



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Temel Eğitim Anabilim Dalı

Sınıf Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK ÖĞRENME ORTAMINDA
KOVARYASYONEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN İNCELENMESİ: BİR ÖĞRETİM
DENEYİ**

Uğur ÖZDEMİR
ORCID: 0000-0001-9418-2607

Danışman
Doç. Dr. Hatice ÇETİN
ORCID: 0000-0003-0686-8049

Konya – 2025

ÖN SÖZ (TEŞEKKÜR)

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında bilgisi, deneyimi ve yapıcı eleştirileriyle bana yol gösteren, desteğini esirgemeyen, birlikte çalışmaktan onur ve gurur duyduğum danışmanım Doç. Dr. Hatice ÇETİN' e sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Hayatıma güzellikleriyle dâhil olan eşim Özlem ÖZDEMİR ve çocuklarım Selman ÖZDEMİR, Beril ÖZDEMİR, Beren ÖZDEMİR, Selim ÖZDEMİR'e teşekkür ederim. İyi ki varsınız.

Son olarak, her zaman bana güvenen, inanan ve desteğiyle yanımda olan değerli anneme, aramızda olmasa da sevgisiyle daima yanımda hissettiğim rahmetli babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Uğur ÖZDEMİR
Şubat 2025

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ (TEŞEKKÜR).....	ii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	vi
KISALTMALAR	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ	10
1.1. Problem Durumu	10
1.2. Araştırmanın Amacı	14
1.2.1. Alt Problemler	15
1.3. Araştırmanın Önemi	15
1.4. Sayıtlılar	18
1.5. Sınırlılıklar.....	18
1.6. Tanımlar	18
2. ALAN YAZIN TARAMASI VE KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	20
2.1. Kavramsal Çerçeve.....	20
2.2. Alan Yazın Taraması.....	21
2.2.1. Kovaryasyonel Düşünme ile İlgili Çalışmalar	21
2.2.2. Dinamik Öğrenme Ortamlarında Akıl Yürütme ile İlgili Çalışmalar	26
3. YÖNTEM.....	31
3.1. Araştırmanın Modeli	31
3.2. Öğretim Deneyi Sürecinde Kullanılan Dinamik Ortam	31
3.3. Katılımcılar.....	33
3.4. Görüşmeler	34
3.5. Öğretim Deneyi Tasarımı.....	36
3.6. Araştırmacının Rolü	38
3.7. Veri Toplama Süreci	39
3.8. Veri Analizi	41
Geçerlik ve Güvenirlik	42
3.9. Etik Yönler	43
4. BULGULAR	45
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	45
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	48
4.2.1. “Bozuk Para” Etkinliği Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular	49
4.2.2. “Çap-Çevre” Etkinliği Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular	53

4.2.3. “Top-Su” Etkinliği Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular...	56
4.2.4. “Yol-Zaman” Problemi Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular	62
4.3. Kovaryasyonel Düşünmede Dinamik Ortamların Rolü ve Etkisine İlişkin Bulgular	66
4.3.1. Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular:	66
4.3.2. Katılımcı Günlüklerinden Elde Edilen Bulgular	68
4.3.3. Ön Test ve Son Test Verilerinden Elde Edilen Bulgular	69
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	74
5.1. Tartışma.....	74
5.2. Sonuç.....	80
5.3. Öneriler.....	81
KAYNAKLAR.....	82
EKLER.....	91
EK 1/1. Ön Test- Son Test	92
EK 1/2.....	93
EK 1/3.....	94
EK 1/4.....	95
EK 2. Matematik Dersi Öğretim Programı Doğrusal Denklemler Konusu Kazanımları.	96
EK 3. Etik Kurul Kararı	97
EK 4: Konya İl Milli Eğitim Müdürlüğü Araştırma İzin Belgesi	98

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

8. *Sınıf Öğrencilerinin Dinamik Öğrenme Ortamında Kovaryasyonel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi* başlıklı tez çalışmamın toplam **98** sayfalık kısmına ilişkin, 4/02/2025 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 8 olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

04/02/2025

Uğur ÖZDEMİR

Doç. Dr. Hatice ÇETİN

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

4/02/2025

Uğur ÖZDEMİR

KISALTMALAR

Kısaltmalar

BCS: Bilgisayar Cebiri Sistemi

DGY: Dinamik Geometri Yazılımı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

vd. : ve diğerleri

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

TCTT: Torrance Yaratıcı Düşünme Testi

AMTE: Association of Mathematics Teacher Educators (Matematik Öğretmeni Eğitimcileri Derneği)

akt. : aktaran

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Temel Eğitim Anabilim Dalı
Sınıf Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DİNAMİK ÖĞRENME ORTAMINDA KOVARYASYONEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN İNCELENMESİ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Uğur ÖZDEMİR

Bu araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin kovaryasyonel akıl yürütme becerilerinin öğretim deneyi yoluyla incelenmesi araştırılmıştır. Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi deseni ile yürütülmüştür. Çalışma, İç Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir resmi ortaokulda eğitim gören 2 kız ve 2 erkek öğrenciyle yapılmış ve toplamda 4 öğrenci çalışmaya dahil edilmiştir. Seçilen öğrencilerin başarı düzeylerinin eşit olması sağlanmış ve 2018 8. Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan kazanımlar dikkate alınarak öğretim süreci tasarlanmıştır. Öğrencilere, dinamik ortamda matematik yazılımı olan GeoGebra kullanılarak öğretim yapılmış, öğretim süreci boyunca öğrencilerin kovaryasyonel akıl yürütme becerileri gözlemlenmiştir. Araştırmanın bulguları, GeoGebra gibi dinamik yazılımların, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini desteklediğini ve kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir. Öğrenciler, cebirsel kavramlar üzerinde daha derinlemesine düşünme fırsatı bulmuş ve değişkenler arasındaki ilişkiyi görsel olarak modelleyebilme becerileri artmıştır. Ayrıca, öğretim sürecinde öğrencilerin problem çözme stratejilerindeki farklılıklar gözlemlenmiş, bazı öğrencilerin daha hızlı ve doğru akıl yürütme yapabildikleri, bazı öğrencilerin ise daha fazla rehberlik ve destek gerektirdiği belirlenmiştir. Öğretim sürecinin dinamik ortamda gerçekleştirilmesi, öğrencilerin öğrenmeye olan motivasyonlarını artırmış ve öğretim sürecinin etkililiğini güçlendirmiştir. Bu bulgular, dijital araçların matematiksel düşünme süreçlerine katkısı ve öğretim tasarımının önemini vurgulamaktadır.

Araştırma, öğretim sürecinde öğrencilerin bu becerileri geliştirmek için dinamik ortamda uygulamalı etkinliklere yer verilmesinin, öğretimin etkililiği artıracak sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin matematiksel temsillerle çalışma sürecinde sembolik, grafiksel ve sözel temsilleri bütünsel olarak kullanabilmeleri, daha sağlam matematiksel anlayışlar geliştirmelerine olanak sağlayacaktır. Özellikle, dinamik yazılımların kullanımıyla kavramsal öğrenmeyi teşvik eden etkinliklerin, öğrencilere sunulması önerilebilir.

Anahtar Kelimeler: kovaryasyonel düşünme, öğretim deneyi

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Basic Education
Primary Education Program
Master Thesis

INVESTIGATION OF 8TH GRADE STUDENTS' COVARIATIONAL REASONING IN DYNAMIC LEARNING ENVIRONMENT: A TEACHING EXPERIMENT

Uğur ÖZDEMİR

This study investigated the covariational reasoning skills of 8th grade students through a teaching experiment. The study was conducted with a teaching experiment design, one of the qualitative research methods. The study was conducted with 2 female and 2 male students studying at a public secondary school in the Central Anatolia Region, and a total of 4 students were included in the study. The success levels of the selected students were ensured to be equal, and the teaching process was designed considering the achievements in the 2018 8th Grade Mathematics Course Curriculum. The students were taught using GeoGebra, a dynamic environment mathematics software, and the students' covariational reasoning skills were observed throughout the teaching process. The findings of the study show that dynamic software such as GeoGebra supports students' conceptual learning and improves their covariational reasoning skills. Students had the opportunity to think more deeply about algebraic concepts, and their ability to visually model the relationship between variables increased. In addition, differences in students' problem-solving strategies were observed during the teaching process, and it was determined that some students could reason more quickly and accurately, while some students required more guidance and support. Carrying out the teaching process in a dynamic environment increased students' motivation to learn and strengthened the effectiveness of the teaching process. These findings emphasize the contribution of digital tools to mathematical thinking processes and the importance of teaching design.

The research concluded that including practical activities in a dynamic environment in the teaching process to develop these skills in students will increase the effectiveness of teaching. Students' ability to use symbolic, graphical and verbal representations holistically in the process of working with mathematical representations will allow them to develop more solid mathematical understandings. In particular, it can be suggested that activities that encourage conceptual learning with the use of dynamic software be presented to students.

Keywords: covariational thinking, teaching experiment

1. GİRİŞ

Bu araştırma, dinamik öğrenme ortamlarının öğrencilerin kovaryasyonel düşünme süreçlerini nasıl etkilediğini ve bu etkilerin öğrenme üzerindeki katkılarını incelemeyi amaçlamaktadır.

1.1. Problem Durumu

Yirmi birinci yüzyıl dünyasında, bireylerden beklenen kabiliyetler; akıl yürütme, karar alma, alınan kararı uygulama, problem çözme, verileri yönetme ve yorumlama becerilerini içermektedir (Alpar vd., 2007). Bilgiyi kullanabilme, yorumlayabilme, etkinlikleri planlama, teknolojiyi takip etme ve kullanma becerilerine sahip bireylerin matematikten etkin bir şekilde yararlanabilmeleri, bir problem durumunu algılayabilmeleri, çözüm sürecinde matematiğe olan ihtiyacı sezebilmeleri ve matematiği amaca yönelik kullanabilmeleri beklenmektedir (Altun, 2020).

Matematik Dersi Öğretim Programı'nın genel amaçları; öğrencilerin matematiksel becerilerini ve yeteneklerini geliştirmek, bu becerileri etkin bir şekilde kullanmalarını sağlamak, matematiksel terimleri anlamalarını ve bu terimleri deneyimlerinde ve günlük yaşamlarında kullanabilmelerini sağlamaktır (Yavuz ve Baki, 2017). Ayrıca, program kapsamında araştırma yapabilen, araştırma sonucunda bilgi üretebilen ve ürettiği bilgiyi kullanabilme becerisine sahip bireyler yetiştirmek hedeflendiği ifade edilmektedir (Zeybek Şimşek ve Kılıçoğlu 2022). Matematik disipliniyle ise öğrencilerin tahmin etme sürecinde problem çözme, düşüncelerini açık bir şekilde ifade edebilme konusundaki zihinsel yetkinliklerini geliştirmek ve bu doğrultuda eğitmek amaçlandığı belirtilmektedir (Morsanyi vd., 2018).

Matematik ve matematiksel sorgulama, birbiriyle yakından ilişkili iki temel kavramdır. Matematik, yalnızca formüller ve semboller bütünü olmaktan öte, çözümlenmesi ve derinlemesine anlaşılması gereken bir düşünce sistemidir. Bu bağlamda, matematiksel sorgulama, matematiksel bilgiye erişmenin ve bu bilgiyi anlamlı bir şekilde kullanmanın temel yollarından biridir (Van de Walle vd., 2021). Matematik, soyut kavramlarla somut gerçeklikler arasında köprü kurarken sorgulayıcı bir bakış açısının geliştirilmesini zorunlu kılar. Akıl yürütme, matematiksel düşüncenin temel dayanağını oluşturur ve matematiği öğrenme sürecinde geliştirilmesi gereken kritik bir beceri olarak öne çıkar. Matematiksel akıl yürütme, mantıksal bir süreç olup bireylerin problemleri analiz etmelerine, kavramlar arası ilişkileri anlamalarına ve bu ilişkilerden çıkarımlar yapmalarına olanak tanır (Van Den Heuvel-

Panhuizen, 2003). Bu nedenle matematik, yalnızca sayılarla ilgilenmekten öte, analitik düşünceyi güçlendiren, problem çözme yeteneğini geliştiren ve bireyi bilimsel düşünceye yönlendiren bir alandır (Agustyaningrum vd., 2019).

Matematiksel akıl yürütme türlerinden kovaryasyonel akıl yürütme ise, birbirinden farklı iki niceliğin aynı anda nasıl değiştiğini koordineli bir şekilde incelemeyi ifade eder. Bu düşünme biçimi, bir nicelikteki değişimin diğer nicelikle olan ilişkisini ve bu değişimlerin nasıl etkileşim içinde olduğunu anlamayı amaçlar (Stalvey ve Vidakovic, 2015). Kovaryasyonel düşünme, özellikle matematiksel bağlamda, öğrencilere değişim ve oran gibi temel kavramları daha derin bir şekilde anlama imkanı sunar. Öğrencilerin iki farklı değişkeni eş zamanlı olarak düşünebilme yetisi, matematiksel problem çözme süreçlerinde kritik bir rol üstlenir (Carlson vd., 2002). Matematiksel kavramlar açısından kovaryasyonel düşünme büyük bir öneme sahiptir; zira birçok matematiksel ilişki, iki veya daha fazla niceliğin karşılıklı etkileşimine dayanır. Fonksiyonlar, oranlar, grafikler ve birçok matematiksel yapı, kovaryasyonel düşünmenin temelini oluşturmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin bu düşünme biçimini nasıl geliştirdiklerini ve anlamlandırdıklarını incelemek, matematik eğitimi alanında önemli bir araştırma konusu haline gelmiştir (Paoletti ve Moore, 2017).

Bu araştırma konusu, öğretim stratejilerinde önemli bir rol oynamakta ve matematiksel kavramların daha etkili bir şekilde öğretilmesine katkı sağlamaktadır (Şahin ve Karakuş, 2023). Özellikle üstel fonksiyonlar gibi karmaşık matematiksel yapılar öğretilirken, öğrencilerin bu kavramları daha iyi anlamalarını destekleyen etkili yaklaşımların geliştirilmesi büyük önem arz etmektedir. Bu bağlamda, araştırmacılar ve eğitimciler, öğrencilerin üstel büyüme ile oranlar arasındaki ilişkileri daha iyi kavrayabilmeleri için pedagojik olarak güçlü ve anlamlı yöntemler tasarlamaya odaklanmıştır (Confrey ve Smith, 1995).

Öğrencilerin dinamik öğrenme ortamlarında geliştirdikleri kovaryasyonel akıl yürütme yeteneği, değişen koşullara hızla uyum sağlama ve öğrenme sürecini en uygun hale getirme becerisini ifade etmektedir. Günümüzde teknolojik gelişmelerin ivme kazanmasıyla birlikte veri yoğunluğu artmış, bu durum kovaryasyonel akıl yürütmenin önemini daha da belirgin hale getirmiştir. Yapay zeka, derin öğrenme ve büyük veri analizi gibi alanlardaki gelişmeler, dinamik öğrenme ortamlarında kovaryasyonel akıl yürütme kabiliyetlerinin gelişimini desteklemektedir (Thompson ve Carlson, 2017). Bu teknolojik ilerlemeler, değişen veri dinamiklerine uyum sağlayabilen ve değişkenler arası ilişkileri sürdürebilen sistemlerin geliştirilmesine olanak tanımaktadır. Özellikle eğitim ve iş hayatındaki hızlı değişim ve

teknolojik yeniliklere uyum sağlama gereksinimi, kovaryasyonel akıl yürütmenin önemini daha da artırmaktadır (Paoletti ve Moore, 2017). Sağlık, finans, endüstri gibi alanlarda dinamik öğrenme modelleri ve kovaryasyonel akıl yürütme stratejileri, anlık karar alma ve verimlilik artırma süreçlerinde kritik bir rol oynamaktadır (Sulisworo ve Toifur, 2016).

Tüzer ve Akay (2020), matematik öğretiminde geleneksel yöntemlerin öğrencilerin pasif kalmasına yol açtığını ve bu durumun öğrencilerin matematik dersini zor, anlaşılması güç ve sıkıcı bir ders olarak algılamalarına neden olduğunu vurgulamaktadır. Bu algı, öğrencilerin matematikle olan ilişkilerini olumsuz etkileyerek, ders başarılarının düşmesine ve matematiksel kavramları öğrenmede zorluk yaşamalarına sebep olmaktadır. Bu nedenle, matematik öğretiminde öğrencilerin aktif katılımını teşvik eden, öğrenci merkezli ve öğrenme süreçlerini bireylerin ihtiyaçlarına göre şekillendiren öğretim yöntemlerinin benimsenmesi büyük bir önem taşımaktadır (Gür Erdoğan ve Şimşek, 2023).

Öğrenci merkezli öğretim yöntemlerinin uygulanması, öğrencilerin matematik dersine yönelik algılarını olumlu yönde değiştirerek, matematiği daha ilgi çekici ve anlamlı bir disiplin olarak görmelerini sağlamaktadır (Kyriacou, 1992). Bu doğrultuda, öğrencilerin derse olan motivasyonları artmakta ve matematikle kurdukları ilişki daha derin ve kalıcı bir hale gelmektedir. Öğrencilerin aktif katılım gösterdiği öğrenme ortamlarında bireysel sorumluluklarının artması, matematiksel kavramlara daha yaratıcı ve eleştirel bir bakış açısıyla yaklaşmalarına olanak tanımaktadır. Bu nedenle, öğrenci merkezli öğretim yaklaşımlarının matematik eğitiminde yaygınlaştırılması, öğrenci başarısını artırmaya yönelik önemli bir adım olarak değerlendirilmektedir (Budak ve Okur, 2012).

Genç ve Öksüz (2016), somut işlemler dönemindeki öğrencilerin, matematiksel kavramları anlamak için somut temsiller kullanma ihtiyacı duyduklarını ifade etmektedir. Bu bağlamda, matematik öğretiminde bilgisayar teknolojilerinin kullanımı büyük bir öneme sahiptir. Bilgisayarlar ve matematiksel yazılımlar, kavramların daha görünür ve anlaşılır hale getirilmesi için etkili araçlar sunmaktadır (Işıksal ve Aşkar, 2003). Matematiksel işlemleri ve ilişkileri grafikler ve simülasyonlar aracılığıyla görselleştirerek, öğrencilerin bu kavramları deneyimlemelerini sağlar. Örneğin, bir öğrenci bilgisayar ortamında bir fonksiyonun grafiğini çizerken, fonksiyonun nasıl değiştiğini daha iyi kavrayabilir (Özmantar vd., 2010). Ayrıca, etkileşimli matematik yazılımları sayesinde öğrenciler, farklı senaryoları deneyimleyerek matematiksel kavramları keşfetme fırsatı bulurlar. Bu durum, onların kavramları daha etkili bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olmaktadır. Bilgisayar teknolojileri, aynı zamanda öğrencilerin

kendi hızlarında öğrenmelerine olanak tanır. Her öğrencinin öğrenme hızı farklıdır ve bilgisayar yazılımları, bireysel ihtiyaçlara göre uyarlanabilen öğrenme süreçleri sunarak, bazı öğrencilerin konuları hızla geçmelerine, diğerlerinin ise zorlandıkları noktaları tekrar gözden geçirmelerine imkan verir (Düzenli ve Yılmaz, 2023).

Bilişim araçları, öğretim koşullarındaki eğitim olanaklarını geliştirerek öğrencilere kolaylaştırmıştır (Al Rawashdeh vd., 2021). Matematik öğretiminde bilişim araçları, farklı yaklaşımlar kullanarak öğrencilere dinamik eğitim fırsatları sağlamaktadır. Bu, öğrencilerin soyut kavramları daha iyi anlamalarına ve matematiksel yeteneklerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır. Bilişim destekli matematik yazılımları, öğrencilere anında geri bildirim vererek, dinamik problemlerin uygulanarak öğrenilmesine olanak tanır (Memişoğlu, 2005). Bu nedenle, bilişim araçları, öğrencilerin matematiksel yeteneklerini geliştirmeleri için önemli bir yöntemdir. Ayrıca, öğrencilere motive edici ve daha etkili öğrenme deneyimleri kazandırmak amacıyla kullanılmaktadır (Baki, 2002; Kutluca, 2009).

Bilişim araçlarının eğitimde kullanılması, öğrencilerin öğrenme süreçlerine önemli katkılar sağlamaktadır. Bu araçlar, öğrencilerin işlenen konudaki kazanımları daha iyi kavramalarına yardımcı olmakta ve soyut kavramları somut hale getirerek, anlamayı kolaylaştırmaktadır (Öner, 2009). Görsel materyaller ve etkileşimli yazılımlar, öğrencilerin karmaşık bilgileri daha hızlı ve etkili bir şekilde öğrenmelerini sağlar. Ayrıca, bilişim araçları ders sırasında öğrencilerin dikkatini daha uzun süre odaklamalarına olanak tanır (Küslü, 2015). Geleneksel öğretim yöntemlerinde öğrencilerin dikkatinin dağılması daha yaygınken, etkileşimli ve görsel unsurlar içeren bilişim teknolojileri, öğrencilerin ilgisini çekerek dersin daha dinamik ve ilgi çekici hale gelmesini sağlar. Bu sayede, öğrencilerin derse olan etkileşimleri artar ve öğrenme süreci daha verimli hale gelir (Kenar, 2012).

Teknolojinin sunduğu imkanlar, matematikteki genellemelerin daha basit ve anlaşılır bir şekilde yapılmasını mümkün kılmaktadır. Bu durum, özellikle soyut kavramların somutlaştırılarak daha iyi anlaşılmasına olanak tanır (Duval, 1999). 7-11 yaş arasındaki öğrenciler için somut işlemler, matematiksel terim ve kavramları somut temsillerle zorlanmadan anlamalarına yardımcı olmaktadır (Çinçin, 2016). Bu nedenle, matematik öğretiminde bilişim teknolojisinin kullanımı büyük bir öneme sahiptir. Bilişim teknolojisi, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları somutlaştırarak öğrenme süreçlerini destekler ve kavramların daha kolay anlaşılmasını sağlar (Baydaş, 2010).

Bilgisayar Cebiri Sistemi (BCS), cebirsel görselleştirme ve sembolik gösterim özellikleri sayesinde adını almıştır. Bu sistem, matematiksel ifadelerin ve cebirsel yapıların görsel bir temsilini sunarak, kullanıcıların soyut matematiksel kavramları daha somut bir biçimde anlamalarına yardımcı olur (Aktümen ve Kaçar, 2008). Cebirsel işlemler, kullanıcıların matematiksel ilişkileri daha iyi kavrayabilmelerine olanak tanırken, sembolik gösterimler aracılığıyla karmaşık denklemler ve ifadeler daha kolay yönetilebilir (Kaplan ve Demiral, 2010). Yazılımın dinamik geometri özellikleri ise, doğru parçaları, noktalar, konik kesitler ve doğrular gibi kavramlarla dinamik ilişkiler kurmayı mümkün kılar (Cantürk ve Açıan, 2016). Yazılımın, Dinamik Geometri Yazılımı (DGY) olarak adlandırılmasının başlıca nedenlerinden biridir. DGY, kullanıcıların geometrik nesnelere oluşturmasına, değiştirmesine ve etkileşimli bir şekilde incelemesine olanak tanır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın temel amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin dinamik öğrenme ortamlarında kovaryasyonel akıl yürütmelerini incelemektir. Bu doğrultuda, belirli bir tür grafiğin öğrenilmesini desteklemek amacıyla interaktif dinamik matematik eğitimi sunulmuştur. Kovaryasyonel akıl yürütme, nicelikler ve değişkenler arasındaki kovaryasyonu anlama süreci olarak tanımlanmıştır. Dinamik öğrenme ortamı, öğrencilerin bu kovaryans sürecini daha iyi anlamalarını sağlamak için geliştirilmiştir. Bu süreçteki değişkenlerin zaman içindeki değişimlerini gözlemlemek, araştırma süreci açısından büyük önem taşımaktadır. Araştırmada, kovaryans gösteren en az iki nicelik arasındaki ilişkiyi temsil etmek için dinamik grafikler kullanılmıştır. Bu grafikler, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri görselleştirmelerine yardımcı olurken, matematiksel denklemleri de grafiksel olarak ifade etmelerine olanak tanımaktadır.

Dinamik grafikler, öğrencilerin bu ilişkileri daha iyi kavramalarını sağlamakla kalmayıp, aynı zamanda grafiklerin çizilmesine, taşınmasına ve değiştirilmesine imkan vererek etkileşimli bir öğrenme deneyimi yaşamalarına katkı sağlamaktadır. Bu dinamik öğretim ortamında, grafikler etkileşimli animasyonlar ve metinsel açıklamalarla birleştirilmiş, böylece öğrencilerin soyut kavramları daha somut hale getirmeleri amaçlanmıştır. Öğrenciler, grafikler aracılığıyla değişkenler arasındaki ilişkileri öğrenirken, bu ilişkilerin zaman içindeki değişimlerini de keşfetmişlerdir. Sonuç olarak, dinamik öğrenme ortamlarında kovaryasyonel akıl yürütme incelemesi, öğrencilerin değişkenler ve nicelikler arasındaki ilişkileri daha derin

bir şekilde anlamalarını sağlamış ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik önemli bir adım olmuştur.

Araştırma kapsamında aşağıda belirtilen alt problemlere cevap aranmıştır:

1.2.1. Alt Problemler

1. 8. sınıf öğrencilerinin dinamik ortamla etkileşirken temsilleri kullanımları ve yorumlamaları nasıldır?

2. 8. sınıf öğrencilerinin dinamik ortamla etkileşirken kovaryasyonel akıl yürütmeleri nasıldır?

3. 8. sınıf öğrencilerinin kovaryasyonel düşünmelerinde dinamik ortamın rolü var mıdır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Katılımcıların matematiksel konularda yaşadıkları zorlukların incelenmesi, kovaryasyonel düşünmenin bu çalışmada kullanılmasının neden uygun olduğunu açıkça göstermektedir. Cebir, sayılar ve veri analizi gibi konulardaki zorlanmalar, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri anlama ve bu ilişkileri etkili bir şekilde temsil etme yeteneklerinde eksiklikler olduğunu işaret etmektedir. Kovaryasyonel düşünme, iki ya da daha fazla değişkenin birlikte nasıl değiştiğini anlama ve bu ilişkileri tablolar, grafikler ve denklem yazma gibi yollarla temsil etme becerisini içerir.

Bu kavramsal çerçeve, öğrencilerin sadece bireysel matematiksel kavramları anlamalarının ötesinde, bu kavramlar arasındaki etkileşimleri ve ilişkileri kavramalarına yardımcı olabilir. Örneğin, cebirsel ifadelerle grafik oluşturma ve denklemlerle tablo oluşturma gibi konular, öğrencilerin kovaryasyonel düşünme yetenekleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu yetenekler, öğrencilerin bir değişkenin diğerine etkisini anlamasını ve bu ilişkiyi analiz etmesini gerektirir. Katılımcıların zorlandığı alanlar göz önüne alındığında, kovaryasyonel düşünme becerilerinin geliştirilmesi, bu alanlarda karşılaşılan zorlukların üstesinden gelmelerine ve kavramlar arasındaki bağlantıları daha iyi anlamalarına olanak tanıyacaktır.

Ayrıca, veri analizi ve yorumlama konularındaki zorluklar, öğrencilerin veri setleri üzerindeki değişkenlerin etkileşimlerini tanımlama ve bunları analiz etme becerilerini geliştirmesi gerektiğini göstermektedir. Kovaryasyonel düşünme bu bağlamda, öğrencilerin veriler arasındaki bağıntıları daha etkili bir şekilde anlamalarına ve bu bağıntıları matematiksel olarak ifade etmelerine katkı sağlayacaktır.

Sonuç olarak, bu çalışma için kovaryasyonel düşünme kavramsal çerçevesinin seçilmesi, öğrencilerin matematiksel ilişkiler ve değişkenler arasındaki bağlantılar konusunda karşılaştıkları zorlukların üstesinden gelmelerine yönelik kapsamlı bir yaklaşım sunmakta ve onların problem çözme ve analiz becerilerini geliştirme potansiyeli taşımaktadır. Bu çerçeve, katılımcıların matematiksel kavramlar arasındaki etkileşimleri daha derinlemesine anlamalarına yardımcı olacak ve bu alanlardaki kavramsal eksikliklerini gidermelerine destek sağlayacaktır.

Matematik eğitimi anlayışı ülkemizde ve gelişmiş ülkelerde son zamanlarda büyük yenilik ve değişimler geçirmiştir. Problem çözme, kavramsal cebiri anlamada ve yapılandırmada matematik eğitim anlayışını farklı bir biçimde değiştirmiştir. Bu değişim sürecinde farklı yolların bulunması, eğitimde dinamik öğrenme ortamlarına ağırlık verilmesi değişimin sebebidir. Yeni öğretim teknoloji ve faaliyetlerinin eğitimde kullanılması, insanların matematik olan bakış açısını olumlu şekilde etkilemektedir (Duval, 1999).

Bilişim teknolojilerinin parçası olan bilgisayar yazılımı, donanımı, iletişim özellikleri eğitimde değişim sürecini hızlandırılmıştır. Bu süreç yeni uygulamalar ve yaklaşımların gelişmesine neden olmuştur. Bu gelişmeler ışığında bilgisayar destekli matematik eğitimi, matematik derslerinde kullanılmaya başlamıştır. Bilgisayar da dinamik öğretim ortamlarında önemli bir özne olmuştur (MEB, 2005). Bilişim dünyasında yazılımın gelişmesi, bu gelişmenin matematik eğitimi ve kullanıcıları için yeni yazılımlar oluşturularak kullanıcıların hizmetine sunulmuştur. Bu yazılımlardan birisi de açık kaynak kodlu GeoGebra programıdır. GeoGebra programında hem dinamik geometri hem de bilgisayar cebiri sistemi özellikleri de bir arada bulunmaktadır. Uygulamanın kullanımının kolay olması, çeşitli dillere çevrilebilmesi matematik öğretiminde önemli bir yer tutmaktadır (Kutluca ve Zengin, 2011).

GeoGebra, etkileşimli ve dinamik içeriği oluşturma imkânı sunan kapsamlı bir matematik yazılımıdır. Matematik eğitimi alanında, geometri, grafik ve cebir gibi konuların etkili bir şekilde öğrenilmesi ve öğretilmesi için önemli bir araç olarak kullanılmaktadır (Kaya ve Öçal, 2018). Yazılım, matematiksel ifadelerin görsel olarak temsil edilmesine olanak tanır ve kullanıcıların grafik çizme, çizimler yapma, geometrik şekiller oluşturma gibi işlemleri kolayca yapabilmesini sağlar (Choi, 2010). Ayrıca, cebirsel denklemleri çözme yeteneği, öğrencilerin matematiksel problemleri analiz etmelerini ve çözüm süreçlerini daha iyi anlamalarını destekler. GeoGebra'nın Java tabanlı yapısı, onu farklı işletim sistemleri ve cihazlarda kullanılabilir hale getirir, böylece kullanıcılar hem masaüstü hem de mobil

cihazlarda erişim sağlayarak, matematiksel çalışmalara diledikleri yerden devam edebilirler (Hohenwarter ve Lavicza, 2007).

GeoGebra'nın çevrimiçi sürümü, kullanıcıların projelerini paylaşmalarına, başkalarıyla işbirliği yapmalarına ve grup çalışmalarını kolaylaştırmalarına olanak tanır. Bu özellik, eğitimcilerin öğrencilerin projelerini değerlendirmelerini ve birlikte çalışma fırsatları yaratmalarını sağlar. Bu yönüyle GeoGebra, hem bireysel öğrenmeyi hem de grup etkileşimlerini destekleyen güçlü bir platform sunarak, matematik eğitime yenilikçi bir katkı sağlar (Dikoviç, 2009). GeoGebra, öğrencilerin matematiksel kavramların çoklu temsilleriyle bütünleşen dinamik etkinlikleri deneyimleyebilecekleri bir ortam sunar (Haciomeroglu vd., 2009).

Geleneksel sınıf ortamlarında, tahtada yapılan çizimler genellikle sabit ve değişmez olduğundan matematiksel kavramların tam anlaşılmasını zorlaştırabilir; fakat GeoGebra, şekillerin değiştirilmesine ve taşınmasına imkân vererek, öğrencilerin kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olur (Hohenwarter ve Lavicza, 2007b). Ayrıca, öğrencilerin kavramları ölçebileceği, yönetebileceği ve analiz edebileceği etkileşimli bir ortam sağlayarak, problem çözme ve akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine olanak tanır (Gittinger, 2012). GeoGebra, daha hızlı ve esnek sonuçlar sağladığından, okul matematiği için son derece faydalı bir araç olarak değerlendirilmektedir (Sangwin, 2007).

GeoGebra, dinamik matematiksel modelleme ve öğrenme amacıyla geliştirilmiş açık kaynak kodlu bir yazılımdır. Bu özelliği sayesinde yazılım, kullanıcılar tarafından serbestçe erişilip, değiştirilebilir ve geliştirilebilir. Matematik eğitimi için tasarlanmış çok yönlü bir platform olan GeoGebra, geometri, cebir ve analiz gibi farklı matematiksel alanları bir arada sunarak kapsamlı bir öğrenme deneyimi sağlar (Baydaş, 2010a). Yazılımın en önemli avantajlarından biri, kullanıcıların çeşitli matematiksel kavramları etkileşimli bir şekilde keşfetmelerine imkân tanınmasıdır. GeoGebra'nın açık kaynaklı yapısı ve çok yönlü işlevselliği, onu matematik eğitimi alanında etkili bir araç hâline getirmektedir (Baydaş vd., 2013). Bu yazılımın sunduğu hızlı ve esnek sonuçlar, okul matematiğinde kullanılmasını faydalı kılmaktadır (Sangwin, 2007).

GeoGebra, değişkenlerin birbirini nasıl etkilediğini gösteren hareketli nesnelere aracılığıyla matematiksel anlayışı desteklemek amacıyla geliştirilmiştir. Bu özellik sayesinde, öğrenciler bir problemi çözerken matematiksel ilişkileri dinamik olarak kavrayabilmektedirler

(Dikoviç, 2009). GeoGebra, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirirken öğretmenlerin de derslerinde bu yazılımı etkili bir biçimde kullanmalarına olanak sağlar. Yazılım, bireysel ve grup çalışmalarında matematiksel kavramların daha derinlemesine anlaşılmasına katkı sunarak, matematiksel öğrenmeyi daha etkileşimli ve verimli hâle getirir (Hohenwarter ve Lavicza, 2007b).

1.4. Sayıtlar

1. Denetim altına alınmayan istenmedik değişkenler öğrenci grubunu aynı düzeyde etkilemiştir.

2.Kapsam geçerliliği için başvuru uzman kanılarının yeterli olduğu düşünülmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

1. 2023-2024 Eğitim-Öğretim yılında gerçekleştirilen uygulamadan elde edilen sonuçlarla,

2. İç Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir resmi ortaokulda öğrenim gören sekizinci sınıf öğrencileri ile,

3. Çalışma süresi 8 hafta ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Dinamik Öğrenme: Dinamik öğrenme, sürekli değişim, etkinlik ve ilerleme ile karakterize edilen öğrenmedir. Öğrenmenin yaşadığı, büyüdüğü, bağlandığı ve sınıfı sınırlarının ötesine, fiziksel konumun ötesine, araçları dijital olarak kullanmanın ötesine ve hatta son tarihlerin ötesine uzandığı öğrenme biçimidir. Eleştirel düşünme, iletişim, işbirliği ve yaratıcılık becerilerini destekler (Badeleh, 2017).

Kovaryasyon: İki değişkenin birlikte nasıl değiştiğini gösteren bir istatistiksel ölçüdür. İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönünü ifade eder; pozitif kovaryasyon, bir değişken artarken diğerinin de arttığını (veya bir değişken azalırken diğerinin de azaldığını) gösterir. Negatif kovaryasyon ise bir değişken artarken diğerinin azaldığını gösterir. Kovaryasyon, iki değişken arasındaki ilişkinin kuvvetini değil, sadece yönünü belirtir ve korelasyon gibi, değişkenler arasındaki ilişkiyi daha ayrıntılı anlamak için kullanılır.(Confrey ve Smith, 1995b).

Kovaryasyonel Düşünme: İki ya da daha fazla değişkenin birbirine bağımlı olarak nasıl değiştiğini anlama ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi analiz etme becerisidir. Matematik ve fen bilimleri gibi alanlarda, grafik yorumlama, modelleme ve problem çözme süreçlerinde kullanılır ve bir değişkendeki değişikliğin diğer değişken üzerindeki etkisini kavramayı amaçlar. Bu düşünme becerisi, öğrencilerin olaylar veya durumlar arasındaki bağıntıları tanımlamalarına ve doğru sonuçlara ulaşmalarına yardımcı olur (Thompson ve Carlson, 2017).



2. ALAN YAZIN TARAMASI VE KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, araştırmanın temel konularından biri olan kovaryasyonel düşünme kavramı ayrıntılı olarak incelenmektedir. Kovaryasyonel düşünme, öğrencilerin birden fazla değişken arasındaki ilişkileri anlama ve bu değişkenlerin birbirleri üzerindeki etkilerini analiz etme yetisi olarak tanımlanmaktadır. Özellikle matematik bağlamında yapılan araştırmalar, bu düşünme biçiminin öğrenme süreçlerindeki önemini ortaya koymaktadır. Bu çerçevede, kovaryasyonel düşünmenin gelişimi ve öğrenciler üzerindeki etkileri ele alınmakta, mevcut literatür kapsamlı bir şekilde değerlendirilmektedir. Literatürde, kovaryasyonel düşünmenin öğrencilerin soyut düşünme becerilerini geliştirmede önemli bir role sahip olduğu ve grafiksel temsillerle ilgili problem çözme süreçlerinde etkin bir şekilde kullanıldığına dair bulgular yer almaktadır.

Bölümün diğer alt başlığında, dinamik öğrenme ortamlarında akıl yürütme becerisinin gelişimi ele alınmaktadır. Dinamik öğrenme ortamları, öğrencilere veri ve kavramlarla etkileşim kurarak çeşitli manipülasyonlar gerçekleştirme olanağı sunmakta ve bu sayede keşfetme yoluyla öğrenmeyi teşvik etmektedir. Bu tür öğrenme ortamlarının, öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişimine olan katkısı, bu ortamlarda gerçekleşen etkileşimlerin öğrenme süreçlerine etkisi ve kovaryasyonel düşünmeyle olan ilişkisi literatürde kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır. Özellikle, teknoloji destekli öğrenme ortamlarının öğrencilerin problem çözme süreçlerinde daha ayrıntılı analiz yapmalarını ve kavramsal bağları daha sağlam kurmalarını sağladığına dair pek çok araştırma bulunmaktadır.

Bu bölümde literatürde yer alan çalışmalara dayalı olarak kovaryasyonel düşünme ve dinamik öğrenme ortamlarındaki akıl yürütme becerilerinin önemi ve bu iki kavramın birbirleriyle olan ilişkisi detaylı bir şekilde ele alınmaktadır.

2.1. Kavramsal Çerçeve

Confrey ve Smith (1995a), kovaryasyonu, iki değişkenin değerlerinde meydana gelen değişimlerin birbiriyle uyumlu bir şekilde düzenlenmesi olarak tanımlamaktadır. Thompson vd., (2017) ise kovaryasyonu, tek tek niceliklerin değerlerini değişken olarak kavramsallaştırma ve ardından iki ya da daha fazla niceliği aynı anda değişken olarak kavramsallaştırma olarak tanımlamıştır. Bu iki tanımlama oldukça benzer görünmektedir, ancak öğrencilerin değişken kavramlarına ilişkin çok farklı çıkarımlara ve öğrencilerin fonksiyonel ilişki kavramlarını tanımlamaya yönelik çok farklı sonuçlara sahiptirler (Thompson ve Carlson, 2017).

Öğrencilerin bu tür ilişkileri doğru bir şekilde kavraması, hem matematiksel hem de günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde kritik bir rol oynar. Dinamik öğrenme ortamları ise, öğrencilere bu tür ilişkileri daha iyi gözleme ve anlamalarını sağlayan interaktif araçlar ve görsel temsiller sunar. Bu tür ortamlarda, öğrenciler sadece pasif olarak bilgi almaz, aynı zamanda değişkenler üzerinde deneyler yaparak ve sonuçları gözlemleyerek aktif bir öğrenme sürecine dahil olurlar (Kaleli Yılmaz ve Yüksel, 2019).

Dinamik öğrenme ortamları, genellikle teknoloji destekli platformlar ya da simülasyonlar aracılığıyla öğrencilere sunulur ve öğrencilere bağımsız olarak değişkenler arasında nasıl bir bağ olduğunu keşfetme fırsatı verir. Bu süreçte öğrenciler, değişkenler üzerinde çeşitli manipülasyonlar yaparak, değişikliklerin sonuçlarını gözleme ve sonuçlar çıkarma deneyimi kazanır. Böylece, soyut kavramları somut örnekler üzerinden anlamlandırabilir ve bu anlamlandırma süreci, onların kovaryasyonel düşünme becerilerini geliştirmesine katkı sağlar (Fidan ve Türnüklü, 2010).

Dinamik öğrenme ortamında kovaryasyonel akıl yürütme araştırmasının genel amacı, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri nasıl algıladığını, bu ilişkiler üzerinden nasıl sonuçlar çıkardığını ve bu süreçlerin öğrenme üzerindeki etkilerini derinlemesine incelemektir. Bu bağlamda araştırmanın temel hedefi, öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini anlamak ve bu süreçleri geliştirmek için kullanılan dinamik öğrenme ortamlarının ne derece etkili olduğunu ortaya koymaktır (Demirel vd., 2001). Bu tür öğrenme süreçleri, özellikle matematik de, öğrencilerin problem çözme ve karar verme becerilerini de geliştirir. Örneğin, bir grafik üzerinden bir değişkenin artışının diğer bir değişken üzerindeki etkisini analiz eden bir öğrenci, sadece fonksiyonel bağıntıları anlamakla kalmaz, aynı zamanda bu bağıntıların gerçek dünya problemlerindeki yansımalarını da keşfeder. Bu tür bağlamlarda yapılan gözlemler, öğrencilerin analitik düşünme becerilerini derinleştirir. Gelecekte karşılaştıkları daha karmaşık problemler için sağlam bir temel oluşturur (Süleymanoğlu vd., 2017).

2.2. Alan Yazın Taraması

2.2.1. Kovaryasyonel Düşünme ile İlgili Çalışmalar

Jaber vd. (2023), lise öğrencilerini kovaryasyonel muhakemeye dahil etmeyi amaçlayan bir artırılmış gerçeklik ortamının iki tasarım döngüsünün bulgularını rapor etmektedir. İlk döngüde, öğrencilerin temel değişkenlik seviyelerinde katılımı teşvik eden bir tasarım sunulmuş, ardından ikinci döngüde yeniden tasarlanmış ortamın öğrencilerin ileri düzey

kovaryasyonel muhakeme katılımını artırdığına dair kanıtlar sağlanmıştır. Araştırma, 15-17 yaş arası altı grup öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiş ve etkileşimleri videoya kaydedilmiştir. Sembolik temsil teorisi kullanılarak katılım düzeyleri analiz edilmiştir. Bulgular, ikinci döngünün tasarımının öğrencilerin kovaryasyonel düzeylerine katılımını önemli ölçüde artırdığını göstermektedir.

Bagossi vd. (2022), matematik öğretimi ve öğreniminde kovaryasyonel muhakemenin önemi araştırmalarla ortaya konulmaktadır. Öğrencilerin ve öğretmenlerin sadece küçük bir yüzdesinin bu akıl yürütme türünü benimsediği, matematik müfredatlarının ise kovaryasyonel becerilere yeterince yer vermediği saptanmıştır.

Paoletti vd. (2022), öğrencilerin kovaryasyonel akıl yürütmelerini inceleyen araştırmalar mevcut olmakla birlikte, iki nicelikten fazlasını koordine etme becerilerine dair çalışmalar sınırlıdır. Bu makalede, kovaryasyonel ilişkiler sistemi, aynı niteliğe sahip iki niceliğin üçüncü bir nicelikle ve birbirleriyle ilişkili olarak nasıl kovaryasyon gösterdiği olarak tanımlanmıştır. Araştırmada, nicelikler arasındaki ilişkileri kurmak ve karşılaştırmak için ilgili teorik yapılar belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin kovaryasyonel ilişkiler sistemini tasarlayıp grafiksel olarak temsil etmelerini destekleyen üç etkileşimli etkinlik içeren kavramsal bir analiz sunulmuştur. Ortaokul öğrencileriyle yapılan iki öğretim deneyinin sonuçları, öğrencilerin kovaryasyonel akıl yürütmelerinin iki farklı yolunu ortaya koymaktadır. Bulgular, gelecekteki araştırmalar için yeni alanlar sunmakta ve çıkarımlar tartışılmaktadır. Bu çalışma, kovaryasyonel akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine yönelik yenilikçi yaklaşımlar ve öğretim yöntemleri önermektedir.

Panorkou ve Germia (2021), kovaryasyonel akıl yürütme kavramsal bilgi olarak değerlendirildiğinde, ölçüm zorluğu ortaya çıkmakta ve yenilikçi değerlendirme yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Geleneksel yöntemler, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri anlama becerilerini yeterince ölçmemekte, bu nedenle düşünme süreçlerini inceleyen yeni değerlendirme yöntemlerinin geliştirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Kovaryasyonel muhakemenin matematiksel öğrenimdeki kritik rolü dikkate alındığında, bu becerilerin eğitimde daha fazla ön plana çıkarılması ve etkili değerlendirme araçlarının geliştirilmesi gerekmektedir.

Kertil (2020), kovaryasyonel akıl yürütmenin değişkenlerin dinamik koordinasyonunu sağlama yeteneğini ve matematiksel kavramları anlamada kritik bir beceri olduğunu ortaya

koymaktadır. Araştırma, öğretmenler adayı ile yapılan deneyde, bilgisayar tabanlı dinamik animasyonların kovaryasyonel akıl yürütme becerileri üzerindeki etkilerini incelemiştir. Sonuçlar, dinamik animasyonların kağıt-kalem çözümleri üzerinde minimal bir etki yarattığını, ancak veri toplama ve grafik çizimi ile birleştirildiğinde akıl yürütme süreçlerini iki şekilde etkilediğini göstermektedir. Bu bağlamda, animasyonlar mevcut yöntemlerin yeniden değerlendirilmesine ve bilişsel yükün azaltılmasına katkıda bulunarak durumu daha anlaşılır hale getirmiştir. Sonuç olarak, animasyonların kovaryasyonel akıl yürütmeyi geliştirmede doğrudan değil, destekleyici bir araç olarak rol oynadığı belirlenmiştir.

Swidan vd. (2019), kovaryasyonel muhakeme geliştirmek için artırılmış gerçeklik (AR) teknolojisinin uygulanmasını incelemektedir. AR teknolojisinin potansiyelleri ve arkasındaki teorik ilkeler hakkında bilgiler verilmektedir. Ayrıca, tasarım tabanlı bir araştırma çerçevesinde bir AR araç setinin geliştirilmesi ve bilimsel incelenmesi hedeflenen ilk tasarım döngüsü ele alınmaktadır. Öğrencilerin görsel-kinestetik aktiviteler aracılığıyla eğik düzlemde hareket eden bir nesneyi matematiksel temsilleriyle koordine etmelerinin, onların çoklu karmaşıklık seviyelerini deneyimlemelerine ve kovaryasyonel muhakemenin çeşitli anlamlarını geliştirmelerine yardımcı olabileceği vurgulanmaktadır. İlk döngüden elde edilen veriler sunulmuş ve gelecek tasarım döngüleri için öneriler tartışılmıştır.

Paoletti ve Moore, (2017), katılımcıların koordinat sistemindeki grafikleri anlamlandırma süreçlerinde kovaryasyonel akıl yürütme yöntemlerini incelemektedir. Araştırmada, öğrencilerin farklı koordinat sistemlerindeki grafikleri, görsel farklılıklarına rağmen aynı ilişkiyi temsil eden şekiller olarak kavramaya başladıkları gözlemlenmiştir. Öğretim yaklaşımlarının grafik çizmeye yönelik kovaryasyonel muhakemeyi teşvik etme potansiyeli ele alınmıştır. Ancak, çalışmanın yalnızca iki öğrenci ile gerçekleştirilmiş olması, kovaryasyonel muhakemenin gelişimine dair kapsamlı bulgular sunulmasını engellemektedir. Gelecek araştırmalar, farklı muhakeme becerilerine sahip öğrencilerin performanslarını incelemek için önemli fırsatlar sunmaktadır.

Kandemir vd. (2015), tarafından yapılan bir çalışma, 8. sınıf öğrencilerinin fonksiyonları anlamasında kovaryasyonel düşünmenin etkisini incelemiştir. Çalışma, öğrencilerin fonksiyonların grafiklerini ve değişkenler arasındaki ilişkileri anlamalarına yönelik etkinliklerin bu düşünme becerisini geliştirdiğini ortaya koymuştur.

Moore vd. (2013), öğrencilerin fonksiyon kavramı bağlamında, özellikle koordinat sisteminde grafik çizerken kovaryasyonel muhakemenin önemini vurgulamaktadır. Bu makalede, koordinat sisteminde grafik çizimine dayalı bir öğretim deneyinde iki öğretmen adayının düşünce süreçleri incelenmiş ve analiz edilmiştir. Katılımcıların grafiklerle bağlantı kurarken nasıl kovaryasyonel akıl yürüttükleri gösterilmiştir. Kovaryasyonel ilişkilerin ön plana çıkarılması, öğrencilerin farklı koordinat sistemlerindeki grafikleri, algısal farklılıklara rağmen aynı ilişkinin temsilcisi olarak anlamalarına yardımcı olmuştur. Ayrıca, grafik çizmeye yönelik öğretimsel yaklaşımlar ve uygulamanın kovaryasyonel muhakemeyi teşvik etme potansiyeli araştırılmıştır.

Akpınar ve Özdaş (2013), 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı kavramlarını öğrenme süreçlerinde kovaryasyonel düşünmeyi nasıl kullandıklarını incelemiştir. Araştırmada, öğrencilerin bu kavramları öğrenirken dinamik matematik yazılımlarını kullanmalarının, değişkenler arasındaki ilişkileri daha derinlemesine kavramalarına katkı sağladığı belirtilmiştir.

Johnson (2012), kovaryasyonel ve dönüşümsel muhakemenin koordinasyonunun, değişim hızına dahil olan niceliklerdeki değişim yoğunluğuna katılımı nasıl desteklediğini tartışmaktadır. Araştırma, küçük bir kırsal okul bölgesinden altı lise öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler, en az bir yıl cebir dersi almış ve kalkülüs dersine devam etmemiştir. Amaç, öğrencilerin değişen miktarlar hakkında resmi eğitim öncesi nasıl akıl yürüttüklerini anlamaktır. Dinamik çizimlerin, öğrencilerin sürekli-dönüşümlü ve kovaryasyonel akıl yürütmelerini destekleyecek bir yapı sağladığı düşünülmektedir. Tasarımda, dinamik taslak kullanılarak belirli dönüşümsel işlemleri mümkün kılan kısıtlamalar getirilmiş ve bu yapı, öğrencilerin sürekli akıl yürütme yöntemlerini desteklemiştir. Ancak çalışma, öğrencilerin kovaryasyonel ve dönüşümsel muhakemelerini nasıl geliştirebilecekleri konusunda yeterli bilgi sunmamaktadır.

Giovanella vd. (2012), öğrencilerin oran ve orantı kavramları üzerinde çalışırken kovaryasyonel düşünmeyi nasıl kullandıklarını incelemiştir. Öğrencilerin, iki değişken arasındaki ilişkileri anlama süreçlerinde yaşadıkları zorlukları ve bu becerileri geliştirmek için gerekli olan öğretim stratejilerini araştırmışlardır.

Martinez vd. (2011), ortaokul matematik öğretiminde kavramsal anlamayı artırmak için kovaryasyonel düşünmenin kullanımı üzerine çalışmalar yapmışlardır. Bu araştırmada, öğretmenlerin sınıf ortamında bu becerileri nasıl geliştirebilecekleri ve öğrencilere nasıl daha

etkili bir şekilde sunabilecekleri üzerine odaklanılmıştır. Öğrencilerin iki değişken arasındaki ilişkiyi hem grafiksel hem de sayısal olarak anlamalarının matematiksel başarısının anahtarı olduğu sonucuna varmışlardır.

Castillo-Garsow (2010), çalışmalarında, öğrencilerin hızla artan ve azalan değişimleri anlamalarını sağlamak için kovaryasyonel akıl yürütme yaklaşımlarını incelemektedir. Araştırmada, değişen iki niceliğin birlikte nasıl değiştiği konusunda öğrencilerin düşünme yollarını geliştirmek amaçlanmaktadır.

Gravemeijer ve Bakker (2006), kovaryasyonel akıl yürütme becerisi, öğrencilerde kavramsal bilgi olarak ortaya çıktığında, bu becerinin değerlendirilmesi karmaşık bir hale gelmektedir. Kovaryasyonel ilişkilerin soyut ve çok katmanlı yapısı, geleneksel değerlendirme yöntemlerinin bu becerileri ölçmede yetersiz kalmasına yol açmaktadır. Bu bağlamda, araştırmacılar ve eğitimciler, kavramsal anlayışları değerlendirmek için yenilikçi ve etkileşimli değerlendirme araçlarına ihtiyaç duymaktadır. Yapılan çalışmalar, öğrencilere değişkenler arası ilişkileri analiz edebilecekleri etkileşimli araçlar ve simülasyonlar sunmanın, onların kovaryasyonel düşünme süreçlerini değerlendirmede daha etkili olduğunu göstermektedir.

Carlson (2002), ortaokul ve lise düzeyindeki öğrencilerle yapılan araştırmalarda, kovaryasyonel düşünmenin yalnızca matematiksel problemleri çözmekle kalmayıp, aynı zamanda öğrencilerin analitik düşünme becerilerini geliştirdiği bulunmuştur. Özellikle fonksiyon kavramı ve grafiksel temsiller üzerine çalışmalar bu düşünme becerisinin gelişimine katkıda bulunmuştur.

Confrey ve Smith, (1995), kovaryasyonel düşünmenin, özellikle fonksiyonlar ve oran-orantı problemleri gibi konularda öğrencilerin başarılarını artırdığını savunmuşlardır. Araştırmalarında, öğrencilerin grafikler, tablolar ve sözel açıklamalar arasında ilişki kurarak bu becerilerini geliştirdiklerini belirtmişlerdir.

Confrey ve Smith (1995b), hızlı ve orantılı büyümeyi öğretmek için belirli aralıklarla sabit bir miktarda ve katlanarak artışı önerirken, Thompson (1994), ise sürekli değişim üzerinden yaklaşmayı savunmaktadır. Bu iki farklı yaklaşım, öğrencilerin kovaryasyonel düşünme yollarının nasıl şekillendiğini anlamada önemli bir bakış açısı sunmaktadır. Çalışmada, görev temelli öğretim görüşmeleri yoluyla, öğrencilerin doğrusal fonksiyonlar, bileşik faiz ve faz düzlemi gibi konularda akıl yürütme yaklaşımları incelenmiştir. Görevler, öğrencilerin ayırık ve sürekli değişim kavrayışlarını ortaya çıkarmak üzere tasarlanmış olup, bu

iki düşünme biçimi öğrencilerin hızla artan fonksiyonları anlama süreçlerinde temel etkenler olarak belirlenmiştir. Çalışma, öğrencilerin hızlı büyüme içeren fonksiyonlarla ilgili matematiksel düşünme süreçlerinin gelişimine dair derin bir anlayış sunmaktadır.

Thompson (1994b), kovaryasyonel düşünme, öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri daha derin ve anlamlı bir şekilde kavrayabilmeleri için önemli bir bilişsel beceri olarak tanımlanmıştır. Özellikle ortaokul öğrencilerinin iki değişken arasındaki ilişkiyi anlama, analiz etme ve bu ilişkileri etkili bir şekilde ifade etme yeteneklerini geliştirmede kritik bir rol oynamaktadır. Araştırmalar, grafiksel temsillerin bu süreçteki önemini vurgulamaktadır; çünkü grafikler, öğrencilerin soyut kavramları somut görselliklerle ilişkilendirmesine yardımcı olur. Doğrusal ilişkiler üzerine yapılan çalışmalarda, öğrencilerin kovaryasyonel düşünme becerilerini geliştirdikleri ve bu sayede değişkenler arasındaki ilişkileri daha iyi yorumlayabildikleri gözlemlenmiştir. Bu tür becerilerin geliştirilmesi, matematiksel kavrayışın yanı sıra, problem çözme ve analitik düşünme yeteneklerini de olumlu yönde etkilemektedir.

2.2.2. Dinamik Öğrenme Ortamlarında Akıl Yürütme ile İlgili Çalışmalar

Kertil vd. (2021), öğretmen adaylarının dinamik ortamlarda kovaryasyonel düşünme becerilerini incelemiş ve bu tür ortamların, adayların kavramsal akıl yürütme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu bulmuştur. Araştırma, dinamik animasyonlar ve yazılımların, öğretmen adaylarının düşünme süreçlerine derinlemesine katkı sunduğunu ortaya koymuştur.

Özdemir vd. (2020), GeoGebra kullanılarak probleme dayalı öğrenme modeli içerisinde öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve motivasyonlarını araştırmışlardır. Bu çalışmada, test öncesi ve sonrası kontrol grubu tasarımı ile deneysel bir yöntem benimsenmiştir. Araştırmanın bulguları, GeoGebra aracılığıyla probleme dayalı öğrenme modeli kapsamında öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin ve motivasyonlarının arttığını göstermiştir. Bu sonuçlar, GeoGebra'nın kullanıldığı probleme dayalı öğrenme modelinin, yazılım kullanılmayan modele kıyasla öğrencilerin matematiksel akıl yürütme daha fazla geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, GeoGebra'nın matematiksel akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunan değerli bir araç olduğunu savunmuşlardır.

Farihah ve Rakasiwi (2020), öğrencilerin matematik problem çözme süreçlerindeki düşünme tercihlerini öğrenme stillerine dayalı olarak kağıt-kalem ve GeoGebra ortamları arasında karşılaştırmaktadır. Endonezya'da sekizinci sınıf düzeyindeki altı öğrenci ile yapılan niteliksel bir araştırmada, öğrenciler iki görsel, iki işitsel ve iki kinestetik olarak

gruplandırılmıştır. Hem kağıt-kalem hem de GeoGebra tabanlı problem çözme görevleri incelenmiştir. Bulgular, GeoGebra'nın öğrencilerin düşünme tarzlarını etkilediğini ve problem çözme süreçlerine yön verdiğini göstermektedir. Ayrıca, GeoGebra kullanımı, öğrencilerin görsel yöntemleri tercih etmelerini teşvik etmiş ve kavramsal anlayışlarını olumlu yönde etkilemiştir.

Paoletti ve Moore (2017), dinamik ortamlarda öğrencilerin koordinat sistemindeki grafikleri anlamlandırırken kovaryasyonel düşünme becerilerini geliştirdiklerini bulmuştur. Öğrenciler, dinamik grafiklerle çalışarak, farklı değişkenlerin birlikte nasıl değiştiğini anlamakta ve bu süreçte akıl yürütme becerilerini geliştirmektedir. Dinamik matematik yazılımlarının öğrencilerin nicel ilişkileri anlamalarına ve bu ilişkiler üzerinde akıl yürütmelerine olanak sağladığını savunmuştur. Özellikle fonksiyonlar ve grafik çizim süreçlerinde, dinamik ortamlar öğrencilerin kavramsal anlayışlarını ve düşünme becerilerini geliştirmekte önemli bir rol oynamaktadır.

Akpınar ve Özdaş (2013), öğrencilerin dinamik yazılımlarla çalışarak fonksiyonları anlamlandırma süreçlerinde akıl yürütme becerilerinin belirgin bir şekilde geliştiği ifade edilmektedir. Dinamik yazılımlar, öğrencilere fonksiyonların grafiksel, sayısal ve cebirsel temsilleri arasında anlamlı bağlantılar kurma imkânı sunarak, daha derin bir kavrayış geliştirmelerine olanak tanımaktadır. Bu bağlamda, görselleştirme ve etkileşim odaklı dinamik ortamların, özellikle soyut ve karmaşık matematiksel kavramların somutlaştırılmasında önemli bir rol oynadığı vurgulanmaktadır. Bu tür yazılımların, öğrencilerin problem çözme, analiz yapma ve neden-sonuç ilişkilerini değerlendirme gibi üst düzey bilişsel becerilerini desteklediği belirtilmektedir.

Roschelle vd. (2010), fonksiyonların dinamik olarak görselleştirildiği ortamlarda öğrencilerin bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkileri daha iyi anladıklarını ve bu süreçte daha derinlemesine akıl yürütme gerçekleştirdiklerini tespit etmiştir. Öğrencilerin fonksiyonların grafiklerini anında gözlemleyebilmeleri ve bu grafiklerdeki değişimleri izleyebilmeleri, kavramsal anlayışlarını derinleştirmiştir.

Baydaş (2010), GeoGebra gibi dinamik geometri yazılımlarının, öğrencilerin iki değişken arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamalarına nasıl yardımcı olduğunu araştırmıştır. Çalışma, bu tür yazılımların kullanımının öğrencilerin kovaryasyonel düşünme becerilerini artırdığı sonucuna varmıştır. Öğrencilerin, fonksiyon grafiklerini manipüle ederek değişkenler

arasındaki ilişkileri dinamik bir şekilde görselleştirme fırsatı bulması, onların bu kavramları daha derinlemesine anlamasına yardımcı olmuştur.

Aydın vd. (2010), GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımlarının, öğrencilerin geometrik kavramları daha iyi anlamalarına ve kavramsal akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine önemli katkılar sağladığı ifade edilmektedir. Bu yazılımlar, öğrencilerin soyut geometrik kavramları somut görselleştirmelerle ilişkilendirmesine olanak tanırken, aynı zamanda interaktif özellikleri sayesinde öğrencilerin keşfetme temelli öğrenme süreçlerini desteklemektedir.

Zacharia vd. (2008), sanal laboratuvar ortamları, öğrencilerin bilimsel akıl yürütme becerilerini nasıl desteklediğini incelemiştir. Sanal deneyler ve simülasyonlar, öğrencilerin karmaşık kavramları daha iyi anlamalarına olanak tanırken, dinamik öğrenme süreçlerini de hızlandırmaktadır. Bu ortamlar, öğrencilerin deney yapma süreçlerini hızlandırarak, farklı değişkenlerle olan ilişkileri gözlemlene imkânı sunmakta ve bu sayede akıl yürütme becerilerini geliştirmektedir. Dinamik öğrenme, öğrencilerin aktif katılımıyla birlikte öğrenme sürecinin daha etkili hale gelmesini sağlar; böylece öğrenciler, bilimsel kavramları somut bir şekilde deneyimleyerek derinlemesine anlamlandırma fırsatı bulurlar.

Leikin ve Levav-Waynberg (2007), araştırmalarında, okul düzeyinde matematiksel akıl yürütmeyi incelemek amacıyla çoklu çözüm görevleri kullanılmıştır. Üstün yetenekli, normal yetenekli ve düzenli öğrencilerden oluşan üç grup ile çalışılmış ve her grupta altı lise öğrencisi yer almıştır. Öğrencilerden verilen problemleri farklı şekillerde çözmeleri istenmiştir. Matematiksel akıl yürütmeyi değerlendirmek için hem geleneksel hem de geleneksel olmayan görevler kullanılmışlardır. Değerlendirme kriterleri, öğrencilerin çözümlerinin yenilik, esneklik ve akıcılığıdır. Üstün yetenekli ve düzenli öğrencilerin geleneksel görevlerde benzer sonuçlar gösterdiğini, ancak geleneksel olmayan görevlerde önemli farklılıklar bulunduğunu ortaya koymuştur. Araştırmacılar, geleneksel olmayan görevlerin, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini incelemek için etkili araçlar olduğunu önermektedir.

Hohenwarter ve Lavicza (2007), geometri kavramlarının GeoGebra aracılığıyla öğreniminin hizmet öncesi öğretmenlerin akıl yürütme yetenekleri üzerindeki etkisini incelemektedir. Türkiye'den otuz öğretmen adayını ile gerçekleştirilen çalışmada, Torrance Yaratıcı Düşünme Testi (TCTT) uygulanmıştır. GeoGebra kullanımı, öğretmen adaylarının akıl yürütme becerilerinin çoğu boyutunda olumlu etkiler sağlamıştır. Araştırma, GeoGebra'nın

dinamik yapısının ve kullanım kolaylığının, yaratıcılık ve akıl yürütme becerileri üzerinde olumlu etkiler yarattığını göstermektedir.

Lesh ve Harel (2003), problem çözüme süreçlerinde, öğrencilerin dinamik öğrenme ortamlarını kullanarak farklı çözüm yollarını keşfettiklerini ve çeşitli stratejiler geliştirdiklerini vurgulamaktadır. Bu süreçler, öğrencilerin hem kavramsal hem de prosedürel bilgilerini daha etkili bir şekilde bir araya getirmelerine yardımcı olmaktadır. Teknoloji destekli öğrenme araçları, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi anında görmelerini sağlar. Dinamik yazılımlar kullanılarak yapılan çalışmalar, öğrencilerin bu becerileri daha hızlı ve etkin bir şekilde geliştirdiğini göstermektedir.

Baki (2002), bilişim araçlarının matematik eğitimindeki kullanımını giderek artmaktadır. Bu araçların potansiyeli, kullanıcıların hedeflerine göre şekillenmektedir. Öğrencilerin bilgisayarı matematikte etkin bir şekilde kullanabilmesi önemlidir; öğretmenler de bu teknolojiden faydalanarak zengin içerikler sunmalıdır. Ancak matematiksel kavramlar genellikle soyut olduğu için öğrenmeleri zorlaşmaktadır. Bilişim teknolojileri, soyut kavramları somutlaştırarak öğrenmeyi kolaylaştırmakta ve öğrencilerin anlamalarını artırmaktadır.

Jonassen (2000), dinamik öğrenme ortamlarında problem çözüme süreçlerinin de öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirdiği bulunmuştur. Bu tür ortamların öğrencilerin problem çözüme süreçlerini hızlandığını, deneme yanılma yoluyla öğrendikleri kavramları pekiştirmelerine olanak sağladığını savunmuştur. Özellikle matematik ve fen bilimleri derslerinde, dinamik ortamlar öğrencilerin karşılaştıkları problemleri daha etkili bir şekilde çözmelerine yardımcı olmuştur.

Duval (1999), bilişim teknolojisinin hızlı değişiminden eğitimde etkilenmiştir. Bilim ve teknolojinin hızla geliştiği günümüz de, bu gelişmeler matematik eğitime de büyük katkı sağlamıştır. Matematik öğretiminde kullanılan yazılımlar sayesinde, öğrenme ortamlarının daha etkili hale geldiği ve öğrencilerin problem çözüme yeteneklerinin geliştiği belirtilmiştir. Çalışmada teknolojik araçların ve yapısalci yaklaşımın matematik eğitiminde önemli bir rol oynadığı belirtilmiştir.

Confrey ve Smith (1995), dinamik öğrenme ortamlarının, fonksiyonların değişim süreçlerini anlama sürecinde önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Özellikle kovaryasyonel düşünme ve fonksiyonların grafiksel temsilleri gibi konularda, dinamik

ortamların öğrencilerin iki değişken arasındaki ilişkileri kavramalarını kolaylaştırdığı belirtilmiştir.

Thompson (1994), dinamik öğrenme ortamları, öğrencilere kavramları keşfetme, deney yapma ve öğrenme süreçlerini derinlemesine anlama fırsatı sunarak akıl yürütme becerilerini geliştirir. Bu ortamlar, özellikle matematik derslerinde, soyut kavramların somutlaştırılmasında ve kavramsal akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesinde etkili araçlar olarak öne çıkmaktadır.

Alan yazındaki çalışmalar, dinamik ortamların öğrencilerin kavramsal anlayışlarını pekiştirdiğini ve problem çözme süreçlerinde stratejik düşünmelerine yardımcı olduğunu göstermektedir.



3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, araştırma sorularını incelemek amacıyla bir öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir (Steffe & Thompson, 2000). Öğretim deneyi, matematik öğretimi bağlamında öğrencilerin kavramlarını derinlemesine anlamalarına yönelik olarak tasarlanmış bir yaklaşımdır. Öğrencilere sunulan deneyimler olmaksızın, güçlü matematiksel kavramlar ve işlemlerin kavranmasının mümkün olmadığı öne sürülmektedir (Yackel vd., 2010).

Öğrencilerin matematiksel öğrenmelerini ve gelişim süreçlerini öğretim bağlamında açıklamak için deneysel tasarımlar kullanılabilir. Geleneksel deneysel metodolojiler, öğrencilerin belirli matematiksel kavramları nasıl edindiklerini derinlemesine incelemek açısından yetersiz kalmaktadır (Steffe & Thompson, 2000). Bu bağlamda, Piaget'in klinik görüşmesinden türetilen öğretim deneyi, etkili bir araştırma tekniği olarak öne çıkmaktadır. Bununla birlikte, bir öğretim deneyi, öğrencilerin matematik bilgilerini etkilemek amacıyla gerçekleştirilen deneyler açısından klinik görüşmeden daha kapsamlı ve derinlemesine bir yaklaşım sunmaktadır.

Öğretim deneyi, araştırmacıların öğrencilerin matematikle ilgili verilerini ve bu verilerin planlanan öğrenme ortamları içindeki değişimini yakından gözlemledikleri öğretim temelli bir araştırma deseni olarak tanımlanmaktadır (Czarnocha & Maj, 2008). Bu süreç, öğrencilerdeki matematiksel kavramsallaştırmayı ve düşünmeyi destekleyen öğretim tasarımlarının oluşturulmasına odaklanmakta; aynı zamanda öğrencilerin öğrenme yollarını matematiksel semboller ve gösterimler aracılığıyla ifade etmelerini teşvik etmektedir. Bu nedenle, öğretim deneyi matematiksel içerik, akıl yürütme, problem çözme ve iletişim gibi temel kavramları merkeze alan bir yapıya sahiptir (Komorek ve Duit, 2004).

Matematik eğitiminde kullanılan, öğrencilerin düşünme sürecini betimleme ve yorumlama yaparak model oluşturulabilen öğretim deneyi yöntemi, matematik öğrenme sürecindeki zihinsel gelişimlerin incelenbildiği bir yöntemdir (Aşık ve Yılmaz, 2017).

3.2. Öğretim Deneyi Sürecinde Kullanılan Dinamik Ortam

Association of Mathematics Teacher Educators [AMTE]. (2006), teknolojinin matematiksel keşifleri, anlayışı ve bağlantıları kolaylaştırmak için önemli olduğunu belirtmiştir. Teknoloji, özellikle temsillerin zor veya imkansız olduğu durumlarda devreye girmelidir. Uygun donanım ve yazılıma sahip bilgisayarlar, internet ve dijital kaynaklar, elde

taşınabilir bilgi işlem araçları ve bunların uygulamaları bu teknolojik araçlar arasında yer alır. Bu araçlardan diğeri de, Dinamik Matematik Yazılımı (DMY) olarak bilinen program grubudur. Bu yazılım, dinamik matematik ve geometri işlemleri yapmayı kolaylaştıran çeşitli komutlar ve makrolar içerir. Aynı zamanda, geometrik nesnelere hareketlerini görselleştirerek matematiksel kavramların daha iyi anlaşılmasına olanak tanır (Kutzler ve Kokol-Voljc, 2003).

DMY yazılımı, öğrencilere soyut ve niceliksel akıl yürütme becerileri kazandırmanın yanı sıra, matematiksel fikirlerin ayırt edici özellikleri arasındaki ilişkileri anlamlandırma, gerçek dünya ile matematiksel fikirler arasında bağlantı kurma ve kağıt-kalemle yapılamayacak dinamik yapılar oluşturma imkanı sağlar. Ayrıca, ölçme ve sürüklenme gibi işlemlerle öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi kavramalarına yardımcı olur (Contreras vd., 2013).

Dinamik Matematik Yazılımı, öğrencilerin sonuçları anında görebildiği ve geri bildirim alabildiği bir ortam sunar. Bu ortam, öğrencilerin gözlemledikleri ilişkilere dayalı olarak aktif stratejiler geliştirmelerini teşvik eder (Hillenbrand vd., 2003).

Dinamik Matematik Geometri Yazılımlarından biri olan GeoGebra, noktalar, çizgiler, daireler gibi geometrik şekiller arasındaki ilişkileri keşfetmeye olanak tanıyan bir araçtır, denilmektedir (Sangwin, 2007). Sangwin, GeoGebra'yı "*geometri, cebir ve kalkülüs alanlarında kullanılan, Markus Hohenwarter tarafından geliştirilen bir yazılım*" olarak tanımlamaktadır. GeoGebra, denklemler ve koordinatlar girilerek noktalar, vektörler, çizgiler ve konik şekiller üzerinde çalışmalar yapmayı mümkün kılan bir platform sunar. Ayrıca, fonksiyonlar cebirsel olarak tanımlanabilir. Bu fonksiyonlar yazılımda dinamik olarak değiştirilebilir. GeoGebra'nın kullanımında teknik ya da finansal sınırlamaların olmaması, yani programın ücretsiz indirilebilmesi ve hızlı, esnek sonuçlar sağlaması, okul matematiğinde kullanımını oldukça faydalı hale getirdiği belirtilmiştir (Sangwin, 2007).

GeoGebra, matematiksel anlayışı desteklemek amacıyla, değişikliklerin diğer değişkenler üzerindeki etkisini gösteren hareketli serbest nesnelere geliştirilmiştir. Bu sayede öğrenciler, bir problemi çözerken matematiksel ilişkileri dinamik olarak kavrayabilirler (Dikoviç, 2009). Ayrıca GeoGebra, kullanıcı dostu ve çok dilli arayüzü, çeşitli komutları ve yardım seçenekleriyle keşif ve deneysel öğrenmeyi teşvik eder (Dikoviç, 2009).

GeoGebra, öğrencilere doğru yanıtlar veya yönlendirmeler sağlamaz; bunun yerine, yaratıcı akıl yürütme sürecini teşvik eden geri bildirimler verir. Bu yaratıcı geri bildirimler,

öğrencilerin çözüme yönelik stratejilerini ve kendi yorumlarını değerlendirmesine olanak tanır (Granberg ve Olsson, 2015). Kağıt ve kalemle de matematiksel temsiller oluşturulabilir, ancak GeoGebra, bu temsillerin dinamik olarak keşfedilmesine ve anında geri bildirim alınmasına olanak tanır. Bu geri bildirimler, kağıt-kalem yöntemleriyle elde edilmesi zor olan bir öğrenme deneyimi sağlar. Dinamik yapıların oluşturulması, keşfi ve anlık geri bildirim, öğrencilerin problem çözme ve muhakeme gibi bilişsel süreçlere daha fazla odaklanabilmesi açısından oldukça önemlidir (Heid & Edwards, 2001). Bu kapsamda, GeoGebra'nın öğrencilerin problem çözme, muhakeme ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirdiği kanıtlanmıştır (Yerushalmy, 2009). GeoGebra'nın, öğrencilerin yaratıcı düşünme ve problem çözme becerilerini destekleme potansiyeli, Dinamik Matematik ve Geometri Yazılımları ile matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişkiyi keşfetmek için gelecekteki çalışmalarda kullanılabilir.

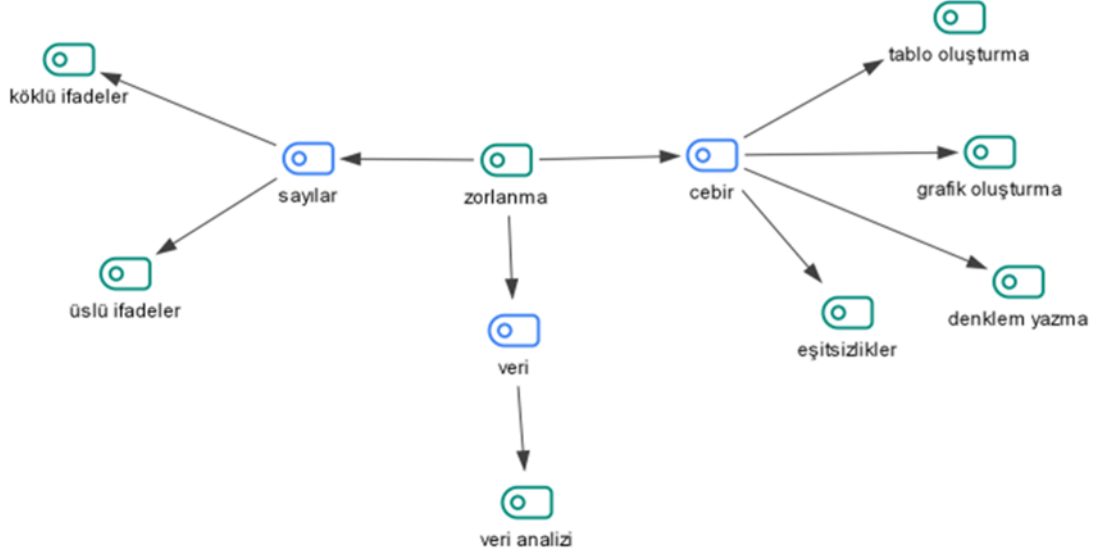
3.3. Katılımcılar

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2023-2024 Eğitim-Öğretim yılında Konya ili Selçuklu ilçesinde bir resmi ortaokulda öğrenim görmekte olan sekizinci sınıf öğrencilerinden, akademik başarı düzeyleri farklılık gösteren dört öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcılar, 7. sınıf matematik dersindeki not ortalamalarının çeşitlilik göstermesine özen gösterilerek seçilmiş ve bu seçimde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Maksimum çeşitlilik örneklemesindeki temel amaç, göreceli olarak küçük bir çalışma grubu oluşturmak ve bu grup içinde çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini en üst düzeyde yansıtmaktır (Altun, 2016). Patton (1987), maksimum çeşitlilik örneklemesinin iki temel faydasına dikkat çekmektedir: Bunlardan ilki, örnekleme dâhil edilen her bir durumun kendine özgü yönlerinin ayrıntılı bir şekilde tanımlanabilmesi, ikincisi ise, birbirinden oldukça farklı özellikler taşıyan durumlar arasında ortak temaların ve bu temaların önemini ortaya çıkarılabilmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Çalışma grubunda yer alan öğrenciler, iki kız ve iki erkek öğrenci olacak şekilde belirlenmiştir. Gizlilik ilkesi doğrultusunda, bu öğrencilere takma isimler verilmiştir: kız öğrenciler "Emel" ve "Ayşe", erkek öğrenciler ise "Ahmet" ve "Bilal" olarak adlandırılmıştır. Araştırma kapsamında bu dört öğrenci bireysel çalışmalar gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin matematik başarı düzeylerindeki farklılıklar, öğrenme süreçleri ve karşılaştıkları zorlukların daha detaylı bir şekilde analiz edilmesine olanak sağlamıştır.

3.4. Görüşmeler

Katılımcı öğrencilere deneysel uygulamadan önce 8. Sınıf kapsamında en çok zorlandığı 3 (üç) konuyu yazmaları istendiğinde belirttikleri konular şu şekildedir:



Şekil 1. Öğrencilerin Zorlandıkları Konuların Dağılımı

Şekil 1'de, cebirin çeşitli alt başlıklarla ilişkilendirilerek ele alındığı gözlemlenmektedir. Öğrenciler, cebirsel konularda özellikle "tablo oluşturma", "grafik oluşturma", "denklem yazma" ve "eşitsizlikler" gibi başlıklarda zorluk yaşamaktadır. Bu durum, cebirsel kavramların ve temsillerin kullanımının öğrenme sürecinde güçlükler yarattığını göstermektedir.

Bunun yanı sıra, "sayılar" konusu da öğrencilerin karşılaştığı bir diğer zorlayıcı alan olarak öne çıkmaktadır. "Köklü ifadeler" ve "üslü ifadeler" gibi alt başlıklar, öğrencilerin zorlandığı diğer önemli konuları işaret etmektedir. Sayılar konusunun cebirle olan ilişkisi, öğrencilerin temel sayı kavramlarında yaşadıkları güçlüklerin cebirsel becerilerine olumsuz yansıdığını ortaya koymaktadır.

Zorlanma kategorisinin "veri" ve "veri analizi" başlıkları ile ilişkilendirilmesi, bu durumun öğrencilerin analiz ve yorumlama becerilerini olumsuz etkileyen bir faktör olduğunu göstermektedir. Bu ilişkiler, öğrencilerin yaşadığı güçlüklerin yalnızca kavramsal düzeyde değil, aynı zamanda uygulamalı ve analitik süreçleri de içerdiğini vurgulamaktadır.

Şekil genel olarak, öğrencilerin özellikle cebirsel işlemler, sayıların özellikleri ve veri analizi gibi alanlarda karşılaştıkları zorlukları görsel olarak ortaya koymakta, bu alanların

birbirleriyle olan bağlantılarını ve öğrencilerin zorlanma nedenlerini anlamaya yönelik ipuçları sunmaktadır. Araştırma süreci, öğrencilerin temel matematiksel kavramlardaki eksikliklerinin, daha ileri düzey konularda yaşanan zorluklara yol açtığını; bu eksikliklerin giderilmesinin ise öğrencilerin matematiksel başarısını artırmada kritik bir öneme sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Matematik dersindeki zorlukların tespitine yönelik yapılan sözlü mülakatlar, her öğrencinin yaşadığı spesifik güçlükleri ve bu güçlüklerin derinliğini ortaya koymuştur:

Emel, özellikle koordinat sistemi ve eşitsizlikler konularında ciddi zorluklar yaşadığını, bu kavramları anlamakta ve denklemleri doğru bir şekilde yazmakta güçlük çektiğini ifade etmiştir. Matematiksel ifadeleri koordinat sistemi üzerinde uygularken yaşadığı sıkıntılar, konunun temel anlayışında zayıflıklar olduğunu göstermektedir.

Ayşe, denklem yazma ve koordinat sistemi üzerine odaklanmanın yanı sıra, eşitsizlikler konusunun kendisi için son derece zorlayıcı olduğunu vurgulamıştır. Bu konularda kavramsal bir eksiklik yaşadığını, özellikle farklı matematiksel ifadeleri bir arada ele alırken zorlandığını belirtmiştir.

Ahmet, matematikteki üslü ifadeler ile ilgili en çok toplama ve çıkarma işlemlerinde sorun yaşadığını dile getirmiştir. Bununla birlikte, olasılık ve doğrusal denklem kurma gibi soyut matematiksel kavramların anlaşılmasında güçlük çektiğini ifade etmiştir. Bu durum, Ahmet'in bu konuların mantıksal bağlantılarını kurarken zorlandığını göstermektedir.

Bilal kare köklü ifadelerdeki çarpma ve bölme işlemlerinde zorlandığını, aynı zamanda üslü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinde de benzer zorluklar yaşadığını belirtmiştir. Ek olarak, veri analizi konusunda kavramları uygulamakta güçlük çektiğini ifade etmiştir. Bu, Bilal'in matematiksel işlemlerin ardındaki mantığı ve analitik düşünmeyi tam olarak kavramada zorluk yaşadığını göstermektedir.

Yapılan bu mülakatlar, öğrencilerin bireysel matematik becerilerindeki eksikliklerin net bir şekilde anlaşılmasına yardımcı olmuş ve öğretim sürecinde hangi alanlara daha fazla dikkat edilmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Bu analizler, her bir öğrencinin ihtiyaçlarına göre farklılaştırılmış bir destek programı oluşturulmasına olanak sağlayacaktır.

3.5. Öğretim Deneyi Tasarımı

Öğretim deneyimizde temel aldığımız ilke, matematiksel düşüncenin kritik bir boyutu olan değişmezlik kavramının anlaşılması için varyasyon yapmanın gerekliliğidir. Bu yaklaşım, öğrencilerin matematiksel yapıları daha derinlemesine kavramalarına ve değişkenlik ile değişmezliği ayırt edebilmelerine yardımcı olmayı amaçlar. Bu ilkeye dayanılarak, öğretim sürecinde öğrencilerin değişkenlik ve değişmezlik kavramlarını görsel ve dinamik bir şekilde keşfetmelerine olanak sağlayan durumlar oluşturulmuştur. Özellikle, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin teşvik edilmesi ve keşfetme sürecinin zenginleştirilmesi amacıyla Dinamik Matematik Yazılımı olan GeoGebra etkin bir şekilde kullanılmıştır. GeoGebra, öğrencilerin matematiksel kavramları etkileşimli bir ortamda manipüle etmelerine olanak tanıyarak, soyut kavramları daha somut ve anlaşılır hale getirmeye yardımcı oldu. Bu dinamik manipülasyonlar sayesinde öğrenciler, farklı varyasyonları inceleyerek matematiksel yapılar arasındaki ilişkileri kendileri keşfetti ve değişmezlikleri belirlemeyi daha etkili bir şekilde öğrendi. Bu süreç, onların matematiksel düşünme becerilerini geliştirerek, problemlere daha analitik ve eleştirel bir gözle bakmalarını sağladı.

Öğretimin ilk aşamalarında, öğrencilerin Dinamik Matematik Yazılımı GeoGebra'ya aşinalık kazanmalarını sağlamak amacıyla önceden hazırlanmış GeoGebra dosyaları üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Bu adım, öğrencilerin yazılımı tanımaları ve etkili bir şekilde kullanabilmeleri için atılmış temel bir adım olarak değerlendirilmiştir. GeoGebra'nın sunduğu dinamik matematiksel ortam sayesinde, öğrencilerin bu ortamda rahatça çalışabilmeleri, ileride gerçekleştirilecek daha karmaşık etkinlikler için kritik bir ön hazırlık olarak görülmüştür.

Önceden hazırlanmış bu GeoGebra dosyaları, öğrencilerin yazılımla ilgili temel bilgi ve becerileri edinmelerine yardımcı olacak şekilde tasarlanmıştır. Bu dosyalar, yazılımın çeşitli özelliklerini tanıtmayı ve öğrencilerin bu özellikleri uygulamalı olarak keşfetmelerini sağlamayı amaçlamıştır. Örneğin, GeoGebra'nın dinamik grafikleri, fonksiyonları görselleştirme ve değişkenler üzerinde anında manipülasyon yapma gibi özelliklerin, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları daha somut bir şekilde anlamalarına yardımcı olduğu gözlemlenmiştir.

İlk görevlerde, öğrencilerin nokta, doğru, eğri çizimi, koordinat sisteminde noktaları hareket ettirme ve grafiksel olarak denklemleri temsil etme gibi temel işlevleri öğrenerek yazılımın arayüzüne alışmaları sağlanmıştır. Ayrıca, GeoGebra'daki geometrik şekiller ve çizgi grafikler gibi araçların kullanılarak matematiksel kavramların nasıl değiştiğinin gözlemlenmesi

mümkün olmuştur. Bu süreçte, yazılımın matematiksel düşünmeyi destekleme potansiyelinin keşfedildiği ve öğrencilerin matematiksel modelleri kendi başlarına oluşturarak keşfetme deneyimlerini zenginleştirdikleri tespit edilmiştir. Bu aşama, öğrencilerin yazılımı kullanma konusunda kendilerine güvenlerini artırırken, daha ileri seviyede yapılacak görevler için gerekli olan teknik yeterlilikleri kazanmalarını sağladı. Ayrıca, yazılımın sunduğu dinamik manipülasyonlarla, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini daha esnek ve yaratıcı bir şekilde geliştirmelerine zemin hazırladı. Bu hazırlık görevleri, öğrencilerin daha sonra gerçekleştirecekleri derinlemesine matematiksel keşiflerde yazılımı aktif bir öğrenme aracı olarak kullanmalarına olanak tanıdı.

Araştırmacı tarafından hazırlanan, doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklemlerle gösterme kazanımının temel özellikleri, matematik eğitiminde teknoloji kullanımı ve özellikle dinamik matematik yazılımı üzerine kapsamlı deneyime sahip en az iki matematik öğretmeni tarafından gözden geçirilmiştir. Bu değerlendirme, öğretim materyalinin doğruluğunu ve etkinliğini artırmak amacıyla yapılmıştır. Sekiz haftalık çalışma planı, öğrencilerle paylaşıldı ve bu süreç boyunca öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek için belirlenen yönergeler doğrultusunda ilerlenmiştir. Çalışmalar sırasında, öğretmen-araştırmacının talimatları doğrultusunda öğrenciler, GeoGebra kullanarak dinamik manipülasyonlar gerçekleştirmiştir. Bu manipülasyonlar, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını ve farklı senaryolar altında doğrusal ilişkilerin nasıl değiştiğini görmelerini sağlamak amacıyla tasarlanmıştır. Bu süreçte, GeoGebra'nın etkileşimli ve görselleştirici özellikleri kullanılarak öğrencilerin doğrusal ilişkiler, denklemler ve tablolar üzerinde düşünmeleri teşvik edilmiştir. Ayrıca, dinamik matematik yazılımının sağladığı olanaklar sayesinde, öğrenciler matematiksel akıl yürütmelerini daha analitik bir zemine oturtmuş ve problem çözme süreçlerinde daha derin bağlantılar kurabilmişlerdir.

Öğrencilerle yapılan görüşmede, anlamakta güçlük çektikleri veya zorlandıkları konular sorulduğunda, en sık karşılaşılan problemlerden birinin denklem yazma olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmada eksiklik yaşadıklarını ve yeterli temel bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir. Denklem ve grafikler gibi matematiğin temel yapı taşlarını öğrenmek, matematiksel anlayışın geliştirilmesi açısından kritik öneme sahiptir. Ancak bu konuları öğretmek tek başına yeterli değildir. Zira, sadece bilginin aktarılması değil, bu bilginin nasıl depolandığı ve işlenip kullanıldığı da matematiksel

kavrayışın derinliği açısından son derece önemlidir (Kieran ve Sfard, 1999). Sfard (1991)'ın da vurguladığı gibi, öğrencilerin kavramsal anlamlarını geliştirmeleri, eski bilgi ve deneyimlerini yeni kavramlarla ilişkilendirmeleri ile mümkün olabilir. Bu bağlamda, öğrencilerin daha önce öğrendikleri, kolay anladıkları ve gerçek yaşamla ilişkilendirdikleri kavramlar üzerine yeni matematiksel bilgileri inşa etmek, onların öğrenme sürecini hızlandırabilir ve anlamalarını derinleştirebilir. Bu, kavramların birbirine eklenmesi yoluyla öğrenmeyi destekleyen bir süreçtir ve öğrencilerin yalnızca bir konuyu değil, genel matematiksel yapıyı daha iyi kavramalarına yardımcı olabilir.

Bu yaklaşım doğrultusunda, öğrencilerin yeni öğrenme materyalleriyle temas ederken, bu bilgileri zaten aşına oldukları kavramlarla ilişkilendirmelerine zen göstermek oldukça faydalı olacaktır. Özellikle, ğrencilerin geçmişte başarılı oldukları ya da kolay anladıkları konular ile yeni öğretilen matematiksel kavramlar arasında bilişsel köprüler kurmak, öğrencilerin öğrenmeye olan motivasyonunu artırabilir. Bu, aynı zamanda öğrencilerin matematiksel bilgiyi daha kalıcı ve işlevsel bir şekilde depolamalarına da katkı sağlar.

Dolayısıyla, ğrencilerin denklem kurma gibi matematiksel süreçlerde zorlanmalarını aşmak için yalnızca temel bilgiyi aktarmak yeterli değildir; öğrencilerin eski bilgi ve kavramlarını etkin şekilde kullanarak yeni kavramları öğrenmelerine fırsat tanımak ve bu bilgileri birbirine bağlayacak yapılandırılmış öğrenme ortamları yaratmak önemlidir. Böyle bir yaklaşımla, öğrenciler yeni kavramları anlamlandırırken, önceki bilgilerini pekiştirip matematiksel kavrayışlarını güçlendirebilirler. Bu strateji, öğrencilerin sadece belirli matematiksel kavramları öğrenmelerine değil, aynı zamanda bu kavramların nasıl kullanılacağını ve birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu anlamalarına da katkıda bulunacaktır.

3.6. Araştırmacının Rolü

Bu tez çalışmasında, ğretmen-araştırmacı olarak çok yönlü bir rol üstlenildi. İlk aşamada, ğretim deneyinin tasarımı ve planlaması gerçekleştirilerek, dinamik matematik yazılımı GeoGebra kullanılarak öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını geliştirmeye yönelik etkinlikler hazırlandı.

Öğretim sürecinde, öğrencilerin denklem kurma, grafik oluşturma, eşitsizlikler, köklü ve üslü ifadeler gibi alanlarda yaşadıkları zorluklar dikkate alınarak rehberlik edildi. Dinamik ğrenme ortamlarında, grafiklerin oluşturulması, taşınması ve düzenlenmesi gibi uygulamalarla öğrencilerin kavramsal anlayışlarının derinleştirilmesi ve matematiksel düşünme becerilerinin güçlendirilmesi hedeflendi.

Bu süreçte, öğrencilerin nicelikler ve değişkenler arasındaki ilişkileri anlama süreçleri desteklendi ve kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini geliştirme süreçleri analiz edildi. Ayrıca, öğrencilerin öğrenme yolları dikkatle gözlemlendi, nitel veriler toplanarak bu verilerle öğrenme süreçleri değerlendirildi.

Öğretim stratejileri, öğrencilerin ihtiyaçlarına göre sürekli gözden geçirildi ve bu süreçte stratejilerin geliştirilmesine yönelik fırsatlar değerlendirildi. Bu rehberlik, öğrencilerin matematiksel düşünme ve kavramsal eksikliklerini gidermeye odaklanırken, aynı zamanda kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini geliştirmeyi amaçladı.

3.7. Veri Toplama Süreci

Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından yayımlanan Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan 8. sınıf kazanımlarından "8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder." kazanımı esas alınarak bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Bu kazanım, doğrusal ilişki gösteren iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğinin tablo ve denklemle ifade edilmesini kapsamaktadır. Söz konusu kazanım, araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturan kovaryasyonel düşünme ile uyumlu olması nedeniyle seçilmiştir.

Araştırma kapsamında, 2 kız ve 2 erkek öğrenci olmak üzere toplam 4 öğrenci seçilmiştir. Öğrencilere dinamik bir öğrenme ortamı sağlanması amacıyla, geometri, cebir, hesap tabloları, grafik ve istatistiği birleştiren GeoGebra adlı dinamik matematik yazılımından faydalanılmıştır. Sekiz hafta süresince belirlenen program doğrultusunda, kazanımlarla ilgili olarak öğrencilere eğitim verilmiştir. GeoGebra yazılımı, farklı matematiksel disiplinlerin tek bir platformda bir araya getirilmesini sağlayarak öğrencilere kavramları daha derinlemesine anlama ve uygulama fırsatı sunmuş; bu sayede veri toplama sürecinde öğrencilerin teorik bilgilerini pekiştirmeleri ve kovaryasyonel düşünme becerilerini geliştirmeleri sağlanmıştır.

Dinamik Ortamda Cebir Öğretimi Çalışma Takvimi

Tablo 1. Dinamik Ortamda Cebir Öğretimi Çalışma Takvimi

Hafta	Süre (dk)	Çalışma İçeriği
1	40 dk	Dinamik ortamın tanıtımı. Metodun öğrencilerle paylaşılması.
1	40 dk	Ön testlerin uygulanması
2	80 dk	Bozuk para problemi
3	80 dk	Çap-çevre problemi
4	80 dk	Top-su yüksekliği problemi
5	80 dk	Yol-zaman problemi
6	40 dk	Odak grup görüşmeleri
7	40 dk	Son testlerin uygulanması
8	40 dk	Katılımcı günlüklerinin toplanması

Veri toplama süreci kapsamında, öğrencilerin matematiksel temsilleri kullanma ve yorumlama becerilerini anlamak amacıyla nitel analizlere dayalı çeşitli yöntemler uygulanmıştır. Dinamik bir ortamda öğretim alacak öğrencilere, GeoGebra uygulamasını kullanmadan önce başka bir uygulama ile çalışıp çalışmadıkları sorulmuş ve bu doğrultuda öğrencilerin GeoGebra ile çalışmaları sırasında kovaryasyonel akıl yürütme ve düşünme süreçleri gözlemlenmiştir. Bu süreçte, öğrenci-öğretmen diyalogları ayrıntılı bir şekilde incelenmiş, katılımcıların öğrenme deneyimlerini yansıtan günlüklerden elde edilen veriler analiz edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin çalışma yapraklarında yer alan çözümler ve açıklamalar değerlendirilerek matematiksel temsilleri kullanma becerileri hakkında derinlemesine bilgiler elde edilmiştir.

Öğrencilerin yazılım aracılığıyla matematiksel kavramları nasıl öğrendiklerini daha iyi anlamak için görev tabanlı görüşmeler düzenlenmiş, bu görüşmelerde öğrencilerin tutarlı sözlü açıklamalar yapmaları ve grafikler oluşturarak düşüncelerini ifade etmeleri teşvik edilmiştir. Görüşmelerin yazılı dökümleri bizzat araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiş, öğrencilerin denklem yazma, tablo okuma ve yorumlama, grafik çizme ve grafiklerle ilgili akıl yürütme süreçleri detaylı bir şekilde gözlemlenmiştir. GeoGebra ile etkileşimde buldukları anlar ekran kaydedici ile kayıt altına alınmış ve bu kayıtlar, öğrencilerin yazılımı kullanarak matematiksel

kavramları nasıl öğrendiklerine dair önemli veriler sağlamıştır. Öğrencilerin yaptığı açıklamalar da yazılı olarak not edilmiştir.

Veri çeşitliliğini artırmak amacıyla, yalnızca öğrenci gözlemlerine dayanmayan bir yaklaşım benimsenmiş; gözlem formları, araştırmacı günlükleri ve doküman incelemesi gibi farklı veri toplama yöntemlerinden yararlanılmıştır. Bu kapsamlı yaklaşım sayesinde, araştırma sürecinde daha zengin ve çok yönlü bir veri seti oluşturulmuştur. Tüm bu veriler, nitel analiz teknikleriyle sistematik olarak çözümlenmiş ve yorumlanmış, öğrencilerin dinamik bir yazılım ortamında matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerini geliştirme süreçleri üzerine derinlemesine bilgi sağlanmıştır. Araştırmanın amaçlarına ulaşılmasında bu süreç büyük katkı sunmuştur.

3.8. Veri Analizi

Öğretim deneyinde nitel veriler, öğrencilerin düşünce süreçlerini, deneyimlerini ve duygusal tepkilerini daha iyi anlayabilmek amacıyla kullanılmıştır. Kovaryasyonel akıl yürütmeyi inceleyen bu öğretim deneyinde nitel veri toplama amacıyla çeşitli yöntemler tercih edilmiştir. Öğrencilerle hem bire bir hem de grup görüşmeleri düzenlenmiş, bu görüşmelerde öğrencilerin kovaryasyonel akıl yürütmeyi nasıl anladıkları, öğrenme deneyimleri sırasında karşılaştıkları zorluklar ve zorlandıkları konular ele alınmıştır. Ayrıca, bireysel ve grup içi gözlemler yapılarak, öğrencilerin bu süreçlerde nasıl bir akıl yürütme sergiledikleri detaylı bir şekilde gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin öğrenme materyalleriyle nasıl etkileşimde buldukları ve hangi kazanımların onlar için daha zorlayıcı olduğu belirlenmiştir. Farklı veri toplama araçlarından elde edilen veriler sürekli olarak karşılaştırılarak, öğretim deneyine sürekli ve geriye dönük analizlerle destek sağlanmıştır. Bu süreçte, betimsel ve içerik analiz yöntemi kullanılarak verilerin ayrıntılı bir analizi gerçekleştirilmiştir. Betimsel analiz, araştırma sürecinde verilerin daha derinlemesine anlaşılmasını sağlayan etkili bir yöntem olarak kullanılmıştır. Bu bağlamda, Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen veri analizi modelleri de yol gösterici olmuştur. İçerik analizi tekniği, kitle iletişim araçlarındaki içeriğe yönelik olarak ortaya çıkmış olan hem nitel hem de nicel araştırmaların yapılabildiği bir tekniktir (Alanka, 2024). Bu yöntem, metin veya söylem içeriğinde bulunan temel unsurları belirlemek, sınıflandırmak ve yorumlamak amacıyla kullanılan sistematik, metodolojik ve nesnel bir yaklaşımdır. Belirli kategoriler veya kodların bir metin ya da görsel içindeki varlığını analiz etmek için yapılandırılmış bir şekilde uygulanmaktadır (Robert ve Bouillaget, 1997).

Aydın (2023), nitel araştırmalarda içerik analizi genellikle iki aşamada gerçekleştirilir: İlk aşama, analizin temelini oluşturur ve verilerin betimleyici bir Şekilde açıklanmasına dayanır. Bu aşamada, herhangi bir yorum veya varsayım yapılmaksızın, yalnızca ifade edilen, belgelenen veya gözlemlenen unsurlar kaydedilir. İkinci aşamada ise, verilen yanıtların ne anlama geldiği, neyin ima edildiği veya hangi sonuçların çıkarılabileceği üzerine yorumlayıcı bir analiz yapılır.

Geçerlik ve Güvenirlik

Geçerlik, bir ölçme aracının, amaçlandığı olguyu doğru bir Şekilde ölçüp ölçmediğini belirlemeye yönelik kritik bir unsurdur. Nicel araştırmalarda, geçerlik ölçme aracının gerçek değeri ne kadar doğru yansıttığıyla ilgilenirken; nitel araştırmalarda, araştırmacının gözlemlendiği olguyu nesnel ve yansız olarak değerlendirmesiyle ilişkili olarak ele alınır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Ölçme araçlarının geçerlik ve güvenirliliği, uzman görüşleri, faktör analizi, güvenilirlik katsayıları ve bağımsız kodlayıcı analizleriyle değerlendirilmiştir (Şimşek ve Yıldırım, 2013; Miles ve Huberman, 1994; Patton, 2002; Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Bu araştırmada kullanılan ön test-son test sorularının ve görüşme formlarının, 8. sınıf matematik müfredatı ve kovaryasyonel akıl yürütme becerileriyle ilgili literatüre uygunluğu, iki ölçme-değerlendirme uzmanı, bir matematik eğitimi akademisyeni ve bir deneyimli matematik öğretmeni tarafından incelenmiştir. Uzman görüşleri ışığında soru köklerinde sadeleştirme, açık uçlu soruların yapısının düzenlenmesi ve matematiksel kavramların daha net ifade edilmesi gibi iyileştirmeler yapılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini ölçmeye yönelik geliştirilen testin yapı geçerliliğini belirlemek için açımlayıcı faktör analizi (AFA) uygulanmıştır. Sonuçlar, testin tek faktörlü bir yapıya sahip olduğunu ve kovaryasyonel akıl yürütme becerilerini ölçmede uygun bir araç olduğunu göstermiştir (Hayton, Allen ve Scarpello, 2004).

Çalışmanın güvenilirliğini artırmak amacıyla farklı veri kaynaklarından elde edilen bilgiler birleştirilmiş ve analiz edilmiştir. Bu kapsamda öğrenci sınav sonuçları, öğretmen gözlemleri, bireysel ve grup görüşmeleri ile öğrenci günlükleri gibi çeşitli veri kaynaklarından yararlanılmıştır. Bu çok yönlü yaklaşım, analizlerin daha kapsamlı, tutarlı ve güvenilir olmasını sağlamıştır.

Nitel veriler, iki bağımsız kodlayıcı tarafından analiz edilmiştir. Öğrenci görüşmeleri ve günlükleri, bağımsız araştırmacılar tarafından kodlanmış ve belirlenen kategorilere göre

değerlendirilmiştir. Kodlama sürecinde bağımsız kodlayıcılar arasındaki güvenilirlik oranı hesaplanarak tutarlılık analiz edilmiştir. Elde edilen yüksek güvenilirlik oranı, analizlerin objektifliğini desteklemiş ve yorumlamalardaki tutarsızlıkları en aza indirmiştir.

Çeşitli veri kaynakları karşılaştırılarak doğruluk ve tutarlılık analizleri gerçekleştirilmiştir. Öğrenci günlüklerinde yer alan ifadeler ile öğretmen gözlemleri arasındaki ilişkiler incelenmiş, test sonuçları ile görüşmelerde dile getirilen öğrenme süreçleri arasındaki uyum değerlendirilmiştir. Bu süreçte, veri çeşitliliği kullanılarak çalışmanın kapsamı genişletilmiş ve bağımsız kodlayıcılar aracılığıyla yapılan analizlerle yorumlama hataları en aza indirilmiştir.

Çalışmada güvenilirliği en üst düzeye çıkarmak amacıyla bağımsız kodlayıcılar arası güvenilirlik ve veri çeşitliliği yöntemi birlikte kullanılmıştır. Bağımsız kodlayıcılar arası güvenilirlik, nitel veri analizlerinde kodlama sürecinin tutarlılığını sağlamış ve yorumlamalar arasındaki farklılıkları en aza indirmiştir.

Veri çeşitliliği yöntemi, farklı veri kaynaklarından elde edilen bilgileri bir araya getirerek bulguların doğruluğunu artırmış, sonuçların daha güvenilir olmasını sağlamıştır. Bu iki yöntemin birlikte uygulanması, çalışmada elde edilen verilerin bilimsel geçerliliğini ve güvenilirliğini artırarak daha sağlam sonuçlara ulaşılmasını mümkün kılmıştır.

Öğrenci günlükleri ve görüşme verileri, iki bağımsız araştırmacı tarafından kodlanmış ve Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği formül kullanılarak güvenilirlik hesaplanmıştır. Analiz sonucunda kodlama güvenilirliği %89 olarak belirlenmiştir. %80 ve üzeri güvenilir kabul edildiğinden (Patton, 2002), verilerin analizinde yüksek düzeyde güvenilirlik sağlandığı sonucuna ulaşılmıştır.

3.9. Etik Yönler

Çalışma boyunca etik kurallara uygun hareket edilmiştir ve katılımcıların haklarının korunmasına özen gösterilmiştir. Araştırma verilerinin gizliliği öncelikli hale getirilmiş, öğrencilerin kimliklerinin gizli tutulabilmesi amacıyla isimler takma adlarla değiştirilmiştir. Veriler güvenli bir şekilde muhafaza edilerek, yalnızca öğretmen-araştırmacı ve gözlemci olarak görev yapan tanık-öğretmenin erişimine açık tutulmuştur. Böylece, araştırmaya dahil olan öğrencilerin kişisel bilgilerinin ifşa edilmesi engellenmiştir.

Araştırmaya katılacak öğrencilerden ve velilerinden bilgilendirilmiş onam alınarak, katılımın tamamen gönüllülük esasına dayandığı güvence altına alınmıştır. Katılımcıların araştırmadan istedikleri zaman çekilme haklarının bulunduğu açıkça belirtilmiş, verilerin yalnızca bilimsel amaçlarla kullanılacağı ve kişisel bilgilerin raporlanmayacağı konusunda bilgilendirme yapılmıştır. Etik kurul onayı alınarak, tüm araştırma adımları ilgili etik standartlara uygun bir biçimde planlanmış ve uygulanmıştır. Böylece, araştırmanın etik bütünlüğünün korunmasına ve katılımcılar üzerinde olumsuz bir etki yaratmamasına özen gösterilmiştir.

Bu araştırma kapsamında gerekli etik izinler, Necmettin Erbakan Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırmalar Etik Kurulu'ndan alınmıştır. 10/11/2023 tarihli ve 11 sayılı toplantıda alınan karar ile çalışmanın etik kurallara uygun yürütülebileceği onaylanmıştır. Ayrıca, araştırmanın Konya'da gerçekteştirilmesi için Konya İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden de izin alınmıştır. 02/01/2024 tarihli ve E-83688308-605.99-93429055 sayılı Araştırma İzni konulu yazı ile araştırmanın ilgili kurumlarda yapılmasına yetki verilmiştir.

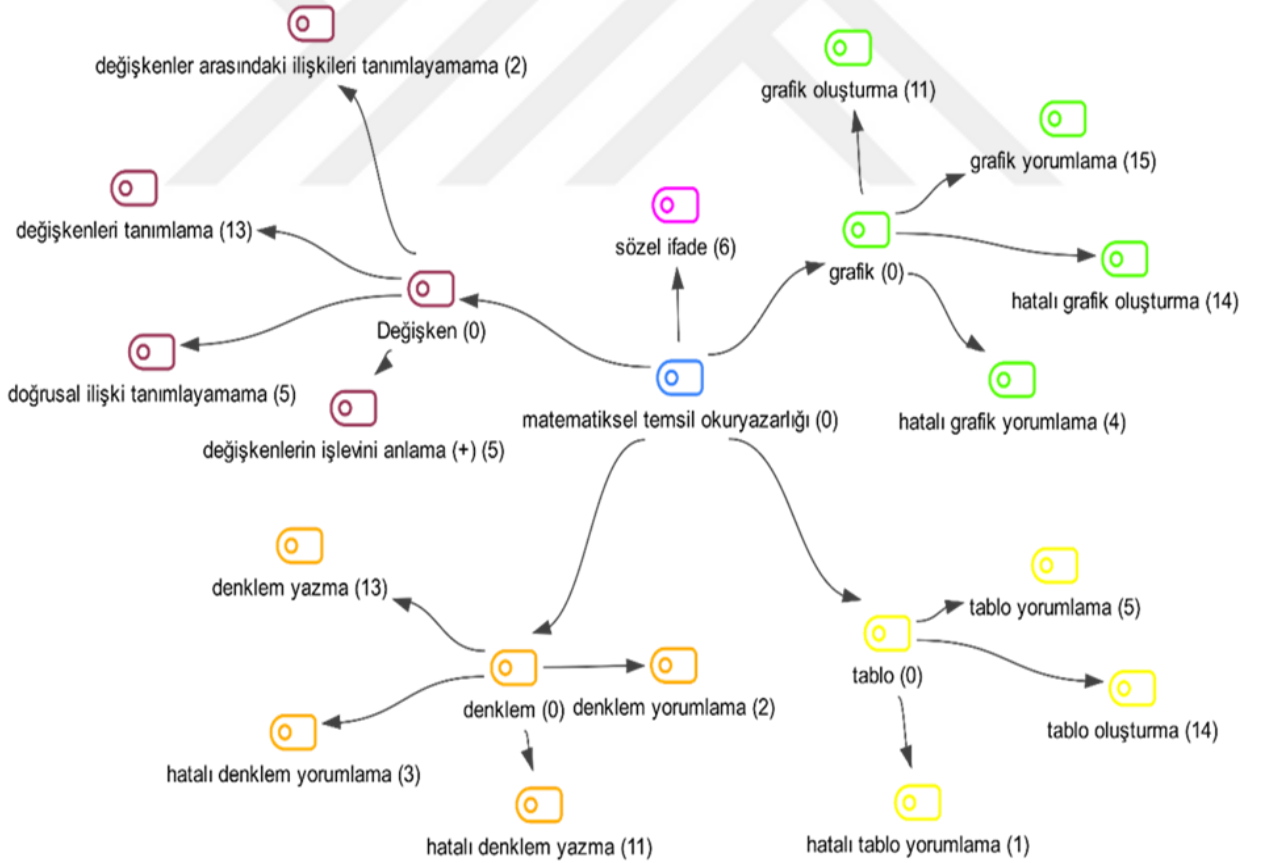
BÖLÜM 4

4. BULGULAR

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin dinamik ortamlarda etkileşirken temsilleri kullanımları ve yorumlamaları nasıldır?” sorusuna ilişkin bulgular aşağıda sunulmuştur.

Bu alt problem kapsamında, öğrencilerin matematiksel temsilleri kullanma durumlarını ve yorumlama becerilerini analiz etmek üzere veri toplama sürecinde çeşitli incelemeler gerçekleştirilmiştir. Elde edilen veriler, öğrenme sürecindeki temsillerin kullanımını, öğrencilerin yorumlama düzeylerini ve yeterliliklerini ortaya koyacak şekilde analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin matematiksel temsilleri kullanma ve yorumlama süreçlerindeki durumlarını görselleştiren Şekil 2’de özetlenmiştir.



Şekil 2. Öğrenme Sürecinde Matematiksel Temsillerin Kullanım Durumları

Şekil 2' de, katılımcı öğrencilerin matematiksel temsillerden özellikle tablo okuma ve oluşturma ile değişkenleri tanımlama konularında sorun yaşamadıkları görülmektedir. Bununla birlikte, etkinlik bağlamına bağlı olarak grafik, tablo ve denklem temsillerindeki yeterliliklerinin farklılık gösterdiği anlaşılmaktadır. Ayrıca, öğrencilerin sözel ifadelerle temsil etme konusunda daha çekingen davrandıkları dikkat çekmektedir.

Matematiksel temsillerin, yapılan etkinlik bağlamına göre farklılıklarını incelemek amacıyla kod matris tarayıcısı kullanılmıştır. Elde edilen bulgular Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 2. Matematik Temsillerin Etkinlik Kod Sistemi Matrisi

Kod Sistemi	yol-zaman	top-su	çap-çevre	bozuk para	TOPLAM
matematiksel temsil okuryazarlığı					0
Değişken					0
değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlayamama					0
değişkenleri tanımlama		■	■	■	12
değişkenlerin işlevini anlama (+)		■	■		5
doğrusal ilişki tanımlayamama		■			5
denklem					0
denklem yazma	■	■			9
denklem yorumlama	■				2
hatalı denklem yazma		■		■	3
hatalı denklem yorumlama	■				3
grafik					0
grafik oluşturma	■	■	■	■	9
hatalı grafik oluşturma	■	■	■	■	8
sözel ifade	■	■			6
tablo					0
hatalı tablo yorumlama					0
tablo oluşturma	■	■	■		8
tablo yorumlama					0
TOPLAM	22	28	12	8	70

Tablo 2'de sunulan kod matrisi, öğrencilerin matematiksel temsil okuryazarlığı kapsamında zorlandıkları alanları ve bu zorlanmaların frekanslarını göstermektedir.

Değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlayamama: Bu kategori hiç gözlemlenmemiştir. Bu durum, öğrencilerin değişkenler arasındaki bağlantıları anlamakta genel olarak zorluk yaşamadığını göstermektedir.

Değişkenlerin tanımlanması: Bu alt kategori, 12 kez gözlemlenmiş olup en yüksek frekansa sahiptir. Bu sonuç, öğrencilerin değişkenleri doğru bir şekilde anlamlandırmada belirli zorluklar yaşadığını işaret etmektedir.

Değişkenlerin işlevinin anlaşılması: Bu kategori, 5 kez gözlemlenmiştir. Bu, öğrencilerin değişkenlerin matematiksel ifadelerdeki rollerini tam anlamıyla kavrayamadığını göstermektedir.

Doğrusal ilişki tanımlayamama: 5 kez gözlemlenmiştir. Bu, öğrencilerin doğrusal ilişkileri tanımlamakta genel olarak daha az sorun yaşadığını ifade edebilir.

Denklem yazma ve denklem yorumlama: Denklem yazma 9 kez, denklem yorumlama ise 2 kez gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin sembolik temsillerle ifade oluşturma konusunda daha fazla zorluk yaşadığını, ancak bu ifadeleri yorumlamada daha az sorun yaşadıklarını göstermektedir.

Hatalı denklem yazma ve yorumlama: Her iki alt kategori, 3 kez gözlemlenmiştir. Bu, bazı öğrencilerin bu alanlarda hata yapmaya eğilimli olduğunu ifade etmektedir.

Grafik oluşturma: Bu kategori, 9 kez gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin grafik oluşturma sürecinde sık sık zorluk yaşadığını ve bu becerinin geliştirilmesi gereken bir alan olduğunu göstermektedir.

Sözel ifade: Bu kategori, 6 kez gözlemlenmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin matematiksel kavramları sözel olarak ifade etme becerilerinde zorluk yaşadığını göstermektedir.

Hatalı tablo yorumlama: Bu kategori hiç gözlemlenmemiştir. Bu durum, öğrencilerin tablo yorumlama sırasında daha az hata yaptığını ve bu konuda daha başarılı olduklarını gösterebilir.

Tablo oluşturma ve tablo yorumlama: Tablo oluşturma 8 kez gözlemlenirken, tablo yorumlama hiç gözlemlenmemiştir. Bu durum, öğrencilerin tablo oluşturma sürecinde zorluk yaşadığını, ancak tablo yorumlama konusunda herhangi bir sorun gözlenmediğini göstermektedir.

Tablo 2' deki kod matrisinde, öğrencilerin matematiksel temsillerle ilgili en çok değişkenlerin tanımlanması, denklem yazma, grafik oluşturma ve tablo oluşturma gibi alanlarda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Değişkenlerin tanımlanması en yüksek frekansa sahip kategori olarak öne çıkmış, bu durum öğrencilerin değişkenleri anlamlandırmada belirli eksiklikler yaşadığını göstermiştir. Denklem yazma ve grafik oluşturma süreçleri, öğrencilerin sembolik ve görsel temsillerle çalışma becerilerinde sıkça zorluk yaşadıklarını ortaya

koymaktadır. Ayrıca tablo oluşturma alanında da benzer şekilde zorluklar gözlenmiştir. Buna karşın, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlama ve tablo yorumlama gibi alanlarda daha az zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Özellikle değişkenler arasındaki ilişkilerin tanımlanamaması hiç gözlemlenmemiş, bu durum öğrencilerin bu konuda yeterlilik gösterdiğine işaret etmiştir. Tablo yorumlama sürecinde de herhangi bir hata ya da zorluk tespit edilmemiştir, bu da bu alanda daha az sorun yaşandığını göstermektedir.

Öğrencilerin matematiksel temsiller arasında geçiş yapma ve bu temsilleri kullanma becerilerinde belirgin bir farklılık bulunduğunu ortaya koymaktadır. Sembolik temsillerle ilgili süreçlerde, özellikle denklem yazma ve yorumlama alanlarında, öğrencilerin sıkıntı yaşadığı gözlenmiştir. Görsel temsillerde ise grafik oluşturma sürecinde daha sık zorluklarla karşılaştıkları anlaşılmıştır. Bu durum, matematiksel düşünme süreçlerinin temel kavramlara dayandığını ve bu kavramların öğrenciler tarafından farklı düzeylerde kavrandığını ortaya koymaktadır.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin dinamik bir ortamla etkileşim sırasında kovaryasyonel akıl yürütmeleri nasıldır?” sorusuna ilişkin bulgular aşağıda verilmiştir.

Bu alt problem kapsamında, kovaryasyonel düşünme süreçlerini birinci dereceden ilgilendiren değişken kavramına ilişkin kodlar tespit edilmiştir. Öğrencilerin değişkenleri tanımlama, değişkenler arasındaki ilişkileri kavrama ve anlamlandırma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği incelenmiş ve elde edilen bulgular genel olarak şu şekildedir:

“Çevrenin artması çapın artmasına bağlıdır” ifadesi, Emel’in bağımsız değişken (çap) ile bağımlı değişken (çevre) arasındaki doğrusal ilişkiyi anladığını göstermektedir. Bu tür ifadeler, öğrencilerin bir değişkenin değerinin artmasının diğer bir değişkenin değeri üzerindeki etkisini gözlemleyip ifade edebilme becerisini yansıtmaktadır. Değişkenler arasındaki bu tür doğrudan ilişkiler, öğrencilerin matematiksel bağlamda kovaryasyonel düşünme becerilerini ortaya çıkardığını göstermektedir.

“Suyun aldığı top ve cam kavanozdaki su miktarı arasında doğrusal bir ilişki vardı çünkü top sayısı arttıkça suyun yükselme miktarı da artar” ifadesi, araştırma sürecinde oluşturulan etkinlikler kapsamında öğrencilere yöneltilen sorulara dayanarak elde edilmiştir. Bu ifadeler, öğrencilerin bağımsız değişken olarak top sayısını, bağımlı değişken olarak ise

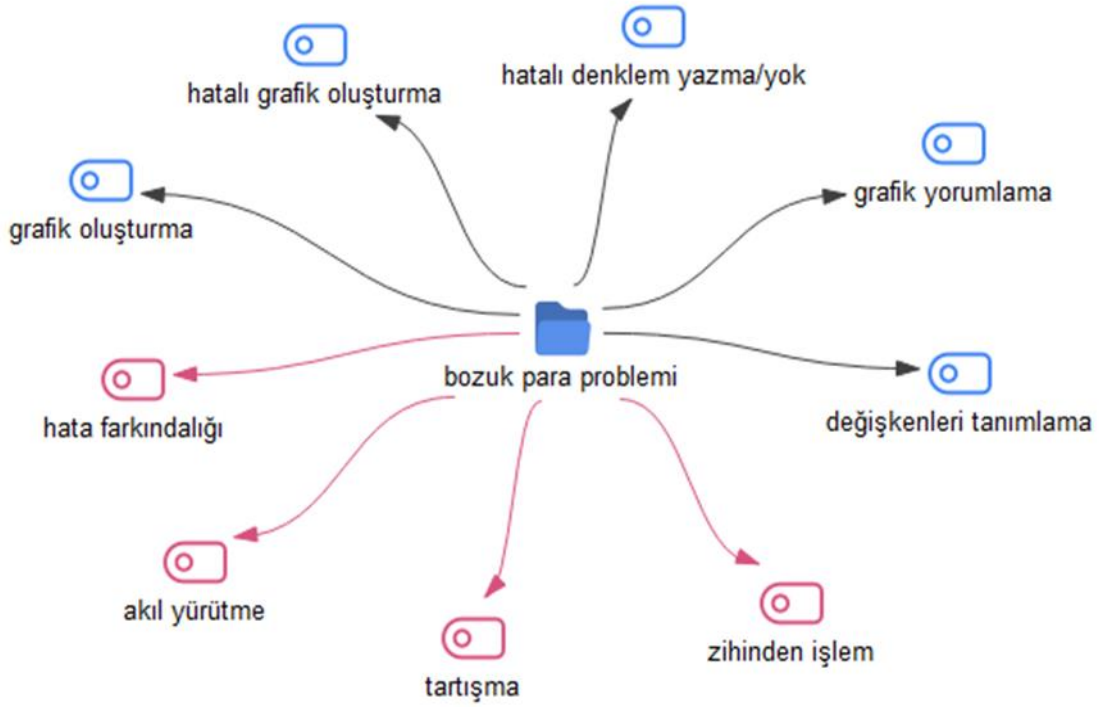
suyun yükselme miktarını belirleyerek değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi anlamlandırdığını göstermektedir. Bu bulgu, araştırmamızın ikinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin dinamik ortamlarla etkileşirken kovaryasyonel akıl yürütmeleri nasıldır?” sorusuyla doğrudan ilişkilidir.

Öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri sözel olarak ifade edebilme becerisi, kavramsal anlamayı göstermek açısından önemlidir. Şekilde yer alan “*Çevrenin artması çapın artmasına bağlıdır*” ve “*Suya atılan top ve cam kavanozdaki suyun yükselme miktarı arasında doğrusal bir ilişki vardı*” gibi öğrencilere ait gözlem ve çalışma yaprağı ifadeleri, öğrencilerin bağımsız ve bağımlı değişkenleri doğru bir şekilde belirleyip bu ilişkiyi sözel olarak açıklayabildiğini göstermektedir. Sözel ifadeler, değişkenlerin davranışlarını ve bu davranışlar arasındaki etkileşimi nasıl anlaşıldığı ve aktarıldığı konusunda yardımcı olmaktadır.

4.2.1. “Bozuk Para” Etkinliği Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular

Bu etkinlikte öğrenciler öncelikle bilgisayar sınıfında, bağımsız çalışacak şekilde oturtulmuş ve her birine Geogebra Classic kurulu masaüstü bilgisayarlar ve ayrıca düşünme süreçlerini yansıtacakları çalışma kağıtları verilmiştir. Etkinliğe başlamadan önce <https://www.youtube.com/watch?v=cTRw4D5WACk&t=23s> videosu giriş aşamasında güdüleyici uyarı olarak izletilmiştir. Video içeriğinde bahsedilen para biriktirme ile gerçek hayat durumundan hareketle “*Zeynep, içinde 20 TL bulunan kumbarasına her gün düzenli olarak 65 kuruş atma kararı alır. Kararının uygulanmasında son derece başarılı olan Zeynep düzenli olarak her gün kumbarasına 65 kuruş atar. 98. Gün sonunda Zeynep'in kumbarasındaki para ile ilgili olarak neler söyleyebilirsiniz?*” problemi öğrencilere yöneltilmiştir. Bu problemdeki verileri Geogebra programına girmeleri ve gözlem yapmaları istenmiştir. Geogebra Classic programında grafik, tablo, denklem pencerelerinde ve aynı zamanda kağıt üzerinde ifade etmeleri beklenmiştir.

Katılımcıların, “Bozuk Para” problemi bağlamında kovaryasyonel düşüncelerini ortaya çıkarmak için belge modeli tek vaka analizi yapılarak ortaya çıkarılan kodlar Şekil 3'te gösterilmiştir.

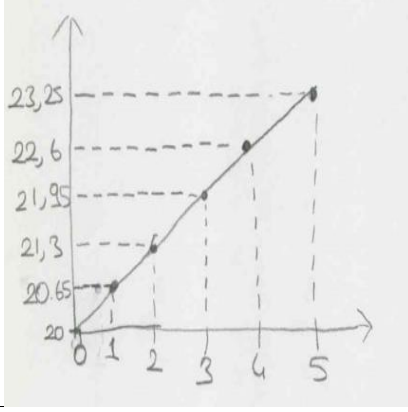


Şekil 3. “Bozuk Para” Problemi Kod Haritası

Şekil 3’te görüldüğü üzere, bozuk para etkinliğinde ortaya çıkarılan kodlar yer almaktadır. Buna göre ilgili probleme ilişkin temsil teması altında; *grafik oluşturma*, *hatalı grafik oluşturma*, *hatalı denklem yazma/yok*, *grafik yorumlama*, *değişkenleri tanımlama*, bilişsel süreçler teması altında; *tartışma*, *zihinden işlem*, *akıl yürütme*, *hata farkındalığı* belirlenmiştir.

Tablo 3. Bozuk Para Probleminde Belirlenen Kod ve Temalara İlişkin Örnek Alıntılar

Tema	Kod	Örnek Alıntı	Kaynak
	Grafik oluşturma		Ahmet, çalışma yaprağı, 1

Temsil	Hatalı grafik oluşturma		Begüm, çalışma yaprağı, 1
	Hatalı denklem yazma/yok	" $20x+98.0,65$ şeklinde formüle ederiz."	Bilal, görüşme, 1
	Grafik yorumlama	Grafik örüntülü bir şekilde artıyor.	Emel, grup görüşme, 1
	Değişkenleri tanımlama	Bağımlı değişken kalan para (TL), bağımsız değişken ise konuştuğu süre (dakika)	Ayşe, grup görüşme, 1
	Tartışma	Bilinmeyen bizim gün sayımız, eğer bunu sabit paramızın yanına koyarsak doğru bir sonuca ulaşamayız. Bilinmeyeni her gün attığımız para miktarının yanına koymalıyız. Böylelikle doğru bir sonuca ulaşırız.	Ayşe, grup görüşme, 1
Bilişsel süreçler	Zihinden işlem	98 ile 65'i çarpmak zor değil. Zihinden 98×65 'in çarpımından 98'e 2 ekleyip 100 yaptım. 65'ten de 2 çıkarıp 63 yaptım. 63×100 çarptım. Sonuca 20TL ekledim. O da 2.000 Kuruş yaptı. Yaklaşık olarak 8.8300 Kuruş yapar.	Ayşe, grup görüşme, 1
	Akıl yürütme	Hayır, soruya göre -16,75 TL çıkar. Sonuç akılcı değil.	Emel, grup görüşme, 1
	Hata farkındalığı	Evet, değişken de gün sayısını 2 (iki) yazmam gerekirken 1 (bir) yazmışım, hatamı düzeltiyorum	Emel, grup görüşme, 1

Tablo 3'e göre, örneğin, " $20x=98.0,65$ şeklinde formüle ederiz" ifadesi, öğrencinin doğru matematiksel modeli oluştururken hata yaptığını göstermektedir. Burada, matematiksel denklemin yanlış formülasyonu, değişkenleri doğru bir şekilde kullanamamasından kaynaklanmış olabilir. Hatalı grafik oluşturma (bozuk para, 45) kodunda, veri analizi sırasında grafiksel temsilde hata yapıldığı anlaşılmaktadır. Grafik oluşturma, öğrencilere verilerin görsel bir temsilini sunma ve bu verileri yorumlama imkanı tanır; bu nedenle bu hatalar, grafiksel düşünme ve görselleştirme becerilerinde gelişim ihtiyacını göstermektedir diyebiliriz. "Çünkü hocam 20'nin sabit olduğunu unuttum ya da bilinmeyen x terimi yanlış olabilir" (bozuk para,

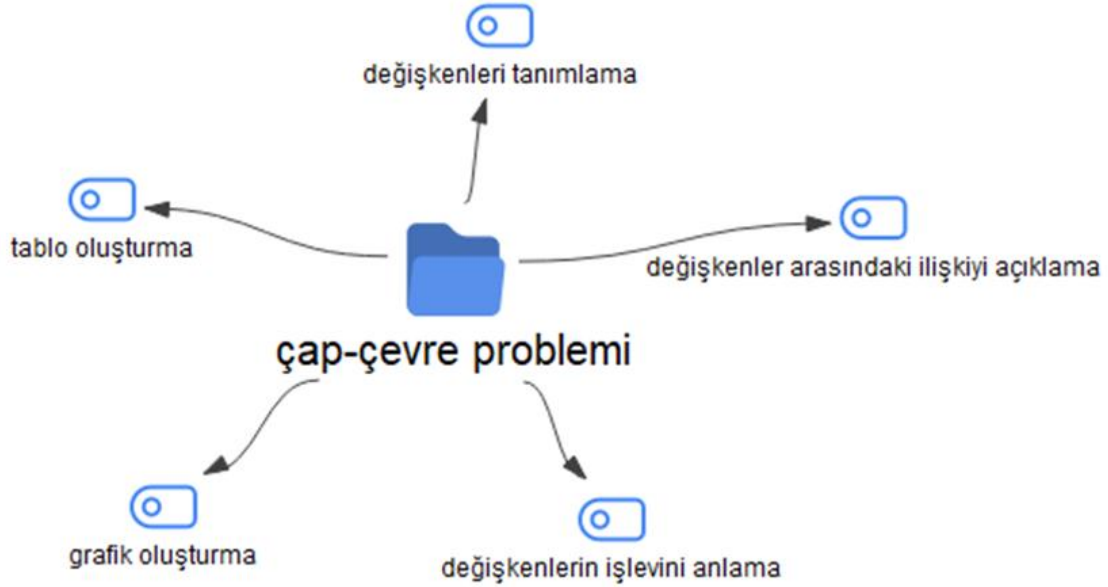
16) ifadesi, öğrencinin bir grafikteki veriyi yorumlarken karşılaştığı belirsizlikleri ve yanlış anlamaları yansıtmaktadır. Bu durum, öğrencinin sabit terimler ile değişkenler arasındaki farkı anlamakta zorlandığını göstermektedir.

Değişkenleri tanımlama kodunda örneğin: “Ben sonradan sabit terim olduğunu anladım. Bilinmeyen terimi, para teriminin yanına ekledim” (bozuk para, 20) ifadesi, öğrencinin değişkenleri ve sabit terimleri ayırt etmekte zorlandığını ve bu konuda kavramsal karışıklık yaşadığını göstermektedir. Bu, değişkenlerin ve sabit terimlerin matematiksel problemler içindeki rollerini anlamının önemini vurgulamaktadır.

Zihinden işlem kodunda “21,95 TL’si olur” (bozuk para, 34) ifadesi, öğrencinin zihinden işlem yaparak bir sonuç çıkardığını göstermektedir. *Akıl Yürütme süreci kodunda:* “Hayır soruya göre -16,75 TL çıkar” (bozuk para, 54) örneğinde, öğrencinin problem çözme sırasında yaptığı akıl yürütme hatası görülmektedir. Negatif bir sonucu anlamlandırma ve problemin mantığını yorumlama becerisindeki eksiklik dikkati çekmektedir. *Hata Farkındalığı kodunda* “Evet, değişken de gün sayısını 2 (iki) yazmam gerekirken 1 (bir) yazmışım, hatamı düzeltiyorum” (bozuk para, 40) ifadesi, öğrencinin hatasını fark edip düzeltme sürecini göstermektedir. Bu durum, öğrencinin kendi çözümlerini eleştirel bir bakışla gözden geçirebildiğini ve hata farkındalığı geliştirdiğini yansıtmaktadır.

Öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde karşılaştıkları zorluklar, çeşitli alanlarda gelişim ihtiyaçlarını ortaya koymaktadır. Hatalı denklem yazma, öğrencilerin doğru matematiksel modeli oluştururken karşılaştıkları zorlukları ve cebirsel becerilerindeki eksiklikleri yansıtmaktadır. Grafik oluşturma ve yorumlama hataları ise, öğrencilerin veri analizi ve görselleştirme becerilerinde güçlükler yaşadıklarını ve bu becerilerin geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir. Zihinden işlem yaparken yapılan hatalar, zihinsel hesaplama süreçlerinin doğru ve güvenilir olması için daha dikkatli bir eğitim sürecine ihtiyaç duyulduğunu ortaya koymaktadır. Akıl yürütme hataları, öğrencilerin problem çözme sırasında negatif sonuçları anlamlandırmada ve mantıklı yorumlar yapmada eksiklikler yaşadıklarını işaret eder. Değişkenleri tanımlama ve anlama konusunda yaşanan zorluklar ise, öğrencilerin matematiksel problemlerde değişkenlerin ve sabit terimlerin rollerini doğru şekilde anlamakta güçlük çektiklerini göstermektedir. Son olarak, hata farkındalığı, öğrencilerin kendi çözümlerini eleştirel bir bakış açısıyla gözden geçirebilmelerini ve hata düzeltme becerilerinin geliştiğini gösterirken, bu sürecin daha da güçlendirilmesi gerektiğini vurgular. Öğrencilerin

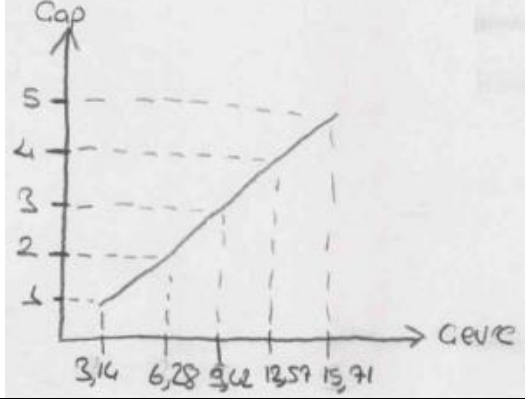
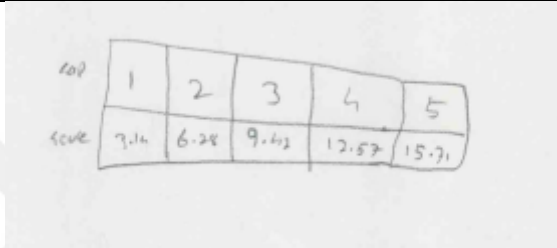
Katılımcıların, çap-çevre etkinliği bağlamında kovaryasyonel düşüncelerini ortaya çıkarmak için belge modeli tek vaka analizi yapılarak ortaya çıkarılan kodlar Şekil 4'te gösterilmiştir.



Şekil 5. “Çap-Çevre” Problemi Kod Haritası

Şekil 5’e göre “Çap-çevre problemi” bağlamında ortaya çıkarılan kodlar tek tema altında toplanmış ve bunlar; değişkenleri tanımlama, değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklama, değişkenlerin işlevini anlama, grafik oluşturma, tablo oluşturma olarak belirlenmiştir. Buna göre genel olarak çap –çevre probleminde zorlanılmadığı söylenebilir. Ayrıntılı bulguları yorumlamak için kodlara ilişkin örnek alıntı tablosu Tablo 4’e verilmiştir.

Tablo 4. Çap -Çevre Probleminde Belirlenen Kod ve Temalara İlişkin Örnek Alıntılar

Tema	Kod	Örnek Alıntı	Kaynak
Grafik oluşturma			Ahmet, çalışma yaprağı, 2
Tablo oluşturma			Bilal, çalışma yaprağı, 2
Değişkenleri tanımlama		<p>Bağımsız değişken → Çap Bağımlı değişken → Çemberin çevresi</p>	Ayşe, çalışma yaprağı, 2
Temsil	Değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlama	<p>Çapı büyüttükçe çevre de büyüyor. 1'er 1'er arttırınca birbirinden 3,14 cm büyüyor. Bence bu π'den kaynaklanıyor.</p>	Ayşe, çalışma yaprağı, 2
	Değişkenlerin işlevini anlama	<p>Çap kaç birim artarsa çevre de Yani çapına x dersen çevre de Çap arttıkça çemberin çevresidir. Çap</p>	Emel çalışma yaprağı, 2

Tablo 4'te görüldüğü üzere; Ahmet'in çalışma yaprağından sağlanan grafik örneği, öğrencinin grafik temsilde bu problemde görselleştirme becerisini ortaya koymaktadır. Grafik oluşturma, öğrencinin değişkenleri ilişkilendirme ve bu ilişkiyi görselleştirme sürecini göstermektedir. Bu tür bir temsil, öğrencinin doğrusal ilişkiyi anlamasını ve ilişkilendirmesini kolaylaştırır. Tablo yapma ise, sayısal verileri düzenleme ve sistematik bir şekilde sunma

becerisini göstermektedir. Bu tür bir tablo, verilerin analiz edilmesine ve grafik oluşturma sürecine temel sağlamaktadır. Bilal'in ve tüm öğrencilerin bu problemde doğru bir şekilde tablo oluşturduğu gözlemlenmiştir, bu da onun problem çözme sürecinde düzenleme ve sistematik düşünme becerilerine sahip olduğunu göstermektedir.

Bağımsız ve bağımlı değişkenleri açık bir şekilde tanımlaması, matematiksel modellerin temelini oluşturmak için kritik bir adımdır. Bu beceri, öğrencinin problemdeki değişkenlerin rollerini anlamasına ve bu değişkenleri ilişkilendirmesine olanak tanımaktadır. Ayşe'nin değişkenleri doğru bir şekilde tanımladığı göz önüne alındığında, problem çözme sürecine anlamlı bir başlangıç yaptığı söylenebilir.

Değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlama kovaryasyonel düşünmenin temelini oluşturur. Özellikle çap ile çemberin çevresi arasındaki ilişkiyi açıklarken kullandığı "*çap büyüdükçe çevre de büyür*" ifadesi, doğrusal ilişkiyi anlادığını ortaya koymaktadır. Bu, öğrencinin matematiksel düşünme becerisinin gelişmiş olduğunu göstermektedir.

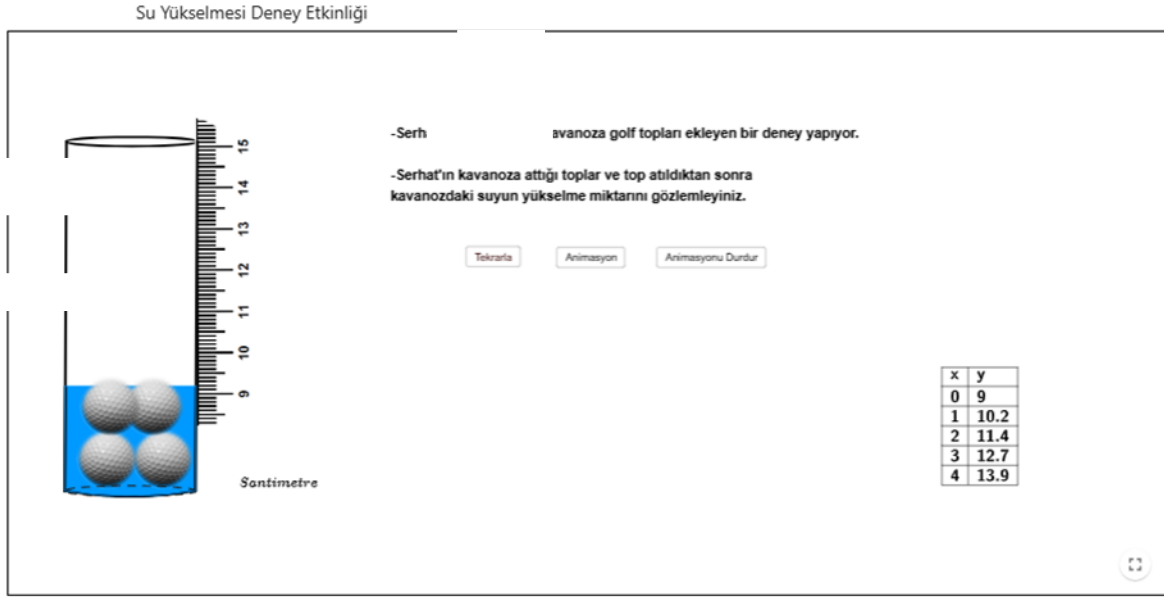
Emel'in değişkenlerin işlevini açıklamaya yönelik ifadesi, öğrencinin matematiksel ifadeler arasında ilişki kurma yeteneğini sergilemektedir. Çap ve çevre arasındaki ilişkinin "*çevre = çap x π* " formülüyle ifade edilmesi, öğrencinin çemberle ilgili matematiksel ilişkiyi kavrayabildiğini ve bu ilişkiyi formüle dökülebildiğini göstermektedir. Bu tür bir açıklama, kavramsal anlayışın derinleştiğini ve öğrencinin matematiksel modelleme becerisinin gelişmiş olduğunu göstermektedir.

Genel olarak bu etkinlikte öğrenciler zorlanmamış ve değişkenlerin arasındaki ilişkiyi rahatlıkla ortaya koyabilmişlerdir. Tablodaki veriler ve alıntılar, öğrencilerin matematiksel temsillerle ilgili doğru yanıt verdiklerini yansıtmaktadır. Grafik oluşturma ve tablo düzenleme becerileri, öğrencilerin verileri görselleştirme ve düzenleme yeteneklerini sergilerken; değişkenleri tanımlama ve değişkenler arasındaki ilişkiyi anlama kodları, öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerilerini ortaya koymaktadır.

4.2.3. "Top-Su" Etkinliği Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular

Bu etkinlik kapsamında öğrencilerin *su içeren cam kavanoza atılan golf toplarının suyu yükseltme miktarları ile ilişkisini* ortaya çıkarmayı içermektedir. Bu kapsamda yine öğrencilere ilgili GeoGebra materyal sunulmuş ve bu kez GeoGebra'nin animasyon özelliğini kullanarak öğrencilerden gözlemlerini, çıkarımlarını yazmaları istenmiş ve sözlü olarak da

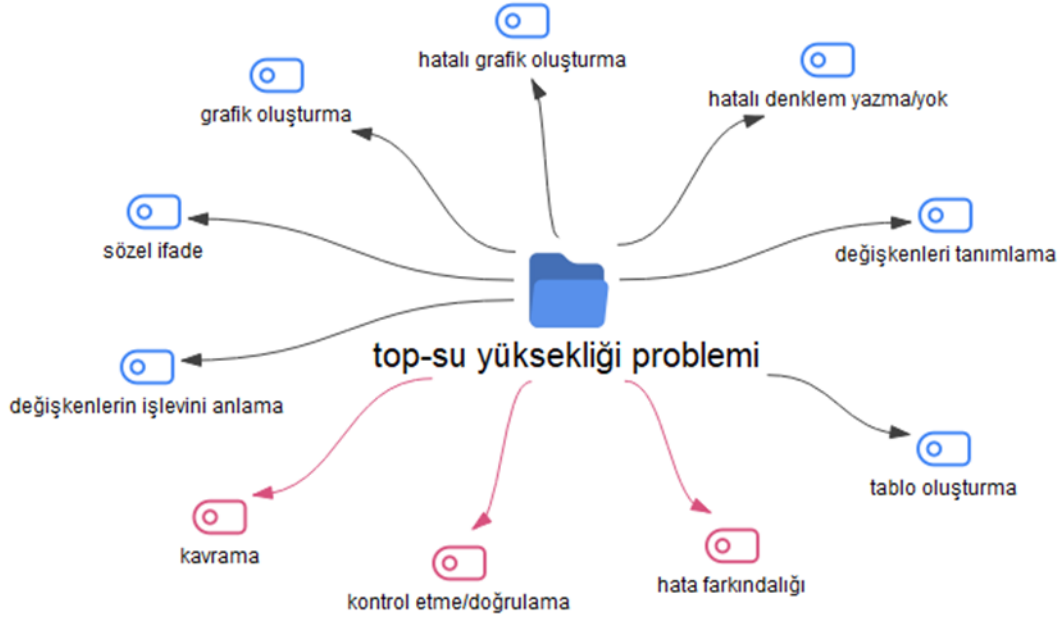
paylaşabilecekleri belirtilmiştir. Etkinlik kapsamında kullanılan materyal görseli Şekil 6’da verilmiştir.



Buna göre, suya atılan top ve cam kavanozdaki su yüksekliği arasında doğrusal bir ilişkiden söz edilebilir mi?

Şekil 6. “Top-Su Etkinliği” materyali <https://www.geogebra.org/m/djitepac>

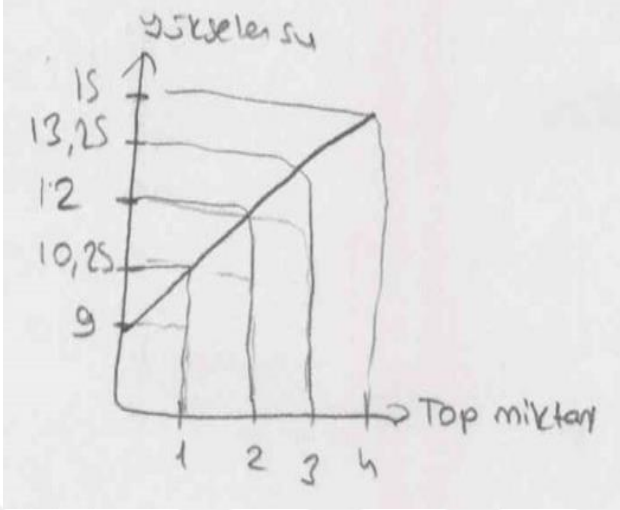
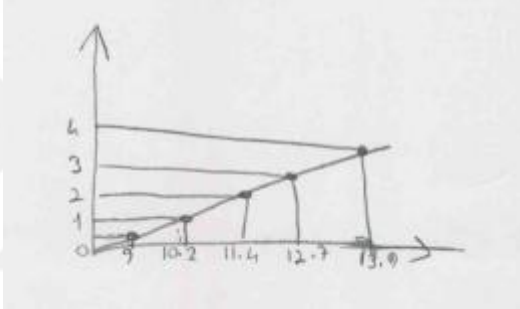
Katılımcıların, top-su etkinlik bağlamında kovaryasyonel düşüncelerini ortaya çıkarmak için belge modeli tek vaka analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 7’de gösterilmiştir.

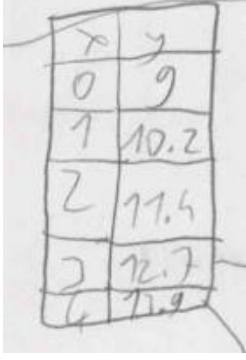


Şekil 7. "Top-Su" Problemi Kod Haritası

Şekil 7’de görüldüğü üzere “Top-su” problemine ilişkin ortaya çıkarılan kodlar iki tema altında toplanarak; grafik oluşturma, hatalı grafik oluşturma, hatalı denklem yazma, değişkenleri tanımlama, tablo oluşturma, hata farkındalığı kontrol etme/ doğrulama, kavrama, değişkenlerin işlevini anlama, sözel ifade etme olarak tespit edilmiştir. Aşağıda ise Tablo 4’te öğrencilerin grafik oluşturma, sözel ifade, değişken tanımlama, kavrama ve diğer matematiksel analizlerde karşılaştıkları güçlü ve zayıf yönleri göstermektedir.

Tablo 5. “Top-su” Probleminde Belirlenen Kod ve Temalara İlişkin Örnek Alıntılar

Tema	Kod	Örnek Alıntı	Kaynak
	Grafik oluşturma		Ayşe, çalışma yaprağı,3
Temsil	Hatalı grafik oluşturma		Bilal, çalışma yaprağı, 3
	Hatalı denklem yazma/yok	$y = 9$ $2x = 9 + 1.2$ $3x = 9 + 2 + 1.2$ $4x = 12.7 + 1.2$	Bilal, çalışma yaprağı, 3
		<i>Oluşturmuş olduğum denklem $y=9+x$</i>	Emel, grup görüşme
	Değişkenleri tanımlama	<i>Bağımsız değişken = x (top sayısı)</i> <i>Bağımlı değişken = y (suyun yüksekliği)</i>	Bilal, grup görüşme

Tablo oluşturma		Ahmet, çalışma yaprağı, 3	
Değişkenlerin işlevini anlama	<p>Top ve suyun yükselme miktarı arasında doğrusal ilişki varmı? Var. Top sayısını ne kadar arttırırsak yükselme miktarıda artar. Bunun tek nedeni top sayısını arttırmak değil bence. Topun kapladığı alan da önemli. Buna başlıolarak suyun yükseklik seviyesinde artar.</p>	Ayşe, çalışma yaprağı, 3	
Sözel ifade	<p>Çünkü Z, adında kadar doğrusal ilişki varken 3. adında 0,91 olduğu için doğ. ili. yoktur.</p>	Ahmet, çalışma yaprağı, 3	
Kavrama	<p>Renkleri: 1, 2 x + 9 olması lazım ama öyle değil.</p>	Ahmet, çalışma yaprağı, 3	
Bilişsel süreçler	Kontrol etme	<p>Grafiğe baktığımızda doğrunun noktalarını kontrol ettiğimizde, grafik çizgisinin noktalarının aynı yönlerden geçmediğini görmekteyiz. Dolayısıyla denklem doğrusal denklem değildir. Doğrusal denklem sağlamıyor.</p>	Bilal, grup görüşme
	Hata farkındalığı	<p>9'dan (dokuz) başladığı için doğrusal denklem oluşturamaz. demiştim bununla ilgisi yokmuş ki</p>	Ayşe, grup görüşme

Tablo 5’te verilere göre, ortaya çıkan kodlar diğer etkinliklere göre daha yoğun olduğu göze çarpmaktadır. Ayşe'nin çalışma yaprağında, toplam top miktarı ile su yüksekliği arasındaki ilişkiyi temsil eden grafik doğru olarak belirlenmiştir. Grafik eksenlerinin doğru şekilde etiketlendiği ve verilerin uygun bir şekilde grafik haline getirildiği gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencinin bağımlı ve bağımsız değişkenleri doğru şekilde ilişkilendirebildiğini ve bu ilişkiyi görselleştirme becerisine sahip olduğunu göstermektedir. Bilal'in grafik oluşturma sürecinde eksen ölçeklendirme hataları yaptığı ve verilerin grafik üzerinde yanlış bir şekilde temsil edildiği gözlemlenmiştir. Bu, öğrencinin grafik okuryazarlığında desteklenmesi gerektiğini göstermektedir. “*Grafığın nokta yerleştirme ve eksen ölçeklendirme hataları gözlemlendi.*” (Araştırmacı Notu)

Hatalı Denklem Yazma: Bilal'in oluşturduğu denklemde, bağımsız değişken ve sabit terimler arasında mantıksal bir ilişki kurulamadığı gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencinin denklemleri oluştururken dikkat edilmesi gereken temel kavramlarda eksiklik yaşadığını göstermektedir. “*Oluşmuş denklem $y = 9 + x$. Denklem, 9'dan başlaması nedeniyle problemle uyumsuz.*” (Bilal) Ayşe'nin bağımsız ve bağımlı değişkenleri doğru bir şekilde tanımlayabildiği ve değişkenlerin işlevini net bir şekilde ifade edebildiği gözlemlenmiştir. Bu, öğrencinin problemdeki temel ilişkileri anlamlandırma becerisini göstermektedir. “*Bağımsız değişken = x (top sayısı), bağımlı değişken = y (suyun yüksekliği).*” (Ayşe)

Ahmet'in oluşturduğu tablo, verilerin sistematik bir şekilde düzenlenmesini ve analiz edilmesini kolaylaştırmaktadır. Verilerin mantıklı bir şekilde sıralandığı ve “*Tabloya baktığımızda, bağımsız değişken olan top sayısı ve bağımlı değişken olan suyun yükselme miktarı arasında düzenli bir ilişki kurulmuş.*” (Araştırmacı Notu)

Diğer etkinliklerden farklı olarak bilişsel süreçler daha belirgin bir şekilde gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin farklı bir veriyle karşılaştıkları sıra dışı bir grafik tanışmalarından kaynaklı olabilir. Bu farklı kodlar hata farkındalığı, kontrol etme ve kavrama olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin kendi yaptıkları hataları fark edebilmeleri, onların problem çözme sürecinde öz değerlendirme becerilerini geliştirdiklerini göstermektedir. Ayşe'nin hata farkındalığı örneği, bu beceriyi destekler niteliktedir.

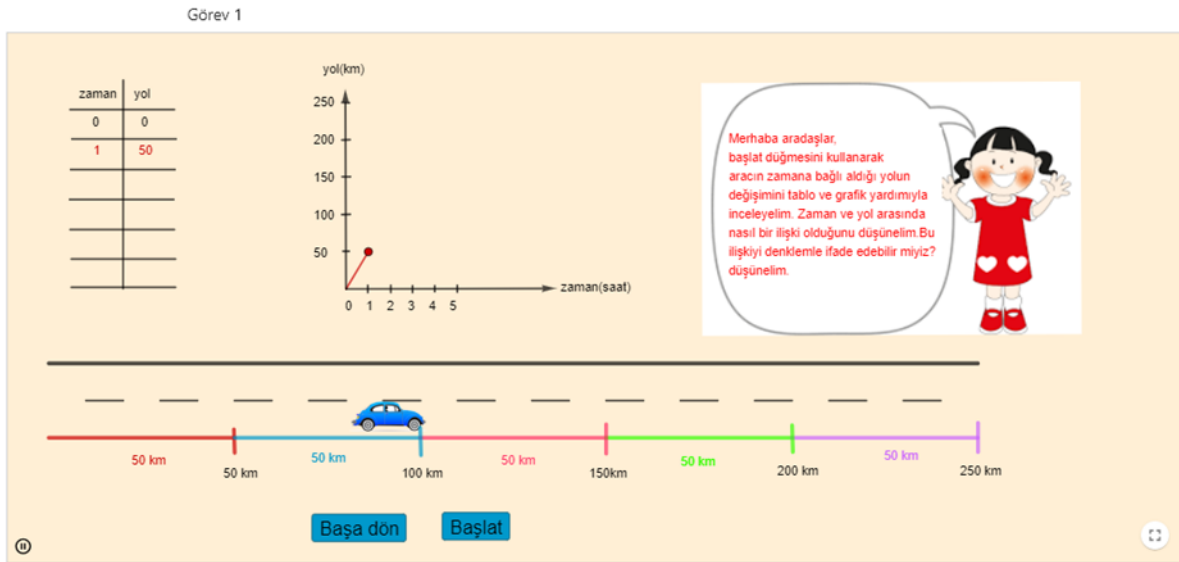
“*9'dan başladığı için doğrusal denklem oluşturamaz demiştim denklemin buna ilgisi yokmuş ki.*” – (Ayşe) Bilal'in grafikteki noktaların doğruluğunu kontrol ettiği gözlemlenmiştir. Bu, öğrencinin çözüm sürecinde kendi doğruluğunu sorgulayabildiğini göstermektedir.

“Grafiğe baktığımızda doğruluk kontrol ettim ancak noktaların yerleştirme hatası vardı.” – (Bilal)

Kavrama: Ahmet’in değişkenler arasındaki ilişkiyi kavrama düzeyi, problemin temel özelliklerini anladığını ve doğru ilişkiyi temsil edebildiğini göstermektedir.

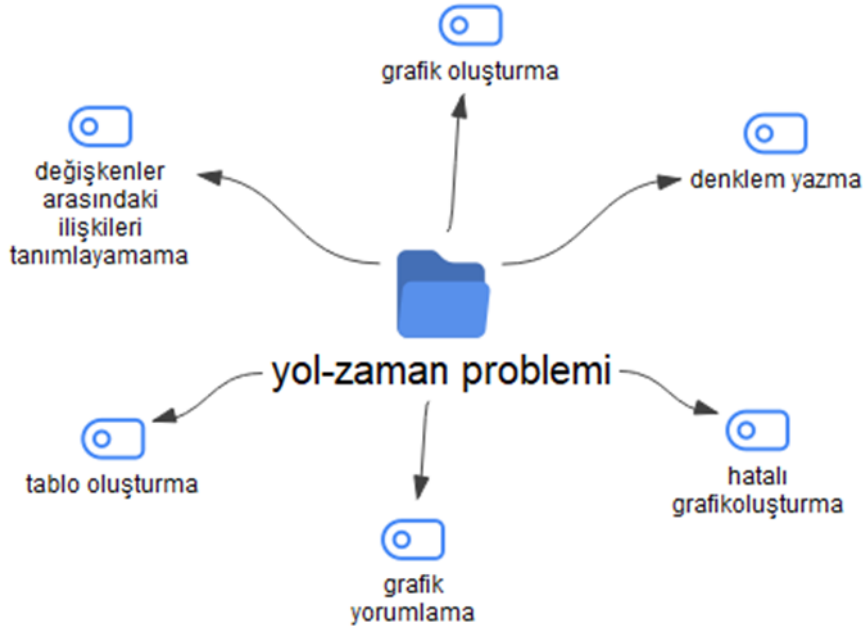
4.2.4. “Yol-Zaman” Problemi Bağlamında Kovaryasyonel Düşünmeye İlişkin Bulgular

Bu etkinlik kapsamında zamana bağlı arabanın aldığı yolun matematiksel ilişkisini gösteren animasyon ve temsillerin hareketi gözlemlenilerek “Etkinlikteki arabanın başlangıç konumu 20 olsaydı tabloda neler değişirdi?” problemine ilişkin tablo grafik denklem sözel ifade vb. temsillerle ifade edebilmeyi içermektedir. Bu kapsamda öğrencilere yol zaman ilişkisini GeoGebra’nın düğme özelliğinden hareketle öğrencilerden gözlem ve çıkarım yapmaları beklenmiştir. Etkinlikte kullanılan GeoGebra görseli Şekil 7’de verilmiştir:



Şekil 7. “Yol-zaman” etkinliği materyali. <https://www.geogebra.org/m/ms74qkqe>

Katılımcıların, yol-zaman etkinliği bağlamında kovaryasyonel düşüncelerini ortaya çıkarmak için belge modeli tek vaka analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 9’da gösterilmiştir.



Şekil 8. "Yol-Zaman" Problemi Kod Haritası

Şekil 8’e göre yol zaman problemindeki kodların; grafik oluşturma, denklem yazma, hatalı grafik oluşturma, grafik yorumlama, tablo oluşturma, değişkenler arası ilişkiyi tanımlayamama olduğu görülmektedir.

Tablo 6. “Yol-Zaman” Probleminde Belirlenen Kod ve Temalara İlişkin Örnek Alıntılar

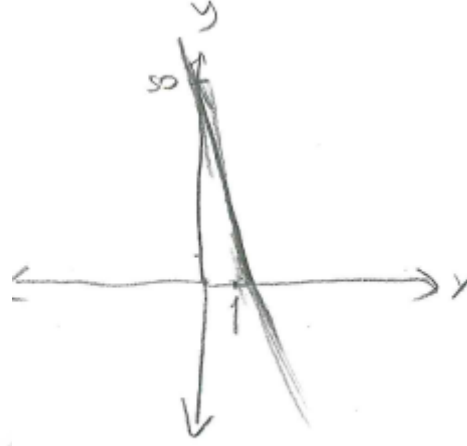
Tema	Kod	Örnek Alıntı	Kaynak
	Grafik oluşturma		Ahmet, çalışma yaprağı, 4

Denklemler yazma

$$y = 50x + 20$$

Ahmet,
çalışma yaprağı, 4

Hatalı grafik oluşturma



Ayşe,
çalışma yaprağı, 4

Temsil

Grafik yorumlama

50 km yi 1 saatte

50 km yi yarım saatte
30 dk

5 km yi 3 dk

Emel,
çalışma yaprağı, 4

Tablo oluşturma

x	y
1	70
2	120
3	170
4	220

Ahmet,
çalışma yaprağı, 3

Değişkenler arasında ilişki tanımlayama

Bence $y=50x$ kesin orijinden geçmez doğrusal ilişki var mı yok mu?..Kafam karıştı.

Ayşe, grup görüşme, 4

Tablo 6'ya göre, Ahmet'in oluşturduğu grafik, eksenlerin doğru şekilde etiketlendiğini ve verilerin uygun bir şekilde grafik haline getirdiğini göstermektedir. Grafik oluşturma becerisinde başarılı olan Ahmet, bağımsız ve bağımlı değişkenleri doğru bir şekilde ilişkilendirmiştir. *“Grafiğin eksenleri düzgün çizilmiş ve doğrusal ilişki net bir şekilde gösterilmiş.”* (Ahmet, çalışma yaprağı, 4). Bu doğru grafik, öğrencinin matematiksel temsilleri görselleştirme becerisinin gelişmiş olduğunu ortaya koymaktadır.

Ahmet'in denklemi yazarken doğrusal ilişkiyi doğru şekilde ifade ettiği, ancak matematiksel gösterimde hata yaptığı gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencinin kavramsal anlayışta doğru bir ilerleme kaydettiğini, ancak matematiksel sembollerle ifade etme sürecinde desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. *“ $y = 50x+20$ gibi doğru bir ilişkiyi ifade etmiş, olduğu görülmektedir.”* (Ahmet, çalışma yaprağı, 4)

Ayşe'nin grafiğinde eksenler doğru ölçeklendirilmiş olsa da, verilerin grafik üzerinde yanlış yerleştirildiği ve grafiğin genel formunun doğrusal ilişkiyi temsil etmediği gözlemlenmiştir. Bu, öğrencinin grafik oluşturma sürecinde bazı kavramsal eksiklikleri olduğunu göstermektedir. 50'den itibaren azalan bir grafik çizmiş ve *“ $y=50x$ olduğunu dile getirmiştir.”* (Ayşe, görüşme, 4)

Emel'in grafikteki verileri doğru bir şekilde yorumladığı ve bu yorumun matematiksel ilişkiye dayandığı gözlemlenmiştir. Öğrencinin bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi anlayabildiği ve bu ilişkiyi sözlü olarak ifade edebildiği görülmüştür. *“50 km'yi 1 saatte gidiyor, yarım saatte 30 km, bu doğru bir oranı gösteriyor.”* (Emel, çalışma yaprağı, 4)

Ahmet'in tablosu, bağımsız değişkenlerin (x) ve bağımlı değişkenlerin (y) değerlerini düzenli bir şekilde temsil etmektedir. Bu düzen, öğrencinin verileri organize etme ve anlamlandırma becerisini ortaya koymaktadır. *“Tablo düzenli ve değerler arasındaki doğrusal ilişki net bir şekilde görülüyor.”* (Ahmet, çalışma yaprağı, 3)

Ayşe'nin grup tartışmasında, bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlamakta zorlandığı ve bu durumun kafa karışıklığına yol açtığı gözlemlenmiştir. Bu, öğrencinin kavramsal anlayışında eksiklik olduğunu göstermektedir. *“Bence $y = 50x$ kesin orijinden geçmez, doğrusal ilişki var mı yok mu? Kafam karıştı.”* (Ayşe, grup görüşme, 4)

Bu bulgular, öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları matematiksel temsiller ve bu temsillerle ilgili kavramsal becerilerini anlamak için zengin bir veri sunmaktadır.

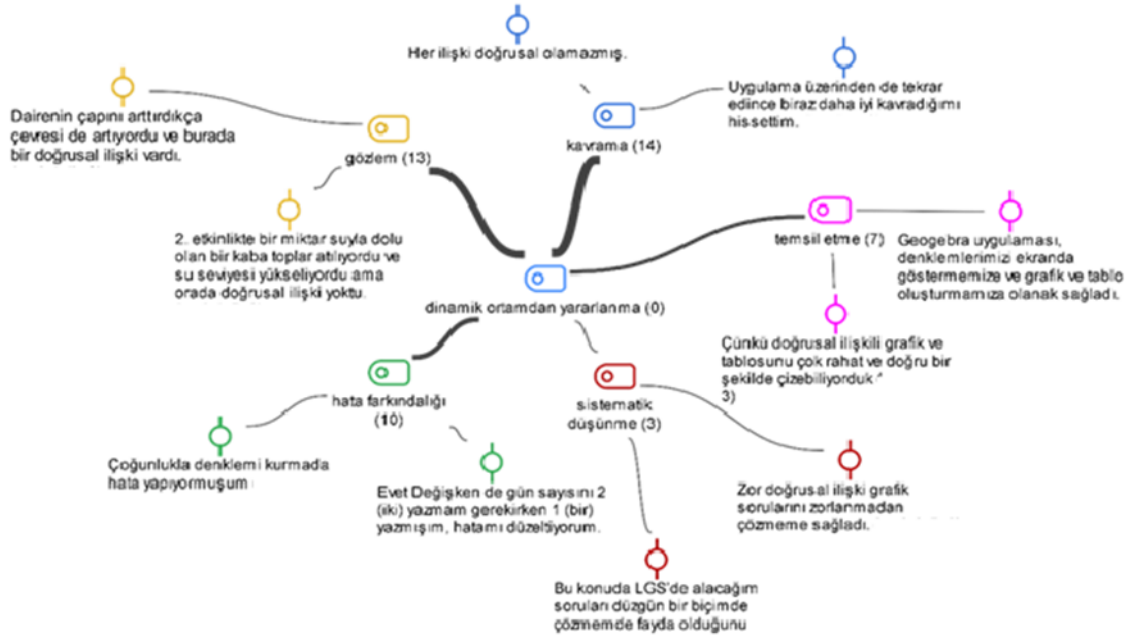
Özellikle grafik oluşturma, tablo düzenleme, denklem yazma ve hata farkındalığı gibi alanlarda öğrencilerin çeşitli seviyelerde beceri ve anlayış sergiledikleri görülmektedir. Analiz bulguları, öğrencilerin desteklenmesi gereken alanları ortaya koyarak, öğretim sürecine yönelik iyileştirici stratejilerin geliştirilmesine ışık tutmaktadır.

4.3. Kovaryasyonel Düşünmede Dinamik Ortamların Rolü ve Etkisine İlişkin Bulgular

4.3.1. Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular:

“8. sınıf öğrencilerinin kovaryasyonel düşüncelerinde dinamik ortamın rolü var mıdır?” sorusuna ilişkin bulgular, araştırmanın üçüncü alt problemine yönelik olarak analiz edilmiş ve kod modeli üzerinden tek vaka analiziyle değerlendirilmiştir.

Şekil 9’da görsel olarak sunulmuştur.



Şekil 9. Tek-Vaka Modelinin Kavramsal Çerçevesi ve Uygulama Süreci

Şekil 9’da öğrencilerin, "Geogebra uygulamasında x ve y eksenlerine baktık ve değişim nasıl oluyor gördük" gibi alıntılarla dinamik ortamları kullanarak matematiksel kavramları görselleştirdikleri görülmektedir. Bu tür uygulamalar, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi daha net bir şekilde anlamalarına yardımcı olmaktadır. Dinamik ortamlar, soyut

matematiksel kavramların görsel temsilini sağlayarak, öğrencilerin anlamayı kolaylaştırmak için görselleştirme yeteneklerini desteklemektedir.

Öğrencilerin dinamik ortamlarda yaptıkları değişikliklerin sonuçlarını anında görebilmeleri, öğrenme süreçlerini olumlu yönde etkilemektedir. *"Denemelerimde çemberin çevresini ve çapını anında değiştirebildim, bu da çevre ile çap arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamamı sağladı"* ifadesi, öğrencinin bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkiyi anında gözlemlene ve yorumlama yeteneğini göstermektedir. Bu etkileşim, öğrencilerin deneme-yanılma yoluyla kendi öğrenme süreçlerini keşfetmelerine olanak tanır.

Öğrenciler, dinamik ortamları kullanarak matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetme fırsatına sahiptir. Şekilde *"Grafikleri hareket ettirerek doğrusal ve doğrusal olmayan ilişkileri kıyaslayabildim"* şeklindeki alıntı, öğrencinin farklı matematiksel ilişkileri analiz edebilme ve karşılaştırma yeteneğini geliştirdiğini göstermektedir. Dinamik ortamlar, öğrencilerin çeşitli senaryoları hızlı bir şekilde değiştirmelerine ve sonuçları görerek analiz etmelerine olanak tanıyarak kavramsal düşüncelerini pekiştirmektedir.

Dinamik ortamlar, öğrencilerin bir kavramı yalnızca öğrenmekle kalmayıp, bu kavramın farklı koşullar altında nasıl davrandığını anlamalarına da yardımcı olmaktadır. Örneğin, *"Grafikte bir noktanın yerini değiştirip nasıl farklı bir eğim oluştuğunu gördüm"* ifadesi, öğrencinin kavramsal düşünme ve analiz becerilerini geliştirdiğini göstermektedir. Bu, öğrencilerin öğrenme süreçlerini daha derinlemesine anladığını ve kavramların dinamik doğasını keşfettiğini yansıtır.

Dinamik ortamlar, öğrencilerin ilgisini çekerek öğrenmeye katılımı artırmaktadır. *"Geogebra ile çalışmak sıkıcı olmayan bir şekilde öğrendiğim şeyleri tekrar etmemi sağladı"* şeklindeki alıntı, öğrencilerin dinamik ortamları kullanarak öğrenmeye daha fazla ilgi duyduklarını ve aktif bir şekilde sürece katıldıklarını göstermektedir. Bu tür ortamlar, öğrencilerin geleneksel öğrenme yöntemlerinden farklı olarak etkileşimli ve keşfedici bir öğrenme deneyimi yaşamalarına olanak tanır.

Bu bulgular, dinamik ortamların öğrencilerin matematiksel kavramları anlama, ilişkilendirme ve keşfetme süreçlerinde önemli bir araç olduğunu göstermektedir. Öğrenciler, bu ortamları kullanarak kavramlar arasındaki ilişkileri daha kolay görselleştirebilmekte, anlık geri bildirim alarak kendi öğrenme süreçlerini yönlendirebilmekte ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmektedir. Dinamik ortamların sağladığı bu avantajlar, öğrencilerin

Öğrenciler, GeoGebra uygulamasını kullanarak doğrusal denklemler konusunda önemli kazanımlar elde etmişlerdir. Uygulama sayesinde grafik çizme, tablo oluşturma ve denklem ifadeleri yazma gibi beceriler daha kolay hale gelmiştir. Öğrenciler, doğrusal ilişkilerin özelliklerini, eğimin anlamını ve işaretini daha iyi kavramışlardır. Ayrıca, doğrusal olmayan ilişkilerin de olabileceğini fark etmişlerdir. Öğrenciler, matematiksel öğrenmelerinin olumlu yönde etkilendiğini ve kalıcı öğrenme gerçekleştirdiklerini belirtmişlerdir. GeoGebra uygulamasının, özellikle karmaşık ve yorucu soruların çözümünde çok faydalı olduğu vurgulanmıştır. Öğrenciler, bu konunun LGS sınavında da çıkacağı için düzgün bir şekilde öğrenmenin önemini fark etmişlerdir. *Bu konudan LGS de çıkacağı için düzgün bir biçimde öğrenmekte fayda olduğunu düşündüm. Uygulama üzerinden de tekrar edince biraz daha iyi kavradığımı hissettim. (Emel)*

Çalışmanın verimli ve eğlenceli geçtiği, yeni bir uygulama öğrenildiği ve düşünce ile bakış açısının değiştiği belirtilmiştir. Çalışmanın işe yaradığı, doğrusal ilişki grafiği ve tablosunun rahat ve doğru bir şekilde çizilebildiği, doğrusal ilişki denklemlerinin zorlanmadan çizilebildiği ifade edilmiştir. Ayrıca GeoGebra uygulamasından konuların tekrar edilmesiyle daha iyi kavrandığı, yapılan etkinliklerin fayda sağladığı ve verilen dersin birçok bilgi öğrettiği, yararlı olduğu vurgulanmıştır. Sonuç olarak, çalışmanın verimli geçtiği ve faydalı olduğu belirtilmiştir.

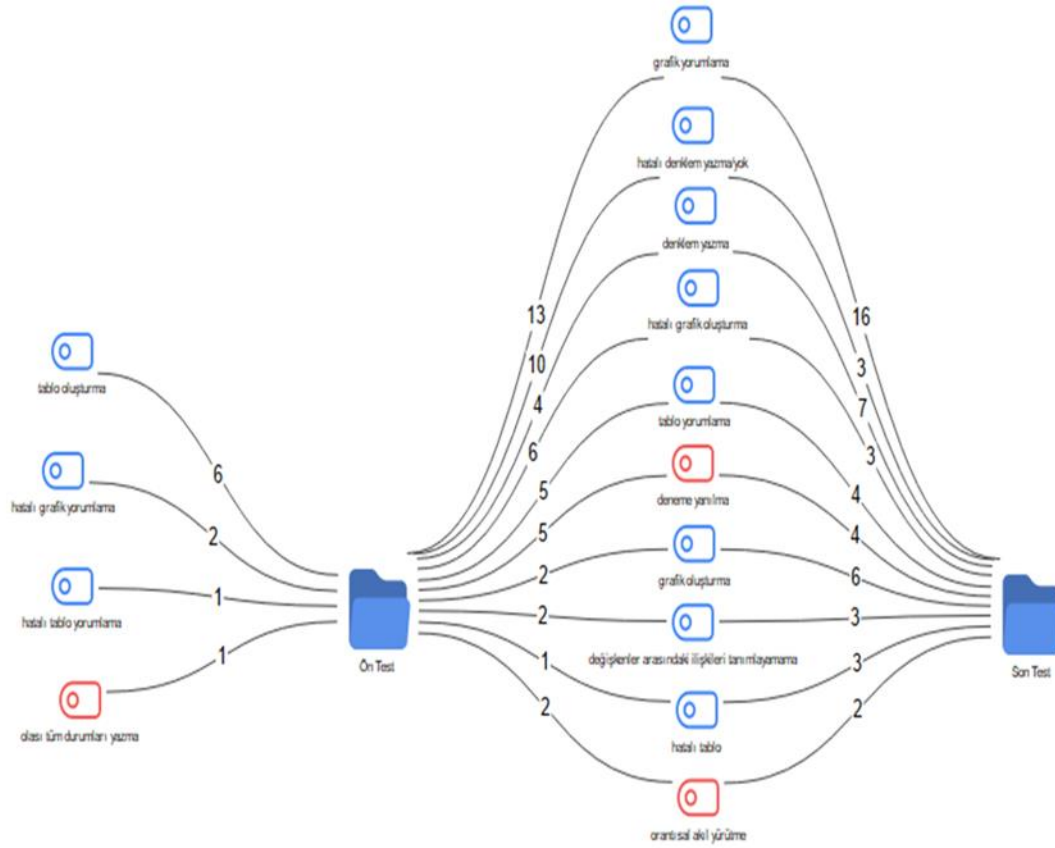
Gözlem yapma sürecinde öğrenciler, doğrusal ve denklemsel ilişkileri incelemişlerdir. Bazı durumlarda doğrusal ilişki olduğu düşünülürken, GeoGebra uygulamasına veri girince denklemsel ilişki olmadığı görülmüştür. Diğer etkinliklerde ise değişkenler arasında doğrusal bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir. Örneğin, günlerin bağımsız değişken olarak arttırılması sonucunda paraların da aynı oranda artması, dairenin çapının artmasıyla çevresinin de artması gibi. Buna karşın, bir kaba atılan topların su seviyesini yükseltmesi durumunda doğrusal bir ilişki oluşmamıştır. Bunun nedeni, topların hacminin suya girmesiyle suyun yükselmesi olarak açıklanmıştır. Öğrenciler, GeoGebra uygulamasını kullanarak verileri inceleyerek, değişkenler arasındaki ilişkileri daha iyi anlamışlardır.

4.3.3. Ön Test ve Son Test Verilerinden Elde Edilen Bulgular

Bu çalışmada kullanılan ön ve son testlerde, öğrencilerin çeşitli matematiksel becerilerinin ölçülmesi amaçlanmıştır. Toplam 10 (on) soru, grafik yorumlama, denklem yazma, tablo oluşturma ve tablo yorumlama gibi konuları kapsayacak şekilde hazırlanmıştır.

Grafik yorumlama soruları ile, grafiklerdeki ilişkilerin doğru şekilde analiz edilerek değişkenler arasındaki bağlantının açıklanması istenmiştir. *Denklem yazma* sorularında, verilen durumların matematiksel olarak ifade edilmesi hedeflenmiştir. *Hatalı denklem yazma* durumu ise, doğru denklemlerin oluşturulamaması ya da eksik ifade edilmesi üzerine odaklanmıştır. *Grafik oluşturma* sorularında, verilen ilişkiye uygun grafiklerin çizilmesi beklenmiştir. *Hatalı grafik oluşturma* durumu, verilen ilişkiye uygun olmayan grafiklerin oluşturulması eğilimleri üzerinde durulmuştur. *Tablo oluşturma* soruları ile, değişkenler arasındaki ilişkilerin tabloya doğru şekilde aktarılması amaçlanmıştır. *Tablo yorumlama* sorularında, tablodan doğru çıkarımlar yapılarak ilişkilerin analiz edilmesi hedeflenmiştir. *Değişkenler arasındaki ilişkilerin tanımlanamaması* durumu, değişkenler arasındaki bağlantının ifade edilemediği durumları kapsamıştır. *Hatalı tablo oluşturma* durumu ise, yanlış ya da eksik bilgilerle oluşturulan tablolar üzerine yoğunlaşmıştır. *Orantısal akıl yürütme* soruları ile, iki değişken arasındaki orantının doğru bir şekilde belirlenip belirlenemediği değerlendirilmiştir.

Bu soruların, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini, problem çözme becerilerini ve kavramsal anlayışlarını derinlemesine değerlendirmek için tasarlandığı belirtilmiştir. Katılımcıların ön test ve son test cevapları, nitel analiz yöntemiyle incelenmiş ve elde edilen sonuçlar Şekil 11'de gösterilmiştir.



Şekil 11. Ön Test ve Son Testte Ortak ve Farklı Kodlar

Öğrencilerin matematiksel süreçlerdeki performanslarını değerlendiren bir ön test ve son test sonuçlarını karşılaştırmak amacıyla iki vaka modeli yapılmıştır. Her iki testte de öğrencilerin belirli matematiksel beceri ve hataları üzerindeki değişim izlenmiştir.

Diyagram, öğrencilerin matematiksel temsillerle ilgili becerilerinin ve karşılaştıkları sorunların "Ön Test" ve "Son Test" sonuçları doğrultusunda karşılaştırılmasını içermektedir. Analiz, çeşitli alanlarda gözlemlenen değişimleri ve bu değişimlerin ne şekilde yorumlanabileceğini detaylandırmaktadır.

Grafik Oluşturma: Ön testte grafik oluşturma becerisinin 2 kez, son testte ise 6 kez gözlemlenmesi, bu alanda önemli bir artış sağlandığını göstermektedir. Bu artış, öğrencilerin grafik oluşturma konusunda deneyim kazandığını ve eğitim sürecinin grafik oluşturma becerilerini geliştirme yönünde etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Ancak, hata oranlarının yüksek olması, grafik oluşturma sürecinde öğrencilerin eksik bilgilerden ya da uygulama hatalarından kaynaklanan sorunlar yaşadığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin bu

beceriyi tam anlamıyla kazanabilmeleri için daha fazla desteklenmesi gerektiğini işaret etmektedir.

Tablo Yorumlama: Ön testte 5 kez, son testte ise 4 kez gözlemlenen tablo oluşturma becerisi, bu alanda bir ilerleme kaydedilmediğini ve küçük bir gerileme yaşandığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin tablo oluşturma sürecinde yeterli gelişim sağlayamadığını ve eğitim sürecinin bu beceriyi geliştirmede etkisiz kaldığını ortaya koymaktadır.

Hatalı Denklem Yazma: Ön testte 10 gözlem olan bu kategori, son testte 3 gözleme düşmüştür. Bu azalma, öğrencilerin denklem yazma becerisinde önemli bir ilerleme kaydettiğini ve bu alandaki zorlukların büyük ölçüde azaldığını göstermektedir. Ancak, hataların tamamen ortadan kalkmaması, bazı katılımcıların denklem yazma sürecinde hala zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır.

Denklem Yazma: Ön testte 4 kez, son testte ise 7 kez gözlemlenen denklem yazma becerisi, bu alanda sınırlı bir gelişim sağlandığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin bu beceriyi tam anlamıyla kazanamadığını ortaya koymaktadır. Günlüklerden elde edilen bulgulara göre de Emel bununla ilgili hala denklem yazmakta zorlandığını belirtmiştir: “Ayrıca yaptığım hataların neler olduğunu da fark ettim. Çoğunlukla denklem kurmada hata yapıyorum.” (Emel, günlük, Konum 8)

Grafik Yorumlama: Ön testte 13 gözlem, son testte ise 16 gözlem kaydedilmiştir. Bu, grafik yorumlama becerisinde kayda değer bir artış olduğunu göstermektedir. Artış sınırlı olmakla birlikte, öğrencilerin grafik yorumlama alanında bir miktar gelişim gösterdiği söylenebilir. Ancak, bu ilerleme, grafik yorumlama becerisinin tam anlamıyla kazanılması için yeterli değildir ve daha fazla destek gerektiğini işaret etmektedir.

Hatalı Grafik Oluşturma: Ön testte 6 kez gözlemlenen hatalı grafik oluşturma durumu, son testte 3 gözlem ile azalmıştır. Bu durum, öğrencilerin hatalı grafik oluşturma oranında bir düşüş yaşadığını ve grafik oluşturma becerilerinde olumlu bir ilerleme kaydettiklerini göstermektedir.

Hatalı Tablo Oluşturma: Ön testte 1 kez, son testte ise 3 kez hatalı tablo oluşturma gözlemlenmiştir. Bu durum, hatalı tablo oluşturma oranında bir artış olduğunu ve öğrencilerin tablo oluşturma sürecinde yaşadıkları sorunların devam ettiğini göstermektedir. Artış, bu becerinin tam anlamıyla kazanılmadığını işaret etmektedir.

Deneme Yanılma: Deneme yanılma yönteminin kullanımı, ön testte 5 kez, son testte ise 4 kez gözlemlenmiştir. Bu durum, deneme yanılma yönteminin kullanımında hafif bir azalma olduğunu göstermektedir. Azalma, öğrencilerin bu yöntemi daha az kullandığını veya farklı problem çözme stratejilerine yöneldiğini ortaya koymaktadır.

Değişkenler Arasındaki İlişkiyi Tanımlayamama: Ön testte 2 kez, son testte ise 3 kez gözlemlenmiştir. Bu durum, değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlayamama oranında bir artış olduğunu göstermektedir. Bu artış, öğrencilerin bu konuda zorluk yaşadığını ve değişkenler arasındaki ilişkileri kavramada eksikliklerinin devam ettiğini ortaya koymaktadır.

Oransal Akıl Yürütme: Ön testte 2 kez, son testte de 2 kez gözlemlenmiştir. Bu durum, oransal akıl yürütmenin öğrenciler için bir gelişim alanı olarak öne çıktığını ve bu konuda yeterli ilerleme kaydedilmediğini göstermektedir.

Çalışmada, öğrencilerin çeşitli becerilerdeki gelişimleri ön test ve son test sonuçlarına göre değerlendirilmiştir. Grafik oluşturma becerisinde belirgin bir artış gözlemlenmiş, ancak hata oranlarının yüksek olması bu becerinin tam anlamıyla kazanılmadığını göstermiştir. Tablo yorumlama becerisinde ise hafif bir gerileme yaşandığı tespit edilmiştir. Hatalı denklem yazma oranında kayda değer bir azalma görülürken, denklem yazma becerisi sınırlı bir gelişim göstermiştir. Grafik yorumlama becerisinde ilerleme kaydedilmiş olsa da bu ilerleme sınırlı kalmıştır. Hatalı grafik oluşturma oranında dikkate değer bir düşüş gözlemlenirken, hatalı tablo oluşturma oranında bir artış yaşandığı belirlenmiştir. Deneme yanılma yönteminin kullanımında ise hafif bir azalma olduğu tespit edilmiştir. Değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlamada zorluklar devam etmiş, oransal akıl yürütme becerisinde herhangi bir gelişim kaydedilmemiştir. Genel olarak, öğrencilerin bazı alanlarda ilerleme sağladığı, ancak belirli becerilerin geliştirilmesine ihtiyaç duyulduğu görülmüştür.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırma bulguları ışığında yapılan tartışmalar ve elde edilen sonuçlar detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Araştırmanın sonuçları, öğretim sürecinin etkililiği ve öğrencilerin öğrenme becerilerindeki gelişim hakkında önemli bulgular sunmaktadır. Ayrıca, tartışma ve sonuçlar doğrultusunda, öğretim sürecini iyileştirmeye yönelik çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Tartışma

Katılımcı öğrencilerin matematiksel temsillerle ilgili tablo oluşturma ve değişkenleri tanımlama gibi konularda zorluk yaşamadıkları, ancak grafik ve denklem gibi temsillerde bağlamdan bağımsız olarak yeterlilik düzeylerinin farklılık gösterdiği gözlemlenmiştir. Literatürle uyumlu olarak, özellikle dinamik öğrenme ortamlarının sağladığı görsel desteklerin, öğrencilerin matematiksel temsilleri ilişkilendirme ve anlamlandırma becerilerini geliştirdiği ifade edilmiştir (Confrey ve Smith, 1995; Thompson ve Carlson, 2017). Dinamik öğrenme ortamlarının, öğrencilerin değişkenler arası ilişkileri analiz etme ve matematiksel temsiller arasında geçiş yapma becerilerini artırdığı bulgusu da bu durumu desteklemektedir.

Araştırma, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri anlamlandırma ve bu ilişkileri matematiksel temsillerle ifade etme becerilerinde belirgin bir ilerleme kaydettiğini ortaya koymuştur. Bununla birlikte, öğrencilerin sözel ifadelerle temsil etme konusunda çekingen davrandıkları belirlenmiştir. Bu durum, soyut matematiksel kavramların somut bağlamlarla ilişkilendirilmesinde yaşanan güçlüklerle örtüşmektedir (Moore vd., 2013). Özellikle sembolik temsillerin sözel ifadelerle ilişkilendirilmesinde yaşanan çekingenlik, öğrencilerin bu süreçte daha fazla rehberlik gereksinimi duyduklarına işaret etmektedir. Literatür de bu bulguyu desteklemekte ve sembolik-sözel temsiller arası geçişteki zorlukların, matematiksel düşünme süreçlerindeki farklı düzeylerde kavrayıştan kaynaklanabileceğini göstermektedir.

Çevrenin artmasının çapın artmasına bağlı olduğunu ifade eden “*Çevrenin artması çapın artmasına bağlıdır.*” gibi açıklamalar, öğrencilerin bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi anlamlandırabildiklerini göstermektedir. Bu tür ifadeler, literatürde de belirtildiği gibi (Confrey ve Smith, 1995; Thompson ve Carlson, 2017), öğrencilerin değişkenler arasındaki bağıntıyı kavrayabilme ve bu ilişkiyi sözel olarak ifade etme becerileriyle doğrudan ilişkilidir. Benzer şekilde, “*Suyun aldığı top ve cam kavanozdaki*

su miktarı arasında doğrusal bir ilişki vardı çünkü top sayısı arttıkça suyun yükselme miktarı da artar” açıklaması, öğrencilerin deneysel gözlemlerden elde ettikleri verileri anlamlandırarak bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkiyi ifade edebildiklerini ortaya koymaktadır.

Literatürde, bu tür ilişki ifadelerinin öğrencilerin kovaryasyonel düşünme becerilerini geliştirdiği ve değişkenler arası etkileşimlerin daha derinlemesine anlaşılmasını sağladığı vurgulanmaktadır (Moore vd., 2013). Çalışmanın bulguları da bu durumu desteklemekte, öğrencilerin gerçek yaşam bağlamlarına dayalı deneyimlerden hareketle değişkenler arasındaki ilişkileri anlamlandırma süreçlerinin olumlu yönde geliştiğini göstermektedir. Özellikle, bağımsız ve bağımlı değişkenlerin ilişkilendirildiği etkinliklerin, öğrencilerin matematiksel bağlamda soyut kavramlarla daha kolay çalışabilmelerine imkan tanıdığı belirlenmiştir.

Özellikle grafik oluşturma ve yorumlama süreçlerinde yapılan hatalar, öğrencilerin veri görselleştirme ve analiz becerilerindeki eksikliklerini yansıtmaktadır. Bu bulgu, Yerushalmy (2006) tarafından vurgulanan, dinamik öğrenme ortamlarının grafiksel temsilleri anlamada öğrencilere önemli katkılar sağladığına dair literatürle uyumludur. Grafiksel düşünme ve görselleştirme süreçlerinde yaşanan zorluklar, öğrencilerin bu becerilerde daha fazla desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Benzer şekilde, Kaput (1994), öğrencilerin matematiksel temsillerle çalışırken soyut ve somut bağlamlar arasında geçiş yapma becerilerinde karşılaştığı güçlükleri ifade etmiştir. Çalışmamızın bulguları, öğrencilerin bu bağlamda desteklenmesi gerektiğini bir kez daha doğrulamaktadır.

Değişkenleri tanımlama sürecinde yaşanan zorluklar, öğrencilerin sabit terimler ve değişkenler arasındaki ayrımı yapmakta güçlük çektiklerini göstermektedir. Doerr ve Lesh (2003) tarafından yapılan çalışmalar, bu bulguyu desteklemekte ve matematiksel modelleme süreçlerinde yaşanan bu tür kavramsal karışıklıkların, öğrencilerin matematiksel anlayışını olumsuz etkilediğini ortaya koymaktadır.

Zihinsel işlem yaparken yapılan hatalar, öğrencilerin zihinsel hesaplama becerilerini geliştirmeye yönelik daha yapılandırılmış bir eğitim sürecine ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Sfard (1991) ise öğrencilerin hata farkındalığı geliştirmesinin, matematiksel anlam yapılandırma sürecinin bir parçası olduğunu ifade etmektedir. Çalışmamızda, öğrencilerin kendi çözümlerini eleştirel bir bakışla değerlendirme ve hatalarını düzeltme becerilerinde gelişim gösterdikleri, ancak bu sürecin daha da güçlendirilmesi gerektiği gözlemlenmiştir. Öğrencilerin hata farkındalığı geliştirme süreçlerinin, matematiksel düşünme

becerilerini derinleştirdiğini göstermiştir. Sfard (1991), hata farkındalığını anlam yapılandırma sürecinin bir parçası olarak değerlendirirken, çalışmamızda öğrencilerin bu süreçte yaptığı eleştirel değerlendirmeler, öğrenme sürecine olumlu katkı sağlamıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin değişkenlerin rolleri konusunda yaşadığı karışıklıklar, kavramsal açıklamalara ve destekleyici etkinliklere olan ihtiyacı göstermektedir.

Dinamik öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde sağladığı destek, öğrencilerin öğrenme motivasyonunu artırmış ve bu ortamlarda elde edilen kazanımların etkili olduğunu ortaya koymuştur. Literatürde de belirtildiği gibi (Kertil, 2020; Paoletti ve Moore, 2017), bu tür ortamların matematik eğitiminin bir parçası olarak kullanılması, öğrencilerin soyut kavramları anlamlandırma ve matematiksel ilişkilendirme becerilerini geliştirme açısından önemlidir. Bu bulgular ışığında, öğretim tasarımlarında bireysel öğrenme ihtiyaçlarına duyarlı, teknolojik araçların etkin bir şekilde kullanıldığı programların oluşturulması önemli görülmektedir.

Top su problemi bağlamında, öğrencilerin bağımsız ve bağımlı değişkenleri doğru bir şekilde tanımlayabildikleri, ancak bu değişkenler arasındaki ilişkileri grafiksel ve sayısal olarak ifade ederken çeşitli zorluklarla karşılaştıkları gözlemlenmiştir. Özellikle, grafik oluşturma süreçlerinde yapılan eksen ölçeklendirme ve veri noktalarının yerleştirilmesi hataları, öğrencilerin görselleştirme ve grafik okuryazarlığı becerilerinde gelişim ihtiyacını ortaya koymaktadır. Bu bulgu, literatürde de sıkça belirtilen (Moore vd., 2013; Hohenwarter ve Lavicza, 2007) grafiksel temsillerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde oynadığı kritik rolü destekler niteliktedir.

Araştırma sonuçları, öğrencilerin hata farkındalığı geliştirme süreçlerinde belirgin bir ilerleme kaydettiğini göstermektedir. Özellikle Ayşe'nin bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edebilmesi, problem çözme sürecinde anlamlı bir başlangıç yaptığını göstermektedir. Bu, Confrey ve Smith (1995) tarafından belirtilen kovaryasyonel düşünme becerilerinin, öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinde temel bir rol oynadığını doğrulamaktadır.

Özellikle GeoGebra gibi yazılımların kullanımı, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları somut temsillerle ilişkilendirme becerilerini geliştirmektedir (Baydaş, 2010). Ancak, bazı öğrencilerin rehberlik ve destek ihtiyacının diğerlerine kıyasla daha fazla olduğu, öğrenme sürecindeki bireysel farklılıkların önemini ortaya koymaktadır. Çalışmada

gözlemlenen bilişsel süreçler, öğrencilerin kavramsal anlamalarının derinleştiğini ve matematiksel düşünme becerilerinin geliştiğini göstermektedir.

Araştırma, öğrencilerin dinamik öğrenme ortamlarında kovaryasyonel düşünme becerilerini geliştirme süreçlerini aydınlatmakta ve literatürdeki benzer çalışmalarla uyum göstermektedir (Thompson ve Carlson, 2017; Paoletti ve Moore, 2017). Dinamik öğrenme ortamlarının etkili bir şekilde tasarlanması, öğrencilerin matematiksel temsillerle çalışma becerilerini geliştirmek ve anlamlı öğrenme deneyimleri sağlamak açısından kritik bir öneme sahiptir.

Yol zaman probleminde Ahmet'in bağımsız ve bağımlı değişkenleri doğru bir şekilde ilişkilendirme ve bu ilişkiyi görselleştirme becerisinin gelişmiş olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bulgu, özellikle Kaput (1994) tarafından vurgulanan, grafiksel temsillerin matematiksel anlam oluşturma sürecindeki merkezi rolüyle uyumludur. Öte yandan, Ayşe'nin grafiğindeki eksen ölçeklendirme ve veri yerleştirme hataları, öğrencilerin grafiksel düşünme becerilerini geliştirmek için daha fazla desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Bu, Yerushalmy (2006) tarafından belirtilen, dinamik öğrenme ortamlarının grafik okuryazarlığı üzerindeki olumlu etkisinin öğretim tasarımlarına entegre edilmesi gerektiği bulgusuyla paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin denklem yazma süreçlerindeki performansları, matematiksel modelleme ve sembolik temsillerin doğru kullanımı açısından farklılıklar göstermiştir. Ahmet'in doğru bir ilişkiyi ifade etmesine rağmen matematiksel sembollerde hata yapması, öğrencilerin sembolik temsilleri anlamlandırma ve kullanma becerilerini geliştirmek için desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Lesh ve Doerr (2003), öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinde sembolik ifadelerin kavramsallaştırılmasında karşılaştıkları zorlukların, bu becerilerin öğretim sürecine daha fazla entegre edilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Hata farkındalığı ve öz değerlendirme süreçleri, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinde kritik bir rol oynamaktadır. Ayşe'nin kendi grafiğindeki eksiklikleri fark etmesi ve bu konuda yaptığı öz eleştiriler, öğrencinin eleştirel düşünme becerilerinin gelişmekte olduğunu göstermektedir. Sfard (1991), hata farkındalığının anlam yapılandırma sürecinde merkezi bir role sahip olduğunu ve bu sürecin öğrencilerin kavramsal anlayışını derinleştirdiğini belirtmiştir. Emel'in bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki oranı doğru bir şekilde ifade etmesi, öğrencilerin deneyimsel bağlamlardan hareketle matematiksel ilişkileri anlamlandırma becerisini desteklemektedir. Bu bulgu, Lesh ve Doerr (2003) tarafından ifade edilen, gerçek yaşam

bağlamlarının öğrencilerin matematiksel anlam oluşturma süreçlerini desteklediği yönündeki bulgularla tutarlıdır.

Görüşme verileri, GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımlarının, öğrencilere sağladığı interaktif öğrenme ortamları çerçevesinde toplanmıştır. Bulgular, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları daha somut ve görselleştirilmiş bir şekilde öğrenme imkânı bulduğunu göstermiştir. Özellikle "*Geogebra uygulamasında x ve y eksenlerine baktık ve değişim nasıl oluyor gördük*" gibi ifadeler, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri doğrudan gözlemleyebildiğini ortaya koymaktadır.

Araştırma sırasında öğrencilerin bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkileri görselleştirme becerileri farklı seviyelerde gözlemlenmiştir. Dinamik ortamların sağladığı anlık geri bildirim, öğrencilerin deneme-yanılma yöntemiyle öğrenmelerini kolaylaştırmıştır. Örneğin, "*Denemelerimde çemberin çevresini ve çapını anında değiştirebildim*" ifadesi, öğrencilerin bu ortamlarda interaktif deneyimlerle matematiksel kavrayışlarını geliştirdiğini vurgulamaktadır. Bu bulgu, Confrey ve Smith'in (1995) kovaryasyonel düşünme süreçlerini desteklemek için önerdiği dinamik modellerle uyumludur.

Öğrencilerin kendi hatalarını fark etme süreçleri de dikkate değerdir. Grafiklerde yanlış nokta yerleştirme veya eksen ölçeklendirme gibi hataların düzeltilmesi, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde öz değerlendirme yapabildiklerini göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin hem grafiksel temsillerde hem de cebirsel analizlerde kavramsal düşünme becerilerini geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Kandemir vd. (2015) tarafından yapılan benzer çalışmalarda, bu tür öğrenme ortamlarının fonksiyon kavrayışını güçlendirdiği belirtilmiştir.

Bu çalışma, GeoGebra gibi yazılımların öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine olan katkısını desteklemektedir. Yazılım, öğrencilerin hem bireysel öğrenmelerine hem de grup çalışmaları sırasında ortak bir çözüm geliştirmelerine olanak sağlamıştır. Paoletti ve Moore (2017), bu tür ortamların grafikler ve fonksiyonlarla ilgili kavramsal anlayışı derinleştirdiğini ifade etmiştir. Bu araştırma da, benzer şekilde, öğrencilerin doğrusal ve doğrusal olmayan ilişkileri ayırt edebilme beceri üzerinde derin bir gözlem ve bulgu içermektedir.

Araştırma, dinamik öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel kavramları anlama, ilişkilendirme ve analiz etme süreçlerini desteklediğini ortaya koymaktadır. Ancak, öğrencilerin hata farkındalığı ve kavramsal analiz becerileri açısından farklı seviyelerde olduğu

görülmüştür. Bu bulgular ışığında, öğretim stratejilerinin öğrencilerin bireysel öğrenme ihtiyaçlarına göre çeşitlendirilmesi önerilmektedir.

Öğrencilerin çalışma yaprakları ile grup tartışmaları analiz edildiğinde elde edilen, bulgular, öğrencilerin farklı seviyelerde performans sergilediklerini ortaya koymuştur. *"GeoGebra uygulamasında x ve y eksenlerine baktık ve değişim nasıl oluyor gördük"* ifadesi, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri görselleştirme yoluyla daha net bir şekilde anladığını göstermektedir. Dinamik ortamlar, öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetmelerine ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri analiz etmelerine olanak tanımaktadır. *"Grafikleri hareket ettirerek doğrusal ve doğrusal olmayan ilişkileri kıyaslayabildim"* şeklindeki alıntılar, öğrencilerin bu tür yazılımlar aracılığıyla farklı matematiksel senaryoları analiz edebildiğini göstermektedir.

Dinamik ortamların öğrenci ilgisini artırdığı ve öğrenmeye yönelik motivasyonu geliştirdiği de gözlemlenmiştir. *"GeoGebra ile çalışmak sıkıcı olmayan bir şekilde öğrendiğim şeyleri tekrar etmemi sağladı"* ifadesi, bu tür ortamların öğrencilerin geleneksel öğrenme yöntemlerine kıyasla daha etkileşimli ve keşfedici bir öğrenme deneyimi sunduğunu göstermektedir. Bu, öğrencilerin matematiksel kavramları yalnızca öğrenmekle kalmayıp, farklı koşullarda nasıl davrandığını da keşfetmelerine olanak tanımaktadır. Örneğin, *"Grafikte bir noktanın yerini değiştirip nasıl farklı bir eğim oluştuğunu gördüm"* ifadesi, öğrencilerin bu ortamlar sayesinde kavramsal düşünme ve analiz becerilerini geliştirdiğini ortaya koymaktadır.

Araştırmada öğrencilerin ön test ve son test sonuçlarına göre matematiksel becerilerdeki gelişimleri değerlendirilmiştir. Özellikle grafik oluşturma becerisinde belirgin bir gelişim gözlemlenmiş ancak bazı hata oranlarının devam etmesi, bu becerinin tam anlamıyla kazanılmadığını göstermektedir. Hatalı denklem yazma oranında dikkate değer bir azalma görülmesine rağmen, bu becerinin genel anlamda sınırlı bir ilerleme gösterdiği belirtilmiştir. Grafik yorumlama becerisindeki gelişme sınırlı kalmış, bu alanda destek gereksinimi devam etmektedir. Bununla birlikte hatalı grafik oluşturma oranında azalma, ancak hatalı tablo oluşturma oranında artış tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencilerin görsel temsilleri anlamlandırmada kısmen başarılı olduklarını ancak tablo düzenlemede zorlandıklarını ortaya koymaktadır.

5.2. Sonuç

Araştırmada, dinamik öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine etkisi kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Elde edilen bulgulara dayalı olarak şu sonuçlara ulaşılmıştır:

Öğrenciler, tablo oluşturma ve değişkenleri tanımlama gibi temel becerilerde başarılı olmuş, ancak grafik oluşturma ve yorumlama, denklem yazma gibi daha karmaşık matematiksel temsillerde zorluk yaşamışlardır. Dinamik öğrenme ortamlarının bu süreçlerde görsel destek sağlayarak öğrencilerin matematiksel temsilleri ilişkilendirme ve anlamlandırma becerilerini geliştirdiği belirlenmiştir. Bununla birlikte, sembolik temsilleri sözel ifadelerle ilişkilendirme konusunda öğrencilerin çekingenlik yaşadığı gözlemlenmiştir. Bu durum, soyut matematiksel kavramların somut bağlamlarla ilişkilendirilmesinde ek desteğin önemini ortaya koymaktadır.

Grafik oluşturma becerisinde belirgin bir gelişme gözlemlenmiş, ancak hata oranlarının devam etmesi, bu becerinin tam anlamıyla kazanılmadığını göstermiştir. Denklem yazma becerilerinde ise hatalı denklemlerin azalmasıyla birlikte sınırlı bir ilerleme kaydedilmiştir. Grafik ve tablo yorumlama süreçlerinde bireysel farklılıklar gözlenmiş, bu durum görsel ve analitik becerilerin geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Öğrencilerin bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkileri anlama ve ifade etme becerilerinde ilerleme kaydedilmiş, ancak bu süreçte bazı kavramsal zorlukların devam ettiği belirlenmiştir. Özellikle oransal düşünme ve değişkenler arası ilişkileri somut temsillerle açıklama becerilerinde anlamlı bir gelişme sağlanmamıştır. Bu durum, rehberlik ve öğretim stratejilerinin daha etkili bir şekilde tasarlanmasını gerekli kılmaktadır.

Öğrencilerin hata farkındalığı süreçlerinde gelişim göstermiş olmaları, öz değerlendirme becerilerinin matematiksel öğrenme sürecinde önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte, bu sürecin güçlendirilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımlarının öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını geliştirmede etkili olduğu söylenebilir. Özellikle anlık geri bildirimlerle öğrencilerin deneme-yanılma yöntemini etkin bir şekilde kullanarak öğrenme süreçlerini yönetebildikleri gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, bireysel farklılıkların bu süreçlerde belirleyici olduğu ve öğretim tasarımlarının kişiselleştirilmiş yaklaşımları içermesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmanın sınırlılıkları arasında örneklem grubunun dar olması ve süreçlerin kısa süreyle sınırlı kalması yer almaktadır. Gelecekte daha geniş katılımcı gruplarıyla uzun vadeli çalışmaların yapılması önerilmektedir. Ayrıca, öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını derinleştirmek için görsel temsillerin etkin kullanımına yönelik daha fazla destek sağlanması gerekmektedir. Bu bulgular, dinamik öğrenme ortamlarının matematik öğretiminde sunduğu faydaları vurgulamaktadır.

5.3. Öneriler

. Gelecek araştırmalar, dinamik matematik yazılımlarının yalnızca doğrusal ilişkiler değil, ortaokul müfredatında yer alan oran-orantı, doğrusal denklemler ve çember gibi konularda nasıl etkili bir şekilde kullanılabileceğini incelemelidir.

. Kovaryasyonel düşünmenin gelişimini anlamak için farklı yaş grupları veya akademik başarı seviyelerinden öğrenci gruplarıyla benzer çalışmalar yapılabilir.

. Dinamik öğrenme ortamlarının, öğrenci başarısı üzerindeki uzun vadeli etkilerini değerlendiren araştırmalar gerçekleştirilmelidir.

. Dinamik ortamlar ile geleneksel öğrenme yöntemlerinin öğrenci başarısı ve kavramsal öğrenme üzerindeki etkilerini karşılaştıran çalışmalar yapılabilir.

. Grafik, tablo ve sembolik temsil gibi farklı matematiksel ifade türlerinin bir arada kullanıldığı ortamların, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine olan etkisi araştırılmalıdır.

KAYNAKLAR

- Akpınar, B., & Özdaş, F. (2013). İlköğretimde değer eğitimine ilişkin öğretmen görüşleri: Nitel bir analiz. *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 23(2), 105-113.
- Aktümen, M., & Kaçar, A. (2008). Bilgisayar cebiri sistemlerinin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(35), 13-26.
- Al Rawashdeh, A. Z., Mohammed, E. Y., Al Arab, A. R., Alara, M., Al-Rawashdeh, B., & Al-Rawashdeh, B. (2021). Advantages and disadvantages of using e-learning in university education: Analyzing students' perspectives. *Electronic Journal of e-Learning*, 19(3), 107-117. <https://doi.org/10.34190/ejel.19.3.2168>
- Alanka, D. (2024). Nitel bir araştırma yöntemi olarak içerik analizi: Teorik bir çerçeve. *Kronotop İletişim Dergisi*, 1(1), 64-84.
- Alpar, D., Batdal, G., & Avci, Y. (2007). Öğrenci merkezli eğitimde eğitim teknolojileri uygulamaları. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi Sayı 7(1)*, (C. 7, 19-31.
- Altun, M. (2016). İlkokul oyun ve fiziki etkinlikler dersi yeni öğretim programının sınıf öğretmenlerinin görüşleriyle değerlendirilmesi: Kırşehir ili örneği**. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(2), 327-347.
- Altun, M. (2020). *Matematik Okuryazarlığı El Kitabı: Yeni Nesil Soru Yazma ve Öğretim Düzenleme Teknikleri*. Aktüel Alfa Akademi Yayıncılık.
- Asquini, G. (2016). L'uso delle domande aperte per la verifica della competenza matematica. Suggestioni da PISA 2012. *Open Journal per la verifica della competenza matematica*, 16(1), 55-69. <https://doi.org/10.13128/formare-17904>
- Association of Mathematics Teacher Educators. (2006). Preparing teachers to use technology to enhance the learning of mathematics: A position of the Association of Mathematics Teacher Educators. 09.10.2024 tarihinde [http://www.amte.net/Approved %20AMTE%20 Technology%20Position%20Paper.pdf](http://www.amte.net/Approved_%20AMTE%20Technology%20Position%20Paper.pdf) adresinden alınmıştır.
- Aydın, N. (2023). *Nitel Araştırma Yöntemleri*. Özgür Yayınları <https://doi.org/10.58830/ozgur.pub377>
- Aydın, U., & Ubuz, B., (2010). Turkish version of the junior metacognitive awareness inventory: the validation study. *Education and Science*, 35(157), 30-45.
- Badeleh, A. (2017). The impact of electronic content and workshop teaching on learning and retention of mathematics. *Educational Psychology*, 13(44), 131-151. <https://doi.org/10.22054/jep.2017.7983>
- Bagossi, S., Ferretti, F., & Arzarello, F. (2022). Assessing covariation as a form of conceptual understanding through comparative judgement. *Educational Studies in Mathematics*, 111(3), 469-492. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10178-w>

- Baki A. (2002). *Öğrenen ve öğretmenler için bilgisayar destekli matematik*. Ceren Yayın Dağıtım.
- Baydaş, Ö. (2010a). *Öğretim elemanlarının ve öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematik öğretiminde Geogebra kullanımı* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Baydaş, Ö. (2010b). *Öğretim elemanlarının ve öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematik öğretiminde Geogebra kullanımı* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Baydaş, Ö., Göktaş, Y., & Tatar, E. (2013). The use of GeoGebra with different perspectives in mathematics teaching. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(2), 36-50.
- Bernhard Kutzler, & Vlasta Kokol-Voljc. (2003). *Advanced mathematics for your PC. Introduction to derive 6 : A book for learning how to use derive 6 with hints on how to teach with it*. Soft Warehouse Europe.
- Budak, M., & Okur, M. (2012). 2005 ilköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programına ilişkin öğretmen görüşleri. *Uluslararası Sanat, Spor ve Bilim Eğitiminde Yeni Eğilimler Dergisi*, 1(4), 8-22.
- Cantürk Günhan, B., & Açıkan, H. (2016). Dinamik geometri yazılımı kullanımının geometri başarısına etkisi: Bir meta analiz çalışması. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 1-23. <https://doi.org/10.16949/turcomat.67541>
- Carlson, J. (2002). Editorial. *The Family Journal*, 10(3), 261-261. <https://doi.org/10.1177/1066480702103001>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352-378. <https://doi.org/10.2307/4149958>
- Castillo-Garsow, C. (2010). *Teaching the verhulst vodel: A teaching experiment in covariational reasoning and exponential growth*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Arizona State University.
- Choi, S. K. (2010). Motivating students in learning mathematics with GeoGebra. *Computer Science Series*, 8(2), 65-76.
- Confrey, J., & Smith, E. (1995a). Splitting, covariation and their role in the development of exponential function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 66-86. <https://doi.org/10.2307/749228>
- Confrey, J., & Smith, E. (1995b). Splitting, covariation and their role in the development of exponential function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 66-86 . <https://doi.org/10.2307/749228>
- Contreras, L., Pross, J., Bijl, P. K., Koutsodendris, A., Raine, J. I., van de Schootbrugge, B., & Brinkhuis, H. (2013). Early to Middle Eocene vegetation dynamics at the

- Wilkes Land Margin (Antarctica). *Review of Palaeobotany and Palynology*, 197, 119-142. <https://doi.org/10.1016/j.revpalbo.2013.05.009>
- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. *Handbook Of Mathematics Teaching Research-A Tool For Teachers-Researchers*.33, 47-58.
- Çinçin, K. (2016). Matematiksel soyut kavramlar ile somut kavramların bilgisi. *21. Yüzyılda Eğitim ve Toplum*, 5(13), 239-246.
- Demers, C. (1995). *La pertinence de postuler de multiples niveaux de représentation dans le modèle de la redescription des représentations de Karmiloff-Smith*. [Doktora tezi, Montréal Üniversitesi]. Montréal Üniversitesi Kütüphaneleri. Montréal Üniversitesi. <https://hdl.handle.net/1866/37466>
- Demirel, Ö., Seferoğlu, S. S., & Yağcı, E. (2001). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Pegem A Yayıncılık.
- Dikoviç, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science & Information Systems*, 6(2), 191-203.
- Doerr, H. M., & Lesh, R. (2003). A modelling perspective on teacher development. In R. Lesh and H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models & modelling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching* (pp. 125–140). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Duval, R. (1999). Representation, vision, and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. basic issues for learning. In *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,
- Düzenli Çil, B., & Yılmaz, R. (2023). Bilgisayar destekli işbirlikli öğrenme alanında gerçekleştirilen araştırmalardaki eğilimlerin incelenmesi: Bir içerik analizi çalışması. *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama*, 13(1), 134-160. <https://doi.org/10.17943/etku.1113422>
- Farihah, U., & Rakasiwi, P. (2020). The effect of self efficacy on students' motivation and learning outcome of class 8 in build flat side space material. *Journal of Physics: Conference Series*, 1563(1), 012069. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1563/1/012069>
- Fidan, Y., & Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 185-197.
- Genç, G., & Öksüz, C. (2016). Dinamik matematik yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının öğretilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1551-1566.
- Giovanella, L., Escorel, S., Lobato, L. de V. C., Noronha, L. de V. C., & Carvalho, J. C. de (Ed.). (2012). *Políticas e sistema de saúde no Brasil*. Editora Fiocruz. <https://doi.org/10.7476/9788575413494>

- Gittinger, J. D. (2012). A laboratory guide for elementary geometry using GeoGebra. *North American GeoGebra Journal*, 1(1).
- Granberg, C., & Olsson, J. (2015). ICT-supported problem solving and collaborative creative reasoning: Exploring linear functions using dynamic mathematics software. *The Journal of Mathematical Behavior*, 37, 48-62. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.11.001>
- Gravemeijer, K., & Bakker, A. (2006). Design research and design heuristics in statistics education. In A. Rossman, & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the seventh international conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil* (pp. 1-6). International Statistical Institute.
- Gür Erdoğan, D., & Şimşek, Ş. (2023). Ortaokul 5. sınıf matematik öğretiminde aktif öğrenme öğretim programı ihtiyaç analizi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2), 199-219. <https://doi.org/10.53629/sakaefd.1371602>
- Haciomeroglu, E. S., Bu, L., Schoen, R. C., & Hohenwarter, M. (2009). Learning to Develop Mathematics Lessons with GeoGebra. *MSOR Connections*, 9(2), 24-26. <https://doi.org/10.11120/msor.2009.09020024>
- Hayton, J. C., Allen, D. G., & Scarpello, V. (2004). Factor retention decisions in exploratory factor analysis: A tutorial on parallel analysis. *Organizational Research Methods*, 7(2), 191-205. <https://doi.org/10.1177/1094428104263675>
- Heid, M. K., & Edwards, M. T. (2001). Computer algebra systems: revolution or retrofit for today's mathematics classrooms? *Theory Into Practice*, 40(2), 128-136. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002_7
- Hillenbrand, C.-D., Grobe, H., Diekmann, B., Kuhn, G., & Fütterer, D. K. (2003). Distribution of clay minerals and proxies for productivity in surface sediments of the Bellingshausen and Amundsen seas (West Antarctica) – Relation to modern environmental conditions. *Marine Geology*, 193(3-4), 253-271. [https://doi.org/10.1016/S0025-3227\(02\)00659-X](https://doi.org/10.1016/S0025-3227(02)00659-X)
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007a). Mathematics teacher development with ICT: Towards an International GeoGebra institute. *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 27(3), 49-54.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007b). Mathematics teacher development with ICT: Towards an international GeoGebra institute, *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 27(3), 49-54.
- Işıksal, M., & Aşkar, P. (2003). İlköğretim eğitimi için matematik ve bilgisayar öz-yeterlik algısı ölçekleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(25).
- Jaber, O., Swidan, O., & Fried, M. N. (2023). Design considerations in developing an augmented reality learning environment for engaging students in covariational reasoning. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 18(11), 52-73. <https://doi.org/10.3991/ijet.v18i11.38923>

- Johnson, H. L. (2012). Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 313-330. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.01.001>
- Jonassen, D. H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 48(4), 63-85. <https://doi.org/10.1007/BF02300500>
- Kaleli Yılmaz, G., & Yüksel, M. (2019). Effect of different learning environments on 7th grade students' geometric thinking levels. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 426-455. <https://turcomat.org/index.php/turkbilmat/article/view/209>
- Kandemir, F. M., Ozkaraca, M., Yildirim, B. A., Hanedan, B., Kirbas, A., Kilic, K., Aktas, E., & Benzer, F. (2015). Rutin attenuates gentamicin-induced renal damage by reducing oxidative stress, inflammation, apoptosis, and autophagy in rats. *Renal Failure*, 37(3), 518-525. <https://doi.org/10.3109/0886022X.2015.1006100>
- Kaplan, A., & Demiral, S. (2010). İlköğretim matematik derslerinde cebirsel ifadeleri öğretiminde belirlenen bazı hata ve kavram yanlışları. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21.
- Kaya, A., & Öçal, M. F. (2018). Geogebra'nın öğrencilerin matematikteki akademik başarılarına etkisi üzerine bir meta-analiz. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 31-59. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.505918>
- Kenar, İ. (2012). Teknoloji ve Derslerde Teknoloji Kullanımına Yönelik Veli Tutum Ölçeği geliştirilmesi ve tablet pc uygulaması. *Eğitim Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 124-139.
- Kertil, M. (2020). Covariational reasoning of prospective mathematics teachers: how do dynamic animations affect? *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(2), 312-342. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.652481>
- Kertil, M., Gülbağcı Dede, H., & Gülen Ulusoy, E. (2021). Skill-based mathematics questions: what do middle school mathematics teachers think and how do they implement? *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(1), 151-186. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.774651>
- Kieran, C., & Sfard, A. (1999). Seeing through symbols: the case of equivalent expressions. *Focus on Learning Mathematics*, 21(1), 1-17. <https://www.researchgate.net/publication/234603435>
- Komorek, M., & Duit, R. (2004). The teaching experiment as a powerful method to develop and evaluate teaching and learning sequences in the domain of non-linear systems. *International Journal of Science Education*, 25, 619-633.
- Kutluca T. (2009). *İkinci dereceden fonksiyonlar konusu için tasarlanan bilgisayar destekli öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.

- Kutluca, T., & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde geogebra kullanımını hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (17), 160-172.
- Küslü, F. (2015). *Bilgisayar destekli matematik öğretiminin 8. sınıf öğrencilerinin "prizmalar" konusundaki başarısına etkisi*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Sakarya Üniversitesi.
- Kyriacou, C. (1992). Active learning in secondary school mathematics. *British Educational Journal*, 18(3).
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349-371. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9071-z>
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 157-189. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0502&3_03
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. *In Beyond constructivism* (pp. 3-33). Routledge.
- Martinez, M. V., Brizuela, B. M., & Superfine, A. C. (2011). Integrating algebra and proof in high school mathematics: An exploratory study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(1), 30-47. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.11.002>
- MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2005). İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı. *Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu*.
- Memişoğlu, B. (2005). *Matematik öğretiminde bilişim teknolojilerinin kullanımı*. [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded Sourcebook*. (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Moore, K. C., Paoletti, T., & Musgrave, S. (2013). Covariational reasoning and invariance among coordinate systems. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 461-473. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.05.002>
- Morsanyi, K., McCormack, T., & O'Mahony, E. (2018). The link between deductive reasoning and mathematics. *Thinking & Reasoning*, 24(2), 234-257. <https://doi.org/10.1080/13546783.2017.1384760>
- Öner, A. T. (2009). *İlköğretim 7. sınıf cebir öğretiminde teknoloji destekli öğretimin öğrencilerin erişim düzeyine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Özdemir, F., Aslaner, R., & Açıkgül, K. (2020). Bilgisayar destekli matematik öğretiminin öğrencilerin matematik tutumuna etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *İnönü Üniversitesi*

- Özmantar, M. F., Akkoç, H., Bingölbali, E., Demir, S., & Ergene, B. (2010). Pre-service mathematics teachers' use of multiple representations in technology-rich environments. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 6(1), 19-36.
- Panorkou, N., & Germia, E. F. (2021). Integrating math and science content through covariational reasoning: the case of gravity. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(4), 318-343. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1814977>
- Paoletti, T., Gantt, A. L., & Vishnubhotla, M. (2022). Constructing a system of covariational relationships: Two contrasting cases. *Educational Studies in Mathematics*, 110(3), 413-433. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10134-0>
- Paoletti, T., & Kevin C. Moore. (2017). The parametric nature of two students' covariational reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 48, 137-151.
- Paoletti, T., & Moore, K. C. (2017). The parametric nature of two students' covariational reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 48, 137-151. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.08.003>
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.
- Patton, M. O. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. (3rd Ed). Sage Publication.
- Robert, A. D., ve Boullaguet, A. (1997). *Analyse de contenu*. Paris: P.U.F.
- Roschelle, J., Shechtman, N., Tatar, D., Hegedus, S., Hopkins, B., Empson, S., Knudsen, J., & Gallagher, L. P. (2010). Integration of Technology, Curriculum, and Professional Development for Advancing Middle School Mathematics. *American Educational Research Journal*, 47(4), 833-878. <https://doi.org/10.3102/0002831210367426>
- Sangwin, C. (2007). A brief review of GeoGebra: dynamic mathematics. *MSOR Connections*, 7(2), 36-38. <https://doi.org/10.11120/msor.2007.07020036>
- Sfard, Anna. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Stalvey, H. E., & Vidakovic, D. (2015). Students' reasoning about relationships between variables in a real-world problem. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40, 192-210. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.08.002>
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Research Design In Mathematics And Science Education*, 267-307. <https://www.researchgate.net/publication/264119299>

- Sulisworo, D., & Toifur, M. (2016). The role of mobile learning on the learning environment shifting at high school in Indonesia. *International Journal of Mobile Learning and Organisation*, 10(3), 159. <https://doi.org/10.1504/IJMLO.2016.077864>
- Süleymanoğlu, E., Yıldız, İ., & Ersoy, E. (2017). 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri üzerine bir çalışma. *Journal of Turkish Studies*, 12(17), 179-194. <http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.11702>
- Swidan, O., Schacht, F., Sabena, C., Fried, M., El-Sana, J., & Arzarello, F. (2019). Engaging students in covariational reasoning within an augmented reality environment. *Çinde Augmented Reality in Educational Settings* (ss. 147-167). https://doi.org/10.1163/9789004408845_007
- Şahin, M., & Karakuş, F. (2023). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusunun öğretiminde kullandıkları örneklere ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(4), 1213-1234. <https://doi.org/10.34056/aujef.1108729>
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: foundational ways of thinking mathematically variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. *Compendium For Research In Mathematics Education*, 421-456.
- Thompson, P. W., Hatfield, N. J., Yoon, H., Joshua, S., & Byerley, C. (2017). Covariational reasoning among U.S. and South Korean secondary mathematics teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, (48), 95-111. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.08.001>
- Thompson, R. A. (1994). Emotion Regulation: A Theme in Search of Definition. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 59(2/3), 25. <https://doi.org/10.2307/1166137>
- Tüzer Ünsal, G., & Akay, C. (2020). Lise öğrencilerinin matematik başarısı, kaygısı ve öğretim teknolojilerine yönelik tutumları üzerine: GeoGebra dinamik yazılımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 28(1), 234-252. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.3538>
- Yackel, E., Gravemeijer, K., & Sfard, A. (2010). Paul cobb the book. *A Journey in Mathematics Education Research*, 9-17. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9729-3_2
- Yavuz Mumcu, H., & Baki, A. (2017). Matematiği kullanma aktivitelerinde matematiksel modellemenin yorumlanması. *Ondokuz Mayıs University Journal of Education Faculty*, 36(1), 7-33.
- Yerushalmy, M. (2009). Educational Technology and Curricular Design: Promoting Mathematical Creativity for All Students. *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*, 101-113. https://doi.org/10.1163/9789087909352_008
- Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. (9. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

- Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (12. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zacharia, Z. C., Olympiou, G., & Papaevripidou, M. (2008). Effects of experimenting with physical and virtual manipulatives on students' conceptual understanding in heat and temperature. *Journal of Research in Science Teaching*, 45(9), 1021-1035. <https://doi.org/10.1002/tea.20260>
- Zeybek Şimşek, Z., & Kılıçoğlu, E. (2022). Ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının süreç standartları kapsamında incelenmesi. *Araştırma Makalesi Western Anatolia Journal of Educational Sciences*, 13(2), 1440 – 1459. <https://doi.org/10.51460/baebd.1189260>



EKLER

EK 1: Ön Test- Son Test

EK 2: Matematik Dersi Öğretim Programı Doğrusal Denklemler Konusu Kazanımları

EK 3: Etik Kurul Kararı

EK 4: Araştırma İzin Belgesi



EK 1/1. Ön Test- Son Test

Ad-Soyad:

1. Sabit hızla giden bir aracın aldığı yol ile tükettiği yakıt miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren bir temsil çizebilir misin? (resim, tablo, grafik vb.)
2. Bir telefon şirketi şebeke içi kullanım tarifesini 4 dakikası 1 TL olarak belirlemiştir. Telefonunda 50 TL yüklü olan bir kullanıcının şebeke içi konuştuğu süre ile kalan TL miktarı ~~arasındaki~~ ilişkiyi gösteren tabloyu çizebilir misin? Denklemini yazabilir misin?
3. Ali, önceden 90 sayfasını okuduğu kitabını her gün düzenli 25 sayfa okuyarak bitirmeye karar vermiştir. Ali'nin kitap okuduğu gün sayısı ile sayfa arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu çizebilir misin? Denklemini yazabilir misin?

EK 1/2.

4.

Bir çiftlikte üretilen süt, cam şişelere ve kâğıt kutulara boşluk kalmayacak biçimde doldurulacaktır. Bu ürünlerin birer adetlerinin hacimleri ve fiyatları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Dolum Yapılacak Ürünlere Ait Bilgiler

Ürün	Hacim (litre)	Fiyat (kuruş)
Cam Şişe	0,5	50
Kâğıt Kutu	1	20

Bu çiftlikte üretilen 150 litre sütün tamamını doldurmak için eşit sayıda cam şişe ve kâğıt kutu satın alınıyor. Dolum yapılmadan önce cam şişelerden bir kısmı kırılıyor. Kırılan şişelerin hacmi kadar sütün doldurulabilmesi için kâğıt kutulardan tekrar satın alınıyor.

Bu iş için cam şişelere ve kâğıt kutulara toplam 7400 kuruş ödendiğine göre kırılan cam şişe sayısı kaçtır?

- A) 40 B) 30 C) 20 D) 10

5.

x	1	2	3	4	5
y	1	5	9	13	17

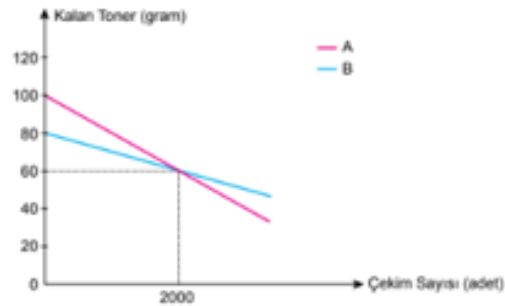
Yukarıdaki tabloda verilen x ve y değerleri arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

6.

Bir kurumda bulunan iki fotokopi makinesinden birincisinde A marka, ikincisinde B marka toner kullanılmaktadır.

Aşağıda fotokopi çekim sayısına göre bu makinelerde kalan toner miktarını gösteren doğrusal grafik verilmiştir.

Grafik: Çekim Sayısına Göre Kalan Toner Miktarı



100 gramlık A marka tonerin fiyatı 500 TL ve 80 gramlık B marka tonerin fiyatı 750 TL'dir.

Bir ay içinde birinci makine ile 15 000 çekim, ikinci makine ile 32 000 çekim yapıldığında kurumun aylık toner maliyeti toplam kaç TL olur?

- A) 3000 B) 3500 C) 4000 D) 4500

EK 1/3.

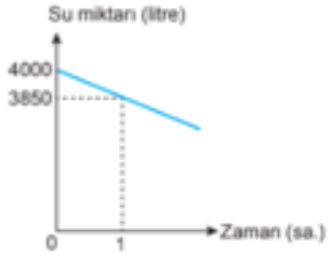
7.

Aşağıda üzerinde alanları verilen altı adet tarla, hacmi 4000 litre olan tamamı dolu bir depodaki su ile sulanmaktadır.

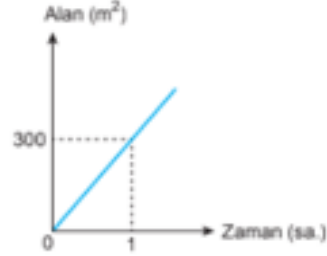
900 m ²	1200 m ²	700 m ²	800 m ²	1500 m ²	1000 m ²
K	L	N	P	R	S

Bu depoda kalan su miktarının ve sulanan alanın zamana göre değişimi aşağıdaki doğrusal grafiklerde gösterilmiştir.

Grafik: Depoda Kalan Su Miktarının Zamana Göre Değişimi



Grafik: Sulanan Alanın Zamana Göre Değişimi



Her bir tarlanın tamamı sulandıktan sonra diğer tarlaya geçilecek şekilde sırasıyla K, L, N, P, R, S tarlaları sulanacaktır.

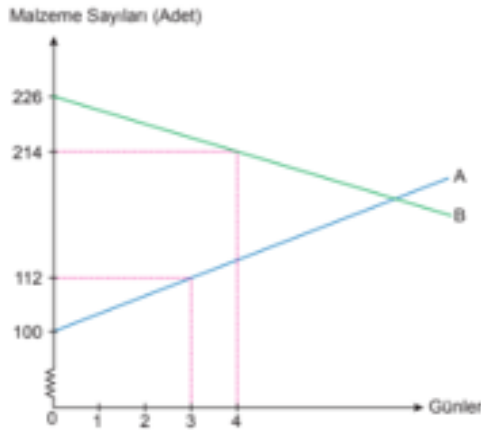
Buna göre, depoda kalan su miktarının 2500 litrenin altına düştüğü anda hangi tarla sulanmaktadır?

- A) N B) P C) R D) S

8.

Bir firmanın A ve B depolarında bulunan malzemelerin sayılarının zamana göre değişimleri aşağıdaki doğrusal grafikte gösterilmiştir.

Grafik: Malzeme Sayılarının Zamana Göre Değişimi



Bu depolardaki malzeme sayılarının eşitlendiği gün toplam malzeme sayısı kaçtır?

- A) 308 B) 326 C) 344 D) 364

EK 1/4

9.

Aşağıdaki haritada beş şehri birbirine bağlayan bir yol ve bu şehirler arasındaki uzaklıklar gösterilmiştir.

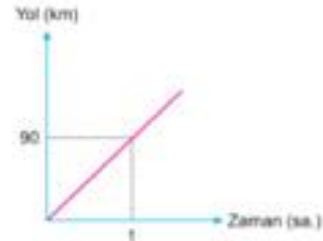


Deposunda 40 L yakıt bulunan bir araç, bu yolu kullanarak A şehrinde E şehrine doğru hareket etmiştir. Bu aracın deposunda kalan yakıt miktarının ve gittiği yolun uzunluğunun zamana göre değişimleri aşağıdaki doğrusal grafiklerde verilmiştir.

Grafik 1: Depoda Kalan Yakıt Miktarının Zamana Göre Değişimi



Grafik 2: Gidilen Yolun Zamana Göre Değişimi



Bu aracın deposundaki yakıt miktarı 5 L'nin altına düştüğünde yakıt uyarı lambası yanmıştır.

Buna göre aracın yakıt uyarı lambası hangi iki şehir arasında yanmıştır?

- A) A – B B) B – C C) C – D D) D – E

10.

a	0	1	2	3	4	5
b	-3	-1	1	3	5	7

Yukarıdaki şekilde verilen tabloya göre, a ile b arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a = 2b - 3$ B) $2a + 3 = b$
C) $2a + b = -3$ D) $b = 2a - 3$

M.8.2.2. Doğrusal Denklemler

Terimler veya kavramlar: bağımlı değişken, bağımsız değişken, doğrusal denklem, eğim

M.8.2.2.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

Bu sınıf düzeyinde katsayıları rasyonel sayı olan denklemlere yer verilir.

M.8.2.2.2. Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir.

Koordinat sistemi üzerinde yer belirlemeyle gerçek hayat durumlarını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara yer verilir.

M.8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder.

a) Tablo ile yapılan gösterimlerde sıralı ikililer biçiminde ifadelere de yer verilir.

b) İki değişkenden birinin değerinin, diğer değişkenin aldığı değere göre nasıl değiştiği ve bu durumda hangisinin bağımlı hangisinin bağımsız değişken olduğu incelenir.

M.8.2.2.4. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.

Doğrunun eksenleri hangi noktalarda kestiği, eksenlere paralelliği, orijinden geçip geçmediği durumlar ele alınır.

M.8.2.2.5. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar.

Doğrunun grafiği yorumlanırken doğru üzerindeki noktaların x ve y koordinatları arasındaki ilişki, eksenleri hangi noktalarda kestiği, orijinden geçip geçmediği, eksenlere paralelliği durumları ele alınır.

M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.

a) Eğimin işaretinin ve büyüklüğünün anlamı üzerinde durulur.

b) Günlük hayatla ilişkili modellemelerde eğimin dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranı olduğu dikkate alınarak işareti üzerinde durulmaz.

c) Gerektiğinde uygun bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanır.

EK 3. Etik Kurul Kararı



NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMALAR ETİK KURULU
ETİK KURUL KARARI

Etik Kurul Toplantı Tarihi/Sayısı ve Karar No	Tarih :10/11/2023 Toplantı Sayısı:11 Karar No :2023/491
Araştırmanın Başlığı	8. Sınıf Öğrencilerinin Dinamik Öğrenme Ortamında Kovaryasyonel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi.
Sorumlu Araştırmacı	Doç. Dr. Hatice ÇETİN
Yardımcı Araştırmacı	Uğur ÖZDEMİR Lisansüstü Öğrenci
Etik Kurul Kararı	16422 sayılı başvuru Etik Kurul tarafından değerlendirilmiş olup, başvurunun bilimsel araştırma etiği açısından “Uygun” olduğuna karar verilmiştir.

ASLI GİBİDİR
10/11/2023

Doç. Dr. Mustafa AYDIN
Başkan Yardımcısı

EK 4: Konya İl Milli Eğitim Müdürlüğü Araştırma İzin Belgesi

	<p>T.C. KONYA VALİLİĞİ İl Millî Eğitim Müdürlüğü</p>	 
Sayı : E-83688308-605.99-93429055		02.01.2024
Konu : Araştırma İzni (Uğur ÖZDEMİR)		
DAĞITIM YERLERİNE		
İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığının (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi. b) 13/12/2023 tarihli ve E-48178250-300-438676 sayılı yazımız. c) 26/12/2023 tarihli Araştırma İzinleri Değerlendirme Komisyonu Tutanağı.		
<p>Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı Sınıf Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Uğur ÖZDEMİR'in "8. Sınıf Öğrencilerinin Dinamik Öğrenme Ortamında Kovaryasyonel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi" konulu araştırmasını uygulama talebi incelenmiştir.</p> <p>Araştırmanın; Selçuklu Şerife Akkanat Ortaokulu Müdürlüğünde eğitim gören öğrencilere eğitim öğretimi aksatmamak ve ilgi (a) Genelgede belirtilen açıklamalara uyulması kaydıyla gerçekleştirilmesi ilgi (c) komisyon tutanağı ile uygun görülmektedir. Müdürlüğümüze bağlı eğitim kurumlarındaki çalışmaların 2023-2024 eğitim öğretim yılı içerisinde tamamlanması zorunludur. Araştırma kapsamında yürütülecek çalışmaların 2023-2024 eğitim öğretim yılında tamamlanmaması durumunda Müdürlüğümüzden tekrar izin alınması gerekmektedir.</p> <p>Araştırmada Müdürlüğümüz tarafından onaylanarak gönderilen veri toplama araçlarının kullanılması, elde edilecek kişisel verilerin gizliliği hususuna dikkat edilmesi ve araştırma sonucunun çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde elektronik ortamda Müdürlüğümüz istatistik42@meb.gov.tr e-posta adresine gönderilmesi gerekmektedir.</p> <p>Arz/rica ederim.</p>		
Murat YİĞİT İl Millî Eğitim Müdürü		
Ek: 1-Genelge (3 Sayfa) 2-Veli Onam Formu (1 Sayfa) 3-Öğrenci Soru Formu (1 Sayfa)		
Dağıtım: Gereği: Necmettin Erbakan Üniversitesi Rektörlüğüne		Bilgi: Selçuklu İlçe Millî Eğitim Müdürlüğüne
<small>Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. Adres : Akçeşme Mahallesi Çınar Cad. No:4 Karatay/Konya Telifin No : 9 (332) 353 30 50 E-Posta: istatistik42@meb.gov.tr Kep Adresi : meb01bo01.kep.tr</small>		
<small>Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-obyk Bilgi için: Ali Naci İŞİK -1225 Uzvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni İnternet Adresi: http://konya.meb.gov.tr Faks:3323515940</small>		
<small>Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://istatistik42.meb.gov.tr adresinde: 6857-02e9-33a9-9474-57b7 koda ile teyit edilebilir.</small>		
		