birlikte kendi materyallerimizi oluşturuyoruz.”

Ö.22: “Müfredatın sadeleştirmesinin ve öğretmene kavram öğretimi için ihtiyaç olan zamanın verilmesi gerektiğini düşünüyorum. Zamanı sınırlı olması ve kazanımların istenen zamanda verilmesinin gerekliliği bizleri bu anlamda sınırlı düşünmeye itmektedir. Okullarda matematik sınıflarının olması önemli etkiye sahip olacaktır. Sınıftaki öğrenci sayılarının fazla olması da süreci etkilemektedir. Ayrıca öğretmenlere materyal kullanımı ile ilgili etkili ve uygulanabilir eğitimler verilebilir.”

“Matematiksel uzamsal kavramlar öğrencilerin matematik derslerine ilgisini artırıyor mu? Bu konuda yaşadığınız gözlemlerden örnekler verebilir misiniz?” sorusuna verilen yanıtlar incelenmiş ve aşağıdaki temalar Tablo 4.11’te belirtilmiştir.

Tablo 4.11. Matematiksel uzamsal kavramlar matematik derslerine etkisine ait temalar.

Tema	f	%
Pozitif Etki	15	58
Duruma Bağlı Etki	7	27
Negatif Etki	4	15

Tablo 4.11’e göre öğretmenlerin %58’i, matematiksel uzamsal kavramların matematik derslerinde ilgiyi artırdığını belirtmiştir. Bu öğretmenler, soyut kavramları somut örneklerle (örneğin geometrik şekillerin inşası, modeller, çizimler ve dijital içerikler) anlattıklarında;

günlük nesneler ile desteklediklerinde ya da oyunla öğrenme yöntemlerini uyguladıklarında öğrencilerin derse olan ilgisinin arttığını ifade etmişlerdir.

Araştırmada, öğretmenlerin %27'si duruma bağlı etkilerin öğrencinin bireysel özelliklerine ve sınıf seviyesine bağlı olarak değiştiğini belirtmiştir. Bu görüşe göre, bazı öğrencilerde ilgi artarken bazı öğrencilerde zorlanma ve ilgisizlik gözlenmektedir.

Son olarak, öğretmenlerin %15'i, bazı öğrencilerde motivasyon kaybına veya dersin zorlaşmasına yol açan negatif etkileri vurgulamıştır. Bu görüşte, özellikle uzamsal düşünme becerilerinin yeterince gelişmediği durumlarda öğrencilerin matematik dersine olan ilgisinin azalabileceği ifade edilmektedir. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.5: “Öğrenci özelinde bir soru, öğrenci uzamsal düşünmeye yatkın ve seviyesi yeterli ise matematikte yeni bir keşif gibi mutlu oluyor. Fakat öğrenci seviyesi uygun değilse çok zor diye nitelendirip geri çekiyor kendini.”

Ö.7: “Kesinlikle arttırdığını düşünüyorum. Öğrenciler rutin olan sorularda sıralı işlemleri yapmaktan sıkılıyorlar. Ancak uzamsal düşünme gerektiren sorularda dersi dinlemeyen öğrenciler bile fikir belirtiyor.”

Ö.18: “Öğrencilerin ilgisini artırmıyor, bilakis öğrenciler üç boyutlu düşünemediği için daha da matematikten soğuyorlar.”

“Öğrencileriniz, uzamsal kavramları öğrenirken genellikle hangi noktalarda zorlanıyorlar?” sorusuna verilen yanıtlar incelenmiş ve aşağıdaki temalar Tablo 4.12’te belirtilmiştir.

Tablo 4.12. Matematiksel uzamsal kavramları öğretirken karşılaşılan zorluklara ait temalar.

Temalar	f	%
Zihinsel Temsil Zorlukları	18	69
Somutlaştırma Zorlukları	6	23
Perspektif ve Döndürme Zorlukları	4	15
Soyut Düşünme Zorlukları	4	15
Diğer Zorluklar	3	12

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.12’teki öğretmen görüşlerine göre, öğrencilerin uzamsal kavramları öğrenirken karşılaştıkları zorluklar beş ana kategoriye ayrılmıştır. “Zihinsel Temsil Zorlukları” teması (%69) en çok tercih edilen kategori olmuştur. Bu temaya göre, öğrenciler üç boyutlu nesneleri zihinde canlandırmak, detaylı görsel temsil oluşturmak ve hayal gücünü kullanmakta güçlük çekmektedir. “Somutlaştırma Zorlukları” teması, öğrencilerin soyut kavramları somut

örneklerle destekleyip çizim yapmada yaşadıkları güçlükleri ifade etmektedir. “Perspektif ve Döndürme” teması, öğrencilerin nesneleri döndürme ile ilgili yaşadıkları problemler ile farklı açılardan bakma durumlarını kapsamaktadır. “Soyut Düşünme ve Soyut Kavramları Anlama” teması, soyut düşünme süreçleri ve soyut kavramların kavranmasında yaşanan zorlukları ortaya koymaktadır. Son olarak, “Diğer Zorluklar” teması, öğrencilerin bağlamı anlama, muhakeme yapma ve problem çözme süreçlerinde yaşadıkları genel zorlukları içermektedir. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.4: “Sayıların en büyük, en küçük olması durumu, üç boyutlu cisimlerin açık halleri verilince kapalı hallerini zihinsel olarak canlandırmada zorluk yaşıyorlar.”

Ö.24: “Üç boyutlu düşünmede, hayalinde canlandırmada zorlanıyorlar.”

Ö.25: “Öğrenciler matematik soruları kolayca bulma eğilimindedir. O yüzden süre gereken çizim ve model yapmak zor gelmektedir.”

“Matematiksel uzamsal kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin öğrenme sürecine etkileri hakkında ne düşünüyorsunuz?” sorusuna verilen yanıtlar incelenmiş ve temalar Tablo 4.13’te belirtilmiştir.

Tablo 4.13. Matematiksel uzamsal kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin öğrenme sürecine etkilerine ait temalar.

Tema	f	%
İlgi ve Motivasyonu Arttırma	10	38
Genel Olumlu Etki	10	38
Somitlaştırma ve Görselleştirme Kolaylığı	6	23
Hızlı ve Kolay Öğrenme	5	19
Kalıcı Öğrenme	5	19

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.13’e göre en çok tercih edilen temalar “İlgi ve Motivasyon Arttırma” (%38) ile “Genel Olumlu Etki” (%38) olarak belirlenmiştir. “İlgi ve Motivasyon Arttırma” temasında, günlük yaşam örnekleri kullanılarak öğrencilerin derse olan ilgisi ve motivasyonunun artırıldığı belirtilmiştir. Öğretmenlerin yanıtlarına göre, bu yaklaşım öğrencilerin merak duygusunu tetikleyerek, ders sırasında daha aktif katılım sağlamalarına ve öğrenme sürecine istekle yaklaşmalarına neden olmaktadır. “Genel Olumlu Etki” temasında ise, matematiğin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi, tüm unsurların birleşimiyle genel olarak olumlu bir etki yaratmakta ve öğrencilerin derslere olan katılımını artırmaktadır. “Somitlaştırma ve Görselleştirme Kolaylığı” temasında, soyut matematik kavramlarının günlük hayattan alınan örneklerle somutlaştırıldığı ve öğrencilerin bu kavramları zihinsel olarak görselleştirmelerinin kolaylaştığı vurgulanmaktadır. “Hızlı ve Kolay Öğrenme” temasında, gerçek hayattan alınan örnekler

öğrenme sürecinin hızlanmasına ve konuların daha kolay kavranmasına yardımcı olmaktadır. “Kalıcı Öğrenme” temasında ise, öğrenilen bilgilerin uzun süre hafızada kalmasına ve kavramların içselleştirilmesine destek sağlandığı belirtilmektedir. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.4: “Günlük yaşamla ilişkilendirdiklerinde öğrenciler için yaparak yaşayarak yani kalıcı bir öğrenim sağlamasını düşünüyorum.”

Ö.17: “Kesinlikle olumlu etkileri olmakta. Hem dikkatlerini çekmekte hem de anlamalarını kolaylaştırmakta. Şu an uyguladığımız maarif modelinde bunun pozitif yönleri görülüyor.”

Ö.3: “Öğrenme sürecini hızlandırıyor. Hayal edip ya da görerek daha hızlı öğrenme sağlanıyor.”

“Derslerde kullandığınız soruların uzamsal düşünme becerilerini gerektirip gerektirmediğini dikkate alıyor musunuz? Bu tür soruların tasarımında hangi kriterleri göz önünde bulunduruyorsunuz?” sorusuna verilen yanıtlar incelenmiş ve oluşturulan temalar Tablo 4.14 da belirtilmiştir.

Tablo 4.14. Derslerde kullanılan soruların uzamsal düşünme becerilerini içermesine ait temalar.

Temalar	f	%
Dikkate Alıyorum	16	62
Belirsiz	7	27
Dikkate Almıyorum	3	11

Tablo 4.14’ya göre öğretmenler tarafından en çok tercih edilen tema “Dikkate alıyorum” (%62) teması olup, öğretmenler derslerde kullanılan soruların uzamsal düşünme becerilerini gerektirip gerektirmediğini değerlendirirken, gerçek yaşam durumlarına uygun sorular seçtiklerini; çevresel faktörleri, öğrenci seviyelerini, hazır bulunuşluk düzeylerini ve kültürel etkileri göz önünde bulundurdıklarını belirtmişlerdir. “Belirsiz” (%27) temasında, öğretmenlerin konunun uzamsal olup olmamasına dikkat ettikleri ve duruma uygun şekilde materyal ya da teknoloji kullanımına yöneldikleri belirtilmiştir. “Dikkate almıyorum” (%11) kategorisi ise, her konunun uzamsal düşünme gerektirmediği düşüncesini ifade etmektedir. Bu soruya ait öğretmen görüşlerinden bazıları şu şekildedir:

Ö.22: “Kesinlikle dikkate alıyorum. Özellikle zihinlerinde mevcut bir şablonla özdeşleştirilebilecek anlamlı sorular yönlendiriyorum ya da birbiriyle tartışmalarını sağlamaya çalışıyorum. Akranların anlamlı tartışmalarının birbirlerine iyi geldiğini

düşünüyorum. Benzer süreçlerde olmaları etkiyi artırıyor. Sorularla konuyu farklı yönlerden ele almalarını sağlamaya çalışıyorum.”

Ö.11: *“Hayır almıyorum. Her konuda uzamsallık yakalayamayız.”*

Ö.10: *“Her konuda dikkate almıyorum. Ama bazı konularda dinamik geometrik yazılımları kullanıyorum.”*

“Derslerde kullandığınız soruların türlerini nasıl kategorize edersiniz? Örneğin, görsel, kelime tabanlı, sembolik gibi farklı türlerden hangilerine ağırlık veriyorsunuz? Sizce hangi tür sorular öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerine daha fazla katkı sağlar ve neden?” sorusuna verilen yanıtlar incelenmiş ve Tablo 4.15 ve Tablo 4.16’de frekans tabloları ortaya çıkmıştır.

Tablo 4.15.Derste kullanılan soru türleri frekans tablosu.

Soru Türleri	f	%
Görsel sorular	21	80
Sembolik sorular	12	46
Kelime soruları	11	42

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.16.Uzamsal düşünmeyi destekleyen soru türleri frekans tablosu.

Soru Türleri	f	%
Görsel sorular	23	88
Sembolik sorular	12	46
Kelime soruları	8	30

Öğretmen yanıtları birden fazla temayı içerebilmektedir.

Tablo 4.15 ve Tablo 4.16’e göre öğretmenler, derslerinde en çok görsel soru türlerini (%80) kullandıklarını belirtmiş; bu kategoriye tablo ve grafik soruları da dahil edilmiştir. Sembolik soru türleri %46, kelime soruları ise %42 oranında ifade edilmiştir. Bu veriler, öğretmenlerin derslerinde uzamsal düşünme becerilerini desteklemek amacıyla soru tasarımında çeşitliliğe dikkat ettiklerini göstermektedir. Ayrıca, uzamsal düşünmeyi geliştirdiği düşünülen soru türleri benzer bir sıralama izlerken, görsel soru türüne yapılan vurgu artmış, kelime sorularının yüzdesel oranı ise azalmıştır.

Ö.12: *“Kullandığım sorularda tüm soru türlerine yer vermeye çalışıyorum. Fakat görsel ve sembolik soru türleri uzamsal düşünme becerisini daha fazla katkı yapabilir.”*

Ö.16: *“Kelime tabanlı soruları kullanmaya çalışıyorum. Kelime tabağını sorularda sorunun görseli tamamen öğrenciye özel oluyor. Sorular tamamen öğrencinin uzamsal becerileri kadar anlaşılıyor ve cevaplanıyor.”*

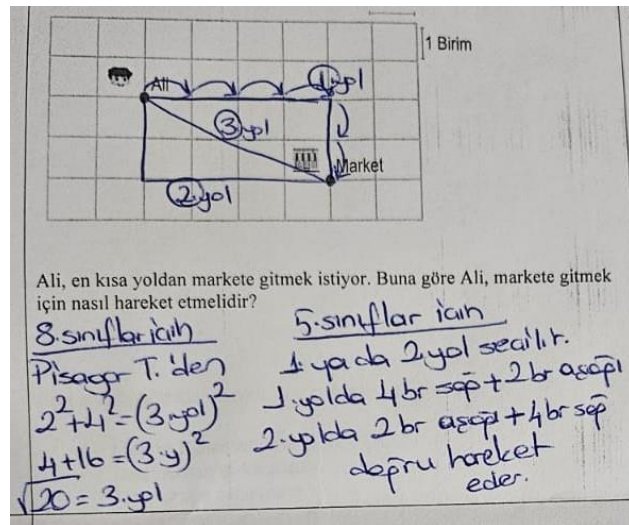
Ö.17: “Görsel öğelere ağırlık vermekteyim. Hem soruyu anlamak için hem çözüm sürecini kolaylaştırmak için çok faydalı, anlaşılır, kolaylaştırıcı olduğunu düşünüyorum. Görsel ve sembolik türler uzamsal düşünme becerisini geliştirir bana kalırsa.”

Başarı testine ilişkin soruların öğretmenlerce nasıl değerlendirildiğini anlamaya yönelik çalışmaya 26 öğretmen katılmıştır. Ancak bir öğretmenin soruları yanıtlamaya katılım göstermemesi nedeniyle analizler, 25 öğretmenin verileri üzerinden yürütülmüştür.

Birinci sorunun çözümünden elde edilen verilere göre, tüm öğretmenler “sağ, sol, yukarı, aşağı” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeleri kullanan öğretmenlerin %64’ü ($f = 16$) birden fazla yol alternatifini göstermeleri gerektiğini vurgulamıştır. Ayrıca, sadece 1 öğretmen “doğu, batı, kuzey, güney” ifadelerini tercih ederken, 3 öğretmen Pisagor bağıntısını çözüm yolunu belirtmek amacıyla kullanmıştır.

Ayrıca 1. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 11’i “çok kolaydı”, 11’i “kolay sayılırdı”, 1’i “ne kolaydı ne zordu”, 3’ü ise “zor sayılırdı” şeklinde değerlendirme yapmış; hiçbir öğretmen “çok zor” seçeneğini işaretlememiştir. Yine 1. soruya ilişkin olarak “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 3’ü “kesinlikle evet”, 20’si “evet” yanıtını vermiş; 3’ü “hayır” demiş ve hiçbirisi “kesinlikle hayır” seçeneğini işaretlememiştir. Bu soruda uzamsal düşünmenin varlığı genel olarak kabul edilmiştir.

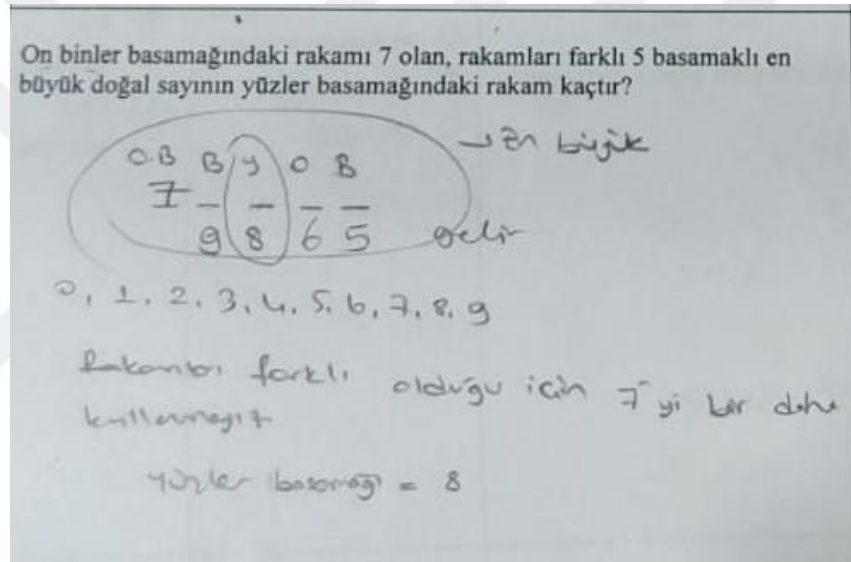
Ö.5 tarafından 1. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.1’de sunulmuştur. Bu örnekte, farklı sınıf seviyelerine göre probleme farklı matematiksel yaklaşımlar kullanılarak çözüm üretildiği görülmektedir.



Şekil 4.1. Ö.2.1 cevabı.

İkinci sorunun çözümünden elde edilen verilere göre, tüm öğretmenler soru çözümünde basamakların yerini belirlemek amacıyla çizgi ($f=23$), nokta ($f=1$) veya kutu ($f=1$) kullanmışlardır. Öğretmenlerin %32'si ($f=8$) ise bölük kavramını vurgulamıştır.

2. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 1'i “çok kolaydı”, 8'i “kolay sayılırdı”, 13'ü “ne kolaydı ne zordu”, 4'ü ise “zor sayılırdı” şeklinde yanıtlamış; hiçbir öğretmen bu soruyu “çok zor” olarak değerlendirmemiştir. Ayrıca 2. soruda “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 6'sı “evet”, 6'sı “kararsızım”, 14'ü “hayır” demiş; “kesinlikle evet” ya da “kesinlikle hayır” diyen olmamıştır. Bu durum, sorunun uzamsal düşünme içerip içermediği konusunda öğretmenlerin kararsız ya da olumsuz eğilimde olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.2. Ö.4.2 cevabı.

Üçüncü sorunun çözümünden elde edilen verilere göre, tüm öğretmenler soru çözümüne sağ taraftan ya da bilinmeyen olmayan taraftan işleme başladıklarını belirtmişlerdir. Sorunun devamında, öğretmenlerin %24'ü ($f=6$) “İki tarafa da 27 ekleyelim.”, %40'ı ($f=10$) “-27 eşitliğin diğer tarafa +27 olarak geçer.” ve %36'sı ($f=9$) “hangi sayının 27 eksiği 9 yapar?” ifadelerini kullanmışlardır.

3. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 1'i “çok kolaydı”, 11'i “kolay sayılırdı”, 9'u “ne kolaydı ne zordu”, 5'i ise “zor sayılırdı” şeklinde yanıtlamış; hiçbir öğretmen bu soruyu “çok zor” olarak değerlendirmemiştir. Ayrıca 3. soruda “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 1'i “kesinlikle evet”, 3'ü “evet”, 9'u “kararsızım”, 12'si “hayır” ve 1'i

“kesinlikle hayır” yanıtını vermiştir. Bu sonuç, bu sorunun büyük ölçüde uzamsal düşünme gerektirmediği yönünde bir görüş birliği olduğunu göstermektedir.

Ö.3 tarafından 3. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.3’de sunulmuştur. Bu örnekte, “iki tarafa da 27 sayısını ekleriz” ifadesinin kullanıldığı görülmektedir.

$\Delta - 27 = 72 : 8$
Yukarıdaki eşitlikte yer alan " Δ " yerine hangi doğal sayı gelmelidir?
Bilinmeyen olmayan tarafa işleme
başlarız.
 $72 : 8 = 9$
 $\Delta - 27 = 9$
Her iki tarafa 27 ekleriz.
 $\Delta - 27 + 27 = 9 + 27$
 $\Delta = 36$ bulunur.

Şekil 4.3. Ö.3.3 cevabı.

Ö.24 tarafından 3. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.4’te sunulmuştur. Bu örnekte, “-27 sayısı, eşitliğin karşı tarafına +27 olarak geçiyor” ifadesinin kullanıldığı görülmektedir.

Yukarıdaki eşitlikte yer alan " Δ " yerine hangi doğal sayı gelmelidir?
 $\Delta - 27 = 9$
 $\Delta = 9 + 27$
 $\Delta = 36$
Eşitliğin bir tara-
fında bilinmeyen oldu-
ğu için önce diğer
tarafının sonucunu
buluyoruz. Sonra: (-27) eşitliğin karşı-
sınan $+27$ olarak geçiyor. 9 ile
toplayıp, bilinmeyeni buluyoruz.

Şekil 4.4. Ö.24.3 cevabı.

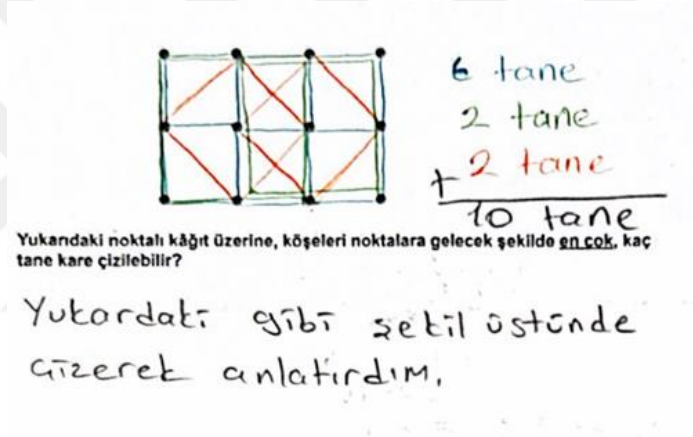
Ö.16 tarafından 3. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.5’te sunulmuştur. Bu örnekte, “hangi sayıdan 27 çıkarsa cevap 9 olur” ifadesinin kullanıldığı görülmektedir.

$\Delta - 27 = 72 : 8$
Yukarıdaki eşitlikte yer alan " Δ " yerine hangi doğal sayı gelmelidir?
Öncelikle işleme sağ tarafın cevabını bulalım
 $72 : 8 = 9$ şimdiki harfi sayıdan 27 çıkarırsam
cevabı 9 olur. 27 üzerine 9 sayalım
Cevabımı 36 eder

Şekil 4.5. Ö.16.3 cevabı.

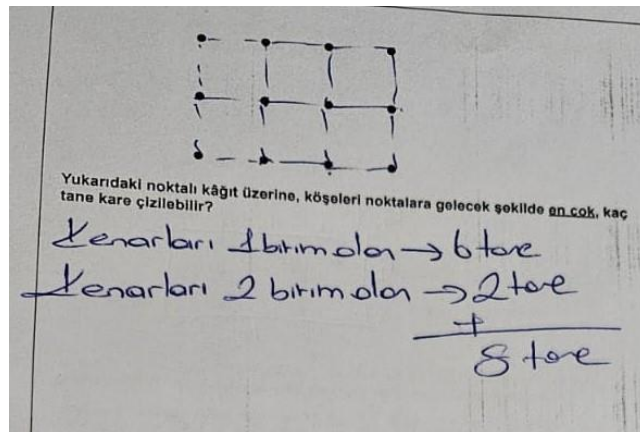
Dördüncü sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin tamamı soruyu çizerek anlatacaklarını ifade etmiştir. Öğretmenlerin %64'ü ($f=16$) sorunun cevabını 8 olarak belirtmiştir. %20'si ($f=5$) ise “oluşabilecek tüm kereleri tek tek çizdiririm” veya “deneme yanılma yolu ile anlatırım” gibi ifadeler kullanarak net bir sonuç belirtmemiştir. Sorunun doğru cevabını 10 olarak bulan öğretmenlerin oranı ise %24'tür ($f=4$).

4. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 1'i “çok kolaydı”, hiçbirisi “kolay sayılırdı” seçeneğini işaretlememiş; 9'u “ne kolaydı ne zordu”, 13'ü “zor sayılırdı” ve 3'ü “çok zor” yanıtını vermiştir. Ayrıca 4. soruya ilişkin olarak “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 13'ü “kesinlikle evet”, 10'u “evet”, 2'si “kararsızım” ve 1'i “hayır” şeklinde değerlendirme yapmış; “kesinlikle hayır” diyen olmamıştır.



Şekil 4.6. Ö.9.4 cevabı.

Ö.2 tarafından 4. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.7'de sunulmuştur. Bu örnekte, sorunun kısmi olarak yanıtladığı görülmektedir.

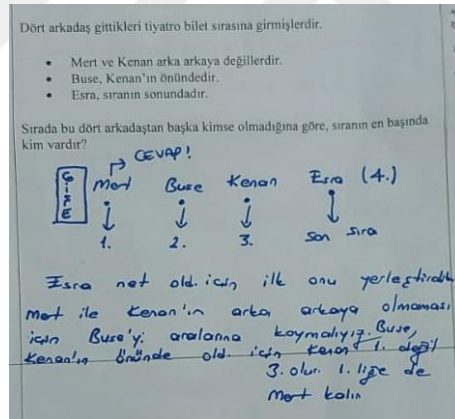


Şekil 4.7. Ö.2.4 cevabı.

Beşinci sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %56'sı ($f=14$) soruyu çözerken ön kısmı ya da birinciye sol tarafta ifade etmiştir. Öğretmenlerin %25'i ($f=5$) ise öğrencileri tahtaya kaldırarak benzetim yöntemi uygulama veya tartışma yöntemiyle soruyu öğrencilere anlatacaklarını belirtirken, %16'sı ($f=4$) ön kısmı ya da birinciye sağ tarafta olacak şekilde sıralamıştır. Öğretmenlerin %10'u ($f=2$) ise ön kısmı ya da birinciye yukarıdan aşağıya doğru sıralamıştır.

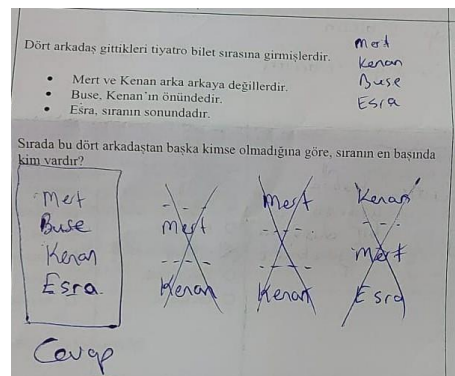
5. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 2'si “çok kolaydı”, 8'i “kolay sayılırdı”, 6'sı “ne kolaydı ne zordu”, 8'i “zor sayılırdı” ve 2'si “çok zor” olarak değerlendirme yapmıştır. Ayrıca 5. soruda “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 5'i “kesinlikle evet”, 15'i “evet”, 5'i “kararsızım” ve 1'i “hayır” demiştir. Bu da uzamsal düşünmenin orta düzeyde gerekli görüldüğünü göstermektedir.

Ö.24 tarafından 5. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.8'de sunulmuştur. İlgili örnekte, öğelerin sıralaması soldan sağa doğru olacak şekilde gerçekleştirilmiştir.



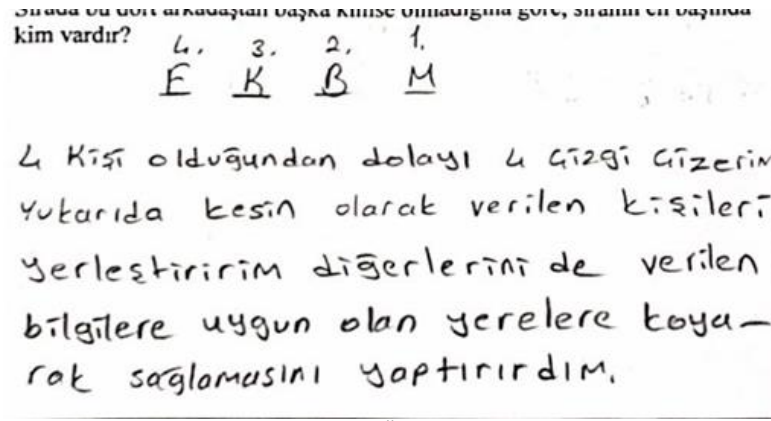
Şekil 4.8. Ö.24.5 cevabı.

Ö.25 tarafından 5. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.9'da sunulmuştur. Bu örnekte sıralama, yukarıdan aşağıya doğru olacak şekilde gerçekleştirilmiştir.



Şekil 4.9. Ö.25.5 cevabı.

Ö.9 tarafında 5. soruya verilen cevap Şekil 4.10’da sunulmuştur. Bu örnekte sıralama, sağdan sola doğru olacak şekilde gerçekleştirilmiştir.

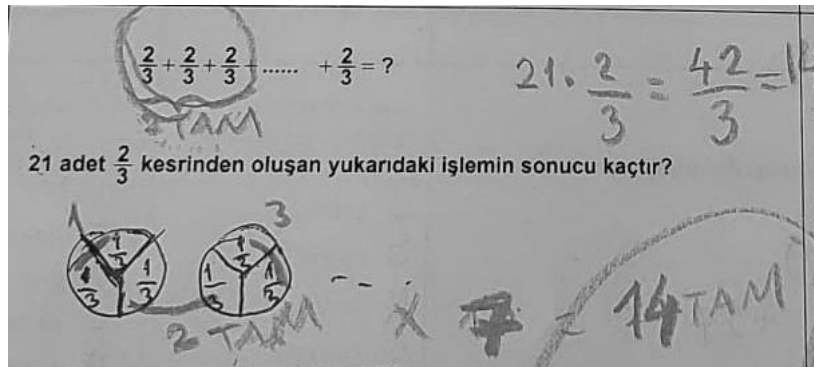


Şekil 4.10. Ö.9.5 cevabı.

Altıncı sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %92’si ($f=23$) “21.2/3” ifadesini kullanırken, %56’sı çarpmanın tekrarlı toplama olduğu ifadesini vurgulamıştır. Öğretmenlerin %10’u ($f=2$) modelleme yöntemiyle soruyu çözeceklerini ifade etmiş ancak sonuç belirtmemiştir. %12’si ($f=3$) ise şekil çizerek çözüme ulaşmıştır.

6. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 2’si “çok kolaydı”, 12’si “kolay sayılırdı”, 9’u “ne kolaydı ne zordu”, 2’si “zor sayılırdı” ve 1’i “çok zor” yanıtını vermiştir. Ayrıca 6. soruda “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 2’si “kesinlikle evet”, 3’ü “evet”, 9’u “kararsızım”, 10’u “hayır” ve 2’si “kesinlikle hayır” yanıtını vermiştir.

Ö.25 tarafından 6. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.11’de sunulmuştur. Bu örnekte hem şekil üzerinden anlatım yapıldığı hem de kesirlerde çarpma işlemi yönteminin kullanıldığı görülmektedir.



Şekil 4.11. Ö.25.6 cevabı.

Ö.17 tarafından 6. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.12’de sunulmuştur. Bu örnekte, öncelikle sorunun basitleştirilerek anlatıldığı, ardından tekrarlı toplamının çarpma işlemiyle nasıl ilişkilendirildiğinin açıklandığı görülmektedir.

Çözüm için tek tek toplama yapmak uzun olacaktır.
 Direkt çözüme geçmeden önce küçük bir bilim ()
 gerinde kısa yol gösterimi anlatılır.
 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ yani $2 \times \frac{2}{3}$
 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$ yani $3 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$ Daha sonra
 çözüme geçilir
 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3} = 21 \times \frac{2}{3} = \frac{42}{3} = 14$

Şekil 4.12. Ö.17.6 cevabı.

Yedinci sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %28’i ($f=7$) oluşan tüm dikdörtgenleri çizerek, %48’i ($f=12$) tek bir dikdörtgen üzerinden, %24’ü ($f=6$) ise dikdörtgen çizmeden yalnızca sayılar üzerinden çözüm yapmıştır.

7. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin hiçbiri “çok kolaydı” yanıtını vermemiştir; 5’i “kolay sayılırdı”, 13’ü “ne kolaydı ne zordu”, 7’si “zor sayılırdı” ve 1’i “çok zor” olarak değerlendirmiştir. Ayrıca 7. soruya ilişkin olarak “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 3’ü “kesinlikle evet”, 17’si “evet”, 4’ü “kararsızım” ve 2’si “hayır” şeklinde görüş belirtmiştir; “kesinlikle hayır” diyen öğretmen bulunmamaktadır. Bu da uzamsal düşünmenin kısmen gerekli görüldüğünü göstermektedir.

Ö.24 tarafından 7. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.13’te sunulmuştur. Bu örnekte, herhangi bir görsel kullanılmadan, “ $k + u = 11$ ” şeklindeki cebirsel ifade aracılığıyla çözüm yolunun açıklandığı görülmektedir.

Kenar uzunlukları birer doğal sayı ve çevre uzunluğu 22 birim olan kaç farklı dikdörtgen oluşturulabilir?

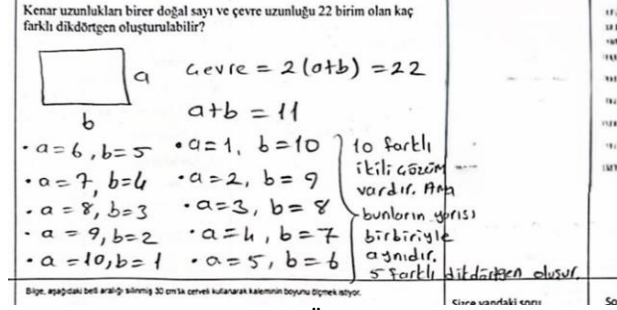
Dik. Çev. = 2 kısa + 2 uzun kenar old. için
 $G = 22$ birimi 2'ye böleriz.
 Uzun ve kısa kenarın toplamını 11 olarak buluruz.
 $k + u = 11$

1	10
2	9
3	8
4	7
5	6

 } olacak şekilde bu toplamı veren sayıları buluruz. Cevap: 5.

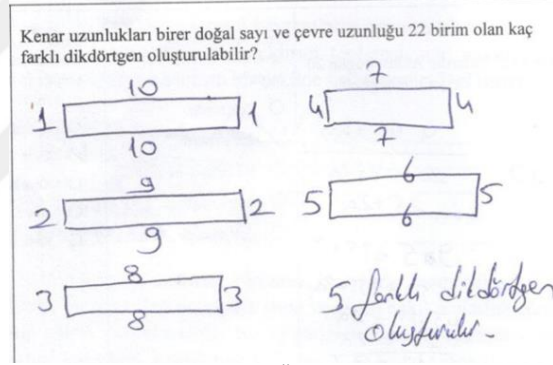
Şekil 4.13. Ö.24.7 cevabı.

Ö.9 tarafından 7. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.14'te sunulmuştur. Bu örnekte, tek bir dikdörtgen görseli kullanıldığı ve çözüm sürecinin cebirsel ifadelerle desteklenerek açıklandığı görülmektedir.



Şekil 4.14. Ö.9.7 cevabı.

Ö.18 tarafından 7. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.15'te sunulmuştur. Bu örnekte, çözüm sürecinde elde edilebilecek tüm dikdörtgen şekillerinin tek tek çizilerek görsel destekli bir anlatım yapıldığı görülmektedir.

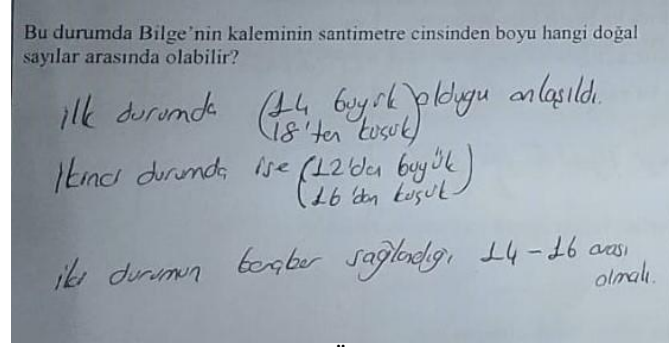


Şekil 4.15. Ö.18.7 cevabı.

Sekizinci sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %36'sı ($f=9$) şekil üzerinde gösterim yaparken, %44'ü ($f=11$) aralık ifadesi kullanmış, %40'ı ($f=10$) büyük küçük sembollerini kullanmış ve %12'si ($f=3$) ise yalnızca soruyu yorumlayarak nasıl anlatacaklarını belirtmiştir.

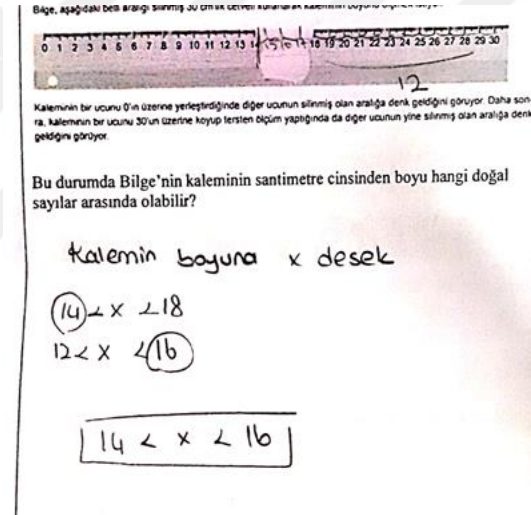
8. soruya ilişkin olarak "Soru öğrenciler için ne kadar zordu?" sorusuna öğretmenlerin hiçbiri "çok kolaydı" yanıtını vermemiş, yalnızca 1'i "kolay sayılırdı" demiş; 6'sı "ne kolaydı ne zordu", 16'sı "zor sayılırdı" ve 3'ü "çok zor" olarak belirtmiştir. Ayrıca 8. soruya ilişkin olarak "Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?" sorusuna öğretmenlerin 6'sı "kesinlikle evet", 15'i "evet", 2'si "kararsızım", 3'ü "hayır" demiştir. Bu dağılım, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun bu soruda uzamsal düşünmenin yer aldığını düşündüğünü göstermektedir.

Ö.16 tarafından 8. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.16’da sunulmuştur. Bu örnekte büyük, küçük ve arasında ifadelerinin kullanıldığı görülmektedir.



Şekil 4.16. Ö.26.8 cevabı.

Ö.14 tarafından 8. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.17’de sunulmuştur. Bu örnekte büyük ve küçük sembollerinin kullanıldığı görülmektedir.



Şekil 4.17. Ö.14.8 cevabı.

Dokuzuncu sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin tamamı ($f=25$) çarpma işleminin özellikleri yardımı ile soruyu çözümlemişlerdir.

9. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin 4’ü “çok kolaydı”, 12’si “kolay sayılırdı”, 5’i “ne kolaydı ne zordu”, 5’i ise “zor sayılırdı” şeklinde değerlendirme yapmış; bu soruya “çok zor” diyen öğretmen olmamıştır. Ayrıca 9. soruda “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 1’i “kesinlikle evet”, 6’sı “evet”, 1’i “kararsızım”, 14’ü “hayır” ve 4’ü “kesinlikle hayır” şeklinde değerlendirme yapmıştır. Bu sonuç, öğretmenlerin çoğunun bu sorunun uzamsal düşünme içermediği görüşünde olduğunu ortaya koymaktadır.

$$\begin{aligned}
 AB \times (27 \times 23) &= 23 \times (36 \times 27) \text{ eşitliğinde } A \times B \text{ kaçtır?} \\
 &= 23 \times (27 \times 36) \\
 &= (23 \times 27) \times 36 \\
 &= 36 \times (23 \times 27) \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad AB \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad 3 \times 6 = 18
 \end{aligned}$$

Çarpma işleminin değişme özelliğinden yararlandık.

Şekil 4.18. Ö.1.9 cevabı.

Onuncu sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %80'i ($f=20$) denklemleri kullanarak soruyu çözerken (bir öğretmen harf kullanmak yerine kutu sembolü kullanmıştır), %20'si ise denklem kurmadan problemi çözmeyi tercih etmiştir.

10. soruya ilişkin olarak "Soru öğrenciler için ne kadar zordu?" sorusuna öğretmenlerin hiçbirisi "çok kolaydı" yanıtını vermemiştir; 4'ü "kolay sayılırdı", 6'sı "ne kolaydı ne zordu", 12'si "zor sayılırdı" ve 4'ü "çok zor" olarak değerlendirmiştir. Ayrıca 10. soruya ilişkin olarak "Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?" sorusuna öğretmenlerin 2'si "kesinlikle evet", 9'u "evet", 6'sı "kararsızım", 9'u "hayır" yanıtını vermiş; "kesinlikle hayır" yanıtı ise hiç verilmemiştir. Bu dağılım, öğretmenlerin bu soruya ilişkin görüşlerinin oldukça dağılmış olduğunu göstermektedir.

Ö.9 tarafından 10. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.19'da sunulmuştur. Bu örnekte, sorunun çözümünde denklem kurma yönteminin kullanıldığı görülmektedir.

10
 $\frac{1}{4}$ ü kadar

Derya'nın bugünkü yaşı ablasının yaşının $\frac{1}{4}$ 'te kadardır. Ablası bugün 20 yaşında olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı Derya'nın bugünkü yaşının 9 katı olur?

Derya	Ablası
5	20
x yıl $\left(\begin{array}{l} \downarrow \\ 5+x \end{array} \right)$	$\left. \begin{array}{l} \downarrow \\ 20+x \end{array} \right\} x \text{ yıl}$
$25 + 2x = 45$ $2x = 20 \Rightarrow x = 10$	

Şekil 4.19. Ö.9.10 cevabı

Ö.16 tarafından 10. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.20'de sunulmuştur. Bu örnekte, sorunun çözümünde sayısal işlemlerle birlikte sözel açıklamalara yer verildiği görülmektedir.

Derya'nın bugünkü yaşı ablasının yaşının çeyreği kadardır. Ablası bugün 20 yaşında olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı Derya'nın bugünkü yaşının 9 katı olur?

Geyrek etmek denildiğinde ne yaparız. Evet 4'e bölelim. $20:4=5$ derya 5 yaşında. Peki 9 katı ne demek? $5 \cdot 9 = 45$ bulmamız lazım. Şu anki yaşları toplamı 25 buna kaç yaş eklemeliyiz 20 yaş lazım. her yıl 1 deryadan 1 ablasında peşpeşine göre 10 yıl yeterli benim için

(10)

Şekil 4.20. Ö.16.10 cevabı.

On birinci sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %44'ü ($f=11$) şekil üzerinde işaretleme ve açıklama yaparak soruyu çözerken, %56'sı ($f=14$) küpün boyalı yüzlerini yorumlayarak ve tarif ederek soruyu çözmüştür. Öğretmenler, soruyu çözerken örnek model kullanılması gerektiğini vurgulamıştır.

11. soruya ilişkin olarak “Soru öğrenciler için ne kadar zordu?” sorusuna öğretmenlerin hiçbiri “çok kolaydı” yanıtını vermemiştir; 2'si “kolay sayılırdı”, 4'ü “ne kolaydı ne zordu”, 12'si “zor sayılırdı” ve 8'i “çok zor” olarak yanıtlamıştır. Ayrıca 11. soruda “Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?” sorusuna öğretmenlerin 20'si “kesinlikle evet”, 5'i “evet” ve 1'i “hayır” yanıtını vermiş; “kararsızım” ve “kesinlikle hayır” seçenekleri hiç işaretlenmemiştir. Bu sonuç, uzamsal düşünmenin bu soruda belirgin şekilde gerekli olduğuna dair güçlü bir fikir birliğini göstermektedir.

• Küçük küpler dağıtıldığında sadece bir yüzeyi kırmızı boyalı kaç küçük küp ortaya çıkar?

Ayrılarak üzerine gelen küplerin 2 yüzeyi, katedere gelen küplerin 3 yüzeyi kırmızı boyalı olduğundan 20 yüzeyde orada katan küplerin tek yüzeyi kırmızı boyalıdır (Her yüzeye bir küp)

$6 \cdot 1 = 6$ tane küp

• Küçük küpler dağıtıldığında hiçbir yüzeyi boyalı olmayan kaç küçük küp ortaya çıkar?

20 yüzeydeki küplerin hepsinin boyalı olduğunu biliyoruz. Sadece ortanın ortasındaki 2 küpün hiçbir yüzeyi kırmızı boyalı değildir.

Sizce yendeki soru

Sorunun çözümünde uzamsal düşünme

Şekil 4.21. Ö.2.11 cevabı.

Ö.16 tarafından 11. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.22'de sunulmuştur.

• Küçük küpler dağıtıldığında sadece bir yüzeyi kırmızı boyalı kaç küçük küp ortaya çıkar?

Şekilden yola çıkalım köşedeki küplerin 3 yüzeyi A diyelim, ortada kalanların 2 yüzeyi B diyelim, tam ortada kalanların 1 yüzeyi C diyelim

A $\rightarrow$ 8 tane B $\rightarrow$ 12 tane C $\rightarrow$ 6 tane

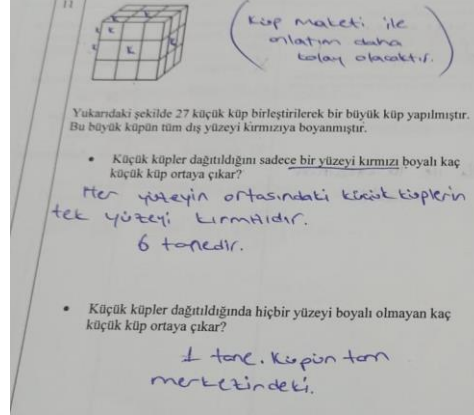
• Küçük küpler dağıtıldığında hiçbir yüzeyi boyalı olmayan kaç küçük küp ortaya çıkar?

26 tane ⁰² bir yüzeyi boyalı old. göre

$27 - 16 = 11$ boyasız.

Şekil 4.22. Ö.16.11 cevabı.

Ö.3 tarafından 11. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.23'te sunulmuştur. Bu örnekte, sorunun çözümünde verilen küp modeli üzerinden açıklama yapıldığı ve ayrıca küp maketi kullanımının anlatımı kolaylaştıracağına yönelik bir ifade yer aldığı görülmektedir.

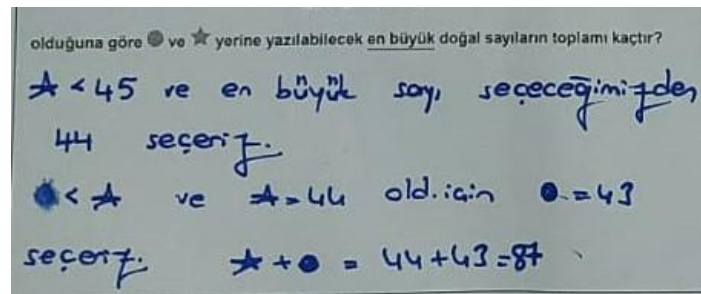


Şekil 4.23. Ö.3.11 cevabı.

On ikinci sorunun çözümüne ilişkin elde edilen verilere göre, öğretmenlerin %76'sı ($f=19$) büyük sayıdan küçük ilk sayıyı seçerek çözüm yaparken, %24' ($f=6$) tüm sayı değerlerini bulduktan sonra uygun sayıları seçerek çözüm yapmışlardır.

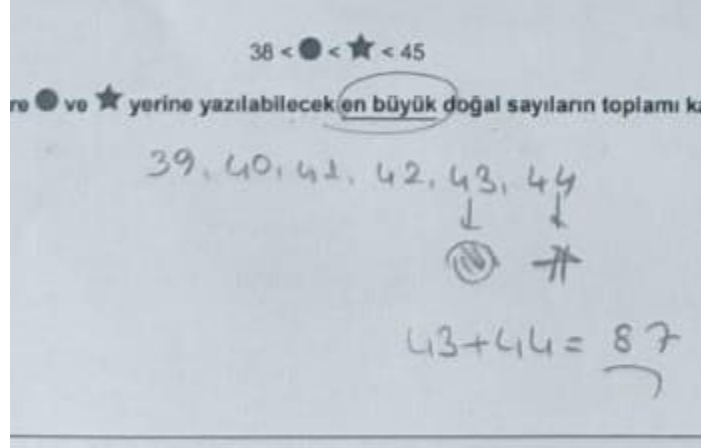
12. soruya ilişkin olarak "Soru öğrenciler için ne kadar zordu?" sorusuna öğretmenlerin 6'sı "çok kolaydı", 15'i "kolay sayılırdı", 4'ü "ne kolaydı ne zordu", 1'i ise "zor sayılırdı" demiş; bu soruya "çok zor" yanıtı veren öğretmen bulunmamıştır. Ayrıca 12. soruya ilişkin olarak "Sorunun çözümünde uzamsal düşünme olduğunu düşünüyor musunuz?" sorusuna öğretmenlerin 1'i "kesinlikle evet", 5'i "evet", 6'sı "kararsızım", 10'u "hayır" ve 4'ü "kesinlikle hayır" yanıtını vermiştir. Bu dağılım, öğretmenlerin önemli bir kısmının bu soruda uzamsal düşünmenin yer almadığını düşündüğünü göstermektedir.

Ö.24 tarafından 12. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.24'te sunulmuştur. Bu örnekte, sorunun çözümünde "en büyük" ifadesine odaklanılarak en büyük sayının seçilmesi üzerinden çözümün gerçekleştirildiği görülmektedir.



Şekil 4.24. Ö.24.12 cevabı.

Ö.25 tarafından 12. soruya verilen cevap örneği Şekil 4.25'te sunulmuştur. Bu örnekte, sorunun çözümünde tüm doğal sayı değerleri tek tek yazılarak sonuca ulaşıldığı görülmektedir.



Şekil 4.25. Ö.4.12 cevabı.

4.5. Öğrencilerin Başarı Testine Yönelik Cevaplarına Ait Bulgular

Matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamında incelenmesi için hazırlanan başarı testi 94 ortaokul öğrencisine uygulanmış ve aşağıdaki bulgular elde edilmiştir.

8. sınıf öğrencilerinin 1. soruya verdikleri yanıtlarda, 25 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 21 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 7. sınıf öğrencilerinde, 1. soruya ilişkin olarak 19 öğrenci içerisinde; 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 13 öğrenci “çok kolay” şeklinde yanıtlanmıştır. 6. sınıf öğrencileri, 18 öğrenci üzerinden; 1 “ne kolay ne zor”, 2 “kolay” ve 15 “çok kolay” şeklinde değerlendirme yapmışlardır. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 7 öğrenci “kolay” ve 21 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmışlardır.

Tablo 4.17. Birinci soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	23	18	16	17	74
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	1	1	2	14	18
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	1	0	0	1	2
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.17’ a göre 1. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %45,74’ünün ($f=43$) soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevap veren öğrenciler; “hem şekil üzerinde çizim yapan hem de açıklama yazan” ($f=35$), “sadece şekil üzerinde çizim yapan” ($f=21$) ve “sadece açıklama yazan” ($f=18$) şeklinde kategorilere ayrılabilir. Ayrıca

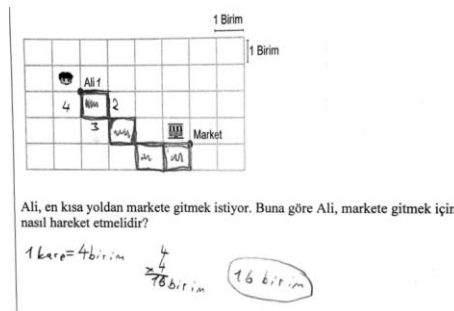
çapraz şekilde çizim yapmayı deneyen öğrenciler ($f=5$) de bulunmaktadır. Öğrencilerin kullandıkları ifadeler incelendiğinde; “aşağı ve sağ” ($f=42$), “6 birim” ($f=9$) ve her iki ifadeyi birlikte kullananlar ($f=3$) şeklinde kategorilere ayrılabilir. Özellikle 5. sınıf öğrencileri, diğer sınıf düzeylerinden farklı olarak “düz gitmeli”, “yan gitmeli”, “dönmeli” gibi ifadeler kullanmışlardır. Ayrıca “kare”, “blok” ve “birim” ifadelerinin birbirinin yerine kullanıldığı tespit edilmiştir. Yanlış cevap veren öğrencilerin oranı %37,23 ($f=35$), soruyu boş bırakan öğrencilerin oranı ise %17,02’dir ($f=16$). Yanlış cevap veren öğrencilerin genellikle iki şekil arasındaki birim kareleri saydıkları görülmüştür. Ayrıca zaman zaman noktadan şekle ya da şekilden noktaya göre konumlandırma yaptıkları da belirlenmiştir.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.18 tarafından 1. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.26’da gösterilmiştir.



Şekil 4.26. Ö.8.18.1 Doğru cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.18 tarafından 1. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.27’de gösterilmiştir.



Şekil 4.27. Ö.5.18.1 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinin 2. soruya ilişkin yanıtlarında, 25 öğrenci üzerinden; 2 öğrenci “çok zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 8 öğrenci “kolay” ve 11 öğrenci “çok kolay” şeklinde sınıflandırılmıştır. 7. sınıf öğrencileri, 19 öğrenci arasında; 2 öğrenci “çok zor”, 4 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 3 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne

kolay ne zor”, 6 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” ifadesi gözlemlenmiştir. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci üzerinden; 10 öğrenci “çok zor”, 8 öğrenci “ne kolay ne zor”, 6 öğrenci “kolay” ve 8 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmışlardır.

Tablo 4.18. İkinci soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	14	11	6	10	41
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı	5	4	5	4	18
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	4	3	5	11	23
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	2	1	2	7	12
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.18’de 2. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %43,62’sinin ($f=41$) soruya tamamen doğru cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin %19,15’inin ($f=18$) ise sorunun yalnızca bir bölümünü doğru cevaplama, bölük ve basamak kavramlarında genel olarak sıkıntı yaşamadıklarını göstermektedir. Bu öğrencilerin, on binler basamağına 7 rakamını doğru yazmalarına rağmen diğer basamaklarda tekrar 7 rakamını kullandıkları veya en büyük basamağa en büyük rakamın yazılması gerektiği yanlışlığına düştükleri belirlenmiştir. Öğrencilerin %24,47’sinin ($f=23$) soruya yanlış cevap verdiği, %12,76’sının ($f=12$) ise soruyu boş bıraktığı görülmüştür. Soruyu yanlış cevaplayan öğrencilerin genellikle yalnızca sonucu yazdığı veya basamak adlarını yanlış kullandığı tespit edilmiştir.

Altıncı sınıf öğrencisi Ö.17 tarafından 2. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.28’de gösterilmiştir.

On binler basamağındaki rakamı 7 olan, rakamları farklı 5 basamaklı en büyük doğal sayının yüzler basamağındaki rakam kaçır?

7 9 8 6 5 (8)

Şekil 4.28. Ö.6.17.2 Doğru cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.27 tarafından 2. soruya verilen kısmi doğru cevap örneği Şekil 4.29’da gösterilmiştir.

On binler basamağındaki rakamı 7 olan, rakamları farklı 5 basamaklı en büyük doğal sayının yüzler basamağındaki rakam kaçır?

7 6 5 4 3 → 5’dir

Şekil 4.29. Ö.5.27.2 Sorunun bir bölümüne verilen doğru cevap örneği.

Altıncı sınıf öğrencisi Ö.18 tarafından 2. Soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.30’ da gösterilmiştir.

On binler basamağındaki rakamı 7 olan, rakamları farklı 5 basamaklı en büyük doğal sayının yüzler basamağındaki rakam kaçtır?

79.876 8

Şekil 4.30. Ö.6.18.2 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinde, 3. soruya yönelik değerlendirmelerde, 25 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 6 öğrenci “kolay” ve 17 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 7. sınıf öğrencileri, 19 öğrenci içinde; 3 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 4 öğrenci “kolay” ve 6 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 0 “çok zor”, 3 “zor”, 4 “ne kolay ne zor”, 4 “kolay” ve 7 “çok kolay” şeklinde yanıtlanmıştır. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci arasında; 10 öğrenci “çok zor”, 5 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 6 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmışlardır.

Tablo 4.19. Üçüncü soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	15	16	3	7	41
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı	5	1	4	3	13
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	4	2	10	11	27
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	0	0	1	2	3
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.19 incelendiğinde 3. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %43,62’sinin ($f=41$) soruya tamamen doğru cevap verdiği, %13,83’ünün ($f=13$) ise sorunun yalnızca bir bölümünü doğru cevapladığı görülmüştür. Bu öğrencilerin eşitliğin sağ tarafını doğru buldukları, ancak işlemin devamını getiremedikleri veya işlemi yanlışlıkla “27-9” şeklinde sürdürdükleri belirlenmiştir. Öğrencilerin %28,72’si soruya yanlış cevap verirken, %3,19’u soruyu boş bırakmıştır. Yanlış cevap veren öğrencilerin en sık yaptığı hatalar “27+72=99” ($f=18$), “72-27=45” ($f=6$) ve “27-8=19” ($f=3$) olarak tespit edilmiştir.

Yedinci sınıf öğrencisi Ö.10 tarafından 3. Soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.31’ de gösterilmiştir.

$$\triangle - 27 = 72 : 8$$

Yukarıdaki eşitlikte yer alan " $\triangle$ " yerine hangi doğal sayı gelmelidir?

$$\begin{array}{r} \triangle - 27 \\ \hline 9 \\ 27 \\ \hline 36 \end{array}$$

Şekil 4.31. Ö.7.10.3. Doğru cevap örneği.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.8 tarafından 3. soruya verilen kısmi doğru cevap örneği Şekil 4.32’ de gösterilmiştir.

$$\begin{array}{r} 18 - 27 = 72 : 8 \\ \hline 27 \\ 18 \\ \hline 09 \end{array} \quad \begin{array}{r} 72 \\ 9 \overline{) 72} \\ \underline{72} \\ 00 \end{array}$$

Yukarıdaki eşitlikte yer alan " $\triangle$ " yerine hangi doğal sayı gelmelidir?

$\triangle = 18$

Şekil 4.32 Ö.8.8.3. Sorunun bir bölümüne verilen doğru cevap örneği.

Altıncı sınıf öğrencisi Ö.8 tarafından 3. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.33’ de gösterilmiştir.

$$\begin{array}{r} 99 \\ \triangle - 27 = 72 : 8 \\ \hline 27 \\ 99 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 99 \text{ cevap} \\ \hline \end{array}$$

Şekil 4.33. Ö.6.8.3 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencileri, 4. soruya ilişkin olarak 25 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 8 öğrenci “kolay” ve 16 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci arasında; 1 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 2 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 9 öğrenci “çok kolay” yanıtı gözlemlenmiştir. 6. sınıf öğrencileri, 18 öğrenci üzerinden; hiçbir öğrenci “çok zor”, “zor” ya da “ne kolay ne zor” yanıtı vermemiş, 9 öğrenci “kolay” ve 9 öğrenci “çok kolay” yanıtlamıştır. 5. sınıf öğrencilerinde, 32 öğrenci

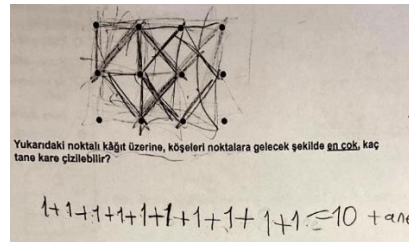
kapsamında; 1 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 19 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmışlardır.

Tablo 4.20. Dördüncü soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	0	7	0	11	18
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı (8)	15	8	7	1	31
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı (6)	6	3	10	10	29
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	3	1	1	9	14
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	1	0	0	1	2
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.20 incelendiğinde 4. soru için verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %19,15’inin ($f=18$) soruya tamamen doğru cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin %32,98’i ($f=31$) ve %30,85’i ($f=29$) olmak üzere toplamda %63,83’ü ($f=60$) ise sorunun yalnızca bir bölümünü doğru cevaplamıştır. Burada iki farklı kısmi doğru cevap şekli bulunmaktadır: Öğrencilerin önemli bir bölümü (%32,98) cevap olarak “8” sayısını kullanırken, diğer önemli bir grup (%30,85) cevap olarak “6” sayısını tercih etmiştir. Bu durum, öğrencilerin işlemin belirli aşamalarında doğru yolda olduğunu ancak sorunun tamamını çözmekte zorlandığını göstermektedir. Öğrencilerin %14,89’u ($f=14$) soruya yanlış cevap vermiş, %2,13’ü ($f=2$) ise soruyu boş bırakmıştır. Yanlış cevap veren öğrencilerin, “7 ve 9” ($f=7$) sayılarını kullanarak oluşturulan en büyük dikdörtgeni de sonuca dâhil ettikleri dikkat çekmiştir.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.23 tarafından 4. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.34’te gösterilmiştir.



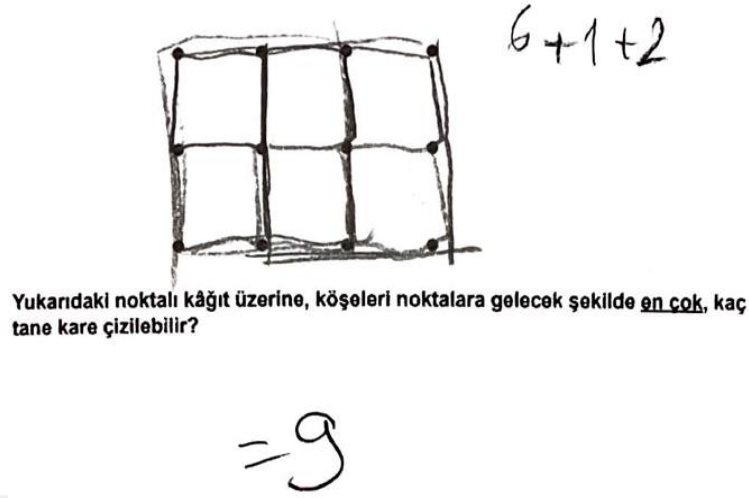
Şekil 4.34. Ö.5.23.4 Doğru cevap örneği.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.24 tarafından 4. soruya verilen kısmi doğru cevap örneği Şekil 4.35’te gösterilmiştir.



Şekil 4.35. Ö.8.24.4 Sorunun bir bölümüne verilen doğru cevap örneği.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.5 tarafından 4. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.36’da gösterilmiştir.



Şekil 4.36. Ö.8.5.4 Yanlış cevap örneği.

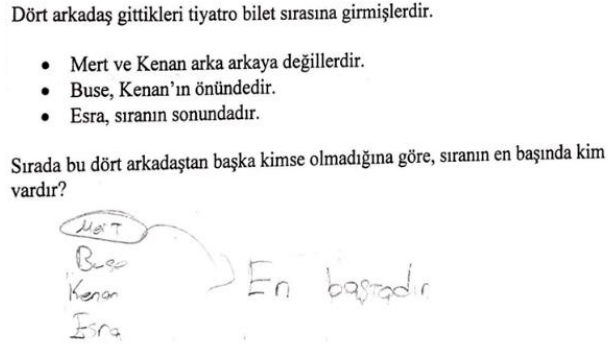
8. sınıf öğrencilerinde, 5. soruya ilişkin değerlendirmelerde, 25 öğrenci üzerinden; 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 4 öğrenci “kolay” ve 17 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 7. sınıf öğrencileri, 19 öğrenci arasında; 1 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “zor”, 3 öğrenci “ne kolay ne zor”, 4 öğrenci “kolay” ve 10 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci kapsamında; 2 öğrenci “çok zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 8 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci üzerinden; 3 öğrenci “çok zor”, 9 öğrenci “ne kolay ne zor”, 8 öğrenci “kolay” ve 12 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmışlardır.

Tablo 4.21. Beşinci soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	20	19	12	10	61
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	3	0	4	16	23
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	2	0	2	6	10
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

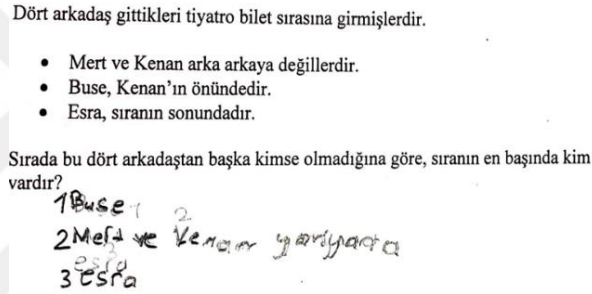
Tablo 4.21 incelendiğinde 5. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %64,89’unun soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevaplar ayrıntılı incelendiğinde, öğrencilerin %29,78’inin ($f=28$) yukarıdan aşağıya doğru, %19,14’ünün ($f=18$) soldan sağa doğru, %7,44’ünün ($f=7$) ise sağdan sola doğru sıralama yaptığı belirlenmiştir. Yanlış cevap oranı %24,47 ($f=23$), soruyu boş bırakma oranı ise %10,64’tür ($f=10$). Yanlış cevaplar incelendiğinde en çok okuma hatalarının ve sıralama mantığının kavranamamasının ön plana çıktığı görülmektedir.

Yedinci sınıf öğrencisi Ö.8 tarafından 5. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.37’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.37. Ö.7.8.5 Doğru cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.20 tarafından 5. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.38’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.38. Ö.5.20.5 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinde, 6. soruya ilişkin olarak 25 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 9 öğrenci “kolay” ve 11 öğrenci “çok kolay” yanıtı vermiştir. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci içinde; 1 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “zor”, 7 öğrenci “ne kolay ne zor”, 8 öğrenci “kolay” ve 2 öğrenci “çok kolay” ifadesi kullanılmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “zor”, 3 öğrenci “ne kolay ne zor”, 7 öğrenci “kolay” ve 6 öğrenci “çok kolay” şeklinde yanıtlanmıştır. 5. sınıf öğrencilerinde, 32 öğrenci kapsamında; 5 öğrenci “çok zor”, 5 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 7 öğrenci “kolay” ve 9 öğrenci “çok kolay” yanıtı kullanmışlardır.

Tablo 4.22. Altıncı soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	16	14	11	5	46
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	8	4	5	21	38
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	1	1	2	6	10
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

6. soru için verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %48,94'ünün ($f=46$) soruya doğru cevap verdiği, %40,43'ünün ($f=38$) yanlış cevap verdiği ve %10,63'ünün ($f=10$) soruyu boş bıraktığı belirlenmiştir. Yanlış cevaplar incelendiğinde en sık yapılan hatanın, öğrencilerin %19,14'ü ($f=18$) tarafından genişletme işleminin uygulanması olduğu görülmüştür. Ayrıca 5. sınıf öğrencilerinin verdiği “ $(2+3) \cdot 21=105$ ” ve “ $2 \cdot 3 \cdot 21=126$ ” cevapları da tekrar eden hatalar arasında yer almaktadır.

Yedinci sınıf öğrencisi Ö.10 tarafından 6. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.39' da gösterilmiştir.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3} = ?$$

21 adet $\frac{2}{3}$ kesrinden oluşan yukarıdaki işlemin sonucu kaçtır?

$$21 \times \frac{2}{3} = \frac{42}{3}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 3 \overline{) 42} \\ \underline{3} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

Cevap=14

Şekil 4.39. Ö.7.10.6 Doğru cevap örneği.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.14 tarafından 6. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.40' ta gösterilmiştir.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3} = ?$$

21 adet $\frac{2}{3}$ kesrinden oluşan yukarıdaki işlemin sonucu kaçtır?

$$21, \frac{2}{3} = \frac{42}{63}$$

Şekil 4.40. Ö.8.14.6 Yanlış cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.26 tarafından 6. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.41’ de gösterilmiştir.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3} = ?$$

21 adet $\frac{2}{3}$ kesrinden oluşan yukarıdaki işlemin sonucu kaçtır?

Şekil 4.41. Ö.5.26.6 Yanlış cevap örneği.

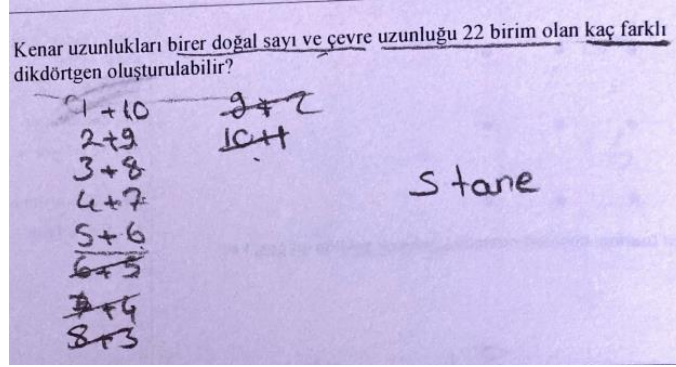
8. sınıf öğrencilerinde, 7. soruya ilişkin olarak 25 öğrenci üzerinden; 3 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 3 öğrenci “ne kolay ne zor”, 6 öğrenci “kolay” ve 11 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci kapsamında; 8 öğrenci “çok zor”, 6 öğrenci “zor”, 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 2 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci arasında; 6 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 2 öğrenci “çok kolay” yanıtı gözlemlenmiştir. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci üzerinden; 10 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 7 öğrenci “ne kolay ne zor”, 7 öğrenci “kolay” ve 5 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmışlardır.

Tablo 4.23. Yedinci soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	12	4	1	7	24
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı	2	2	3	3	10
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	7	6	3	13	29
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	4	7	11	9	31
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

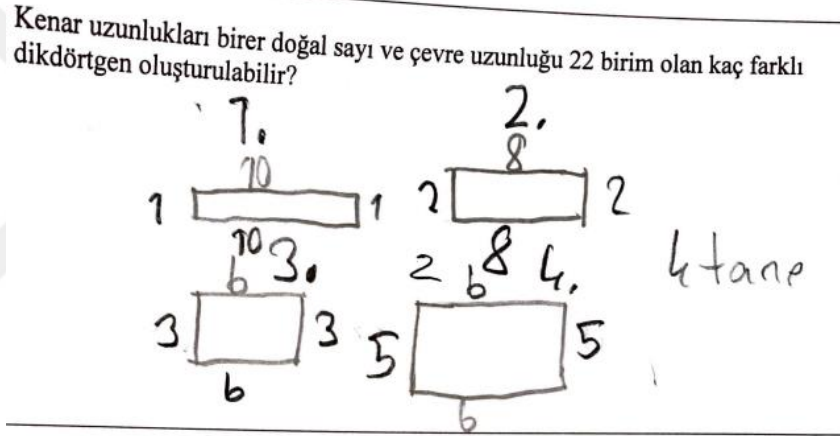
Tablo 4.23 incelendiğinde 7. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %25,53'ünün ($f=24$) soruya doğru cevap verdiği, %10,64'ünün ($f=10$) ise sorunun yalnızca bir bölümünü doğru cevapladığı görülmüştür. Doğru cevap veren öğrencilerden özellikle 8. sınıf öğrencilerinin çoğunlukla soruyu sadece sayıları yazarak çözdüğü ($f=13$), diğer sınıflardaki öğrencilerin ise genellikle oluşabilecek tüm dikdörtgenleri çizdiği ($f=9$) gözlemlenmiştir. Sorunun bir bölümüne doğru cevap veren öğrenciler ise ya oluşabilecek dikdörtgenleri eksik çizmiş ya da kısa kenar ve uzun kenar uzunluklarının toplamını bularak işlemin devamını getirememiştir. Öğrencilerin %30,85'inin ($f=29$) yanlış cevap verdiği görülmüş olup yapılan hatalar arasında kısa kenar ve uzun kenar uzunlukları toplamının çevre uzunluğu olarak algılanması, alan ile çevrenin karıştırılması ve çevrenin dörde bölünmesi gibi kavram yanlışları tespit edilmiştir. Soruyu boş bırakan öğrencilerin oranı ise %32,98'dir ($f=31$).

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.11 tarafından 7. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.42’ de gösterilmiştir.



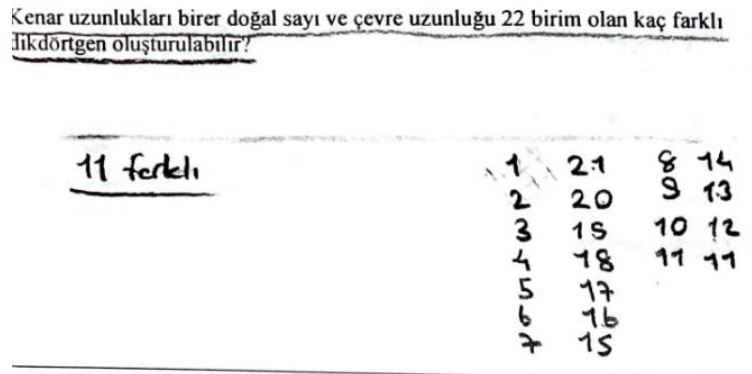
Şekil 4.42. Ö.8.11.7 Doğru cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.9 tarafından 7. soruya verilen kısmi doğru cevap örneği Şekil 4.43’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.43. Ö.5.9.7 Sorunun bir bölümüne verilen doğru cevap örneği.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.12 tarafından 7. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.44’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.44. Ö.8.12.7 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinde, 8. soruya ilişkin olarak 25 öğrenci üzerinden; 3 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 12 öğrenci “çok kolay”

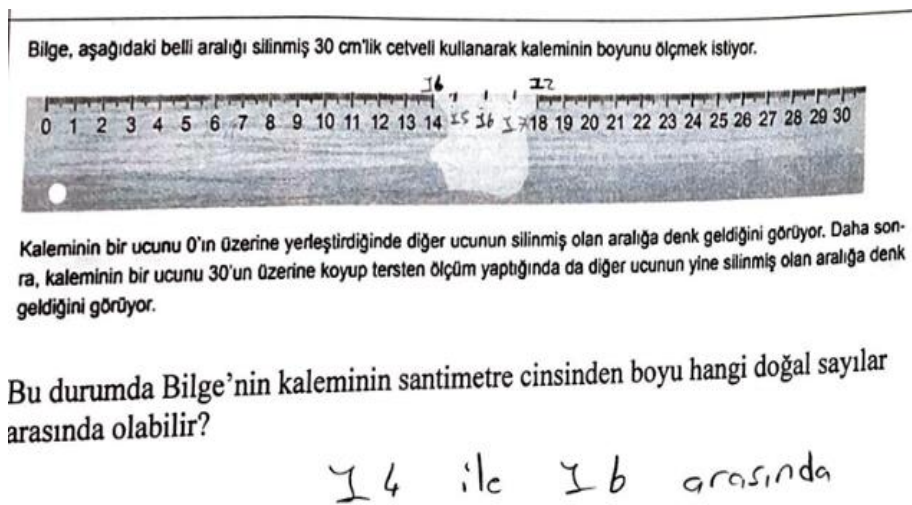
ifadesini kullanmıştır. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci kapsamında; 3 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 6 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” yanıtı vermiştir. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “zor”, 9 öğrenci “ne kolay ne zor”, 4 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” yanıtlamıştır. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci kapsamında; 7 öğrenci “çok zor”, 9 öğrenci “zor”, 7 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmışlardır.

Tablo 4.24. Sekizinci soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	2	1	0	0	3
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı	14	13	18	26	71
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	6	3	0	3	12
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	3	2	0	3	8
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

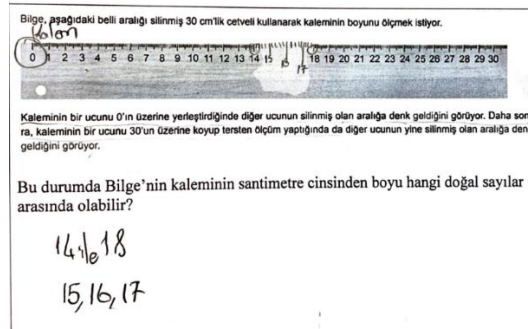
Tablo 4.24 incelendiğinde 8. soru için verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %3,19'unun ($f=3$) soruya tamamen doğru cevap verdiği, %75,53'ünün ($f=71$) ise soruya kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Soruyu kısmen doğru cevaplayan öğrenciler, genellikle “15, 16, 17” ya da “14 ile 18 arası” şeklinde cevaplar vermiştir. Buradan hareketle öğrencilerin soruya tek yönlü baktığı ya da çift yönlü bakmış olsa bile bu bakış açısını kullanmakta zorlandığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin %12,77'si ($f=12$) soruya yanlış cevap vermiş, %8,51'i ($f=8$) ise soruyu boş bırakmıştır.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.24 tarafından 8. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.45’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.45. Ö.8.24.8 Doğru cevap örneği.

Yedinci sınıf öğrencisi Ö.18 tarafından 8. soruya verilen kısmi doğru cevap örneği Şekil 4.46’ da gösterilmiştir.



Şekil 4.46. Ö.7.18.8 Sorunun bir bölümüne verilen doğru cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinde, 9. soruya ilişkin değerlendirmelerde, 25 öğrenci üzerinden; 3 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 15 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci kapsamında; 12 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 1 öğrenci “kolay” ve 5 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 9 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 2 öğrenci “ne kolay ne zor”, 1 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” yanıtlamıştır. 5. sınıf öğrencilerinde ise, 32 öğrenci arasında; 17 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 3 öğrenci “kolay” ve 5 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmıştır.

Tablo 4.25. Dokuzuncu soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	16	7	3	10	36
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı	4	1	1	3	9
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	0	0	1	4	5
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	5	11	13	15	44
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.25 incelendiğinde 9. soru için verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %38,30'unun ($f=36$) soruya tamamen doğru cevap verdiği, %9,57'sinin ($f=9$) ise kısmen doğru cevapladığı görülmüştür. Soruyu kısmen cevaplayan öğrencilerin 36 sayısını bulduğu ancak sorunun devamını getiremediği tespit edilmiştir. Soruyu doğru cevaplayan 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin işlem yapmayı denedikleri gözlemlenmiştir. Yanlış cevap veren öğrenci oranı %5,32 ($f=5$) iken, öğrencilerin %46,81'inin ($f=44$) soruyu boş bıraktığı görülmüştür. Soruyu boş bırakan öğrencilerin çarpma ve bölme işlemleri yaparak soruyu çözmeye çalıştıkları, ancak başarılı olamadıkları için çözümden vazgeçtikleri belirlenmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerinin soruyu dağılma özelliği kullanabilecekleri sorularla karıştırdıkları tespit edilmiştir.

$AB \times (27 \times 23) = 23 \times (36 \times 27)$ eşitliğinde $A \times B$ kaçtır?

$AB = 36$ $3 \times 6 = 18$

$\overset{36}{AB} \times (27 \times 23) = 23 \times (36 \times 27)$ eşitliğinde A x B kaçtır?

$\begin{array}{r} \overset{2'}{27} \\ \times 23 \\ \hline 81 \\ +54 \\ \hline 621 \end{array}$

$\begin{array}{r} \overset{4'}{36} \\ \times 27 \\ \hline 252 \\ +72 \\ \hline 972 \end{array}$

$\begin{array}{r} \overset{2'}{23} \\ \times 27 \\ \hline 161 \\ +46 \\ \hline 621 \end{array}$

$\begin{array}{r} \overset{3'}{36} \\ \times 27 \\ \hline 252 \\ +72 \\ \hline 972 \end{array}$

$\begin{array}{r} \overset{1'}{22} \overset{13}{356} \\ -1863 \overline{)} 621 \\ \hline 03726 \\ -3726 \\ \hline 0000 \end{array}$

$\begin{array}{r} \overset{6'}{621} \\ \times 3 \\ \hline 1863 \end{array}$

A=3
B=6
 $3 \times 6 = 18$

Cevap=18

AB x (27 x 23) = 23 x (36 x 27) eşitliğinde A x B kaçtır?

$$\begin{array}{r} 27 \\ 23 \\ \hline 81 \\ 54 \\ \hline 621 \end{array}$$

36

621x =

92

Yedinci sınıf öğrencisi Ö.8 tarafından 9. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.50’ de gösterilmiştir.

AB x (27 x 23) = 23 x (36 x 27) eşitliğinde A x B kaçtır?

SO AB = (23 x 36) + (23 + 27)

928 = 621 = 7449

Şekil 4.50. Ö.7.8.9 Yanlış cevap örneği

8. sınıf öğrencilerinde, 10. soruya ilişkin olarak 25 öğrenci üzerinden; 2 öğrenci “çok zor”, 1 öğrenci “zor”, 3 öğrenci “ne kolay ne zor”, 8 öğrenci “kolay” ve 11 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci içinde; 5 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 8 öğrenci “ne kolay ne zor”, 1 öğrenci “kolay” ve 3 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 2 öğrenci “çok zor”, 4 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” yanıtlamıştır. 5. sınıf öğrencilerinde, 32 öğrenci kapsamında; 6 öğrenci “çok zor”, 5 öğrenci “zor”, 11 öğrenci “ne kolay ne zor”, 1 öğrenci “kolay” ve 9 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır.

Tablo 4.26. Onuncu soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	10	9	2	3	24
Kısmi doğru cevap veren öğrenci sayısı	14	5	5	14	38
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	1	2	9	14	26
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	0	3	2	1	6
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.26 incelendiğinde 10. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %25,53'ünün ($f=24$) soruya tamamen doğru cevap verdiği, %40,43'ünün ($f=38$) ise soruya kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Kısmen doğru verilen cevaplar incelendiğinde; Derya'nın yaşını bulanlar ($f=9$), Derya'nın yaşının 9 katını bulanlar ($f=24$) ve toplam yaş farkının 20 olduğunu bulanlar ($f=5$) olarak sıralanmıştır. Yanlış cevap veren öğrencilerin oranı %27,66 ($f=26$) olup, özellikle 5. ve 6. sınıflardan oluşmaktadır. Bu öğrencilerin en sık yaptığı hatalar “ $20 \cdot 9 = 180$ ” ($f=9$) ve “ $9 + 20 = 29$ ” ($f=14$) işlemleridir. Soruyu boş bırakan öğrenci oranı ise %6,38'dir ($f=6$).

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.11 tarafından 10. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.51’ de gösterilmiştir.

Derya'nın bugünkü yaşı ablasının yaşının çeyreği kadardır. Ablası bugün 20 yaşında olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı Derya'nın bugünkü yaşının 9 katı olur?

Derya $\frac{20}{4} = 5$ ablası 20 10 yıl sonra 45

Şekil 4.51. Ö.8.11.10 Doğru cevap örneği.

Altıncı sınıf öğrencisi Ö.3 tarafından 10. soruya verilen kısmi doğru cevap örneği Şekil 4.52’ de gösterilmiştir.

Derya'nın bugünkü yaşı ablasının yaşının çeyreği kadardır. Ablası bugün 20 yaşında olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı Derya'nın bugünkü yaşının 9 katı olur?

45 yıl sonra 9 katı olur

$\frac{20}{4} = 5$ ablası 20 10 yıl sonra 45

Şekil 4.52. Ö.6.3.10 Sorunun bir bölümüne verilen doğru cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.31 tarafından 10. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.53’ de gösterilmiştir.

Derya'nın bugünkü yaşı ablasının yaşının çeyreği kadardır. Ablası bugün 20 yaşında olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı Derya'nın bugünkü yaşının 9 katı olur?

$\frac{20}{4} = 5$ Derya 5 ablası 20 10 yıl sonra 45

$\frac{20}{4} = 5$ Derya 5 ablası 20 10 yıl sonra 45

$\frac{20}{4} = 5$ Derya 5 ablası 20 10 yıl sonra 45

Şekil 4.53. Ö.5.31.10 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinde, 11. soruya ilişkin değerlendirmelerde, 25 öğrenci üzerinden; 2 öğrenci “zor”, 5 öğrenci “ne kolay ne zor”, 12 öğrenci “kolay” ve 6 öğrenci “çok kolay” yanıtını vermiştir. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci kapsamında; 9 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 1 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 4 öğrenci “çok kolay” yanıtını kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 4 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 3 öğrenci “ne kolay ne zor”, 3 öğrenci “kolay” ve 5 öğrenci “çok kolay” yanıtlamıştır. 5. sınıf

öğrencilerinde ise, 32 öğrenci arasında; 15 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 7 öğrenci “ne kolay ne zor”, 5 öğrenci “kolay” ve 2 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır.

Tablo 4.27. On birinci soru birinci maddeye ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	7	13	0	4	24
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	17	4	15	20	56
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	1	2	3	8	14
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

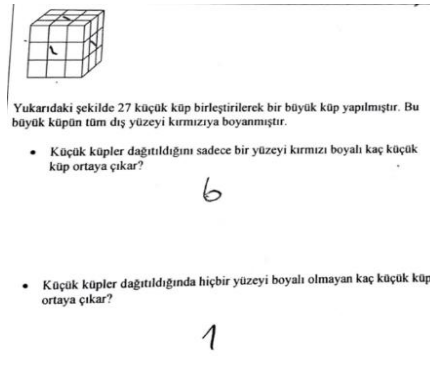
Tablo 4.27 incelendiğinde 11. soru 1. madde için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %25,53'ünün ($f=24$) soruya doğru cevap verdiği, %59,57'sinin ($f=56$) yanlış cevap verdiği ve %14,89'unun ($f=14$) soruyu boş bıraktığı görülmüştür.

Tablo 4.28. On birinci soru ikinci maddeye ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	5	7	1	0	13
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	18	4	13	19	54
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	2	8	4	13	27
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

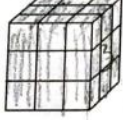
Tablo4.28 incelendiğinde 11. soru 2. madde için verilen cevaplar incelendiğinde ise öğrencilerin yalnızca %13,83'ünün ($f=13$) soruya doğru cevap verdiği tespit edilmiştir. Bu maddede yanlış cevap veren öğrencilerin oranı %57,45 ($f=54$), soruyu boş bırakanların oranı ise %28,72'dir ($f=27$). Her iki maddede de yanlış cevap veren öğrencilerin sıklıkla görünen yüzlerdeki “27” ve “9” gibi sayıları kullandıkları, ayrıca 2. maddeye özel olarak öğrencilerin “tüm yüzleri boyalı olduğu için boyasız yüz olmayacağı” biçiminde hatalı ifadeler kullandıkları belirlenmiştir.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.2 tarafından 11. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.54' te gösterilmiştir.



Şekil 4.54. Ö.8.2.11 Doğru cevap örneği.

Sekizinci sınıf öğrencisi Ö.11 tarafından 11. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.55' te gösterilmiştir.



Yukarıdaki şekilde 27 küçük küp birleştirilerek bir büyük küp yapılmıştır. Bu büyük küpün tüm dış yüzeyi kırmızıya boyanmıştır.

- Küçük küpler dağıtıldığını sadece bir yüzeyi kırmızı boyalı kaç küçük küp ortaya çıkar?

$\frac{12}{27} = 12 \text{ tane}$

- Küçük küpler dağıtıldığında hiçbir yüzeyi boyalı olmayan kaç küçük küp ortaya çıkar?

Her tarafta 6 boyalıydı.

Şekil 4.55. Ö.8.11.11 Yanlış cevap örneği.

8. sınıf öğrencilerinde, 12. soruya ilişkin olarak 25 öğrenci üzerinden; 2 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “ne kolay ne zor”, 8 öğrenci “kolay” ve 13 öğrenci “çok kolay” yanıtı vermiştir. 7. sınıf öğrencilerinde, 19 öğrenci kapsamında; 5 öğrenci “çok zor”, 3 öğrenci “zor”, 6 öğrenci “ne kolay ne zor”, 2 öğrenci “kolay” ve 3 öğrenci “çok kolay” yanıtı kullanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinde, 18 öğrenci üzerinden; 1 öğrenci “çok zor”, 2 öğrenci “zor”, 4 öğrenci “ne kolay ne zor”, 4 öğrenci “kolay” ve 7 öğrenci “çok kolay” ifadesini kullanmıştır. 5. sınıf öğrencilerinde, 32 öğrenci arasında; 8 öğrenci “çok zor”, 6 öğrenci “zor”, 10 öğrenci “ne kolay ne zor”, 3 öğrenci “kolay” ve 5 öğrenci “çok kolay” yanıtlamıştır.

Tablo 4.29. On ikinci soruya ait frekans tablosu.

	8. sınıf	7. sınıf	6. sınıf	5. sınıf	Toplam
Doğru cevap veren öğrenci sayısı	20	8	6	9	43
Yanlış cevap veren öğrenci sayısı	3	5	10	17	35
Soruyu boş bırakan öğrenci sayısı	2	6	2	6	16
Toplam öğrenci sayısı	25	19	18	32	94

Tablo 4.29 incelendiğinde 12. soru için verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin %45,74'ünün ($f=43$) soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Yanlış cevap veren öğrencilerin oranı %37,23 ($f=35$), soruyu boş bırakanların oranı ise %17,02'dir ($f=16$). Yanlış cevaplar incelendiğinde, “39+44” ($f=6$) ve “38+45” ($f=3$) işlemleri dikkat çekmektedir. Ayrıca bazı öğrencilerin aralıktaki tüm sayıları topladığı da tespit edilmiştir.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.24 tarafından 12. soruya verilen doğru cevap örneği Şekil 4.56' da gösterilmiştir.

38 < 43 < 44 < 45

olduğuna göre ● ve ★ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayıların toplamı kaçtır?

44
+ 43
87

Şekil 4.56. Ö.5.24.12 Doğru cevap örneği.

Beşinci sınıf öğrencisi Ö.30 tarafından 12. soruya verilen yanlış cevap örneği Şekil 4.57' de gösterilmiştir.

38 < 39 < 44 < 45

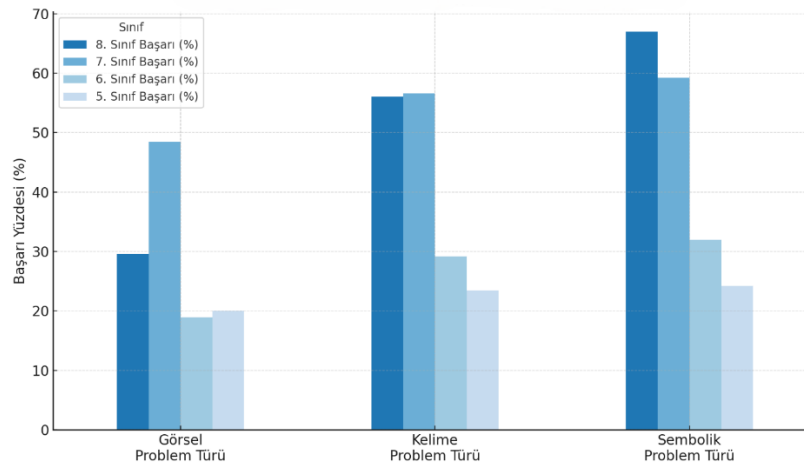
olduğuna göre ● ve ★ yerine yazılabilecek en büyük doğal sayıların toplamı kaçtır?

39
+ 44
83

Şekil 4.57. Ö.5.30.12 Yanlış cevap örneği.

4.5.1. Problem türlerine ait bulgular

Araştırmada öğrencilerin problem türlerine göre başarı yüzdeleri sınıf düzeylerine göre analiz edilmiştir. Aşağıdaki Şekil 4.58 görsel, kelime ve sembolik problem türlerinde 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin doğru cevap oranlarını göstermektedir



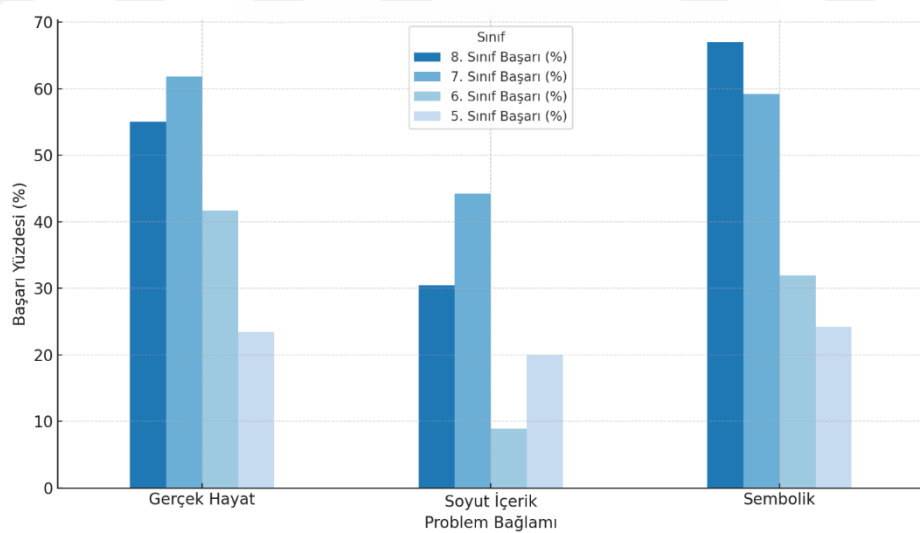
Şekil.4.58. Problem türlerine göre yüzde analizi.

Şekil 4.58'e göre, 8. sınıf öğrencileri arasında, görsel problem türünde %29,6, kelime problemlerinde %56 ve sembolik problem türünde %67 oranında başarı kaydedilmiştir. Benzer şekilde, 7. sınıf öğrencileri arasında görsel problem türünde %48,4, kelime problemlerinde %56,6 ve sembolik problem türünde %59,2 oranında başarı kaydedilmiştir. Buna karşın, 6. ve 5. sınıf öğrencilerinde tüm problem türlerinde başarı oranları daha düşük seyretmiştir; 6. sınıfta görsel, kelime ve sembolik problem başarıları sırasıyla %18,9, %29,2 ve %31,9; 5. sınıfta ise bu oranlar %20, %23,4 ve %24,2 olarak belirlenmiştir.

Elde edilen bulgular, öğrencilerin problem türlerine göre performanslarında sınıf düzeyine bağlı farklılıklar olduğunu ortaya koymaktadır. Bu veriler, özellikle sembolik ve kelime problem türlerinde öğrencilerin sınıf atladıkça performans artışı yaşadıklarını göstermektedir. Görsel problem türünde ise 7. sınıfta gözlemlenen yüksek başarı oranına rağmen, 8. sınıfa geçişte bu oranda belirgin bir düşüş meydana gelmiştir.

4.5.2. Problem bağlamına ait bulgular

Araştırmada öğrencilerin problem bağlamına göre başarı yüzdeleri sınıf düzeylerine göre analiz edilmiştir. Aşağıdaki Şekil 4.59 gerçek hayat, soyut ve sembolik problem bağlamında 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin doğru cevap oranlarını göstermektedir



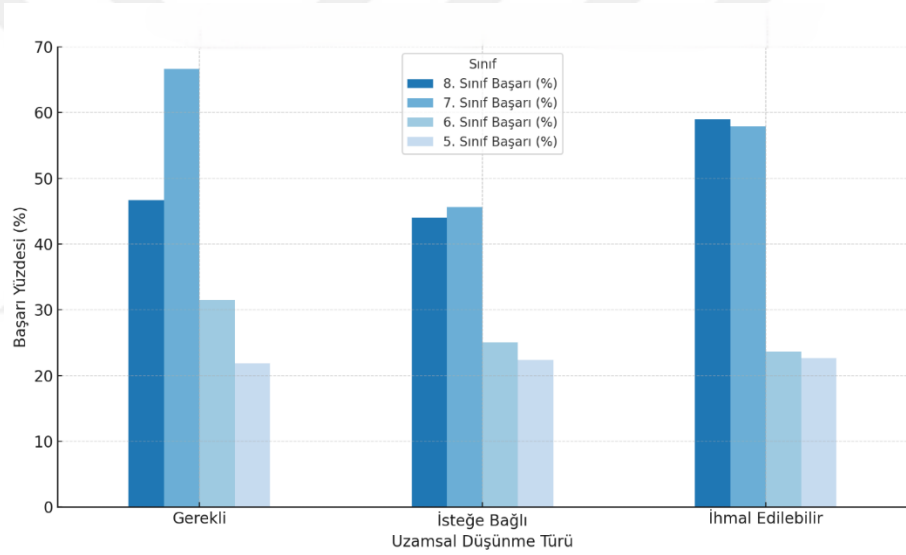
Şekil.4.59. Problem bağlamına göre yüzde analizi.

Şekil 4. 59'a göre 8. sınıf öğrencileri, sembolik bağlamda en yüksek başarı oranına ulaşarak %67'lik bir oran sergilemiş; gerçek hayat bağlamında ise %55, soyut içerik bağlamında ise %30,4 oran kaydedilmiştir. 7. sınıf öğrencilerinde, gerçek hayat problemlerinde %61,8, sembolik problemlerinde %59,2 ve soyut içerik problemlerinde %44,2 başarı oranları gözlemlenmiştir. 6. sınıf düzeyinde, gerçek hayat bağlamındaki

problemler %41,7, sembolik bağlamda %31,9 ve özellikle soyut içerikte yalnızca %8,9 oran ile düşük performans sergilemiştir. En düşük başarı oranlarının gözlemlendiği 5. sınıfta; gerçek hayat bağlamında %23,4, soyut içerik bağlamında %20 ve sembolik bağlamda %24,2 oran kaydedilmiştir. Bu veriler, öğrencilerin sınıf düzeyine göre problem bağlamlarına verdikleri yanıtların farklılık gösterdiğini ve özellikle soyut içerik problemlerinin erken dönemlerde daha fazla zorlayıcı olduğunu ortaya koymaktadır.

4.5.3. Uzamsal düşünme türlerine ait bulgular

Araştırmada öğrencilerin uzamsal düşünme türlerine göre problem çözme başarıları analiz edilmiştir. Problemler, çözüm sürecinde uzamsal düşünmenin gerekli, isteğe bağlı ya da ihmal edilebilir olduğu şekilde üç farklı bağlamda sınıflandırılmıştır. Her sınıf düzeyine ait başarı oranları Şekil 4.60'ta sunulmuştur.



Şekil.4.60. Uzamsal düşünme türlerine göre yüzde analizi.

Şekil 4.60'a göre 5., 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin uzamsal düşünme türlerine göre üç farklı kategori üzerinden incelendiğinde; 8. sınıf öğrencilerinde “Gerekli” kategorisinde %46,7, “İsteğe Bağlı” kategoride %44 ve “İhmal Edilebilir” kategoride %59 başarı oranı gözlemlenirken, 7. sınıf öğrencileri sırasıyla %66,7, %45,6 ve %57,9 oranla daha yüksek performans sergilemiştir; 6. sınıfta bu oranlar %31,5, %25,0 ve %23,6 olarak belirlenmiş, 5. sınıfta ise %21,9, %22,4 ve %22,7 oranları kaydedilmiştir. Bu veriler, özellikle 7. sınıfta “Gerekli” uzamsal düşünme becerisinin öne çıktığını, sınıf düzeyi ilerledikçe öğrencilerin bu alanda genel bir artış gösterdiğini, ancak bazı kategorilerdeki gelişimin daha belirgin hale geldiğini ortaya koymaktadır.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmanın amacı doğrultusunda elde edilen bulgular, öğretmen görüşleri ve öğrenci başarı düzeyleri çerçevesinde analiz edilmiş; ilgili alan yazın ile karşılaştırılarak tartışılmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler doğrultusunda hem öğretim sürecine hem de gelecekte yapılacak çalışmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.1. Tartışma

Araştırmada elde edilen bulgular, öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramlara yönelik tanımlamalarında hem görsel hem de zihinsel süreçleri ön plana çıkardıklarını göstermektedir. Öğretmenler, matematiksel uzamsal kavramları tanımlarken, öğrencilerin bu kavramları zihinsel olarak somutlaştırmalarını, hayal etmelerini ve bu temsiller üzerinde akıl yürütmelerini önemli bulduklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, uzamsal düşünmenin yalnızca görsel materyallere dayalı bir süreç olmadığını, zihinsel temsillerin aktif biçimde oluşturulduğu dinamik bir yapı olduğunu ve bu yönüyle Newcombe ve Shipley'nin (2014) çalışmasıyla da uyumlu olduğunu göstermektedir. Ayrıca, uzamsal düşünmenin öğrencilerin yalnızca iki boyutlu düzlemlerle değil, aynı zamanda üç boyutlu yapılar aracılığıyla kavramları anlamalarını da desteklemesi gerektiği vurgulanmıştır. Bu bulgu, Clements ve Sarama'nın (2009), çocukların matematiksel kavramları anlamlandırma sürecinde hem somut hem de soyut temsilleri birlikte kullanmaları gerektiğine ilişkin bulgularıyla örtüşmektedir.

Öğretmen görüşlerinden hareketle matematiksel uzamsal kavram; bireyin iki veya üç boyutlu temsilleri zihninde oluşturma, bu temsilleri farklı yönlerden değerlendirme ve bu temsiller üzerinde düşünerek çözüm üretme becerisini içeren; geometrik şekillerden soyut matematiksel ilişkilere kadar uzanan, yön ve konum bilgisi, grafiksel ve simgesel temsiller ile mekânsal farkındalık gibi bileşenleri kapsayan çok boyutlu bir zihinsel yapı olarak tanımlanabilir.

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin matematiksel uzamsal kavramlara ilişkin değerlendirmeleri, öğrenme alanları bağlamında incelenmiştir. Bulgular, sayıların mekânsal olarak konumlandırılması, büyüklük ilişkilerinin görselleştirilmesi ve kümelerin şematik temsilleri gibi unsurların, öğretmenler tarafından uzamsal düşünmenin temel bileşenleri olarak görüldüğünü ortaya koymaktadır. Bu durum, öğretim sürecinde somut ve görsel materyallerin kullanımının öğrencilerin kavramsal gelişimini destekleyebileceği yönünde yorumlanabilir.

Benzer biçimde, Clements ve Sarama (1997), programlama temelli görsel öğrenme ortamlarının öğrencilerin kavramları zihinsel olarak yapılandırmalarına ve problem çözme becerilerini geliştirmelerine katkı sağladığını belirtmiştir.

Öğretmenlerin cebirsel kavramları değerlendirirken grafiksel ve noktasal temsiller aracılığıyla uzamsal boyutu dikkate aldıkları da dikkat çekmektedir. Bu durum, cebirsel ifadelerin uzamsal yönüyle ilişkilendirildiğini göstermekte; Van Garderen'in (2006) uzamsal görselleştirmenin, matematiksel problem çözme süreçlerinde öğrenci başarısını artırdığına dair bulgularıyla örtüşmektedir. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin uzamsal ilişkileri yorumlama ve nesneleri çok boyutlu biçimde zihinde canlandırma becerilerine vurgu yaptıkları görülmektedir. Simetri, dönüşüm ve öteleme gibi kavramlara yapılan atıflar, uzamsal algının geometrik işlemlerle desteklendiğini göstermektedir. Nitekim Sorby (2007), üç boyutlu nesnelerin zihinde döndürülmesi ve farklı açılardan görselleştirilmesinin, uzamsal becerilerin gelişiminde ve geometrik problem çözme süreçlerinde önemli rol oynadığını belirtmektedir.

Öğretmenlerin değerlendirmelerinde, yalnızca öğretim programında yer alan kavramlara değil; daha genel ve soyut uzamsal düşünce yapılarına da yer verdikleri görülmektedir. Bu durum, uzamsal düşünmenin belirli konularla sınırlı kalmadığını; matematiksel düşünme süreçlerinin ayrılmaz bir parçası olduğunu düşündürmektedir. Özellikle “katlama soruları” gibi uygulamalara yapılan göndermeler, Taylor ve Tenbrink'in (2013) origami temelli çalışmalarını desteklemektedir. Bu çalışmada, katlama süreçlerinin öğrencilerin uzamsal dili kullanma düzeyini artırdığı ve problem çözme stratejilerini geliştirdiği ortaya konmuştur.

Genel olarak elde edilen bulgular, uzamsal düşünmenin zihinsel dönüşüm, yönelim ve görselleştirme gibi alt bileşenler aracılığıyla hem kavramsal anlamayı hem de matematiksel başarıyı desteklediğini ortaya koymakta; bu yönüyle McGee (1979), Olkun (2003), Sorby (1999, 2007) ve Turgut'un (2007) çalışmalarındaki bulgularla da örtüşmektedir.

Araştırma bulguları, öğretmenlerin matematiksel uzamsal kavramları öğretim sürecinde farklı stratejilerle desteklemeye çalıştıklarını göstermektedir. Özellikle somutlaştırma, görselleştirme ve dijital araç kullanımı gibi yöntemlerin ön plana çıktığı görülmektedir. Öğretmenlerin büyük çoğunluğu, somut materyallerin ve dijital uygulamaların öğrencilerin zihinsel canlandırma süreçlerine katkı sunduğunu ifade etmiştir. Bu bulgular, uzamsal becerilerin somut modelleme ve bilgisayar destekli eğitim yoluyla geliştirilebileceğini belirten

Sorby'nin (2007) çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Materyal kullanımında ise öğretmenlerin teknoloji destekli araçlara ağırlık verdikleri; buna ek olarak fiziksel ve görsel materyallerden de faydalandıkları anlaşılmaktadır. Bu durum, dijital ve somut materyallerin birlikte kullanımının uzamsal kavramların daha anlaşılır hâle gelmesini sağladığına işaret etmektedir. Nitekim Cohen ve Geva'nın (1989) araştırması da bu tür öğrenme ortamlarının öğrencilerin uzamsal düşünme becerileri ve zihinsel temsillerinin gelişimine katkı sunduğunu ortaya koymaktadır.

Öğretmenlerin, öğrencilerin özellikle soyut düşünme ve zihinsel temsiller oluşturma konusunda zorlandığını belirtmeleri dikkat çekicidir. Bu tür zorluklar, öğrencilerin uzamsal ilişkileri içselleştirmelerini ve üç boyutlu nesneleri zihinde canlandırmalarını güçleştirmektedir. Bu bağlamda, öğretim sürecinde görselleştirme, somutlaştırma ve canlandırma gibi yöntemlerin kullanımına duyulan ihtiyaç vurgulanmaktadır. Newcombe ve Frick (2010), uzamsal becerilerin uygun öğretim teknikleriyle geliştirilebileceğini; Uttal ve arkadaşları (2013) ise somut ve dijital araçların öğrencilerin uzamsal kavramları yapılandırmalarında etkili olduğunu ifade etmektedir. Öğretmenlerin, uzamsal kavramların daha etkili öğretimi için dijital, interaktif ve somut materyallere ihtiyaç duyduklarını belirtmeleri, öğretim ortamının zenginleştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir. Newcombe ve Frick (2010) ile Uttal ve arkadaşlarının (2013) çalışmalarında da materyal destekli öğretimin öğrencilerin uzamsal düşünme süreçlerini anlamlı düzeyde artırabileceği ifade edilmektedir.

Matematiksel uzamsal kavramların öğrenci ilgisine etkisi değerlendirildiğinde, öğretmenler genellikle bu kavramların derse olan ilgiyi artırdığını belirtmiştir. Ancak bazı öğretmen görüşlerinin, öğrenci bireysel farklılıklarına bağlı olarak değişkenlik gösterdiği de görülmektedir. Bu durum, ders içi uygulamaların ve materyal seçimlerinin öğrencilerin öğrenme ihtiyaçlarına duyarlı şekilde planlanmasının önemine işaret etmektedir. Mix ve arkadaşları (2016), uzamsal becerilerin gelişiminin yaş, cinsiyet, bilişsel stil ve bireysel deneyimlerden önemli ölçüde etkilendiğini ve öğretimin bu farklılıklara uygun biçimde düzenlenmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Öğrencilerin uzamsal kavramları öğrenirken karşılaştıkları zorluklar arasında en çok zihinsel temsil güçlükleri öne çıkmaktadır. Buna ek olarak, somutlaştırma, perspektif oluşturma ve döndürme gibi alanlarda da sorunlar yaşandığı görülmektedir. McGee (1979), uzamsal düşünmenin özellikle zihinsel döndürme ve görsel-uzamsal temsiller yoluyla işlediğini; Sorby (2007) ise bu becerilerin yapılandırılmış öğretimle geliştirilebileceğini ve başlangıçta zorlayıcı

olsa da ğretim desteğiyle aşılabileceğini belirtmektedir. Matematiksel uzamsal kavramların günlük yaşımla ilişkilendirilmesinin, ğrenci motivasyonu ve kavramsal anlamayı desteklediği ifade edilmektedir. Golledge ve arkadaşları (2008), günlük yaşımla temelli uzamsal kavram öğretiminin öğrencilerin çevreyi ve matematiksel ilişkileri anlamlandırmalarını kolaylaştırdığını vurgulamaktadır. Soru türlerinin uzamsal düşünme becerilerine katkısı değerlendirildiğinde, öğretmenlerin genellikle görsel içerikli soruları tercih ettikleri gözlenmiştir. Görsel temsillerin, problem çözmede uzamsal ilişkilerin kurulmasında önemli bir araç olduğu yönündeki bulgular, Boonen ve arkadaşlarının (2014) görsel ve şematik temsilin problem çözme başarısını artırdığına dair çalışmalarıyla örtüşmektedir.

Öğrenci başarı testi kapsamında öğretmenlerden alınan açıklamalar, yn, biçim, konum ve hareket gibi kavramların ğretiminde görsel ve şematik temsillerin sıklıkla kullanıldığını ortaya koymuştur. Öğretmenler, uzamsal düşünmeyi en çok gerektiren soruların, görsel anlatım ve zihinsel canlandırmanın daha fazla ön plana çıktığı sorular olduğunu belirtmiştir. Buna karşılık, sembolik temsillerin baskın olduğu soruların uzamsal düşünme gereksiniminin daha düşük düzeyde olduğu ifade edilmiştir. Bazı sorulara yönelik ğretmen değerlendirmelerinde ise, yöntem çeşitliliği ve temsil tercihlerine bağlı farklı yaklaşımların benimsendiği dikkat çekmektedir. Bu bulgular, uzamsal düşünmenin bağlama ve bireysel stratejilere bağlı olarak farklı şekillerde ortaya çıkabileceğini düşündürmektedir. Ayrıca, ğretmenlerin sorulara ilişkin zorluk düzeyi değerlendirmeleri ile soruların uzamsal düşünme gereklilikleri arasında genel bir tutarlılık olduğu gözlemlenmiştir. Uzamsal düşünmenin “gerekli” olduğu belirtilen sorular, genellikle daha zor olarak değerlendirilirken; “ihmal edilebilir” düzeyde uzamsal düşünme içeren sorular daha kolay bulunmuştur. Genel olarak ğretmen görüşleri, uzamsal düşünmenin soruların bağlamı, yapısı ve temsil biçimine göre farklı düzeylerde devreye girdiğini ve bu yapıların ğretim sürecinde çeşitli stratejilerle desteklenebildiğini ortaya koymaktadır.

Bu çalışmada uygulanan başarı testi aracılığıyla, öğrencilerin matematiksel uzamsal kavramlara ilişkin farklı problem türlerinde gösterdikleri performans ve çözüm stratejileri ortaya konmuştur. Özellikle yn, konum ve yönelim gibi kavramlara dayalı sorularda, temsil biçimlerinin çeşitlenmesi öğrencilerin bu kavramlara ilişkin zihinsel yapılandırmalarında farklılıklar olabileceğini göstermektedir. Bu bulgular, Golledge ve arkadaşlarının (2008) bireylerin konumsal bilgi üretme süreçlerini mekânsal gelişimle ilişkilendiren çalışmalarıyla örtüşmektedir. Benzer şekilde, sayıların basamak değeri ve bölük kavramına yönelik yapılan

analizlerde, Smith'in (2009) onluk sistemin konumsal doğasına ilişkin açıklamalarıyla uyumlu biçimde olduğu görülmüştür.

Sembolik işlemlerin yer aldığı sorularda, öğrencilerin eşitliği doğru biçimde algıladıkları ancak işlem sürecinde hatalar yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu tür hataların yalnızca temel işlem bilgisi eksikliğinden değil; aynı zamanda eksik terimlerin zihinde konumlandırılması, yönsel ilişkilerin kurulması ve sembollerin temsil gücünün farkına varılamamasından kaynaklandığı söylenebilir. Cheng ve Mix'in (2014) zihinsel temsil ve dönüşüm becerilerinin işlem başarısını desteklediğini vurgulayan çalışmaları, bu bulguları anlamlandırmada önemli bir çerçeve sunmaktadır. Ayrıca, alan ve çevre kavramlarına ilişkin sorularda gözlemlenen karıştırmalar ve yüksek boş bırakma oranları da Şişman ve Aksu'nun (2009) öğrencilerin bu kavramları doğru anlamakta güçlük yaşadıklarını ortaya koyan araştırmalarıyla benzerlik göstermektedir. Kesirler gibi görselleştirme gerektiren konularda öğrencilerin daha fazla hata yaptığı ve şekilsel desteklerin eksikliğinde başarının düştüğü görülmektedir. Bu bulgular, Özer'in (2020) görsel temsillerin kavramsal anlamayı artırdığına yönelik çalışmasıyla da tutarlıdır. Öğrencilerin sorulara farklı stratejilerle yaklaşmaları, özellikle sıralama, yön belirleme ve şekil tamamlamaya dayalı sorularda zihinsel uzamsal alışkanlıklarının etkili olduğunu göstermektedir.

Görsel-şematik temsillere dayalı bazı sorularda, öğrencilerin yalnızca sayısal yanıtlar verdiği ve problemi bütünsel olarak değerlendirmekte zorlandığı görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin uzamsal görselleştirme ve çoklu bakış açısı geliştirme becerilerinde desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Nitekim Boonen ve arkadaşları (2014), öğrencilerin kelime problemlerinde doğru görsel temsiller oluşturdıklarında başarılarının arttığını, nesne odaklı ya da hatalı temsillerin ise başarıyı olumsuz etkilediğini belirtmektedir. Bazı problem türlerinde düşük başarı oranları, öğrencilerin bireysel yeterliliklerinden ziyade, öğretim sürecinde kullanılan yöntemlerle de ilişkili olabilir. Özellikle üç boyutlu düşünme, zihinsel döndürme ve görsel-şematik yapılandırmalar gerektiren problem türlerinde somut materyal ve etkileşimli ortamların katkısı büyüktür. Yıldız'ın (2009) sanal ortamlar ve materyal temelli uygulamaların uzamsal görselleştirme ve zihinsel döndürme gibi becerilere olumlu katkı sağladığını belirttiği çalışması da bu görüşü desteklemektedir. Genel olarak bu bulgular, uzamsal düşünmenin yalnızca görsel algıya değil; zihinsel temsil, strateji geliştirme ve matematiksel ilişkileri anlamlandırma gibi çok boyutlu bilişsel süreçlere dayandığını ortaya koymaktadır. Bu durum,

uzamsal düşünmenin matematiksel başarıya etkisini vurgulayan McGee (1979), Olkun (2003), Sorby (1999, 2007) ve Turgut'un (2007) çalışmalarını desteklemektedir.

Araştırma bulguları, öğrencilerin problem türlerine göre başarı düzeylerinin sınıf seviyesine bağlı olarak farklılaştığını ortaya koymaktadır. Problem türleri arasında en düşük başarı oranı, görsel problemlerde gözlemlenmiştir. Bu durum, özellikle alt sınıf düzeylerindeki öğrencilerin görsel materyalleri yorumlama, şekiller arasındaki ilişkileri fark etme ve bu bilgileri problem çözme sürecine entegre etme konusunda yeterli bilişsel olgunluğa henüz ulaşamadıklarını düşündürmektedir. Ayrıca, 7. sınıf düzeyinde görsel problem türlerinde dikkat çekici bir başarı oranı elde edilmesine rağmen, 8. sınıfta bu başarının belirgin bir düşüş sergilediği görülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencilerindeki bu düşüş, büyük ölçüde sınav yılı olmanın getirdiği akademik baskı, merkezi sınavlara (örneğin LGS) yönelik motivasyon kaybı, sınav başarısına odaklanma nedeniyle görsel problem çözmeye yeterince yönelmemeleri ve genel olarak güdülenme düzeylerinde yaşanan azalma ile ilişkilendirilebilir. Bu durum, öğrencilerin öğrenmeye yönelik ilgilerinin azaldığını ve problem çözme sürecine gerekli bilişsel çabayı göstermekte zorlandıklarını göstermektedir.

Kelime problemlerine bakıldığında, öğrencilerin bu tür problemler karşısında da yaş düzeyine bağlı olarak zorlandıkları görülmektedir. Alt sınıflarda, öğrencilerin dili analiz etme, metinsel veriyi çözüm sürecine aktarma ve anlamlı çıkarımlarda bulunma becerileri henüz gelişim aşamasındadır. Buna rağmen, sınıf düzeyi arttıkça kelime problemlerindeki başarı oranlarının da yükseldiği gözlemlenmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin okuduğunu anlama, bağlamı kavrama ve bilgiyi uygun matematiksel modellere dönüştürme konularında zamanla gelişme gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Sembolik problem türlerinde ise en yüksek başarı oranlarının üst sınıf düzeylerinde olduğu görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin soyut sembollerle işlem yapma, formel yapılarla ilişkilendirme ve matematiksel temsilleri etkin biçimde kullanma becerilerinin bilişsel gelişimle birlikte güçlendiğini göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin sınıf düzeyi ilerledikçe dört işlem, denklemler ve formül temelli yapıların öğretim sürecinde daha fazla yer bulması, sembolik problem çözme yeterliklerinin gelişimini destekleyici bir etken olarak değerlendirilebilir. Bu bağlamda, uzamsal düşünmenin zaman zaman ihmal edildiği sembolik problem türlerinde başarı artışının, öğrencilerin rutin işlemlere ve işlem temelli stratejilere daha fazla maruz kalmasıyla da ilişkili olabileceği öne sürülebilir.

Sonuç olarak, öğrencilerin başarı düzeyleri yalnızca bilgi düzeyleriyle değil, aynı zamanda problem türlerinin gerektirdiği özgül bilişsel becerilerle de yakından ilişkilidir. Bu nedenle ğretim sürecinde problem türlerinin çeşitlendirilmesi, öğrencilerin gelişimsel düzeylerine uygun biçimde yapılandırılması ve her bir problem türüne özgü stratejilerin kazandırılması, öğrenmenin niteliğini artırmak açısından büyük önem taşımaktadır.

Araştırma bulguları, öğrencilerin problem çözme başarılarının yalnızca bilişsel yeterlik düzeyleriyle sınırlı kalmadığını, aynı zamanda karşılaştıkları problemlerin bağlamsal özellikleriyle de ilişkili olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle üst sınıf düzeyindeki öğrencilerin, problem bağlamı ne olursa olsun genel olarak daha yüksek başarı sergilediği gözlemlenmiştir. Bu durum, yaş ve deneyim arttıkça öğrencilerin farklı problem türlerini anlama, çözüm yolları üretme ve soyut ilişkileri kavrama becerilerinde gelişim gösterdiğine işaret etmektedir.

Gerçek hayat bağlamına sahip problemler, öğrenciler tarafından daha tanıdık ve anlamlı bulunmakta; bu da çözüm sürecine olumlu biçimde yansımaktadır. Öğrenciler, günlük yaşamla bağlantı kurabildikleri bu tür problemleri daha kolay analiz etmekte ve çözüm için gerekli stratejileri daha rahat geliştirebilmektedir. Bu bağlamda sunulan problemler, öğrencilerin bilişsel yükünü azaltmakta ve özellikle üst sınıf düzeyindeki bireylerin daha akıcı bir çözüm süreci yürütmelerine olanak sağlamaktadır.

Soyut içerikli problemler, özellikle alt sınıf düzeyindeki öğrenciler için daha zorlayıcı olmuştur. Bu tür problemlerin, öğrencilerden daha gelişmiş düzeyde temsil, ilişkilendirme ve mantıksal çıkarım yapma becerileri gerektirmesi nedeniyle, henüz soyut düşünme becerilerinin tam olarak olgunlaşmadığı dönemlerde başarı oranları düşebilmektedir. Ayrıca, bazı öğrencilerin bu tür problemleri ilk bakışta karmaşık, belirsiz ya da zorlayıcı olarak algıladığı; bu nedenle çözüm sürecine yeterli düzeyde katılım göstermediği ya da problemden erken vazgeçtiği gözlemlenmiştir. Bu durum, duyuşsal etmenlerin de başarı üzerinde etkili olabileceğini göstermektedir. Özellikle alt sınıf düzeyinde bu tür yaklaşımların daha sık yaşandığı ve başarı düzeyini olumsuz etkileyebildiği söylenebilir. Bu çerçevede, 6. sınıf öğrencileri arasında soyut içerikli problemlerle başa çıkma konusunda belirgin bir zorlanma olduğu dikkat çekmektedir. Bu durumun, çalışmaya katılan örneklemdaki öğrencilerin genel akademik yeterlik düzeylerinin görece düşük olmasıyla da ilişkili olabileceği değerlendirilmektedir.

Sembolik yapıdaki problemler ise öğrenciler tarafından daha tanıdık bulunmuş ve görece daha kolay çözülmüştür. Bu eğilim, sembollerin matematik öğretiminde erken yaşlardan itibaren sıkça kullanılmasıyla açıklanabilir. Öğrenciler, dört işlem, denklemler ve cebirsel temsiller gibi sembolik yapılarla sürekli karşılaştıkları için, bu tür problemlere daha aşina olmakta ve çözüm sürecinde daha az zorluk yaşamaktadırlar.

Ancak, 8. sınıf öğrencileri arasında tüm problem türlerinde başarı düzeylerinin beklenenden düşük seyrettiği bazı durumlar da raporlanmıştır. Bu durumun, öğrencilerin sınav yılı içerisinde bulunmalarına bağlı olarak artan akademik baskı, merkezi sınavlara (örneğin LGS) yönelik motivasyon kaybı, sınav kaygısı, konuya yönelik ilgi eksikliği ve bazı bireylerde gözlemlenen okuma isteksizliği gibi etmenlerle ilişkili olabileceği düşünülmektedir. Bu tür duyuşsal faktörlerin, öğrencilerin bilişsel süreçlerini sekteye uğrattığı ve problem çözme performansını olumsuz etkilediği söylenebilir.

Sonuç olarak, öğrencilerin problem çözme performanslarının yalnızca akademik bilgi düzeylerine değil; problem bağlamının yapısına ve öğrencilerin bu bağlama karşı geliştirdiği bilişsel ve duyuşsal tutumlara da bağlı olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle öğretim süreçlerinde, problem türlerinin ve bağlamlarının dengeli bir biçimde çeşitlendirilmesi; özellikle soyut içerikli problemler için destekleyici öğretim stratejileri geliştirilmesi; öğrencilerin kaygı düzeylerini azaltacak ve ilgilerini artıracak öğrenme ortamlarının oluşturulması önemli görülmektedir. Böyle bir yaklaşım, öğrencilerin çok yönlü düşünme becerilerini geliştirmelerine, matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına ve problem çözme süreçlerine daha etkin katılım göstermelerine katkı sağlayabilir.

Araştırma kapsamında, öğrencilerin uzamsal düşünme türlerine göre gösterdikleri problem çözme performansları incelenmiştir. Elde edilen bulgular, uzamsal düşünmenin problem çözme sürecindeki rolünü ve bu becerinin öğrencilerde sınıf düzeyine bağlı olarak nasıl farklılaştığını göstermektedir. Özellikle uzamsal düşünmenin gerekli olduğu problem türlerinde, öğrencilerin başarı düzeylerinde sınıf düzeyiyle paralel bir artış olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, yaşa bağlı bilişsel gelişim süreciyle birlikte öğrencilerin zihinsel canlandırma, mekânsal ilişki kurma ve görselleştirme gibi uzamsal becerileri daha etkili biçimde kullanabildiklerini düşündürmektedir. Üst sınıf düzeyindeki öğrencilerin bu tür problemlerde daha yüksek başarı göstermesi, bu becerilerin zaman içinde geliştiğini ve öğretim sürecinde edinilen deneyimlerin etkili olabileceğini düşündürmektedir.

Uzamsal düşünmenin isteğe bağlı olduğu problem türlerinde ise sınıf düzeyleri arasında başarı oranlarının belirgin ve tutarlı bir örüntü sergilemediği görülmüştür. Özellikle 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin başarı düzeylerinin birbirine yakın olduğu, benzer şekilde 7. ve 8. sınıf düzeylerinde de bu benzerliğin sürdüğü gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin bireysel problem çözme stratejileriyle açıklanabilir. Bazı öğrenciler, bu tür problemlerde uzamsal temsilleri etkin biçimde kullanmayı tercih ederken, bazıları daha sözel ya da işlemsel stratejiler geliştirebilmektedir. Bu çeşitlilik, isteğe bağlı uzamsal düşünmenin başarı üzerindeki etkisinin öğrenci bazında farklılık gösterebileceğini ortaya koymaktadır.

Uzamsal düşünmenin ihmal edilebilir olduğu problem türlerinde ise öğrencilerin farklı bilişsel yollarla (örneğin temel işlemler, mantık yürütme ya da kavramsal bilgiye dayalı yaklaşımlar) çözüme ulaşabildikleri düşünülmektedir. Bu tür problemlerde de üst sınıf düzeyindeki öğrencilerin görece daha başarılı olduğu görülmüş, bu durum genel akademik olgunluk ve bilgi birikiminin etkili bir unsur olabileceğini düşündürmüştür.

Bulguların dikkat çeken bir yönü ise, 8. sınıf öğrencilerinin bazı problem türlerinde ve bağlamlarında beklenenin altında performans göstermeleridir. Bu durumun, sınav yılı olması nedeniyle artan akademik baskı, merkezi sınavlara yönelik motivasyon kaybı, stres, okuma isteksizliği ve konuya yönelik ilgisizlik gibi duyuşsal faktörlerle ilişkili olabileceği değerlendirilmektedir. Bu tür faktörlerin, öğrencilerin problem çözme sürecine gerekli bilişsel çabayı göstermelerini sınırlayabileceği düşünülmektedir. Ayrıca, 5. ve 6. sınıflar ile 7. ve 8. sınıflar arasındaki başarı düzeylerinin birbirine yakınlık göstermesi, öğrencilerin içinde bulunduğu gelişimsel dönemlerle ilişkilendirilebilir. Bu durum, ergenlik öncesi ve ergenlik dönemine geçiş sürecinin bilişsel süreçler üzerindeki etkilerinden biri olarak değerlendirilebilir.

Genel olarak, elde edilen bulgular, uzamsal düşünmenin öğrencilerin problem çözme süreçlerinde önemli bir role sahip olduğunu ve bu becerinin sınıf düzeyiyle ilişkili olarak gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır. Bu nedenle öğretim sürecinde, uzamsal düşünme becerilerini desteklemeye yönelik yapılandırılmış etkinliklerin yer alması ve farklı problem türlerinde bu becerinin kullanımına yönelik fırsatlar sunulması, öğrencilerin düşünme ve çözüm üretme kapasitelerini geliştirmek açısından yararlı olabilir.

5.2. Sonuç

Bu araştırmada, matematiksel uzamsal kavramların problem bağlamında nasıl ortaya çıktığı; öğretmenlerin bu kavramlara ilişkin algıları ve öğretim yaklaşımları ile öğrencilerin

uzamsal düşünme düzeylerine bağlı başarı durumları çok yönlü olarak incelenmiştir. Elde edilen bulgular, uzamsal kavramların hem öğretim sürecinde hem de problem çözme performanslarında bilişsel açıdan önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur.

Öğretmen görüşleri doğrultusunda, matematiksel uzamsal kavramların sayı doğrusu, koordinat sistemi, geometrik şekiller, simetri gibi belirgin kavramlar etrafında algılandığı belirlenmiştir. Öğretmenler, uzamsal kavramları yalnızca geometri ile sınırlamamakta; cebir ve sayı öğrenme alanlarında da bu kavramların yer aldığını vurgulamaktadır. En sık belirtilen “zihinsel canlandırma ve görselleştirme” teması, öğretmenlerin uzamsal kavramlara yönelik öğretimlerinde hem görsel hem de zihinsel süreçleri temel aldıklarını göstermektedir. Bu bulgu, uzamsal düşünmenin yalnızca bir geometri becerisi değil, genel matematik öğretiminin bilişsel bir bileşeni olarak değerlendirildiğini göstermektedir (Turgut & Yenilmez, 2012).

Öğrencilerin başarı testi sonuçları, problem türü ve bağlamına göre belirgin farklılıklar sergilemiştir. Özellikle görsel ve üç boyutlu düşünmeyi gerektiren problem türlerinde öğrencilerin daha düşük başarı gösterdiği; çok aşamalı zihinsel dönüşüm, yön tayini ve soyutlama gerektiren sorularda zorlandıkları görülmüştür. Bu bulgular, öğrencilerin zihinsel temsil oluşturma ve uzamsal ilişkileri anlama süreçlerinde desteklenmesi gerektiğine işaret etmektedir. Aynı zamanda öğrencilerin problem çözüm stratejileri arasında bireysel farklılıklar gözlemlenmiş; temsil tercihleri, önceki bilgi düzeyi ve sınıf düzeyi gibi değişkenlerin bu süreçte belirleyici olduğu anlaşılmıştır. Bu durum, uzamsal düşünme becerilerinin çok yönlü, dinamik ve öğretimle geliştirilebilir bilişsel süreçler olduğunu ortaya koymaktadır (Uttal et al., 2013; Mix vd., 2016).

Araştırma kapsamında öğretmenlerin en çok başvurduğu öğretim yöntemlerinin somut materyaller, dijital yazılımlar ve görsel destekler olduğu belirlenmiştir. Bu materyallerin kullanım amacı, öğrencilerin zihinsel canlandırma süreçlerini kolaylaştırmak ve soyut kavramları somutlaştırmaktır. Nitekim öğretmenlerin dijital uygulamaları somut araçlarla birlikte kullanma çabası, uzamsal düşünmenin daha anlaşılır hale getirilmesine yönelik bilinçli bir öğretimsel tercihe işaret etmektedir (Cohen & Geva, 1989; Newcombe & Frick, 2010).

Araştırma sonuçları ayrıca, öğrencilerin problem çözme başarılarının yalnızca bilgi düzeyleriyle değil, aynı zamanda problem türlerinin gerektirdiği bilişsel becerilerle ve problemin bağlamsal özellikleriyle yakından ilişkili olduğunu göstermiştir. Özellikle gerçek yaşam bağlamına sahip problemlerde başarı oranlarının yükselmesi, öğrencilerin tanıdık ve

anamlı bağlamlarda daha etkili çözüm stratejileri geliştirdiklerini göstermektedir. Buna karşılık, soyut içerikli problemler özellikle alt sınıf düzeylerinde zorlayıcı olmuş, bu durum öğrencilerin gelişimsel ve duyuşsal özellikleriyle ilişkilendirilmiştir.

Sonuç olarak, bu araştırma matematiksel uzamsal kavramların öğretiminde yalnızca içerik temelli değil, aynı zamanda görsel, zihinsel ve somut temsillere dayalı çok yönlü stratejilere ihtiyaç olduğunu ortaya koymuştur. Uzamsal düşünmenin problem çözme süreçlerine etkisi hem bilişsel hem de pedagojik açıdan dikkate alınması gereken bir boyut olarak değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda, öğretim süreçlerinde uzamsal düşünmeyi geliştirmeye yönelik yapılandırılmış etkinliklerin artırılması; problem türlerinin ve bağlamlarının çeşitlendirilmesi, öğrenci farklılıklarına duyarlı materyal ve yöntemlerin kullanılması önerilmektedir. Ayrıca, öğretmen eğitiminden başlayarak sınıf içi uygulamalara kadar uzanan öğretimsel planlamalarda uzamsal düşünmenin sistematik biçimde entegre edilmesi, öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına ve problem çözme süreçlerine daha etkin katılmalarına katkı sağlayacaktır.

5.3. Öneriler

Bu araştırmanın bulguları doğrultusunda, matematiksel uzamsal kavramların öğretimi ve öğrencilerin bu kavramlara ilişkin başarı durumları dikkate alınarak çeşitli öneriler geliştirilmiştir.

Öncelikle, öğretim programlarında uzamsal düşünmeye yönelik kazanımların daha açık ve sistematik biçimde tanımlanması gerekmektedir. Öğrenme alanlarında uzamsal kavramların genellikle örtük biçimde yer alması, öğretmenlerin bu kavramlara yönelik farkındalıklarını sınırlamakta ve öğretim sürecinde uygulamada bütünlük oluşturulmasını zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, uzamsal düşünme bileşenlerinin (örneğin yön, dönüşüm, konum, biçim) her sınıf düzeyinde açık biçimde ifade edilmesi, öğretim sürecinin planlanmasında öğretmenlere rehberlik edecektir.

Öğretmen eğitimi sürecinde, uzamsal düşünmeye yönelik uygulamalı etkinliklere daha fazla yer verilmesi önerilmektedir. Öğretmen adaylarının yalnızca teorik bilgilerle değil, aynı zamanda somutlaştırma, görselleştirme ve dijital araçlarla etkinlik geliştirme gibi becerilerle donatılması, sınıf içi uygulamalarda uzamsal düşünmeyi daha etkili kullanabilmelerine katkı sağlayacaktır. Bu bağlamda, lisans düzeyinde yürütülen öğretim programlarında uygulamalı

öğretim teknolojisi, matematiksel modelleme ve çoklu temsil stratejileri gibi içeriklerin artırılması önemlidir.

Araştırma bulguları, öğretmenlerin uzamsal kavramları öğretirken en çok somut materyalleri ve dijital araçları kullandığını göstermektedir. Bu doğrultuda, öğretim sürecinde dijital ve somut materyallerin birlikte kullanılması önerilmektedir. Özellikle dinamik geometri yazılımları, üç boyutlu modelleme araçları ve manipülatif materyaller, öğrencilerin zihinsel canlandırma, perspektif alma ve dönüşüm becerilerini desteklemekte etkili olabilir.

Öğrencilerin uzamsal kavramları anlamlandırma süreçlerinde bireysel farklılıklar gösterdiği dikkate alınmalıdır. Bu nedenle öğretim stratejilerinin esnekleştirilmesi, çoklu temsil biçimlerinin (görsel, sözel, işitsel, kinestetik) bir arada kullanılması önemlidir. Özellikle görsel-uzamsal temsiller yoluyla öğretim yapılan durumlarda, öğrencilerin kendi temsil tercihleri doğrultusunda çözüm üretmelerine imkân tanınması önerilmektedir.

Bulgular, öğrencilerin uzamsal kavramlarla ilişkilendirilmiş problemlere daha fazla ilgi gösterdiklerini ve günlük yaşamla bağlantı kurduklarında daha anlamlı öğrenmeler gerçekleştirdiklerini ortaya koymaktadır. Bu nedenle, matematik derslerinde kullanılan problem türlerinin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi ve öğrencilerin gündelik yaşantılarından örneklerle desteklenmesi, soyut kavramların somutlaştırılmasına katkı sağlayacaktır.

Gelecekte yapılacak araştırmaların farklı yaş gruplarını kapsamaları önerilmektedir. Bu çalışma ortaokul düzeyinde yürütülmüş olup, ilkokul ve lise düzeyinde yürütülecek benzer araştırmalar uzamsal düşünmenin gelişimi hakkında daha kapsamlı bilgi sağlayabilir. Ayrıca, disiplinler arası yaklaşımlarla uzamsal düşünmenin fen bilimleri, teknoloji tasarımı ve sanat gibi farklı alanlardaki etkisi de incelenebilir.

Son olarak, öğretmenlerin uzamsal düşünme becerilerini sistematik biçimde gözlemleyebilmesi ve değerlendirebilmesi için yapılandırılmış ölçme araçlarının geliştirilmesi önerilmektedir. Açık uçlu soru örnekleri, gözlem formları ve performans değerlendirme rubrikleri gibi araçlar öğretim uygulamalarının izlenmesini ve yönlendirilmesini kolaylaştıracaktır.

KAYNAKLAR

- Adams, J., Resnick, I., & Lowrie, T. (2023). Supporting senior high-school students' measurement and geometry performance: Does spatial training transfer to mathematics achievement? *Mathematics Education Research Journal*, 35(4), 879–900. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00416-y>
- Altaylar, B., & Yılmaz, S. (2024). Uzamsal görselleştirme ve zihnın uzamsal alışkanlıkları [Spatial visualization and spatial habits of mind]. *Journal of Educational Studies*, 2(2), 292–311.
- Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk eğitim bilimleri dergisi*, 2(1), 27-50.
- Bayazit, İ., & Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramı: epistemolojisi, algı türleri ve zihinsel gelişimi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fen Bilimleri Dergisi*, 29(1), 1–9.
- Bilge, A. R. (2020). Mekânın temsili: Uzamsal düşüncenin zihinsel döndürme performansına etkisi. *Türk Psikoloji Yazıları*, 23(46), 1-13. <https://doi.org/10.31828/tpy1301996120201024m000027>
- Boonen, A. J., van Wesel, F., Jolles, J., & van der Schoot, M. (2014). The role of visual representation type, spatial ability, and reading comprehension in word problem solving: An item-level analysis in elementary school children. *International Journal of Educational Research*, 68, 15-26. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2014.08.001>
- Burte, H., Gardony, A. L., Hutton, A., & Taylor, H. A. (2017). Think3d!: Improving mathematics learning through embodied spatial training. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 2, 1-18. <https://doi.org/10.1186/s41235-017-0052-9>
- Burte, H., Gardony, A. L., Hutton, A., & Taylor, H. A. (2020). Elementary teachers' attitudes and beliefs about spatial thinking and mathematics. *Cognitive research: principles and implications*, 5, 1-18. <https://doi.org/10.1186/s41235-020-00221-w>
- Cantürk-Günhan, B., Turgut, M., & Yılmaz, S. (2009). Spatial ability of a mathematics teacher: The case of Oya. *IBSU Scientific Journal*, 3(1), 151–158.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies* (No. 1). Cambridge University Press.
- Ceylan, Z. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin uzamsal düşünme becerisi gerektiren gerçek yaşam problemlerini çözme durumları (Master's thesis, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi).
- Charcharos, C., Kokla, M., & Tomai, E. (2016). Linking spatial thinking and problem-solving skills of young children. *Inspiring Science Education*, 61(9).
- Cheng, Y. L., & Mix, K. S. (2014). Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of cognition and development*, 15(1), 2-11. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.725186>

- Clements, D. H., & Sarama, J. (1997). Research on Logo: A decade of progress. *Computers in the Schools*, 14(1-2), 9-46. https://doi.org/10.1300/J025v14n01_02
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Routledge.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 420-464.
- Cohen, R., & Geva, E. (1989). Designing Logo-like environments for young children: The interaction between theory and practice. *Journal of Educational Computing Research*, 5(3), 349-377. <https://doi.org/10.2190/XHX6-5GYJ-DMK1-45RE>
- Colom, R., Contreras, M. J., Botella, J., & Santacreu, J. (2002). Vehicles of spatial ability. *Personality and Individual Differences*, 32(5), 903-912. [https://doi.org/10.1016/S0191-8869\(01\)00095-2](https://doi.org/10.1016/S0191-8869(01)00095-2)
- Costa, A. L., & Kallick, B. (Eds.). (2008). *Learning and leading with habits of mind: 16 essential characteristics for success*. ASCD.
- Çeker, F. (2018). *Aday ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin uzamsal alışkanlıkları düzeyleri* (Master's thesis, Eskişehir Osmangazi University, (Turkey)).
- Çolak, F. G. (2021). *Okul öncesi dönemi çocuklar için uzamsal düşünme becerileri testi'nin geliştirilmesi ve çocukların uzamsal düşünme becerilerinin incelenmesi* (Doctoral dissertation, Marmara Üniversitesi).
- Dokumacı Sütçü, N. (2021). Zihnin uzamsal alışkanlıkları ile görsel okuryazarlık yeterlilikleri arasındaki ilişkinin yapısal eşitlik modeli ile incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 9(17), 125-144.
- Duffy, G., Sorby, S., & Bowe, B. (2020). An investigation of the role of spatial ability in representing and solving word problems among engineering students. *Journal of Engineering Education*, 109(3), 424-442. <https://doi.org/10.1002/jee.20349>
- Glesne, C. and Peshkin, A. (1992). *Becoming Qualitative Researchers*. New York: Longman.
- Goodchild, M. F. (2001, September). A geographer looks at spatial information theory. In *International conference on spatial information theory* (pp. 1-13). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/3-540-45424-1_1
- Golledge, R. G., Marsh, M., & Battersby, S. (2008). Matching geospatial concepts with geographic educational needs. *Geographical research*, 46(1), 85-98. <https://doi.org/10.1111/j.1745-5871.2007.00494.x>
- Güzel, N., & Şener, E. (2009). High school students' spatial ability and creativity in geometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 1763-1766. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2009.01.312>

- Hacıömeroğlu, G. (2011). Matematiksel problem çözmeye ilişkin inanç ölçeği'nin Türkçe'ye uyarlama çalışması. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 119–132.
- Hawes, Z. C., Gilligan-Lee, K. A., & Mix, K. S. (2022). Effects of spatial training on mathematics performance: A meta-analysis. *Developmental Psychology*, 58(1), 112. <https://doi.org/10.1037/dev0001281>
- Hegarty, M., & Waller, D. A. (2005). The Cambridge Handbook of Visuospatial Thinking: Individual Differences in Spatial Abilities. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511610448.005>
- Huynh, N. T. (2009). The role of geospatial thinking and geographic skills in effective problem solving with GIS: K-16 education.
- Jarest, H. (1991). *Experimental comparison of alternative map scales at an urban middle school*. University of Massachusetts Amherst.
- Jo, I., & Bednarz, S. W. (2014). Developing pre-service teachers' pedagogical content knowledge for teaching spatial thinking through geography. *Journal of Geography in Higher Education*, 38(2), 301-313. <https://doi.org/10.1080/03098265.2014.911828>
- Kılıç, S. (2009). Uzam mı, uzay mı? Peki mekân ne? *Cogito*, (59), 49–60.
- Kim, M. (2011). *Effects of a GIS course on three components of spatial literacy*. Texas A&M University.
- Köse, N. Y., & Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(3), 1203-1230.
- Kurnaz, A., Yurt, E., & Koçlar, N. (2023). Üstün yetenekli öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin problem çözme ile ilişkisi: Matematiksel muhakemenin aracı rolü. *Milli Eğitim Dergisi*, 52(239), 2241–2260. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.1123580>
- Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution construction in problem-solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(2), 251–267. <https://doi.org/10.1080/00207390601129279>
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56(6), 1479–1498. <https://doi.org/10.2307/1130467>
- Lohman, D. (1993). Spatial ability and G. Paper presented at the first Spearman seminar.
- Maier, P. H. (1996, March). Spatial geometry and spatial ability—How to make solid geometry solid. In *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics* (pp. 63-75).
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889–918. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.86.5.889>

- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage.
- Mix, K. S., Levine, S. C., Cheng, Y. L., Young, C., Hambrick, D. Z., Ping, R., & Konstantopoulos, S. (2016). Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 145(9), 1206. <https://doi.org/10.1037/xge0000182>
- Montello, D. R. (1993, September). Scale and multiple psychologies of space. In *European conference on spatial information theory* (pp. 312-321). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/3-540-57207-4_21
- Morales-Carballo, A., Cárdenas, M. D., & Mojica, A. D. (2024). Formation and development of mathematical concepts: Elements for research and teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(1), em0762. <https://doi.org/10.29333/iejme/14023>
- National Research Council [NRC]. (2006). *Learning to think spatially: GIS as a support system in the K–12 curriculum*. Washington, DC: National Academies Press.
- Newcombe, N. S. (2010). Picture this: Increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator*, 34(2), 29–35.
- Newcombe, N. S., Booth, J. L., & Gunderson, E. A. (2019). Spatial skills, reasoning, and mathematics. *The Cambridge handbook of cognition and education*, 100-123. <https://doi.org/10.1017/9781108235631.006>
- Newcombe, N. S., & Frick, A. (2010). Early education for spatial intelligence: Why, what, and how. *Mind, Brain, and Education*, 4(3), 102–111. <https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2010.01089.x>
- Newcombe, N. S., & Shipley, T. F. (2014). Thinking about spatial thinking: New typology, new assessments. In *Studying visual and spatial reasoning for design creativity* (pp. 179-192). Dordrecht: Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9297-4_10
- Olkun, S. (2003). Making connections: Improving spatial abilities with engineering drawing activities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 3(1), 1–10.
- Olkun, S., & Altun, A. (2003). İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(4).
- Özer, A. (2020). *Ortaokul 6. sınıf kesirler konusunun görselleştirme ile öğretiminin akademik başarıya etkisinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi, Kırıkkale Üniversitesi).
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. Second Edition. California: Sage Publication.

- Penev, V., Konstantinov, L., & Marinov, M. (2000a). The problem of geometrization of the language of chemistry. *Academic Open Internet Journal*, 2(Part 2).
- Penev, V., Konstantinov, L., & Marinov, M. (2000b). Logical structure of the fundamentals of chemistry, conceptual schemes of its geometrization and spatial mathematical models of the sets of different species of simple chemical objects. *Academic Open Internet Journal*, 2(Part 2).
- Ramos Serpa, G., & López Falcón, A. (2015). La formación de conceptos: una comparación entre los enfoques cognitivista y histórico-cultural. *Educação e Pesquisa*, 41, 615-628. <https://doi.org/10.1590/S1517-9702201507135042>
- Sarı, D. (2012). *Somut modellerle destekli dönüşümler geometrisi öğretiminin sekizinci sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik tutumuna ve uzamsal düşünmelerine etkisinin araştırılması* (Master's thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi (Turkey)).
- Schenck, K. E., & Nathan, M. J. (2024). Navigating Spatial Ability for Mathematics Education: a Review and Roadmap. *Educational Psychology Review*, 36(3), 90. <https://doi.org/10.1007/s10648-024-09935-5>
- Schwehr, P. (2011). Evolutionary algorithms in architecture. *open house international*, 36(1), 16-24. <https://doi.org/10.1108/OHI-01-2011-B0003>
- Smith, S. S. (2009). *Erken çocuklukta matematik* (S. Erdoğan, Ed., 5. basımdan çeviri). Eğiten Kitap.
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3-D spatial visualization skills. *The Engineering Design Graphics Journal*, 63(2).
- Sorby, S. A. (2007). Developing 3D spatial skills for engineering students. *Australasian Journal of Engineering Education*, 13(1), 1-11. <https://doi.org/10.1080/22054952.2007.11463998>
- Sorby, S., Casey, B., Veurink, N., & Dulaney, A. (2013). The role of spatial training in improving spatial and calculus performance in engineering students. *Learning and Individual Differences*, 26, 20-29. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.03.010>
- Sorby, S. A., & Panther, G. C. (2020). Is the key to better PISA math scores improving spatial skills? *Mathematics Education Research Journal*, 32(2), 213-233. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00328-9>
- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Sütçü, N. D. (2021). Zihnin uzamsal alışkanlıkları ile görsel okuryazarlık yeterlilikleri arasındaki ilişkinin yapısal eşitlik modeli ile incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 9(17), 125-144. <https://doi.org/10.18009/jcer.840318>
- Stoltman, J. P. (Ed.). (2012). *21st Century Geography* (Vol. 1). SAGE.

- Şen, E. Ö. (2021). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme ve zihnin uzamsal alışkanlıkları arasındaki ilişki. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 11(1), 268-286. <https://doi.org/10.18039/ajesi.756498>
- Şişman, G. T., & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Taş, S. ve Yavuz, A. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin uzamsal yetenekleri ile zihnin geometrik alışkanlıkları arasındaki ilişki. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 15 (25), 3120-3137. <https://doi.org/10.26466/opus.641181>
- Taş, S., & Yavuz, A. (2022). Mobil Uygulamaya Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Uzamsal Becerilerine Etkisi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 11(4), 764-774. <https://doi.org/10.30703/cije.1151329>
- Taylor, H. A., & Tenbrink, T. (2013). The spatial thinking of origami: Evidence from think-aloud protocols. *Cognitive processing*, 14, 189-191. <https://doi.org/10.1007/s10339-013-0540-x>
- Tenbrink, T., & Taylor, H. A. (2015). Conceptual transformation and cognitive processes in origami paper folding. *The Journal of Problem Solving*, 8(1), 1. <https://doi.org/10.7771/1932-6246.1154>
- Turgut, M. (2007). *İlköğretim II. kademedeki öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin incelenmesi* (Master's thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi).
- Turgut, M., & Yenilmez, K. (2012). Matematik öğretmeni adaylarının uzamsal görselleştirme becerileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 243-252.
- Turgut, M., Yenilmez, K., & Balbağ, M. Z. (2017). Öğretmen adaylarının mantıksal ve uzamsal düşünme becerileri: Bölüm, cinsiyet ve akademik performansın etkisi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(41), 265-283. <https://doi.org/10.21764/efd.13098>
- Tversky, B. (2005). Visuospatial reasoning. In *Handbook of reasoning* (pp. 209-249). Cambridge University Press.
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139(2), 352-402. <https://doi.org/10.1037/a0028446>
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496-506. <https://doi.org/10.1177/00222194060390060201>
- Yenilmez, K., & Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.

- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). Sosyal Bilimlerde nitel araştırmalar (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, C. (2009). *Sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal yeteneğin geliştirilmesine etkisi* (Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi).
- Yin, R. K. (1984). Case Study Research: Design and Methods. Beverly Hills, Calif: Sage Publications.



EKLER

EK-1. Uzamsal Kavram Görüş Formu (Pilot Uygulama)

Cinsiyetiniz:

Bölümünüz:

Uzamsal düşünme bireyin nesnelere ait görüntüler üzerinde zihinsel oynamalar yapabilme yeteneği ile ilgilidir. Uzamsal düşünme bir cismi, şekli ya da görüntüyü zihinde canlandırabilme veya zihinde manipüle edebilme ya da ilgili şeklin, cismin ya da görüntünün, bir başka bakış açısından nasıl görüldüğünü zihinde canlandırabilme yeteneği olarak tanımlanmaktadır.

Uzamsal kavramlar, uzamsal düşünme gerektiren kavramlardır. Eğer bir problem durumu uzamsal düşünme olmadan çözilemiyorsa ancak o zaman uzamsal kavramlardan söz edilebilir.

5-8. SINIFLAR ÖĞRENME ALANLARI VE ALT ÖĞRENME ALANLARI

SAYILAR VE İŞLEMLER	CEBİR	GEOMETRİ VE ÖLÇME
Doğal Sayılar	Cebirsel İfadeler	Temel Geometrik Kavramlar ve Çizimler
Doğal Sayılarla İşlemler	Eşitlik ve Denklem	Üçgen ve Dörtgenler
Kesirler	Doğrusal Denklemler	Üçgenler
Kesirlerle İşlemler	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	Uzunluk ve Zaman Ölçme
Ondalık Gösterim	Eşitsizlikler	Alan Ölçme
Yüzdelere		Geometrik Cisimler
Çarpanlar ve Katlar	VERİ İŞLEME	Açılar
Kümeler	Veri Toplama ve Değerlendirme	Doğrular ve Açılar
Tam Sayılar	Veri Analizi	Çember
Tam Sayılarla İşlemler		Çember ve Daire
Rasyonel Sayılar	OLASILIK	Sıvı Ölçme
Rasyonel Sayılarla İşlemler	Basit Olayların Olma Olasılığı	Dönüşüm Geometrisi
Oran		Çokgenler
Oran ve Orantı		Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri
Üslü İfadeler		Eşlik ve Benzerlik
Kareköklü İfadeler		

1) Matematiksel olarak tanımladığınız uzamsal kavramlar nelerdir?

2) “Matematiksel-uzamsal kavram” ifadesini nasıl tanımlarsınız?

EK-2. Uzamsal Kavram Görüş Formu

Cinsiyetiniz:

Mezun Olduğunuz Bölüm:

Meslekte Kaçınıcı Yılı:

Uzamsal düşünme bireyin nesnelere ait görüntüler üzerinde zihinsel oynamalar yapabilme yeteneği ile ilgilidir. Uzamsal düşünme bir cismi, şekli ya da görüntüyü zihinde canlandırabilme veya zihinde manipüle edebilme ya da ilgili şeklin, cismin ya da görüntünün, bir başka bakış açısından nasıl görüldüğünü zihinde canlandırabilme yeteneği olarak tanımlanmaktadır.

Uzamsal kavramlar, uzamsal düşünme gerektiren kavramlardır. Eğer bir problem durumu uzamsal düşünme olmadan çözülemiyorsa ancak o zaman uzamsal kavramlardan söz edilebilir.

- 1) Aşağıda 5-8. sınıflar öğrenme alanları ve alt öğrenme alanlarına ait matematiksel kavramlar verilmiştir. Size göre uzamsal olan kavramları işaretleyiniz.

Doğal sayılar	
Rakam	
Sayı	
Sayı doğrusu	
Basamak	
Basamak değeri	
Sayı değeri	
Karşılaştırma	
Büyük-küçük	
Toplama	
Çıkarma	
Çarpma	
Bölme	
Eşitlik	
Denklik	
Sıralama	
Tahmin etme	
Yuvarlama	
Toplanan	
Toplam	
Eksilen	
Çıkan	
Fark	
Çarpan	
Çarpım	
Bölünen	
Bölen	
Kalan	
Örüntü	
Kesirler	
Pay	
Payda	
Kesir çizgisi	
Ondalık gösterim	

Ondalık sayı	
Devirli ondalık sayı	
Yüzde	
Bölünebilme kuralları	
Asal sayı	
Asal çarpan	
Aralarında asal sayılar	
Çarpan ağacı	
Asal çarpan algoritması	
EBOB	
EKOK	
Mutlak değer	
Küme	
Kesişim	
Birleşim	
Fark	
Venn şeması	
Liste yöntemi	
Ortak özellik yöntemi	
Tam sayılar	
Rasyonel sayılar	
Değişme özelliği	
Birleşme özelliği	
Etkisiz eleman özelliği	
Ters eleman özelliği	
Yutan eleman özelliği	
Dağılma özelliği	
Oran	
Orantı	
Doğru orantı	
Ters orantı	
Üslü ifadeler	
Kareköklü ifadeler	
İrrasyonel sayı	

Reel sayı	
Eşitlik ve denklem	
Konum	
Orijin	
Sıralı ikili	
Koordinat sistemi	
Eğim	
Cebirsel ifadeler	
Özdeşlikler	
Terim	
Çarpan	
Çarpanlara ayırma	
Değişken	
Eşitsizlikler	
Doğru	
Doğru parçası	
Işın	
Nokta	
Düzlem	
Üçgen ve dörtgenler	
Yükseklik	
Açıortay	
Kenar ortay	
Kenar orta dikme	
Kenar açılı bağlantıları	
Üçgen eşitsizliği	
Eşlik	
Benzerlik	
Çokgen	
Kenar	
Köşe	
Köşegen	
Uzunluk ve zaman ölçme	

Alan ölçme	
Hacim ölçü birimleri	
Katı cisimler	
Prizmalar	
Piramitler	
Silindir	
Koni	
Yüzey alanı	
Yanal alan	
Tepe noktası	
Taban	
Ayrıt	
Koni	
Hacim	
Açı	
Açının bölgeleri	
Derece	
İç açı	
Dış açı	
Paralellik	
Diklik	
Komşu, tümler, bütünler, yörünge, ters açı	
İç ters, dış ters, karşı durumlu açılar	
Dar, geniş, dik açı	
Paralel doğrular	
Dik doğrular	
Bir noktanın bir doğruya uzaklığı	
İki paralel doğru	

arasındaki uzaklık	
Doğruların birbirine göre durumu	
İki noktanın birbirine göre durumu	
Çember	
Daire	
Yarıçap	
Çap	
Teğet	
Merkez aç	
Çevre aç	
Kiriş	
Daire dilimi	
Sıvı ölçme	
Arazi ölçü birimleri	
Ağırlık ölçü birimleri	
Dönüşüm geometrisi	
Simetri	
Öteleme	
Döndürme	
Yansıma	
Çokgenler	
Uzunluk	
Çevre	
Alan	
Cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri	
Perspektif	
Birim küp	
Problemler	

Sayı problemleri	
Yaş problemleri	
Hareket problemleri	
Kesir problemleri	
Havuz problemleri	
İşçi problemleri	
Yüzde problemleri	
Faiz problemleri	
Kâr-zarar problemleri	
Karışım problemleri	
Veri toplama ve değerlendirme	
Veri analizi	
Grafik	
Sütun grafiği	
Çizgi grafiği	
Daire grafiği	
Aritmetik ortalama	
Açıklık	
Mod	
Medyan	
Standart sapma	
Olasılık	
Bağımlı olay	
Bağımsız olay	
Geometri	
Uzay	
Katlama soruları	
Grafik	

2) Siz “Matematiksel-uzamsal kavram” ifadesini nasıl tanımlarsınız?

EK-3. Öğretmen Görüşme Formu

Matematiksel Uzamsal Kavramlar Hakkında Görüşme Formu

Bu form, matematiksel uzamsal kavramların öğretim süreçlerinde nasıl kullanıldığı ve problem bağlamında değerlendirilmesiyle ilgili geri bildirim toplamak için hazırlanmıştır. Lütfen aşağıdaki soruları mümkün olduğunca ayrıntılı ve samimi bir şekilde yanıtlayınız. Değerli görüşleriniz için teşekkür ederiz.

Görüşmeci Adı ve Soyadı: _____
Görevi/Unvanı: _____
Meslek Yılı: _____
Görüşme Tarihi: _____
Görüşme Süresi: _____

Matematiksel uzamsal düşünme; bireylerin geometrik şekillerin veya nesnelerin zihinsel temsillerini oluşturma, bu temsilleri manipüle etme ve farklı bakış açılarına göre zihinsel dönüşümler yapabilme yeteneği olarak tanımlanabilir. Bu bir geometrik şekli veya matematiksel nesneyi zihinde canlandırma, döndürme, yansıtma, genişletme veya bunların başka bir perspektiften nasıl görüneceğini tahmin edebilme becerisini ifade eder. Eğer bir matematik problemi yalnızca uzamsal düşünme becerisi ile çözülebiliyorsa, bu problemde uzamsal kavramlar yer almaktadır. Uzamsal kavramlar, geometrik şekillerin ve nesnelerin boyutlarını, konumlarını, yönelimlerini ve birbirleriyle olan ilişkilerini anlamaya yönelik teorik araçlardır.

Bölüm 1: Matematiksel Uzamsal Kavramların Öğretimine Yönelik Görüşler

1. Matematiksel uzamsal kavramlar için derste kullandığınız strateji ve yöntemler nelerdir?

2. Matematiksel uzamsal kavramları anlatırken hangi materyalleri ve kaynakları kullanıyorsunuz?

3. Matematiksel uzamsal kavramları öğretirken karşılaştığınız başlıca güçlükler nelerdir? Bu güçlükleri aşmak için nasıl bir çözüm yolu kullanıyorsunuz?

4. Matematiksel uzamsal kavramların derste daha etkili öğretilmesi için hangi tür materyallere, öğretim araçlarına, fiziksel koşullara veya okul kaynaklarına ihtiyaç duyuyorsunuz?"

Bölüm 2: Matematiksel Uzamsal Kavramlara Yönelik Görüşler

1. Matematiksel uzamsal kavramlar öğrencilerin matematik derslerine ilgisini artırıyor mu? Bu konuda yaşadığınız gözlemlerinizi örnekler verebilir misiniz?

2. Öğrencileriniz, uzamsal kavramları öğrenirken genellikle hangi noktalarda zorlanıyorlar?

3. Matematiksel uzamsal kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin öğrenme sürecine etkileri hakkında ne düşünüyorsunuz?

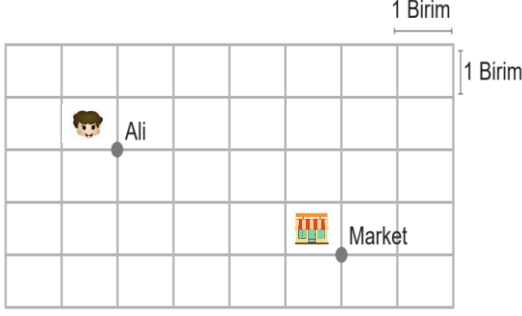
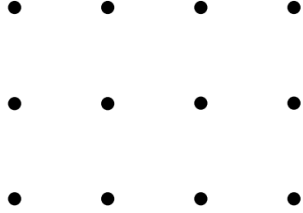
4. Derslerde kullandığınız soruların uzamsal düşünme becerilerini gerektirip gerektirmediğini dikkate alıyor musunuz? Bu tür soruların tasarımında hangi kriterleri göz önünde bulunduruyorsunuz?

5. Derslerde kullandığınız soruların türlerini nasıl kategorize edersiniz? Örneğin, görsel, kelime tabanlı, sembolik gibi farklı türlerden hangilerine ağırlık veriyorsunuz? Sizce hangi tür sorular öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerine daha fazla katkı sağlar ve neden?

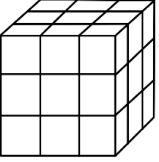
Ek Notlar ve Gözlemler

(Görüşme sırasında alınan ek notlar veya gözlemler buraya yazılabilir.)

EK-4. Öğrenci Başarı Testi

1	 Ali, en kısa yoldan markete gitmek istiyor. Buna göre Ali, markete gitmek için nasıl hareket etmelidir?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
2	On binler basamağındaki rakamı 7 olan, rakamları farklı 5 basamaklı en büyük doğal sayının yüzler basamağındaki rakam kaçtır?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
3	$\triangle - 27 = 72 : 8$ Yukarıdaki eşitlikte yer alan "$\triangle$" yerine hangi doğal sayı gelmelidir?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
4	 Yukarıdaki noktali kâğıt üzerine, köşeleri noktalara gelecek şekilde <u>en çok</u>, kaç tane kare çizilebilir?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.

5	Dört arkadaş gittikleri tiyatro bileti sırasına girmişlerdir. • Mert ve Kenan arka arkaya değillerdir. • Buse, Kenan'ın önündedir. • Esra, sıranın sonundadır. Sırada bu dört arkadaştan başka kimse olmadığına göre, sıranın en başında kim vardır?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
6	$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3} = ?$ 21 adet $\frac{2}{3}$ kesrinden oluşan yukarıdaki işlemin sonucu kaçtır?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
7	Kenar uzunlukları birer doğal sayı ve çevre uzunluğu 22 birim olan kaç farklı dikdörtgen oluşturulabilir?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
8	Bilge, aşağıdaki belli aralığı silinmiş 30 cm'lik cetveli kullanarak kaleminin boyunu ölçmek istiyor.  Kaleminin bir ucunu 0'ın üzerine yerleştirdiğinde diğer ucunun silinmiş olan aralığa denk geldiğini görüyor. Daha sonra, kaleminin bir ucunu 30'un üzerine koyup tersten ölçüm yaptığında da diğer ucunun yine silinmiş olan aralığa denk geldiğini görüyor. Bu durumda Bilge'nin kaleminin santimetre cinsinden boyu hangi doğal sayılar arasında olabilir?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.

9	$AB \times (27 \times 23) = 23 \times (36 \times 27)$ eşitliğinde $A \times B$ kaçtır?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
10	Derya'nın bugünkü yaşı ablasının yaşının çeyreği kadardır. Ablası bugün 20 yaşında olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı Derya'nın bugünkü yaşının 9 katı olur?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
11	 Yukarıdaki şekilde 27 küçük küp birleştirilerek bir büyük küp yapılmıştır. Bu büyük küpün tüm dış yüzeyi kırmızıya boyanmıştır. - Küçük küpler dağıtıldığını sadece bir yüzeyi kırmızı boyalı kaç küçük küp ortaya çıkar? - Küçük küpler dağıtıldığında hiçbir yüzeyi boyalı olmayan kaç küçük küp ortaya çıkar?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.
12	$38 < \bullet < \star < 45$ olduğuna göre $\bullet$ ve $\star$ yerine yazılabilecek <u>en büyük</u> doğal sayıların toplamı kaçtır?	Sizce yandaki soru ne kadar zordu? ☐ Çok zordu. ☐ Zor sayılırdı. ☐ Ne kolaydı ne zordu. ☐ Kolay sayılırdı. ☐ Çok kolaydı.