



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**GPS UYDU KOORDİNATLARININ FARKLI
ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİYLE
BELİRLENMESİ**

Recep ÇAKIR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Temmuz-2018

KONYA

Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Recep ÇAKIR tarafından hazırlanan “GPS Uydu Koordinatlarının Farklı Enterpolasyon Yöntemleri İle Belirlenmesi” adlı tez çalışması 18/07/2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan

Prof. Dr. İbrahim KALAYCI

Danışman

Doç. Dr. Serkan DOĞANALP

Üye

Prof. Dr. Ekrem TUŞAT

İmza

.....
.....
.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mehmet KARALI

FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ


Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Recep ÇAKIR

Tarih: 24/07/2018



ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GPS UYDU KOORDİNATLARININ FARKLI ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİYLE BELİRLENMESİ

Recep ÇAKIR

Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Serkan DOĞANALP

2018, 70 Sayfa

Jüri

Doç. Dr. Serkan DOĞANALP

Prof. Dr. İbrahim KALAYCI

Prof. Dr. Ekrem TUŞAT

Günümüzde uydu teknolojisi çok önemli bir yere sahiptir. Hemen hemen her alanda bu teknolojinin izine rastlamak mümkündür. Jeodezik açıdan bakıldığında, uydu konumlarının hesaplanması özellikle astronomi, uydu jeodezisi vb. çalışma alanları için oldukça önemlidir. Bu hesaplama işlemi aynı zamanda birçok GNSS konumlandırma yazılımının temel görevlerinden biridir. Genel olarak literatürde, GPS uydu koordinatlarının hesaplanmasına yönelik farklı enterpolasyon yöntemleri (polinom, lagrange, trigonometrik vb.) kullanılmıştır. Bu çalışmada, GPS uydu koordinatlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemleri araştırılmış ve en uygun yöntemin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu amaçla, çok sayıda dağınık veri noktası için mükemmel sonuçlar veren ve dağınık veri yaklaşımı için güçlü bir araç olarak ortaya çıkan radyal bazlı fonksiyonlar, literatürde sıklıkla kullanılan polinomlar ve trigonometrik fonksiyonlar kullanılmıştır. Bu enterpolasyon yöntemleri ile GPS uydu koordinat değerleri hesaplanmış ve sonuçlar sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Enterpolasyon Yöntemleri, GPS, Radyal Bazlı Fonksiyonlar, Yörünge Belirleme.

ABSTRACT

MSC THESIS

DETERMINATION OF SEVERAL INTERPOLATION METHODS OF GPS SATELLITE COORDINATES

Recep ÇAKIR

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN GEOMATICS ENGINEERING**

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Serkan DOĞANALP

2018, 70 Pages

Jury

Assoc. Prof. Dr. Serkan DOĞANALP

Prof. Dr. İbrahim KALAYCI

Prof. Dr. Ekrem TUŞAT

Today, the satellite technology has a very important role. It is not wrong to say that almost every field uses this technology. From a geodetic point of view, the calculation of satellite positions is especially useful for the study areas as astronomy, satellite geodesy, etc. are very important. This calculation is also one of the basic tasks of many GNSS positioning software. In general, different interpolation methods (polynomial, Lagrange, trigonometric, etc.) have been used in the literature to calculate GPS satellite coordinates. In this study, interpolation methods used in determining the GPS satellite coordinates have been investigated and the most appropriate method has been chosen. For this purpose, radial basis functions which give excellent results for a large number of scattered data points and emerged as a powerful tool for distributed data approach and polynomials and trigonometric functions which are frequently used in the literature have been used. GPS satellite coordinate values have been calculated by these interpolation methods and the results have been presented.

Keywords: Interpolation Methods, GPS, Radial Basis Functions, Orbit Determination.

ÖNSÖZ

Muazzam bir teknoloji ürünü olan uydular günümüzde çok önemli bir yere sahiptir. Gelişimini hâlâ sürdüren bu teknoloji ürünü, günümüzde değerli olduğu kadar gelecekte de çok önemli bir yere sahip olacaktır.

Yaptığımız bu çalışmayla uydu teknolojisine bilimsel katkılar sunarak insanların yararlanacağı değerli bilgiler bırakmak bizim en önemli amacımızdır. Bu çalışma kapsamında uyduların yörüngelerinin farklı enterpolasyon yöntemleriyle de belirleneceği ortaya koymak istedik. Uydu yörüngelerinin belirlenmesine bu şekilde katkı sunmak küçük bir adım olarak değerlendirilebilir ama ileride uydu yörüngeleriyle ilgili yapılacak çalışmalara katkı sağlayacağı şüphesizdir.

Ayrıca bu çalışmada bilgi ve birikimleri benden esirgemeyen çalışmam boyunca sürekli destek olan saygı değer hocam Doç. Dr. Serkan DOĞANALP'e şükranlarımı sunarım. Beni her daim destekleyen ve yalnız bırakmayan aileme de çok teşekkür ederim.

Recep ÇAKIR
KONYA-2018

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI	1
2. UYDU YÖRÜNGELERİNİN BELİRLENMESİ	6
2.1. Uyduların Hareket Denklemi	8
2.2. Kinematik Yörünge Belirleme	10
2.3. Dinamik Yörünge Belirleme.....	11
2.4. İndirgenmiş Dinamik Yörünge Belirleme.....	13
2.5. DYB Stratejisi	14
3. ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ.....	16
3.1. Polinomlarla Enterpolasyon	16
3.2. Trigonometrik Enterpolasyon	18
3.3. RBF Enterpolasyonu	20
4. SAYISAL UYGULAMALAR VE SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI	22
4.1. Polinom Enterpolasyonu Uygulaması Sonuçları	25
4.2. Trigonometrik Enterpolasyon Uygulaması Sonuçları.....	40
4.3. RBF Enterpolasyon Uygulaması Sonuçları	45
4.4. Enterpolasyon Sonuçlarının Karşılaştırılması.....	50
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	52
KAYNAKLAR	54

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1. Hata miktarının baz uzunluğuna etkisi (Doğanalp, 2013).....	8
Çizelge 3.1. Radyal bazlı fonksiyonlar ve formülleri (Dressler 2009; Doğanalp ve Çakır 2017).....	21
Çizelge 4.1. 15 dakikalık 01.01.2002 tarihli 24 saatlik GPS verisi içeriği.....	22
Çizelge 4.2. X koordinatları için polinom enterpolasyon sonuçları.....	26
Çizelge 4.3. Y koordinatları için polinom enterpolasyon sonuçları.....	27
Çizelge 4.4. Z koordinatları için polinom enterpolasyon sonuçları.....	28
Çizelge 4.5. X koordinatları için trigonometrik enterpolasyon sonuçları.....	40
Çizelge 4.6. Y koordinatları için trigonometrik enterpolasyon sonuçları.....	41
Çizelge 4.7. Z koordinatları için trigonometrik enterpolasyon sonuçları.....	41
Çizelge 4.8. Trigonometrik enterpolasyon uygulaması için maksimum toplam hata miktarları.....	41
Çizelge 4.9. X koordinatları için RBF enterpolasyon sonuçları.....	46
Çizelge 4.10. Y koordinatları için RBF enterpolasyon sonuçları.....	46
Çizelge 4.11. Z koordinatları için RBF enterpolasyon sonuçları.....	46
Çizelge 4.12. RBF' ler için maksimum toplam hata miktarları.....	46
Çizelge 4.13. Farklı enterpolasyonlar sonucunda elde edilen değerler (birimler:cm)....	50

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1. Dünya etrafında uydulardan kaynaklı oluşan kirlilik (Yoder, 2015).....	2
Şekil 2.1. Kepler elemanları (Doğanalp, 2013)	9
Şekil 2.2. Bernese yörünge belirleme iş akış şeması (Doğanalp, 2013).....	15
Şekil 4.1. 01.01.2002 GPS yörünge koordinatları	24
Şekil 4.2. X koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları	29
Şekil 4.3. X koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon farkları	29
Şekil 4.4. Y koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları.....	30
Şekil 4.5. Y koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon farkları.....	30
Şekil 4.6. Z koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları.....	31
Şekil 4.7. Z koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon farkları.....	31
Şekil 4.8. X koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları	33
Şekil 4.9. X koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon farkları	33
Şekil 4.10. Y koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları.....	34
Şekil 4.11. Y koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon farkları.....	34
Şekil 4.12. Z koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları.....	35
Şekil 4.13. Z koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyonu farkları.....	35
Şekil 4.14. X koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları	37
Şekil 4.15. X koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon farkları	37
Şekil 4.16. Y koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları.....	38
Şekil 4.17. Y koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon farkları.....	38

Şekil 4.18. Z koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları.....	39
Şekil 4.19. Z koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon farkları.....	39
Şekil 4.20. X koordinatları için 9.dereceden trigonometrik enterpolasyon sonuçları.....	42
Şekil 4.21. X koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon farkları.....	43
Şekil 4.22. Y koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonuçları	43
Şekil 4.23. Y koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon farkları.....	44
Şekil 4.24. Z koordinatları için 9.dereceden trigonometrik enterpolasyon sonuçları.....	44
Şekil 4.25. Z koordinatları için 9.dereceden trigonometrik enterpolasyon farkları.....	45
Şekil 4.26. X koordinatları için NCS enterpolasyon sonuçları	47
Şekil 4.27. X koordinatları için NCS enterpolasyon farkları	48
Şekil 4.28. Y koordinatları için NCS enterpolasyon sonuçları	48
Şekil 4.29. Y koordinatları için NCS enterpolasyon farkları	49
Şekil 4.30. Z koordinatı için NCS enterpolasyon sonuçları.....	49
Şekil 4.31. Z koordinatı için NCS enterpolasyon farkları.....	50

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

σ_b	: baz hatası
σ_r	: yörünge hatası
ρ_a^u	: uydu ile alıcı arasındaki uzaklık
F	: m kütleli cisme uygulanan bileşke kuvvet
G	: evrensel yerçekimi sabiti
r	: uydu ve yer arasındaki mesafe
m	: uydu kütlesi
M	: yer cisim kütlesi
\mathbf{r}	: uydunun yer merkezli konum vektörünü
$\ddot{\mathbf{r}}$: konum vektörünün ikinci türevini (ivme)
a	: yörünge elipsinin büyük yarı eksen
e	: yörünge düzleminin dış merkezliliği
i	: yörünge düzleminin eğimini
Ω	: çıkış düğümünün boylamı
ω	: günberi uzaklığı veya perige argümanı
v	: gerçek anomali değeri
$\ddot{\mathbf{r}}_{bozucu}$: uydu üzerine etki eden tüm bozucu güçlerin toplam vektörü
f_0	: yerçekimi merkezinden (central gravity term) kaynaklanan ivme
f_1	: uydu üzerine etki eden kuvvetlerin neden olduğu ivmeler
f	: uydu üzerine etki eden toplam ivme
t	: dinamik zamanı
$\dot{\mathbf{r}}$: uydunun hızını
q_1, \dots, q_d	: dinamik yörünge parametrelerini
$\mathbf{r}(t_0)$: önsel yörünge
n	: polinom derecesi
a_{ij}	: polinomun bilinmeyen katsayılarını
i, j	: (\mathbf{x}, \mathbf{y}) koordinatlarının üssü olan pozitif tamsayıları
x_0, y_0, z_0	: enterpolasyon noktalarının koordinatları

Kısaltmalar

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
CPU	: İşlem Zamanı
DYB	: Duyarlı Yörünge Belirleme
GEO	: Geostationary Earth Orbit
GPS	: Global Positioning System
GLONASS	: Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
IGS	: International GPS Service
IBDK	: İyonosferden Bağımsız Doğrusal Kombinasyon
LEO	: Low Earth Orbit
MEO	: Medium Earth Orbit
NCS	: Natural Cubic Spline
RBF	: Radyal Bazlı Fonksiyon
SSCB	: Sovyet Sosyalist Cumhuriyetler Birliği
TPS	: Thin Plate Spline

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

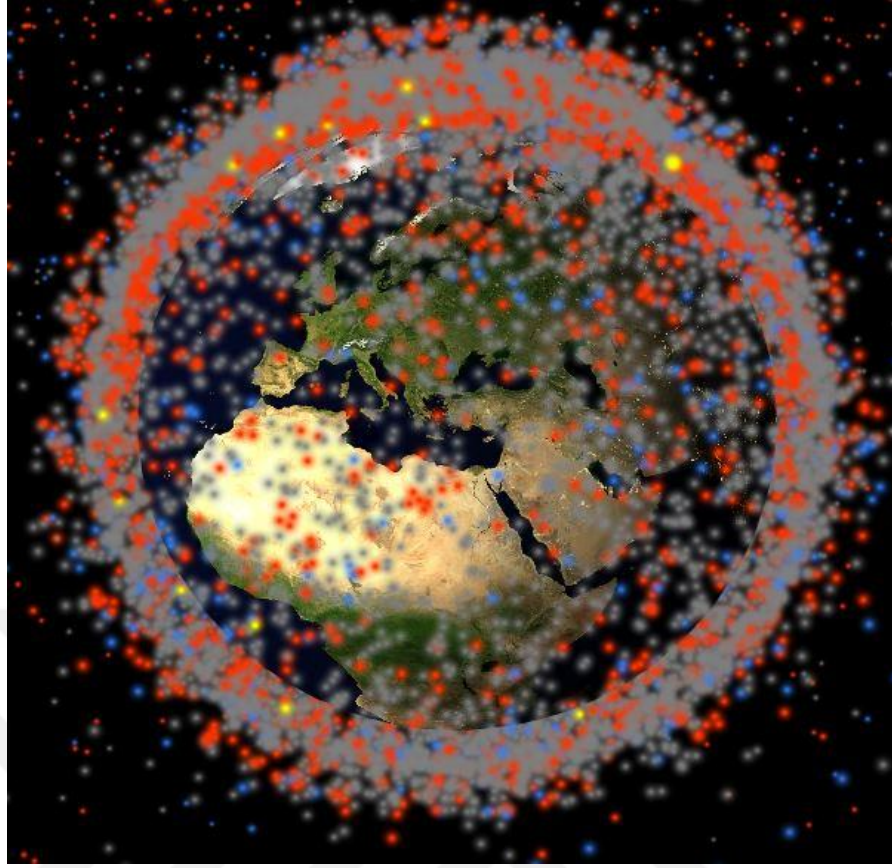
Modern toplumlarda, geçmişten günümüze son 15-20 yıllık süreçleri incelediğimizde insan alışkanlıklarının önemli ölçüde teknolojiyle entegreli olarak değiştiğini gözlemlemekteyiz. Bunun en önemli sebebi ise insanların teknoloji çağına ayak uydurmak için alışkanlıklarını revize etmesidir. Akıllı elektronik cihazlar, internetin ortamının yaygınlaşması, zamandan tasarruf etmek adına ihtiyaçların teknoloji yoluyla daha hızlı karşılanması, genel olarak ihtiyaç duyulan bilgilere daha basit yollardan ulaşılması teknolojinin insanlara sunduğu kolaylıkların başında gelmektedir. Aslında bu ve buna benzer teknolojinin insanlara sunduğu kolaylıkları biraz detaylı incelediğimizde tüm bunların temelinde doğrudan uydu teknolojisi yattığını görmekteyiz.

Uydular günümüzde belki de teknolojinin geldiği en son noktanın yansımasıdır. Ülkelerin başta teknolojik ve askeri olmak üzere birbirleriyle olan rekabetleri bunda önemli bir paya sahiptir. Bu rekabetin getirdiği yarış, ülkelerin savunma amaçlı ayırdıkları bütçeleri akıl almaz seviyelere getirmiş durumdadır. Bu bütçelerin olumlu anlamda yansımaları, uzay çalışmalarına dolayısıyla da uydu teknolojilerinin gelişimine yaptıkları katkılardır.

Uydu teknolojisinin gelişim sürecini incelediğimizde karşımıza çıkan ortak payda, birçok ülkenin hedefleri arasında kendi uydularını en iyi şekilde geliştirerek uzaya göndermek ve uzayda yer edinmek istediğini görmekteyiz. Bu durum günümüzde olmasa bile gelecekte bir nevi uzay kadastrosunun başlangıcı da sayılacaktır.

Uyduların muazzam gözlem yeteneğiyle birlikte bir ülkenin başka bir ülkeyi uydu yoluyla gözlemleyebilmesi, hedef ülke hakkında çeşitli veriler elde etmesi ve tüm bunlarla birlikte siyasi, askeri, ekonomik vs. politikalar üretebilmesi ülkeler arasında rahatsızlığa neden olabilmektedir.

Ülkelerin uzay çalışmaları alanında içinde buldukları rekabete farklı bir açıdan bakacak olursak ülkeler ve teknoloji şirketleri tarafından uzaya gönderilen uyduların dünya etrafında oluşturdukları kirlilik bu rekabetin boyutlarını gözler önüne sermektedir. Dünya etrafındaki kirliliğe dikkat çekmek amacıyla James Yoder isimli genç bir bilgisayar programcısı WebGI adında bir yazılım kullanarak uzayda kirliliğe neden olan başta uydu parçaları olmak üzere roket parçaları, astronot eşyaları ve uzayla ilgili diğer araç gereçlerin 3 boyutlu görüntülenebileceği bir çalışma yapmıştır (Yoder, 2015).



Şekil 1.1. Dünya etrafında uydulardan kaynaklı oluşan kirlilik (Yoder, 2015)

Uydular artık askeri mahremiyetlerinden ziyade günümüzde sivil kullanıcılar için de olağanüstü bir kolaylık sağlamaktadır. İnsanlar çok rahat bir şekilde bu teknolojiyi kullanıp yarar sağlayabilmektedirler. Mühendislik hizmetleri, iletişim, gözlemlene, konum bilgisi aklımıza gelebilecek birçok şey uydu teknolojisinin insanlara sunduğu kolaylıklardan sadece birkaçıdır.

Uydu teknolojisi modern haritacılık faaliyetlerinde de çok önemli bir yere sahiptir. Haritacılıkta bilinen bir noktadan yola çıkılarak bugün tüm mühendislik faaliyetleri, navigasyon sistemleri, coğrafi bilgi sistemleri, kent bilgi sistemleri, şehircilik faaliyetleri ve haritacılık anlamında aklımıza gelebilecek daha birçok şeyin temelini uydu teknolojisi oluşturmaktadır. Nedeni ise istediğimiz herhangi bir noktanın çok basit bir şekilde uydu teknolojisi yardımıyla hassas bir şekilde konum bilgisini elde edebilmemizdir. Bilinmeyen noktaların belirlenmesindeki bu müthiş kolaylık zamandan çok önemli bir tasarruf elde edilmesinin yanı sıra ekonomik açıdan da önemli bir kazanç sağlamaktadır. Tüm bunlarla birlikte haritacılık anlamında hassasiyet gerektiren faaliyetlerin de ana unsuru uydu teknolojisidir. Tektonik hareketlerin izlenmesi, uzayla

ilgili gözlemler, hassasiyet gerektiren mühendislik faaliyetleri gibi çalışmalar uydu teknolojisinin sağladığı uygulamalara örnek olarak verebilir.

Uyduların birçok yazılımsal ve donanımsal özelliği vardır. Bu özellikler birçok verinin birleşmesiyle veya tek bir veriyle ifade edilebilir. Uydu yörüngeleri de matematiksel olarak ifade edilebilmektedir. Bu çalışma kapsamında uydu yörünge koordinatlarının farklı enterpolasyon yöntemleri ile kestirilmesi amaçlanmıştır.

Matematiksel işlemler silsilesi olan enterpolasyon yöntemi, kısaca bilinen değerleri kullanarak bilinmeyenleri bulmak veya gerçek değere yaklaşımdır denilebilir. Enterpolasyon işlemi de tıpkı uydu teknolojisi gibi toplum hayatında bir şekilde yer almaktadır. Tıp, elektronik, fotogrametrik çalışmalar, uzay çalışmaları, zirai çalışmalar ve daha birçok alanda enterpolasyon işlemleri yapılmaktadır.

Enterpolasyon işlemiyle gerçek değere yaklaşmak veya o değeri bulmanın yanı sıra işlem yükünden kurtulmak, zamandan tasarruf etmek, eldeki veri fazlalığını anlamlı bir şekilde sadeleştirmek, hassasiyeti arttırmak gibi kolaylıklar sağlanabilmektedir. Birçok enterpolasyon yöntemi olmakla beraber bu çalışma kapsamında herhangi bir sınıflandırma yapılmamıştır.

Haritacılık perspektifinden enterpolasyon işlemine bakacak olursak birçok alanda enterpolasyon yöntemleri kullanılmış ve kullanılmaktadır. Hacim hesapları, yerel jeoit belirleme çalışmaları, elipsoidale yükseklikten ortometrik yüksekliğe geçiş, sayısal yükseklik modellerinin belirlenmesi, fotogrametrik haritalama çalışmaları, uzaktan algılama projeleri, jeodezik hesaplamalar ve daha birçok alanda enterpolasyon yöntemleri kullanılmaktadır.

Uyduların yörüngelerinin belirlenmesinde de çeşitli yöntemler ve bu yöntemleri etkileyen farklı parametreler vardır. Belirlenecek uydu yörüngelerinde kullanılacak enterpolasyon yöntemi, yörünge için hangi hassasiyette olacağı hakkında bilgi verecektir.

Bu tez çalışmasının amacı; uydu yörüngelerini enterpolasyon yöntemleri ile belirleyip günümüzde ve gelecekte uydu çalışmalarına bilimsel katkıda bulunmaktır. Birçok enterpolasyon yöntemi araştırılıp bu çalışma için en uygun sonuçları veren enterpolasyon yöntemleri kullanılmıştır. Kullanılan enterpolasyon yöntemleri ise polinom, trigonometrik ve radyal bazlı fonksiyonlardan (RBF) lineer, cubic, gaussian, multikvadratik, multilog, natural cubic spline (NCS) ve thin plate spline (TPS) enterpolasyon yöntemleridir.

Bu çalışma kapsamında birçok farklı kaynak detaylı bir şekilde incelendi. Bu tez çalışmasının kaynak araştırması sırasında uydu teknolojisi ve enterpolasyon yöntemleri

olmak üzere iki unsurun üzerinde yoğunlaşıldı. Uydu çalışmaları ile ilgili daha çok dış kaynaklı yayınlar incelenirken enterpolasyon çalışmaları ile ilgili ise Türkçe yayınlara daha çok ağırlık verildi. Tez çalışmasının içeriğinde ise Türkçe ve yabancı kaynaklar harmanlanarak bir bütün hâlinde verildi.

Tez çalışmasındaki uydu ve yörünge belirlemeyle ilgili kaynaklara detaylı bir şekilde bakacak olursak birçok değerli çalışmadan bu tez çalışması için ayrı ayrı faydalanıldı. Özellikle bu çalışmalar aynı konunun bir parçası olduğundan bir bütün olarak incelenmesi önem taşımaktadır. Bu çalışmalar ise Yunck ve ark. (1990), Wu ve ark. (1990, 1991), Svehla ve Rothacher (2002), Bock (2003), Seeber (2003), Svehla ve Rothacher (2003), Tapley ve ark. (2004), Bock ve ark. (2005), Jaggi ve ark. (2005), Bae (2006), Hobbs ve Bohn (2006), Jaggi (2007), Swatschina (2009) ve Jaggi ve ark. (2010) yapmış oldukları çalışmalardır.

Uydu çalışmalarıyla ilgili bir başka değerli kaynak olan Doğanalp (2013)' ün yapmış olduğu “Gravite Alanı Belirleme Amaçlı Yakın Yer Uyduları için Duyarlı Yörünge Belirleme Teknikleri” çalışması, uydularla ilgili genel bilgilere yer vermekle birlikte yörünge belirleme tekniklerini detaylı bir şekilde ele almıştır. Ayrıca çalışmasını sayısal örneklerle desteklemiş ve sonuçlarını irdelemiştir. Bu tez çalışması bağlamında ise uydu yörüngelerinin belirlenmesiyle ilgili kısmından faydalanıldı. Uydu yörüngeleriyle ilgili bir diğer yayın olan Doğanalp ve Üstün (2015) yaptıkları çalışmadan da duyarlı yörünge belirleme (DYB) yöntemlerinin araştırılması kısmında yararlanıldı ve tez içeriğine uygun olarak yer verildi.

Enterpolasyon yöntemleriyle ilgili yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu çalışmaları tez çalışması nezdinde ele alacak olursak Giacaglia (1969), yaptığı çalışmayla trigonometrik enterpolasyon yöntemini detaylı bir şekilde formülleriyle birlikte açıklamıştır. Bu tez bağlamında ise trigonometrik enterpolasyon yönteminin açıklanması kısmında yaptığı çalışmadan faydalanılmıştır.

Yanalak (1997) yaptığı çalışmada sayısal arazi modelleri üzerinden hacim hesaplarını farklı enterpolasyon yöntemleri kullanarak bulmaya çalışmıştır. Bu çalışma kapsamında birçok enterpolasyon yöntemini çalışmasına dâhil etmiştir. Sonuç olarak ise hacim hesabını yaparken kullandığı enterpolasyon yöntemlerini kıyaslamıştır. Bulduğu sonuçları paylaşmış ve önerilerde bulunmuştur. Yaptığı çalışmada kullandığı enterpolasyon yöntemleri bu tez kapsamında değerlendirilmiş ve en iyi sonucu veren polinomlarla enterpolasyon yöntemi tez çalışmasının konusuna dâhil edilmiştir.

Özellikle uydu yörüngeleriyle ilgili enterpolasyon yöntemlerinin kullanıldığı çalışmalar incelendiğinde Schenewerk (2002) yapmış olduğu çalışmada, uydu yörünge koordinatlarını polinom ve trigonometrik enterpolasyon yöntemlerini kullanarak enterpole etmiştir. Bu iki enterpolasyon yöntemini kıyaslamış ve sonuçlarını paylaşmıştır. Schenewerk yaptığı bu çalışmada, elde ettiği sonuçları kendi yaptığı özel yazılımla anlamlı hâle getirmiştir. Yaptığımız tez çalışması ise bir nevi bu çalışmanın daha da genişletilmiş ve irdelenmiş hâlidir. Schenewerk' in yaptığı çalışmadan trigonometrik enterpolasyon yönteminin açık kaynaklı yazılımı kullanılarak yararlanıldı.

Ayar (2009) yapmış olduğu çalışmada Non Sibson enterpolasyon yöntemiyle yerel jeoidi belirlemeye çalışmıştır. Bu çalışmasının özelinde Non Sibson enterpolasyon yöntemiyle farklı enterpolasyon yöntemlerini kıyaslamıştır. Yaptığı çalışmanın sonuçlarını paylaşmış ve öneriler sunmuştur. Yaptığı çalışmadan bu tez kapsamında polinomlarla enterpolasyon yönteminin açıklanması kısmında faydalanılmıştır.

Dressler (2009) yapmış olduğu çalışma, RBF enterpolasyonlarının tez çalışmasındaki kaynağını oluşturmaktadır. Çalışmasında RBF enterpolasyonlarını detaylı bir şekilde formülleriyle birlikte açıklayarak örneklendirmiştir. Ayrıca RBF enterpolasyonlarının farklı kaynaklardan da araştırılması, bu tezin özelinde RBF enterpolasyonlarının son hâlini almasına katkı sağlamıştır.

Birçok enterpolasyon yönteminin olması ve enterpolasyon yöntemleriyle farklı çalışmalar yapılması bu konuda olabildiğince çok kaynak araştırması yapılmasına neden oldu. Farklı enterpolasyon yöntemleri farklı kaynaklardan yararlanılarak bu tez çalışması için değerlendirildi. Fakat en iyi sonucu veren polinom, trigonometrik ve RBF enterpolasyonları bu çalışmaya dâhil edilebildi.

Bu tez çalışmasıyla ilgili sadece yapılan bilimsel çalışmalardan yararlanılmadı. Bu alanda çalışmış değerli bilim insanlarından sözlü olarak alınan katkının yanı sıra yazılımsal anlamda da çok değerli katkılar alındı. Özellikle enterpolasyon yöntemlerinin programlanması aşamasında, sonuçların ortaya konması ve irdelenmesi için yazılımsal destek alındı.

2. UYDU YÖRÜNGELERİNİN BELİRLENMESİ

Bugün uydu denilince insanların aklına kuşkusuz muazzam bir teknoloji ürünü olan bilgisayar programlarıyla destekli, elektronik donanımı üst düzey, havada, atmosferde ve en önemlisi uzayda hareket kabiliyeti olan makineler gelmektedir. İnsanların aklında bu şekilde yer etmesinin en önemli sebebi ise uydu teknolojisinin gelişimine şahit olmalarıdır.

İkinci dünya savaşının bitmesiyle başlayan soğuk savaş döneminin en popüler rekabet alanlarından biri uzay çalışmalarıdır. Bu dönemde ülkeler uzay çalışmalarına ağırlık verdi ve birbirleriyle rekabet etmeye başladılar. Özellikle Amerika Birleşik Devletleri (ABD) ve Sovyet Sosyalist Cumhuriyetler Birliği (SSCB)' nin başını çektiği bu ülkeler uzaya gönderdikleri her uydunun reklamını dünyaya en güzel şekilde yapmaya çalıştılar. Böylelikle insanlar ister istemez bu rekabetin içinde kendilerini buldular ve bilgi sahibi oldular.

Başta siyasi ve askeri bir yarışın ürünü olan uydu teknolojisi, bu kimliğini kaybetmemesinin yanı sıra konum bilgisi, iletişim, mühendislik hizmetleri, yeryüzündeki tektonik hareketler, atmosferik hareketler ve daha birçok alanın odağındadır. İnsanlar bu teknolojiyi günlük yaşamlarında bilinçli veya bilinçli olmadan çok rahat bir şekilde kullanabilmektedir.

Günümüzde haritacılık faaliyetlerinin kalbi olan uydu teknolojisi gelişimini hâlâ sürdürmektedir. Bu gelişim sürdükçe de uydu teknolojiyle bağlantılı olan alanlar gelecekte dünyaya yön verecektir.

Uydular donanımlarına, yörüngelerine, sağladıkları hizmetlere ve daha birçok nitelikleri göz önünde bulundurularak sınıflandırılabilir. Bu sınıflandırmalardan biri olan yeryüzünden yüksekliklerine göre sınıflandırıldığında 3 gruba ayrılmıştır:

- Alçak Yörünge Uyduları (Low Earth Orbit - LEO)
- Orta Yörünge Uydular (Medium Earth Orbit - MEO)
- Yer durağan Yörünge Uyduları (Geostationary Earth Orbit – GEO)

Bu sınıflandırma örneklendirilirse LEO uyduları yeryüzünden yaklaşık 200-2000 km arasında konumlandırılmışlardır. LEO uydularına örnek olarak meteoroloji uyduları, gravite alanı belirleyen uydular, yeryüzü ile ilgili çeşitli konularda teknik çalışmalar yapan birçok uydu sayılabilir. Bu uyduların atmosferde bulunduğu konum itibarıyla ömürleri kısadır. Nedeni ise atmosferik etkilere daha fazla maruz kalmalarıdır. MEO uydularının yaklaşık yükseklikleri 5000-20000 km aralığında değişmektedir. Global

Positioning System (GPS) ve Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS) uyduları bu kategoride sınıflandırılabilir. GEO uydularının yükseklikleri ise 36000 km civarındadır. Bu uydular genellikle iletişim uydularıdır (Doğanalp, 2013).

Uyduların yörüngelerinin belirlenmesi çalışmalarına aslında insanlar çok da uzak değillerdir. Galileo, Kepler, Newton ve daha birçok değerli bilim insanı uydu yörüngelerinin belirlenmesine geçmişten günümüze çok değerli çalışmalar sunmuşlardır. Yakın geçmişe baktığımızda ise özellikle soğuk savaşın getirdiği rekabetten kaynaklı DYB çalışmaları hız kazanmıştır.

Günümüz koşullarına göre değerlendirildiğinde fazlasıyla ilkel kalan ancak zamanında çığır açmış olan 1957 yılında SSCB' nin gönderdiği Sputnik isimli uyduyla günümüze kadar sürecektir rekabet de başlamış oldu. Soğuk savaş yıllarında SSCB' nin gönderdiği ilk uyduya karşın ABD de aynı dönemlerde uzaya ilk uydusunu göndererek cevap verdi. Daha sonra farklı ülkelerde durumun ciddiyetini anlayarak uzay çalışmalarına dolayısıyla da uydu çalışmalarına ağırlık verdiler ve birçok uydu gönderdiler.

Takip eden yıllarda ise uzaya gönderilen uyduların sayısından ziyade gönderilen uyduların özellikleri önem kazandı. DYB açısından bakacak olursak ülkelerin birbiriyle olan rekabetlerinin ilk yıllarında yörünge hassasiyetleri 100 metre civarındaydı. Başta bu rekabetten kaynaklı olmak üzere teknolojinin ve hesaplama tekniklerinin gelişmesiyle birlikte takip eden yıllarda 10 metre civarlarına daha sonra birkaç metreye günümüzde ise birkaç cm seviyelerine kadar inmiştir (Tapley ve ark., 2004; Doğanalp, 2013). Tüm bu çalışmalar genel olarak DYB olarak isimlendirilmiştir (Doğanalp, 2013).

Konum belirleme uygulamalarında yörünge belirleme işlemini önemini matematiksel olarak ele aldığımızda,

$$\frac{\sigma_b}{b} = \frac{\sigma_r}{\rho_a^u} \quad (2.1)$$

eşitliği ile ifade edilebilir (Beutler ve ark., 2007). Denklemden b yeryüzünde iki nokta arası baz uzunluğunu (km), σ_b baz hatasını (m), σ_r yörünge hatasını (m), ρ_a^u ise uydu ile alıcı arasındaki uzaklığı (km) ifade eder. Çizelge 2.1' den de anlaşılacağı üzere bir GPS uydusunun yörüngesinin belirlenmesinde yapılacak hata miktarının baz uzunluğuna etkisi hesaplanabilir (Doğanalp, 2013).

Çizelge 2.1. Hata miktarının baz uzunluğuna etkisi (Doğanalp, 2013)

Yörünge Hatası (m)	Baz Uzunluğu (km)	Baz Hatası (mm)
2.5	1	-
2.5	10	1
2.5	100	12
2.5	1000	124
0.5	1	-
0.5	10	-
0.5	100	0.2
0.5	1000	2.5

DYB' de genel olarak 3 temel yöntem esas alınır. Bunlar;

- Kinematik
- Dinamik
- İndirgenmiş dinamik

yöntem olarak sıralanabilir. Bu üç yöntemde tez çalışmasının akışına uygun olarak ileriki bölümlerde açıklanmıştır.

2.1. Uyduların Hareket Denklemi

Newton' un yapmış olduğu çalışmalardan yola çıkılarak uyduların hareket denkleminin ulaşılabilir. Newton'un çalışmalarından olan yerçekimi ve hareket kanunları uydu denkleminin matematiksel ifadesini oluşturmaktadır.

Newton' un ortaya attığı görüşe göre; bir cismin hızındaki değişim miktarının (ivme) cismin kütlesiyle çarpımı, hareketi meydana getiren kuvvete eşittir. Bu görüş matematiksel olarak ifade edildiğinde,

$$F = ma = m\ddot{r} \quad (2.2)$$

denkleminin ifade edilir. Denkleminde m kütleli bir cisme uygulanan bileşke kuvvet vektörü F ile ve inersiyal (eylemsiz, ataletsiz) bir referans sistemde cismin ölçülen vektörel ivmesi, a (\ddot{r}) ile ifade edilmektedir.

Newton'un bir başka görüşü olan evrensel çekim yasası; evrendeki iki cisim birbirlerini aralarındaki uzaklığın karesi ile ters, kütleleri ile doğru orantılı çektiğini ifade eder. Matematiksel ifadesi ise,

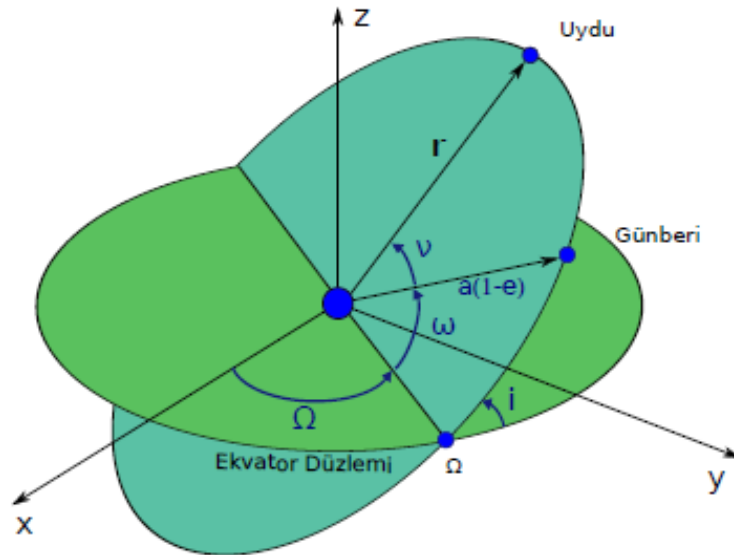
$$F = -G \frac{mM}{r^2} \quad (2.3)$$

şeklinde. G evrensel çekim sabiti, M (yer) ve m (uydu) cisimlerinin kütleleridir. Bu iki formülün (2.2) ve (2.3) birbirine eşitlenmesinden ortaya çıkan formül (2.4) uydunun temel hareket denklemini oluşturmaktadır.

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3} \mathbf{r} \quad (2.4)$$

Uydunun kütesinin ihmal edilmesiyle birlikte yerin gravite alanının simetrik olduğu ve yerin bir nokta kitle olarak varsayılmasıyla (2.4) eşitliği elde edilir. (2.4) eşitliğinin geneline bakacak olursak r uydunun yermerkezli konum vektörünü, r uydunun yerden yüksekliğini, $\ddot{\mathbf{r}}$ ise ivmeyi ifade eder (Doğanalp, 2013).

Hareket denkleminde yola çıkarak bir uydunun yörüngesinin ve uydunun bu yörünge üzerinde konumunun belirlenmesi için altı parametreye ihtiyaç duyulur. Bu altı parametre genel olarak Kepler yörünge parametreleri veya kısaca Kepler elemanları olarak adlandırılabilir (Şekil 2.1). Bu altı parametre;



Şekil 2.1. Kepler elemanları (Doğanalp, 2013)

- a : yörünge elipsinin büyük yarı eksenini,
- e : yörünge elipsinin dışmerkezliği veya eksantrisitesi,

- i : yörünge düzleminin eğim açısı,
- Ω : çıkış düğümünün boylamı,
- ω : günberi uzaklığı veya perige argümanı (bu açı yörünge düzleminindedir)
- v : gerçek anomali değeri

olarak ifade edilir. Kepler elemanları yardımıyla belirlenen uydu yörüngelerini açacak olursak,

- Ω, i : yörünge düzlemini ifade eden parametreler,
- a, e : elipsoidin büyüklüğünü ifade eden parametreler,
- ω : perige noktasının yerini ifade eden parametre,
- v : yörüngede uydunun konumunu ifade eden parametre,

olarak tanımlanabilir. Bu yöntemde uydunun konum ve hız bileşenleri her epok için ayrı ayrı hesaplanır (Doğanalp, 2013).

Temel hareket denklemi (2.4) gerçek uydu yörüngesinin ilk yaklaşımı olarak kabul edilir. Sebebi ise, gravite alanının her yerde aynı olduğu, yerin bir nokta kitle olarak alınması ve uydu kütlelerinin ihmal edilmesi gibi varsayımlara dayanmasıdır. Gerçeğe baktığımızda ise böyle bir durum söz konusu değildir. Yerin gravite alanına bağlı olarak özellikle LEO uydularına etki eden çekim etkisi oldukça düzensizdir. Bu düzensiz etkiyle birlikte çeşitli kuvvetler de (atmosferik etkiler, güneş patlamaları vb.) işin içine girmektedir. Bu durum temel hareket denkleminin uydu yörüngelerini tam anlamıyla ifade etmekte yetersiz kaldığını göstermektedir (Seeber, 2003; Doğanalp, 2013).

2.2. Kinematik Yörünge Belirleme

Kinematik yaklaşımın temelinde GPS gözlemleri yatmaktadır. Yüksek doğrulukla kestirilen GPS konumlarından gerçek yörünge bilgisi elde edilir (Seeber, 2003). GPS uydu dağılımı, GPS saat ve yörüngelerinin kalitesi ve GPS gözlemlerinin hassasiyetine göre kinematik tekniğin kalitesi değişmektedir. Bu sebeple uyumsuz ölçüler GPS gözlemlerinden çıkartılmalıdırlar (Doğanalp ve Üstün 2015).

GPS gözlemlerinin sağlandığı uydu sayısı dört ve dördün altına düşerse istenilen epoklar için uydunun konumu elde edilemeyebilir. Bu durum ise kinematik yörünge belirleme yaklaşımının dezavantajıdır. Kinematik tekniğin dezavantajlı durumu, dinamik yörünge belirleme tekniğiyle aşılabılır. Sebebi ise dinamik yaklaşım tekniğinin süreklilik üzerine kurulması ve veri boşluklarından etkilenmemesidir (Bock, 2003; Bae, 2006; Doğanalp, 2013).

Kinematik yörünge belirlenmesinde GPS yörüngeleri kullanılır. GPS yörüngeleri duyarlı efemeris ve saat bilgilerinden oluşmaktadır. Bu bilgiler international GPS service (IGS) tarafından sağlanmaktadır.

Kinematik yaklaşım sıfır farklar (*zero difference*) ve iyonosferden bağımsız kombinasyonlar kullanılarak belirlenir. İkili farklar (*double difference*) ve üçlü farklar (*triple difference*) bu yaklaşımda tercih edilmekle beraber sıfır farkların alternatifi konumundadır. İkili ve üçlü farklara göre sıfır farkların tercih sebebi ise basit ve verimli olmasıdır.

İkili farkların en önemli avantajlı tarafı, gözlem denklemlerindeki tamsayı bilinmeyenlerini minimize etmesidir. Bu durum LEO yörünge kalitesinin iyileştirilmesine olanak sağlamaktadır. İkili farkların en göze çarpan dezavantajlı tarafı ise IGS istasyonlarından sağlanan gözlemlerin bilinmeyen parametre sayısının fazla olmasıdır (Svehla ve Rothacher, 2003). Bu durumun sebebi ise ikili ve üçlü farklar yönteminde LEO uydusu ile IGS yer istasyonları arasındaki bazlar kullanılarak çözüme ulaşılmasıdır. Devamında ise bu durum fazla sayıda GPS gözlemlerinin çözümüne olanak sağlaması ve buna bağlı olarak işlem zamanı (CPU) artmasıdır (Doğanalp ve Üstün 2015).

Üçlü farklar yaklaşımını ele aldığımızda dezavantajlı durum olarak gözlemlerdeki gürültü artışı göze çarpmaktadır. Sonuç olarak sıfır farklar yöntemiyle iyonosferden bağımsız doğrusal kombinasyonlar (IBDK) kullanılması kinematik yörünge belirlemede tercih edilir (Doğanalp ve Üstün 2015).

2.3. Dinamik Yörünge Belirleme

Bu yaklaşımda kinematik yaklaşımın aksine uydu üzerine etki eden tüm bozucu kuvvetler, uydunun temel hareket denklemine eklenmesiyle dinamik yörünge belirleme tekniği elde edilir. Bu durumda (2.4) eşitliği

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3}\mathbf{r} + \ddot{\mathbf{r}}_{\text{bozucu}} \quad (2.5)$$

şeklini alır (Svehla ve Rothacher, 2003; Bock, 2003; Hobbs ve Bohn, 2006; Jaggi, 2007; Jaggi ve ark., 2010; Doğanalp, 2013). (2.5) doğrusal olmayan ikinci dereceden bir

diferansiyel denklemdir. Bu denklemde yer alan \ddot{r} *bozucu* parametresi uydu üzerine etki eden yer çekimi başta olmak üzere tüm bozucu kuvvetlerin toplamını ifade eder ve

$$\ddot{r}_{\text{bozucu}} = f_1(t, r, \dot{r}, q_1, \dots, q_d) \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem genişletilmiş hali ise,

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^3}r + f_1(t, r, \dot{r}, q_1, \dots, q_d) = f_1 + f_0 = f \quad (2.7)$$

(2.7) denklemi ile ifade edilir. (Jaggi, 2007; Jaggi ve ark., 2010). Burada:

- t : dinamik zamanı
- r : uydunun konumunu
- \dot{r} : uydunun hızını
- q_1, \dots, q_d : dinamik yörünge parametrelerini
- f_0 : yerçekimi merkezinden (central gravity term) kaynaklanan ivmeyi
- f_1 : uydu üzerine etki eden kuvvetlerin neden olduğu ivmeleri
- f : uydu üzerine etki eden toplam ivmeyi ifade eder.

Dinamik yaklaşımda, dinamik yörünge parametreleri veya dinamik parametreler ya bilinen olarak kabul edilir ya da dengeleme işlemi içerisinde başlangıç koşulları ile birlikte kestirilir (Swatschina, 2009). Dinamik parametreler uydu üzerine etki eden gravite alanı, radyasyon basıncı gibi kuvvetlerin neden olduğu bozucu ivmeler olarak ifade edilir. (2.8) ve (2.9)' de t_0 epogunda Kepler elemanlarından faydalanılarak başlangıç koşulları aşağıdaki biçimde,

$$r(t_0) = r(a, e, i, \Omega, \omega, v; t_0) \quad (2.8)$$

$$\dot{r}(t_0) = \dot{r}(a, e, i, \Omega, \omega, v; t_0) \quad (2.9)$$

ifade edilir. Denklem (2.7)' den genel olarak analitik bir çözüme kavuşmak oldukça karmaşık bir problemdir. Bu sebeple nümerik olarak çözüm gerçekleştirilir. Çözüm için birçok (RungeKutta, ekstrapolasyon, polinom vs.) nümerik yöntem ortaya konulmuştur. (2.7)' nin çözümü nümerik yöntemler yardımıyla gerçekleştirilir. Devamında ise önsel yörünge elde edilir. GPS kod gözlemlerinin değerlendirilmesinden de önsel yörünge

elde edilebilir. Dinamik yörünge belirleme işlemine geniş bir açıdan bakacak olursak yörünge belirleme işleminden ziyade bir nevi yörünge iyileştirme işlemi gibi ele alınabilir (Svehla ve Rothacher, 2003; Jaggi ve ark., 2005; Jaggi, 2007, Jaggi ve ark., 2010; Doğanalp ve Üstün, 2015).

2.4. İndirgenmiş Dinamik Yörünge Belirleme

Dinamik ve kinematik modellerin DYB işlemi için, birbirleri ile kıyaslandığında avantajlı ve dezavantajlı tarafları vardır. Dinamik modelin kalitesi kurulan güç modeli ve GPS verileri ile doğrudan ilişkilidir. Kinematik modelin kalitesi ise GPS gözlemleri, GPS uydu geometrisi, GPS saat ve yörünge kalitesiyle doğrudan ilişkilidir (Doğanalp, 2013).

Bu modellerin dezavantajlarını açacak olursak kinematik yaklaşımda veri boşlukları ve sürekli olmaması dinamik yaklaşımda ise LEO uydularına etki eden bozucu kuvvetlerin kestirim sürelerinin uzunluğunun model hassasiyetine olumsuz etki etmesi başlıca dezavantajları olarak görülebilir (Doğanalp, 2013).

İndirgenmiş dinamik (reduced-dynamic) yaklaşım, kinematik ve dinamik yaklaşımın dezavantajlarını giderecek ve GPS ölçme duyarlılığından yararlanılabilecek bir çözüm önerisi olarak geliştirilmiştir. Ardışık Kalman filtreleme tekniğini kullanarak yörünge çözümlerini bu yaklaşımda elde eder. Zaman ve ölçü güncellemesi adı altında bu tekniğin iki önemli aşaması vardır (Yunck ve ark., 1990; Wu ve ark., 1990, 1991). Bu yaklaşım, dinamik çözümün tekrar düzeltilmesi ile sürekli GPS verileri üzerine kuruludur. Yöntemin önemli bir aşaması, Kalman filtreleme tekniğindeki gürültülerin doğru ya da uygun ağırlıklandırılmasıdır. Varyans ve zaman sabiti olmak üzere iki parametre ile gürültü modeli ifade edilir. Zaman sabiti büyük ve varyans yaklaşık olarak sıfır olduğunda geometrik bilgiler ortadan kalkar ve model yalnızca dinamik stratejiye bağlı olur. Zaman sabiti sıfır (white-noise) ve varyans yüksek olduğunda ise çözüm büyük ölçüde geometrik verilere bağlı olur (Seeber, 2003; Doğanalp, 2013).

Dinamik yörünge parametreleri (q_1, \dots, q_d), denklem (2.6)'da analitik bir ivme modeli ile bağlı olması durumunda “deterministik parametreler” şeklinde ifade edilir. İndirgenmiş dinamik yaklaşımda denklem (2.7)'ye deterministik parametreler ile birlikte stokastik parametreler dengelemeye eklenir. Uydunun yörüngesi için bu ek parametreler, çözüm duyarlılığının artmasını sağlar. Bu ek parametrelere *sözde stokastik parametreler* adı verilir. Bu durumda denklem (2.7),

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^3}r + f_1(t, r, \dot{r}, q_1, \dots, q_d, p_1, \dots, p_s) = f \quad (2.10)$$

şeklini alır. İndirgenmiş dinamik model çözümü Sözde stokastik parametreler ve bu parametreler üzerindeki kısıtlamalar indirgenmiş dinamik model çözümünü doğrudan belirler (Swatschina, 2009). Dinamik güç modeline ilave edilen çok sayıda sözde stokastik güç modeli geliştirilmiştir (Jaggi, 2007). Belli bir oranda sözde stokastik parametreler, güç alanı eksikliklerin etkisini azaltabilir. Bu yöntemlerden en çok kullanılanları parçalı sabit ivmeler (*piecewise constant accelerations*), parçalı doğrusal ivmeler (*piecewise linear accelerations*) ve sözde stokastik sinyaller (*pseudostochastic pulses*) veya anlık hız değişimleridir (*instantaneous velocity changes*). Bu üç modelleme tekniği de, uydu dinamiklerindeki modelleme eksikliklerini azaltmak için uygundur (Jaggi, 2007; Doğanalp ve Üstün, 2015).

2.5. DYB Stratejisi

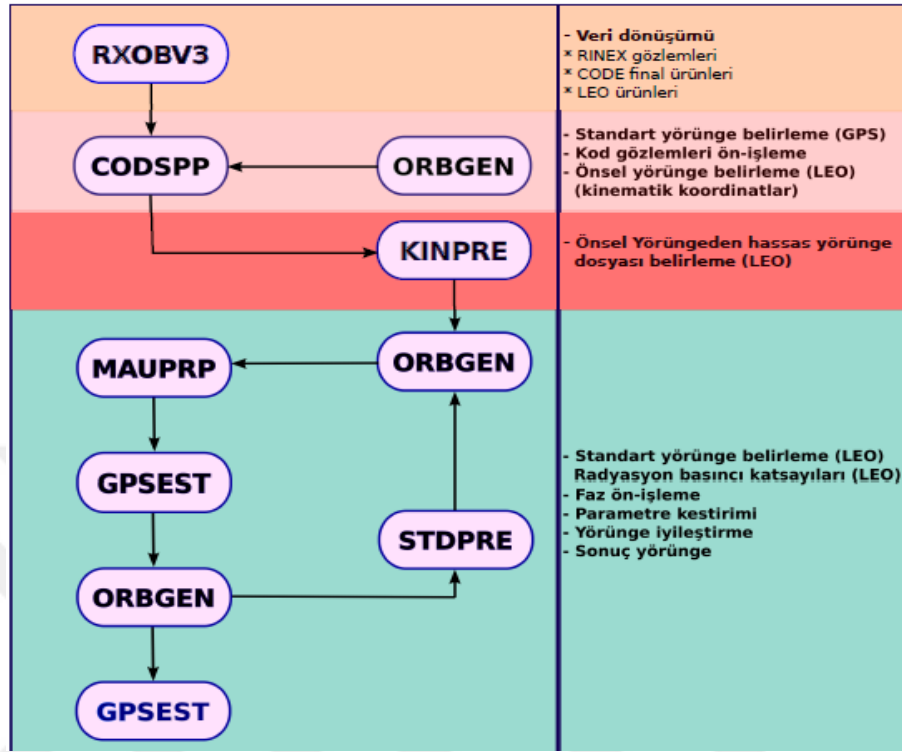
Bernese v5.0 programıyla DYB işlemleri yapılmaktadır. SF ve IBDK kullanılarak kinematik yörünge belirlenmektedir. Bernese programı ardışık epokların faz gözlemleri arasındaki farklarını oluşturarak bilinmeyen parametreleri ortadan yok etmeyi amaçlayan etkili bir yaklaşım kullanır (Svehla ve Rothacher, 2002). Bu programla birlikte kinematik yörünge belirleme işlemi üç adımda iteratif bir şekilde ele alınır (Bock, 2003; Doğanalp, 2013).

İlk olarak kinematik konumların kestirilmesi, uydunun önsel bir konum bilgisi olmadan sadece LEO kod gözlemleri kullanılarak yapılır. Kestirilen konumlar kod gözlemlerine yakındır. Sözde-gözlemler (*pseudo-observations*) yardımıyla kestirilen konumlar, indirgenmiş dinamik yörünge belirlemek için kullanılır. Belirlenen bu yörünge, önsel yörünge olarak ikinci aşamada ele alınır.

İkinci işlem adımında, yine sadece LEO kod gözlemlerinin kullanılmasıyla bir tarama işlemi gerçekleşir. Tarama işleminin devamında ise ikinci bir yörünge belirlenir ve bu yörünge önsel bilgi olarak son işlem adımına sokulur.

Faz ve kod ölçüleri son adımda birlikte kullanılır. Faz bilinmeyenlerini elemine etmek için faz ölçümleri zaman farkı gözlemleri şeklinde oluşturulur. Bundan dolayı sadece konum farkları kestirilir. Bu konum farkları da faz gözlemlerinin duyarlılığına

(mm, cm) yakındır. Son olarak kinematik çözüm, konum ve konum farkları kullanılarak en küçük karelerle dengeleme işleminden türetilir (Doğanalp 2013).



Şekil 2.2. Bernese yörünge belirleme iş akış şeması (Doğanalp, 2013)

3. ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Matematiksel işlemler silsilesi olan enterpolasyon yöntemi, kısaca bilinen değerleri kullanarak bilinmeyenleri bulmak veya gerçek değere yaklaşımdır şeklinde tanımlanabilir.

Bu tez kapsamında birçok enterpolasyon yöntemi araştırıldı ve değerlendirildi. Ancak daha anlamlı ve iyi sonuçlar veren enterpolasyon yöntemleri çalışmaya dâhil edildi. Birçok enterpolasyon yöntemi olmakla beraber bu çalışma kapsamında herhangi bir sınıflandırma yapılmamıştır.

3.1. Polinomlarla Enterpolasyon

Polinomlarla enterpolasyon yöntemi gerek haritasal çalışmalarla ilgili yayınlarda gerekse diğer bilimsel çalışmalarda çok sık başvurulan bir yöntemdir. Kullanımının fonksiyonun derecesine göre çeşitlilik kazanması tercih edilme sebeplerinde biridir. Çalışma bölgesinin tek bir fonksiyonla ifade edilmesi bu yöntemin ana fikridir. Fonksiyon katsayıları dayanak noktalarının x , y , z koordinatlarından yararlanılarak belirlenir. Genellikle yüzey iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla ifade edilir (Ayar, 2009).

$$z(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (3.1)$$

Burada,

a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayılarını

n : Yüzeyin derecesi

i, j : (x, y) koordinatlarının üssü olan pozitif tamsayıları göstermektedir (Erkanlı, 1986).

Genel formülde $n = 2$ değerini aldığımda k sırasıyla 0, 1, 2 değerlerini alır. k değerine karşılık i, j çiftinin alabileceği değerler,

$$k = 0 \Rightarrow (i = 0, j = 0)$$

$$k = 1 \Rightarrow (i = 0, j = 1) (i = 1, j = 0)$$

$$k = 2 \Rightarrow (i = 2, j = 0) (i = 1, j = 1) (i = 0, j = 2) \text{ ve 2. derece polinomun açık}$$

matematiksel ifadesi,

$$z(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 \quad (3.2)$$

Matematiksel ifadeler incelendiğinde 2. derece polinomun belirlenmesi için altı katsayının hesaplanması gerekmektedir. Bu problem (x, y, z) koordinatları bilinen altı dayanak noktasıyla çözülebilir. Yani altı dayanak noktalı bir yüzey 2.derece bir yüzeyle ifade edilebilmektedir. Sonuç olarak dayanak noktalarından geçen bir yüzey oluşacaktır. Altıdan fazla dayanak noktası olması durumunda ise çözüm için yeterli sayıdan fazla denklem oluşacağı için katsayılar, En Küçük Kareler yöntemine göre dengelemeyle bulunur. Bundan dolayı yüzey dayanak noktalarından geçmez. m , dayanak nokta sayısını göstermek üzere, 2. derece polinomun düzeltme denklemleri $L = 1, 2, \dots, m$ için;

$$\Delta z_L = a_{00} + a_{01}y_L + a_{10}x_L + a_{20}x_L^2 + a_{11}x_L y_L + a_{02}y_L^2 - z_L \quad (3.3)$$

$$\sum_{L=1}^m \Delta z_L^2 = \min \quad (3.4)$$

koşulundan yararlanarak dengelenmiş yüzeyin katsayıları belirlenir. Düzeltme denklemlerinin sayısı çoğu kez elle düzenlenemeyecek kadar fazla olabilir. Lineer denklem takımlarının çözümü ve bilgisayar belleğinden yer kazancı için uygun yöntemler kullanılmalıdır (Öztan, 1981, 1983, 1986). n . derece bir polinom kullanılması durumunda polinomdaki katsayıları (bilinmeyenlerin) sayısı artar. Yapılacak işlem sırasında bir değişiklik olmaz. Oluşturulacak düzeltme denklemleri genel olarak.

$$\Delta z_L = z(x_L, y_L) - z_L, \quad L = 1, 2, \dots, m \quad (3.5)$$

şeklindedir. (3.4)' deki ifadeden yola çıkılarak oluşturulan denklemin çözümü, bilinmeyenleri (katsayıları) verir. Aradığımız bir noktanın (x_0, y_0) koordinatları polinomda yerine konulduğunda o noktanın z_0 koordinatı bulunabilir. Bu noktalar genellikle düzenli şekilde oluşturulmuş kare grid köşeleridir. Grid kenarları boyunca yapılacak lineer enterpolasyonla tam sayı yükselteli noktaların konumları da belirlenebilir (Yanalak, 1997).

3.2. Trigonometrik Enterpolasyon

Bu enterpolasyon yöntemi daha çok periyodik durumlarda kullanılan ve kullanım alanı olan bir yöntemdir. Bilimsel makalelerde nadir olarak karşımıza çıkan bu yöntem, bu çalışma kapsamında iyi sonuçlar vermesinden dolayı tez çalışmasına dâhil edildi. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını veri noktalarıyla (3.6)'da gösterilen formülle ilişkilendirilir (Anonymous, 2018).

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx) \quad (3.6)$$

N . dereceden bir trigonometrik polinomun eğri uydurma yöntemi, $[0, 2\pi]$ aralığında periyodik bir fonksiyonun $2N + 1$ değerleri, aynı grid noktalarındaki düğümlerinde (3.7)'deki formülle gösterilir.

$$x_j = j \frac{2\pi}{2N+1}, \quad j=0, 1, 2, \dots, 2N. \quad (3.7)$$

f_{x_j} belirlemek için yeterli ve gerekeli $2N + 1$ bilinen sayının, a_k ve b_k sabitlerinin lineer formu,

$$f(x) = A_0 + \sum_{j=1}^n (A_j \cos jx + B_j \sin jx) \quad (3.8)$$

(3.8)'deki denklemle tanımlanır $(1 + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos Nx + 1 + \sin x + \sin 2x + \dots + \sin Nx)$. Bu ifade de $[0, 2\pi]$ aralığında her ikisi de birbirlerine ortogonal ve süreklidir. N . dereceden tüm olası trigonometrik polinomların arasından bir dizide $2N + 1$, $q_k(x)$, $j = 0, 2, \dots, 2N$ koşullarını sağlayanları seçelim.

$$q_k(x_j) = \delta_{kj}, \quad j=0, 2, \dots, 2N \quad (3.9)$$

yazarsak,

$$q_k(x) = a_k^0 + \sum_{j=1}^n (a_k^j \cos jx + b_k^j \sin jx) \quad (3.10)$$

a ve b ' nin katsayılarının belirlenmesi için birçok şart (3.9) vardır. Bu lineer sistemin determinanı Hermite tipindedir ve tekil değildir. Gridler üzerindeki ortogonallık ilişkileri kullanılarak (3.7)'deki denklemlerle ilişkilendirilirse:

$$\sum_{j=0}^{2N} \cos kx_j \cos lx_j = \frac{2N+1}{\delta_k} \delta_{kl}$$

$$\sum_{j=0}^{2N} \sin kx_j \sin lx_j = \frac{2N+1}{2} \delta_{kl} \quad (3.11)$$

$$\sum_{j=0}^{2N} \cos kx_j \sin lx_j = 0,$$

olduğundan $k, l = 0, 1, \dots, N$ ve $\delta_k = 1, k = 0$ ise ve $\delta_k = 2, k > 0$ ise (3.12)'deki denklemleri elde ederiz.

$$a_k^0 = \frac{1}{2N+1}$$

$$a_k^j = \frac{2}{2N+1} \cos jx_k \quad (3.12)$$

$$b_k^j = \frac{2}{2N+1} \sin jx_k$$

Bu nedenle $q_k(x)$ fonksiyonları (3.13)'deki denklemlerle verilir.

$$q_k(x) = \frac{1}{2N+1} [1 + 2 \sum_{j=1}^n \cos j(x - x_k)] \quad (k = 0, 1, 2, \dots, 2N). \quad (3.13)$$

Bu dizi $(q_1, q_2, \dots, q_{2N})$, $[0, 2\pi]$ boyunca x ile entegreli olarak denklem (3.7)'de bahsedilen gridler üzerinde tam ve ortogondur. Yani,

$$\sum_{j=0}^{2N} q_k(x_j) q_l(x_j) = \delta_{kl} \quad (3.14)$$

$$\int_0^{2\pi} q_k(x) q_l(x) dx = \frac{2\pi}{2N+1} \delta_{kl} \quad (3.15)$$

buradan $[0, 2\pi]$ 'de tüm x değerleri için (3.16)'daki denklemi buluruz.

$$\sum_{j=0}^{2N} q_k(x) = 1 \quad (3.16)$$

Bu dizi $(q_1, q_2, \dots, q_{2N})$ bu nedenle N . dereceden tüm trigonometrik polinomlar için bir temeldir. Yani eğer $Q_N(x)$ bir polinom gibi ise (3.17)'deki gibi yazılabilir,

$$Q_N(x) = \sum_{j=0}^{2N} Q_N(x_j) q_j(x) \quad (3.17)$$

ve denklem (3.8)'e karşılık gelen eğri uydurması (3.18)'deki gibi yazılabilir.

$$F(x) = \sum_{j=0}^{2N} F(x_j) q_j(x). \quad (3.18)$$

Buradan denklem (3.14) bulunup ve denklem (3.8) ile karşılaştırılarak (3.19)'daki bilinen eşitlikleri elde ederiz.

$$A_0 = \frac{1}{2N+1} \sum_{j=0}^{2N} F(x_j)$$

$$A_k = \frac{2}{2N+1} \sum_{j=0}^{2N} F(x_j) \cos jx_k \quad (3.19)$$

$$B_k = \frac{2}{2N+1} \sum_{j=0}^{2N} F(x_j) \sin jx_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, 2N).$$

$q_k(x)$ fonksiyonları, Dr. C.A. Lundquist tarafından Smithsonian astronomik gözlem evinde önerildi (Giacaglia, 1969).

3.3. RBF Enterpolyasyonu

Bu enterpolasyon yöntemi oldukça geniş bir çalışma alanına sahiptir. Özellikle yapay sinir ağlarında sıkça başvurulan enterpolasyon yöntemlerinin başında gelmektedir. Harita bazlı çalışmalarda ise bu enterpolasyon yönteminin tercih edilmesinin yanı sıra özellikle multikadatik RBF çeşidi bu anlamda birçok bilimsel çalışmada kullanılmıştır.

RBF'lerin teorisi çok değişkenli fonksiyonların enterpolasyonuna dayanmaktadır (Topaloęlu, 2007). Ayrıca RBF bir merkezden uzaklaştıkça değeri artan veya azalan fonksiyon türüdür (Altındağ 2013). RBF' nin genel formülü (3.20) eştliğindeki gibi gösterilir:

$$f(x, y) = p(x, y) + \sum_{i=1}^n w_i \cdot \emptyset(|(x, y) - (X_i, Y_i)|) \quad (3.20)$$

Bu eştlikte :

$p(x, y)$ = Bir polinom,

w_i = Gerçek ağırlıkları,

$\emptyset(r)$ = Kullanılacak radyal fonksiyonu,

$|(x, y) - (X_i - Y_i)|$ = Noktalar arasındaki öklid uzunluğunu,

$p(x, y)$ polinomu kullanılarak polinom regresyonuyla birlikte enterpolasyon işlemi başlar. Sonrasında n lineer denklem sistemi ağırlıkların belirlenmesi için çözüür.

$w_i, i= 1 \dots n$:

$$Z_j - p(X_j, Y_j) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \emptyset(|(x, y) - (X_i, Y_i)|) \quad j= 1 \dots n \quad (3.21)$$

Ağırlıklar belirlendikten sonra (3.21)'deki genel formül ile yüzey için Z değerleri doğrudan hesaplanabilir (Dressler, 2009). Genel olarak kullanılan RBF'ler ve formülleri Çizelge 3.1'deki gibidir.

Çizelge 3.1. Radyal bazlı fonksiyonlar ve formülleri (Dressler 2009; Doğanalp ve Çakır 2017)

RBF Yöntemi	Denklem
Lineer	$\emptyset(r) = r$
Cubic	$\emptyset(r) = r^3$
Gaussian	$\emptyset(r) = e^{-(cr)^2}$
Multikuadratik	$\emptyset(r) = \sqrt{r^2 + c^2}$
Multilog	$\emptyset(r) = \log(r^2 + c^2)$
NCS	$\emptyset(r) = \sqrt[3/2]{r^2 + c^2}$
TPS	$\emptyset(r) = (r^2 + c^2)^2 \log(r^2 + c^2)$

Burada r , iki düğüm noktası arası uzaklığı, c^2 ise düzeltme parametresini ifade etmektedir (Dressler, 2009).

4. SAYISAL UYGULAMALAR VE SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu çalışmada enterpolasyon yöntemlerini incelemek için PRN01 uydusunun 01.01.2002 tarihli 24 saatlik GPS verileri kullanılmıştır. Kaynak ve kontrol efemeris verileri için IGS SP3 hızlı efemeris dosyası (igr11472.sp3) temel alınmıştır. Bu veriler <https://www.ngs.noaa.gov/gps-toolbox/sp3intrap.htm> internet sitesinden indirilmiştir (Schenewerk, 2003). Bu veri setinin tercih edilmesinin nedeni literatürdeki GPS yörüngelerinin enterpolasyonu için sıkça kullanılan bir referans veri olmasıdır. Veri seti incelendiğinde,

- i. ECF_15MIN.200 - A sample input ephemeris in the ECF frame (15 minute epochs),
- ii. IN_15MIN.200 - A sample input ephemeris in the Inertial frame (15 minute epochs),
- iii. ECF_5MIN.200 - A sample control ephemeris in the ECF frame (5 minute epochs),
- iv. IN_5MIN.200 - A sample control ephemeris in the Inertial frame (5 minute epochs)

olmak üzere dört farklı veri dosyasından oluştuğu görülür. ECF_15MIN.200 dosyası referans verisi (giriş verisi) olarak kullanılırken, ECF_5MIN.200 dosyası enterpolasyon sonuçlarının karşılaştırılması için test (kontrol) verisi kullanılmıştır. Bu verilerin içeriğinde; uydunun uzaydaki konumunu ifade eden X , Y , Z koordinatları ve zaman boyutunu ifade eden T mevcuttur (Çizelge 4.1).

Çizelge 4.1. 15 dakikalık 01.01.2002 tarihli 24 saatlik GPS verisi içeriği

No	Uydu	T (saat)	X (km)	Y (km)	Z (km)
1	G01	0.00	25107.086	964.867	8840.974
2	G01	0.25	24054.218	1430.797	11383.498
3	G01	0.50	22764.688	2032.438	13732.096
.	G01
.	G01
.	G01
96	G01	23.75	25708.490	691.378	6887.875

Çalışma kapsamında kullanılan GPS verisi, 23.45 saatlik dilime karşılık gelen 15 dakikalık 96 veri aralığından oluşmaktadır (Çizelge 4.1, Şekil 4.1). Bu 96 veri aralığı, çalışmanın aynı zamanda dayanak noktalarını oluşturmaktadır. Dayanak noktaları

kullanılarak farklı interpolasyon yöntemleriyle 5 dakikalık, 23.45 saatlik GPS verisine karşılık gelen ve aynı zamanda 286 veri aralığından oluşan interpolasyon verileri (test verileri) elde edilmiştir. Interpolasyon verilerinin sonuçları orijinalleriyle karşılaştırılarak irdelenmiştir. Uygulama sırasında birçok sonuç elde edildi. Ancak çalışma kapsamında sunulan çizelgelerde; interpolasyon sonucu elde edilen 5 dakikalık verilerle, 5 dakikalık orijinal veri (kontrol verisi) arasındaki farklar (4.7)-(4.9) eşitlikleri ile değerlendirildi. Bu değerlendirme sonucu farkların standart sapmaları (4.10)-(4.12) eşitlikleriyle, en büyük ve en küçük fark miktarları, farkların ortalaması ve toplam hata miktarları (4.13) eşitliklerinden yararlanarak hesaplandı.

$$X_{Fark} = X_{Enterpolasyon\ Noktaları} - X_{Kontrol\ Noktaları} \quad (4.7)$$

$$Y_{Fark} = Y_{Enterpolasyon\ Noktaları} - Y_{Kontrol\ Noktaları} \quad (4.8)$$

$$Z_{Fark} = Z_{Enterpolasyon\ Noktaları} - Z_{Kontrol\ Noktaları} \quad (4.9)$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{Fark(i)} - X_{Farklarının\ Ortalaması})^2}{n-1}} \quad (4.10)$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_{Fark(i)} - Y_{Farklarının\ Ortalaması})^2}{n-1}} \quad (4.11)$$

$$S_Z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_{Fark(i)} - Z_{Farklarının\ Ortalaması})^2}{n-1}} \quad (4.12)$$

$$TH = \sqrt{(X_{fark})^2 + (Y_{fark})^2 + (Z_{fark})^2} \quad (4.13)$$

Sayısal uygulama kısmında, işlem yükünden kurtulmak ve daha küçük sayılarla çalışmak için uygulamada kullanılan 01.01.2002 tarihli 24 saatlik GPS verileri normlandırılmıştır. Normlandırma işlemi bu çalışma kapsamında tüm interpolasyon yöntemlerinde uygulanmıştır. Normlandırma işlemi dayanak noktaları için, 15 dakikalık X, Y, Z dayanak noktaları koordinatlarının ortalamasının; X, Y, Z dayanak noktalarıyla farkının alınarak 1000'e bölünmesiyle (4.14)-(4.16) eşitlikleriyle elde edilmiştir.

$$X_{Dayanak\ Noktaları\ Normlandırma} = \frac{X_{15dk}(ortalaması) - X_{15dk}}{1000} \quad (4.14)$$

$$Y_{Dayanak\ Noktaları\ Normlandırma} = \frac{Y_{15dk}(ortalaması) - Y_{15dk}}{1000} \quad (4.15)$$

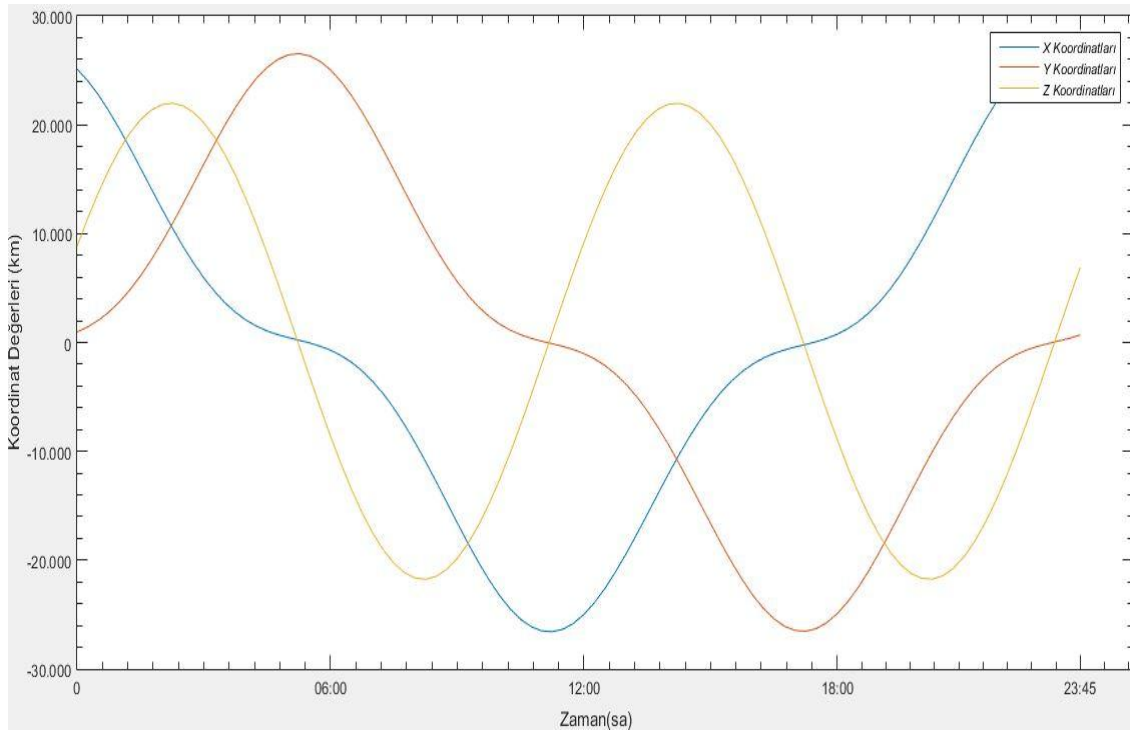
$$Z_{Dayanak\ Noktaları\ Normlandırma} = \frac{Z_{15dk}(ortalaması) - Z_{15dk}}{1000} \quad (4.16)$$

5 dakikalık kontrol noktalarının normlandırılması ise, 15 dakikalık X, Y, Z dayanak noktaları koordinatlarının ortalamasının; 5 dakikalık kontrol noktalarıyla farkının 1000'e bölünmesiyle (4.17)-(4.19) eşitliklerinden yararlanarak hesaplanmıştır.

$$X_{Kontrol\ Noktaları\ Normlandırma} = \frac{X_{15dk}(ortalaması) - X_{5dk}}{1000} \quad (4.17)$$

$$Y_{Kontrol\ Noktaları\ Normlandırma} = \frac{Y_{15dk}(ortalaması) - Y_{5dk}}{1000} \quad (4.18)$$

$$Z_{Kontrol\ Noktaları\ Normlandırma} = \frac{Z_{15dk}(ortalaması) - Z_{5dk}}{1000} \quad (4.19)$$



Şekil 4.1. 01.01.2002 GPS yörünge koordinatları

4.1. Polinom Entropolasyonu Uygulaması Sonuçları

Polinom enterpolasyonu uygulamasında, polinomun derecesine göre farklı sonuçlar elde edilmiştir. Polinom derecesi olarak maksimum 25. dereceye kadar işlemler gerçekleştirilmiştir. 25. dereceye kadar polinom enterpolasyonu yapılmasının sebebi belirli bir dereceden sonra elde edilen sonuçların aynı değerler olması ve bu değerlerin değişmediğinin gösterilmek istenmesidir.

Elde edilen sonuçlar her bir X , Y ve Z koordinatı için ayrı ayrı çizelgelerde gösterilmiştir. Polinom derecesinin artmasından kaynaklı sonuçlardaki değişimin daha iyi gözlemlenmesi ve belirli bir dereceden sonra polinom enterpolasyonlarının sonuçlarının değişmemesinden dolayı şekillerde 10, 12 ve 14. dereceden polinom enterpolasyonlarının sonuçları verilmiştir.

X koordinatları için polinom enterpolasyonu sonuçları Çizelge 4.2' de verilmiştir. Çizelge 4.2 incelediğinde polinomun derecesi arttıkça sonuçların daha küçük değerler taşıdığı gözlemlenmektedir. Sonuçların daha küçük değerler taşıması ise orijinal veriye daha çok yaklaştığı anlamına gelmektedir. X koordinatları için derecesine göre polinom enterpolasyonu incelendiğinde 14. derecede ortalama farkın, 18. derecede standart sapmanın, 19. derecede en büyük farkın ve 20. derecede de en küçük farkın sıfırlandığı görülmektedir. Sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde X koordinatları için 20. dereceden polinom enterpolasyonunda standart sapma, ortalama fark, en büyük ve en küçük farkın tamamen sıfırlandığı ve polinomun derecesi artmasına rağmen sonuçların değişmediği gözlemlenmektedir. Bu sonuçlara göre X koordinatları için 20. dereceden polinom enterpolasyonu kullanılarak orijinal veri elde edilebilir denilebilir.

Y koordinatları için polinom enterpolasyonu sonuçları Çizelge 4.3' teki gibidir. Çizelge 4.3 incelediğinde polinomun derecesi arttıkça sonuçların daha küçük değerler taşıdığı gözlemlenmektedir. Y koordinatları için derecesine göre polinom enterpolasyonu incelendiğinde X koordinatlarına benzer bir durum ortaya çıkmaktadır. 14. derecede ortalama farkın, 18. derecede standart sapmanın, 19. derecede en büyük farkın ve 20. derecede de en küçük farkın sıfırlandığı görülmektedir. Sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde Y koordinatları için 20. dereceden polinom enterpolasyonunda standart sapma, ortalama fark, en büyük ve en küçük farkın tamamen sıfırlandığı ve polinomun derecesi artmasına rağmen sonuçların değişmediği gözlemlenmektedir. Bu sonuçlara göre tıpkı X koordinatlarında olduğu gibi Y

koordinatları için de 20. dereceden polinom enterpolasyonu kullanılarak orijinal veri elde edilebilir.

Z koordinatları için polinom enterpolasyonu sonuçları Çizelge 4.4' teki gibidir. Çizelge 4.4 incelediğinde polinomun derecesi arttıkça X ve Y koordinatlarında olduğu gibi sonuçların daha küçük değerler taşıdığı gözlemlenmektedir. Z koordinatları için derecesine göre polinom enterpolasyonu incelendiğinde 10. derecede ortalama farkın, 17. derecede standart sapma ve en küçük farkın ve 18. derecede de en büyük farkın sıfırlandığı görülmektedir. Sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde Z koordinatları için 18. dereceden polinom enterpolasyonunda standart sapma, ortalama fark, en büyük ve en küçük farkın tamamen sıfırlandığı ve polinomun derecesi artmasına rağmen X ve Y koordinatlarında olduğu gibi sonuçların değişmediği gözlemlenmektedir. Bu sonuçlara göre Z koordinatları için 18. dereceden polinom enterpolasyonu kullanılarak orijinal veri elde edilebilir denilebilir.

Çizelge 4.2. X koordinatları için polinom enterpolasyon sonuçları

Polinom Fonksiyonun Derecesi	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
1	1505.0	-17.7	2929.3	-2642.0
2	468.9	4.4	692.2	-1049.3
3	461.8	4.4	747.0	-1029.9
4	387.6	-0.7	644.7	-752.1
5	387.1	-0.7	638.9	-746.7
6	329.9	3.7	564.2	-686.4
7	290.2	3.7	472.2	-689.4
8	158.2	-2.1	457.3	-315.8
9	115.5	-2.1	302.4	-224.9
10	43.3	0.6	104.4	-123.0
11	26.4	0.6	60.2	-63.6
12	7.8	-0.1	18.6	-20.6
13	3.6	-0.1	7.6	-10.0
14	1.1	0.0	2.8	-2.0
15	0.2	0.0	0.9	-0.6
16	0.2	0.0	0.5	-0.4
17	0.1	0.0	0.2	-0.1
18	0.0	0.0	0.1	-0.1
19	0.0	0.0	0.0	-0.1
20	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0

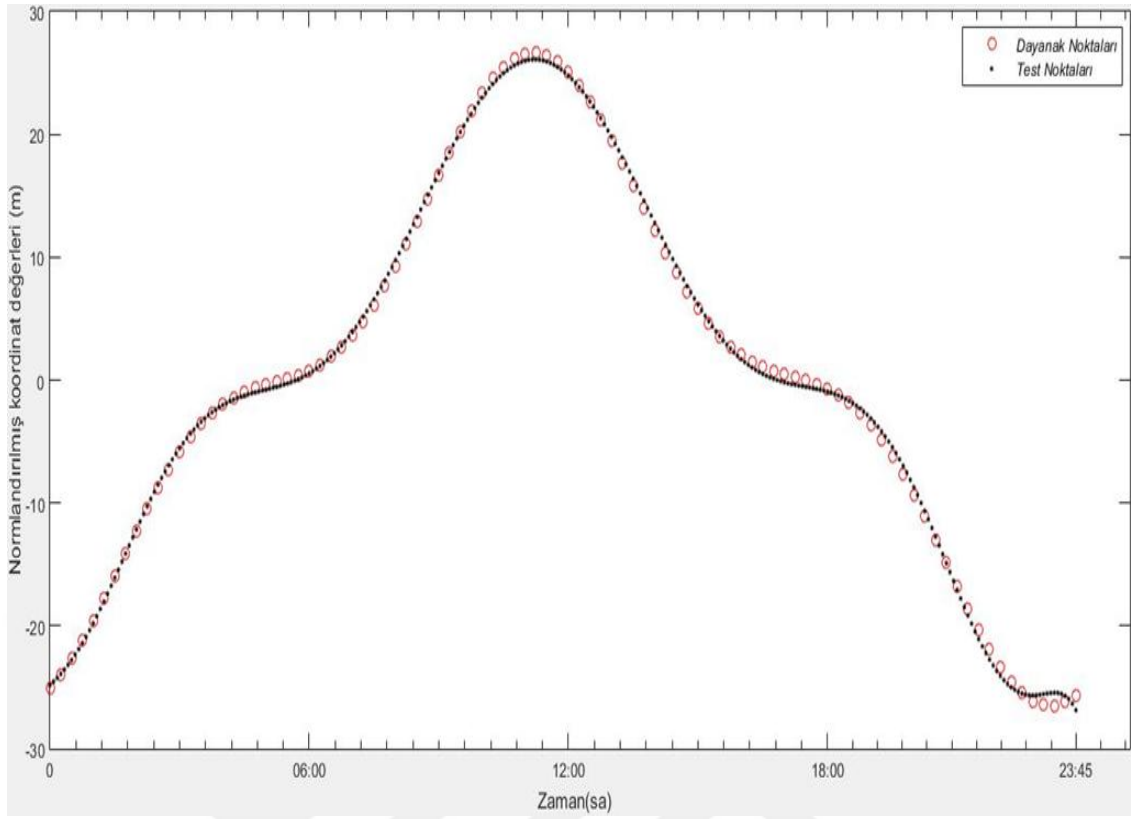
Çizelge 4.3. Y koordinatları için polinom enterpolasyon sonuçları

Polinom Fonksiyonun Derecesi	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
1	1117.2	-0.6	1834.9	-1886.5
2	1092.2	3.0	1730.9	-2170.6
3	417.7	3.0	739.7	-1182.2
4	386.7	-0.2	780.9	-747.0
5	361.0	-0.2	663.0	-611.2
6	349.0	-2.2	608.1	-619.4
7	245.3	-2.2	647.4	-420.2
8	199.1	1.2	348.8	-511.6
9	87.1	1.2	194.7	-255.7
10	59.5	-0.3	150.2	-125.4
11	18.9	-0.3	50.2	-48.7
12	10.6	0.1	26.1	-23.8
13	2.9	0.1	7.9	-6.0
14	1.1	0.0	2.4	-3.4
15	0.4	0.0	0.7	-1.0
16	0.1	0.0	0.2	-0.2
17	0.1	0.0	0.3	-0.2
18	0.0	0.0	0.1	-0.1
19	0.0	0.0	0.0	-0.1
20	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0

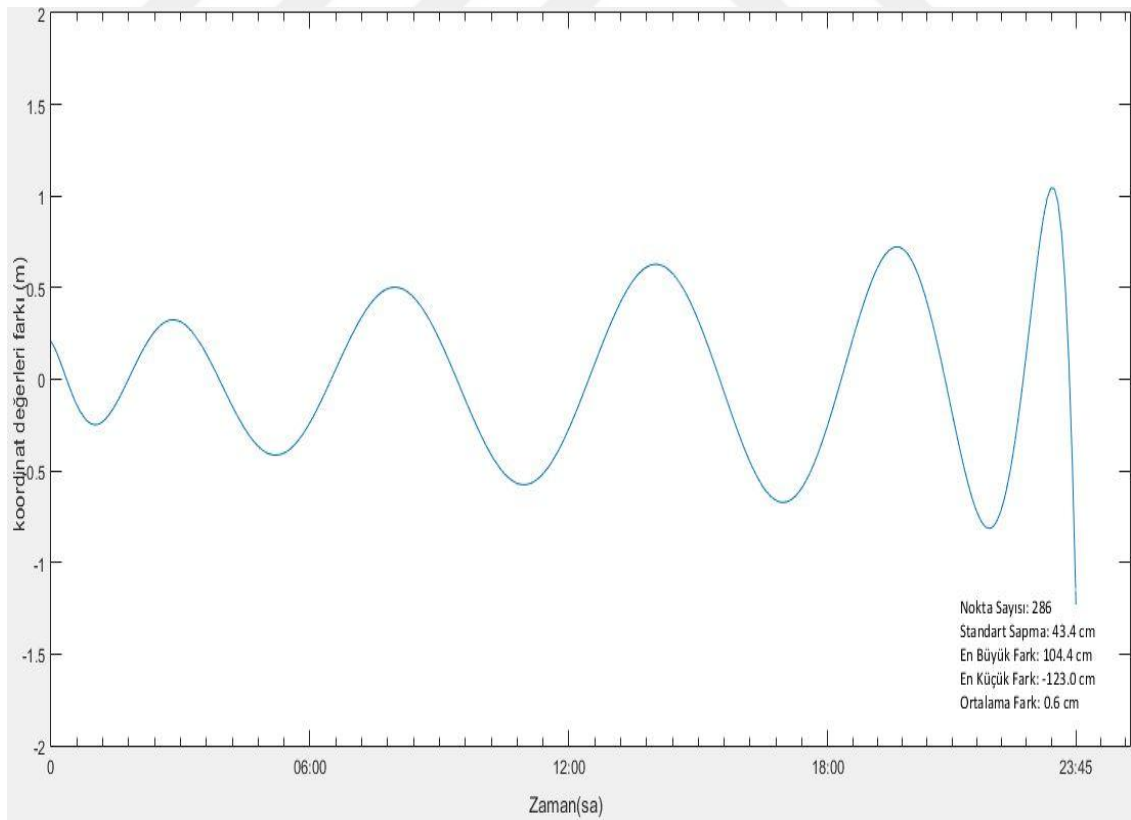
Çizelge 4.4. Z koordinatları için polinom enterpolasyon sonuçları

Polinom Fonksiyonun Derecesi	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
1	1443.5	-5.4	2372.1	-2498.1
2	1438.0	-3.3	2503.2	-2393.8
3	1327.7	-3.3	2638.4	-1932.0
4	1255.6	5.2	1819.8	-2838.8
5	532.2	5.2	983.6	-1755.7
6	443.8	-1.5	1265.0	-892.4
7	105.7	-1.5	380.6	-237.4
8	76.0	0.2	167.6	-221.0
9	13.3	0.2	31.8	-42.4
10	6.5	0.0	19.6	-16.6
11	2.2	0.0	4.4	-4.1
12	0.7	0.0	1.4	-1.3
13	0.6	0.0	1.5	-1.2
14	0.3	0.0	0.6	-0.7
15	0.1	0.0	0.3	-0.4
16	0.1	0.0	0.2	-0.1
17	0.0	0.0	0.1	0.0
18	0.0	0.0	0.0	0.0
19	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0

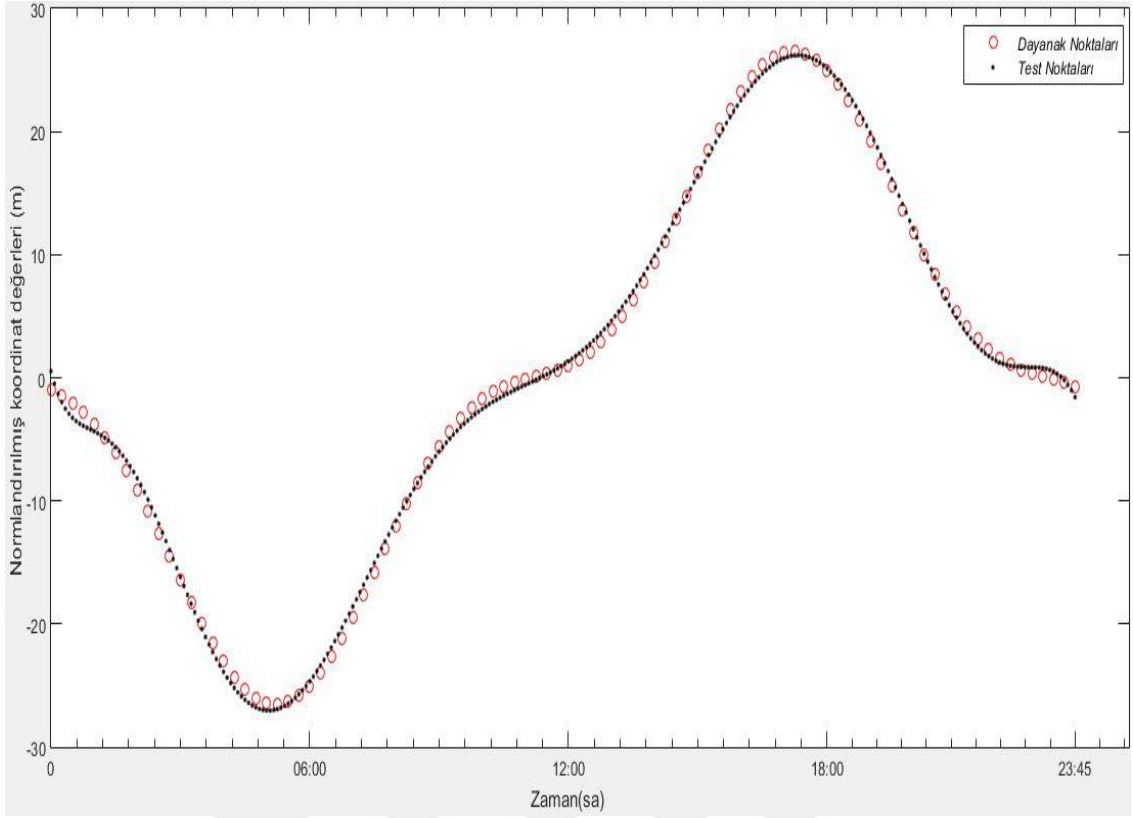
10. dereceden polinom enterpolasyon sonuçları X koordinatları için Şekil 4.2 üzerinde incelediğinde, dayanak noktaları ile test noktalarının büyük oranda örtüşmediği gözlemlenmektedir. Yine X koordinatları için, enterpolasyon sonucu elde edilen test noktaları ile orijinal değerler arasındaki farklar Şekil 4.3' te gösterilmektedir. Şekil 4.3 incelendiğinde test noktaları ile orijinal değerler arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmalar göze çarpmaktadır. Y koordinatları için aynı şekilde 10. dereceden polinom enterpolasyonu sonuçları Şekil 4.4 üzerinde incelendiğinde, dayanak noktaları ile test noktalarının büyük oranda örtüşmediği gözlemlenmektedir. Y koordinatları için test noktaları ile orijinal değerler arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmalar Şekil 4.5 üzerinde net bir şekilde görülmektedir. 10. dereceden polinom enterpolasyonu sonuçları, Z koordinatları için Şekil 4.6 üzerinde incelendiğinde dayanak noktaları ile test noktalarının X ve Y koordinatlarına nazaran daha iyi örtüştüğü gözlemlenmektedir. Z koordinatları için test noktaları ile orijinal değerler arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmalar Şekil 4.7' de görülmektedir.



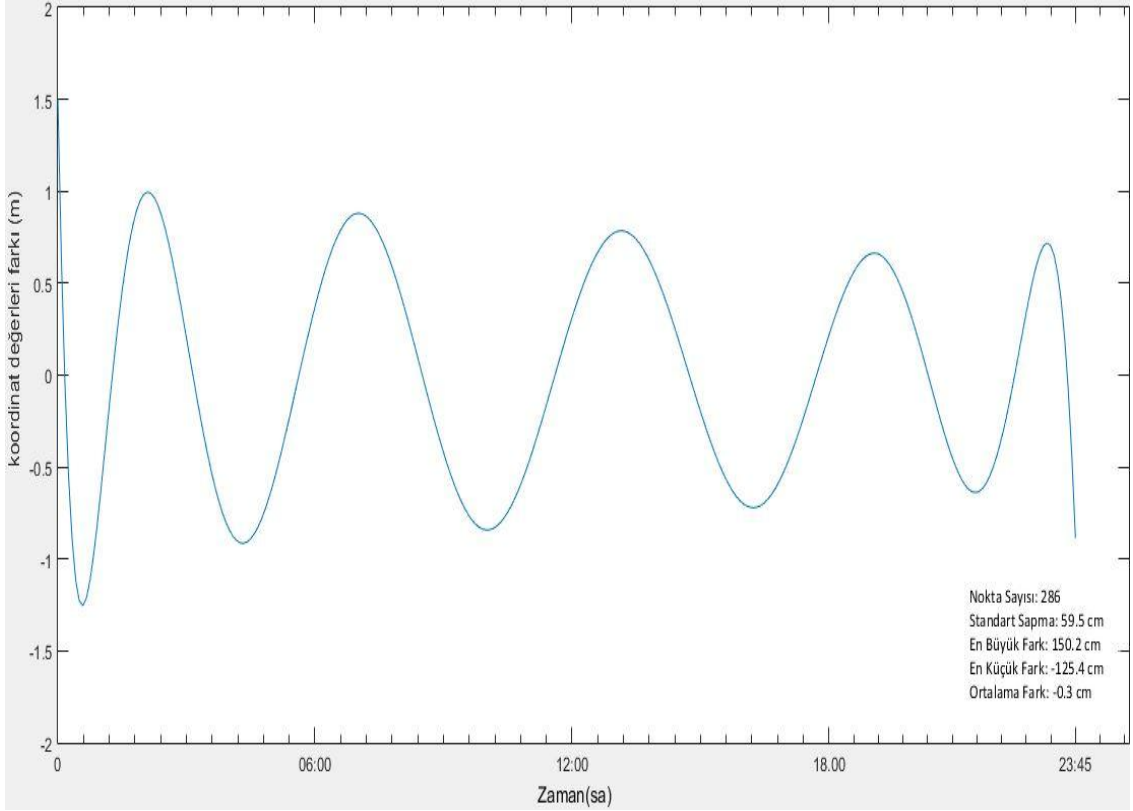
Şekil 4.2. X koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



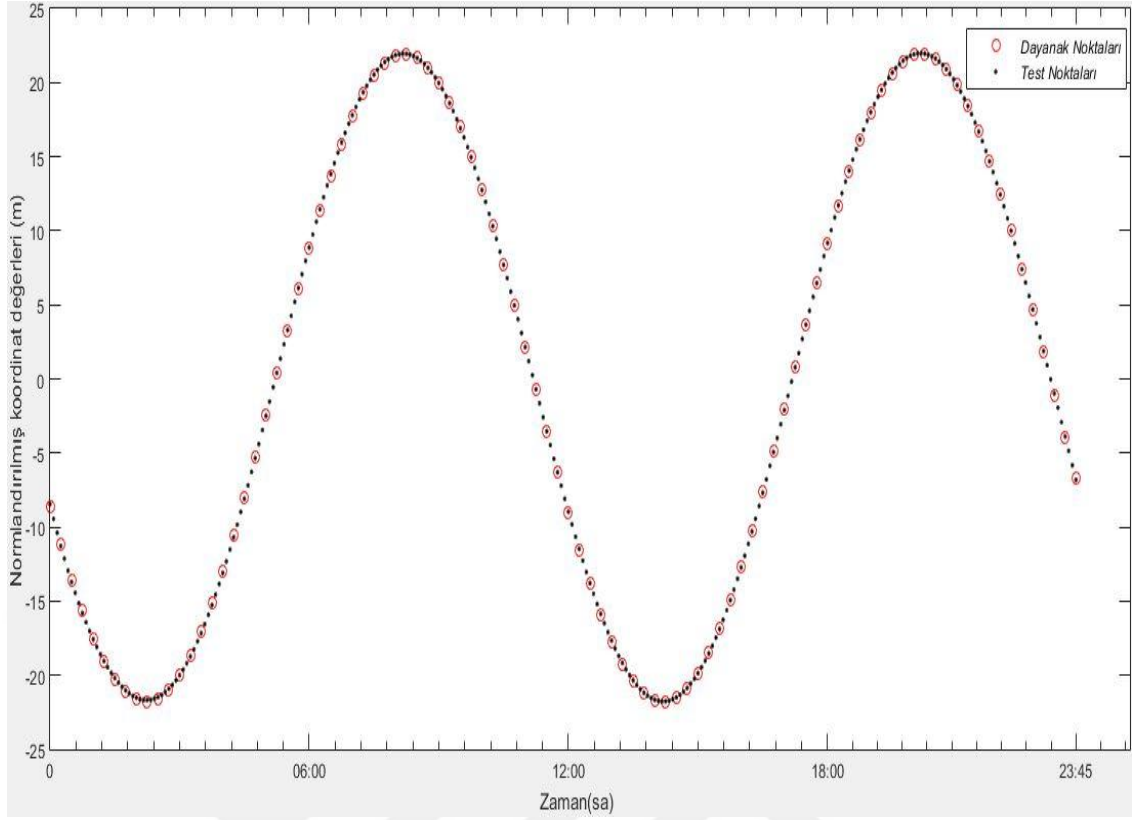
Şekil 4.3. X koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon farkları



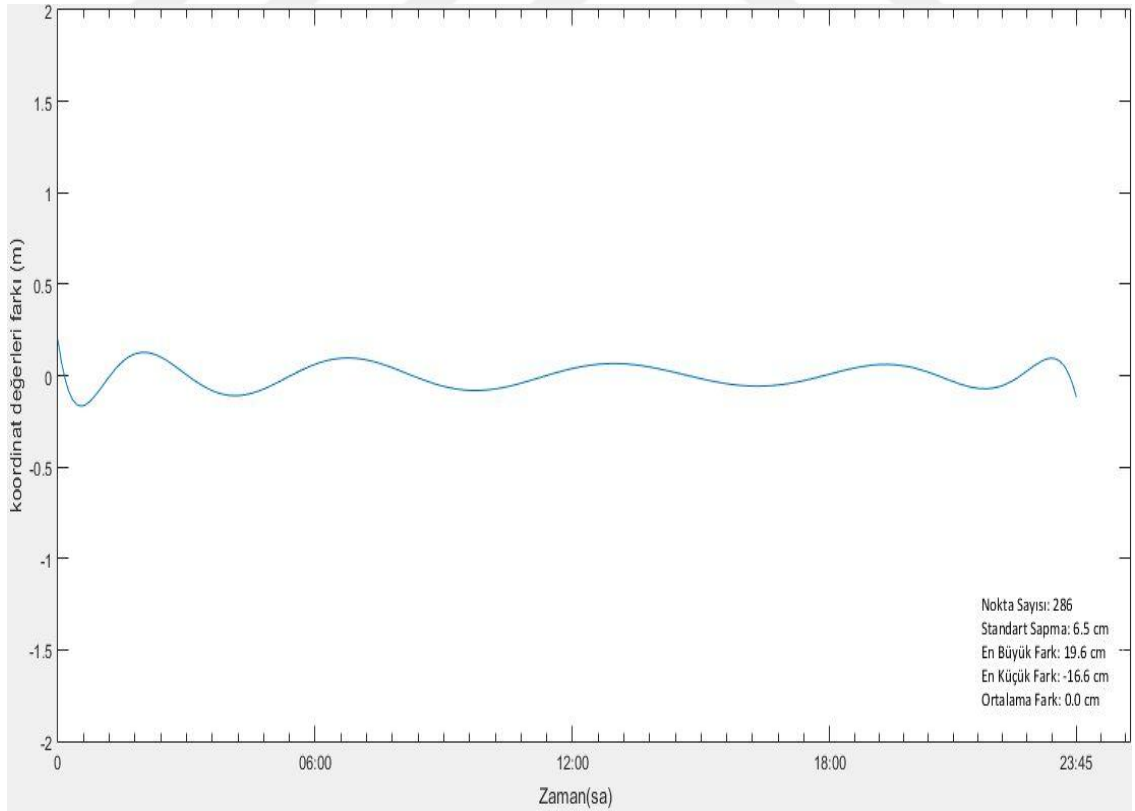
Şekil 4.4. Y koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.5. Y koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon farkları



Şekil 4.6. Z koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları

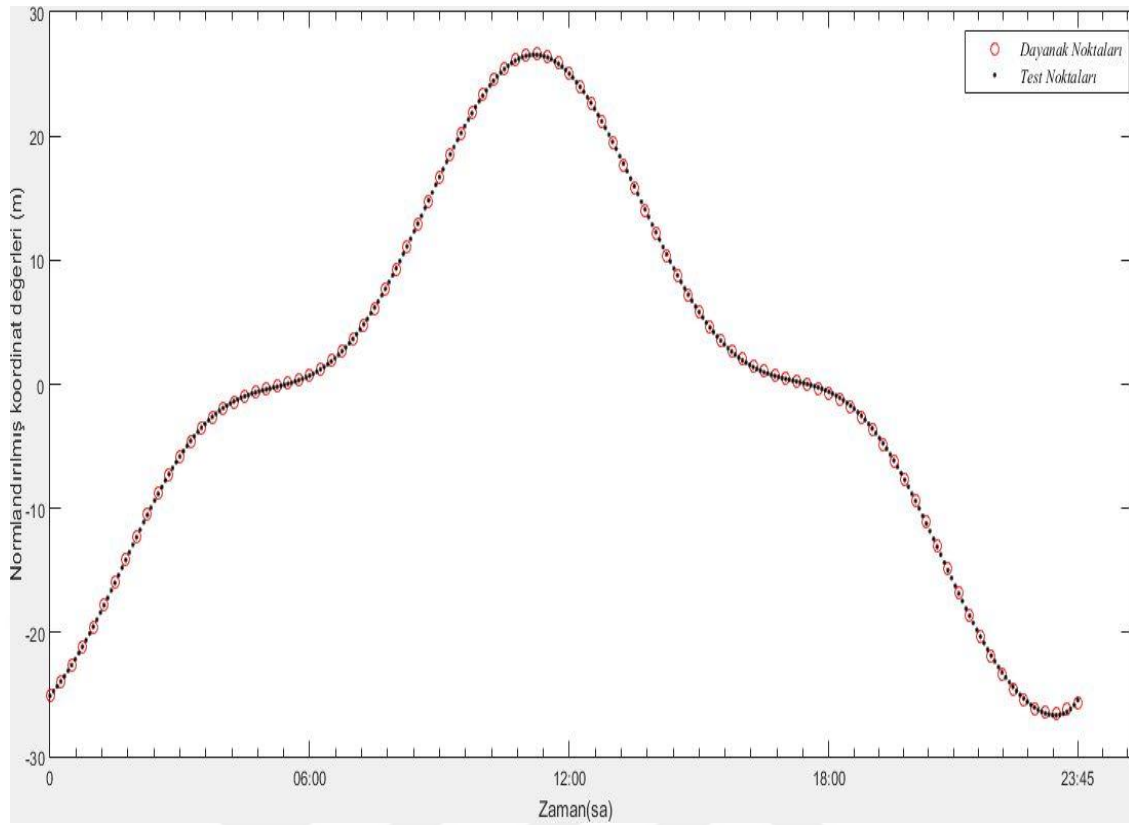


Şekil 4.7. Z koordinatları için 10.dereceden polinom enterpolasyon farkları

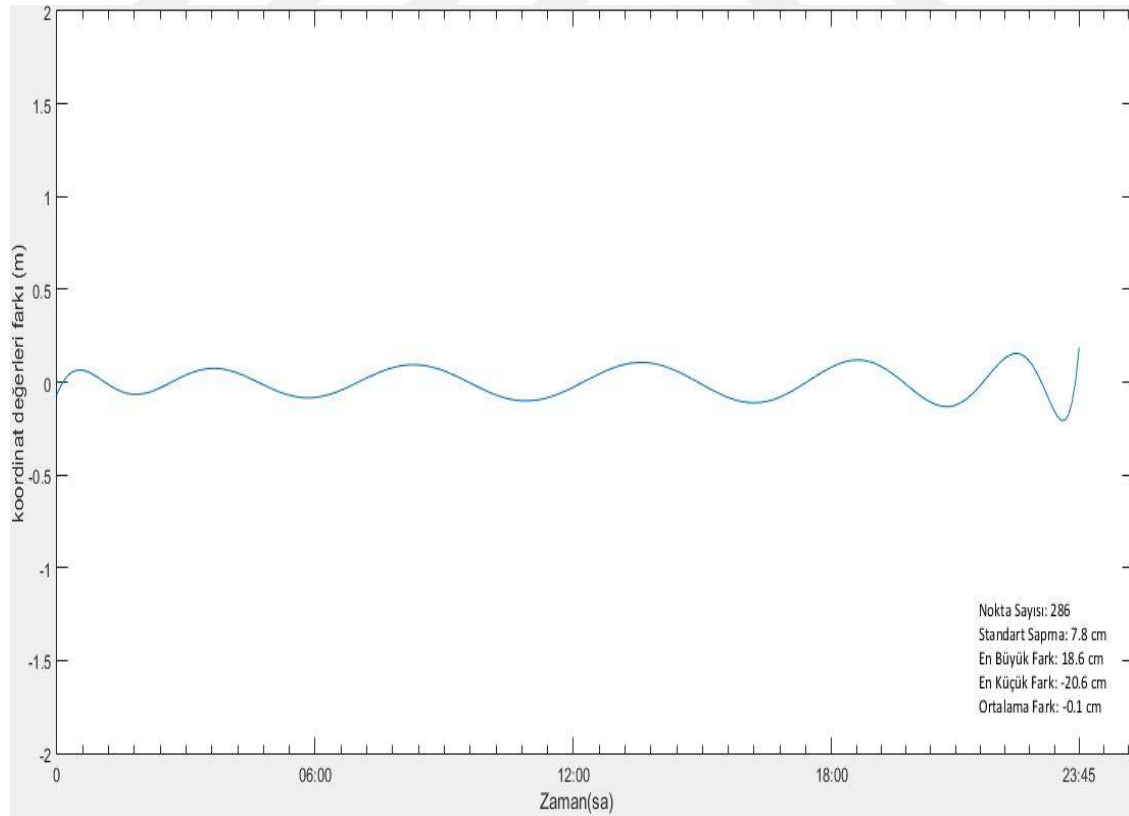
12. dereceden polinom enterpolasyonu sonuçları, X koordinatları için Şekil 4.8 üzerinde incelendiğinde, 10. dereceden polinom enterpolasyonuna nazaran yer yer sapsmalar olmasına rağmen dayanak noktaları ile test noktalarının daha iyi örtüştüğü gözlemlenmektedir. X koordinatları için 12. dereceden polinom enterpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla orijinal noktalar arasındaki farklar Şekil 4.9' da görülmektedir. Test noktalarıyla orijinal değerler arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmalar Şekil 4.9' da göze çarpmaktadır.

Y koordinatları için 12. dereceden polinom enterpolasyonu sonuçları Şekil 4.10' da görülmektedir. Yer yer sapsmalar olmasına rağmen dayanak noktaları ile test noktaları kısmen örtüşmektedir. Y koordinatları için 12. dereceden polinom enterpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla orijinal noktalar arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmalar Şekil 4.11' de göze çarpmaktadır.

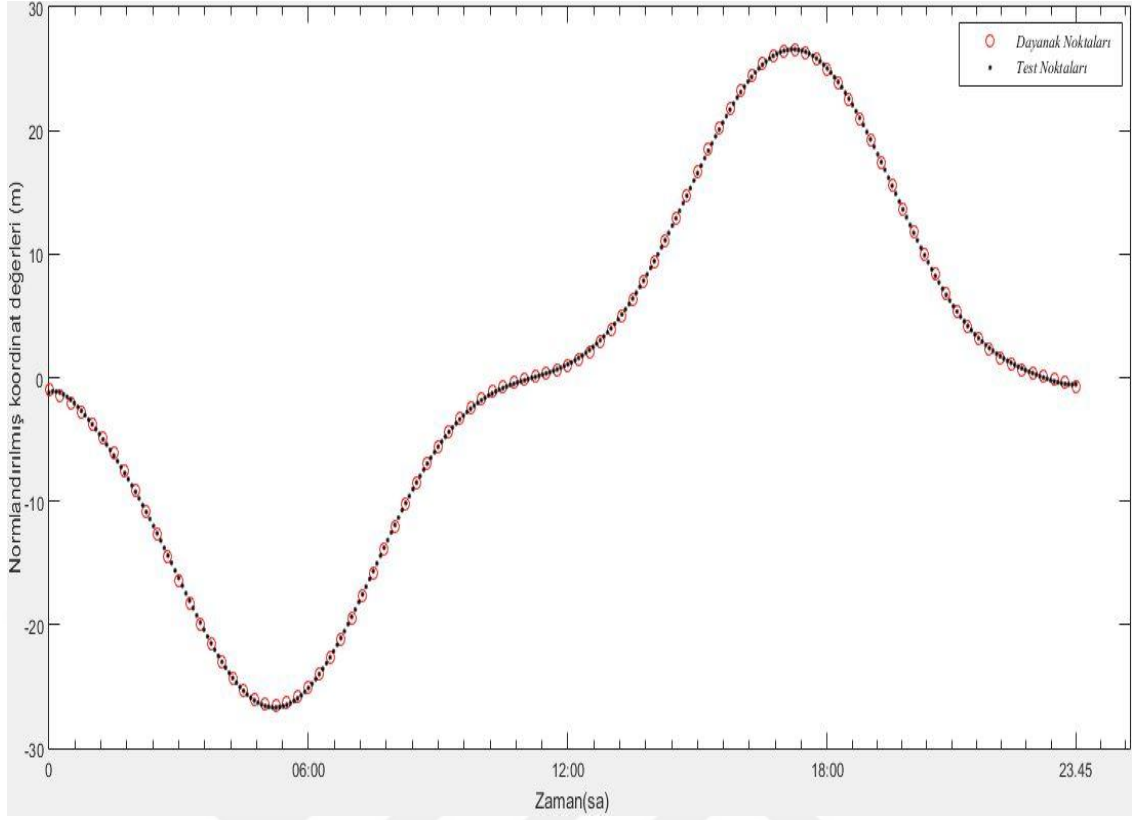
Z koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyonu sonuçları Şekil 4.12' deki gibidir. X ve Y koordinatlarına nazaran dayanak noktaları ile test noktalarının daha iyi örtüştüğü gözlemlenmektedir. Z koordinatları için 12. dereceden polinom enterpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla orijinal noktalar arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmalar Şekil 4.13' de gösterilmiştir. Şekil 4.13 incelendiğinde X ve Y koordinatlarına nazaran daha az boyutta dalgalanmalar olduğu gözlemlenmektedir.



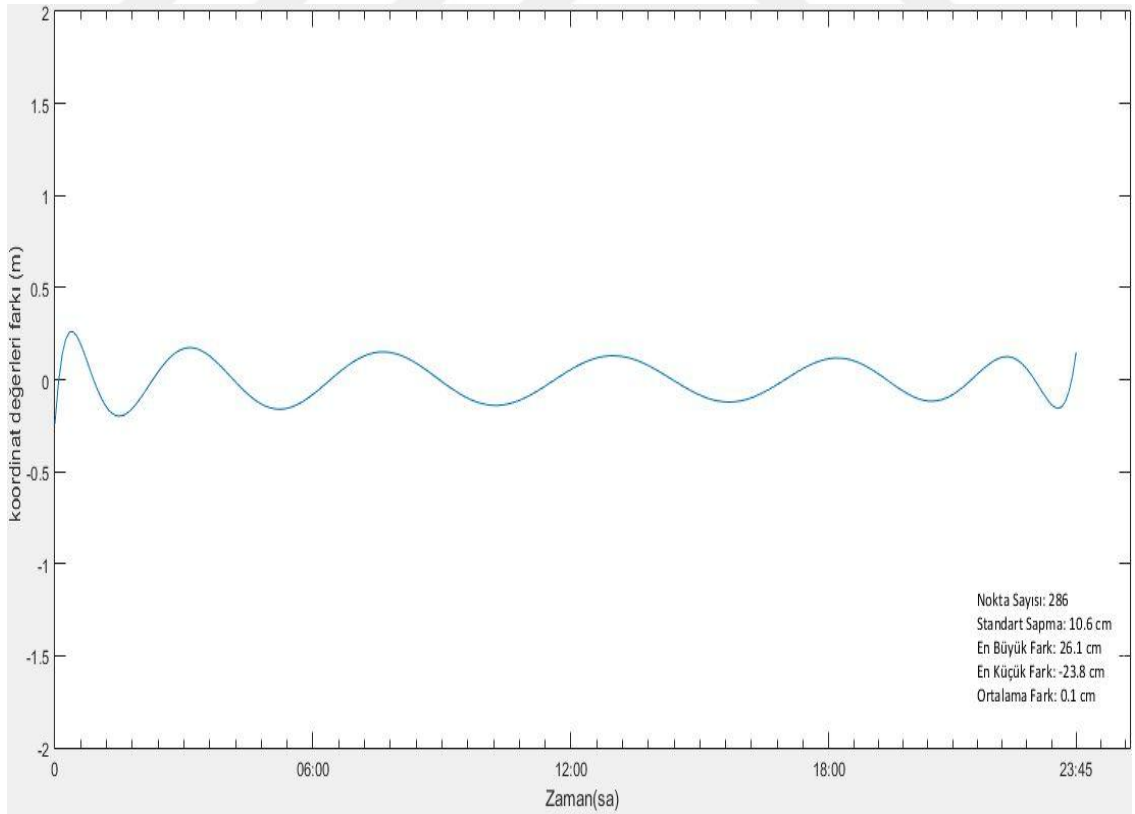
Şekil 4.8. X koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



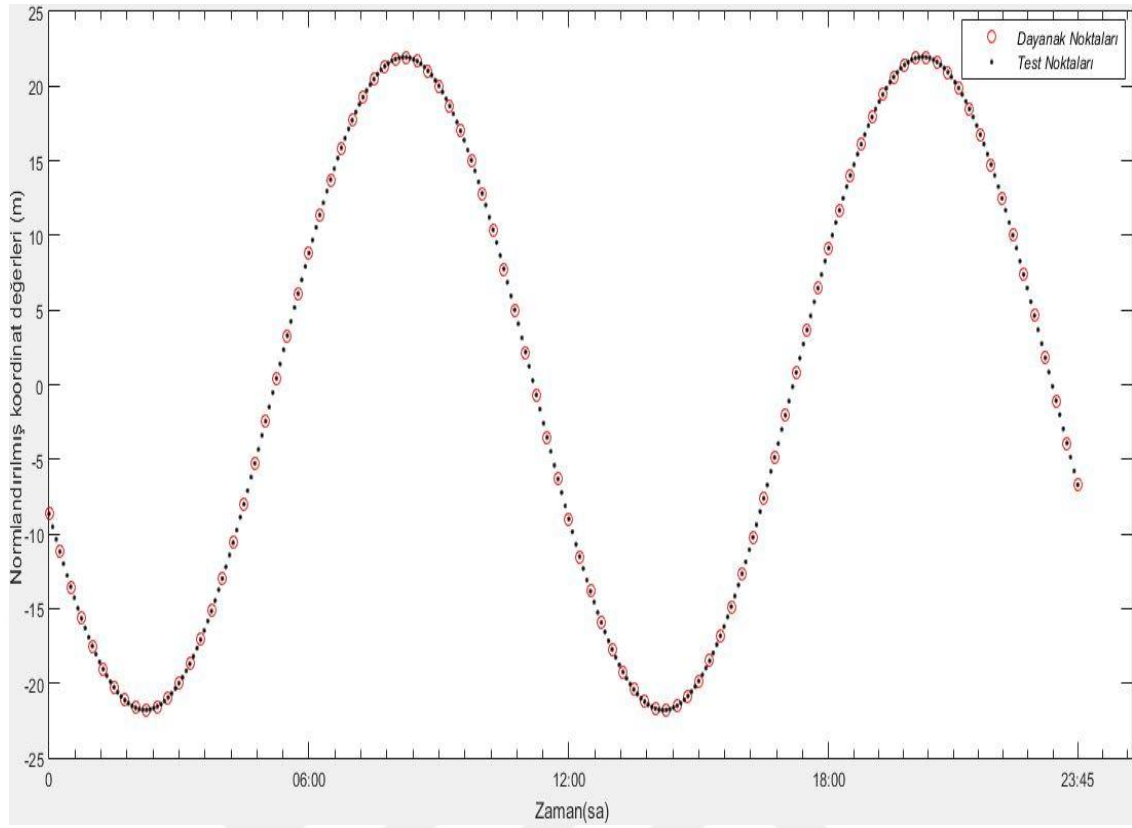
Şekil 4.9. X koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon farkları



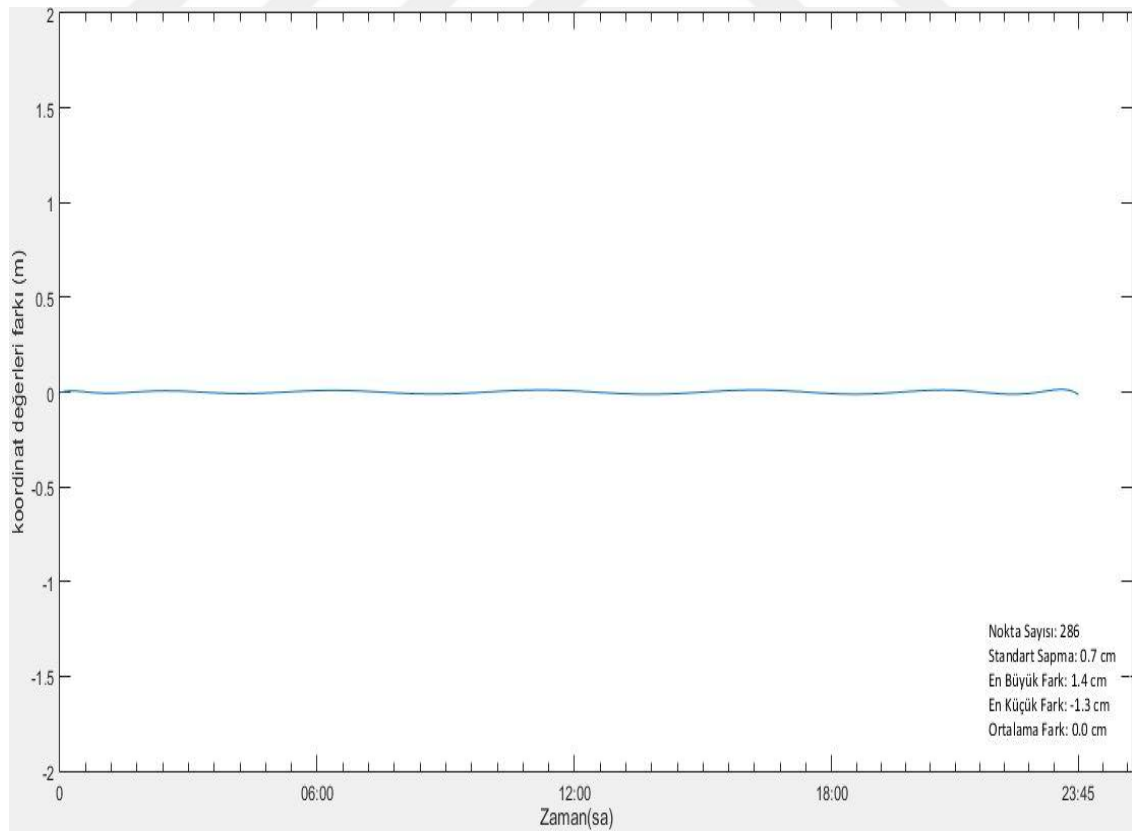
Şekil 4.10. Y koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.11. Y koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon farkları



Şekil 4.12. Z koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları

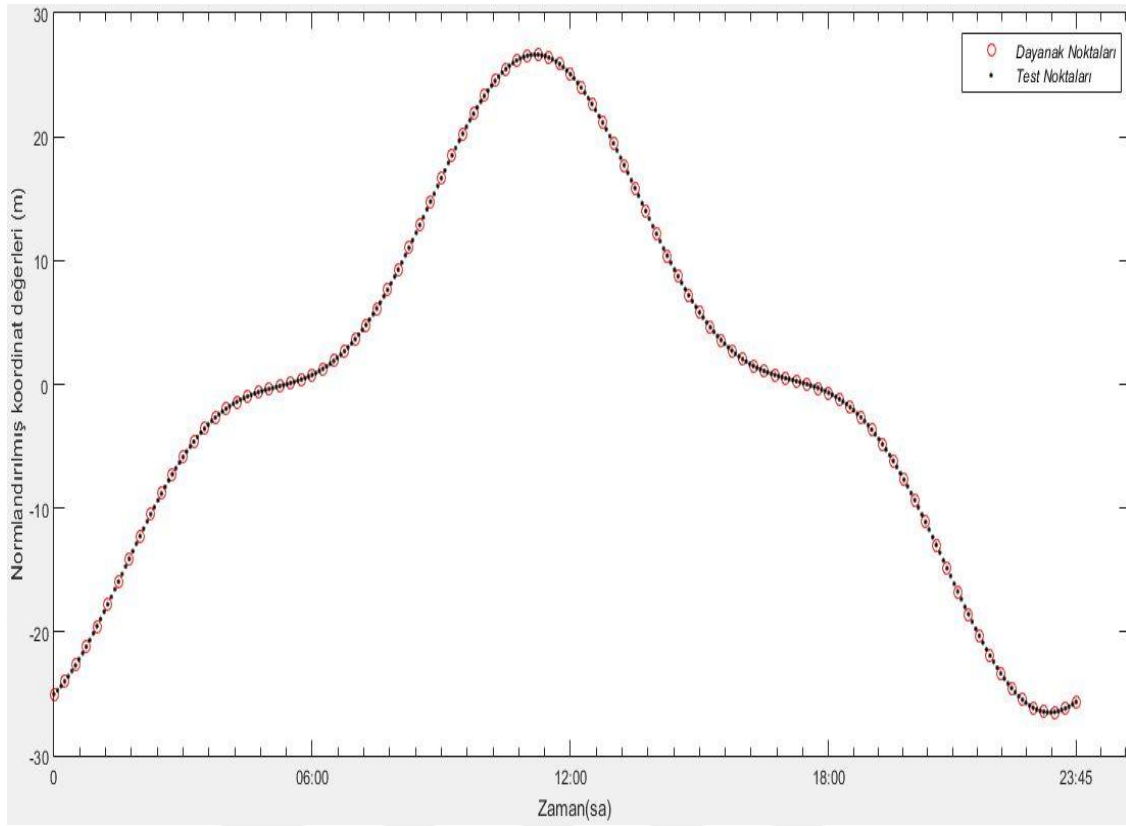


Şekil 4.13. Z koordinatları için 12.dereceden polinom enterpolasyonu farkları

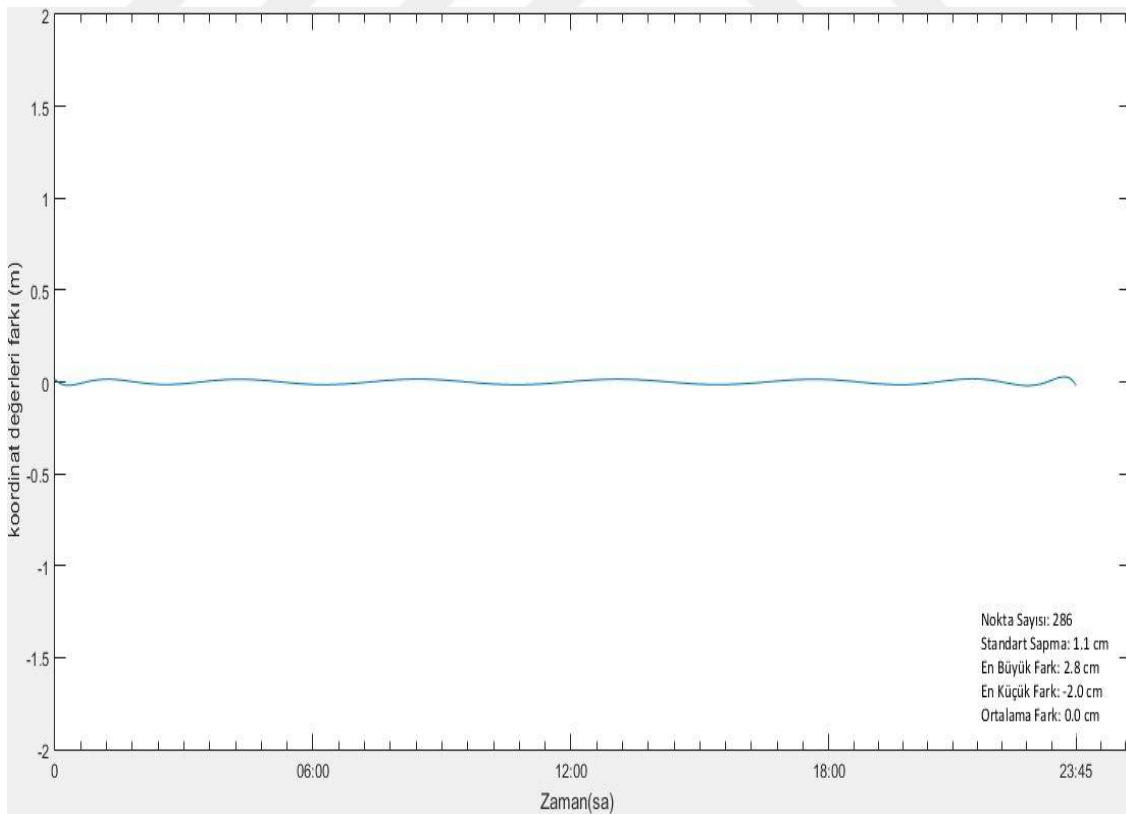
14. dereceden polinom interpolasyonu sonuçları X koordinatları için Şekil 4.14 üzerinde incelendiğinde, 10 ve 12. dereceden polinom interpolasyonuna nazaran dayanak noktaları ile test noktalarının daha iyi örtüştüğü ve sapmaların minimize edildiği gözlemlenmektedir. X koordinatları için 14. dereceden polinom interpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla orijinal noktaları arasındaki farklar Şekil 4.15’te görülmektedir. Aynı şekilde test noktalarıyla orijinal noktalar arasındaki farklardan kaynaklanan dalgalanmaların polinomun derecesi artıkça minimize olduğu gözlemlenmektedir.

Y koordinatları için 14. dereceden polinom interpolasyon sonuçları Şekil 4.16’da görülmektedir. Dayanak noktaları ile test noktaları arasındaki örtüşme 10 ve 12. dereceden polinom interpolasyonuna nazaran daha iyi seviyede olduğu gözlemlenmektedir. 14. dereceden polinom interpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla orijinal noktalar arasındaki farklar Şekil 4.17’de görülmektedir. Test noktalarıyla orijinal noktalar arasındaki dalgalanmalar polinomun derecesine bağlı olarak 10 ve 12. dereceden polinom interpolasyonuna göre minimize olmuş durumdadır.

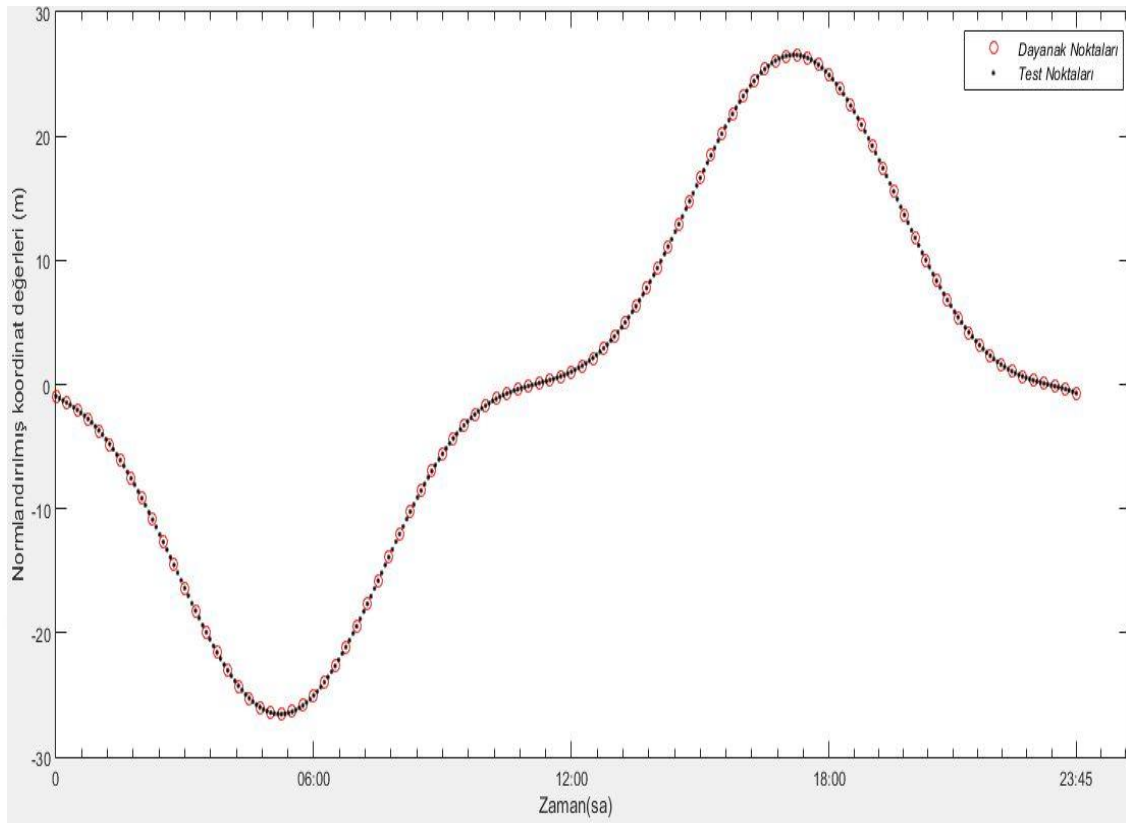
Z koordinatları için 14. dereceden polinom interpolasyonu sonuçları Şekil 4.18’deki gibidir. Dayanak noktaları ile test noktalarının 10 ve 12. dereceden polinom interpolasyonları sonucu elde edilen değerlere göre daha iyi örtüştüğü gözlemlenmektedir. Z koordinatları için 14. dereceden polinom interpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla orijinal veri arasındaki farklar Şekil 4.19’da gösterilmiştir. Şekil incelendiğinde 10 ve 12. dereceden polinom interpolasyonu sonucu elde edilen X ve Y koordinatlarına nazaran daha az boyutta dalgalanmalar olduğu gözlemlenmektedir. Sonuç olarak polinom interpolasyonu işleminde polinomun derecesi artıkça elde edilen verilerin kalitesi de artmaktadır.



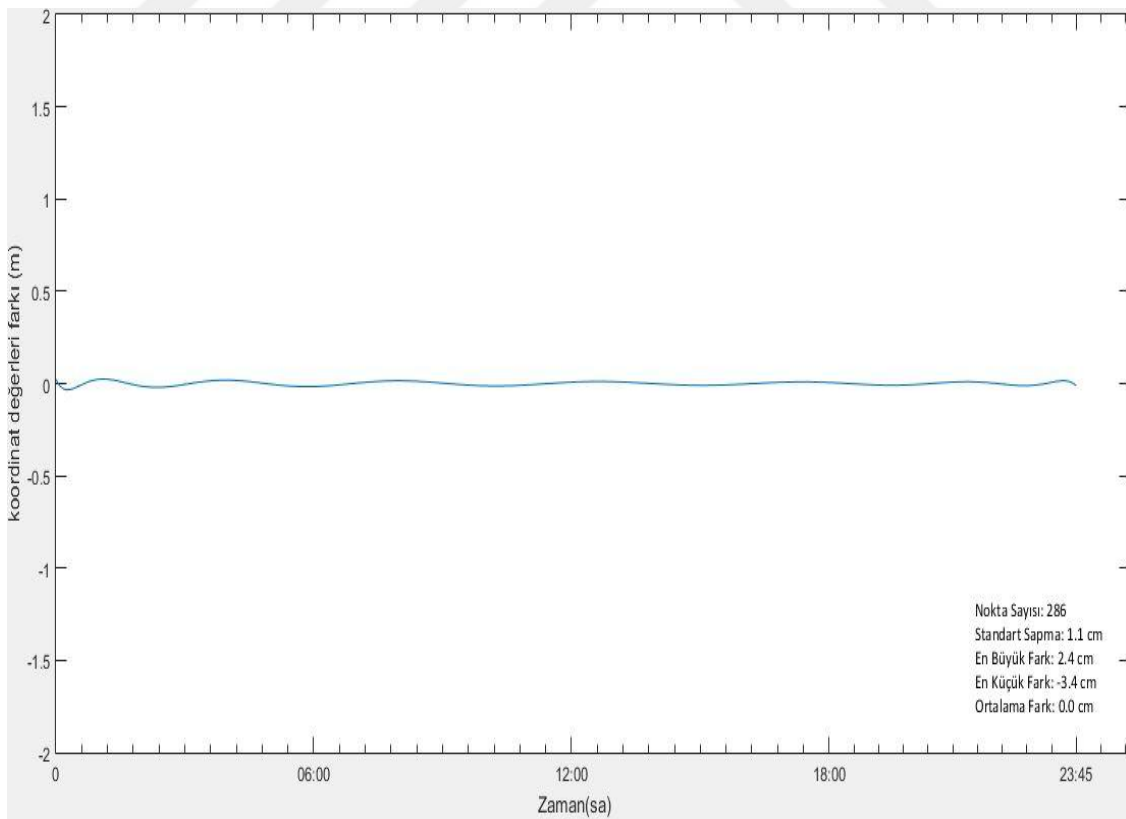
Şekil 4.14. X koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



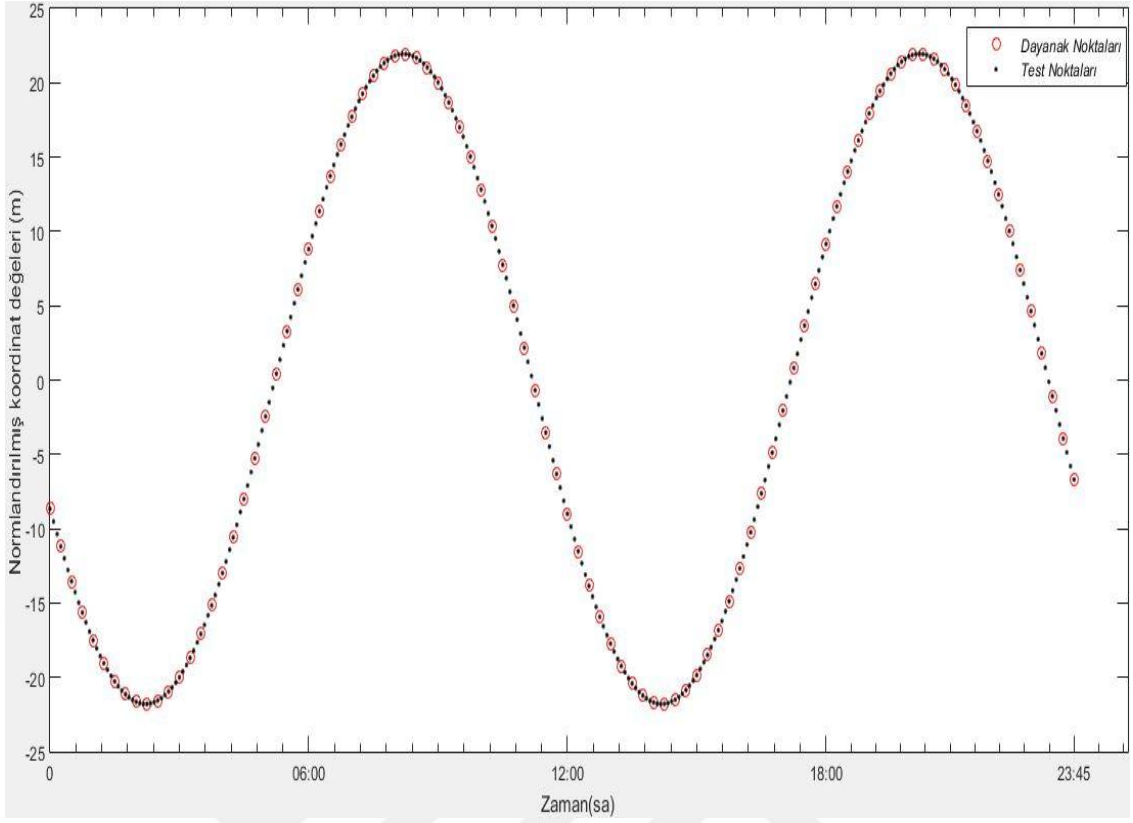
Şekil 4.15. X koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon farkları



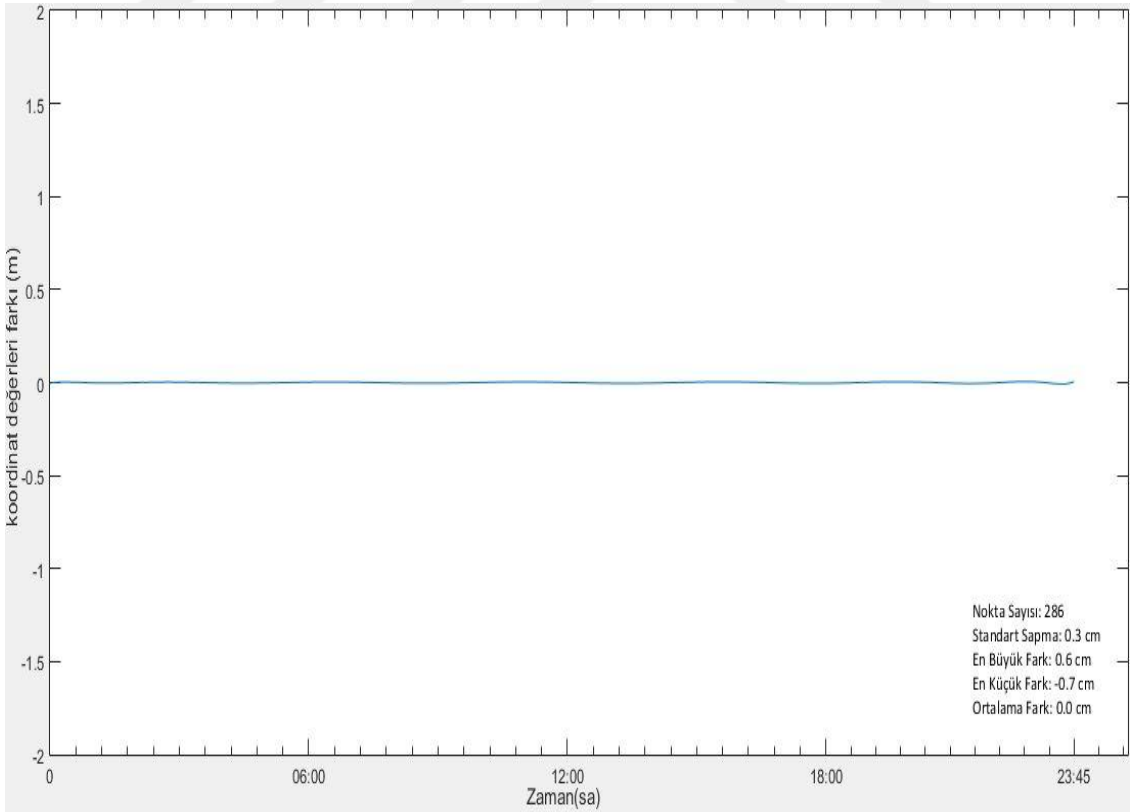
Şekil 4.16. Y koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.17. Y koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon farkları



Şekil 4.18. Z koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.19. Z koordinatları için 14.dereceden polinom enterpolasyon farkları

4.2. Trigonometrik Entropolasyon Uygulaması Sonuçları

Trigonometrik entropolasyon uygulaması, daha önce bu alanda çalışmış olan Mark Schenewerk' in 2002 yılında yapmış olduğu "A biref review of basic GPS orbit interpolation strategies" çalışmasının bir nevi genişletilmiş halidir. Yapılan o çalışmada trigonometrik ve polinom entropolasyonunun derecelere göre sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada ise Mark Schenewerk' in 2002 yılında yapmış olduğu çalışmanın, trigonometrik entropolasyon kısmının açık kaynaklı yazılımı kullanılarak elde edilen entropolasyon sonuçları genişletilerek irdelenmiş farklı entropolasyon yöntemleriyle karşılaştırılarak çizelgelerde gösterilmiştir. Çizelgelerin içeriğinde ise, entropolasyon değerleri ile kontrol değerleri arasındaki farklardan elde edilen sonuçlar yer almaktadır. X , Y ve Z koordinatları için elde edilen farkların standart sapmaları, ortalama farkları, en büyük ve en küçük fark değerleri ayrı ayrı çizelgelerde yer almaktadır.

Genel olarak X koordinatı için trigonometrik entropolasyon sonuçlarına bakıldığında (Çizelge 4.5) diğer derecelere nazaran en iyi sonucu 9. dereceden trigonometrik entropolasyonun verdiği gözlemlenmektedir. Y koordinatı için trigonometrik entropolasyon sonucuna bakıldığında (Çizelge 4.6) elde edilen sonuçlar birbirine yakın olmakla beraber diğer derecelere nazaran en iyi sonucu 9. ve 11. dereceden trigonometrik entropolasyonun verdiği gözlemlenmektedir. Z koordinatı için trigonometrik entropolasyon sonucuna bakıldığında (Çizelge 4.7) elde edilen sonuçlar birbirine yakın olmakla beraber diğer derecelere kıyaslandığında en iyi sonucu 9. ve 11. dereceden trigonometrik entropolasyonun verdiği gözlemlenmektedir.

Trigonometrik entropolasyon uygulamasında derecelere göre maksimum toplam hata miktarlarında (Çizelge 4.8) en iyi sonucun 9. dereceden trigonometrik entropolasyon uygulamasının verdiği gözlemlenmektedir.

Çizelge 4.5. X koordinatları için trigonometrik entropolasyon sonuçları

Trigonometrik Fonksiyonun Derecesi	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
5	519.5	8.3	957.8	-2043.3
7	0.6	0.0	1.4	-5.6
9	0.1	0.0	1.2	-0.2
11	0.2	0.0	2.1	-0.5
13	0.3	0.0	4.2	-2.2
15	0.8	0.0	10.8	-5.5

Çizelge 4.6. Y koordinatları için trigonometrik enterpolasyon sonuçları

Trigonometrik Fonksiyonun Derecesi	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
5	528.5	27.3	2459.9	-1351.6
7	0.5	0.0	1.2	-5.2
9	0.1	0.0	0.2	-0.3
11	0.1	0.0	0.4	-0.3
13	0.1	0.0	0.7	-0.3
15	0.2	0.0	2.8	-0.3

Çizelge 4.7. Z koordinatları için trigonometrik enterpolasyon sonuçları

Trigonometrik Fonksiyonun Derecesi	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
5	31.4	0.8	54.9	-146
7	0.3	0.0	2.7	-0.6
9	0.1	0.0	0.2	-0.2
11	0.1	0.0	0.3	-0.2
13	0.1	0.0	0.7	-0.7
15	0.3	0.0	1.2	-3.7

Çizelge 4.8. Trigonometrik enterpolasyon uygulaması için maksimum toplam hata miktarları

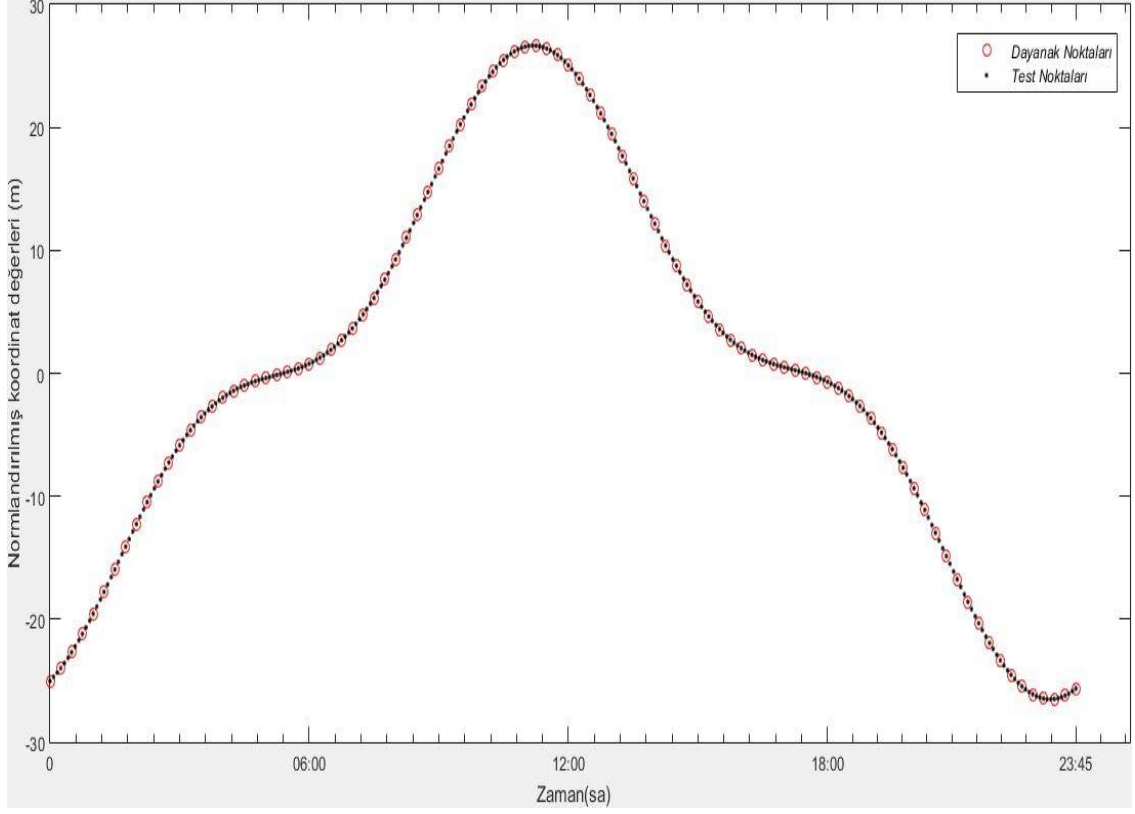
Derece	5	7	9	11	13	15
Maksimum Toplam Hata (cm)	2506.0	6.3	1.2	2.2	4.3	10.9

9. dereceden trigonometrik enterpolasyon uygulamasının sonuçları X, Y ve Z koordinatları için dayanak ve test noktaları (enterpolasyon noktaları) olarak şekillere yansıtılmıştır. X koordinatı için Şekil 4.20 incelendiğinde test noktalarının dayanak noktalarıyla her 15 dakikada bir örtüştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 4.21 X koordinatı için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonucu ile kontrol noktaları arasındaki farkları yansıtmakta ve genel olarak bakıldığında dalgalanmaların verinin ilk zaman aralıkları hariç belirli bir zaman aralığının dışına taşmadığı gözlemlenmektedir.

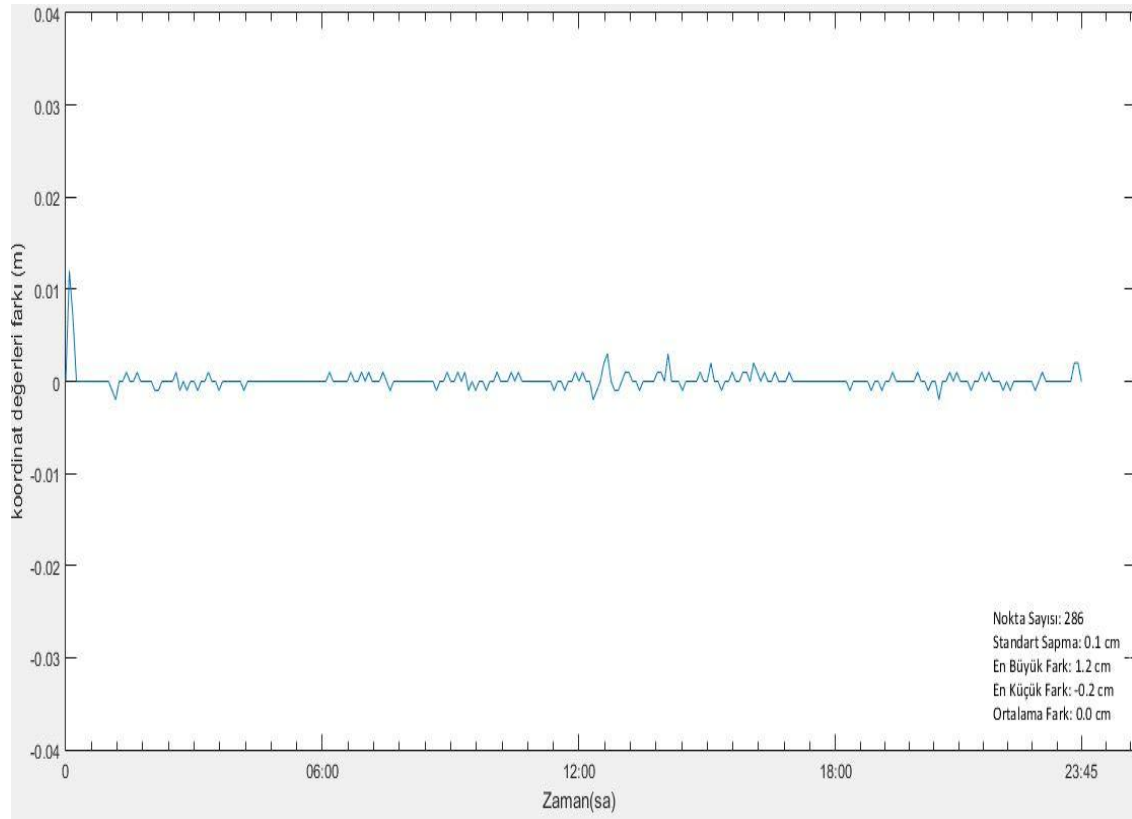
Y koordinatı için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonucu Şekil 4.22 incelendiğinde test noktalarının dayanak noktalarıyla her 15 dakikada bir örtüştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 4.23 Y koordinatı için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonucu ile kontrol noktaları arasındaki farkı yansıtmaktadır ve genel olarak bakıldığında dalgalanmaların belirli bir zaman aralığının dışına taşmadığı gözlemlenmektedir.

Şekil 4.24 ise 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonucu Z koordinatı görülmektedir, şekil incelendiğinde test noktalarının dayanak noktalarıyla her 15 dakikada bir örtüştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 4.25' te Z koordinatı için 9. dereceden

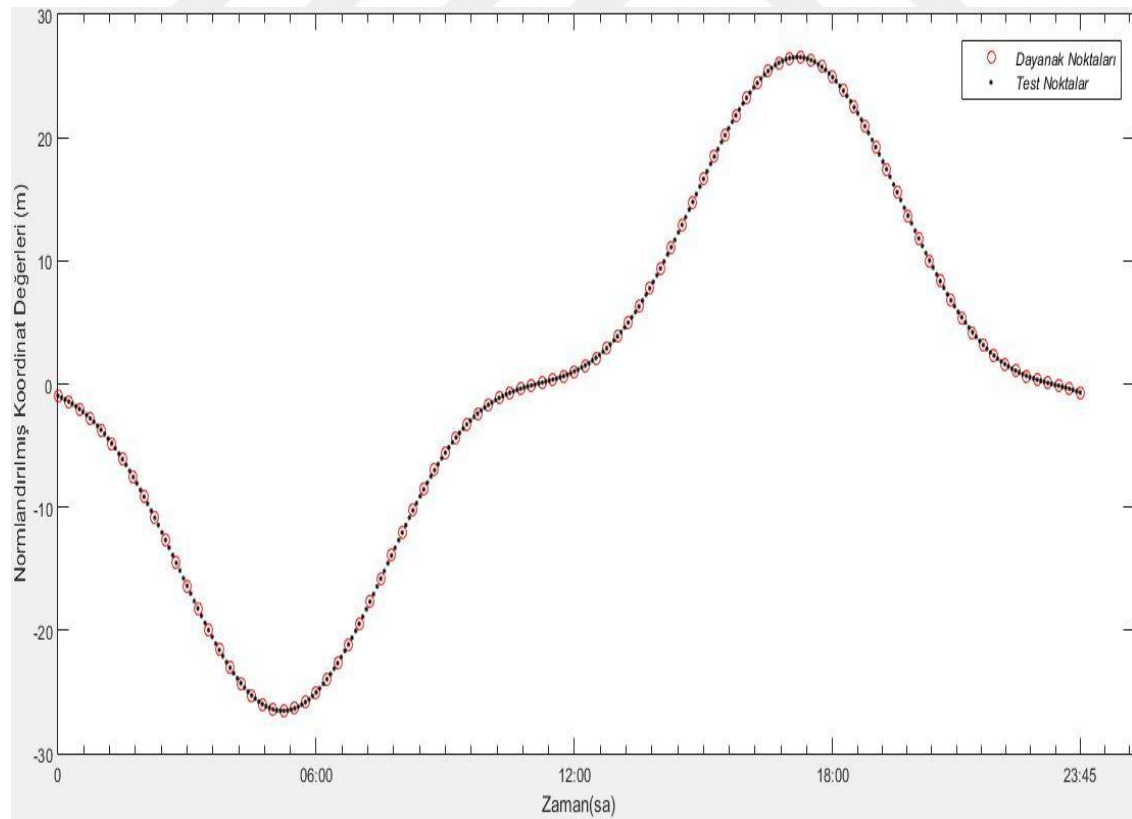
trigonometrik enterpolasyon sonucu ile kontrol noktaları arasındaki fark görülmekte ve genel olarak bakıldığında dalgalanmaların belirli bir zaman aralığının dışına taşmadığı gözlemlenmektedir.



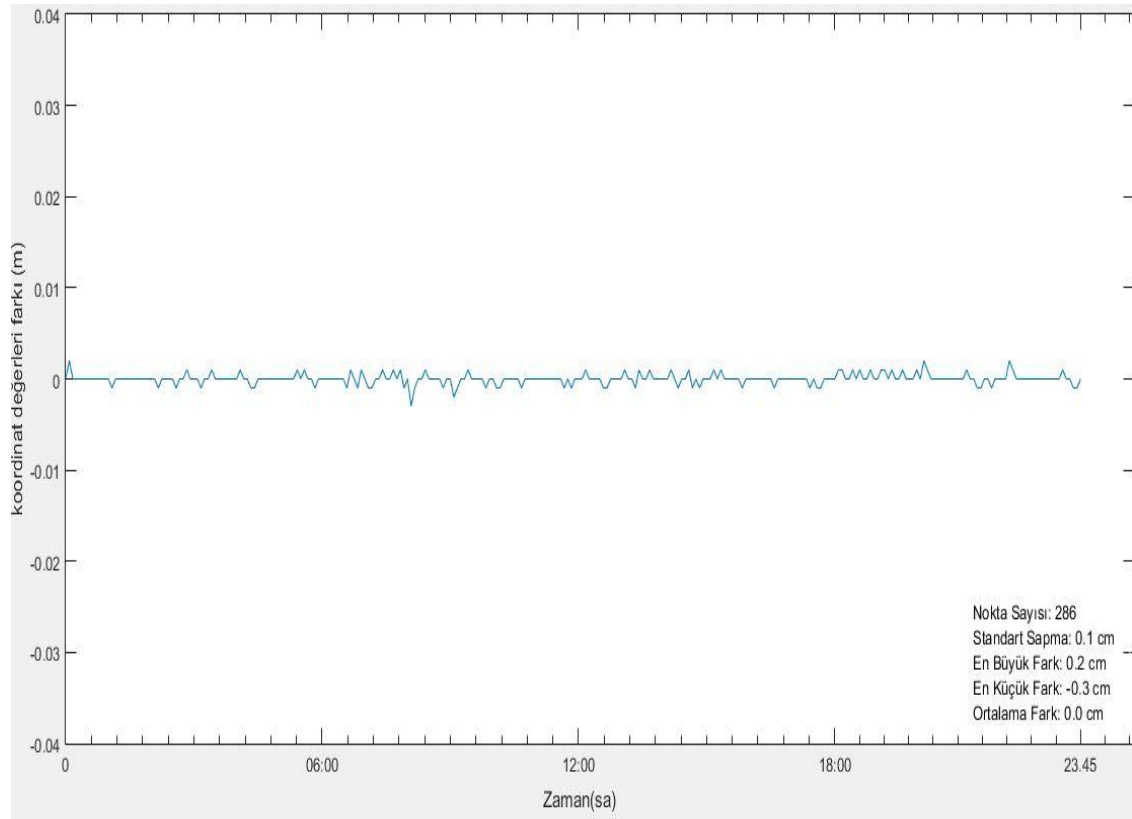
Şekil 4.20. X koordinatları için 9.dereceden trigonometrik enterpolasyon sonuçları



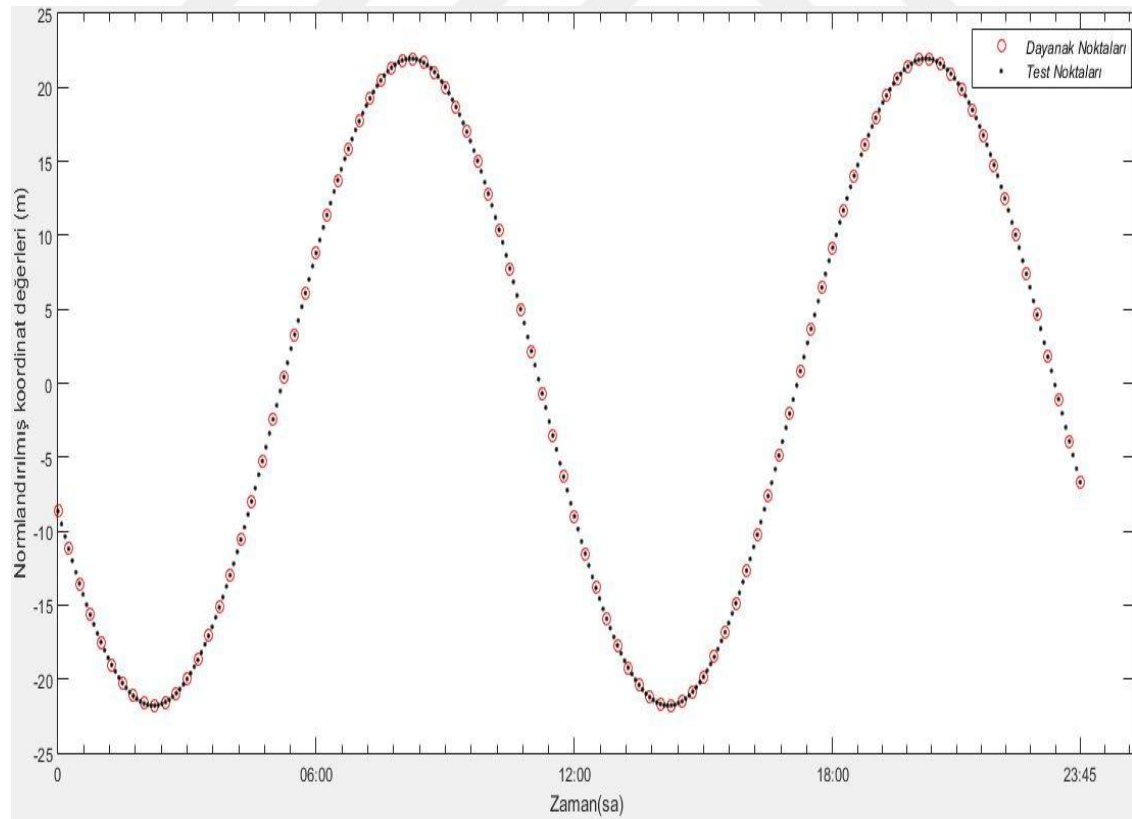
Şekil 4.21. X koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon farkları



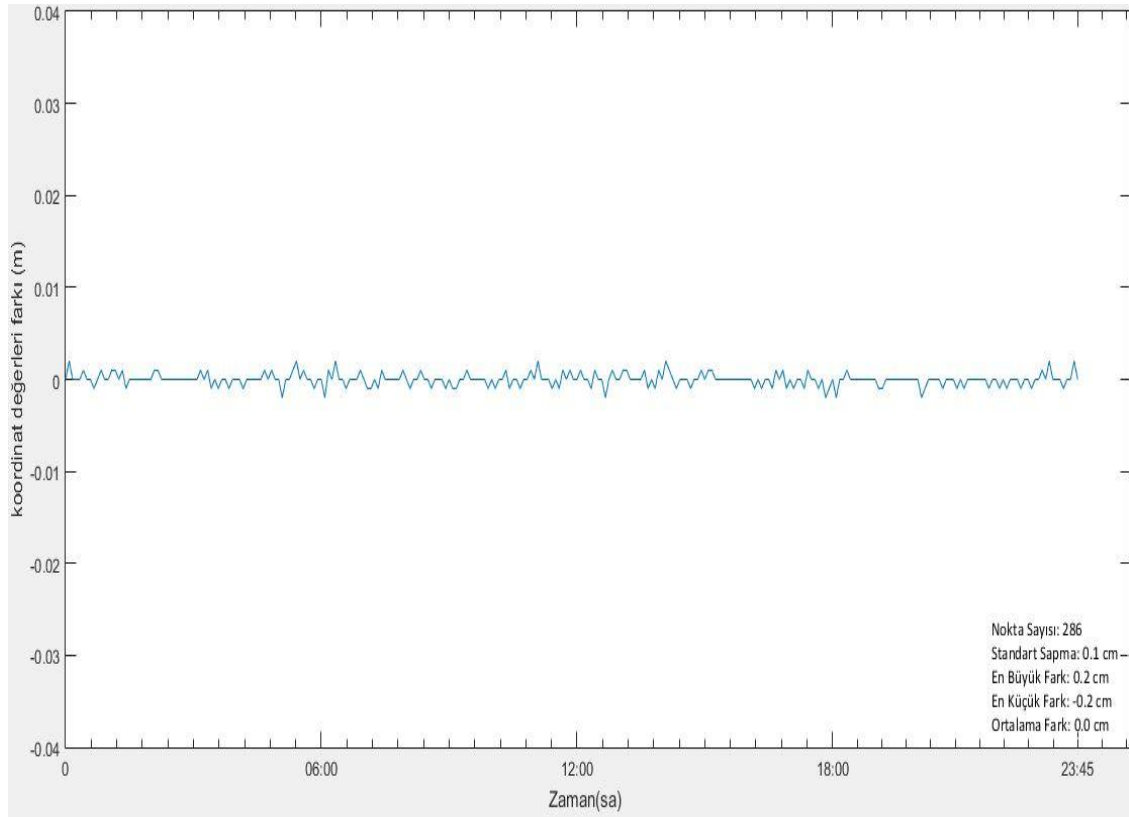
Şekil 4.22. Y koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.23. Y koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon farkları



Şekil 4.24. Z koordinatları için 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.25. Z koordinatları için 9.dereceden trigonometrik interpolasyon farkları

4.3. RBF Entropolasyon Uygulaması Sonuçları

RBF entropolasyon uygulamalarında elde edilen sonuçlar çizelgelerde gösterilmiştir. Çizelgelerde her bir RBF entropolasyon değerleri ile kontrol değerleri arasındaki farklardan elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Elde edilen farkların standart sapmaları, ortalama farkları, en büyük ve en küçük fark değerleri X , Y ve Z koordinatları için ayrı ayrı gösterilmiştir.

RBF entropolasyon sonuçlarına göre X , Y ve Z koordinatları için Çizelge 4.9, 4.10 ve 4.11 incelendiğinde Gaussian ve lineer fonksiyonlarının diğerlerine nazaran daha kötü sonuç verdiği gözlemlenmektedir. En iyi sonucun ise kısmen NCS fonksiyonunun verdiği saptanmıştır. RBF entropolasyon uygulamasında maksimum toplam hata miktarları baz alındığında diğer RBF' lere göre en iyi sonucu NCS uygulamasının verdiği tespit edildi (Çizelge 4.12).

Çizelge 4.9. X koordinatları için RBF enterpolasyon sonuçları

RBF	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
Lineer	1.5	0.0	3.5	-3.5
Cubic	0.1	0.0	1.4	-0.4
Gaussian	10.9	0.8	45.9	-111.6
Multikuadratik	0.4	0.0	4.0	-2.7
Multilog	1.8	0.1	7.0	-23.5
NCS	0.1	0.0	0.9	-0.3
TPS	0.2	0.0	2.8	-0.9

Çizelge 4.10. Y koordinatları için RBF enterpolasyon sonuçları

RBF	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
Lineer	1.5	0.0	3.5	-3.5
Cubic	0.1	0.0	0.1	-0.5
Gaussian	7.6	0.0	63.1	-69.3
Multikuadratik	0.2	0.0	1.2	-1.6
Multilog	1.4	0.0	13.4	-12.4
NCS	0.0	0.0	0.1	-0.3
TPS	0.1	0.0	0.3	-0.8

Çizelge 4.11. Z koordinatları için RBF enterpolasyon sonuçları

RBF	Standart Sapma (cm)	Ortalama Fark (cm)	En Büyük Fark (cm)	En Küçük Fark (cm)
Lineer	2.4	0.0	4.1	-4.2
Cubic	0.1	0.0	0.7	-0.2
Gaussian	6.2	-0.2	30.1	-73.6
Multikuadratik	1.2	0.0	11.2	-10.5
Multilog	3.0	0.1	22.4	-33.5
NCS	0.0	0.0	0.4	-0.2
TPS	0.3	0.0	3.3	-1.4

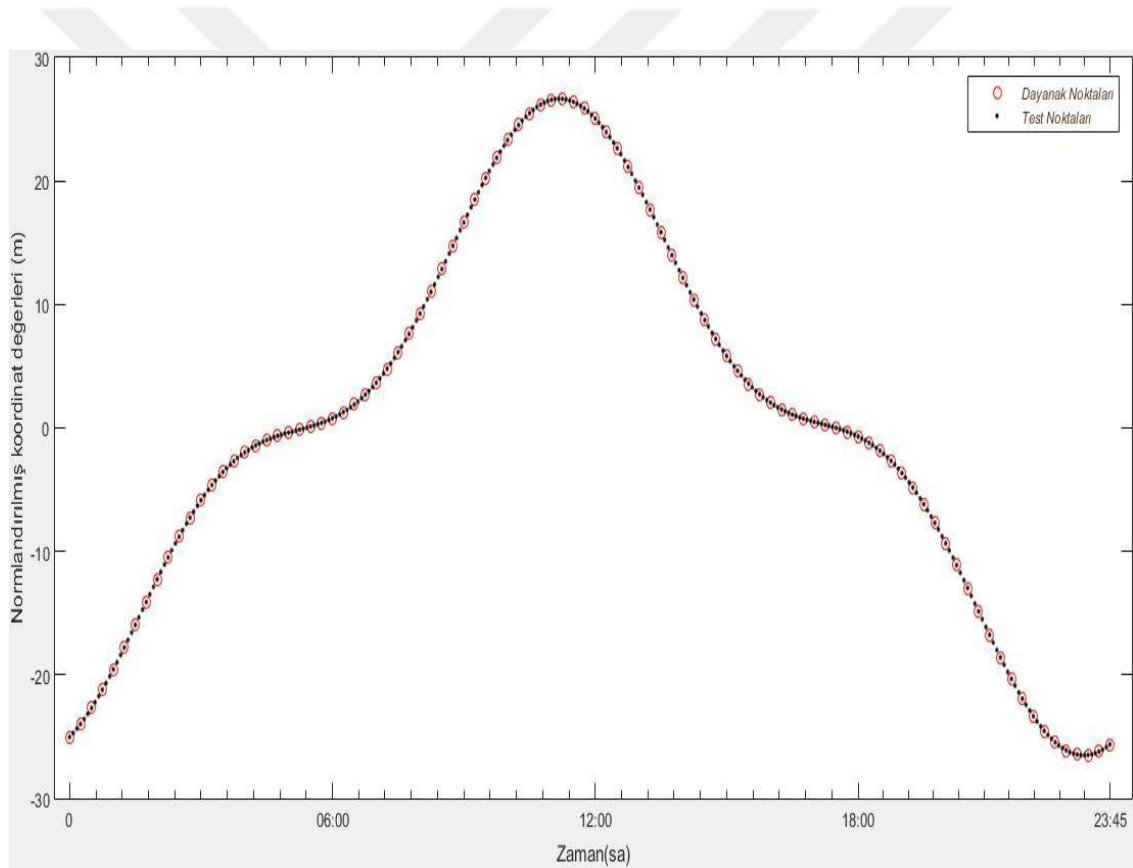
Çizelge 4.12. RBF' ler için maksimum toplam hata miktarları

RBF	Lineer	Cubic	Gaussian	MQ	Multilog	NCS	TPS
Maksimum Toplam Hata (cm)	4.5	1.6	129.4	11.6	36.2	1.0	3.6

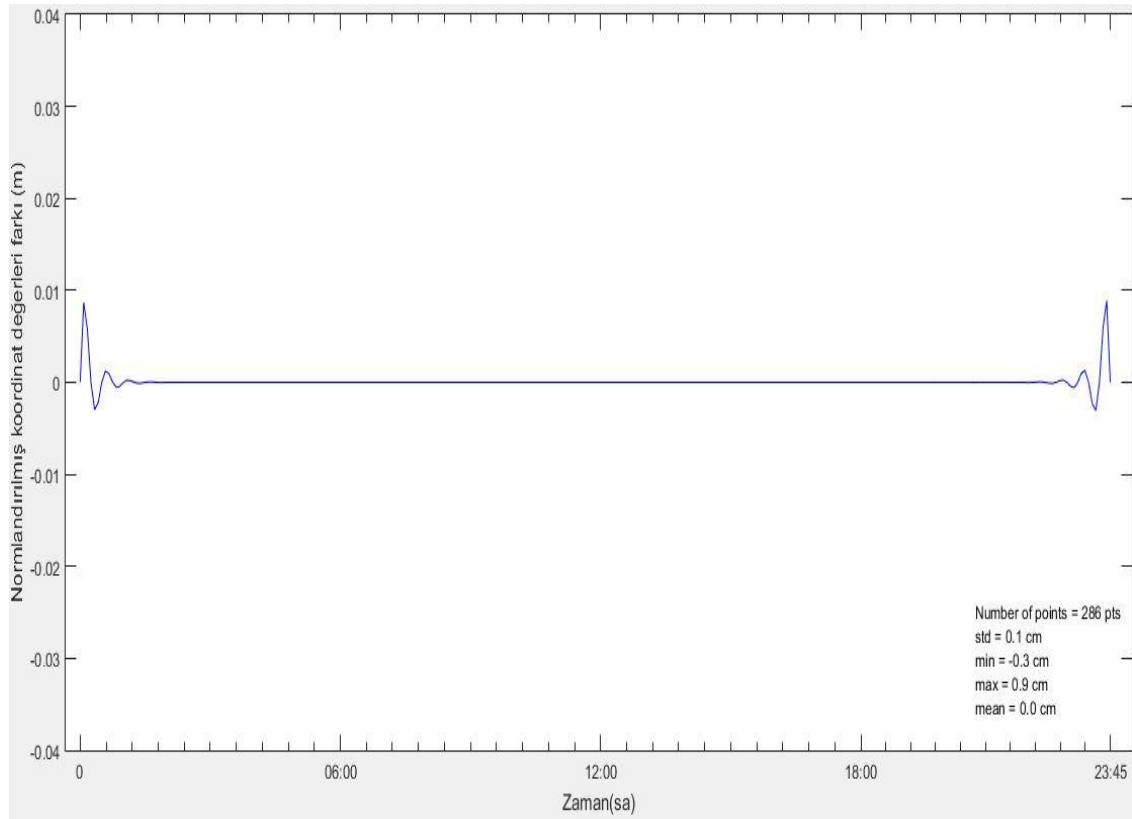
Maksimum toplam hata miktarı bakımından en iyi sonucu veren NCS fonksiyonu enterpolasyonunun sonuçları şekillerde gösterilmiştir. X koordinatları için NCS enterpolasyon sonucu incelendiğinde (Şekil 4.26) test noktalarının dayanak noktalarıyla her 15 dakikada bir örtüştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 4.27 X koordinatı için NCS enterpolasyonu sonucu elde edilen test noktalarıyla kontrol noktaları arasındaki farkı yansıtmaktadır. Genel olarak bakıldığında dalgalanmaların ilk zaman aralıkları ile son zaman aralıkları hariç belirli bir zaman aralığının dışına taşmadığı gözlemlenmektedir.

Y koordinatı için Şekil 4.28 incelendiğinde test noktalarının dayanak noktalarıyla her 15 dakikada bir örtüştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 4.29 Y koordinatı için NCS interpolasyon sonucu ile kontrol noktaları arasındaki farkı yansıtmaktadır. X koordinatlarına benzer şekilde dalgalanmanın ilk zaman aralıkları ile son zaman aralıkları hariç belirli bir zaman aralığının dışına taşmadığı gözlemlenmektedir.

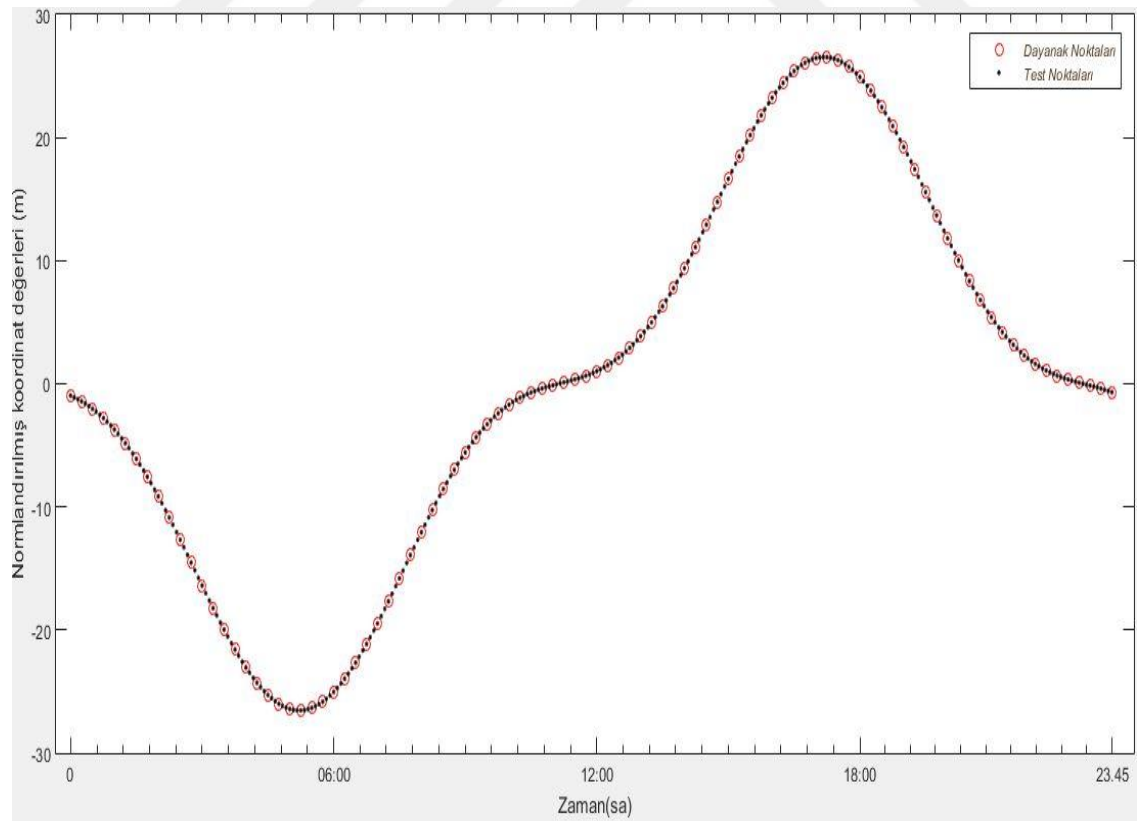
Z koordinatı için sonuçlar incelendiğinde (Şekil 4.30) test noktalarının dayanak noktalarıyla her 15 dakikada bir örtüştüğü gözlemlenmektedir. Şekil 4.31 Z koordinatı için NCS interpolasyon sonucu ile kontrol noktaları arasındaki farkı yansıtmaktadır. X ve Y koordinatlarında ki dalgalanmaların Z koordinatlarında da ilk zaman aralıkları ile son zaman aralıkları hariç belirli bir zaman aralığının dışına taşmadığı gözlemlenmektedir.



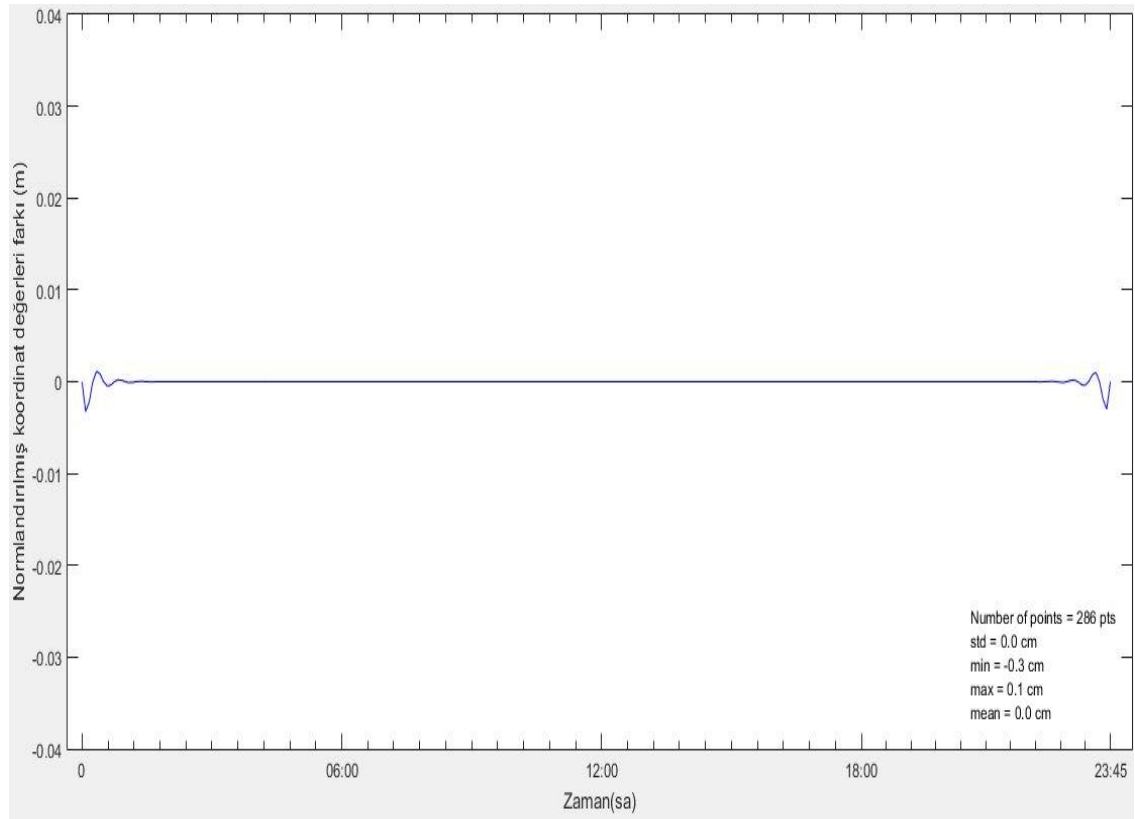
Şekil 4.26. X koordinatları için NCS interpolasyon sonuçları



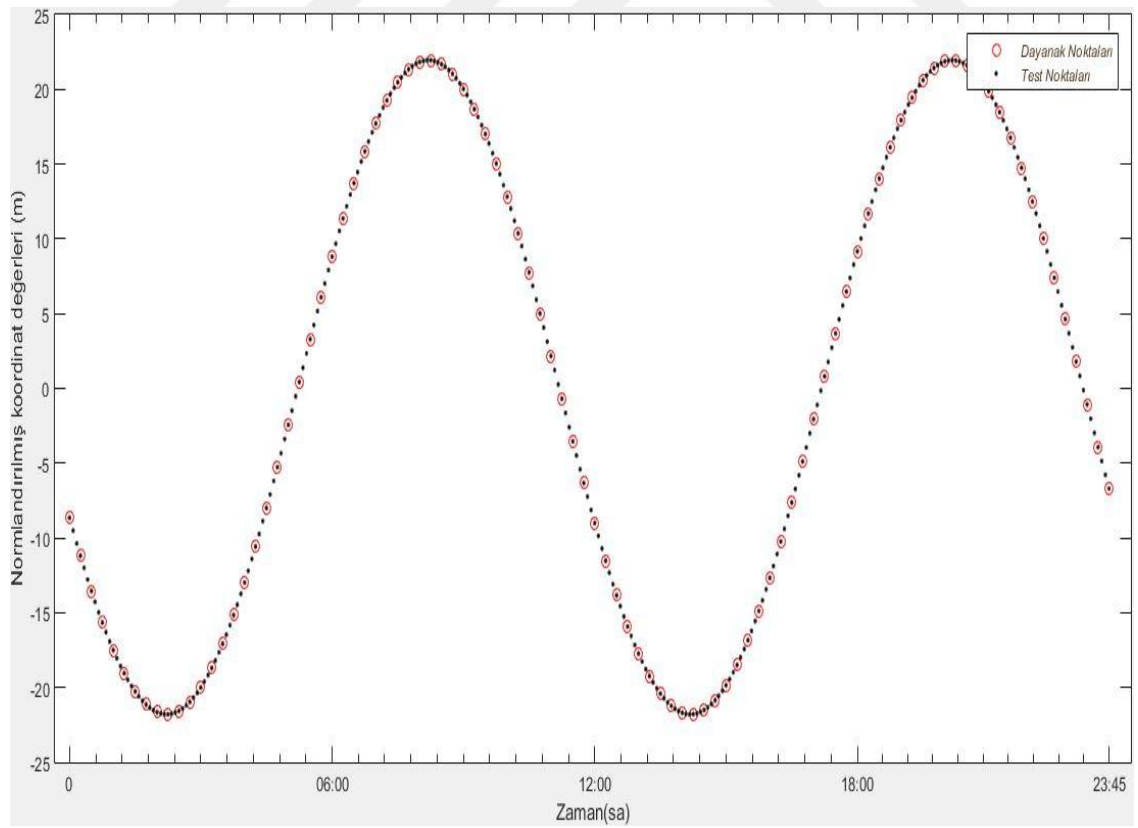
Şekil 4.27. X koordinatları için NCS enterpolasyon farkları



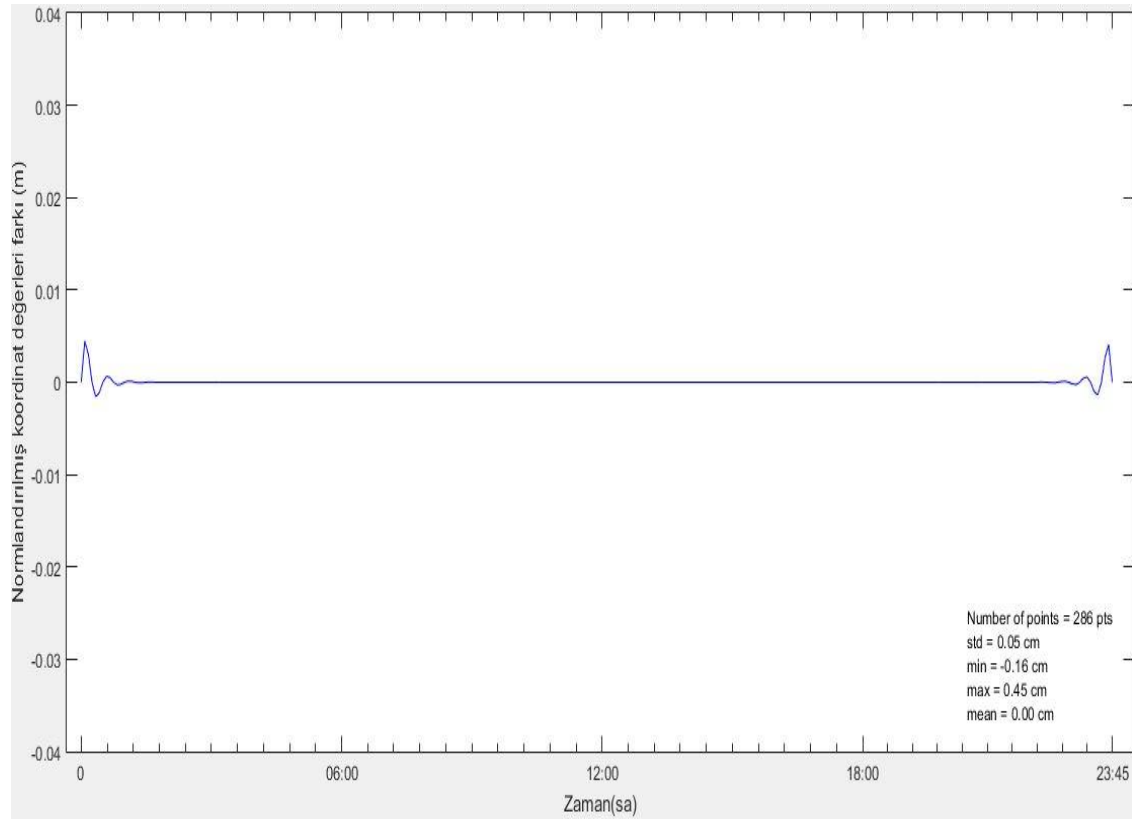
Şekil 4.28. Y koordinatları için NCS enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.29. Y koordinatları için NCS enterpolasyon farkları



Şekil 4.30. Z koordinatı için NCS enterpolasyon sonuçları



Şekil 4.31. Z koordinatı için NCS enterpolasyon farkları

4.4. Enterpolasyon Sonuçlarının Karşılaştırılması

Enterpolasyon sonuçlarını değerlendirilirken orijinal veriye en yakın sonucu veren enterpolasyon yöntemi bulunmaya çalışılmıştır. Çalışma kapsamında polinom enterpolasyonu, trigonometrik enterpolasyon ve RBF enterpolasyonu değerlendirilmiştir. En iyi sonucu veren enterpolasyon yönteminin, derecesi arttıkça orijinal veriye yaklaşma eğilimi gösteren ve orijinal değerlerle aynı sonuçlar elde eden polinom enterpolasyon yöntemi olduğu söylenebilir. Fakat sonuçları karşılaştırmak adına polinom enterpolasyonunun 14. derecesi, RBF enterpolasyon uygulamasının en iyi sonuç veren fonksiyonu NCS enterpolasyonu ve trigonometrik enterpolasyon uygulamasının en iyi sonucu veren 9. derecesi karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.13. Farklı enterpolasyonlar sonucunda elde edilen değerler (birimler:cm)

Enterpolasyon Yöntemi	Standart Sapma			Maksimum Farklar			Minimum Farklar			Mak. Top. Hata
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	
Trigonometrik (9. derece)	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	-0.2	-0.3	-0.2	1.2
RBF (NCS)	0.1	0.0	0.0	0.9	0.1	0.4	-0.3	-0.3	-0.2	1.0
Polinom (14. derece)	1.1	1.1	0.3	2.8	2.4	0.6	-2.0	-3.4	-0.7	3.8

Çizelge 4.13' te görüleceği üzere trigonometrik enterpolasyon uygulamasına nazaran kısmen en iyi sonuçları RBF (NCS) enterpolasyonu uygulamasının verdiği söylenebilir.



5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Günümüz teknolojisi muazzam bir şekilde ilerlemekte ve insanlar basit bir şekilde uydu, insansız hava araçları, uçak, füze kısaca yörünge bilgisi barındıran tüm teknolojik araç ve aletlerin genel bilgilerine kolayca ulaşabilmektedir. Bu bağlamda, bu araç ve aletlerle ilgili çalışmalar yakından takip edilmekte ve hatta gelişimine bireysel olarak da katkı sağlanılmaktadır. GPS uydu koordinatlarının farklı enterpolasyon yöntemleriyle belirlenmesi ile ilgili yapılan bu çalışma ile yörünge bilgisinin ne kadar önemli olduğu bir kez daha vurgulanmıştır.

Yapılan çalışma sonucunda elde edilen veriler değerlendirilmiş ve çalışmanın amacı doğrultusunda yorumlanmıştır. Bu tez çalışmasının amacı sadece farklı enterpolasyon yöntemleri kullanarak anlamlı yörünge koordinatları elde etmek, çalışma kapsamında kullanılan enterpolasyon yöntemlerini kıyaslayıp en iyi olanı seçmek değildir. Bu çalışma kapsamında amaç, sadece bu çalışma alanında değil bu ve buna benzer diğer bilimsel alanlarda da yapılacak farklı çalışmalara katkı sağlamak, uydu teknolojisinin gelişimine ve bu bağlamda koordinat ve yörünge bilgisi barındıran tüm teknolojik araçların gelişimine katkıda bulunmak, enterpolasyon uygulamalarının önemini vurgulamak ve jeodezi bilimine olan merakı arttırmak ve bu alanda çalışmak isteyen bilim insanlarını kazanmak olarak görülmektedir.

Bu tez çalışması kapsamında polinom, trigonometrik ve RBF enterpolasyonları incelenmiştir. Bu enterpolasyon çeşitleri kendi içerisinde de farklı durumlara göre değerlendirilmiştir. Bu durumlar RBF enterpolasyonu için fonksiyon çeşitlerine, trigonometrik ve polinom enterpolasyonları için ise derecelerine göre değerlendirilmiştir. Polinom enterpolasyonu için genel olarak polinom derecesi arttırıldığında, trigonometrik ve RBF enterpolasyon uygulamalarına göre daha iyi sonuç verdiği söylenebilir. Polinom enterpolasyonu için maksimum hata miktarlarına bakacak olursak hata miktarının 16. dereceden sonra 1.0 cm'nin altına indiği 18. dereceden sonrada tamamen sıfır değerini aldığı görülmektedir. Fakat yüksek dereceli polinomlar ile uygulama yapılmasında işlem hacmi göz önüne alındığında zaman açısından sıkıntılar yaşanabilmektedir. Ayrıca verilerin normlandırılması işlemi yapılmazsa yüksek dereceli polinomlara çıkılamadığı da yöntemin eksik yanı olarak görülebilir.

Tüm bu dezavantajlarına rağmen bilgisayar yazılımları sayesinde bu tür sıkıntıların yazılacak bir script sayesinde aşılabileceği de unutulmamalıdır.

Bunların dışında maksimum toplam hata miktarları baz alındığında, RBF enterpolasyon çeşitlerinden en iyi sonucu 1.0 cm hata ile NCS fonksiyonunun verdiği gözlenmiştir. Aynı zamanda, Cubic ve TPS fonksiyon çeşitlerinin de azımsanmayacak derecede iyi sonuçlar verdiği tespit edilmiştir. Bunun yanında, trigonometrik enterpolasyon yönteminin kendi içinde maksimum toplam hata miktarlarına bakılacak olursak, 1.2 cm hata ile 9. dereceden trigonometrik enterpolasyon yönteminin diğer derecelere nazaran daha iyi sonuç verdiği söylenebilir.

Genel olarak bu veri seti için sonuçlar incelendiğinde,

- polinom enterpolasyonu için 16. derecenin yeterli olduğu (maksimum hata miktarı 1.0 cm altına indiğinden),
- benzer şekilde RBF'lerden Lineer, Gaussian ve Multilog yöntemleri hariç çalışmada kullanılan diğer yöntemlerin uygun olduğu,
- trigonometrik fonksiyonlar yardımıyla yapılan enterpolasyon sonuçlarında da 9. derecenin yeterli olduğu

GPS uydu koordinatlarının enterpolasyonu için söylenebilir.

KAYNAKLAR

- Altındağ O., Kanser Sınıflandırmada mikroRNA ve mRNA Anlatım Bilgilerinin Entegrasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Anonymous. 2018. Web Sitesi:https://en.wikiversity.org/wiki/Trigonometric_interpolation, [Erişim Tarihi: 20.02.2018].
- Ayar, A., 2009, Non Sibson Enterpolasyon Yöntemiyle Yerel Geoit Belirlenmesi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 69 s.
- Bae, T. (2006). Near Real-Time Precise Orbit Determination of Low Earth Orbit Satellites Using an Optimal GPS Triple-Differencing Technique. PhD thesis, The Ohio State University.
- Beutler, G., Bock, H., Dach, R., Fridez, P., Gade, A., Hugentobler, U., Jaggi, A., Meindl, M., Mervart, L., Prange, L., Schaer, S., Springer, T., Urschl, C., ve Walser, P. (2007). Bernese GPS Software Version 5.0. Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland.
- Bock, H., Hugentobler U., Jaggi A., Beutler G., (2005), Precise orbit determination for CHAMP using an efficient kinematic and reduceddynamic procedure, In Reigber, C., Luhr, H., Schwintzer, P., ve Wickert, J., editors, Earth Observation with CHAMP Results from Three Years in Orbit, number ISBN 3540228047, pages 157162. Springer Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- Bock, H., (2003), *Efficient Methods for Determining Precise Orbits of Low Earth Orbiters Using the Global Positioning System*, PhD thesis, Institut für Geodasie und Photogrammetrie, Geodatischgeophysikalische Arbeiten in der Schweiz. ISBN:3908440084.

Doğanalp S., akır R., *Interpolation of GPS Orbit Coordinates Using Radial Basis Functions*, International Advanced Researches & Engineering Congress, Osmaniye Korkut Ata University, 16-18 November 2018, Osmaniye.

Doğanalp, S., Üstün, Aydın., 2015, *Yakın Yer Uydularının Duyarlı Yörüngelerinin Belirlenmesi*, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 25-28 Mart 2015, Ankara.

Doğanalp, S., 2013, *Gravite Alanı Belirleme Amaçlı Yakın Yer Uyduları İçin Duyarlı Yörünge Belirleme Teknikleri*, Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Dressler, M., 2009, *Art of Surface Interpolation*, Kunštát, [online], <http://m.dressler.sweb.cz/AOSIM.pdf>, [16 Kasım 2012]

Erkanlı, Y., 1986. Koordinatlandırılmış modelde ve alanda enterpolasyon, kollakasyon yöntemlerinin uygulanması ve neticeleri, *Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi*, Ankara, 56-57.

Giacaglia, G.E.O, 1969, Trigonometric Interpolation, *University of Sao Paulo anda university Campinas, Sao Paulo, Brasil*, 360-361-362.

Hobbs, D., Bohn P., (2006), *Precise orbit determination for low earth orbit satellites*, Volume 4, <http://www.mariecurie.org/annals>, [Erişim Tarihi: 20.02.2018].

Jaggi, A., Bock H., Thaller D., Dach R., Beutler G., Prange L., Meyer U., (2010), *Precise orbit determination of low earth satellites at AIUB*, In ESA Living Planet Symposium, Bergen, Norway.

Jaggi, A., (2007), *PseudoStochastic Orbit Modeling of Low Earth Satellites Using the Global Positioning System*, PhD thesis, Institut fur Geodasie und Photogrammetrie, Geodatischgeophysikalische Arbeiten in der Schweiz. vol.73, ISBN:9783908440178.

- Jaggi, A., Beutler G., Hugentobler U., (2005), *Efficient stochastic orbit modelling techniques using least squares estimators*, In Sanso, F., editor, A Window on the Future of Geodesy, number ISBN 3540240551, pages 175180. Springer Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- Öztan, O., 1981. Bir Otoyol Geçişine Ait Triangulasyon Ağında Prezisyon Araştırması ve Bazı Öneriler, İ.T.Ü. İnşaat Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Doçentlik Tezi.
- Öztan, O., 1983. Jeodezik Normal Denklemlerde Band Genişliği Üzerine Bir Eleştiri, İ.T.Ü Dergisi, Cilt 41, Sayı 1-2.
- Öztan, O., 1986. Lineer Denklem Sistemlerinin Çözümünde Modern Bellek Depolama Yöntemleri, İ.T.Ü. Jeodezi Anabilim Dalı Semineri.
- Schenewerk, M., (2002), A biref review of basic GPS orbit interpolation strategies, <https://www.ngs.noaa.gov/gps-toolbox/sp3intrp.htm>, [Erişim Tarihi: 20.02.2018].
- Seeber, G., (2003), *Satellite Geodesy*, Walter de Gruyter, Berlin, 2nd edition.
- Svehla, D., Rothacher M., (2003), *Kinematic and reduced dynamic precise orbit determination of low earth orbiters*, Advances in Geosciences, 1:47–56.
- Svehla, D., Rothacher M., (2002), *Kinematic orbit determination of LEOs based on zero or double-difference algorithms using simulated and real sst data*, In Adam, J.; Schwarz, K.P., editor, Vistas for Geodesy in the New Millennium, IAG Symposia, volume 125, pages 322–328. Springer.
- Swatschina, P., (2009), *Dynamic and Reduced-Dynamic Precise Orbit Determination of Satellites in Low Earth Orbits*, PhD thesis, Institute for Geodesy and Geophysics, Technic University Wien.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M. M., ve Reigber, C. (2004). The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. *Geophys. Res. Lett.*, 31(doi:10.1029/2004GL019920):9607–+.

Topalođlu, V., 2007, Yapay Sinir Ağları İle Dalga Yüksekliđi Tahmini, Yüksek Lisans Tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 17.

Yanalak, M., 1997. Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması, Doktora Tezi, İT.Ü, İstanbul.

Yoder J., 2015. Stuff in Space [online], University of Texas at Austin, <http://stuffin.space>, [Erişim Tarihi: 27 Mayıs 2018]

Wu, S. C., Yunck, T. P., ve Thornton, C. L. (1990). A reduced-dynamic technique for precise orbit determination. Technical Report 42-101, TDA Progress Report.

Wu, S. C., Yunck, T. P., ve Thornton, C. L. (1991). Reduced-dynamic technique for precise orbit determination of low-earth satellites. *Journal Guidance, Control and Dynamics*, 14(1):24–30.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Recep Çakır
Uyruğu : T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi : Düzce / 20.02.1990
Telefon : 0507 355 32 97
Faks : -
e-mail : r.cakir8155@gmail.com

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	: Keçiören İncirli Lisesi / Keçiören/ Ankara	2007
Üniversite	: Karadeniz Teknik Üniversitesi / Merkez/ Trabzon	2014
Yüksek Lisans	: Necmettin Erbakan Üniversitesi / Selçuklu / Konya	2014-
Doktora	: -	

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2014-	Özel Sektör	Harita Mühendisi

YAYINLAR

Doğanalp S., Çakır R., 2017, Interpolation of GPS Orbit Coordinates Using Radial Basis Functions, International Advanced Researches & Engineering Congress-2017, <http://iarec.osmaniye.edu.tr/>, Osmaniye/TURKEY, 16-18 November 2017.