



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ORANTISAL AKIL YÜRÜTME ÜZERİNE
SİSTEMATİK DERLEME ÇALIŞMASI

Rümeysa UÇAR
ORCID: 0000-0002-3046-6237

Danışman
Doç. Dr. Bilge PEKER
ORCID: 0000-0002-0787-4996

Konya – 2022

TEŞEKKÜR

Hem lisans hem lisansüstü eğitimim boyunca benden yardımını, iletişimini ve desteğini esirgemeyen, daima yol gösteren kıymetli hocam ve danışmanım Doç. Dr. Bilge PEKER'e saygı, sevgi ve teşekkürlerimi sunuyorum.

Hayatım boyunca, her konuda yardımını ve desteğini benden esirgemeyen, bugünlere gelmemde çok büyük emekleri olan sevgili annem Ayőe Uçar'a, babam Yusuf Uçar'a, ablam Emine Uçar'a, ağabeyim Enes Uçar'a ve kardeşim Mustafa Uçar'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak, tanıştığımızdan beri hayatımdaki her zorlukta yanımda olan, benden desteğini hiç esirgemeyen arkadaşım Halenur Uslu'ya teşekkür ederim.

Rümeysa UÇAR

Aralık 2022

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	ii
İÇİNDEKİLER	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
TABLolar LİSTESİ	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	2
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Araştırmanın Önemi.....	4
1.4. Varsayımlar	4
1.5. Sınırlılıklar.....	5
1.6. Tanımlar	5
2. ALAN YAZIN	7
2.1. Oran ve Orantı	7
2.1.1. Oran ve orantı nedir?.....	7
2.1.2. Altın oran	12
2.2. Orantısal Akıl Yürütme	14
2.2.1. Orantısal akıl yürütme nedir?.....	14
2.2.2. Orantısal akıl yürütmenin düzeyleri	15
2.2.3. Orantısal akıl yürütme dönüşümleri	20
2.3. Orantısal Akıl Yürütme Problem Türleri.....	23
2.3.1. Bilinmeyen değeri bulma.....	23
2.3.2. Sayısal karşılaştırma	26
2.3.3. Niteliksel akıl yürütme problemleri.....	27
2.4. Çarpımsal ve Toplamsal Akıl Yürütme Yöntemleri	29
2.4.1. Toplamsal akıl yürütme	29
2.4.2. Çarpımsal akıl yürütme.....	29
2.5. Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinde Kullanılan Stratejiler	31
2.6. Orantısal Akıl Yürütme Üzerine Yapılan Çalışmalar	32

3. YÖNTEM.....	39
3.1. Araştırmanın Modeli	39
3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi	40
3.3. Veri Toplama Araç ve Teknikleri	40
3.4. Verilerin Toplanması.....	40
3.5. Verilerin Analizi	43
3.6. Geçerlik ve Güvenirlik	45
4. BULGULAR	46
4.1. Makalelerin Yayın Yılına Göre Dağılımı	46
4.2. Makalelerin Yöntemine Göre Dağılımı	47
4.3. Makalelerin Ükelere Göre Dağılımı.....	48
4.4. Makalelerin Örneklem Grupları ve Örneklem Büyüklüklerine Göre Dağılımı	50
4.5. Makalelerin Temalarına Göre Dağılımı	53
4.6. Makalelerin Konularına ve Sonuçlarına Göre Dağılımı.....	54
4.7. Makalelerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımı	65
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	68
5.1. Tartışma.....	68
5.1.1. Betimsel/keşfedici araştırmalar	73
5.1.2. İlişki araştırmaları.....	79
5.1.3. Etki araştırmaları	80
5.1.4. Deneysel araştırmalar	84
5.1.5. Demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar	88
5.2. Sonuç.....	92
5.3. Araştırmacılar, Eğitimciler ve Politika Geliştiriciler İçin Öneriler.....	94
KAYNAKLAR	966
EKLER	1044

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Orantısal Akıl Yürütme Üzerine Sistemik Derleme Çalışması başlıklı tez çalışmamın toplam **80** sayfalık kısmına ilişkin, 12/12/2022 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%7** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

12/12/2022

Rümeysa UÇAR

Doç. Dr. Bilge PEKER

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

12/12/2022

Rümeysa UÇAR

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

- A&HCI** : Arts & Humanities Citation Index
- MEB** : Millî Eğitim Bakanlığı
- OECD** : Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü)
- PISA** : Programme for International for Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
- SCIE** : Science Citation Index Expanded
- SSCI** : Social Sciences Citation Index
- TIMSS** : Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
- Vd.** : Ve diğerleri
- Vb.** : Ve benzeri

TABLolar LİSTESİ

Tablo 2.1. Öğrenci başına düşen şişe sayısını gösteren tablo.	29
Tablo 4.1. Araştırmaya dahil edilen makalelerin kodlara ve yıllara göre dağılımı.	47
Tablo 4.2 Araştırmaya dahil edilen makalelerin kodlara ve yöntemlere göre dağılımı.	48
Tablo 4.3 Araştırmaya dahil edilen makalelerin kodlara ve ülkelere göre dağılımı.	49
Tablo 4.4 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların örneklem grupları ve örneklem büyüklükleri.	50
Tablo 4.5. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların temalarına göre dağılımı.....	53
Tablo 4.6. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı. ...	55
Tablo 4.7 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların veri toplama araçlarına göre dağılımı.	65



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Öklid hesaplaması için örnek şekil.	10
Şekil 2.2. Öklid hesaplaması için örnek şekil.	11
Şekil 2.3. Altın oran.	13
Şekil 2.4. k çarpanlı ölçeklendirme dönüşümü.	21
Şekil 2.5. Ölçekli dönüşüm.	22
Şekil 2.6. Ölçeklendirme çalışmaları için örnek şekiller.	23
Şekil 2.7. Oranlar içinde karşılaştırma.	25
Şekil 2.8. Oranlar arasında karşılaştırma.	25
Şekil 3.1. PRISMA: Akış diyagramı: Makalelerin eleme ve dahil edilme süreci.	42
Şekil 4.1 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların yıllara göre dağılımı.	46
Şekil 4.2 Araştırmaya dahil edilen makalelerin yöntemlerine göre dağılımı.	48
Şekil 4.3 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların ülkelere göre dağılımı.	49
Şekil 4.4 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların veri toplama araçlarına göre dağılımı.	66

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

ORANTISAL AKIL YÜRÜTME ÜZERİNE SİSTEMATİK DERLEME ÇALIŞMASI Rümeysa UÇAR

Bu çalışmada orantısal akıl yürütme konusu üzerinde ülkemizde ve diğer ülkelerde yapılan araştırmalar sistematik olarak incelenmiştir. Bu çalışmada Web of Science veri tabanı üzerinden oran ve orantı, orantısal akıl yürütme, çarpımsal ve toplamsal akıl yürütme kavramları taratılmıştır. Tarama sonucunda bu çalışmaya uygun görülen 63 makale araştırma kriterleri ve sorularına göre içerik analizi ile analiz edilmiştir. Veri toplama aracı olarak doküman analizi kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları, araştırma soruları temel alınarak oluşturulmuştur. Bu araştırmanın bulgularını makalelerin; yayın yılına göre, yöntemine göre, ülkelere göre, örneklem grupları ve örneklem büyüklüklerine göre, temalarına göre, konularına ve sonuçlarına göre dağılımları oluşturmaktadır. Sonuçlar grafik, tablo, frekans ve yüzde olarak betimsel bir şekilde açıklanmıştır. Çalışma sonucunda orantısal akıl yürütme çalışmalarında 2016 yılından itibaren büyük bir artışın olduğu, en fazla nitel yöntemin tercih edildiği, en fazla çalışmanın ABD’de yapıldığı, örneklem grubunun genel olarak ortaokul seviyesindeki öğrencilerden oluştuğu, çalışmanın temalarının genel olarak öğrenci ve öğretmen merkezli olduğu, araştırma konusu olarak öğrenci ve öğretmenlerin yer aldığı çalışmaların ön planda olduğu ve çalışmalarda birden fazla veri toplama aracının daha çok kullanıldığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Orantısal akıl yürütme, oran, orantı, toplamsal akıl yürütme, çarpımsal akıl yürütme

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Elementary Mathematics Education Program
Master Thesis

A SYSTEMATIC REVIEWING STUDY ON PROPORTIONAL REASONING Rümeysa UÇAR

In this study, research papers about “proportional reasoning” in Turkey and other countries are analyzed systematically. “Rate and ration, proportional reasoning, and multiplicative reasoning and additive reasoning” keywords are searched on the database of Web of Science. As a result of this search, 63 articles, which are found to be appropriate for his research, are analyzed by content analysis method with the reasearch criteria and questions in mind. Document analysis is used as a data collection technique. The findings of this research are constructed based on the research questions. Findings of this research are composed of the studied articles’ distribution according to the publication year, method, country, sample groups and sample sizes, themes, subjects and results. The outcomes are explained in a diagraphic manner with graphs, tables, frequencies, and percentages. After the work on the obtained data, the results show that the research on the proportional reasoning had been increasing substantially since 2016, qualitative method was preferred the most, the most research papers were written in the USA, the research sample group generally consisted of students in middle school, the themes of the study were generally student and teacher centered, the studies involving teachers and students as research subjects are prioritized, and more than one data collection technique was generally used in studies.

Keywords: Proportional reasoning, rate, ration, multiplicative reasoning, additive reasoning

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Yaşadığımız dönemde matematiği içerisinde barındırmayan neredeyse hiçbir alan yoktur (Nasibov ve Kaçar, 2005). Günümüz toplumunun biçimlenmesinde önemli role sahip olan matematik, uçak teknolojisinden bilgisayara kadar pek çok bölümde sık olarak kullanılmaktadır (Gür, 2004). Yani matematiği sadece okulda öğretilen bir ders olarak değil, aynı zamanda günlük yaşantımızda ve diğer meslek grupları içerisinde de görmekteyiz. Okullarda öğretilen matematik dersi ise sadece problem çözmek ya da öğreticinin anlattığı şekli tekrarlamak değildir (Van de Walle vd., 2014). Matematik bir süreçtir ve önemli olan bu süreci anlamlandırabilmektir. Öğrencilerin de bu süreci anlamlandırabilmesi matematiksel iletişimi kurabilmeleriyle mümkündür (Kabael ve Baran, 2016). Matematiksel iletişim, öğrencilerin karşılaştıkları matematiksel problemlerde ilk olarak bu problemi anlamaları ve bu probleme yönelik verdikleri cevaba ilişkin yorumlarını, dayanaklarını açıklayabilmeleridir (Kabael ve Baran, 2016). Öğrencilerin matematik dersinde kavramları ve işlemleri doğru anlamlandıramıyor olmaları genel bir sorun olarak görünürken, yapılan bu çalışmada bu sorun matematiğin özel bir konusu olan “orantısal akıl yürütme” üzerine değerlendirilecektir.

Matematik dersi konularında genel olarak öğrencilerin birçoğu işlemsel konularda sıkıntı yaşarken, matematiğin özel bir konusu olan oran-orantı konusunda genellikle kavram yanlışlarına düşmektedirler (Tunç, 2018). Öğrenciler dört işlem konusunu daha iyi yapabilirken soruyu anlamlandırmada sıkıntı yaşamaktadırlar. Yani öğrenci, dört işlem konusunda sıkıntı yaşamamasına rağmen konu içerisindeki kavramları anlayamadığı için konunun içerisindeki soruları da çözememektedir. Özellikle günlük hayatta sıkça karşılaşılan; faiz, indirim, yüzde, yol gibi problemlerde orantısal akıl yürütme becerisinin olması gerekmektedir (Tunç, 2018). Bu nedenle kişinin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olması önemlidir. Fakat oran-orantı problemlerinde doğru sonuca ulaşmak orantısal akıl yürütme becerisine sahip olduğunu göstermez, çünkü yapılan herhangi bir dört işlem sonucunda da doğru cevap bulunabilir (Lamon, 2007). Önemli olan doğru cevaba ulaşmak değil doğru düşünebilmektir. Orantısal akıl yürütme; kavramlar ve oranlar arasında bir ilişki bulmayı, bu ilişkiler üzerinde karşılaştırma yapmayı içeren zihinsel bir süreçtir (Lamon, 2012). Dolayısıyla orantısal akıl yürütme, bir düşünme biçimi olarak görülmeli ve matematik içerisinde bu düşünme biçimi sonuç odaklı değil zihin odaklı bir kavram olmalıdır. Aynı zamanda her

öğrenciden beklenen bir zihinsel süreçtir. Orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmak, oran ve orantı kavramlarını anlayabilmekten geçer.

Herhangi iki çokluğun birbirine bölünerek kıyaslanabilmesine oran, bu kıyas sonucunda oluşan en az iki oranın birbirine eşit olması durumuna da orantı denmektedir (MEB, 2018). Vergnaud (1988) oranı, aynı yapıya ve birime sahip iki çokluk arasındaki ilişki olarak tanımlamıştır. Matematiğin temellerinden sayılabilecek kavramlar olan oran ve orantıyı anlamlandırarak öğrenebilmek, matematiksel akıl yürütme olarak görünen orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmak ile alakalıdır (Lesh vd., 1988). Orantısal akıl yürütme; oran-orantı konusu hakkında bir problem ya da soruyu çözebilmek değil, o soruyu ya da problemi öğrencinin beyninde anlamlandırarak akıl yürütebilmesidir (Van De Walle vd., 2014). Orantısal akıl yürütme becerisi aslında, en az iki çokluğun birbiri ile kıyaslanabilmesi durumudur. Bu kıyaslamayı yapacak olan öğrencinin ise okuduğunu anlaması ve gördüğü matematiği beyninde anlamlandırıp yorumlaması beklenmektedir. Orantısal akıl yürütme becerisi, öğrencilerin eğitim hayatları boyunca kullanabilmeleri gereken bir beceridir.

Orantısal akıl yürütme, matematiksel akıl yürütme türleri içerisinde yer almaktadır (Duatepe vd., 2005). Al-Watban'a (2001) göre orantısal akıl yürütme; sadece okul ortamlarında gördüğümüz bir konu değil aynı zamanda günlük hayatımızda karşımıza çıkan sorunlarda bize yardımcı olan bir düşünme biçimidir. Literatürde matematik eğitimi üzerinde çalışılmış tez ve makaleler incelendiğinde, orantısal akıl yürütme konusu üzerinde yapılan çalışmaların fazla olduğu görülmektedir (Al- Watban, 2001).

Orantısal akıl yürütme becerisi üzerinde yapılan birçok çalışmada, öğrencilerin oran-orantı kavramlarını anlamlandırmada ve özellikle bu kavramların yer aldığı sorunları çözüme güçlük çektiği görülmüştür (Tunç, 2018). Buradan hareketle söylenebilir ki, günlük yaşamın birçok anında karşımıza çıkan oran-orantının daha iyi anlaşılması için orantısal akıl yürütme becerisine sahip olunması önemlidir.

1.1. Problem Durumu

Matematiğin anlaşılması için sadece işlemsel yetenek, verilen problem ve soruları çözebilme yeteneği yetmemektedir. İşlemsel yeteneğin yanında anlamsal yeteneğinde olması beklenmektedir. Matematikte işlemsel yeteneğe sahip olan öğrenciler, yaptıkları işlemlerin anlamlarını açıklayamayabilirler. Anlamı açıklanamayan konular ise endişeye sebep olabilmektedir. Bu yüzden en korkulan ders matematik olarak bilinmektedir.

Bu anlamlandırma matematiğinin her konusu ve dalı için geçerli olmakla beraber, yapılacak olan çalışma orantısal akıl yürütme becerisi ile alakalı çalışmaların derlemesi olacaktır. Anlamlandırma sorunu sadece öğrencilere özgü olmayıp, birçok öğretmenin de bu konuda sorun yaşadığı düşünülmektedir (Bayazit ve Dönmez, 2017). Bu yüzden, çalışmanın hem öğrencilere hem de öğretmenlere rehber niteliğinde olması beklenmektedir.

Cramer, Post ve Currier (1993) orantısal akıl yürütme yeteneğini; matematiksel şekilleri, orantı kavramı ile tanımlayabilme, orantılı olmayan başka bir durumdan ayırabilme, bunları sembolik olarak gösterebilme ve orantı sorunlarını çözebilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Orantısal akıl yürütme yeteneği, ilköğretim düzeyindeki matematiksel kavramların ve lise matematik müfredatındaki matematiksel kavramların anlaşılabilmesi için gereken temeli oluşturan bir yapıdır (Lamon, 2012; Lesh vd., 1988). Görüldüğü üzere orantısal akıl yürütme becerisi, matematiğinin anlamlandırılmasında temel oluşturan çok önemli bir beceridir. Dolayısıyla orantısal akıl yürütme becerisiyle alakalı çalışmaların yapılması, bu çalışmaların çoğalmasında gerektiğini düşündürmektedir. Bu durum matematiği anlamlandırmada ve matematik başarısında orantısal akıl yürütme becerisine yönelik çalışmaların önemini ve çalışmanın problem durumunu göstermektedir.

Günlük hayatımızda karşılaştığımız birçok problem orantısal kurallara göre oluşur ve çözülür (Cramer vd., 1993). Orantısal akıl yürütmenin önemi bu şekilde göz önüne alındığında konu hakkında çalışma yapma ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple bu çalışma, literatürde orantısal akıl yürütme becerisine yönelik yapılan çalışmaların derlendiği, sistematik derleme çalışması olması amaçlanmıştır. Bu çalışma, orantısal akıl yürütme becerisi ile alakalı yapılan çalışmaların araştırmacılar tarafından belirlenen belirli kriterler çerçevesinde incelenmesidir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Araştırmanın amacı, araştırmacı tarafından belirlenen veri tabanı üzerinden matematik başarısı ve orantısal akıl yürütme üzerine yayımlanan makalelerin yine araştırmacı tarafından oluşturulan araştırma soruları çerçevesine göre incelenmesidir. Bu araştırma ile orantısal akıl yürütmenin öneminin vurgulanması ve bu konu hakkında araştırma yapacak kişilere farklı ve derin bir bakış açısı geliştirmeleri amaçlanmaktadır.

Ayrıca bu çalışmada; orantısal akıl yürütme becerisi üzerine gelecekte yapılacak çalışmalara ışık tutmak, bakış açısı kazandırmak ve matematik eğitimi ve orantısal akıl yürütme becerisinin öneminin farkındalığını sağlamak amaçlanmıştır.

Belirlenen amaçlar doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıtlar aranmıştır.

- 1- Çalışmaya dahil edilen makalelerin yıllara göre dağılımı nasıldır?
- 2- Çalışmaya dahil edilen makalelerin yöntemlere göre dağılımı nasıldır?
- 3- Çalışmaya dahil edilen makalelerin ülkelere göre dağılımı nasıldır?
- 4- Çalışmaya dahil edilen makalelerin örneklem gruplarına ve örneklem büyüklüklerine göre dağılımı nasıldır?
- 5- Çalışmaya dahil edilen makalelerin temalarına göre dağılımı nasıldır?
- 6- Çalışmaya dahil edilen makalelerin konularına ve sonuçlarına göre dağılımı nasıldır?
- 7- Çalışmaya dahil edilen makalelerin veri toplama araçlarına göre dağılımı nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik toplumda zor bir ders olarak görülmektedir. Bu zorluğun sebepleri çeşitli nedenlere bağlanarak açıklanmaya çalışılmıştır. Bu sebepler incelendiğinde en önemli sebeplerden birisi olarak matematiği anlamlandırılmama sorunu ortaya çıkmaktadır (Kabael ve Baran, 2016). Matematiği zorlaştıran durumlardan birisi de günlük hayatımızda çok sık karşımıza çıkan oran-orantı kavramlarını anlamamızda bize yol gösterici düşünme becerisi olarak sunulan orantısal akıl yürütme becerisinin, öğrenen kişilerde eksik olması ya da hiç olmaması durumudur (Cramer vd., 1993). Bu çalışma orantısal akıl yürütme becerisine yönelik yapılan çalışmaların araştırmacının belirlediği araştırma soruları çerçevesinde incelenmesini amaçlayan sistematik derleme çalışmasıdır. Bu sayede matematik eğitime ve orantısal akıl yürütmeye yönelik yapılan çalışmalara bütüncül bir çerçeve sunduğu için önemli görülmektedir.

1.4. Varsayımlar

Araştırmacının orantısal akıl yürütme üzerine belirlediği veri tabanı üzerinden inceleyeceği makaleleri detaylı inceleyebilmesi için açık bir zihinle yaklaştığı varsayılacaktır.

Bu araştırmaya dâhil edilen birincil çalışmalardaki bulguların, araştırmacılar tarafından, objektif şekilde sunulduğu varsayılmıştır.

Bu araştırmaya dâhil edilen birincil çalışmalarda kullanılan ölçme araçları geçerli, güvenilir olduğu varsayılmıştır.

Taramada elde edilen ve eleme kriterlerine göre incelenen çalışmaların bu araştırmanın kapsamını oluşturması bakımından yeterli olduğu ve çalışmalardan sağlanan bilgilerin akademik araştırma etik ilkelerine göre hazırlandığı dolayısıyla bilgilerin doğru olduğu varsayılmaktadır.

Ayrıca tezin kapsamını belirleyecek araştırmacı tarafından belirlenecek olan çerçeve soruların, araştırma problemini temsil etmesi bakımından yeterli olacağı da varsayılacaktır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışma, orantısal akıl yürütme becerisine yönelik yapılan çalışmaların araştırmacının sunduğu araştırma problemleri çerçevesinde incelenmesini amaçlayan sistematik derleme çalışmasıdır. Bu çalışmaya göre araştırmacının taradığı Web of Science veri tabanı üzerinden 8.11.2020 ile 25.01.2021 tarihleri arasında herhangi bir dil sınırlaması olmadan yapılan araştırmalar çalışmaya dahil edilmiş olup bu çalışmalar ile araştırma sınırlandırılmıştır.

İncelenen makalelerin son taraması 25.01.2021 tarihinde yapıldığı için çalışma bu tarihe kadar yayınlanan makaleler ile sınırlı kalacaktır.

Araştırmaya dahil edilen makaleler erişilebilir nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Erişimine ulaşılamayan makaleler çalışmaya dahil edilmemiştir.

1.6. Tanımlar

Araştırmada kullanılan tanımlar aşağıda ifade edilmiştir.

Orantısal Akıl Yürütme: Literatürde orantısal akıl yürütme için birçok tanım verilmiştir. Behr, Harel, Post ve Lesh (1992), orantısal akıl yürütmenin esası, orantı durumlarının doğasında bulunan çarpımsal yapıları anlamaktır demiştir. “Orantısal akıl yürütmeyi tanımlamak zordur. Ya yapabileceğiniz ya da yapamayacağınız bir şey değildir. Akıl yürütme yoluyla zamanla geliştirilebilen bir şeydir. Miktarlar arasındaki çarpımsal ilişkileri düşünme ve karşılaştırma yeteneğidir” (Van de Walle, 2006). Orantısal akıl yürütme, oran ve orantı durumlarındaki varlıklar arasında çarpımsal olarak karşılaştırmalar yapabilmektir (Behr vd., 1992).

Oran: Herhangi iki çokluğun birbirine bölünerek kıyaslanabilmesine oran denir (MEB, 2018).

Orantı: Herhangi iki çokluğun birbirine bölünerek kıyaslanabilmesi sonucunda oluşan en az iki oranın birbirine eşit olması durumuna orantı denmektedir (MEB, 2018).

İçler-Dışlar Çarpımı Algoritması: Çapraz çarpım ve bölme işlemleri ile bilinmeyen değer bulunmasıdır (Cramer vd., 1993).



BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

Çalışmanın bu kısmında; oran, orantı, orantısal akıl yürütme, orantısal akıl yürütmede problem türleri, çarpımsal ve toplamsal akıl yürütme, orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan stratejilerden ve orantısal akıl yürütme üzerine yapılan çalışmalardan bahsedilerek alanyazında orantısal akıl yürütmenin önemi açıklanmaya çalışılmıştır.

2.1. Oran ve Orantı

2.1.1. Oran ve orantı nedir?

Madden'in (2016) belirttiğine göre; Çicero, Öklid'in "logos" ve "analogia" kelimelerini yorumlayarak oran ve orantı için Latince kelimeler önerdi, daha sonraları bu kelimelerden ratio (oran) ve proportion (orantı) kelimeleri türetildi. Antik Yunanda oran kavramında sayısal değerlerden çok büyüklükler "magnitudes" arasında oranlar söz konusuydu. Büyüklükler her türden olabilir ve belirli bir türün büyüklükleri üzerinden sayılara atıfta bulunmadan işlemler yapılırdı.

Oran (logos) terimi, Antik Yunan'da çok geniş bir anlamsal alana sahip idi. Bu terime ilk kez Herakleitos'a (MÖ 6.-5. yy) ait bir parçada; "insanlar, her şeyin birbiriyle ilişkili kılan ve tüm doğa olaylarında var olan evrensel ilke logos'u kavrayamadılar." şeklinde rastlandı (Ierodiakonou, 1999). Herakleitos'a göre logos yalnızca şeyleri dizayn etmekle kalmaz, aynı zamanda dünyadaki şeylerin düzenlenmesi için tek birleştirici kaynaktır. Logos, her şeyin gerçekleştiği genel plan ve aynı zamanda evrendeki farklı ve zıt güçler arasında uyum ve denge modelidir (Ierodiakonou, 1999). Hipokrat'a (M.Ö. 5. yy) göre, matematiksel bağlamda logos iki geometrik ölçülebilir büyüklük arasında ilişkiyi ölçen bir kavramdır. Eudoxus (MÖ 4. yy) tarafından oran kavramının genişletilmesinin ardından Öklid, Elementler serisinin V. Kitabında logos'u ölçülemeyen büyüklükler de dahil olmak üzere aynı türden iki büyüklük arasındaki ilişki olarak tanımladı. Bu da oranın Aristoxenus tarafından müzik bağlamında sürekli bir büyüklük olarak anlaşılmasında önemli bir adım oldu. Logos ile güçlü bir şekilde bağlantılı önemli bir kavram, orantı- analogia -dır (Ierodiakonou, 1999).

Orantı önce problemleri çözmek için bir araç olarak hizmet etti, ancak kısa süre sonra daha genel bir teorik statü kazandı ve Öklid tarafından Elementler serisinin V. Kitabında sistematikleştirildi. Platon ve Aristo analogi doktrininin önemli bir bölümünü biliyordu ve

onların ilgilerinin altında analoginin, farklı bağlamlarda özdeş bir biçimin tasavvur edilebileceği bir ortayı temsil etmesi düşüncesi vardı (Crubellier ve Hidber, 1996).

Öklid, Elementler serisinin V. kitabında oran ve orantı için 18 tanım ve 25 önerme vermektedir. Bazı tahminlere göre Proclus'un yazdığı söylenen, ancak kim olduğu tam bilinmeyen bir anonim yazar Kitap V'e şöyle bir not düşmüştür: "Bazıları", geometri, aritmetik, müzik ve tüm matematiksel bilime uygulanabilen genel orantı teorisini içeren bu Kitap'ı söylüyor, "Platon'un öğretmeni Eudoxus'un keşfidir." (Heath, 1931).

Bu tartışmaların bilim dünyasında uzun yıllar sürdüğü bilinmektedir. Fakat Öklid'in genel orantı teorisinin ilgi alanları, ölçülebilen miktarlarla uğraşırken karşımıza çıkan oran ve orantı kavramlarından çok farklıdır ve köklerini Pisagor'un müzik teorisinden almaktadır. 477 ile 524 yılları arasında yaşayan Boethius (Anicius Manlius Severinus Boethius, Roma senatörü, filozof) tarafından derlenen aritmetik ve müzik eserleri orta çağın sonlarına doğru hız kazanan teorik aritmetik ve müzik incelemelerinde oranın anlaşılması için önemli bilgiler sunmaktaydı (Friedlein, 1867). Ayrıca Tannery (1915); 20. yüzyılın başlarında matematiğin gelişimini sorguladığı eserinde Yunan müziğinin oran ve orantının gelişmesindeki rolünden bahsediyordu. Szabo (1978), oranlar teorisinin başlangıçta Pisagor'un müzik teorisinden bir miras olarak geliştirildiğini ispatlamaya çalıştı. Pisagor, monokord deneyi aracılığıyla, küçük tam sayıların oranlarını oluşturdu. Yaptığı deney ile Pisagor önce tüm teli, sonra yarısını, dörtte üçünü ve üçte ikisini kullanarak antik Yunan müziğindeki en önemli üç ünsüz olan; sırasıyla oktav, dördüncü ve beşinci müzik aralıklarını elde etti ve $12/6$, $12/9$ ve $12/8$ kesirlerini üretti. Pisagor okulunda müziksel aralıklar tam sayılı oranlarla verildi. Öklid'den yaklaşık 50 yıl önce yazılmış Aristoteles'in, Kategoriler adlı çalışmasında nicelikler sınırlı veya sürekli olarak sınıflandırıldı. Niceliğin temel örneği sayıydı ve sayı, bir birimler topluluğu anlamına geliyordu. Yunanlılar için sayılarpozitif tam sayılardan başka bir şey değildi ve reel sayı sistemi ve sayı doğrusu kavramları mevcut değildi. Sürekli nicelikler arasında doğru parçaları, düzlemsel bölgeler gibi geometri nesnelere ve Öklid'in daha sonra "büyüklük" olarak bahsedeceği diğer şeyler vardı. Bunlar sayılar değildi ve sayılarda bağlantıları kurulmuyordu. Öklid'in V. kitabında büyüklükler hakkında aşağıdaki açıklamalar yer almaktaydı (Heath, 1931).

"Büyüklükler birçok farklı türdendir, örneğin doğru parçaları, çokgen bölgeler, hacimler, açılar-muhtemelen ağırlıklar ve süreler."

“Aynı türden büyüklükler, herhangi bir toplamdan daha büyük olan aynı türden yeni bir büyüklük elde etmek için birbirine eklenebilir veya belirli bir büyüklük kendisine bir veya daha fazla kez eklenebilir. Ekleme nasıl olursa olsun gerçekleştirildiğinde, sonuç aynı büyüklüğe sahiptir.”

“Ayrıca, aynı türden fakat farklı boyutta iki büyüklük verildiğinde, daha büyük olandan daha küçüğün eşdeğer olan bir kısmı çıkarılabilir ve bu çıkarma nasıl yapılırsa yapılsın, kalanlar eşdeğerdir.”

V. kitapta Öklid oranı, büyüklükler arasında bir ilişki olarak tanımladı.

Büyüklüklerin üç kuralı olarak bilinen aşağıdaki kurallar hakkında Öklid’ in eserinde net göstergeler vardı: Aynı türden iki büyüklük için aşağıdakilerden sadece biri geçerlidir.

1. Bu büyüklükler boyutlarına(bedenlerine) göre eşittir.
2. Birinci büyüklük ikinciye aşar
3. İkinci büyüklük birinciye aşar

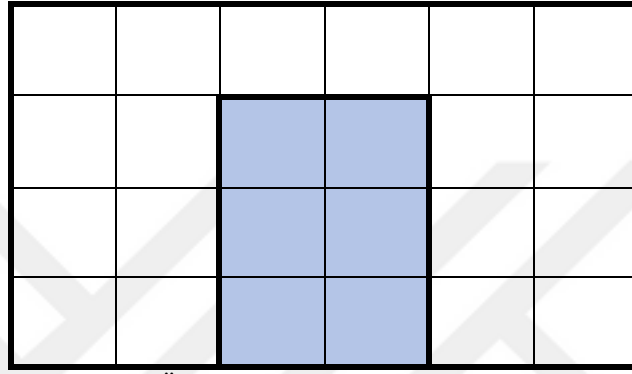
Öklid oranına göre oran aşağıdaki gibi yorumlanabilir. Aynı türden iki büyüklük verildiğinde, aralarındaki oran birbirine göre daha büyük/daha küçük şeklinde bir sıralamadan daha kesin bir göstergedir. Oranı, birinci büyüklüğün tüm olası katlarının, ikincinin tüm olası katlarıyla tüm karşılaştırmalar dizisi olarak düşünebiliriz. Bu nedenle, A'nın B'ye oranı, mB'nin boyut olarak nA'dan daha küçük olacağı şekilde tüm (m, n) çiftlerinin kümesi ile karakterize edilir.

Bir oran oluştururken terimler büyüklükler gibi olmalıdır, çünkü büyüklük ile büyüklük arasında doğrudan karşılaştırmalar gereklidir. Ama aynı tür nesnelere arasındaki oran bir kez kurulunca, başka türden nesnelere arasındaki oran ile karşılaştırılabilir. Bir tür büyüklük oranlarını başka bir tür oranlarla karşılaştırma yeteneği, Öklid oranının en güçlü ve önemli yönlerinden biridir.

Öklid A ile B oranından ve buna eşit bir C ve D oranından bahsettiğinde; A, B, C ve D harfleri sayıları değil doğru parçalarını, çokgen bölgelerini, hacimleri açıları veya başka büyüklükleri ima ediyordu. V. kitapta oran tanımı; “Aynı tür büyüklüklerin boyutlarına göre bir tür ilişki” olarak verildi. Oranların nasıl kullanılacağı, iki oranın nasıl aynı olacağı şöyle tanımlandı: Eğer iki büyüklük karşılaştırılacak ise, önce onların birbirine göre boyutları gözlenir. Bunlar aynı boyutta veya biri daha küçük olabilir. Eğer biri daha küçük ise küçük

olandan kaç kopya alırsak büyük olanın büyüklüğünü kaplar diye düşünülerek bilgi oluşturulur. Daha fazla bilgi sahibi olmak için büyük olandan iki, üç... tane düşünülerek küçüğünden kaç tanesinin bunları örteceği belirlenir. Böylelikle oran bir büyüklüğün olası katlarının diğerinin olası kaç katı olduğu şeklinde karşılaştırma olarak tanımlanır (Birinin katı diğerinin herhangi bir katına tam olarak eşit olmadığında, iki büyüklük tam olarak kıyaslanamaz.).

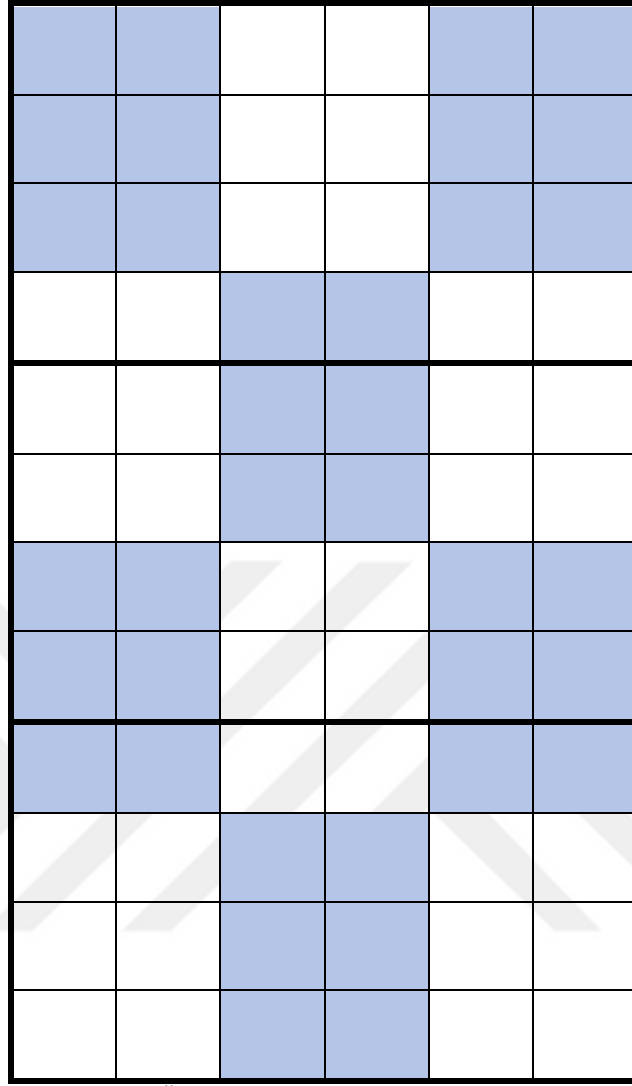
Örnek 1: Aşağıda bir binanın ön yüzü ve kapısı(mavi) verilmiş olsun. Bu büyüklükler arasındaki oranları, Öklid tanımına göre bulalım:



Şekil 2.1. Öklid hesaplaması için örnek şekil.

Ölçekli kâğıtta anlaşılacağı gibi binanın ön yüzünün kapıya oranı: $24/6$ yani 6 tane kapı binanın ön yüzünü örtmektedir. (Muhtemelen zamanında Öklid oranı hesaplamalarını yapanlar yukarıdaki gibi bir ölçekli kâğıt kullanmamıştır.) Bunun yerine tarif ettiği gibi önce kaç tane kapının binanın ön yüzünü örteceğini düşünmüş, buradan bir çözüm bulamamış ise binanın ön yüzünden çoğaltarak kapıdan kaç tanesinin bunları örteceğini aşağıdaki gibi hesaplayarak aynı oranı bulmuştur:

Bina ön yüzünden 3 tane çoğaltılıp alt alta eklenerek oluşturulan büyüklük incelenir. 12 tane kapı ile oluşan bu yeni büyüklük örtülmektedir. O halde bina ön yüzünün kapıya oranı $12/3$ olur.” 12 kapı, 3 bina yüzünü örtüyor” denir.



Şekil 2.2. Öklid hesaplaması için örnek şekil.

Diğer yandan iki oran kıyaslanırken ilk kesrin tüm katlarının dizisini, ikincinin tüm olası katlarının dizisiyle karşılaştırmak düşünülür. Öklid'in tanımına göre, oranların aynı olduğunu söylemek için her bir pozitif tam sayılı (m, n) çifti için, mC, nD' yi aştığı zamanda (m, n) çifti için mA 'nın da nB 'yi aşması gerektiği varsayılır (Madden, 2016). Bunu bir örnekle açıklayalım.

Örnek 2:

$\frac{A}{B} = \frac{2}{3}$ ile $\frac{C}{D} = \frac{10}{15}$ Kesirlerini Öklid yöntemiyle kıyaslayalım.

(m, n) ikilimizi seçerken kesirlerin payı küçük olduğundan m yi büyük, n yi küçük seçmeliyiz ki mC, nD yi geçsin. Örneğin $(m, n) = (3,1)$ olsun. Önce $\frac{mC}{nD} = \frac{30}{15}$ buluruz. Sonra $\frac{mA}{nB} = \frac{6}{3}$ buluruz. Görüldüğü gibi $(3, 1)$ için mC payı, nD paydasını aşınca mA 'da nB 'yi

aşmıştır. (m, n) ikilisini değiştirip (4,2) yaparsak $\frac{mC}{nD} = \frac{40}{30}$ ve $\frac{mA}{nB} = \frac{8}{6}$ olur. (m, n) ikilisi $\frac{10}{15}$ kesrinin payının paydasını aşmasını sağlayacak şekilde seçildiği sürece, $\frac{2}{3}$ kesrinin payı da paydasını aşacaktır. O halde Öklid tanımına göre bu oranlar aynıdır denir.

Antik Yunan'ın matematiği, modern matematikten farklıdır. Sayı sistemleri daha temel düzeydeydi ve sayılar ve sayısal ölçümlerin Öklid geometrisinde çok sınırlı bir rolü vardı. Aristoteles, Kategoriler adlı çalışmasında (Öklid'den yaklaşık 50 yıl önce yazılmış), niceliği “ya ayrık ya da sürekli” olarak sınıflandırmıştır. Ayrık bir niceliğin birincil örneği sayıydı ve sayı, bir birimler topluluğu anlamına geliyordu. Antik Yunanlılar için sayılar sadece pozitif tam sayılardı. “Reel sayı sistemi” ve “sayı doğrusu” yoktu. Öte yandan, sürekli nicelikler arasında geometri nesnelere bulunuyordu: doğru parçaları, düzlemsel bölgeler ve Öklid'in daha sonra "büyüklükler" olarak adlandırdığı diğer şeyler vardı. Bunlar sayı değildiler ve sayılarla ilişkilendirilmemişlerdi. Oran, kitap V'de, büyüklükler arasındaki bir ilişki olarak bahsediliyordu ve bu haliyle, sayı alanının dışında bir soyutlama olarak duruyordu (Heath, 1931).

Öklid'in oranlar hakkında kanıtladığı tüm önermeleri günümüzün reel sayılar aritmetiğinde benzerleri vardır. Modern terminolojide her bir tür büyüklük için standart bir birim büyüklük U seçerek kavramı günümüze aktarıyoruz. "A'nın B'ye oranı" yerine, "a/b sayısını" düşünürüz, burada “a”, A'nın U'ya göre ölçüsüdür ve “b”, B'nin U'ya göre ölçüsüdür.

2.1.2. Altın oran

Antik çağlardan beri, mimarlık ve bina inşaatı işleri, öncelikle zanaat mesleğine dayanıyordu ve bu geleneksel mimarlık anlayışına orantı sistemleri katılarak mimari stiller ve formlar yaratıldı (Borges, 2003).

Yüzyıllar boyunca analitik yapısal mekaniğin kuralları neredeyse hiç uygulanmadan bu mimari stiller ve formlar geliştirilmişti. Sayılara ve sayıların ilişkilerine dayalı bir düzene inananlar, genellikle evrensel ve kozmik kavramlar ile insan yaşamı arasında mistik bir uyum arayarak, görece yüksek medeniyetler kurdular (Borges, 2003).

Anıtsal sanat ve mimari, dini, ritüel, kozmolojik ve büyüsel amaçlara adandıkça bu düzen ve uyumu orantılarla ifade etmek zorunda kalıyordu. Bunun sonucu olarak tarihi yapıların tasarımına farklı orantı sistemleri uygulanarak mimari formlar oluşturuldu. Anıtın yapısal sağlamlığını, düzen ve uyum estetiğini ve topolojisini sağlayan bir tasarım sistemi

kuruldu. Bu gelişme, mimari yapıda kullanılan tasarım kavramlarını ve yapım yöntemlerini beraberinde getirdi. Yaygın olarak "Altın Oran" olarak bilinen oran ya da orantı, mimari mirasın inşaatçıları tarafından kullanılan çeşitli orantı sistemleri arasında temel değişmez olarak nesilden nesile aktarıldı (Borges, 2003).

Altın oran doğada bulunan bir orantıdır ve tapınaklarını tasarlamak için bu oranı uygulayan Eski Yunanlılar tarafından geliştirilmiştir. " Büyük bölüm küçüğü için ne ise bütün de büyük bölüm için o dur. " olarak tanımlanmaktadır. Altın oran veya ilahi oran olarak da bilinir. Şekil 2.3'te gösterildiği gibi, bir çizgiyi parçalar arasında ideal bir ilişki oluşturacak şekilde bölmenin bir yoludur.



Şekil 2.3. Altın oran.

Şekil 2.3'e göre altın oran $IACI/ICBI = ICBI/IACI$ veya

$$\frac{\varphi x}{x} = \frac{x}{x(\varphi-1)} \quad (2.1)$$

Bu orantı φ için çözümlerse

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,61803 \quad (2.2)$$

Altın oran φ 'nin nitelikleri (muhtemelen Yunan heykeltıraş Phidias'tan sonra Phi adı verilmiştir), Platon ve Pisagor'un numerolojik felsefesinin merkezinde yer almıştır. Matematikçi Filius Bonacci (Fibonacci), Altın oran ile ilgili sayı dizileri üzerine bir inceleme yazmıştı (Borges, 2003).

Fibonacci sayıları olarak bilinen aşağıdaki sayılar;

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, ...

Ardışık olarak birbirine bölünürse altın orana çok yakın bir sayıya yakınsar:

1/1=1; 2/1=2; 3/2=1,5; 5/3=1,666...; 8/5=1,6; 13/8=1,625; ...; 1597/987=1,61803...

2.2. Orantısal Akıl Yürütme

Oran ve orantı anlayışı, üst düzey matematiksel akıl yürütmenin geliştirilmesinde kritik öneme sahiptir (Inhelder ve Piaget, 1958; Lesh vd., 1988; Resnick ve Singer, 1993).

Günümüz dünyasında en gerekli üç temel matematiksel düşünme türü; Orantısal düşünme, tahmin etme ve orantısal düşünmede kavram geliştirme ile uyumlu matematiksel modelleme etkinlikleridir (Sriraman ve Lesh, 2006).

2.2.1. Orantısal akıl yürütme nedir?

Orantısal akıl yürütme, ilişkiler hakkında düşünmeyi ve miktarlar veya değerler arasında karşılaştırmalar yapmayı içerir. Orantısal düşünme ve akıl yürütme yeteneği, bireyin matematiği anlama ve uygulama becerisinin gelişiminde önemli bir faktördür. Birçok yazar orantısal akıl yürütme becerisini, çocukların matematiksel düşüncesinin gelişiminde bir köşe taşı olarak görmektedir (Inhelder ve Piaget, 1958; Resnick ve Singer, 1993). Orantısal akıl yürütme sadece matematik ile ilgili bir beceri değildir. Bilimin tüm dallarında, müzik ve sanat gibi alanlarda, günlük etkinliklerde de ortaya çıkar. İnsanlar en iyi alışverişi, en kısa yolları, en kazançlı yatırımları hesaplamak; çizimlerde bulunmak ve haritalarla çalışmak, para birimi dönüştürmeleri yapmak, tarifleri ayarlamak veya karışımlar oluşturmak vb. için orantısal akıl yürütmeyi kullanır. Aslında orantısal akıl yürütme, gerçek dünyada en sık uygulanan matematik kavramlarından biri olarak karşımıza çıkmaktadır (Lanius ve Williams, 2003).

Literatürde orantısal akıl yürütme için birçok tanım verilmiştir. Behr vd. (1992), orantısal akıl yürütmenin esası, orantı durumlarının doğasında bulunan çarpımsal yapıları anlamaktır demiştir. “Orantısal akıl yürütmeyi tanımlamak zordur. Ya yapabileceğiniz ya da yapamayacağınız bir şey değildir. Akıl yürütme yoluyla zamanla geliştirilebilen bir şeydir. Miktarlar arasındaki çarpımsal ilişkileri düşünme ve karşılaştırma yeteneğidir” (Van de Walle, 2006). Orantısal akıl yürütme, oran ve orantı durumlarındaki varlıklar arasında çarpımsal olarak karşılaştırmalar yapabilmektir (Behr vd., 1992). Orantısal akıl yürütmenin gelişme süreci, giderek daha üst düzey çarpımsal düşünme ve iki niceliği mutlak değerleriyle toplamsal olarak düşünmekten çok birbiriyle göreceli (çarpımsal) olarak karşılaştırma yeteneği ile desteklenen kademeli bir süreçtir (Lamon, 2005).

Öğrenciler bir orantı problemini ezberlenmiş bir yöntemle çözüyorsa, bu onların orantısal düşünebildikleri anlamına gelmez. Kanada’da yapılan bir çalışmada; liseye başlayan öğrencilerin %90’ından fazlasının matematik ve fen bilimlerini anlayarak öğrenmek için

yeterince akıl yürütemedikleri, istatistik, biyoloji, coğrafya veya fizikteki gerçek uygulamalara hazırlıklı olmadıkları görülmüştür (Lamon, 2005).

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme geliştirmede karşılaştıkları güçlükler, matematik konularının soyutlanarak öğretilmesine dayanmaktadır (English ve Halford, 1995). Behr vd. (1992) orantısal akıl yürütmede öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları, çarpımsal işlemleri desteklemeyen bir ilköğretim müfredatına bağlamıştır. Bu kaygıları paylaşan birçok yazar ilköğretimde rasyonel sayılar konularının öğretilme biçiminde, öğrencilerin çarpıma dayalı düşüncelerinin aktif gelişimine daha fazla önem verecek değişiklikler yapılması çağrısında bulunmuştur (Behr vd., 1992; Lamon, 2005; Yetkiner ve Capraro, 2009). Öğrenciler orantısal akıl yürütmeyi kullanarak ilköğretim matematik bilgilerini pekiştirir ve lise matematiği için bir temel oluşturur. Orantısal akıl yürütme, ilköğretim müfredatının mihenk taşı ile cebir ve yüksek matematiğin de köşe taşı olarak kabul edilir (Lesh vd., 1988). Orantısal akıl yürütmeyi geliştiremeyen öğrencilerin, üst düzey matematiği anlamada engellerle karşılaşması muhtemeldir (Langrall ve Swafford, 2000).

Karplus vd. (1979), yedi farklı ülkeden öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerini incelemek amacıyla yaptıkları araştırmada, orantısal akıl yürütmede erkeklerin kızlara göre daha başarılı olduğunu belirtmişlerdir. Ünsal (2009), Türk öğrencilerle yaptığı çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin kızlar lehine anlamlı olduğunu bulmuştur. TIMSS (2015) raporu da sekizinci sınıf Türk öğrencilerinden kız öğrencilerin erkeklerden daha yüksek ortalama puana sahip olduğuna dikkat çekiyor (MEB, 2016).

Alanyazın incelendiğinde, Akkuş ve Duatepe-Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme beceri testi, Türkiye’de ortaokul öğrencilerine yönelik hazırlanmış tek test olduğu tespit edilmiştir.

2.2.2. Orantısal akıl yürütmenin düzeyleri

Araştırmacılar, öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyi öğrenmelerinin aşamalı bir öğrenme süreci şeklinde tanımlanması gerektiğini önermişlerdir (Carpenter vd., 1999; Inhelder ve Piaget, 1958). Orantısal akıl yürütme ile ilgili literatür incelendiğinde, orantısal akıl yürütmenin nitel düşünceden çarpımsal akıl yürütmeye doğru geliştiği konusunda geniş bir fikir birliği olduğu ortaya çıkmaktadır (Abromowitz, 1975; Behr vd., 1992; Inhelder ve Piaget, 1958; Kaput ve West, 1994; Kieren, 1993; Noelting, 1980a, 1980b; Resnick ve Singer, 1993; Vergnaud, 1983).

Bireysel biliş ve orantısal akıl yürütmenin gelişimi hakkında yapılan araştırmalar, öğrencilerin orantısal ilişkiler hakkında akıl yürütmede kullandıkları üç strateji kategorisi belirlemiştir: niteliksel, toplamsal ve çarpımsal (Behr vd., 1992; Inhelder ve Piaget, 1958; Kieren, 1993; Resnick ve Singer, 1993). Bu stratejiler, orantısal akıl yürütme becerisinin farklı bilgelik düzeylerini temsil eder. Lamon'un (1995, 1996) birleştirme ve normlama işlemini kullanarak, Carpenter vd. (1999) orantısal akıl yürütmede dört gelişme düzeyi belirlemiştir. Bunları sırasıyla açıklayalım.

1. Düzeydeki öğrenciler, sınırlı oran bilgisi gösterirler.

Bu düzeyde stratejiler orantısal akıl yürütme içermez. Bu stratejiler problemlerde sayıların veya işlemlerin çarpımsal karşılaştırmaları veya sayıların rastgele kullanımı yerine toplamsaldır. Doğru çözümlere veya daha olgun orantısal akılyürütmenin gelişmesine yol açmazlar (Langrall ve Swafford, 2000). Bu öğrenciler ya rastgele hesaplamalar yaparlar ya da oranların bileşenleri arasındaki toplamsal farka odaklanırlar. Örneğin bu öğrenciler aşağıdaki orantıyı çözerken;

$$\frac{10}{3} = \frac{25}{x} \quad (2.3)$$

10' un 3'ten 7 fazla olduğunu göreyerek bilinmeyen 25-7 = 18 olarak söyleyebilirler.

2. Düzeydeki öğrenciler, oranı tek bir birim olarak algılamaları ile karakterize edilir.

Langrall ve Swafford (2000) bu seviyede öğrencilerin, problemlerdeki durumları anlamlandırmak için manipülatifleri, resimleri veya diğer modelleri kullanarak problemler hakkında üretken düşünebileceğini belirtmişlerdir. Bu modelleme, öğrencilerin bir orandaki oranların her birinde iki ölçünün nasıl birlikte değiştiğine dair daha iyi bir akıl yürütme geliştirmelerine yardımcı olur. Bu düzeydeki öğrenciler, aynı oranı kendisine tekrar tekrar ekleyebilir veya bu oranı bir tam sayı ile çarparak oran birimlerini bir araya getirebilirler, ancak verilen oranın bölünmesi gereken orantı problemlerini çözemezler. Örneğin bu öğrenciler aşağıdaki orantıyı kolayca çözerken;

$$\frac{5}{2} = \frac{15}{x} \quad (2.4)$$

pay için 5,10,15; payda için 2,4,6 şeklinde bir geliştirme stratejisi kullanabilirler ancak aşağıdaki gibi tam kat olmayan orantılarda bu stratejide zorluk yaşarlar:

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{7} \quad (2.5)$$

3. Düzeydeki öğrenciler; Düzey 2'de olduğu gibi, oranı tek bir birim olarak düşünür. Ancak, Düzey 3'teki öğrenciler tamsayı olmayan oranı ölçekleyebilir. Bu hem tam sayılı hem de tam sayılı olmayan çarpımsal ilişkileri içeren daha karmaşık problemleri çözmelerini sağlar. Daha karmaşık strateji düzeyi olan bu düzeyde öğrenciler manipülatifler olmadan nicel akıl yürütmeyi kullanabilir veya modellerini sayısal hesaplamalarla ilişkilendirebilir (Langrall ve Swafford, 2000).

Örneğin bu öğrenciler aşağıdaki orantıyı geliştirme stratejisini kullanarak çözebilir:

$$\frac{6}{10} = \frac{15}{x} \quad (2.6)$$

Pay için 6,12,18 şeklinde toplamsal ya da çarpımsal bir yol izlerler. $18-15=3$ veya $15-12=3$ olduğunu bulup 3'ün 6'nın yarısı olduğunu keşfeder ve 12 ye ekleyerek 15 bulurlar.

Payda için de 10,20,30 şeklinde bir geliştirme yaparlar. 10' un yarısını bulup 20'ye ekler ya da 30' dan çıkararak x için 25 bulurlar.

4. Düzeydeki öğrenciler; oranları sadece birim miktarlardan daha fazlası olarak düşünürler. Problem çözmeye, her orandaki 'iç' ilişkiyi ve oranlar 'arasındaki' ilişkiyi kavrarlar. Bu anlayış, öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözmeye yaklaşımlarında esneklik sağlar. Bu öğrenciler uygun ve verimli bir strateji belirlemek için bağlamsal yapıdan ziyade problemdeki sayılara ve sayısal ilişkilere odaklanabilir ve hesaplamayı kolaylaştıracak ilişkileri belirleme becerisine sahiptirler. Öğrenciler bir değişken kullanarak bir orantı kurabilir ve problemdeki yapısal ilişkileri tam olarak anlayarak, çapraz çarpım kuralını veya denk kesirleri kullanarak bilinmeyeni bulurlar. Öğrenciler, farklı iki ölçü arasındaki ilişkinin aynı kaldığını, yani değişmez olduğunu, ancak her orandaki iki ölçünün birlikte değiştiğini, yani kovaryant olduğunu kavrarlar (Langrall ve Swafford, 2000).

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için literatürde yer alan bilgilerden, aşağıdaki 5 öğrenme hedefi derlenmiştir:

Hedef 1. Çarpımsal ve toplamsal durumların ayırt edilmesi için yaşamla bağlantılı durumların kullanılması:

a) Toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmalar arasında ayırım yapılacak fırsatlar sunulur.

- b) Orantılı durumlarda çarpımsal ilişki açık hale getirilir.
- c) Örneklerde ve alıştırmalarda yaşama bağlantılı karşılaştırmalar kullanır.

Öğrencilerin çarpımsal durumları tanımakta ve bunları toplamalı durumlardan ayırt etmekte zorlandıklarını biliyoruz (Fernández vd., 2012). “Orantısız akıl yürütme, toplamalı karşılaştırmaları, çarpımsal karşılaştırmalardan ayırt etme yeteneğini ve karşılaştırma çarpımsal olduğunda bir orantı durumunun var olduğunu bilmeyi gerektirir” (Dole ve Shield, 2008). Erken yaşlarda, çocuklar toplamsal akıl yürütmeyi öğrenirler ve bu becerilerine güvenirlir. Hem toplamalı hem de çarpımsal akıl yürütmeyi kullanabilmeye geçiş yapmak, iki tür akıl yürütme arasında ayırım yapma becerisini gerektirir (Van Dooren vd., 2010).

Hedef 2. Çarpımsal yapının ve orantısız düşünmenin belirlenmesi

- a) Oran durumlarının çarpımsal karşılaştırmalı ilişkisi açıkça tanımlanır.
- b) Çarpma ve bölme işlemlerinin kullanımını vurgulanır.
- c) Hem "oran içinde" hem "oranlar arasında" kullanımlar açıkça bellidir.

Orantısız akıl yürütmenin en kritik bölümü, problemin durumunda verilmiş çarpımsal ilişkidir. Bunun belirlenmesi çocuklar için kolay bir keşif değildir. Orantı içinde çarpımsal karşılaştırmalı bir ilişkisi varsa, oranların karşılaştırılmasına "oran içinde" veya "oranlar arasında" düşünme yoluyla yaklaşılabilir. Oranlar içinde karşılaştırma, Freudenthal'in (1978) tanımını kullanarak, aynı ölçü birimindeki oranların kendi içinde karşılaştırılmasını gerektirir.

Hedef 3. Anlamlı Sembolik Gösterim Kullanma

- a) Gösterim, orantılı durumda ilişkilerin içinde ve/veya arasında olacak şekilde tanımlanmasını destekler.
- b) Çözüm yöntemleri aynı yapıya sahip problemler için tutarlı sembolik gösterime dayanır.
- c) "Çapraz çarpım" yönteminin tanıtılması, diğer gösterimlerde kapsamlı deneyim elde edilene kadar ertelenir.

Öğrencilere, genellikle üç bilinen ve bir bilinmeyen değer olduğunda çapraz çarpma yöntemini kullanarak bilinmeyen değer problemlerini çözmeleri öğretilir (Karplus vd., 1983b).

$$\frac{8}{5} = \frac{24}{\diamond} \quad (2.7)$$

Şeklinde bir orantıdan çapraz çarpma ile $8 \diamond = 5 \cdot 24$ şeklinde bir denklem elde edilir. Bu, öğrenciler için bilinmeyen değer problemlerine yaklaşmanın kolay bir yolu olsa da araştırmalar orantı problemini cebirsel bir denkleme dönüştürdüğünde orantısal akıl yürütmenin anlaşılmasını engellediğini göstermiştir (Lamon, 2007; Shield ve Dole, 2008).

Çapraz çarpımın öğretilmesi orantısal akıl yürütmeyi öğretmekle eş anlamlı değildir. Öğrenciler bu yöntemi; problemin doğasına bakmadan, problemdeki uygulanabilirliği dikkate almadan uygulama eğilimindedirler. Bu nedenle standart yöntemler ve algoritmalar öğretimi, öğrenciler orantısal akıl yürütmeyi anlayana kadar ertelenmelidir. Bununla birlikte, eğer kişi orantısal durumlarda bulunan çarpımsal ilişki hakkında derin bir anlayışa sahipse, yöntemler orantısal akıl yürütmeyi içeren problemlerin çözümünde çok yardımcı olabilir (Lamon, 2007).

Hedef 4. Kesirler ve Denklik Bilgisine Açık Bağlantı Kurulması

Oranlar ve kesirler arasındaki fark, çocuklar için başka bir kafa karışıklığı kaynağıdır. Örneğin; bir sınıfta 15 kız ve 14 erkek öğrenci varsa, kızlar ile bütün arasında ve erkekler ile bütün arasında kesirler: $15/29$ ve $14/29$ (parça/tam) kızlar ve erkekler arasında oran $15:14$ (parça/parça) ortaya çıkar. Bir oran aynı bütünün iki parçasını birbirine bağladığında, çocuklar parça/parça ve parça/bütün ilişkileri arasındaki farkı yeterince anlayamayabilirler (Clark vd., 2003). Bir kesirdeki karşılaştırma parça bölü bütün anlamına gelirken oranların parça bölü parça karşılaştırmasından oluştuğu farkını çocukların anlaması kolay değildir, çünkü oranlar kesir biçiminde yazılabilir ve kesirlerle aynı matematiksel yasalara uyabilir (Shield ve Dole, 2002).

Bu karışıklık, çocuklar aşağıdaki gibi görevlerle çalışırken belirginleşir:

Mert'in bir duvarı boyaması 4 saat sürüyor. Meral içinse 6 saat sürüyor. Birlikte çalışırlarsa duvarı boyamaları ne kadar sürer?

Parça bölü parça oranı $4/6$ 'nın bir bütünle ilişkilendirilmesi gerektiğini anlamak, “parça bölü parça” ve “parça bölü bütün” ilişkileri arasındaki farkı anlayamayan çocuklar için 10 saat zordur.

Göstergeler:

- a) Kesirler ve denklik bilgisine açık bağlantılar kurulur.
- b) Parça/bütün ve parça/parça oranı ilişkilerini açıkça ayırt edilir.

- c) Kesir gösteriminin kullarımdaki anlamı (örneğin, parça/bütün, oran ve bölüm) açıkça belirtilir.

Hedef 5. Çeşitli Gösterimlerin Etkili Kullanımı

Göstergeler:

- a) Çarpımsal ilişkileri vurgulamak için tablolar kullanılır.
b) Orantılı durumların grafikleri, orijinden geçen düz çizgiler olarak belirtilir.
c) Grafikler, çözümleri tahmin etmek ve ara değerleri bulmak için ve/veyatahminlerde bulunmak için kullanılır.

Orantılar farklı şekillerde temsil edilebilir, örneğin; kelimeler, resimler, cebirsel, grafikler veya tablolarla. Shield ve Dole (2008, 2013), çocukların öğrenmesini desteklemek için bir dizi gösterimin kullanımını geliştirdi. Öğrencilere matematiksel görevdeki orantısal durumu gösteren grafikler, tablolar ve diğer diyagramlarla çalışma fırsatı verilirse, kavramsal anlamaları desteklenir, aynı matematiksel fikre dayanan görevler arasındaki bağlantıları görme yetenekleri de geliştirilir. Örneğin, benzerlik, orantılı fonksiyonlar ve hız problemleriyle ilgili bilinmeyen değer problemlerinin farklı sembollerle gösterilse bile aslında aynı matematiksel yaklaşımla çözülebilen şeyler olduğunu görme yeteneği bu şekilde gelişebilir. Bu nedenle öğrencilerin orantısal durumu grafik, tablo vb. şekilde gösterme becerisinin geliştiği bu aşama en üst düzey olarak kabul edilmektedir.

2.2.3. Orantısal akıl yürütme dönüşümleri

Matematik, nesnelere ve ilişkileri hakkında akıl yürütme alanı olarak görülür ve bu nesnelere ve ilişkiler hakkındaki iddiaların doğruluğunu incelemeyi ve araştırmayı içerir (Carpenter vd., 2003). Matematikğin gücü, modellere ve genellemelere yol açan ilişkilerde ve dönüşümlerde yatar. Bunlar araştırma literatüründe matematik öğrenmenin amacı olan yapısal bilginin temelidir (Jonassen vd., 1993). Bu nedenle matematik öğretimi, genellemeyapma için temel becerileri geliştirmeye, genellemeleri ifade etmeye ve sistematik olarak gerekçelendirmeye odaklanmalıdır (Kaput ve Blanton, 2001).

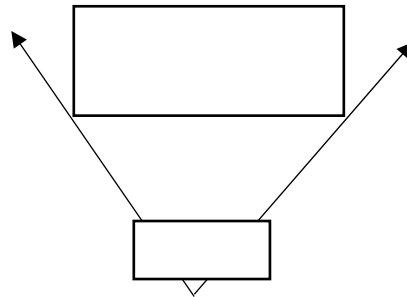
Geleneksel olarak, ilkokullarda matematik eğitiminde ilişkilere ve dönüşümlere çok az önem verilir. Madden'in (2016) iddia ettiği gibi, ilk yıllarda sınıf etkinliklerinin matematiksel gelişim yerine matematiksel ürünlere odaklandığı görülmektedir. Sayı örüntüleri ve işlemler; matematiksel nesnelere olarak değil, yanıtlara ulaşma prosedürleri olarak kabul edilir (Kieran,

1990). İlişki ve dönüşümlerin temeli, belirli niceliklerin değerinin diğer niceliklerin değeriyle nasıl ilişkili olduğunu açıklayan fonksiyon kavramıdır (Simon ve Blume, 1994b). Literatürde ortak değişkenli (co- variational) düşünme olarak bahsedilir.

Rasyonel sayılar, haritalama veya ölçekleme bağlamında ölçek olarak kullanılırlar. Ölçek olarak rasyonel sayılar; geometrideki çizgi parçalarını, öge sayısını ve düzlemsel şekilleri küçültme ve büyütme; daraltma ve genişletme, çarpma ve bölme yoluyla dönüştürürler(Kieran, 1990).

Ölçekler farklı oranlarda benzer figürler oluşturur. Rasyonel sayıların dönüşümlerde ölçek rolü, parça-bütün gösteriminden çok farklıdır. Örneğin “4/9” ölçeği, bölmeyle (1/9 azaltma yaparak) çarpma ile (4 kat daha büyük bir şey yaparak) bir bileşik dönüşüm tanımlar. Rasyonel sayıların dönüşümlerde operatör gibi yorumlanması öğrencilerin rasyonel sayıları çeşitli yönlerden algılamasını sağlar. Örneğin $\frac{3}{4}$ kesri 3 kez $\frac{1}{4}$ olarak da, 3 birimin $\frac{1}{4}$ ü olarak da yorumlanır. İkincisi öğrenciler $\frac{3}{4}$ kesrinde önce 3 ile çarpma, sonra 4 ile bölme (ya da ters sırada) işlem kolaylığını yakalar. Son olarak öğrenciler $\frac{3}{4}$ kesrinin bir basit makine gibi çalıştığını, verilen herhangi bir miktar (girdi) için $\frac{3}{4}$ oranında çıktı verdiğini keşfeder (McIntosh, 2013).

Ölçeklendirme dönüşümü, bir nesnenin boyutunu değiştirir. Ölçekleme işleminde nesnenin boyutu bir orantıya göre ya küçültülür ya da genişletilir. Nesnelerin açıları korunur, boyutları değişir ancak boyutlar orantılıdır. Bu durumda orijinal nesne ile dönüşüme uğrayan nesnelerin kenar uzunlukları ya da çapları orantılıdır.



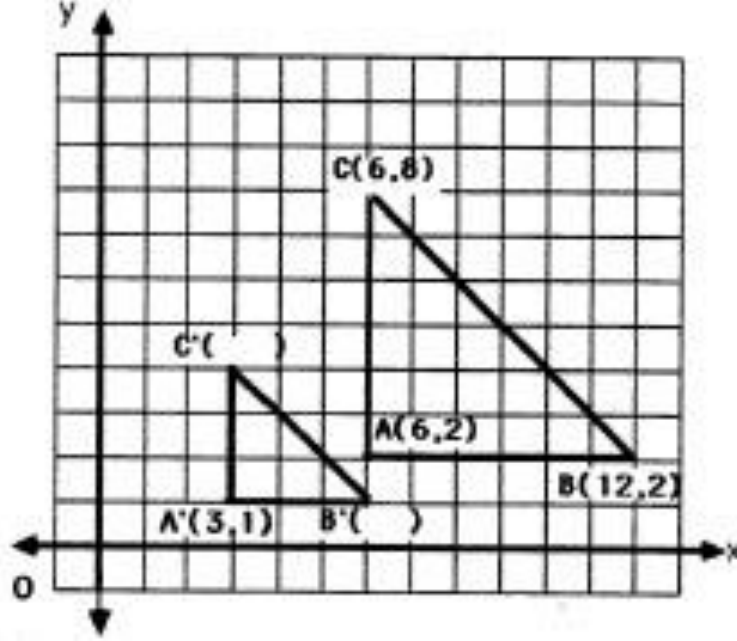
Şekil 2.4. k çarpanlı ölçeklendirme dönüşümü.

Orantısal akıl yürütme dönüşümü, k gibi bir ölçek çarpanı kullanılarak gerçekleştirildiğinde;

$0 < k < 1$ ise orijinal nesne küçülür. $k > 1$ ise orijinal nesne genişler.

İki boyutlu koordinat sisteminde k faktörlü bir ölçeklendirme dönüşümü sonrasında bir A (x, y) noktasının yeni koordinatı $A_k(kx, ky)$ olur.

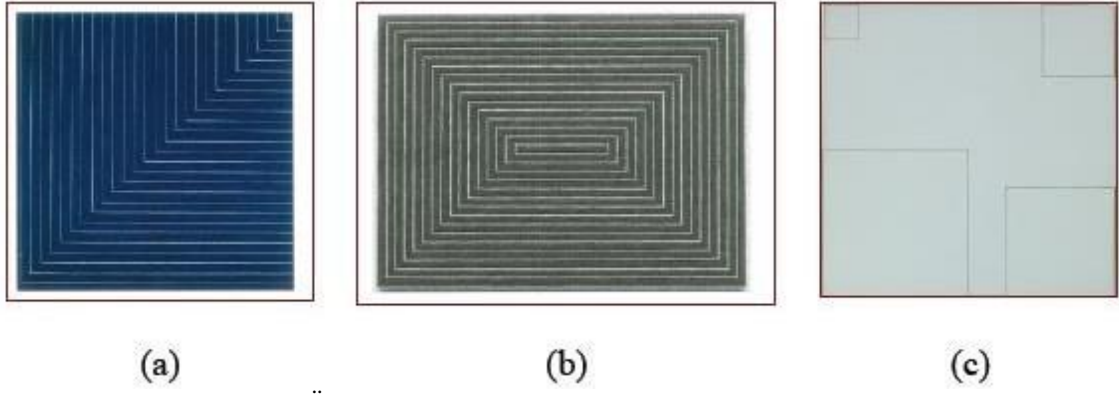
Örnek 3: Aşağıdaki koordinat sisteminde ABC üçgeni bir ölçek çarpanı ile dönüştürülüyor.



Şekil 2.5. Ölçekli dönüşüm.

Şekilden görüleceği üzere ABC üçgeninde A (6, 2) noktası A' (3, 1) noktasına dönüştürüyor. $k=1/2$ 'dir. Bu dönüşümde C' noktasının koordinatları $\frac{1}{2} = \frac{x}{6} = \frac{y}{8}$ orantısından bulunur.

Orantısal akıl yürütme dönüşümleri ile nesnelere belli bir oran dahilinde dönüştürme yani ölçeklendirme dönüşümleri literatürde yer almaktadır. Kuş (2019) yaptığı çalışmada; öğrencilerin ölçekleme dönüşümlerini nasıl belirlediklerinin analizini yapmış, öğrencilerin incelemeleri için bir sanat eseri verildiğinde sanat eserindeki orantısal ilişkileri belirlemeye çalıştıklarını tespit etmiştir. Ayrıca, öğrencilerin şekillerin özelliklerini belirleyerek (örneğin şekil 2.6.'daki karelerin eşit uzunlukları ve iki kare arasındaki eşit mesafe) toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmalara dayalı orantısal ilişkileri sayısal olarak ifade ettiklerini ve şekilleri birimler olarak kullandıklarını (örneğin, Şekil 2.6'daki ikinci kareyi en küçük kareyle doldurma) tespit etmiştir (Kuş, 2019).



Şekil 2.6. Ölçeklendirme çalışmalarını için örnek şekiller (Kuş, 2019).

Kuş (2019) tarafından yapılan çalışmada elde edilen bir başka önemli bulgu da, öğrencilere sanat eserlerini kopyalamaları için bir ölçeklendirme çarpanı verildiğinde, öğrencilerin, resim parçası oluştururken sanat eserinin boyutlarını dönüştürmek için ölçeklendirme faktörünü kullanarak şekillerin uzunluklarını benzer şekilde hem toplamsal hem de çarpımsal olarak karşılaştırdıklarıdır.

2.3. Orantısal Akıl Yürütme Problem Türleri

Heller vd. (1989) orantısal akıl yürütme problemi türlerini; bilinmeyen değer problemleri, sayısal karşılaştırma problemleri, niteliksel akıl yürütme problemleri (niteliksel karşılaştırma ve niteliksel oran değişimi problemleri) olarak verir.

Ayrıca orantısal akıl yürütme problemler genellikle bağlamlarına göre farklılaştırılır (Lesh vd., 1988). De La Cruz (2008) öğrencilerin çözüm stratejilerinin ve başarı düzeylerinin problemlerin bağlamından etkilendiğini ifade etmektedir. De La Cruz'a (2013) göre orantısal akıl yürütme problemlerinin: oran, benzerlik, karışım ve parça-parça-bütün biçiminde dört ortak bağlamı vardır.

2.3.1. Bilinmeyen değeri bulma

Bilinmeyen değer problemlerinde öğrencilerden, orantının 3 tane değeri (yani, a , b ve c) verilmişse, dördüncü değeri (bilinmeyen değer, x) orantı sağlanarak bulması istenir. Orantısal akıl yürütme, öğrenciler orantılı durumla ilgili bir problemle karşılaştıklarında ortaya çıkar.

Durumun gerektirdiği toplamalı veya çarpmalı akıl yürütmenin uygun kullanımını ayırt etme yeteneği, orta öğretimdeki öğrencilerin matematiksel gelişiminin merkezinde yer alır. Bu nedenle, bilinmeyen değer problemlerini doğru bir şekilde çözmedeki zorluğu açıklayan sebeplerden biri, öğrencinin problemin çözümüne uygun akıl yürütmenin toplamalı akıl

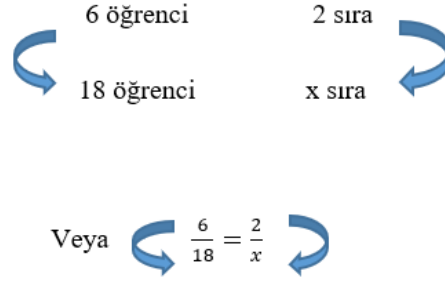
yürütmeden çok çarpımsal akıl yürütme olduğunu belirleme yeteneğinin gelişimidir (Langrall ve Swafford, 2000).

Kaput ve West'in (1994) semantik analizi, oranlar, orantılar ve orantısız akıl yürütme sözlüğüne iki önemli terim ekledi. Bu araştırmacıların semantik analizi, sayıları birimleriyle ilişkilendirmenin önemine, örneğin sadece 15 yerine 15 santim demenin önemine dikkat çekti. Semantik analizleri ayrıca belirli bir problemde göndergeler arasındaki ilişkiyi dikkatlice ifade etmenin önemini altını çizdi. Kaput ve West (1994), *Kapsamlı Nicelik* ifadesini; bir varlığın bazı yönlerini ölçen sayılardan ve bir ölçü birimi sağlayan bir göndergeden oluşan nicelikler olarak tanımladılar. Kapsamlı nicelik örneği olarak 5280 fiti, 60 kalp atışını, 1 dakikayı, 100 miligramı verdiler. Buna göre, 110 mil ve 2 saat gibi iki kapsamlı miktar “her iki saatte 110 mil” şeklinde *pekiştirilmiş bir miktar* oluşturmak için kullanılabilir. Aslında Kaput ve West (1994), *pekiştirilmiş miktarlar* ifadesini, oranlar olarak adlandırılan hertürlü miktarı kapsamak için kullandılar.

Bilinmeyen değer problemlerinde birbiriyle orantılı olarak ilişkili niceliklerden biri verilmez ve öğrencilerden bu miktarı bulması istenir. Örneğin “Ali ve Can bir pistte eşit hızda koşuyor. Ali'nin 4 tur koşması 20 dakika sürdü. Can'ın 12 tur koşması ne kadar sürer?”.

Literatürde bilinmeyen değer problemlerinde “oranlar içi”, “oranlar arası” ve “çapraz çarpım” stratejilerinin kullanıldığı belirtilmektedir (Bezuk, 1988; Steinhorsdottir ve Sriraman, 2009).

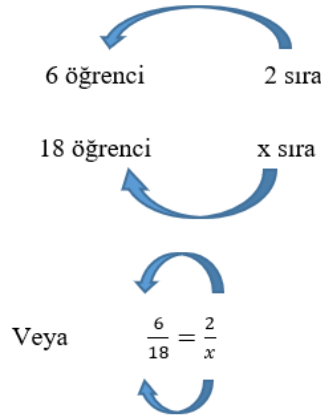
Örnek 4: Bir okul gösterisinde 6 öğrencinin oturabilmesi için 2 sıra koltuk gerekmektedir. Buna göre, bu okul gösterisinde 18 öğrencinin oturabilmesi için kaç sıra gerekmektedir?



Şekil 2.7. Oranlar içinde karşılaştırma.

Oran içinde karşılaştırmada 6 öğrenci ile 18 öğrenci arasındaki çarpımsal ilişki fark edilir. $3 \times 6 = 18$ olduğunu fark eden öğrenci ikinci oranda payı 3 ile çarparak problemin sonucunu $x = 6$ olarak bulur.

Öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyi tam olarak anlaması için ters işlemi de vurgulamak önemlidir. Ters işlem oranlar arasında karşılaştırmadır ve bu durumda farklı ölçü birimleri taşıyan sayılar karşılaştırılır:



Şekil 2.8. Oranlar arasında karşılaştırma.

Oranlar arasında karşılaştırmada 2 sıra ile 6 öğrenci arasındaki çarpımsal ilişki fark edilir. $3 \times 2 = 6$ olduğunu fark eden öğrenci alt sıradaki 18 sayısının 3 ile çarpılmış olduğunu fark eder ve $18 = 3 \times 6$ olduğunu kullanarak problemin sonucunu $x = 6$ olarak bulabilir.

Öğrencilerin orantısal akıl yürütmeleri üzerine yapılan daha önceki araştırmalar, öğrencilerin düşüncelerini analiz etmek için oran içi ve oranlar arası stratejilere dayanıyordu (Abramowitz, 1975; Lamon, 1993, 1995; Vergnaud, 1983). Lamon (1993, 1995), orantısal akıl yürütmenin gelişiminde, birimleştirme ve normlama olmak üzere iki temel süreç önerdi.

Birimleştirme, belirli bir oran ilişkisinden bir referans birimin oluşturulmasını içerir. Normlama, başka bir oranın o referans birimi cinsinden yeniden yorumlanması anlamına gelir (Lamon, 1993, 1995). Örneğin, aşağıdaki problemi düşünelim:

Örnek 5: Bir otomobil 6 saatte 720 km yol gidiyor. Bu otomobil aynı hızla 10 saatte kaç km yol gider?

Öğrenci birimleştirme kullanılırsa saatler aynı birim olduğundan $\frac{6}{10}$ oranını oluşturur. Aynı oranın yollar arasında olması gerektiğini düşünen öğrenci ikinci oranı birinci ile normlamak için 6'yı kaç ile çarpınca 720 olacağını hesaplar. $6 \times 120 = 720$ olduğundan bulduğu 120'yi 10 ile çarparak otomobilin 1200 km yol alacağını hesaplar.

Öğrenciler, hesaplamalar için geliştirme stratejileri veya doğrudan çarpma gibi yöntemler kullanabilirler. Öte yandan, bir ara strateji kullanan bir öğrenci, verilen oranda tek bir miktarı dikkate alır ve aynı işlemin ikinci miktar için de geçerli olması gerektiğini kabul ederek bu miktar üzerinde işlem yapar.

Vergnaud (1988), kendisinin “farklı nitelikteki çeşitli kavramlara hâkim olmayı gerektirendurumlar” olarak tanımladığı kavramsal bir alanın yapısını önerdi. Kavramsal alan olan bu yapı; matematiksel kavramların soyutlanarak görülemeyeceği ve aslında bu yapının üç temel kümeden birine ait olduğu varsayımıyla çalışır. Birinci küme tanımladığı kavramı anlamlı kılan bir dizi durumu belirtir ve S ile gösterilir. İkinci küme, öğrenciler tarafından S'deki öğeleri analiz etmek için kullanılacak bir dizi değişmez; nesnelere, özellikler ve ilişkiler olarak verilir ve I ile gösterilir. Üçüncü küme ise bu değişmezleri ve durumları, yani I ve S'yi göstermek için kullanılacak bir dizi sembollerden oluşur. Vergnaud(1988) bir eğitim psikoloğu olarak çalışmasında şu notu veriyor: “Psikolojik açıdan S gerçekliktir ve (I, S) temsildir. Temsil (sembolleme), düşünmenin iki etkileşimli yönü olarak kabul edilebilir.

2.3.2. Sayısal karşılaştırma

Orantısal akıl yürütmede bir diğer temel bileşen, bir oranı oluşturan niceliklerin aralarındaki ilişkinin değişmeden kalacağı veya değişmez olacağını anlamaktır. Öğrenciler problemlerde sayılar arasındaki ilişkileri görme eğilimindedirler; yani, sayılar ya aynıdır ya da farklıdır. Bununla birlikte, iki sayı çifti arasındaki ilişki aynı olduğu için birçok farklı oran orantılı olabilir. Sayısal karşılaştırma ile bu orantıdaki sayılar arasından çeşitli sonuçlar ve yorumlar elde edilir.

Sayısal karşılaştırma problemlerinde, dört niceliğin tümü verilir ve öğrencilerden verilen oranları karşılaştırmaları istenir. Örneğin, Ömer ve Ahmet okuldan sonra bir parkurun etrafında koşular. Ömer 32 dakikada 8 tur koştu. Ahmet 10 dakikada 2 tur koştu. Buna göre en hızlı koşan kim olmuştur?

Eşdeğer kesir kümeleri oluşturabilen öğrenciler bile, eşdeğer oranlardaki değişmezliği tanımakta genellikle güçlük çekerler (Langrall ve Swafford, 2000). Öğrenciler ayrıca modellemesidaha zor problemlerle çalışmaya başlamadan önce manipülatifler veya resimler yardımıyla çözebilecekleri problemlerle başlamalıdır (Lamon, 1996).

2.3.3. Niteliksel akıl yürütme problemleri

Öğrencilerle yapılan araştırmalar, öğrencilerde oran ve orantı içeren durumları temsil etme yetisinin, konuyu nicel olarak ele alma yeteneğine sahip olmadan çok önce formal olmayan bir temelde gerçekleştiğini göstermektedir. Niteliksel bir akıl yürütme stratejisi, sayısal nicelleştirme olmaksızın ilişkileri formal olmayan bilgiye veya sezgisel bilgiye dayandırmaktır (Kieren, 1993). Kesin sayısal değerlerden veya niceliklerden kaçınılır ve bunun yerine nitel değerler kullanılır (örneğin, yüksek, düşük, sıfır, yükselen, düşen, vb.) Behr ve diğerlerine (1992) göre, nicel orantısal akıl yürütme problemlerinde başarılı performans için nitel akıl yürütme tamamen yeterli olmasa da önemli bir yardımcıdır.

Langrall ve Swafford (2000); öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini anlamak ve nitel karşılaştırma yapmak için resim, model veya manipülatifleri kullandıklarını belirtmişlerdir.

Günümüz dünyasında nitel akıl yürütme; problem çözme ve nicel bilgi yerine nitel bilgi kullanarak planlama amacıyla fiziksel dünyanın uzay, zaman ve nicelik gibi sürekli yönleri hakkında akıl yürütmeyi otomatikleştiren yapay zekâ içinde bir araştırma alanıdır. Fiziksel sistem yapısı, nedensellik, süreçlerin başlangıcı ve bitişi, niteliksel olarak farklı davranışlar vb. gibi kavramsal bilgileri ifade etmenin bir yoludur (Wright, 2005).

Niteliksel akıl yürütme problemlerinin bir türü Niteliksel oran değişimi problemleridir. Bu tür problemler sayısal karşılaştırma içermez. Örneğin “Alper bugün güne göre daha az test sorusu çözdü ama daha fazla süre sürdü. Alper’in soru çözme hızı hakkında ne dersiniz?” Ya da “Alper’in çözdüğü soruların zorluğu hakkında ne dersiniz?”

Diğer bir niteliksel akıl yürütme problem türü de Niteliksel karşılaştırma problemleridir. Bu tür problemler de sayısal karşılaştırma içermez. Öğrencilerden problemin sunduğu durumun içerdiği orantısal ilişkiyi yorumlamaları istenir. Örneğin “Selda ve Burak, iki farklı boyda tahtaya bir uçtan diğer uca kadar elindeki çivileri çaktılar. Selda, Burak'tan daha fazla çivi çaktı. Selda'nın tahtası Burak'inkinden daha kısaydı. Çiviler, hangi tahtada birbirine daha yakındır? Niye?”

Niteliksel akıl yürütme prensipleri aşağıdaki gibi verilmekte ve açıklanmaktadır (Wright, 2005):

1. Ayırıştırma

- Sürekli miktarlar kısaltma yapmak için sembollerle temsil edilir.
- Değişim oranı için sayısal bir değer kullanmak yerine, artan mı, azalan mı yoksa sabit mi olduğu düşünülür.

2. İlişkilendirme

- Bir görevle ilişki düzeyine göre niteliksel değerler seçilir.
- Sıcaklık değişiyorsa kaynama noktası önemli olabilir.
- Sıcaklık sabitse kaynama noktası önemsiz olabilir.

3. Belirsizlik

- Soyutlama belirsizliğe yol açar
- Tek bir yanıt vermek yerine, bir dizi yanıt sunun.

Niteliksel akıl yürütme problemi örnekleri aşağıda verilmiştir:

1. Emirhan ve Berat, bisiklet sürmeyi sevmektedirler. Bugün ikisi de bisikletlerini bir yolun başından, hiç durmadan ve sabit hızla, yolun sonuna kadar sürmeye başladılar. Emirhan'ın yolun sonuna ulaşması Berat'tan daha uzun sürdü. Buna göre hangisi daha hızlı bisiklet sürüyordu? Nereden biliyorsunuz? Varsayımlar nelerdir? Değişkenler nelerdir?
2. Bir piyano telinin titreşim frekansı(sıklığı), uzunluk azaldıkça artar. Bu bilgiye göre, bir karış olan piyano teli mi yoksa bir parmak uzunluğunda olan piyano telimi daha yavaş titrer? Cevabınızı açıklayınız. (Noelting, 1980a)
3. Masada iki sürahi meyve suyu var. B sürahisini, A sürahisinden daha seyreltilmiş meyve suyu içerir. A sürahisine bir çay kaşığı hazır meyve suyu konsantresi ve B sürahisine bir bardak su eklendiğini düşünürseniz hangi sürahi daha yoğun meyve suyu içerecek? Neden? (Noelting, 1980a)

4. Defne ve Betül aynı binada oturuyor ve aynı okula birlikte yürüyerek gidiyorlar. Bugün ikisi beraber okula giderken yolun yarısında Betül kırtasiyeciye uğradı, Defne okula devam etti. Defne kalan okul yolunu daha kısa mı, daha uzun süredemi gider? Betül bugün okula güne göre daha geç mi gider? Cevabınızı gerekçelendirin.
5. Dün bazı arkadaşlarınızla bazı kurabiyeler paylaştınız. Bugün daha fazla arkadaşınız geldi, ama siz daha az kurabiye paylaşıyorsunuz. Herkes daha fazlasını mı, daha azını mı yoksa dün aldıklarıyla aynı miktarı mı alacak?

2.4. Çarpımsal ve Toplamsal Akıl Yürütme Yöntemleri

2.4.1. Toplamsal akıl yürütme

Toplamsal akıl yürütme, oran ilişkilerinin nicelleştirilmesini gerektirir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme sürecinde toplamsal ilişkileri kullandıklarına ilişkin literatürde birçok çalışma bulunmaktadır (Ayan ve Işıksal-Bostan, 2018; Duatepe vd., 2005; Kahraman vd., 2019; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016). Toplamsal akıl yürütme süreci genellikle bir geliştirme stratejisi olarak adlandırılır (Steinhorsdottir, 2005). Geliştirme stratejileri, genellikle çocukluk ve ergenlik döneminde gözlenir ve bu yaşlardaki birçok öğrenci için baskın strateji olarak görünmektedir (Kaput ve West, 1994; Tourniaire ve Pulos, 1985). Toplamsal ilişkiler; toplama, çıkarma ve fark gibi matematiksel işlemleri içerir (Arıcan, 2019). Karplus vd. (1979), kız öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda daha fazla toplamsal ilişki aradıklarını belirlemiştir. Örnek olarak aşağıdaki problemi inceleyelim:

Örnek 6: Okul pikniğine katılan her 6 çocuk için 5 şişe su götürülüyor. Pikniğe 42 çocuk katıldığına göre çocuklar için kaç şişe su götürülmesi gerekiyor?

Orantı kurarak çözüm $\frac{6}{5} = \frac{42}{x}$ şeklinde oluşturulur.

Ancak birçok öğrenci bu problemi aşağıdaki gibi bir toplamsal akıl yürütme ile geliştirme stratejisi kullanarak çözmektedir:

Tablo 2.1. Öğrenci başına düşen şişe sayısını gösteren tablo.

Öğrenci sayısı	6	12	18	24	30	36	42
Şişe sayısı	5	10	15	20	25	30	35

2.4.2. Çarpımsal akıl yürütme

Bu kavram, aynı anda birkaç şey hakkında akıl yürütmeyi içerir. Toplamsal akıl yürütmeyi başarılı bir şekilde kullanılabilen öğrenciler için bile birçok durumda ve sınıf düzeyi yükseldikçe daha üst düzey muhakeme geliştirmek, daha karmaşık problemleri çözmek ve

çarpımsal ilişkinin karmaşıklığını anlamak çok önemlidir (Tourniaire ve Pulos, 1985). Orantısal akıl yürütme çarpımsaldır ve bu nedenle, toplamsal akıl yürütme yöntemindeki geliştirme stratejilerinden çarpımsal stratejilere geçiş, bir kıyas ölçütü olarak kabul edilir (Inhelder ve Piaget, 1958; Noelting, 1980a, 1980b). Alan yazındaki birçok araştırma öğrencilerin orantısal akıl yürütme sürecinde kümülatif ve çarpımsal ilişkiler kurduklarına işaret etmektedir (Arıcan, 2019; Ayan ve Işıksal-Bostan, 2018; Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005; Kahraman vd., 2019; Toluk-Uçar ve Bozkuş). Ayan ve Bostan (2018) öğrencilerin geometrik şekillerle ilgili akıl yürütme problemlerinde uzunluklara keyfi değerler verip orantısal çözümleme sürecinde karşılaştırmalar yaptıklarını belirtmişlerdir.

Lundberg ve Kilhamn (2013), öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemleriyle deneme ve yanılma yoluyla uğraştıklarını vurgulamıştır. Ayrıca Lundberg ve Kilhamn (2013) öğrencilerin orantısal akıl yürütme sürecinde doğru orantı ve ikiye katlama veya yarıya bölme gibi stratejileri de kullandıklarını belirlemişlerdir.

Basit orantı problemlerini çözerken, iki tür çarpımsal strateji tanımlanmıştır: "oran içinde" ve "oranlar arasında" (Karplus vd., 1983a; Noelting, 1980a; Vergnaud, 1983). Oran içi strateji, eşit oranlar üretmek için bir oran içindeki çarpımsal ilişkiyi ikinci orana uygulamaya dayanır. Oranlar arası strateji, eşit oranlar oluşturmak için iki oranın karşılık gelen kısımları arasındaki çarpımsal ilişkiyi belirlemeye dayanır. Örneğin, aşağıdaki problemi göz önüne alalım:

Örnek 7: Bir işçi 4 saatte 20 eldiven üretmektedir. Bu işçi kaç saatte 80 eldiven üretir?

Orantı kurarak çözüm $\frac{4}{20} = \frac{x}{80}$ şeklinde oluşturulur.

Bu problem hem oran içi hem de oranlar arası strateji ile çözülebilir:

Oran içi strateji kullanan öğrenci; 20 eldiven üretiminin $4 \times 5 = 20$ olduğunu yani üretimin saatin 5 katı olduğunu kullanır. Bu nedenle aynı çarpım kuralını $5 \times 16 = 80$ eldivene uygular.

Sonucun 16 olacağını oran içi strateji ile bu şekilde bulur.

Oranlar arası strateji kullanırsa; üretim miktarlarını dikkate alır. 20 eldiven ile 80 eldiven arasında çarpımsal bir ilişki arayıp $80 = 4 \times 20$ olarak düşünür ve sonucu $4 \times 4 = 16$ olarak bulur.

2.5. Orantısal Akıl Yürütme Problemlerinde Kullanılan Stratejiler

Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan farklı stratejiler birçok çalışmada incelenmiştir. Bu çalışmalar; çoğu farklı bilgi ve/veya yaştaki çocukların bu konuda nasıl davrandığını incelemiş ve sonuçlarına göre çeşitli tanımlar vermiştir: Bu tanımları; başarılı stratejilerdeki varyasyonlar, ortak başarısız stratejiler ve orantısal akıl yürütmeye yol açan stratejilerin gelişimi başlıklarında toplamak mümkündür.

Literatürde; çarpımsal strateji ve geliştirme (build up) stratejisi olarak iki temel doğru strateji türü belirtilmiştir. Çarpımsal stratejilerde, bir oranın içindeki terimler çarpımsal olarak ilişkilendirilir ve daha sonra bu ilişki ikinci orana genişletilir. Bazen oranların kendi içindeki pay ve paydalar arasında, bazen de orantıdaki paylar veya paydalar arasında ilişkiler kurulur. Nadiren çapraz çarpma stratejisi gözlemlenmiştir (Tannery, 1915).

İlgili literatür gözden geçirildiğinde, bir öğrencinin orantılı düşünme yeteneğini belirlemek için çeşitli çözüm stratejilerinin belirlendiğini göstermektedir. Bunlar; birim oranlar, değişim çarpanı, denk kesirler ve içler-dışlar çarpımı stratejileri (Cramer ve Post, 1993), denklik sınıfı stratejisi (Lamon, 1996) ve kat alma stratejisidir (Ben-Chaim vd., 1998). Bu stratejilerin her biri aşağıda kısaca açıklanmış ve aşağıda verilen probleme doğru çözüm sağlanmıştır.

Problem: Bir kırtasiyede aynı dört kalemin fiyatı 36 TL ise 16 kalemin fiyatını bulunuz.

Birim oran stratejisinde, önce bir kalem için TL tutarını belirler. Bir kalemin maliyeti 36TL: 4 = 9TL. Daha sonra 16 adet kalem için $16 \times 9 \text{ TL} = 144 \text{ TL}$ tahsil edilecektir.

Değişim faktörü stratejisi ile 16 kalem, 4 kalemin 4 katı olduğu için 16 kalemin fiyatının, 4 kalemin fiyatının 4 katı olması gerektiği düşünülür. Bu durumda $36 \text{ TL} \times 4 = 144 \text{ TL}$ işlemi ile 16 kalemin fiyatı bulunur.

Denk kesirler stratejisi ile oranlar denk kesirler olarak düşünülür. Burada ulaşılmak istenen verilen kesre denk olan bir kesir bulmaktır.

$4/36 = 16/?$ $(4 \times 4)/(36 \times 4) = 16/144$ işlemleri ile 16 kalemin ücreti 144 TL olarak bulunur.

Denklik sınıfı stratejisi ile soruda verilen oran ile istenilen orana ulaşılan kadar oran çiftleri oluşturulur.

$$4/36 \equiv 8/72 \equiv 12/108 \equiv 16/144$$

Kat alma stratejisi, Birinci oran sabit kalarak diğer oranların bu sabit oran ile toplama işlemi yardımıyla yeni oranların elde edilmesi sürecidir.

4 kalem 36 TL

8 kalem 72 TL

12 kalem 108 TL

16 kalem 144 TL

İçler-dışlar çarpımı stratejisi ile orantı kurulur ve eşitlik çözülür.

Literatürdeki çoğu çalışma, içler dışlar çarpım stratejilerini öğrenen öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemini çözmek için bu stratejiyi sıklıkla kullandıklarını göstermektedir. Örneğin, Bal-İncebacak ve Ersoy (2016) tarafından yapılan bir araştırmaya göre, yedinci sınıf öğrencileri çeşitli orantısal akıl yürütme problemlerini çözmek için öncelikle içler-dışlar çarpım stratejilerini kullanmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin çoklukları karşılaştırmak için içler-dışlar çarpımı stratejisini kullanmayı tercih ettiklerini görülmüştür. Kahraman vd. (2019) ise yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin nicel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejileri öğrenmek için bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın sonucunda 7. sınıf öğrencilerinin öncelikle birim oran stratejisini, 8. sınıfların ise içler- dışlar çarpım stratejisini kullandığını buldu. Yedinci sınıf öğrencilerinin içler-dışlar çarpımı stratejisini öğrenmedikleri için sıklıkla birim oran stratejisini kullandıkları belirtilmiştir. Bunlara ek olarak, Artut ve Pelen (2015), 6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerini çözmek için kullandıkları stratejileri ve bu stratejilerin problem türü ve problemdeki sayıların yapısına göre değişip değişmediğini araştırmıştır. Araştırmanın sonucuna göre, 6. sınıf öğrencilerinin hem eksik değer problemlerinde hem de sayısal karşılaştırma problemlerinde, problemlerdeki sayıların yapılarına bakmaksızın çoğunlukla değişim stratejisini kullandıkları görülmüştür.

2.6. Orantısal Akıl Yürütme Üzerine Yapılan Çalışmalar

Resnick ve Singer (1993), orantı gibi temel matematiksel kavramların en iyi şekilde geliştirilebileceğini belirtmektedir. Bu nedenle orantısal akıl yürütme becerilerinin en üst

düzyeyde elde edilebilmesi için ilkokul öğrencileri, orantısal akıl yürütme kavramını temel düzyeyde anlamalıdır (Lesh vd., 1988).

Diğer yandan, Inhelder ve Piaget (1958) alışmalarında; çocukların yaklaşık 11 yaşına kadar orantısal akıl yürütme yeteneğine sahip olmadıklarını savundular. Bu görüşü destekleyen bazı çalışmalar vardır. Örneğin Noelting (1980a), 6 ila 12 yaş arasındaki çocuklara, portakal suyu konsantresi ve su ile temsil edilen iki orantı vermiş ve çocuklara hangi oranın daha yoğun bir portakal suyu yapacağını sormuştur. Araştırmada Inhelder ve Piaget'in (1958) iddialarını destekler sonuçlar buldu çünkü 12 yaşın altındaki çocuklar doğru cevabı seememişti.

Oysa Ojose (2015) tarafından yapılan çalışma, tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilerin, konunun öğretilmesine ihtiyaç duyulmadan orantı konusunu kavramsal olarak anlayabileceğini göstermiştir. Bulgular ocukların örgün öğretim öncesinde zaten orantısal bir akıl yürütmeye sahip olduğunu göstermiştir.

Orantısal akıl yürütme, "birkaç bilgiyi zihinsel olarak depolama ve işleme yeteneği" ile birlikte "miktarlar arasında çarpımsal karşılaştırmalar yapmayı" içerir (Wright, 2005). Lamon'a (1996) göre, "orantısal akıl yürütme, bir öğrencinin rasyonel sayıları anladığını gösteren en iyi göstergelerden biridir." Van Dooren vd. (2010), orantısal akıl yürütmenin ilkokul ikinci sınıfta çocukların çarpma ve bölme işlemlerini öğrendiği ve bu işlemlerle basit problemleri çözmeye başladığında geliştiğini savunmaktadır.

Carpenter vd. (1999) oluşan ekip, Lamon'un (1995, 1996) birleştirme ve norm oluşturma işlemini kullanarak, ABD'de 2 haftalık bir süre boyunca bir sınıfta yürütölenpilot çalışmada 4 akıl yürütme düzyeyi belirlediler. Seviye 1'de öğrencilerin bilgileri sınırlı görölrken, en yaygın strateji, oranların içindeki ve arasındaki toplamsal farklılıkları bulmak olmuştur.

Van Dooren vd. (2010) toplamsal yönteminin çarpımsal problemlerde ve çarpımsal yönteminin toplamalı problemlerde kullanımını araştırmak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Yaş artışına bağlı olarak her iki tip için 18 yanlış çözüm stratejisinin gelişimini incelediler. 3, 4, 5 ve 6. sınıf düzeyindeki 325 öğrenci için bilinmeyen değer problemleri için 6 toplamsal tasarım ve 6 çarpımsal tasarımdan oluşan bir test hazırladılar. Araştırmanın sonuçlarına göre, yaşla birlikte bilinmeyen değer problemlerinde toplamsal strateji kullanma eğiliminin azaldığı, çarpımsal strateji kullanma eğiliminin önemli ölçüde arttığı gözlenmiştir. 3. sınıf düzeyindeki öğrencilerin tamamı çarpma problemlerini toplamalı olarak özzerken, 6. sınıföğrencilerinin yaklaşık üçte biri tüm problemler için orantısal stratejiler kullanmıştır. Ayrıca tüm sınıf

düzeyindeki öğrenciler problemlerde verilen sayılara bağlı olarak bir çözüm stratejisi kullanmışlardır. Öğrenciler problemlerdeki sayılar tamsayı oranlar oluşturduğunda daha çok çarpma stratejisi uygularken, sayılar tamsayı oranlar oluşturmadığında toplamsal stratejiler uygulamışlardır.

Noche (2013), sayısal olmayan örnekleri kullanarak kavramsal bilgiyi ve sayısal örnekleri kullanarak işlemsel bilgiyi ölçmüştür. Noche'nin (2013) 46 lisans öğrencisini kapsayan (ortalama yaşları 18 yaş) çalışmasında, ortalama olarak çalışma sayfalarında işlemsel bilginin tamamlanması kavramsal bilgidен daha uzun sürdü. Kruskal-Wallis tek yönlü varyans analizi, iki grup için sürelerin önemli ölçüde farklı olduğunu gösterdi. Noche'nin çalışması, matematikte kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki nedensel ilişkilerini "bir tür bilgiye sahip olmanın diğerinin edinilmesiyle nedensel olarak ilişkili olduğu" hakkında ampirik kanıtlar sağladı.

Tourniaire (1986), orantısal akıl yürütme sorularında doğru cevap verebilmesinin bağlamdan etkilendiğini bulmuştur. Bir orantı probleminde, bağlam kişiye ne kadar tanıdık geliyorsa, o orantı probleminin sonucuna ulaşabilmek de o kadar kolaydır, sonucuna ulaşmıştır. Tourniaire ve Pulos (1985) daha sağlam bir analiz geliştirmiştir. Çözülecek bir bilinmeyenli bulma orantı probleminin yapısına göre;

- a) $\frac{1}{2}$ oranları ile çalışmak $\frac{1}{n}$ oranlarından daha kolaydır,
- b) birim problemler birim olmayan problemlerden daha kolaydır ve
- c) tamsayılı problemler tamsayı olmayan problemlerden daha kolaydır.

Verilen ip uçları ile ilgili olarak, Tourniaire (1986), çocuk katılımcıların %25'ine yardım ettiklerini, %5'ini engellediklerini ve çalışmaya katılan çocukların kalan %70'i üzerinde hiçbir etkisinin olmadığını belirtmiştir.

Pakmak (2014), 106 altıncı sınıf öğrencisinin nitel ve nicel orantısal akıl yürütme problemlerinde ne tür stratejiler kullandığını ve bu stratejileri nasıl kullandıklarını araştırmıştır. Öğrencilere orantısal akıl yürütme testi yapıldı, öğrencilerin testten alabilecekleri en düşük puan 0 ve en yüksek puan 56 olarak tanımlandı. Elde edilen bulgulara göre en yüksek puan alan öğrencilerin dahi orantısal akıl yürütme düzeyleri yeterli düzeyde bulunmadı. Nitel orantısal muhakeme problemlerinde en sık kullanılan stratejinin ters oran algoritması olduğu ve nicel orantısal muhakeme problemlerinde en sık kullanılan stratejinin birim oran stratejisi olduğu bu çalışmanın diğer sonuçları olmuştur.

Dooley (2006) 107 lise öğrencisi ile bir araştırma yapmıştır. Amaç, orantısal akıl yürütme yeteneklerini araştırmak, öğrencilerin çarpma ve bölme algoritmasına ilişkin kavramsal anlayışlarını keşfetmek ve manipülatiflerin öğrencilerin düşünmesi üzerindeki etkisini değerlendirmektir. Yirmi bir öğrenciyle görüşülmüş. Görüşmeler sonrasında görüşülen

21 kişiden sadece ikisinin ileri derecede orantısal akıl yürütme becerisi sergilediği ve görüşmecilerden on dokuzunun orantısal akıl yürütme problemlerini çözmek için çarpma ve bölme algoritmasını kullanmadığı görülmüştür.

Birçok araştırmacı, öğrencilerin bilinmeyen değerli orantı problemlerini çözerken, çarpma işlemi ile yapılan karşılaştırmalarının gerekli olduğu durumlarda sıklıkla toplama stratejilerini kullandıkları sonucuna varmıştır (Hart, 1988; Karplus vd., 1983b). Buna sebep olarak da öğrencilerin daha önceki sınıflarında, toplama ve çıkarma ile yoğunlaşmış ve çözümü toplama veya çıkarma işlemlerini içeren problemleri fazlaca çözmelerini göstermiştir.

Öğrencilerin yaptıkları yaygın hataları ve öğrencilerde görülen yaygın kavram yanlışları birçok çalışmada ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin yaptığı hataların türü hem problemin ifadesindeki durumun bağlamından hem de sayısal içeriğinden etkilenir (Karplus vd., 1983b), ancak çoğunlukla hataları benzer özellikler taşımaktadır. Karplus vd. (1983a), etnik olarak farklı yapıda olan 116 altıncı sınıf öğrencisine ve 137 sekizinci sınıf öğrencisine, her bir problemin farklı ölçü birimlerinde olduğu dört orantısal akıl yürütme problemi sormuştur. Bu çalışmanın sonuçları, orantısal akıl yürütmenin niteliksel özellikleri ve yanlış stratejilerin açısından yaş veya cinsiyetin etkisinin olmadığını, bunun yerine bağlam, problemin sayısal içeriği ve hemen önceki görevin karşılaştırma türünün ve kullanılan strateji sıklığını büyük ölçüde etkilediğini göstermiştir. Karplus vd. (1983a) bu çalışmadan elde ettikleri sonuçların önceki araştırmada (Karplus vd., 1979) buldukları “orantısalakıl yürütmeyi denk kesirler ve içler dışlar çarpımını kullanarak öğretmeye yönelik bir yaklaşımın orantısal akıl yürütme anlayışını geliştirmek için etkili bir yöntem olmadığı” sonucunu teyit ettiğini vurgulamıştır. Yazarlar ayrıca, diğer araştırmalar bu bulguyla tutarlı olmasa da yanlış toplamsal strateji kullanımını ön plana çıkarsa da toplamsal stratejinin bir zamanlar inandıkları kadar yaygın olmadığını da iddia etmişlerdir.

Yaşları 10 ile 13 arasında değişen 212 öğrenciyle yapılan orantısal akıl yürütme becerisinin tanısal değerlendirmesinde, yaygın hataların içinde yer aldığı farklı seviyeler ortaya çıkmıştır (Misailidou ve Williams, 2003). Değerlendirme maddeleri ilgili literatürden

geliştirilmiş ve sayısal yapı ve bağlam açısından çeşitli problemler kullanılmıştır. Bu çalışmada Misailidou ve Williams (2003) tanısal orantısal akıl yürütme öğelerinin bir değerlendirmesini analiz etmek için 303 öğrenciden alınan test sonuçlarının Rasch analizlerini ve öğrenci görüşmelerinden elde edilen verileri kullanmıştır. Yazarların literatür incelemesi sonucu olarak öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyi anlamalarını destekleyebileceği öne sürüldüğünden ölçme aracının iki versiyonu oluşturuldu: modelsiz ve modelli biçiminde. Misailidou ve Williams (2003) iki versiyon oluşturmanın amacının “çocuklar için paralel maddelerin zorluklarını karşılaştırmak ve her modda kullanılan stratejilerdeki farklılıkları tespit etmek” olduğunu belirtmektedir. Her bir model için, öğrencilerin oran konusundaki kazanımlarını ve toplama stratejisini kullanma eğilimlerini ölçmek için iki ölçek oluşturulmuştur. Geliştirme stratejisi yanlışlığı, yarıya bölme/ikiye katlama, sabit toplam ve eksik akıl yürütme gibi başka önemli hatalar da ortaya çıktı. Bu hataların nereden ortaya çıktığı daha sonra araştırıldı ve ardından 20 öğrenciyle yapılandırılmış klinik görüşmeler ve 64 öğrenciyle yapılan küçük grup görüşmeleriyle sonuçlar kontrol edildi. Bu görüşmelerde, toplama stratejisini yanlış kullanan öğrencilerin verdikleri cevaplar üç kategoriye ayrılmıştır:

1. Bazı öğrenciler, daha fazla açıklama yapmadan cevapları bulmak için sayıları “eklediklerini” veya “çıkardıklarını” söylediler.
2. Bazı öğrenciler toplama işlemi, belirli bir sayıda 'fazla' olduğu gerekçesiyle veya 'belirli bir fark' olduğunu söyleyerek açıkladılar.
3. Bazı öğrenciler eşitlik kavramını çağrıştıran bir açıklama yaptılar (yani “her iki sayı kümesine de aynı şeyi yapmak”).

Yazarlar bu üç kategoriden hareketle öğrencilerde toplama stratejisini kullanma gerekçelerini sınavabilecekleri bazı temel kavramsal yapıların olması gerektiğini öne sürdüler. Daha sonra, bir öğrencinin toplama stratejisini kullanma eğilimini değerlendirmek için bir ölçek geliştirdiler: Bu ileri araştırma sonucu bu öğrenci örneğinde, toplamsal hatalar yapma yeteneğinin, orantısal akıl yürütme yeteneği kadar kararlı veya daha kararlı ve tutarlı olduğunu ortaya koymuştur.

Misailidou ve William (2003); öğrencilerin, toplama stratejisinin hatalı kullanımında, kullandıkları stratejilerini açıklayabilmek için yanlış akıl yürütmeler kullandıklarını çeşitli gerekçeler üretmek bulmuşlardır. Üç yaygın gerekçe, “topla veya çıkar” gerekçesi, “eşitleme fikrinin kullanımı” ve “belirli bir sayı fazla var” gerekçesi idi.

Misailidou ve Williams (2003) çalışmalarından, orantısal akıl yürütme için bir performans ölçeği oluşturdular. Bu ölçek daha sonra belirli seviyedeki öğrencilerin hangi tür soruları tamamlamada başarılı olduklarını ve hangi seviyede ne tür hataları yaygın olarak yaptıklarına ilişkin ayrıntılarla birlikte üç seviyeye geliştirilmiştir. Öğretmenlerin ve araştırmacıların bu değerlendirme ölçeğinin geliştirilmesi; öğrencilerin orantısal düşünmesini, toplamsal eğilimlerini ölçmesini, teşhis etmesini ve orantısal akıl yürütmede yapılan diğer önemli hataları belirlemesini belirlemek içindi.

İncebacak ve Ersoy (2016) öğrencilerin akıl yürütme becerilerini ortaya çıkarmak amacıyla bir araştırma yapmışlardır. Bu amaçla bir ortaokulda öğrenim gören toplam 94 öğrencinin akıl yürütme becerilerini ortaya çıkarmak için hazırlanmış iki gerçek hayat problemini çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin yarısından fazlasının problem çözerken her iki problem için de orantısal akıl yürütmeyi kullandıkları görülmüştür. Genel olarak kullanılan çözüm stratejileri incelendiğinde, öğrencilerin farklı problem türleri için farklı çözüm stratejileri kullandıkları ancak en çok kullanılan stratejinin içler dışlar çarpımı stratejisinin kullanımı olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrenciler kesirli ifadelerle ilgili problemlerle karşılaştıklarında, bu kesirler arasında karşılaştırma yapmayı ve doğrudan çarpım stratejisini kullanmayı tercih etmişlerdir.

Cramer vd. (1993) çalışmalarında, matematik öğretmenlerinin orantısal akıl yürütmeyi anlamakta zorlandıklarını ve aslında öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarının birçoğunu sergilediklerini iddia etmektedir. Örneğin, sınırlı orantısal akıl yürütme anlayışına sahip bir cebir öğretmeni, bir doğrunun eğimi ile dikey değişim ve yatay değişim arasındaki orantısal ilişki arasındaki bağlantıyı göremeyebilir (Lobato vd., 2010). Cebir öğretmenleri bu tür bağlantıları anlamadan, temel matematiğin derinlemesine anlaşılmasını sağlayamayabilirler ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme ile ilgili kavram yanlışlarını gidermelerine katkıda bulunamayabilirler sonucuna ulaşılmışlardır.

Van de Walle (2001)'de öğretmenlerin öğrencilerde orantısal akıl yürütme becerisini geliştirmeleri için çeşitli önerilerde bulundu. Bunlar aşağıdadır:

- Öğrencilere, farklı bağlamlarda ve yaşamlarıyla bağlantılı, orantısal problem durumları sağlayın.

- Hem niteliksel hem de niceliksel türde problemler kullanın. Çünkü niteliksel problemler(örneğin, hangi şekil daha mavidir?); öğrencilerin sayıları kullanmak zorunda bırakmadan, onları orantısal akıl yürütmeye teşvik eder.
- Öğrencilerin orantılı ve orantısız durumları ayırt etmesine yardımcı olun.
- Oranları tahmin etme ve karşılaştırma konusunda tartışmayı ve deneyi teşvik edin.
- Öğrencilerin orantısal akıl yürütme konusunu önceden bildikleri örnekler ile ilişkilendirmesine yardımcı olun. Örneğin, birim kesirler ve birim oranların nasıl çok benzer olduğunu açıklayın.



BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, örnekleme, veri toplama araç ve teknikleri, verilerin toplanması ve verilerin çözümlenmesi başlıklarına yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada sistematik derleme modeli kullanılmıştır. Sistematik derleme; alan uzmanlarının sunduğu en iyi araştırmaların seçilerek incelenmesi ve kapsamlı bir sentezdir. Sistematik derleme; bir soruya yanıt bulmak ya da bir alanda objektif bilgi sahibi olmak için bu alanda yayınlanmış çalışmaların kapsamlı bir biçimde taranmasını, hangi araştırma veya çalışmaların derlemeye alınacağına dâhil etme ve dışlama kriterleri kullanarak belirlenmesini, derlemeye dâhil edilen araştırmalarda yer alan bulguların sentez edilmesini içerir (Borenstein vd., 2009; Polanin vd., 2017). Sistematik derlemenin eğitim alanındaki önemi gün geçtikçe artmaktadır. Eğitimciler daha güçlü yöntemleri kullanabilmek için sistematik derleme araştırmalarından yararlanmalıdır. Sistematik derleme hazırlamanın aşamaları:

1. Problemin tanımlanması, 2. Bilgi için tarama yapma, 3. Kanıt kalitesinin değerlendirilmesi ve analizi, 4. Kanıtın sunumu ve özetlenmesi, 5. Kanıtın tartışılması, 6. Sistematik derlemenin yazımı, 7. Dış hakemler ve yayın olarak sayılmaktadır (Borenstein vd., 2009; Hemingway ve Brereton, 2009; Polanin vd., 2017; Richter vd., 2021).

Sistematik derlemeler daha çok bilimsel bilgi içerirler ve daha güçlü kanıtları üretmeleri bakımından önemlidirler. Araştırmacılar sistematik derlemenin üstünlüklerini şöyle özetlemişlerdir: Sistematik bir derleme daha objektiftir. Yanlılıktan uzak ve daha az hata içerirler. Daha geniş kapsamlıdır (Hemingway ve Brereton, 2009; Polanin vd., 2017). Orantısal akıl yürütme üzerine yapılan çalışmaları bütüncül ve detaylı bir şekilde incelemek için amaca en uygun yöntem olarak sistematik derleme modeli seçilmiştir.

Araştırmamızda uygulanan sistematik derleme yönteminde ilk olarak araştırma sorusunun çerçevesi belirlenmiştir. Çalışmamızda; alan yazında oran ve orantı, orantısal akıl yürütme başlıklarında literatür taraması yapılarak Web of Science veri tabanında yer alan makaleler taranmıştır. Taranan bu çalışmalar içerisinden hakem sürecinden geçmesi nedeniyle sadece makale çalışmaları araştırmaya dahil edilmiştir. Çalışmamıza; öğretmen içerikleri ya da kaynak belirtmeyen çalışmalardaki bilgiler, tez ve kitaplar dâhil edilmemiştir.

3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın evrenini, daha nitelikli dergiler tarandığı için, Web of Science veri tabanında bulunan oran-orantı ve orantısız akıl yürütme üzerine yapılan 179 makale oluşturmaktadır. Bu evren içerisinde seçilen örneklemi ise araştırmacı tarafından belirlenen araştırma soruları ve dahil etme/dışlama kriterleri sonucu elde edilen 63 makale oluşturmaktadır. Araştırma örneklemini oluşturulurken kodlanmaya başlanan makaleler yayın yılına göre oluşturulmuş olup ilk makale B1 kodunu almıştır.

3.3. Veri Toplama Araç ve Teknikleri

Araştırmamızın bilgi için tarama yapma aşamasında, veri toplama tekniği olarak doküman incelemesi kullanılmıştır. Doküman incelemesi, belirli bir konu üzerinde çalışılacak araştırma için geçmişte yapılmış araştırmaların incelenmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu sebeple Web of Science veri tabanında aratılan anahtar kelimeler ile ulaşılan makalelerin bulunmasında doküman incelemesi yapılmıştır.

Veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından literatür taranmış ve çok sayıda makale incelenmiş, araştırmada belirlenen alt problemler kullanılmıştır. Veri tabanı içerisinde özel anahtar kelimeler “rate”, “ration”, “proportional reasoning”, “multiplicative reasoning”, “additive reasoning” başlıkları altında İngilizce olarak taranmıştır. Doküman incelemesi yapılarak yayınlanmış makaleler araştırmaya dahil edilmiş olup, yüksek lisans ve doktora çalışması olarak kabul görmüş tezler, kitap olarak basılmış yayınlar araştırmaya dahil edilmemiştir. Tam metin ulaşılamayan makaleler için Web of Science dışında üniversite veya dengi okulların web sitelerinde yer alan ancak kaynak belirtilen çalışmalarda kontrolü sağlanarak bu araştırmaya dâhil edilmek için seçilmiştir. Öğretmen notları, kaynak belirtmeyen çalışmalar ve yerli-yabancı eğitim web siteleri bu seçim dışında tutulmuştur.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmaya dahil edilen makaleler Web of Science veri tabanından alınmıştır. Web of Science veri tabanı; Science Citation Index (SCI), Social Sciences Citation Index (SSCI), Emerging Sources Citation Index (ESCI), Science Citation Index Expanded (SCIE) ve Arts & Humanities Citation Index (A&HCI) olmak üzere beş ayrı indeksi kapsamaktadır (Karagöz ve Şeref, 2020). Bu veri tabanının seçilme sebebi olarak, YÖK’ün akademik yükseltme ölçütlerinden biri bu veri tabanı tarafından incelenen dergilerdeki makalelerde aldığı atıflar gibi ölçütleri değerlendirdiği (Dölek, 2015) ve üniversitelerin akademik atanma ve yükseltme kriterlerinden biri olduğu (Hamurcu ve Eren, 2017) gibi sebepler sayılabilir. Veri tabanı

içerisinde; “oran”, “orantı”, “orantısal akıl yürütme”, “çarpımsal ve toplamsal akıl yürütme” şeklinde yazılan özel anahtar kelimeler sonucu toplam 179 makaleye ulaşılmıştır. Araştırmaya dahil edilecek olan makalelerin seçilme aşaması aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

1. *Aşama:* Çalışmaya başlarken çalışmanın problemi ve özel anahtar kelimeler belirlenmiştir. Orantısal akıl yürütme, öğrencinin matematiği anlama ve uygulama becerisinin gelişiminde önemli bir faktör olduğu için bu konu seçilmiştir.

2. *Aşama:* Veri tabanı olarak seçilen “Web of Science” üzerinden birinci aşamada belirlenen özel anahtar kelimeler ile 8.11.2020 ile 25.01.2021 tarihleri arasında Türkçe ve İngilizce arama yapılmış olup 179 makaleye ulaşılmıştır. Ulaşılan makaleler bilgisayarda yeni klasöre makale isimleri ile kaydedilmiştir. Sonra 179 makale; detaylı bir şekilde başlık ve özetleri ile okunmuş ve excel programında bu makaleler konu ve başlıkları ile not alınmıştır. Bu makalelerden 32’sinin özetine ulaşamadığı için kapsam dışında bırakılmıştır. Bunun sonucu olarak, 147 makale ile çalışmaya devam edilmiştir.

3. *Aşama:* Özetleri okunmuş olan bu makaleler içerisinden; konu ile alakası olmayan 31 makale ve matematik ile ilgili olmayan 40 makale araştırmadan çıkarılmış olup, 76 makale ile araştırmaya devam edilmiştir.

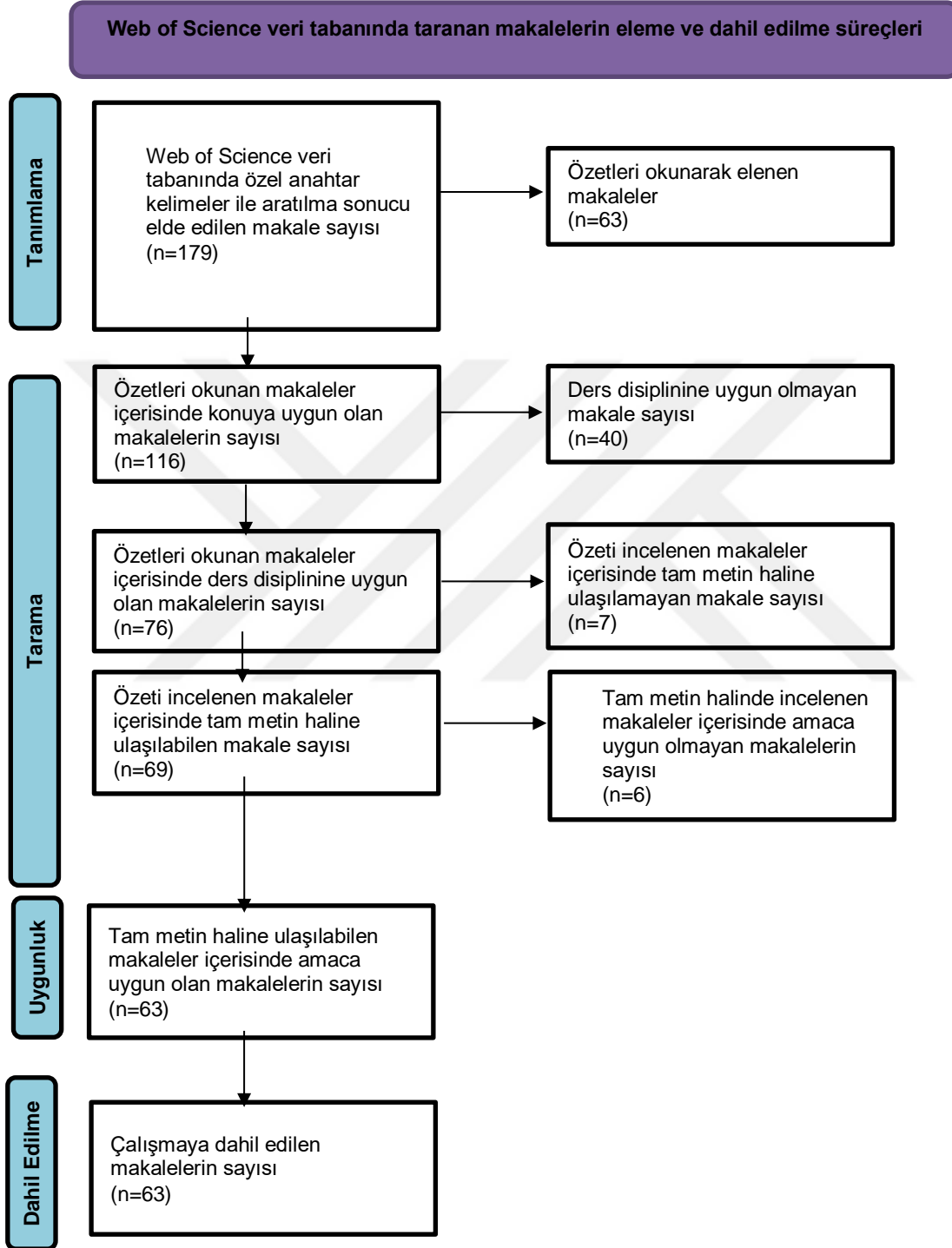
4. *Aşama:* Özetleri okunmuş olan 76 makale, daha detaylı okunmak için tam metin halleri yeni klasöre alınmıştır. Fakat 7 makalenin tam metin haline ulaşamadığı için elenmiştir. Veri tabanından tam metnine ulaşamayan bu 7 makale başka veri tabanlarından da sorgulanmıştır. Ancak ulaşamayan bu 7 makale başka veri tabanlarından da ulaşamadığından araştırmaya 69 makale ile devam edilmiştir.

5. *Aşama:* Konusuna göre detaylı incelenen makaleler temalarına göre gruplandırılmıştır. Bu gruplandırma sonucu araştırmanın problemine ve konusuna uymadığı düşünülen 6 makale araştırmadan çıkarılmış olup 63 makale çalışmaya dahil edilmiş ve incelenmeye karar verilmiştir.

6. *Aşama:* Araştırmaya dahil edilen makaleler yayın yıllarına göre kodlanarak sıralı hale getirilmiştir. Veriler, araştırmacı tarafından oluşturulan araştırma sorularının cevapları olarak excelde tek başlık altına tablolaştırılarak yerleştirilmiştir. Toplanan verilere, içerik analizi yöntemi uygulanarak verilerin analizi gerçekleştirilmiştir.

7. *Aşama:* Bulgular karşılaştırılarak ve ilişkilendirilerek tartışılmış ve yorumlanmıştır.

Makalelerin elenme ve dahil edilme süreçleri Şekil 3.1’de PRISMA Statement (PRISMA Statement: Checklist of items to include when reporting a systematic review or meta-analysis) ile gösterilmiştir.



Şekil 3.1. PRISMA: Akış diyagramı: Makalelerin eleme ve dahil edilme süreci.

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı ve uzman tarafından belirlenen sorular kullanılmıştır. Bu sorulara uzman görüşü ve akran değerlendirilmesi alınarak, soruların inandırıcılığı ve teyit edilebilirliği sağlanmıştır.

Çalışmaya dahil edilen makalelerde;

1. Çalışmaya dahil edilen makalelerin yıllara göre dağılımı,
2. Çalışmaya dahil edilen makalelerin yöntemlerine göre dağılımı,
3. Çalışmaya dahil edilen makalelerin ülkelerine göre dağılımı,
4. Çalışmaya dahil edilen makalelerin örneklem gruplarına ve örneklem büyüklüklerine göre dağılımı,
5. Çalışmaya dahil edilen makalelerin temalarına göre dağılımı,
6. Çalışmaya dahil edilen makalelerin konularına ve sonuçlarına göre dağılımı,
7. Çalışmaya dahil edilen makalelerin veri toplama araçlarına göre dağılımı soruları dikkate alınmıştır.

Araştırmaya dahil edilen makalelerde dahil etme/çıkarma kriterleri olarak;

- erişime açık olması,
- tam metin haline ulaşılabilir olması,
- anahtar kelimelerinde; “oran”, “orantı”, “orantısal akıl yürütme”, “toplamsal akıl yürütme” ya da “arpımsal akıl yürütme” olması,
- konuyla ve ders disipliniyle uygun olması,

belirlenmiş olup, 8.11.2020 ile 25.01.2021 tarihleri arasında tarama yapılmış ve bu kriterlere uyan makaleler araştırmaya dahil edilirken diğer makaleler kapsam dışı bırakılmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Araştırmamızın bilgi için tarama yapma aşamasında, veri toplama tekniği olarak doküman incelemesi kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından literatür taranarak çok sayıda makale incelenmiş, araştırmada belirlenen alt problemler kullanılmıştır. Web of Science veri tabanı üzerinde tam metin ulaşılamayan makaleler için internet araştırmalarında özel anahtar kelimeler; “oran”, “orantı”, “orantısal akıl yürütme”, “arpımsal ve toplamsal akıl yürütme”, “rate”, “ration”, “proportional reasoning”, “multiplicative reasoning”, “additive reasoning” başlıkları Türkçe ve İngilizce olarak taranmıştır. Doküman incelemesi yapılarak hakemli akademik dergilerde yayınlanmış makaleler araştırmaya dahil edilmiş olup, yüksek lisans ve doktora çalışması olarak kabul görmüş tezler ve kitap olarak

basılmış yayınlar araştırmaya dahil edilmemiştir. Öğretmen notları, kaynak belirtmeyen çalışmalar ve yerli-yabancı eğitim web siteleri seçim dışında tutulmuştur. Toplanan verilere içerik analizi yöntemi uygulanmıştır. İçerik analizi, herhangi bir metnin özelliklerini sayısal ifadelerle göstermek amacıyla yapılan bir tarama çeşididir (Karasar, 2003). Bu içerik analizinde gruplanarak toplanan bilgiler açıklanır, bu bilgiler arasındaki ilişkiler ve kavramlar belirlenir, toplanan veriler özetlenerek araştırma hakkında detaylı ve derinlemesine bilgi edinilerek, sonuçlara ulaşılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada bulgular kısmında toplanan veriler kullanılma sıklığı (frekans) ve yüzdelik oranlar ile gösterilmiştir. Araştırmada makaleler kategorize edilirken, kaç kez kullanıldığı frekans ile gösterilirken, tüm makale sayısına oranı ise yüzdelik ile verilmiştir. Bu yüzden araştırmaya dahil edilen makaleler önce tablolaştırılmış daha sonra gerekli hesaplamalar yapılmıştır.

Araştırma süreci özetle aşağıda aşamalar halinde verilmiştir:

1. Aşamada, araştırma problemi tanımlanmış olup anahtar kelimeler belirlenmiştir.
2. Aşamada, araştırmaya dahil edilecek makalelerin alınacağı veri tabanı olan Web of Science belirlenmiş ve bu doğrultuda 179 makaleye ulaşılmıştır.
3. Aşamada, kanıt kalitesinin değerlendirilmesi ve analizi için içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemle belirli bir konuda ya da alanda birbirinden bağımsız olarak yapılan nitel ve nicel çalışmaların derinlemesine incelenmesi ve düzenlenmesi yapılmıştır (Çalık ve Sözbilir, 2014). Seçilen her bir eser; araştırmacının belirlediği araştırma sorularına göre değerlendirilmiş, bilgi farklılıkları olması durumunda kaynakların çoğunluğunda hâkim olan görüş benimsenmiş ancak farklı olan görüşe de çalışmada yer verilmiştir.
4. Aşamada, çalışmanın sunumunda öncelikle tarihsel kaynaklar incelenerek elde edilen objektif bilgilere doğrultusunda tarihsel süreç özetlenmiştir. Araştırmada elde edilen bilgi ve bulgular; araştırma desenine uygun olarak belirlenen başlıklar ve alt başlıklara göre açık ve anlaşılabilir bir biçimde sentezlenerek sıralanmış ve özetlenmiştir. Bulguların bu çalışmanın amaçlarını açıkça göstermesi için karşılaştırmalar yapılmış ve örneklere yer verilmiştir. Sonuç ve tartışma bölümünde; bulguların ana hatları, elde edilen bilgilerin yorumlanması ve yapılan sistematik derlemenin güçlü ve zayıf yönleri belirtilmiştir. Bu bölümde; mevcut kanıtlar çerçevesinde bulguların uygulanabilirliği, daha sonraki araştırmalar için öneriler ve bu sistematik derlemenin ortaya çıkardığı kanıta dayalı sonuçlar sunulmuştur.

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Bir bilimsel araştırmada aranan en önemli kriterlerden birisi de o araştırmanın sonuçlarının inandırıcılığdır. Geçerlik ve güvenirlik, inandırıcılığ sağlamının en önemli özelliklerindedir (Başkale, 2016). Nitel araştırmalar için bir çalışmanın geçerli olması demek o araştırmada araştırmacının incelediğ konuyu yansız ve objektif Şekilde sunabilmesi demektir (Şimşek ve Yıldırım, 2006). Nitel araştırmada güvenirlik; dış güvenirlik ve iç tutarlılık ile sağlanmaktadır (Yağar ve Dökme, 2018). İnanđırıcılık i tutarlılığ, teyit edilebilir olması dış güvenirliği oluŐurmaktadır (Guba ve Lincoln, 1989). Araştırmada inandırıcılık ve teyit edilebilirliği sağlamak için, eş denetleme (uzman incelemesi), çalışmanın sınırlarını oluŐurma, detaylı inceleme, uzun süreli çalışmalar, katılımcı teyidi, çarpık durumları gösterme, bağlantılara yoėunlaŐma gibi önlemler alınabilir (Yıldırım, 2013).

Bu araştırma, sistematik derleme çalışması olup nitel bir çalışmadır. Bu sebeple inandırıcılık ve teyit edilebilirlik sağlanabilmesi için yukarıda sayılan bazı baŐlıkların sağlanması amaçlanmıştır.

Uzman incelemesi: Çalışma süresi boyunca her başlık detaylı olarak bir uzman görüşü ile incelenmiş ve gerekli görülen yerlerde düzenlemeye gidilmiŐtir.

Araştırmanın sınırlarını ortaya koyma: Çalışmaya dahil edilen makaleler çalışma sonunda detaylı olarak kaynaklarıyla verilmiş olup çalışmaya dahil edilmeyen makaleler sebepleri ile detaylı bir Şekilde açıklanmıştır. İncelenen her makale objektif Şekilde analiz edilmiştir.

Akran değerlendirmesi: Çalışmada belirlenen veri tabanından elde edilen makaleler başka bir akranı tarafından taratılmıŐ ve araştırmacı ile aynı makalelere ulaŐmıŐ, tartışma kısmında verilen yorumlar ile akran yorumu birbiriyle uyuoŐtuė gözlemlenmiştir. UyuŐmayan durumlarda ise veri tekrar gözden geirilmıŐ ve düzenlenmiŐtir.

Ayrıntılı betimleme: Araştırma içerisinde özellikle bulgular kısmı detaylı inceleme sonucunda oluŐmuŐ olup açık ve net olarak oluŐurulmuŐtur.

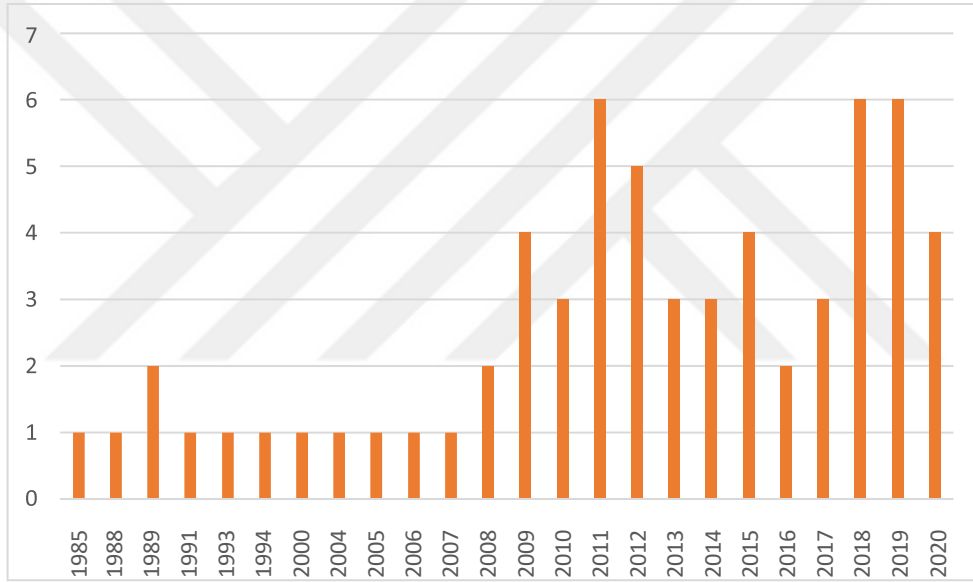
BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Araştırma kapsamında incelenen 63 makaleye ait bulgular bu başlık altında toplanmıştır. Web of Science veri tabanından ulaşılan bu 63 çalışmanın tamamı araştırma makalesidir. Bu makaleler; araştırmanın problemlerine ve amacına uygun olarak incelenmiş, tablo ve grafiklere dökülerek detaylı olarak açıklanmıştır.

4.1. Makalelerin Yayın Yılına Göre Dağılımı

Şekil 4.1 ve Tablo 4.1 araştırmaya dahil edilen çalışmaların yıllara göre dağılımını göstermektedir.



Şekil 4.1 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların yıllara göre dağılımı.

Şekil 4.1 araştırmaya dahil edilen çalışmaların yıllara göre dağılımını göstermektedir. Grafiğe göre, araştırmaya dahil edilen ilk makale 1985 yılında yayımlanmıştır. Geri kalan 62 makalenin; 1'i 1988 yılında, 2'si 1989 yılında, 1'i 1991 yılında, 1'i 1993 yılında, 1'i 1994 yılında, 1'i 2000 yılında, 1'i 2004 yılında, 1'i 2005 yılında, 1'i 2006 yılında, 1'i 2007 yılında, 2'si 2008 yılında, 4'ü 2009 yılında, 3'ü 2010 yılında, 6'sı 2011 yılında, 5'i 2012 yılında, 3'ü 2013 yılında, 3'ü 2014 yılında, 4'ü 2015 yılında, 2'si 2016 yılında, 3'ü 2017 yılında, 6'sı 2018 yılında, 6'sı 2019 yılında, 4'ü 2020 yılında yayımlanmıştır.

Tablo 4.1. Araştırmaya dahil edilen makalelerin kodlara ve yıllara göre dağılımı.

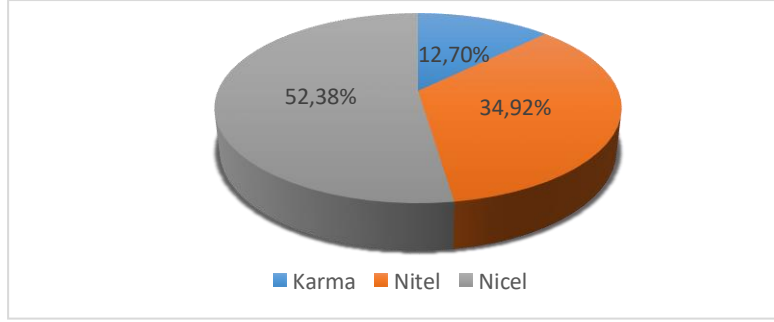
Yayın Yılı	Çalışma Kodu	Frekans	Yüzde
1985	B1	1	1,59%
1988	B2	1	1,59%
1989	B3,B4	2	3,17%
1991	B5	1	1,59%
1993	B6	1	1,59%
1994	B7	1	1,59%
2000	B8	1	1,59%
2004	B9	1	1,59%
2005	B10	1	1,59%
2006	B11	1	1,59%
2007	B12	1	1,59%
2008	B13,B14	2	3,17%
2009	B15,B16,B17,B18	4	6,35%
2010	B19,B20,B21	3	4,76%
2011	B22,B23,B24,B25,B26,B27	6	9,52%
2012	B28,B29,B30,B31,B32	5	7,94%
2013	B33,B34,B35	3	4,76%
2014	B36,B37,B38	3	4,76%
2015	B39,B40,B41,B42	4	6,35%
2016	B43,B44	2	3,17%
2017	B45,B46,B47	3	4,76%
2018	B48,B49,B50,B51,B52,B53	6	9,52%
2019	B54,B55,B56,B57,B58,B59	6	9,52%
2020	B60,B61,B62,B63	4	6,35%
Toplam		63	100,00%

Tablo 4.1’de araştırmaya dahil edilen makalelerin kodları ile birlikte hangi yıllarda yayımlandığı frekans ve yüzdeleri ile gösterilmiştir. Tablo 4.1.’e göre en fazla çalışma, %9,52 ile 2011,2018,2019 ve 2020 yıllarında yayımlanmıştır.

Bu bulgulara dayanılarak orantısal akıl yürütme araştırmalarının 2008 yılına kadar rutin bir seyirde devam ettiği, ancak 2008 yılından itibaren orantısal akıl yürütme araştırmalarının bir artış gösterdiği söylenebilir. 2008 yılından sonra ise iki adet 3 yıllık dönemde orantısal akıl yürütme araştırmalarının sayılarının özellikle artış gösterdiği ve zirve yaptığı görülmektedir. Bu iki dönem 2010-2012 ve 2018-2020 dönemleridir.

4.2. Makalelerin Yöntemine Göre Dağılımı

Araştırmaya dahil edilen çalışmaların yöntemlere göre dağılımı Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2 Araştırmaya dahil edilen makalelerin yöntemlerine göre dağılımı.

Şekil 4.2' ye göre dahil edilen çalışmaların %12,70'i karma yöntem, %52,38'i nicel yöntem ve %34,92'si nitel yöntem ile yapılmıştır.

Tablo 4.2 Araştırmaya dahil edilen makalelerin kodlara ve yöntemlere göre dağılımı.

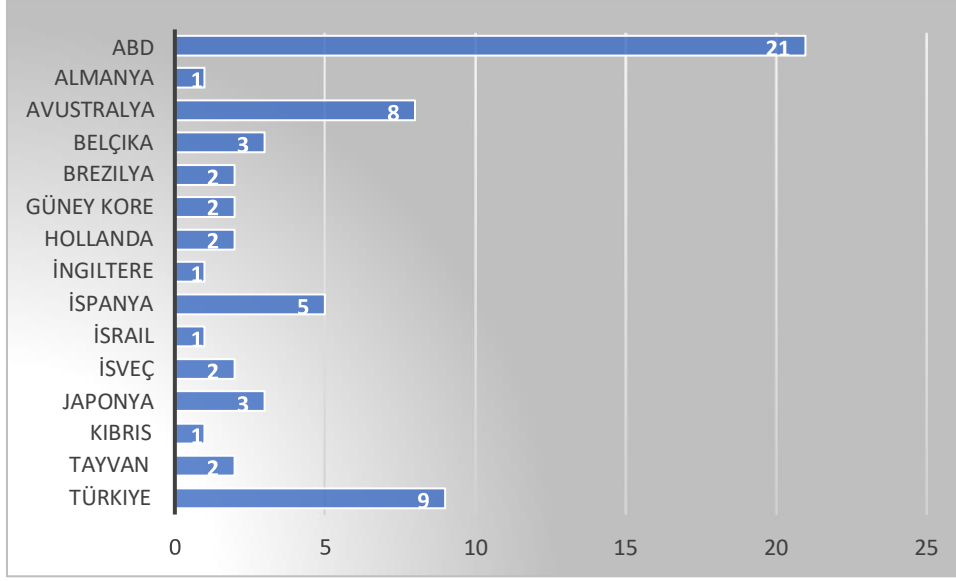
Araştırma Yöntemi	Makale Kodu	Frekans	Yüzde
Karma	B55, B28, B12, B15, B62, B49, B23, B53	8	12,70%
Nicel	B19, B39, B54, B7, B61, B43, B20, B6, B17, B8, B36, B57, B37, B59, B51, B44, B18, B11, B3, B9, B34, B31, B52, B32, B25, B26, B27, B35, B42, B5, B4, B2, B1	33	52,38%
Nitel	B60, B22, B33, B13, B56, B16, B17, B45, B63, B48, B58, B46, B29, B50, B24, B30, B38, B14, B41, B42, B47, B10	22	34,92%
Toplam		63	100,00%

Tablo 4.2'de araştırmaya dahil edilen makaleler kodları ile beraber hangi yöntemi kullandıklarına göre frekans ve yüzdeleri ile gösterilmiştir. Tabloya bakıldığında en fazla nicel araştırma yönteminin kullanıldığı görülmektedir. En az ise karma yöntem kullanılmıştır.

Bu bulgulara göre orantısal akıl yürütme araştırmalarının yarısından biraz fazlasının nicel olarak gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır. Orantısal akıl yürütme araştırmalarının önemli bir oranı (%35) ise nitel olarak gerçekleştirilmiştir. Geniş örneklem sayılarına ulaşılabildiği ve genelleme yapılabilirdiği için nicel araştırmalar kıymetlidir.

4.3. Makalelerin Ükelere Göre Dağılımı

Şekil 4.3, Web of Science veri tabanından araştırmaya dahil edilen çalışmaların yapıldığı ülkelere göre dağılımını göstermektedir.



Şekil 4.3 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların ülkelere göre dağılımı.

Şekil 4.3'e göre araştırmaya dahil edilen toplam 63 çalışmanın; 21'i Amerika Birleşik Devletleri (ABD)'nde, 1'i Almanya'da, 8'i Avustralya'da, 3'ü Belçika'da, 2'si Brezilya'da, 2'si Güney Kore'de, 2'si Hollanda'da, 1'i İngiltere'de, 5'i İspanya'da, 1'i İsrail'de, 2'si İsveç'te, 3'ü Japonya'da, 1'i Kıbrıs'ta, 2'si Tayvan'da ve 9'u Türkiye'de yapılmıştır.

Tablo 4.3 Araştırmaya dahil edilen makalelerin kodlara ve ülkelere göre dağılımı.

Ülke	Çalışma Kodu	Frekans	Yüzde
ABD	B7, B61, B33, B43, B13, B6, B15, B16, B62, B63, B48, B57, B37, B23, B18, B3, B47, B10, B5, B4, B2	21	33,33%
Almanya	B42	1	1,59%
Avustralya	B20, B56, B51, B44, B34, B31, B14, B35	8	12,70%
Belçika	B21, B11, B9	3	4,76%
Brezilya	B22, B46	2	3,17%
Güney Kore	B60, B8	2	3,17%
Hollanda	B38, B40	2	3,17%
İngiltere	B1	1	1,59%
İspanya	B55, B28, B36, B59, B53	5	7,94%
İsrail	B12	1	1,59%
İsveç	B24, B41	2	3,17%
Japonya	B17, B29, B52	3	4,76%
Kıbrıs	B27	1	1,59%
Tayvan	B58, B46	2	3,17%
Türkiye	B19, B39, B54, B49, B50, B30, B32, B25, B26	9	14,29%
Toplam		63	100,00%

Tablo 4.3 araştırmaya dahil edilen çalışmaların makale kodları ve araştırmanın gerçekleştiği ülkelerin frekans ve yüzdelere göre dağılımlarını göstermektedir. Tabloya bakıldığında en fazla çalışmanın %33,33 ile ABD'de ve en az çalışmanın %1,59 ile Almanya, İngiltere, İsrail ve Güney Kıbrıs'ta yapıldığı görülmektedir.

Bu bulgulara göre orantısal akıl yürütme araştırmalarının önemli bir kısmının (%33) tek başına ABD’li araştırmacılar tarafından gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır. ABD’nin bu konuda açık ara birinci olduğu anlaşılmaktadır. ABD’den sonra orantısal akıl yürütme araştırmalarının en fazla yapıldığı ikinci ülkenin Türkiye olduğu bulunmuştur (% 14).

4.4. Makalelerin Örneklem Grupları ve Örneklem Büyüklüklerine Göre Dağılımı

Araştırmaya dahil edilen çalışmaların; araştırma grupları, örneklem büyüklükleri ve yaşlarının dağılımını Tablo 4.4’de verilmiştir. Araştırmaya alınan çalışmaların örneklem büyüklükleri, örneklem grupları ve yaşları, ülkelere göre tabloda detaylı şekilde açıklanmıştır.

Tablo 4.4 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların örneklem grupları ve örneklem büyüklükleri.

Çalışma Kodu	Örneklem Grubu	Örneklem Büyüklüğü	Yaş	Ülke
B1	9., 10., 11. ve 12. sınıf öğrencileri (lise)	1200	13-17 yaş arası	İngiltere
B2	Lise öğrencileri	32	14 yaş	ABD
B3	Ortaokul yedinci sınıf öğrencileri	254	-	ABD
B4	Ortaokul öğrencileri	254	12 yaş	ABD
B5	Üniversite öğrencileri	34	26.9 yaş ortalaması	ABD
B6	Üniversite öğrencileri	deney 1: 228 deney 2: 175	deney 1: 22 yaş ortalaması, deney 2: 23 yaş ortalaması	ABD
B7	7., 9. ve 10. sınıf öğrencileri	72	-	ABD
B8	Ortaokul 8. sınıf öğrencileri	56	13-16 yaş arası	Güney Kore
B9	Ortaokul 8. sınıf öğrencileri	35	13-14 yaş arası	Belçika
B10	Öğretmen adayları (Üniversite öğrencileri)	11	-	ABD
B11	İlkokul 4., 5. ve 6. sınıf öğrencileri	508	-	Belçika
B12	Öğretmen adayı (Üniversite öğrencileri)	15	-	İsrail
B13	Ortaokul 7. sınıf öğrencileri	21	12 yaş	ABD
B14	Ders kitabı	2 tane sekizinci sınıf ders kitabı	-	Avustralya
B15	Öğretmen adayları (Üniversite öğrencileri)	148	-	ABD
B16	Öğretmen adayları (Üniversite öğrencileri)	7	-	ABD
B17	-	-	-	Japonya
B18	Ortaokul öğrencileri	19	11-13 yaş arasında	ABD
B19	Ortaokul 6. sınıf öğrencileri	278	12 yaş	Türkiye
B20	Ortaokul ve lise öğrencileri	562	12-14 yaş arası	Avustralya

Tablo 4.4. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların örneklem grupları ve örneklem büyüklükleri (Devamı)

B21	Ortaokul 1.,2, 3. ve 4. sınıf öğrencileri	558	Ortaokul 1. sınıfta (12-13 yaş) 124, ortaokul 2. sınıfta (13-14 yaş) 151, ortaokul sınıfta (14-15 yaş)154 öğrenci ve 2 farklı İspanyol okulundan ortaokul 4. sınıfta (15-16 yaş) 129.	Belçika
B22	Makale incelemesi	2 makale	-	Brezilya
B23	Ortaokul (6. sınıf)	119	11 yaş	ABD
B24	Ders kitabı	5 ders kitabı	-	İsveç
B25	Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri	344	14 yaş	Türkiye
B26	Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencileri	392	13-14 yaş arası	Türkiye
B27	Öğretmen adayları (Üniversite öğrencileri)	238	-	Kıbrıs
B28	İlkokul ve ortaokul öğrencileri	755	-	İspanya
B29	İlkokul 5. sınıf öğrencileri	5	10 yaş	Japonya
B30	Ders kitabı	3 ders kitabı	-	Türkiye
B31	İlkokul ve ortaokul öğrencileri	Yaklaşık 700 öğrenci	9-15 yaş arası	Avustralya
B32	Ortaokul 6. sınıf öğrencileri	141	12 yaş	Türkiye
B33	Daha büyük bir çalışmanın sonuçlarını analiz eden makale	-	-	ABD
B34	İlköğretim öğretmen adayları	195	-	Avustralya
B35	Öğretmenler	120	-	Avustralya
B36	Ortaokul (1.sınıf)	135	12 ve 13 yaş	İspanya
B37	Ortaokul 8. sınıf öğrencileri	393	-	ABD
B38	Öğrenci 3-5. sınıf, araştırmacı, veli, lisans eğitimi öğrencileri	-	7-9 yaş öğrenciler	Hollanda
B39	Ortaokul 6. sınıf öğrencileri	165	12 yaş	Türkiye
B40	Ortaokul 5. ve 6. sınıf öğrencileri	8	10-12 yaş arası	Hollanda
B41	Öğretmenler	4	-	İsveç
B42	Lise öğrencileri	446	-	Almanya
B43	Ortaokul 7. sınıf öğrencileri	24	12-13 yaş	ABD
B44	Yaklaşık 90 Queensland öğretmeni ve okul lideri (müdürler, müdür yardımcıları ve müfredat liderleri gibi), 1026 5. Sınıftan 9. Sınıfa kadar öğrencileri	1026 öğrenci	10-14 yaş	Avustralya
B45	Öğretmenler	17	-	Brezilya
B46	Öğretmenler	12	-	Tayvan
B47	Üniversite öğrencileri	8	-	ABD
B48	Öğretmen adayları (Üniversite öğrencileri)	6	-	ABD
B49	Ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri	935	11-14 yaş arası	Türkiye
B50	Öğretmen adayları(üniversite öğrencileri)	40	-	Türkiye
B51	Ortaokul 8. sınıf öğrencileri, sınıf öğretmenleri ve öğrencileri	223	10 yaş arası öğrenciler	Avustralya
B52	-	69 Makale	-	Japonya
B53	İlköğretim 5. sınıf öğrencileri	23	10-11 yaş aralığı	İspanya
B54	Ortaokul 7. sınıf öğrencileri	282	13 yaş	Türkiye

Tablo 4.4. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların örneklem grupları ve örneklem büyüklükleri (Devamı)

B55	Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencileri	120	13-14 yaş	İspanya
B56	Ortaokul 1. sınıf	10	15 yaş	Avustralya
B57	Öğretmenler	148	-	ABD
B58	Öğretmenler	32	-	Tayvan
B59	Öğretmen adayı(üniversite öğrencileri)	91	-	İspanya
B60	Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencileri	7	13-14 yaş	Güney Kore
B61	Ortaokul 7. sınıf öğrencileri ve ortaokul öğretmenleri	338 7.sınıf öğrencisi ve 59 öğretmen	öğrenci: 12.65; öğretmen: 28	ABD
B62	Ortaokul ve lise öğrencileri	34	13-16 yaş arası	ABD
B63	Öğretmenler	32	-	ABD

Tabloya göre araştırmaya dahil edilen makaleler incelendiğinde, araştırmacıların; genel olarak ortaokul seviyesindeki öğrenciler (B60, B54, B7, B61, B43, B13, B21, B8, B36, B49, B23, B9, B31, B32, B39, B26, B4, B62, B19, B39, B55, B28, B20, B56, B25, B64, B3, B37, B51) ile çalışmayı tercih ettiğini görülmektedir. Ortaokul öğrencileri içerisinde ise daha çok 7. ve 8. Sınıf seviyesindeki öğrenciler ile çalışılmıştır (B60, B54, B61, B43, B13, B8, B49, B40, B26, B55, B7, B25, B3, B37, B51). İlkokul seviyesindeki öğrenciler ile de çalışmalar yapıldığı görülmektedir (B29, B31, B53, B28, B11, B51). Sadece ortaokul ve ilkokul öğrencileri ile yapılan çalışmalar dışında; beş çalışmada lise eğitim seviyesindeki öğrenciler (B20, B62, B42, B2, B1) ve birden fazla çalışmada öğretmen adayları, üniversite öğrencileri, öğretmenler, idareciler ve veliler ile de çalışmaların yapıldığı gözlemlenmiştir (B44, B38, B12, B15, B16, B48, B10, B45, B63, B57, B58, B46, B59, B50, B27, B41, B6, B47, B5, B34, B51). Bazı çalışmalarda ise örneklem büyüklüğü olarak kişi dışında ders kitaplarının incelemesi yapılmıştır (B33, B24, B30, B14). Bu çalışmalarda örneklem grubu “ders kitabı” olarak belirtilmiştir. Bir çalışmada ise (B17) didaktik tasarımlarının incelenmesi görülmektedir.

Örneklem büyüklüğü olarak çoğunlukla 12-14 yaş arasının tercih edildiği görülmektedir. Yapılan bütün çalışmalar detaylı şekilde incelenmesine rağmen bazı çalışmalarda örneklem gruplarının yaşları belirtilmemiştir. Bu çalışmaların yaş grupları “-” olarak tabloda gösterilmiştir.

Bu bulgulara göre orantısal akıl yürütme araştırmalarının yarısına yakınının (%46) ortaokul öğrencileri üzerinde gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır. İlkokul ve lise öğrencileriyle yapılan araştırmaların oranı %5 kadardır. Bunların dışında öğretmen adayları, üniversite öğrencileri, öğretmenler, idareciler ve veliler ile yapılan orantısal akıl yürütme araştırmalarının oranı ise %34 kadardır.

4.5. Makalelerin Temalarına Göre Dağılımı

Araştırmada ilk olarak Web of Science veri tabanında taranan tüm makaleler önce temalarına göre gruplandırılmıştır. Tablo 4.5’de incelenen tüm makalelerin temalarına göre dağılımları gösterilmektedir. Çalışmaya dahil edilen makalelerin temaları ise; öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki, öğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki, öğretmenler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki, oran-orantı problemleri, orantısal düşünme, ders kitabı incelemesi, orantısal akıl yürütme modeli olmuştur. Bu temaların seçilme sebebi; ortaokul müfredatında ve ilkökul müfredatında yer alan oran-orantı, orantısal akıl yürütmenin temel görülmesi ve bu alana odaklanılmasındandır.

Tablo 4.5. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların temalarına göre dağılımı.

Tema	Makale Kodu	Frekans
Öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki	B60, B54, B61, B43, B13, B21, B8, B62, B36, B49, B29, B23, B44, B18, B3, B38, B9, B31, B52, B32, B40, B25, B26, B53, B42, B4, B2, B1	28
Öğretmenler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki	B45, B63, B57, B58, B46, B59, B50, B51, B27, B44, B35, B53, B41	13
Öğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki	B12, B15, B16, B48, B34, B10	6
Oran-Orantı Problemleri	B19, B39, B55, B28, B6, B37, B11	7
Orantısal Düşünme	B22, B7, B47, B5	4
Ders kitabı incelemesi	B33, B24, B30, B14	4
Orantısal akıl yürütme modeli	B20, B56, B17	3
Toplam		63

Tablo 4.5. incelendiğinde araştırmaya dahil edilen makalelerin temalara göre sayıları şu şekilde olmuştur; öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi inceleyen makale sayısı 28, öğretmenler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi inceleyen makale sayısı 13, öğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi inceleyen makale sayısı 6, oran-orantı problemlerini inceleyen makale sayısı 7, orantısal düşünmeyi inceleyen makale sayısı 4, orantısal akıl yürütme konusunu inceleyen ders kitaplarının inceleyen makale sayısı 4, orantısal akıl yürütme modelini inceleyen makale sayısı 3 olmuştur. Ayrıca iki makale B44 ve B53 iki tema içerisinde de kullanıldığı için iki kere yazılmıştır. Bu sebeple toplam 65 gözükken makale sayısı her makale bir kere sayıldığı için 63 olarak yazılmıştır.

Bu bulgulara göre orantısal akıl yürütme araştırmalarının yaklaşık yarısının (%44) öğrenciler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki teması üzerine yapıldığı söylenebilir. Önemli bir oranda (%30) araştırmalar ise öğretmenler veya öğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki teması üzerine yapılmıştır. Bu iki oran bir arada değerlendirilirse %74

oranındaki araştırmaların öğrenciler veya öğretmenler/ğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki teması üzerine yapıldığı ortaya çıkmaktadır. Geriye kalan %26 oranındaki araştırmalar ise oran-orantı problemleri, orantısal düşünme, ders kitapları ve orantısal akıl yürütme modelini temaları üzerine gerçekleştirilmiştir.

4.6. Makalelerin Konularına ve Sonuçlarına Göre Dağılımı

Araştırmaya dahil edilen çalışmaların kodları, konuları ve sonuçlarının dağılımı Tablo 4.6 ile verilmiştir. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konuları ve sonuçları tabloda özetlenerek açıklanmıştır.



Tablo 4.6. Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı.

Ana Tema	Çalışma Kodu	Konu	Sonuç
Öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki	B60	Öğrencilerin aritmetik bilgileri ile orantısal akıl yürütmeleri arasındaki ilişki.	Olumlu bir ilişki bulunmuştur.
	B54	Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeleri ve oran-orantı kavramları üzerindeki güçlü ve zayıf yönlerinin değerlendirilmesi.	Öğrencilerin yaklaşık % 62'si doğrudan orantılı ilişkileri tanımış, % 25'i dört bilişsel beceriden hiçbirinde ustalaşmamış, % 39.1'i bu becerilerin dördüne de hakim olmuştur. Birçok öğrenci orantılı ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt etmekte güçlük çekmiştir.
	B61	Öğrencilerin, orantısal akıl yürütme becerisini ölçmek için kısa yanıtli soruları nitel olarak tanımlamak.	Oranların kesirli temsilleri tam anlamıyla anlayamamış ve öğrenciler açık uçlu sorular üzerinde ısrarla çarpımsal ve toplamsal akıl yürütmeyi kullanmışlardır ki bu durum kavram yanılgılarını ortaya çıkarmıştır.
	B43	Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerindeki gelişmeyi değerlendiren daha büyük bir çalışmadan dört matematik sınıfındaki (bir yüksek, iki ortalama ve bir düşük başarılı) yedinci sınıf öğrencilerinden oluşan bir alt örneğin, başlangıçtaki matematik başarısının değerlendirilmesi.	Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin matematik problem çözme performanslarının da yüksek olduğu görülmüştür.
	B13	Ortaokulda oranların öğretilmesine ve öğrenilmesine katkıda bulunmayı amaçlayan yenilikçi bir pedagojik uygulamayı açıklar ve paylaşır. Matematiğin anlama çerçevesi ile öğretimi ve öğrenimi, 21 yedinci sınıf öğrencisinin, orantısal akıl yürütmesine yardımcı olmak için bir araç olarak kullanılmıştır.	Öğrencileri, mevcut ve yeni fikirleri arasında bağlantı kurmaya ve düşüncelerini yansıtmaya ve iletmeye teşvik eden sınıf kültürünün, ortaya çıkan orantı anlayışlarına katkıda bulunduğunu göstermiştir. Sıvı ölçümleri içeren bir görevin kullanılması da ilgilerini, meraklarını ve heveslerini artırarak, öğrendikleri matematikle ilgili heyecanlarına katkıda bulunmuştur.
	B21	Bu çalışma, sayı yapısının (tamsayı ve tamsayı olmayan oranlar) ve niceliklerin doğasının (kesikli ve sürekli) ortaokul öğrencilerinin performansına ve orantılı ve orantısız problemleri çözerken kullandıkları stratejilere etkisini araştırmaktadır.	Sayı yapısının, öğrencilerin performansını etkilediğini ve orantılı ve orantısız problemler için sınıflarda kullanılan stratejilerin farklı olduğunu göstermiştir.
	B8	Bu çalışma, prefrontal lobların görevle ilgili olmayan bilgilerin engellenmesinde ve görevle ilgili bilgilerin temsil edilmesinde rol oynadığı için, prefrontal lobların orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminde rol oynadığı hipotezini test etti.	Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminde prefrontal lobların olgunlaşması ve fiziksel deneyimin rol oynadığı hipotezini desteklemiştir. Prefrontal lobların, bilimsel ve matematiksel akıl yürütmenin bir yönü olan orantısal akıl yürütmede rol oynadığı hipotezi desteklenmektedir.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

B62	İspanyolca konuşup İngilizce öğrenen 34 kişinin, ikili dil matematik değerlendirme görevinde orantısal akıl yürütme bilgilerini göstermek için dil kaynaklarının (İngilizce ve İspanyolca) ve dil modlarının (sözlü ve yazılı dil) kullanımı.	Öğrencilerin çoğunluğu tüm değerlendirme görevini yalnızca İspanyolca kaynakları kullanarak tamamlarken, birkaçı yalnızca İngilizce kaynakları kullanmış ve öğrencilerin çoğunluğunun konuşma modu yerine yazma modunu kullanmayı tercih ettiği görülmüştür. Öğrencilerin mevcut dil kaynaklarını ve dil modlarını kullanma biçimlerinin görevdeki performanslarını etkilemediği görülmüştür.
B36	Orantısal ve orantısız problem türlerini çözerken öğrencilerin stratejileri arasındaki ilişki.	Öğrenciler genel olarak birim oran yöntemine başvurmuşlardır ancak oranlar tamsayı olduğunda değişik varyasyonlarda yöntemleri tercih etmişlerdir. Ayrıca öğrenciler orantısız bir durumda orantılı strateji kullanma eğiliminde olmuşlardır.
B49	-0,1	Katılımcıların başarılarının düşük olduğunu ve öğrencilerin problemleri çözmek için sınırlı sayıda strateji kullandıkları belirlenmiş ve bu stratejilerin katılımcıların cevaplarının çoğu için uzunluk, alan ve hacim kavramları arasındaki doğrusal orantılı ve doğrusal olmayan orantılı ilişkiler argümanından yoksun olduğu bulunmuştur.
B29	5. sınıf öğrencilerinin çift sayıları kullanarak orantı ve yüzdeyi öğrendiği süreci ayrıntılı olarak Analizi ve bu temsillerin kullanımının öğrenmesini nasıl desteklediği.	Öğrencinin problemlerde, çeşitli çarpımsal ilişkileri araştırmak için çift sayıları kullandığını ve sayı doğrularının bu tür kullanımlarının, öğrencinin orantısal akıl yürütmesini kontrol etmesini ve orantı ve yüzde anlayışını geliştirdiği görülmüştür.
B23	Orantısal akıl yürütmeyi içeren bir matematiksel görev için ortaokuldaki kız ve erkek çocuklarının yazılı problem çözme stratejilerindeki örüntülerini inceleme.	Altıncı sınıftaki erkek çocukların, toplamsal olmayan stratejiler kullanarak orantılı bir probleme yaklaşma olasılıkları altıncı sınıftakı kızlara göre daha yüksek olabilir.
B44	Bu makale, öğretmen mesleki gelişiminin öğrencilerin öğrenmeleri üzerindeki etkisini ele almaktadır. Araştırma soruları, öğrencilerin belirli alanlarda orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilip geliştirilmediğine ve etkilerin yıl seviyelerinde benzer olup olmadığına odaklandı.	Öğrenme kazanımlarının orantılı ve orantısız durumlarda gerçekleştiğini, ancak orantısal akıl yürütmenin teşvik edilmesinin önemli ölçüde zaman aldığı ve hedeflenen sınıf odaklı olsa bile birçok öğrenci için daha fazla eğitime ihtiyaç olduğunu göstermektedir.
B18	Öğrencilerin orantısal akıl yürütme yeteneği ile yüzey alanı-hacim ilişkilerini anlama yeteneği arasında bir ilişki olup olmadığı.	Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme puanlarının ön test ve sones değerlendirme puanları ile ilişkili olduğunu ve eşleştirilmiş örnekleme testinin yüzey alanı ve hacim değerlendirmesi için ön testten son teste anlamlı farklılıklar bulunduğunu göstermiştir.
B3	Yedinci sınıf öğrencilerinin, iki bağlam değişkeninde, oran türü ve problem belirlemenin, nitel ve sayısal orantısal akıl yürütme testinde performansı üzerindeki etkileri.	Niteliksel ve sayısal orantısal akıl yürütme problemlerinin zorluğu üzerinde, farklı oran türlerinin, problem oluşturmadaki küçük farklılıklardan daha güçlü bir etkisi olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı).

B38	ABD'li Latin, iki dil bilen öğrencilerin sosyal ve kültürel etkinliklerin yönlerine özellikle dikkat ederek, orantısız bir akıl yürütme ünitesi sırasında bu öğrencilerin zaman içinde gelişimi.	Öğrencilerin matematiksel katılımıyla, sosyal ilişkileri, matematikle olan ilişkilerine ilişkin anlayışları ve orantısız akıl yürütme fikri boyunca ortaya çıkan önemli ilişkiler ile karakterize edilen ilişkisel bir süreç olarak geliştiğini göstermektedir.
B9	Öğrenciler, her problemin orantılı olarak nicelleştirilebileceğine dair yanlış bir inanç geliştirirler ve buna “doğrusallık yanılması” denir. Bu makale, 8. sınıf öğrencilerinde bu yanlışlığı düzeltmeyi amaçlayan bir öğretim deneyini rapor etmekte ve tartışmaktadır.	Bazı öğrenciler tüm problem türleri için orantısız akıl yürütmeye devam ederken, diğerleri orantısız problemlere birden orantısız stratejiler uygulamaya başladılar. Doğrusallık yanılması çoğu öğrencide kırıldı, ancak bu her zaman orantılı ve orantısız durumlar ve ilişkiler hakkında derin bir kavramsal anlayışla sonuçlanmadı.
B31	4. ve 9. sınıflar arasındaki öğrencilerin matematik ve fen öğelerinin orantısız akıl yürütme ön testine ilişkin sonuçlarını rapor etmektedir.	Matematik ve fen alanlarında orantısız akıl yürütmenin yaygınlığı konusunda farkındalık yaratılmış ve öğretmenlerin, öğrencilerin orantısız akıl yürütmelerini teşvik etmek için öğretimi daha spesifik olarak hedeflemelerine yardımcı olmuştur.
B52	Çocukların orantısız akıl yürütmelerinde bir basamak oluşturmak için tam sayılarla çarpmayı öğretmeye odaklanılmaktadır.	Şerit diyagramları ve sayı çizgileri gibi doğrusal temsillerin de sınıf seviyelerinde aşamalı olarak kullanılabilen orantısız ilişkilerin önemli özelliklerini açıklığa kavuşturmaya yardımcı olduğu bulunmuştur.
B32	Çalışmanın genel amacı, İlköğretim 6. Sınıf matematik dersi ve yenilikçi bilgisayar tabanlı öğretim yöntemlerinin geliştirilmesinde oran-orantı ve orantısız akıl yürütmenin öğretilmesi, geleneksel bilgisayar tabanlı öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim ortamının karşılaştırılmasıdır. Uygulama, akademik başarının etkisini tespit etmektedir.	Akademik başarının etkisi üzerinde gruplar arası anlamlı bir farklılık olduğunu ortaya koymuştur. Ortalamalara bakıldığında, geleneksel bilgisayar destekli öğretim uygulanan deney grubunun akademik başarı ortalaması diğerlerine göre daha yüksektir.
B40	Matematiksel kavramların, özellikle orantı görevlerinin altında yatan yeni sensorimotor şemaların ortaya çıkmasında görsel dikkatin rolü araştırılmıştır. Araştırma sorusu şudur: Orantısız akıl yürütme görevleri sırasında duyuşal-motor şemaların ortaya çıkmasında görsel dikkat nasıl değişir?	Çocukların matematiksel kavramları destekleyen sanal nesnelere etkileşim biçimlerini keşfedebildikleri bulundu. Ayrıca, çocukların sembolik notasyon kullanarak standart algoritmik prosedürleri canlandırmaya başlamadan önce bile eylem stratejileri üzerinde düşünerek farklı ancak ilişkili matematiksel kavramlar arasında derinden bağlantı kurabildikleri bulunmuştur.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı).

B25	İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin denklem çözümedeki başarı düzeyleri ile orantısal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişki araştırılmıştır.	Sekizinci sınıf öğrencilerinin denklem çözme başarıları ile orantısal akıl yürütme becerilerinin yüksek düzeyde ilişkili olduğunu göstermiştir ($r=0.89$). Öğrenciler en çok orantısal akıl yürütme soru türlerinde eksik değeri bulmada başarılı olmuşlar, bunu nicel karşılaştırma ve nitel karşılaştırma gerektiren sorular izlemiştir.	
B26	Bu çalışmada ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişki incelenmiştir.	Orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Orantısal akıl yürütme becerisi bakımından yetersiz düzeyde olan öğrencilerin çoğunun oran-orantı problemi kuramadıkları görülmüştür. Buna karşılık yüksek düzeyde orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin oran-orantı problemi kurmada daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.	
B53	İş birliğine dayalı model, ilkokul 5. sınıf öğrencileri üzerinde doğrudan orantılılık problemleriyle denenmiştir.	Matematik öğretme ve öğrenme sürecinin didaktik uygunluğunun optimizasyonunun, hem öğrencilerin hem de öğretmenin lider rol oynadığı karma bir öğretim modelinin uygulanmasıyla desteklenebileceğine dair hipotezi güçlendirmektedir.	
B42	Öğrencilerin orantısal akıl yürütme yetenekleri hakkında bilgi edinmek için tasarlanmış bir dizi göreve verdikleri yanıtların analizi incelenmiştir.	Görünüşte orantısal akıl yürütme yeteneğine sahip olan, ancak aslında görevin yüzeysel yapısı tarafından tetiklenen bir çözüm algoritmasını körü körüne uygulayan öğrencilerin önemli bir bölümünün olduğu görülmüş ve öğrencilerin problemi doğru cevaplayacak kadar doğru okumadıkları görülmüştür.	
B4	İki bağlam değişkeninin; oran türü ve problem belirlemenin, yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme testindeki performansı üzerindeki etkileri araştırılmıştır.	Orantısal akıl yürütme problemlerinin zorluğu üzerinde, farklı oran türlerinin, problem oluşturmadaki küçük farklılıklardan daha güçlü bir etkisi olduğu görülmüştür.	
B2	Önceden öğrenilmeyen orantısal akıl yürütme problemlerinin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri üzerindeki etkisi.	Önceden öğrenilen orantısal akıl yürütme problemlerinde öğrenci performansının, önceden öğrenilmeyen orantısal akıl yürütme problemlerine göre daha yüksek olduğu ($p<0.05$) ve içerik aşinalığının zorlukla etkileşime girdiği ($p<0.01$) görülmüştür.	
B1	Üniversiteye bağlı seçilmiş bir grup ergenin oranı anlayışını, cinsiyete bağlı farklılıklar ve ders deneyiminin etkisi, birinci dereceden doğrudan orantısal akıl yürütme ve çoklu orantısal akıl yürütme ile ilgili olarak araştırmak için tasarlanmıştır.	Birinci derece doğrudan orantısal akıl yürütmede erkek denekler lehine anlamlı cinsiyet farklılıkları varken, çoklu orantısal akıl yürütmede cinsiyet farklılığı bulunmamıştır. Matematik ve fen bilimlerindeki önceki ders deneyimlerinin her biri, birinci dereceden doğrudan orantısal akıl yürütme ile önemli ölçüde ilişkiliydi, ancak bu değişkenlerin hiçbiri ile çoklu orantısal akıl yürütme arasında anlamlı bir ilişki yoktu.	
Öğretmenler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki	B45	Aritmetik, geometri ve cebiri birleştiren GeoGebra etkinlikleri yoluyla orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesi ve kullanılması.	Olumlu bir gelişme olmuştur.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

B63	Öğretmenlerin orantısız akıl yürütme görevlerini anlamlandırmak için kullandıkları bilgi kaynaklarının ampirik bir çalışması araştırılmıştır.	Öğretmenlerin orantısız akıl yürütme için kullandıkları bilgi kaynaklarının başka bir objeye orantılıma, sayma, hesaplama, semboller olduğu bulunmuştur.
B57	Öğretmenlerin orantılı olmayan durumları ve bu yetenekle ilgili olabilecek olası faktörleri uygun şekilde belirleme yetenekleri incelenmiştir.	Ortaokul matematik öğretmenlerinin, durumlar orantılı olmadığına bile durumları aşırı orantılı olarak tanımladıkları görülmüştür.
B58	Öğretmenlerden belirli bir durumun orantılı olup olmadığını uygun bir şekilde belirlemeleri istenirken, orantılı bilgi kaynaklarını kullanımları araştırıldı.	Öğretmenler durumlar için genellikle matematiksel bir ifade tanımlayabilmişler; ancak durumun orantılı veya orantısız olarak doğru tanımlamasını yapamamışlardır.
B46	Öğrenci çözümlerinde, orantısız akıl yürütme problemlerini anlamlandırmak ve öğrencilerin matematiği nasıl kullandıklarını anlamak için öğretmenlerle yapılan görüşme araştırıldı.	Öğretmenlerin, farklı görevlere bilişsel olarak benzer öğrenci çözümlerini ve tek bir görev içindeki bir öğrenci çözümünün, matematiksel olarak ilişkili adımlarını anlamlandırmak için çeşitli araçlar kullandıklarını ortaya koymuştur.
B59	Öğretmen adaylarının, öğrencilerin oran, karşılaştırma problemlerini çözdüklerinde, öğrencilerin akıl yürütmelerini nasıl oluşturduklarını incelemektedir.	Öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini göz önünde bulundurarak öğretim kararları verirken belirli matematiksel içerik alanının oynadığı rolü göstermektedir.
B50	Ortaokul matematik öğretmen adaylarının orantılı ve orantısız ilişkileri anlamaları ve bu ilişkileri birbirinden ayırt etme yetenekleri incelenmiştir.	Öğretmenlerin orantılı olan ve orantılı olmayan durumları sunmak ve yorumlamakta zorluk çektikleri tespit edilmiştir. Bu durumun öğretmenlerin orantılılık konusunda eğitim aldıktan sonra dahi devam ettiği bulunmuştur.
B51	Bu makaledeki veri, her biri bir araştırma bileşeni barındıran çeşitli matematik öğrenim desteği yollarını devam eden mesleki gelişimine dahil etmiş ilkökul öğretmenlerinin müfredat boyunca orantısız akıl yürütme öğelerinin öğretim ve öğreniminin teşvik edilmesini amaçlayan daha geniş bir çalışmanın ilk yılından alınmıştır.	Toplanan veriler, öğretmenlerin konu bilgisini ve pedagojik alan bilgisini artırmıştır.
B27	Çocukların orantısız akıl yürütmeye ilişkin matematiksel bilgilerini geliştirmek için öğretmenlerinin bu karmaşık ve çok yönlü kavram hakkında matematiksel olarak iyi bilgilendirilmesinin önemi.	Öğretmenlerinin orantısız akıl yürütme becerilerinin belirleyicilerinin paylaşma/karşılaştırma, operatör, bölüm, oran, birleştirme, miktarlar ve kovaryans, görelî yukarı ve aşağı düşünme, ölçme ve akıl yürütme olduğu bulunmuştur.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

B44	Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini desteklemek için süregelen öğretmen mesleki gelişiminin etkililiği.	Öğrenme kazanımlarının bazı orantılı ve orantısız durumlarda gerçekleştiğini, ancak orantısal akıl yürütmenin teşvik edilmesinin önemli ölçüde zaman aldığını ve hedeflenen sınıf odaklı olsa bile birçok öğrenci için daha fazla eğitime ihtiyaç olduğunu göstermektedir
B35	Öğretmenlerin "orantısal akıl yürütme" konusundaki kavramlarını belirlemek ve raporlamak için dijital kameraları nasıl kullandıklarını ve öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini geliştirmek için kameraları nasıl kullanacaklarına ilişkin düşüncelerini ve isteklerini dile getirmektedir.	Öğretmenler, orantısal akıl yürütmenin kavramsal gelişimine izin veren ilgi çekici, işbirlikçi bir etkinlik olmanın öğrenme faydalarıyla birlikte öğrenme deneyiminin sınıflarda iyi bir şekilde dönüşeceğini hissettiler.
B53	İş birliğine dayalı model, ilkokul 5. sınıf öğrencileri üzerinde orantı problemleriyle denenmiştir.	Matematik öğretme ve öğrenme sürecinin didaktik uygunluğunun optimizasyonunun hem öğrencilerin hem de öğretmenin lider rol oynadığı karma bir öğretim modelinin uygulanmasıyla desteklenebileceğine dair hipotezimizi güçlendirmektedir.
B41	6. sınıftaki bir matematik dersinde, orantılı ilişkileri içeren görevle ilgili olarak, öğretilecek bilginin fiilen öğretilen bilgiye dönüştürüldüğü sürecin bir analizi.	Bir göreve gömülü öğrenme fırsatlarının, bir sınıf ortamında ele alındığında mutlaka ortaya çıkmadığı sonucuna varılmıştır.
B12	Orantısal akıl yürütme, araştırma görevlerinin, ilkokul ve ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel içerik ve pedagojik bilgi ve tutumları üzerindeki etkisi.	Genel olarak matematik öğrenme ve öğretmeye yönelik tutum ve inançlarında olumlu, özde ise oran ve orantıda gelişme meydana gelmiştir.
B15	Matematik prosedürlerinin kullanımındaki esneklik, bir dizi problemde birden fazla çözüm yöntemi kullanma, aynı sorunu birden fazla yöntem kullanarak çözüme ve hesaplama taleplerini azaltmak için yöntemler arasından stratejik olarak seçim yapma yeteneğinden oluşur. Bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının (n = 148) örgün öğretimden önce orantılı akıl yürütme alanındaki esnekliğini karakterize etmek ve öğretmen adaylarını orantı problemlerine farklı çözümleri karşılaştırmada dahil eden bir müdahalenin iki versiyonunun etkilerini test etmektir. (Matematik müdahaleleri, matematik öğreniminde geride kalan öğrencilere yardım etmenin yollarıdır.)	Katılımcıların resmi öğretimden önce sınırlı esneklik sergilediklerini, müdahalenin, katılımcıların öğretimden altı ay sonra korunan esnekliğinde önemli kazanımlara yol açtığını ve katılımcıların karşılaştırdığı problem çözümlerinin kaynağını çeşitlendirdiğini göstermektedir. Esneklikleri üzerinde fark edilebilir bir etkisi yoktur. Matematik öğretmeni hazırlama ve esneklik geliştirme araştırmaları için çıkarımlar sağlanmaktadır.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

	B16	Ortaokul öğrencilerinin, çevrimiçi tartışmalara katılımlarında orantılı ve orantısız problemlere verdikleri cevapların analizi ve görevlerin ortaklaşa çözülmesi.	Çevrimiçi bir tartışmadaki etkileşimlerin, matematik öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşüncelerinin önemli yönlerini belirleme ve yorumlama becerilerini geliştirdiğini göstermektedir.
	B48	Altı matematik öğretmeni adayının orantılı ilişkiler hakkında akıl yürütürken, çarpma ve kesirler için açık, nicel tanımları nasıl kullandıkları.	Çarpmanın nicel tanımının açık bir şekilde kullanılmasının, geleceğin öğretmenlerinin orantılı ilişkiler için denklemler oluşturması ve açıklaması için yararlı bir düzenleme aracı olduğu sonucuna varılmıştır.
	B34	Öğretmen adaylarının zor, en az zor ve en zor olarak kodlanmış beş orantısız akıl yürütme test maddesine verdikleri yanıtları sıralamanın etkililiğini ele almaktadır.	Öğretmen adaylarının, özellikle çarpma ve bölmenin gerekli olduğu durumlarda, çarpımsal düşünme konusunda bilgi eksikliği sergilediklerini göstermektedir.
	B10	11 ortaokul öğretmeni adayının ortaokul öğrencileri tarafından kullanılan orantısız akıl yürütme stratejilerinin gelişimine ilişkin yorumlarının incelenmesi.	Öğretmen adayları tarafından yapılan yorumların çoğu, araştırma temelli orantısız akıl yürütme bilgileriyle tutarlı çıkarken tartışılan bazı endişeler de ortaya çıkmıştır.
Oran-Orantı Problemleri	B19	Altıncı sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerini çözmeye kullandıkları stratejilerin belirlenmesi.	Öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözerken altı farklı çözüm stratejisi kullandıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca bu problemlerin çözümü sırasında en sık çarpma algoritması stratejisini kullanmışlardır.
	B39	Altıncı sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerini çözmeye kullandıkları stratejileri belirlemek.	Öğrencilerin orantısız problemleri çözmeye 7 farklı stratejiyi ve orantısız problemleri çözmeye 6 farklı stratejiyi kullandıklarını göstermiştir.
	B55	7. ve 8. sınıflardaki öğrencileri içeren bileşik orantılı durumlarla ilgili bir eylem araştırması öğretim deneyiminin sonuçları ve analizi. Bir orantının içinde hem doğru hem de ters orantı varsa bu orantıya bileşik orantı denir.	Araştırmanın bulguları bilgisayar destekli eğitim programının orantısız düşünme becerilerini geliştirmekte olumlu katkılar sağladığını göstermiştir.
	B28	İlkokul ve ortaokuldaki öğrencilerin orantılı ve orantısız problemleri çözerken davranış profillerinin değişimini belirlemek.	Öğrencilerin cevaplarının analizinden, ilkökul öğrencilerinin problemin türünden bağımsız olarak toplamsal ilişkiler kullandığını ve ortaokul öğrencilerinin problemin türünden bağımsız olarak çarpmalı ilişkiler kullandığını gösteren beş profil belirlenmiştir. Öğrencilerin orantı problemlerindeki başarısı, oran fikrini anladıkları anlamına gelmediğini göstermektedir.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

	B6	Orantı probleminde birim özelliklerinin vurgulanmasının, problem çözücünün orantısal akıl yürütmeyi kullanma olasılığını nasıl etkileyeceği hipotezi test edilmiştir.	Üniversite öğrencilerinin, eğer problemdeki maddelerin içerikleri birbirinden nispeten farklıysa orantı problemlerini daha kolay çözdüğünü göstermektedir.
	B37	Bu makale ortaokul öğrencilerinin eksik değer orantısal problemlerini (problemlerini (problem içerisinde herhangi bir sayısal verinin boş bırakılarak öğrencinin bulması beklenen sözel problemlerini) çözmeye becerileri ile orantısal ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt etme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemektedir.	Öğrencilerin genel olarak eksik orantısal değer problemlerinde, orantılılık problemlerinden daha iyi performans gösterdiğini, iki grubun eksik orantısal değer problemlerindeki performanslarında farklılık gösterdiğini, ancak orantılılık problemlerinde farklı olmadığını ortaya koymuştur.
	B11	Bu çalışma ilköğrencilerinin, çözümünde orantı içermeyen eksik değerli kelime problemlerini (problem içerisinde herhangi bir sayısal verinin boş bırakılarak öğrencinin bulması beklenen sözel problemleri) çözerken orantı kullanarak çözüm yapmaya çalıştıklarını gösteren geçmiş çalışmalara dayanmaktadır. Bu problemlerdeki sayıların tam ayılları oluşturması öğrencileri orantısal yöntemleri bu yöntem yanlış da olsa kullanmaya iteceği varsayılmaktadır. Ayrıca bu etkinin 4. sınıftan 6. sınıfa (öğrencilerin yaşı ve orantılı akıl yürütme deneyimi ile) azalması beklenmektedir.	Sonuçlar her iki hipotezi de doğrulamaktadır.
Orantılı Düşünme	B22	İki araştırmanın orantısal düşünme etkinliklerine ilişkin analizlerinde kullanılan tanımlayıcıların değerlendirilmesi.	Araştırmanın bulguları incelendiğinde yapılan 19 belirleyiciden 6 tanesinin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek anlamı taşıyan etkileri olduğunu göstermiştir. Bunlar; oran ve orantı içeren problemleri çözmek için çarpma ve bölmeyi kullanma; sayısal ve sayısal olmayan karşılaştırmalar yapma; orantıyı sıkıştırma ölçüleri, yüzey, hacim, kütle veya kapasite vb. fikirlerle ilişkilendirme; veri analizinde (bir soruşturmadan veya araştırmadan) veya olasılıkta oranları kullanma; maliyetleri, ücretleri, yüzdeyi, faizi, indirimleri içeren sorunları (vergi hesaplamaları gerektirenler gibi) çözme; ve rasyonel sayılarla ilgili parça-bütün, oran, bölme/bölüm, oranlar, yüzde, olasılık, operatör, benzerlik ve türdeşlik gibi temel fikirlerden en az ikisini listeleme.
	B7	Orantısal akıl yürütmenin de içinde bulunduğu beş görev üzerinden mantıksal düşünme yapıları ile çizgi grafikleri oluşturma ve yorumlama yeteneği arasındaki ilişki araştırıldı.	Çarpımsal dizileme, çarpımsal ölçüm ve Öklid uzaysal yapıları, grafik yeteneklerini olumlu yönde etkiledi. Orantısal akıl yürütme kanıtı gösteren denekler, grafiğin en büyük “değişim hızına” sahip bölümünü seçmek de dahil olmak üzere birçok grafik durumunda önemli ölçüde daha iyi sonuç verdi.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

B47	Geçmiş araştırmalar hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin özellikle eksik değer kelime problemlerinde (problem içerisinde herhangi bir sayısal verinin boş bırakılarak öğrencinin bulması beklenen sözel problemlerinde) iki miktarın doğru orantılı olarak değişip değişmediğini anlama konusunda zorluklar yaşadığını göstermektedir. Bu çalışma, bu tür zorluklara yeni bir açıklama sunmak için matematiksel bir analizi psikolojik bir bakış açısıyla birleştirmiştir.	Bulgular öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme konusunda zorluk yaşadıklarını göstermiş ve araştırma bu zorluğu aşmak için matematiksel ve psikolojik bir bakış açısını birlikte kullanmayı önermektedir.	
B5	Oran şemasının geliştirilmesi için gerekli uygulama miktarı ile M-uzayının bilişsel değişkenleri, alan bağımlılığı derecesi ve kısa süreli depolama alanı arasındaki ilişkileri araştırmak; bu bilişsel değişkenler ile problem çözme şemalarını yeni bağlamlara transfer etme yeteneği ve geri bildirimden sonra problem çözme şemalarının seçimi arasındaki ilişkiyi araştırmak ve çalışmanın sonuçlarından teorik ve pratik çıkarımlar geliştirmek.	Öğrencilerin karmaşık problem çözme becerileri kazanmalarına yardımcı olacağını göstermiştir. Ayrıca, kısa süreli depolama alanının, geri bildirimden sonra transfer ve strateji seçimi gibi öğrenmenin çeşitli yönleriyle yüksek korelasyona sahip bir değişken olduğunu göstermektedir.	
Ders kitabı incelemesi	B33	Matematik bilgisi oluşturmayı ve uygulamayı amaçlayan, öğretme ve öğrenmeye yardımcı olma potansiyellerini değerlendirmek için ortaokul matematik ders kitaplarındaki orantısal akıl yürütmeye dayanan müfredatın analizi.	İncelenen beş ders kitabı serisinin orantısal akıl yürütme için gerekli olan çarpımsal yapıların gelişimi için sınırlı destek sağladığı ve dolayısıyla matematiğin derin öğreniminin gelişimine iyi hizmet etmeyeceği bulunmuştur.
	B24	İsveç lise ders kitaplarının orantı konusunda öğrencilere neler sunduğu.	Bu araştırmada incelenen beş ders kitabı, orantısal akıl yürütmenin teknik bilgisinin yüksek derecede çeşitlilik gösterirken, orantı hakkında bilgi konusunda daha az çeşitlilik göstermektedir.
	B30	Orantı kavramıyla ilgili görevlerin kalitesine ve sunulma biçimlerine ilişkin bir bakış açısı sağlamak için yeni Türkçe ilkökuller matematik ders kitaplarının incelenmesi.	Yeni ilkökuller ders kitaplarının öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini geliştirme kapasitesine sahip olduğunu göstermektedir.

Tablo 4.6 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların konularına ve sonuçlarına göre dağılımı (Devamı)

	B14	İki çağdaş ders kitabının, öğrencilerin orantısal akıl yürütme gelişimine aracılık etme kapasitesinin araştırılması.	Araştırmada incelenen ders kitaplarının, matematiksel konuların öğretilmesi ve öğrenilmesine yönelik tutarlı bir yaklaşımı vurgulayan bir müfredatın gerekliliklerini ele alma biçimleri bakımından oldukça sınırlı olduğu bulunmuştur.
Orantısal akıl yürütme modeli	B20	Hem bibliyografik hem de araştırma verilerine dayalı yeni bir orantısal akıl yürütme modeli önerilmesi.	Bu modelin orantısal akıl yürütmeye uygun olduğu görülmektedir ve bu, öğrencilerin farklı yapı türleri ile ilgili yeteneklerini ölçmek için kullanılabilceğini göstermektedir.
	B56	8. Sınıf öğrencileri için sağlam orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesi için gerekli olan beceri ve anlayışların çevrimiçi bir testi için bazı maddeler tasarlanıp uygulanmıştır.	Mülakat sorularına verilen yanıtlar, yalnızca test maddelerinin nasıl geliştirilebileceği ve test aracının uygunluğu hakkında faydalı öneriler sunmakla kalmamış, aynı zamanda öğrencilerin öğrendiklerini anlamaları ve iletmeleri hakkında da değerli bilgiler sağlamıştır.
	B17	İlkokul öğrencilerini düzlem çokgenler bağlamında orantısal akıl yürütmeyle tanıştırmak için iki didaktik tasarımın analizi ve karşılaştırılması.	Didaktik tasarımının ayrıntılı analitik araçlarını kullanarak, fiilen gerçekleştirilecek derslerin ilkeleri ve temel alınan formatlarda tasarımın amaçları açısından birkaç farklılık bulunmuştur.

Tablo 4.6’da gösterilen orantısal akıl yürütme üzerine yapılmış 63 araştırmanın, türlerine göre betimsel/keşfedici araştırmalar, ilişki araştırmaları, etki araştırmaları, deneysel araştırmalar ve demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar olarak sınıflandırılabilceği görülmüştür. Betimsel/keşfedici araştırmalar; orantısal akıl yürütme olgusunu, şartlarını ve problemlerini olduğu gibi tanımlayan, orantısal akıl yürütme olgusunu açıklayan ve orantısal akıl yürütme ile ilgili durumları belirleyip açığa çıkartan araştırmalardır. İlişki araştırmaları; orantısal akıl yürütmeyle ilgili değişkenler arasındaki ilişkileri inceleyen, bu değişkenlerden birinin düzeyinde meydana gelen bir artışın diğer değişkenlerin düzeyinde nasıl bir değişime yol açtığını inceleyen araştırmalardır. Etki araştırmaları; orantısal akıl yürütmeyle ilgili değişkenlerden bir veya birkaçının bağımlı değişkenler olarak kabul edildiği ve bir veya birkaç bağımsız değişkenin bu bağımlı değişkeni açıklayıp açıklamadığını, bağımlı değişkenin bir belirleyicisi olup olmadığını ve bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin hangi yön ve şiddette olduğunu inceleyen araştırmalardır. Deneysel araştırmalar; orantısal akıl yürütmeyle ilgili bir programın, bir uygulamanın veya bir yöntemin etkilerini inceleyen araştırmalardır. Bu araştırmalarda; test edilen program, uygulama veya yöntemin orantısal akıl yürütme açısından bir farklılık oluşturup oluşturmadığı araştırılmıştır. Demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar; orantısal akıl yürütmeyle ilgili bağımlı değişkenler açısından cinsiyet, yaş, eğitim düzeyi, tecrübe gibi demografik özelliklere göre bir farklılaşma olup olmadığını inceleyen araştırmalardır.

Tartışma bölümünde bu araştırmalar ile ilgili başlıklar konularına ve sonuçlarına göre bir bütün halinde sunulmuştur.

4.7. Makalelerin Veri Toplama Araçlarına Göre Dağılımı

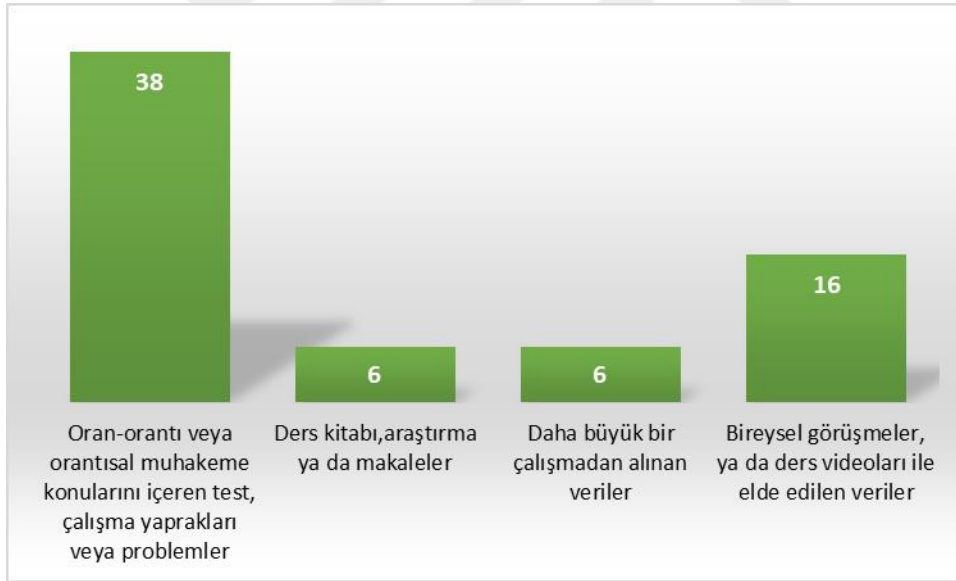
İncelenen makalelerin veri toplama araçlarına göre dağılımları frekans ve yüzdeleri ile birlikte Tablo 4.7.’ de verilmiştir.

Tablo 4.7 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların veri toplama araçlarına göre dağılımı.

Veri Toplama Aracı	Makale Kodu	Frekans	Yüzde
Oran-orantı veya orantısal muhakeme konularını içeren test, çalışma yapıları veya problemler	B60, B19, B39, B54, B61, B43, B28, B20, B56, B6, B12, B15, B16, B21, B8, B36, B57, B29, B37, B50, B23, B18, B11, B3, B34, B31, B32, B25, B26, B27, B53, B42, B5, B4, B2, B1	36	57,14%
Ders kitabı, araştırma ya da makaleler	B33, B24, B30, B14, B52, B22	6	9,52%
Daha büyük bir çalışmadan alınan veriler	B17, B63, B44, B58, B41	5	7,94%
Bireysel görüşmeler ya daders videoları ile elde edilen veriler	B13, B49, B38, B9, B40, B48, B10, B45, B46, B55, B7, B47, B51, B62, B35, B59	16	25,40%
Toplam		63	100,00%

Tablo 4.7. incelendiğinde araştırmaya dahil edilen makalelerin büyük çoğunluğunda veri toplama aracı olarak; oran-orantı problemleri, orantısal muhakeme yeteneklerini ölçmeye yönelik sorulardan oluşan test ya da çalışma yaprakları kullanılmıştır. 6 makalede veri toplama aracı olarak, incelenen ders kitapları ya da yayımlanan makaleler, 5 makalede daha büyük bir çalışmadan alınan veriler ve 16 makalede ise katılımcılarla yapılan görüşmeler, eğitimde yapılan ders videolarının kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca bu veri toplama araçları dışında ek olarak bir çok çalışmada; görüşme (B60,B13,B36, B49,B38,B40,B12,B15,B48,B10,B45,B63,B58,B46,B50,B41,B55,B7,B47,B56,B64), kamera ve video kayıtları (B60,B38,B40,B46,B41,B47,B43,B36,B29,B9,B62,B45,B63,B50, B55,B17), gözlem (B43,B13,B12), anket (B36,B49,B12,B62,B48,B45,B27,B28) ve ses kayıtları (B60,B43,B13,B15,B10,B64,B51) kullanılmıştır.

Çalışmaya dahil edilen makalelerin veri toplama araçlarına göre makale frekanslarının dağılımı aşağıdaki şekilde de gösterilmiştir.



Şekil 4.4 Araştırmaya dahil edilen çalışmaların veri toplama araçlarına göre dağılımı.

Bu bulgulara göre orantısal akıl yürütme araştırmalarının yarısından fazlasında (%57) veri toplama aracı olarak oran-orantı problemleri, orantısal muhakeme yeteneklerini ölçmeye yönelik sorulardan oluşan test ya da çalışma yapraklarının kullanıldığı anlaşılmaktadır. Nicel araştırma yöntemleri kullanılarak gerçekleştirildiği anlaşılan bu araştırmalarda akıl yürütme düzeyleri ve ilişkilerini ölçmek için bu veri toplama yöntemlerinin geçerli ve güvenilir olarak kabul edildiği anlaşılmaktadır. Nitel araştırma yöntemleriyle gerçekleştirildiği anlaşılan %25 oranındaki araştırmada ise katılımcılarla yapılan görüşmeler, eğitimde yapılan ders videolarının

kullanıldığı görülmektedir. Bu bulgular, araştırmada kullanılan dahil edilme kriterlerinden etkilenmiş olabilir. Bununla birlikte orantısal akıl yürütme ile ilgili araştırmalarda kullanılan yöntemlerin araştırma desenine göre farklılaştığı ve yöntemlerinde daha çok derslerde kullanılan materyaller olduğu anlaşılmaktadır.



BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmaya dahil edilen makalelerin analizi sonucunda elde edilen bulguların tartışması, sonuçları ve önerileri yer almaktadır. Çalışmanın bulgular bölümünde sırasıyla;

1. Çalışmaya dahil edilen makalelerin yıllara göre dağılımı nasıldır?
2. Çalışmaya dahil edilen makalelerin yöntemlerine göre dağılımı nasıldır?
3. Çalışmaya dahil edilen makalelerin ülkelerine göre dağılımı nasıldır?
4. Çalışmaya dahil edilen makalelerin örneklem gruplarına ve örneklem büyüklüklerine göre dağılımı nasıldır?
5. Çalışmaya dahil edilen makalelerin temalarına göre dağılımı nasıldır?
6. Çalışmaya dahil edilen makalelerin konularına ve sonuçlarına göre dağılımı nasıldır?
7. Çalışmaya dahil edilen makalelerin veri toplama araçlarına göre dağılımı nasıldır? olarak belirtilen araştırma sorularına dair bulgular yer almaktadır.

Tartışma kısmında bu kriterlerin bulguları yorumlanmıştır. Tartışmada ulaşılan sonuçlar ise “sonuç” kısmında özetlenmiştir.

5.1. Tartışma

Araştırmada incelenen makalelerin yıllara göre dağılımı incelendiğinde 12 tanesinin (%18,2) 1985-2007 yıllarında yayımlandığı, diğer 51 tanesinin (%81,8) 2008-2020 yıllarında yayınlandığı görülmektedir. Çalışmaya dahil edilen ilk makale 1985 yılında, en çok makale ise 2011, 2018, 2019 ve 2020 yıllarında yayınlanmıştır (Tablo 4.1). Bu veriler oran-orantı ve orantısal akıl yürütme konusuna ilginin son yıllarda artarak devam ettiğini ve araştırmanın güncel veriler ışığında yapıldığını göstermektedir. Tablo 4.1 incelendiğinde araştırmada kullanılan dahil edilme kriterlerinden etkilenmiş olabilir. Yine de orantısal akıl yürütme araştırmalarının son yıllarda sayıların giderek arttığı söylenebilir. Orantısal akıl yürütme olgusunun daha iyi anlaşılabilmesi, matematiğin daha iyi öğrenilebilmesi ve bu alanda görülen sorunların çözülebilmesi için araştırma sayılarının artıyor olması olumlu bir gelişme olarak değerlendirilebilir. Ayrıca, 2010-2012 ve 2018-2020 dönemlerindeki araştırma sayılarının artışı tetikleyen etkenlerin de araştırılmasının gerekliliği ortaya çıkmış olmaktadır.

Çalışmaya dâhil edilen makalelerin desenleri incelendiğinde 63 makalenin; 33 tanesi nicel, 8 tanesi karma ve 22 tanesi nitel desenli olduğu belirlenmiştir. Nicel desenli çalışmaların deneysel ve tarama olarak modellendiği görülmüştür. Bir çalışmada deneysel model kullanmış, bir çalışmada ise didaktik tasarıma yer verilmiştir. 33 nicel makalenin 30 tanesi deneysel çalışma olup 3 tanesi tarama modelidir (Tablo 4.2). Araştırmada neden ve nasıl sorularına cevap arandığında nitel yöntemlere başvurulmalı, karmaşık olay ve olguların analiz edilebilir özet parçalara ayrılması tercih edildiğinde ise nicel araştırma yöntemleri kullanılmalıdır (Büyüköztürk vd., 2016). Derinlemesine bir çözümleme ve bir perspektif sağladığı için önemli oranda nitel araştırmaların yapılmış olması da olumlu olarak değerlendirilmektedir. Bununla birlikte nicel ve nitel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma araştırmaların oranının düşük olduğu bulunmuştur (%13). Bu bulgular araştırmada kullanılan dahil edilme kriterlerinden etkilenmiş olabilir. Yine de nicel ve nitel olmak üzere iki araştırma yönteminin faydalarını birlikte sunan karma yöntemi kullanan orantısal akıl yürütme araştırmalarının sayısının artmasının olumlu olacağı değerlendirilmektedir.

Makalelerin yayımlandıkları ülkeler dikkate alınarak incelendiğinde; en fazla makalenin (21 tane) Amerika Birleşik Devletleri kaynaklı ve (9 tane) Türkiye kaynaklı olduğu görülmektedir. ABD'nin nüfusunun daha fazla olması ve ABD'deki üniversitelerinin sayılarının çok daha fazla olması gibi etkenler hesaba katıldığında Türkiye'de gerçekleştirilmiş olan orantısal akıl yürütme araştırmaları sayısının önemi daha iyi anlaşılmaktadır. Daha sonra en fazla makale sıralamasında; Avustralya 8 ve İspanya 5 makale ile ilk dört ülke içinde yer almaktadır (Grafik 4.3). Bu veri genç nüfus yoğunluğu fazla olan bu ülkelerin PISA sınav sonuçlarının istenen düzeyde olmamasından kaynaklanmış olabilir. Nitekim 2018 PISA sınavlarında da bu ülkelerin matematik okuryazarlık puanı sırasıyla 478, 454, 491 ve 481'dir ve bu puan OECD ortalaması olan 489'un yakın komşuluğundadır (PISA, 2018). Bu bağlamda matematik başarısını artırmaya katkısı olabilecek olan oran orantı konusundaki araştırmaların bu ülkelerde fazla olmasının bir nedeni olabileceği ve bu ülkelerin matematik eğitimine verdikleri önemi gösterdikleri söylenebilir. Türkiye'de gerçekleştirilmiş olan orantısal akıl yürütme araştırmalarının sayısının; Almanya, İngiltere, Hollanda, İsveç ve Belçika'da yapılmış olan araştırmaların toplam sayısı kadar olduğu anlaşılmaktadır. Tüm bu bulgular Türkiye'de orantısal akıl yürütme konusuna değer verildiğine ve bu konuyla ilgili önemli sayıda araştırmanın yapıldığına işaret etmektedir.

Makaleler örneklem grubu ve örneklem büyüklüğüne göre incelendiğinde; örneklem büyüklüğü olarak en yüksek katılımlı iki çalışma İngiltere'de 1200 lise öğrencisiyle (B1),

Avustralya’da 1026 ortaokul öğrencisiyle (B44) yapılan çalışmalardır. İncelenen 28 makalede örneklem büyüklükleri 100’den küçük iken diğer çalışmalarda örneklem büyüklükleri ortalaması 401,6 olmuştur.

İncelenen makalelerin örneklem gruplarının dağılımı incelenmiş; Örneklem grubu olarak 7 makalenin ilkökul öğrencilerinden, 2 makalenin lise öğrencilerinden, 30 makalenin ortaokul 5,6,7 ve 8.sınıf öğrencilerinden, 9 makalenin öğretmen adayları üniversite öğrencilerinden oluştuğu; 9 çalışmada ise faal öğretmenlerin araştırmaya dahil edildiği belirlenmiştir. Bu bulgular araştırmada kullanılan dahil edilme kriterlerinden etkilenmiş olabilir. Yine de ortaokullarda ağırlıklı olarak orantısal akıl yürütme araştırmaların yürütülmüş olması müfredat açısından ortaokul döneminde oran/orantı konularının yoğunluk kazanması ve orantısal akıl yürütmenin bu dönemdeki çocuklarda etkilerinin gözlemlenebiliyor olmasından kaynaklanıyor olabilir. İlkokul dönemindeki çocuklarla yapılan araştırmaların sayısının az olması dikkat çekmektedir. Erken evredeki çocukların akıl yürütme davranışlarını anlamak onlara daha erken yaşlarda matematiği etkili bir şekilde öğretmek için yararlı olabilir. Daha küçük yaşlardaki çocuklarla araştırma yapmanın ve bu araştırmalar için gerekli izinleri almanın zorluğu da ilkökul öğrencilerinin araştırmalar için tercih edilmemesinde etkili olmuş olabilir. Bu bağlamda örnekleme oluşturan ortaokul öğrencileri yaş aralığı 12-15 yaş, lise öğrencileri yaş aralığı 14-17 yaş olarak dağılmaktadır. Üniversite öğrencileri ve öğretmen katılımcılar için incelenen makalelerde yaşları için sayısal değerler bulunamamıştır. Yaş grubu açıklığının çok fazla olması çalışmanın katılımcı yaş ortalaması belirlenmesini güçleştirmiştir (Huberman ve Miles, 1994). İncelenen makalelerde oran orantı ve orantısal akıl yürütme becerisi gelişimi için ilkökolden başlanarak ortaokul düzeyinde ustalaşılması gerekli bir beceri olduğu belirtildiğinden çalışmada yer alan makalelerin çoğunluğunun bu grupları kapsamaması araştırmamızda elde edilen sonuçların güvenilirliğini desteklediği düşünülmektedir (Carpenter vd., 1999; A. Hilton ve G. Hilton, 2018). Üniversite öğrencileri ve öğretmenleri de içeren makalelerin araştırmamızda yer alması ile elde edilen becerilerin sürekliliği, öğretmenlerin yeterlilik düzeyleri konusunda incelemeler de kapsama dahil edilmiştir.

Kapsama dahil edilen makaleler temalara göre sınıflandırıldığında; “Öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasında 28, “Öğretmenler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasında 13, “Öğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasında 6, “Oran-Orantı Problemleri” temasında 7, “Orantısal Düşünme” temasında 4 ve “Orantısal akıl yürütme modeli” temasında 3 makalenin kapsama dahil edildiği görülmektedir (Tablo 4.5). Bu bulgular araştırmada kullanılan dahil etme kriterlerinden etkilenmiş olabilir.

Bununla birlikte bu bulgular gerçekleştirilen araştırmaların akıl yürütmenin bireyler üzerindeki yansımalarına yoğunlaştığını, sahada uygulamalarla ilgili temalara odaklandıklarını göstermektedir. Bu temalara dâhil edilen makale sayıları birbirinden farklılık göstermesine karşın tematik senteze yetecek kadar her başlıkta yeterince makale bulunmaktadır. Bu bağlamda “Öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasında en fazla makale yer alması öğrencilerin matematik yeterliliğini etkileyen en önemli değişkenlerden olması nedeniyle gerekli bulunmuştur. Birden fazla temayla ilgili bulunan makaleler ilgili temalara dâhil edilmiştir. Araştırmada belirlenen temalar incelendiğinde araştırma iç tutarlılığının olduğu ve araştırmanın kendi içerisinde farklı alt başlıklarla ortak çıkarımlar elde etmeye uygun olduğu da görülebilir (Koçak ve Arun, 2006; Tavşancıl ve Aslan, 2001).

Araştırmanın içerik analizi ise bulgular kısmında da belirtildiği üzere 7 ana tema üzerinde oluşturulmuştur. Çalışmada belirlenen ilk tema olan “Öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasında, tematik sentezlemeye dahil edilen 28 çalışma incelenerek öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri yorumlanmıştır. Bu temaya dâhil edilen makalelerin yeterli büyüklükte örneklemler içerdiği belirlenmiştir. Çalışmalarda yaş grubu olarak ortaokul öğrencilerinin çoğunlukta olduğu, az da olsa ilkokul, lise ve üniversite düzeyinde örneklemleri olan makalelerin de bulunmasının belirlenen başlığa farklı yönlerden bakmaya olanak sağladığı düşünölmüştür. Bu tema kapsamında incelenen çalışmaların amacı genel olarak öğrencilerin orantısal akıl yürütme yetenekleri hakkında bilgi edinmek, orantısal düşünme yeteneklerini nasıl kullandıklarını belirlemek, yenilikçi metotların ve biyolojik faktörlerin orantısal akıl yürütme öğreniminde etkisini araştırmak olarak belirlenmiştir. Bu makalelerde elde edilen ortak bulgular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Öğrencilerin aritmetik bilgileri ile orantısal akıl yürütmeleri arasında pozitif bir ilişki olduğu bulunmuştur.
- Bilgisayar destekli, görsel materyaller vb. farklı duyulara hitap eden yöntemlerin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri üzerinde olumlu etki yaptığı birçok çalışmada tespit edilmiştir.
- Öğrencilerin en başarılı olduğu orantısal akıl yürütme soru türünün bir orantıda verilmeyen dördüncü sayıyı bulma türünde sorular olduğu, buna karşın öğrencilerin farklı içerikleri olan soru türlerinde ve tamsayı içermeyen orantılarda başarılarının önemli ölçüde azaldığı tespit edilmiştir.

- Öğrencilerin orantılı ve orantısız durumları ayırmada zorluklar yaşadığı, doğrusal olmayan orantılı durumlarda başarılarının düştüğü gözlemlenmiştir.

“Öğretmenler ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasına ait makalelerin incelenmesinde elde edilen ortak bulgular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Ortaokul matematik öğretmenlerinin genellikle durumlar için matematiksel bir ifade tanımlayabildikleri, ancak durumun orantılı veya orantısız olarak doğru tanımlamasını yapamadıkları belirlenmiştir.
- Öğretmenler, orantısal akıl yürütmenin kavramsal gelişimine izin veren ilgi çekici, işbirlikçi etkinliklerin öğrenme ortamını zenginleştirdiğini, ortaokul sınıflarına iyi bir şekilde uygulanabileceğini yorumlamıştır.
- Öğretmenlerin sürekli mesleki gelişime imkân veren müfredata paralel çalışmalara dahil olmalarının, öğretmenlerin konu bilgisini ve pedagojik içerik bilgisini desteklediği ortaya çıkmıştır.

“Öğretmen adayları ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasına ait makalelerin incelenmesinde elde edilen ortak bulgular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Öğretmen adaylarının, çarpma ve bölme işlemlerinin gerekli olduğu problemlerde, çarpımsal düşünme konusunda bilgi eksikliği sergiledikleri görülmüştür. Çarpma işleminin nicel tanımının açık bir şekilde kullanılmasının, öğretme adaylarının orantılı ilişkiler için denklemler oluşturması ve açıklaması için yararlı bir düzenleme aracı olduğu sonucuna varılmıştır.

“Oran-orantı problemleri” temasına ait makalelerin incelenmesinde elde edilen ortak bulgular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözerken altı farklı çözüm stratejisi kullandıkları, en sık çapraz çarpma algoritması stratejisini kullandıkları belirlenmiştir.
- Öğrencilerin orantı problemlerindeki başarısı, öğrencilerin oran fikrini tam manasıyla anladıkları anlamına gelmediği ortaya çıkmıştır.

“Orantısal düşünme” temasına ait makalelerin incelenmesinde elde edilen ortak bulgular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Grafikleri oluşturma ve yorumlama çalışmalarının orantısal akıl yürütme yeteneğini olumlu yönde etkilediği sonucuna varıldı.

“Orantısal akıl yürütme modeli” temasına ait makalelerin incelenmesinde elde edilen ortak bulgular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Üç sıralı faktör modelinin uygun olduğu, öğrencilerin farklı yapı türleri ile ilgili yeteneklerini ölçmek için kullanılabileceğini ortaya çıkmıştır.

Araştırmamızda literatürde, orantısal akıl yürütmenin nitel düşünceden çarpımsal akıl yürütmeye doğru geliştiği konusunda geniş bir fikir birliği olduğunu göstermektedir (Behr vd., 1997; Inhelder ve Piaget, 1958; Karplus vd., 1983a; Kaput ve West, 1994; Kieren, 1993; Resnick ve Singer, 1993; Thompson, 1994).

Kapsama dahil edilen çalışmalar konularına ve sonuçlarına göre incelendiğinde; tablo 4.6’da gösterilen orantısal akıl yürütme üzerine yapılmış 63 araştırmanın, türlerine göre betimsel/keşfedici araştırmalar, ilişki araştırmaları, etki araştırmaları, deneysel araştırmalar ve demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar olarak sınıflandırılabilirliği görülmüştür.

Aşağıda bu araştırmalar ile ilgili başlıklar altında konularına ve sonuçlarına göre bir bütün halinde sunulmuştur.

5.1.1. Betimsel/keşfedici araştırmalar

Betimsel/keşfedici araştırmalar orantısal akıl yürütme olgusunu, şartlarını ve problemlerini olduğu gibi tanımlayan, orantısal akıl yürütme olgusunu açıklayan ve orantısal akıl yürütme ile ilgili durumları belirleyip açığa çıkartan araştırmalardır. B8, B10, B14, B19, B24, B28, B29, B30, B33, B34, B36, B38, B39, B40, B42, B46, B47, B49, B50, B54, B57, B58, B59, B60, B61, B62 ve B63 araştırmalarının betimsel/keşfedici türde araştırmalar olduğu değerlendirilmiştir. Bu araştırmalar aşağıda konularına ve bulgularına göre gruplandırılarak konu bütünlüğü içerisinde açıklanmıştır.

B10, B34, B47, B50, B57, B58, B59 ve B63 araştırmaları öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeyle ilgili yeterliliklerini, orantısal akıl yürütme problemlerini çözme becerilerini, orantısal akıl yürütme testlerindeki başarı düzeylerini ve orantı konusunu öğretmekte kullandıkları yöntemleri incelemiştir. B34, B47, B57 ve B58 araştırmaları ise öğretmenlerin bir durumun orantılı olup olmadığına ilişkin bilgileri aktarma ve bu yeteneği

kazandırma davranışlarını ve orantısal akıl yürütme testleri konusundaki yeterlilikleri incelemişlerdir.

B50, B57 ve B58 araştırmaları öğretmenlerin bir durumun orantılı olup olmadığı konusunda yeterli düzeyde doğru karar veremediklerini ve orantılı olmayan durumlarda dahi orantılı olduğunu belirterek yanlış karar verdiklerini rapor etmektedir. Öğretmenlerin orantılı olan ve orantılı olmayan durumları sundukları ve yorumlamakta zorluk çektikleri tespit edilmiştir. B50 araştırması bu durumun öğretmenlerin orantılık konusunda eğitim aldıktan sonra dahi devam ettiğini bildirmiştir. B34 araştırması ise öğretmen adaylarının, özellikle çarpma ve bölmenin gerekli olduğu durumlarda, çarpımsal düşünme konusunda bilgi eksikliği sergilediklerini göstermektedir. B47, matematik öğretmeni adaylarının eksik değer kelime problemlerinde (problem içerisinde herhangi bir sayısal verinin boş bırakılarak öğrencinin bulması beklenen sözel problemlerinde) iki miktarın doğru orantılı olarak değişip değişmediğini anlama konusunda zorluk yaşayıp yaşamadıklarını incelemiş ve öğretmen adaylarını bu konuda zorluk yaşadıklarını bulmuştur. B63 araştırması öğretmenlerin orantısal akıl yürütme için kullandıkları bilgi kaynaklarının başka bir objeye orantılama, sayma, hesaplama ve semboller olduğunu rapor etmiştir.

B10, B46 ve B59 araştırmalarında ise öğretmenlerden ve öğretmen adaylarından öğrencilerin orantısal akıl yürütme davranışları hakkında veriler toplanmış ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve bu alanda karşılaştıkları problemlerin çözümü açısından değerlendirmeleri istenmiştir.

B10 araştırmasının bulguları; öğretmen adaylarının değerlendirmelerinin araştırma temelli orantısal akıl yürütme bilgileriyle tutarlı çıktığını, ancak bazı alanlarda tutarsızlıkların da görüldüğünü göstermiştir. B46 araştırmasının bulguları; öğretmenlerin, farklı görevlere bilişsel olarak benzer öğrenci çözümlerini ve tek bir görev içindeki bir öğrenci çözümünün, matematiksel olarak ilişkili adımlarını anlamlandırmak için çeşitli araçlar kullandıklarını ortaya koymuştur. B59 araştırmasının bulguları ise öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini göz önünde bulundurarak öğretim kararları verirken belirli matematiksel içerik alanının oynadığı rolü göstermektedir.

B54, B61, B42, B29, B28, B36, B19, B39, B49, B38 ve B62 araştırmalarının ise orantısal akıl yürütme açısından öğrencileri konu ettiği anlaşılmıştır. Bu araştırmalar ağırlıklı

olarak öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini değerlendirmiş ve bu alandaki sorunlara odaklanmıştır.

B54 araştırmasında ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeleri ve oran-orantı kavramları üzerindeki güçlü ve zayıf yönleri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin yaklaşık %62'sinin doğru orantılı ilişkileri tanıdığını, %25'inin dört bilişsel beceriden hiçbirinde ustalaşmamış olduğunu ve %39,1'inin de bu becerilerin dördüne de hâkim olduğunu göstermiştir. Ayrıca pek çok öğrencinin orantılı ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt etmekte güçlük çektiği bulunmuştur.

B61 araştırmasında, öğrencilerin kısa yanıtlı soruları nitel olarak tanımlayarak orantısal akıl yürütme becerisini ölçmek hedeflenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin oranların kesirli temsillerini tam anlamıyla anlayamadıklarını ve açık uçlu sorular üzerinde öğrencilerin ısrarla çarpımsal ve toplamsal akıl yürütmeyi kullandıklarını göstermektedir ki bu durum onların kavram yanılgılarını ortaya çıkartmaktadır.

B42 araştırmasında, öğrencilerin tasarlanmış bir dizi göreve verdikleri yanıtlar analiz edilerek orantısal akıl yürütme yetenekleri hakkında bilgi edinmek amaçlanmıştır. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin problemi doğru cevaplayacak kadar doğru okumadıklarını göstermiş ve görevin yüzeysel yapısı tarafından tetiklenen bir çözüm algoritmasını pek çok öğrencinin körü körüne uyguladığını göstermiştir. Bu bulgular pek çok öğrencinin orantısal akıl yürütme yeteneğine sahip olmadığı şeklinde yorumlanmıştır.

B29 araştırmasında, 5. sınıf öğrencilerinin çift sayıları kullanarak orantı ve yüzdeyi öğrendiği sürecin ayrıntılı olarak analizi ve bu temsillerin kullanımının öğrenmesini nasıl desteklediği incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin problemlerde, çeşitli çarpımsal ilişkileri araştırmak için çift sayıları kullandığını ve sayı doğrularının bu tür kullanımlarının, öğrencinin orantısal akıl yürütme becerisini kontrol etmesini ve orantı ve yüzde anlayışını geliştirdiğini göstermiştir.

B28 araştırması, ilkökul ve ortaokuldaki öğrencilerin orantılı ve orantısız problemleri çözerken davranış türlerinin değişimini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın bulguları; ilkökul öğrencilerinin problemin türünden bağımsız olarak toplamsal ilişkiler kullandığını ve ortaokul öğrencilerinin problemin türünden bağımsız olarak çarpımsal ilişkiler kullandığını gösteren beş davranış türü olduğunu göstermiştir.

Öğrencilerin orantı problemlerindeki başarısı, oran fikrini anladıkları anlamına gelmediğini göstermektedir.

B36 araştırmasında, öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan problem türlerini çözerken kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin orantılı problem türlerinde genel olarak birim oran yöntemine başvurduklarını, ancak oranlar tamsayı olduğunda değişik varyasyonlarda yöntemleri tercih ettiklerini göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin orantısız bir durumda orantılı strateji kullanma eğiliminde oldukları da bulunmuştur.

B19 araştırmasında da B36 araştırmasına benzer olarak altıncı sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerini çözmeye kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözerken altı farklı çözüm stratejisi kullandıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca bu problemlerin çözümü sırasında en sık çapraz çarpma algoritması stratejisini kullandıkları da bulunmuştur.

B39 araştırmasında B19 ve B36 araştırmasına benzer olarak öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözmeye kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin orantısal problemleri çözmeye 7 farklı stratejiyi ve orantısız problemleri çözmeye 6 farklı stratejiyi kullandıklarını göstermiştir.

B49 araştırmasında ise B19, B39 ve B36 araştırmasına benzer olarak altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin, doğrusal olmayan (kuadratik veya kübik) orantı problemlerini çözmeye kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Ayrıca bu problemleri çözerken büyütülmüş şekillerin uzunluk, alan ve hacim ile ilgili ilişkileri kullanma başarıları da incelenmiştir. Araştırmanın bulguları öğrencilerin başarılarının düşük olduğunu ve öğrencilerin problemleri çözmek için sınırlı sayıda strateji kullandıklarını ve bu stratejilerin öğrencilerin cevaplarının çoğu için uzunluk, alan ve hacim kavramları arasındaki doğrusal orantılı ve doğrusal olmayan orantılı ilişkiler argümanından yoksun olduğunu göstermiştir.

B62 araştırmasında, İspanyolca konuşup İngilizce öğrenen 34 kişinin, ikili dil matematik değerlendirme görevinde orantısal akıl yürütme bilgilerini göstermek için dil kaynaklarının (İngilizce ve İspanyolca) ve dil modlarının (sözlü ve yazılı dil) kullanımı incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin çoğunluğunun tüm değerlendirme görevini yalnızca İspanyolca kaynakları kullanarak tamamladığını, çok azının yalnızca İngilizce kaynakları kullandığını ve öğrencilerin çoğunluğunun konuşma modu yerine yazma modunu

kullanmayı tercih ettiğini göstermiştir. Öğrencilerin mevcut dil kaynaklarını ve dil modlarını kullanma biçimlerinin görevdeki performanslarını etkilemediği de görülmüştür.

B38 araştırmasında ise ABD'nde yaşayan ve iki dil bilen Latin Amerika kökenli öğrencilerin sosyal ve kültürel etkinliklerin yönlerine dikkat edilerek, orantısal bir akıl yürütme ünitesi sırasında bu öğrencilerin zaman içinde gelişimi incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin matematiksel katılımıyla, sosyal ilişkileri, matematikle olan ilişkilerine ilişkin anlayışları ve orantısal akıl yürütme fikri boyunca ortaya çıkan önemli ilişkiler ile karakterize edilen ilişkiyel bir süreç olarak geliştiğini göstermiştir.

B8 ve B40 araştırmalarının yukarıdaki araştırma türlerinden farklı konulara odaklandıkları anlaşılmıştır. B8 araştırmasında, prefrontal lobların orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminde rol oynayıp oynamadığı araştırılmıştır. Araştırmanın bulgularına dayanılarak orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminde prefrontal lobların olgunlaşmasının ve fiziksel deneyimin rol oynadığı hipotezini desteklemiştir. Prefrontal lobların, bilimsel ve matematiksel akıl yürütmenin bir yönü olan orantısal akıl yürütmede rol oynadığı sonucuna varılmıştır.

B40 araştırmasında, matematiksel kavramların, özellikle orantı görevlerinin altında yatan yeni sensorimotor şemaların ortaya çıkmasında görsel dikkatin rolü araştırılmıştır. Orantısal akıl yürütme görevleri sırasında duysal-motor şemaların ortaya çıkmasında görsel dikkatteki değişimler incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; çocukların matematiksel kavramları destekleyen sanal nesnelere etkileşim biçimlerini keşfedebildiklerini göstermiştir. Ayrıca, çocukların sembolik notasyon kullanarak standart algoritmik prosedürleri canlandırmaya başlamadan önce eylem stratejileri üzerinde düşünerek farklı ancak ilişkili matematiksel kavramlar arasında derinden bağlantı kurabildikleri de bulunmuştur.

B14, B24, B30 ve B33 araştırmalarının yukarıdaki araştırmalardan farklı olarak orantısal akıl yürütmeyle ilgili kitapları inceledikleri anlaşılmıştır. Araştırmaların bulguları genel olarak kitapların yetersizliklerine vurgu yapmaktadır.

B14 araştırmasında iki ders kitabının, öğrencilerin orantısal akıl yürütme gelişimine aracılık etme kapasitesi araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları, incelenen ders kitaplarının, matematiksel konuların öğretilmesi ve öğrenilmesine yönelik tutarlı bir yaklaşımı vurgulayan bir müfredatın gerekliliklerini ele alma biçimleri bakımından oldukça sınırlı olduğunu göstermiştir.

B24 araştırmasında, İsveç lise ders kitaplarının orantı konusunda öğrencilere neler sunduğu incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda incelenen beş ders kitabında orantısal akıl yürütmenin teknik bilgisinin yüksek derecede çeşitlilik gösterdiği, diğer taraftan orantı hakkında bilgi konusunda daha az çeşitlilik gösterdiği bulunmuştur.

B30 araştırmasında, orantı kavramıyla ilgili görevlerin kalitesine ve sunulma biçimlerine ilişkin bir bakış açısı sağlamak için yeni Türkçe ilkököl matematik ders kitaplarının incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın bulguları; yeni ilkököl ders kitaplarının öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini geliştirme kapasitesine katkı sağlama niteliğinde olduğunu göstermiştir.

B33 araştırması, matematik bilgisi oluşturmayı ve uygulamayı amaçlayan, öğretme ve öğrenmeye yardımcı olma potansiyellerini değerlendirmek için ortaokul matematik ders kitaplarındaki orantısal akıl yürütmeye dayanan müfredatı incelemeyi amaçlamıştır. Bu araştırmadan elde edilen bulgular, incelenen beş ders kitabı serisinin orantısal akıl yürütme için gerekli olan çarpımsal yapıların gelişimi için sınırlı destek sağladığını ve dolayısıyla matematiğin derin öğreniminin gelişimine iyi hizmet etmeyeceğini göstermiştir.

Özetle, 63 araştırma içerisinde 27 araştırmanın betimsel/keşfedici türde araştırmalar olduğu bulunmuştur. Bu araştırmaların bulgularının öncelikle öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme yetenekleri ile ilgili bazı sorunlara işaret ettiği anlaşılmıştır. Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının sorunlarını; oran ve orantıyı anlamada zorluk çekme, orantılı olan ve orantılı olmayan durumları sunmak ve yorumlamakta zorluk çekme, çarpımsal düşünme konusunda bilgi eksikliği sergileme olarak sıralanabilir. Öğrencilerin sorunlarını ise; orantısal akıl yürütme becerilerine yeterince sahip olamama, bilişsel beceriler konusunda yeterince ustalaşmamış olma, kesirli temsilleri tam anlamıyla anlayamama, kavram yanılgılarına düşme, anlayarak okumama, okuduğunu anlamama ve orantısal uygulamaları körü körüne yapmadır. Betimsel/keşfedici türdeki araştırmalar öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisiyle ilgili bazı durumları da ortaya çıkarmıştır. Bulgular öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemleriyle ilgili stratejiler geliştirildiklerini ve bunları kullandıklarını göstermiştir. Örneğin; öğrencilerin çapraz çarpma algoritmasını kullandıklarını, oran yöntemine başvurduklarını, öğrencilerin problemin türünden bağımsız olarak toplamsal ilişkiler kullandığını, problemin türünden bağımsız olarak çarpımsal ilişkiler kullandığını ve çeşitli çarpımsal ilişkileri araştırmak için çift sayıları kullandığını göstermiştir. Bunlara ilave olarak, betimsel/keşfedici türdeki araştırmalar çift dil konuşan öğrencilerin

orantısal akıl yürütme uygulamalarında dil modlarının kullanımıyla ilgili gerçekleri de ortaya çıkarmıştır. Bu araştırmalar Prefrontal lobların, bilimsel ve matematiksel akıl yürütmenin bir yönü olan orantısal akıl yürütmede rol oynadığını ve duyuşal-motor şemaların ortaya çıkmasında görsel dikkatteki değişimlerin de akıl yürütmeyle ilişkisini göstermiştir. Betimsel/keşfedici türdeki araştırmalar ders kitaplarının orantısal akıl yürütme eğitimi açısından eksiklerini de gözler önüne sermiştir.

5.1.2. İlişki araştırmaları

İlişki araştırmaları orantısal akıl yürütmeyle ilgili değişkenler arasındaki ilişkileri inceleyen, bu değişkenlerden birinin düzeyinde meydana gelen bir artışın ya da azalışın diğer değişkenlerin düzeyinde nasıl bir değişime yol açtığını inceleyen araştırmalardır. B5, B25, B26, B37, B43 ve B60 araştırmalarının ilişki araştırmaları olduğu tespit edilmiştir. Bu araştırmaların orantısal akıl yürütme yetenekleri ile diğer bir kısım değişkenler arasındaki ilişkileri inceledikleri bulunmuştur. Araştırmanın bulguları, incelenen değişkenler arasında anlamlı ilişkilere işaret etmiştir.

B60 araştırmasında, öğrencilerin aritmetik bilgileri ile orantısal akıl yürütmeleri arasındaki ilişki incelenmiş ve bu iki değişken arasında pozitif yönlü anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Bir diğer deyişle, aritmetik bilgi düzeyi arttıkça orantısal akıl yürütme becerisinin düzeyi de artmaktadır.

B43 araştırmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin matematikte problem çözme performansları ile genel matematik başarısı arasındaki ilişki incelenmiştir ve araştırmanın bulguları genel matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin matematik problem çözme performanslarının da yüksek olduğunu göstermiştir. Bir diğer deyişle, öğrencilerinin matematik problem çözme performansları ile genel matematik başarısı arasındaki pozitif yönlü ilişki bulunmuştur.

B25 araştırmasında ise, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin denklem çözümedeki başarı düzeyleri ile orantısal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Bulgular sekizinci sınıf öğrencilerinin denklem çözme başarıları ile orantısal akıl yürütme becerilerinin yüksek düzeyde ve pozitif yönlü ilişkili olduğunu göstermiştir ($r=0.89$). Bir diğer deyişle, öğrencilerinin denklem çözümedeki başarı düzeyleri arttıkça orantısal akıl yürütme becerisinin düzeyi de artmaktadır.

Benzer olarak B26 araştırmasında, ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişki incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğunu göstermiştir. Orantısal akıl yürütme becerisi bakımından yetersiz düzeyde olan öğrencilerin çoğunun oran-orantı problemi kuramadıkları görülmüştür. Buna karşılık yüksek düzeyde orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin oran-orantı problemi kurmada daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

B37 araştırmasında, ortaokul öğrencilerinin eksik değer orantısal problemlerini (problem içerisinde herhangi bir sayısal verinin boş bırakılarak öğrencinin bulması beklenen sözel problemleri) çözme becerileri ile orantısal ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt etme becerileri arasındaki ilişki incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin genel olarak eksik orantısal değer problemlerinde, orantılılık problemlerinden daha iyi performans gösterdiğini, iki grubun eksik orantısal değer problemlerindeki performanslarında farklılık gösterdiğini, ancak orantılılık problemlerinde farklı olmadığını ortaya koymuştur.

Son olarak, B5 araştırmasında oran şemasının geliştirilmesi için gerekli uygulama miktarı ile M-uzayının bilişsel değişkenleri, alan bağımlılığı derecesi ve kısa süreli depolama alanı arasındaki ilişkiler araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları, bilişsel değişkenlerin öğrencilerin karmaşık problem çözme becerileri kazanmalarına yardımcı olacağını göstermiştir. Ayrıca, kısa süreli depolama alanının, geri bildirimden sonra transfer ve strateji seçimi gibi öğrenmenin çeşitli yönleriyle pozitif yönlü anlamlı ilişkilere sahip olduğu bulunmuştur.

Özetle, 63 araştırma içerisinde 6 araştırmanın orantısal akıl yürütme değişkenleri arasındaki ilişkileri inceleyen araştırmalar olduğu bulunmuştur. Bu araştırmaların bulguları; orantısal akıl yürütme yetenekleri ile öğrencilerin aritmetik bilgileri, genel matematik başarısı, denklem çözme başarısı, oran-orantı kurma becerisi ve bilişsel değişkenler arasında pozitif yönlü ve anlamlı ilişkiler olduğunu göstermiştir. Bir diğer deyişle, öğrencilerin aritmetik bilgileri, genel matematik başarısı, denklem çözme başarısı, oran-orantı kurma becerisi ve bilişsel değişkenler becerileri arttıkça orantısal akıl yürütme yetenekleri de artmaktadır.

5.1.3. Etki araştırmaları

Etki araştırmaları; orantısal akıl yürütmeye ilgili değişkenlerden bir veya birkaçının bağımlı değişkenler olarak kabul edildiği ve bir veya birkaç bağımsız değişkenin bu bağımlı değişkeni açıklayıp açıklamadığını, bağımlı değişkenin bir belirleyicisi olup olmadığını ve

bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin hangi yön ve şiddette olduğunu inceleyen araştırmalardır. B2, B3, B4, B6, B7, B12, B16, B21, B22, B27, B44 ve B52 araştırmalarının etki araştırmaları olduğu tespit edilmiştir. Bu araştırmaların çoğunlukla öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme yeteneklerini etkileyen faktörlere odaklandıkları görülmüştür.

B27 araştırması, öğretmenlerin karmaşık ve çok yönlü bir kavram olan orantısal akıl yürütme becerilerinin belirleyicilerini tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın bulguları; öğretmenlerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin belirleyicilerinin paylaşma/karşılaştırma, bölüm, oran, birleştirme, miktarlar, görelî yukarı ve aşağı düşünme, ölçme ve akıl yürütme olduğunu göstermiştir. Bir diğer deyişle, öğretmenlerin orantısal akıl yürütme becerilerinin bu sayılan faktörler tarafından etkilendiği bulunmuştur.

B22 araştırmasında, orantısal düşünme becerileri üzerinde 19 tanımlayıcının etkileri ölçülmüş ve anlamlı etkileri olanların tespit edilmesine çalışılmıştır. Araştırmanın bulguları, incelemesi yapılan 19 belirleyiciden 6 tanesinin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmede anlamlı etkileri olduğunu göstermiştir. Bunlar; oran ve orantı içeren problemleri çözmek için çarpma ve bölmeyi kullanma; sayısal ve sayısal olmayan karşılaştırmalar yapma; orantıyı sıkıştırma ölçüleri, yüzey, hacim, kütle veya kapasite vb. fikirlerle ilişkilendirme; veri analizinde (bir araştırmadan) veya olasılıkta oranları kullanma; maliyetleri, ücretleri, yüzdeyi, faizi, indirimleri içeren sorunları (vergi hesaplamaları gerektirenler gibi) çözmeye; ve rasyonel sayılarla ilgili parça-bütün, oran, bölme/bölüm, oranlar, yüzde ve olasılık gibi temel fikirlerden en az ikisini listelemedir.

B12 araştırmasında, orantısal akıl yürütmeye ilgili araştırma görevlerinin ilkökul ve ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel içerik ve pedagojik bilgi ve tutumları üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları; orantısal akıl yürütmeye ilgili araştırma görevlerinin matematik öğretmen adaylarının matematik öğrenme ve öğretmeye yönelik tutum ve inançlarını olumlu yönde etkilediğini ve bu faktörlerin özellikle oran ve orantı becerileri üzerinde gelişmelere neden olduğunu göstermiştir.

B2 araştırmasında, öğretmenin mesleki gelişiminin ortaokul öğrencilerin öğrenmeleri üzerindeki etkisi incelenmiş ve ortaokul öğrencilerin belirli alanlarda orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilip geliştirilmediğine ve etkilerin yıl seviyelerinde benzer olup olmadığı araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları, öğretmenin mesleki gelişiminin etkilerinin öğrenme

kazanımlarının bazı orantılı ve orantısız durumlarında görüldüğünü, ancak orantısız akıl yürütmenin teşvik edilmesinin önemli ölçüde zaman aldığını ve hedeflenen sınıf odaklı olsa bile birçok öğrenci için daha fazla eğitime ihtiyaç olduğunu göstermiştir.

B16 araştırmasında, öğretmen adaylarının çevrimiçi tartışmalara katılmasının, orantılı ve orantısız problemleri çözme becerisi üzerindeki etkisi ve ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşüncelerinin önemli yönlerini belirleme ve yorumlama becerileri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları, çevrimiçi bir tartışmadaki etkileşimlerin matematik öğretmen adaylarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşüncelerinin önemli yönlerini belirleme ve yorumlama becerilerini geliştirdiğini göstermiştir.

B21 araştırmasında, sayı yapısının (tamsayı ve tamsayı olmayan oranlar) ve niceliklerin doğasının (kesikli ve sürekli) ortaokul öğrencilerinin performansına ve orantılı ve orantısız problemleri çözerken kullandıkları stratejilere etkisi araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları; sayı yapısının, öğrencilerin performansını etkilediğini ve orantılı ve orantısız problemler için sınıflarda kullanılan stratejilerin farklı olduğunu göstermiştir.

B3 ve B4 araştırmalarında; öğrencilerin oran türü ve problem belirlemenin, nitel ve sayısal orantısız akıl yürütme testindeki performans üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları orantısız akıl yürütme problemlerinin zorluğu üzerinde, farklı oran türlerinin, problem oluşturmadaki küçük farklılıklardan daha güçlü bir etkisi olduğunu göstermiştir.

B52 araştırmasında, öğrencilerin orantısız akıl yürütmelerinde bir basamak oluşturmak için tam sayılarla çarpmayı öğretmeye odaklanılmış ve şerit diyagramları ve sayı çizgileri gibi doğrusal temsillerin orantısız ilişkileri anlamadaki etkileri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; şerit diyagramları ve sayı çizgileri gibi doğrusal temsillerin orantısız ilişkileri anlamada yardımcı olduklarını göstermiştir.

B2 araştırmasında, önceden öğrenilmeyen orantısız akıl yürütme problemlerinin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin orantısız akıl yürütme becerileri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bulgular; önceden öğrenilen orantısız akıl yürütme problemlerinde öğrenci performansının, önceden öğrenilmeyen orantısız akıl yürütme problemlerine göre daha yüksek olduğunu ve içerik aşinalığının zorluk düzeyini negatif yönlü olarak etkilediğini göstermiştir.

B6 araştırmasında, orantı probleminde birim özelliklerinin vurgulanmasının problemi çözen kişide orantısal akıl yürütmeyi kullanma olasılığını nasıl etkilediği incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; orantı probleminde birim özelliklerinin vurgulanmasının problemi çözen kişide orantısal akıl yürütmeyi kullanma olasılığını etkilediğini ve üniversite öğrencilerinin, eğer problemdeki maddelerin içerikleri birbirinden nispeten farklıysa orantı problemlerini daha kolay çözdüğünü göstermiştir.

Son olarak, B27 araştırmasında orantısal akıl yürütmenin de içinde bulunduğu beş görev üzerinden mantıksal düşünme yapıları ile çizgi grafikleri oluşturma ve yorumlama yeteneği arasındaki ilişkiler araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları; çarpımsal dizileme, çarpımsal ölçüm ve öklid uzaysal yapılarının grafik yeteneklerini olumlu yönde etkilediğini ve orantısal akıl yürütme kanıtı gösteren deneklerin grafiğin en büyük değişim hızına sahip bölümünü seçmek de dahil olmak üzere birçok grafik durumunda önemli ölçüde daha iyi sonuç verdiklerini göstermiştir.

Özetle, 63 araştırma içerisinde 12 araştırmanın orantısal akıl yürütmeye ilgili bağımlı değişkenler üzerinde bazı bağımsız değişkenlerin etkilerini inceleyen araştırmalar olduğu bulunmuştur. Bu araştırmaların bulguları orantısal akıl yürütme yeteneklerinin bir kısım faktörler tarafından belirlendiğini göstermiştir. Bu faktörler şu şekilde sıralanabilir: Oran ve orantı içeren problemleri çözmek için çarpma ve bölmeyi kullanma; sayısal ve sayısal olmayan karşılaştırmalar yapma; orantıyı sıkıştırma ölçüleri, yüzey, hacim, kütle veya kapasite vb. fikirlerle ilişkilendirme; veri analizinde (bir soruşturmada veya araştırmadan) veya olasılıkta oranları kullanma; maliyetleri, ücretleri, yüzdeyi, faizi, indirimleri içeren sorunları (vergi hesaplamaları gerektirenler gibi) çözme; ve rasyonel sayılarla ilgili parça-bütün, oran, bölme/bölüm, oranlar, yüzde, olasılık, benzerlik gibi temel fikirlerden en az ikisini listeleme; paylaşma/karşılaştırma; bölüm; oran; birleştirme; miktarlar ve kovaryans; görelî yukarı ve aşağı düşünme; ölçme ve akıl yürütme; akıl yürütmeye ilgili araştırma görevleri; öğretmen mesleki gelişimi; çevrimiçi tartışmalar; sayı yapısının ve niceliklerin doğası; oran türü ve problem belirleme; şerit diyagramları ve sayı çizgileri gibi doğrusal temsiller; orantı probleminde birim özelliklerinin vurgulanması; çarpımsal dizileme, çarpımsal ölçüm ve öklid uzaysal yapıları. Bir diğer deyişle, orantısal akıl yürütmenin anlaşılabilmesi, orantısal akıl yürütme becerilerinin artırılması ve orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümü için bu faktörlere odaklanılması ve bu faktörleri hedefleyen uygulamaların geliştirilmesi gereklidir.

5.1.4. Deneysel araştırmalar

Deneysel araştırmalar; orantısal akıl yürütmeyle ilgili bir programın, bir uygulamanın veya bir yöntemin etkilerini inceleyen araştırmalardır. Bu araştırmalarda test edilen program, uygulama veya yöntemin orantısal akıl yürütme açısından bir farklılık yaratıp yaratmadığı araştırılmıştır. B9, B13, B15, B17, B18, B20, B31, B32, B35, B41, B45, B48, B51, B53, B55 ve B56 araştırmalarının deneysel araştırmalar olduğu tespit edilmiştir. Bu araştırmaların çoğunlukla öğretmenler, öğretmen adayları ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme yeteneklerini etkileyen süreçlere odaklandıkları görülmüştür.

B48 araştırmasında; öğretmen adaylarının orantılı ilişkiler hakkında akıl yürütürken, çarpma ve kesirler için açık, nicel tanımları nasıl kullandıkları ve bu yöntemin etkileri araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları; çarpmanın nicel tanımının açık bir şekilde kullanılmasının, geleceğin öğretmenlerinin orantılı ilişkiler için denklemler oluşturması ve açıklaması için yararlı bir düzenleme aracı olduğunu göstermiştir.

B51 araştırmasında, öğretmenleri orantısal akıl yürütmeyi öğrenmeye ve öğretmeye teşvik eden bir programın etkisi ölçülmüştür. Mesleki gelişimi artırmak için öğrenim desteği aldıkları bir programda öğretmenler, müfredat boyunca orantısal akıl yürütme öğelerinin öğretimi ve öğrenimi için teşvik edilmişlerdir. Bu araştırma, bu programın etkisini ölçmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın bulguları, teşvik programının öğretmenlerin orantısal akıl yürütmeyle ilgili konu bilgisini ve pedagojik alan bilgisini artırdığını göstermiştir.

B35 araştırmasında, öğretmenlerin orantısal akıl yürütme konusundaki kavramları belirleme ve raporlama sürecinde ve öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini geliştirmek için dijital kamera kullanımının etkileri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, orantısal akıl yürütme konusundaki kavramları belirleme ve raporlama sürecinde ve öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini geliştirmek için dijital kamera kullanımının olumlu etkileri olacağını göstermiştir. Dijital kamera kullanımının orantısal akıl yürütmenin kavramsal gelişimine izin veren ilgi çekici ve işbirlikçi bir araç olduğu sonucuna varılmıştır.

B15 araştırmasında, sınıf öğretmeni adaylarının örgün öğretimden önce orantılı akıl yürütme alanındaki esnekliğini karakterize eden ve öğretmen adaylarını farklı çözümleri karşılaştırmada orantı problemlerine dahil eden bir müdahalenin iki versiyonunun etkileri test edilmiştir. Matematikte işlemlerin kullanımındaki esneklik, bir dizi problemde birden fazla çözüm yöntemi kullanma, aynı sorunu birden fazla yöntem kullanarak çözme ve hesaplama

taleplerini azaltmak için yöntemler arasından stratejik olarak seçim yapma yeteneğinden oluşur. Matematik müdahaleleri ise matematik öğreniminde geride kalan öğrencilere yardım etmenin yollarıdır. Araştırmanın bulguları; sınıf öğretmeni adaylarının resmi öğretimden önce sınırlı esneklik sergilediklerini, müdahalenin, katılımcıların öğretimden altı ay sonra korunan esnekliğinde önemli kazanımlara yol açtığını ve katılımcıların karşılaştığı problem çözümlerinin kaynağını çeşitlendirdiğini göstermektedir.

B18 araştırmasında, öğrencilerin yüzey alanı-hacim ilişkilerini anlama yeteneğinin orantısal akıl yürütme yeteneğine etkileri incelenmiştir. Araştırmanın ön test ve son test değerlendirme puanlarının analizinden elde edilen bulguları, yüzey alanı-hacim ilişkilerini anlama yeteneği kazandırmak için eğitilen ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme puanlarının anlamlı düzeyde arttığını göstermiştir.

B32 araştırmasında, ilköğretim 6. sınıf matematik dersinde oran-orantı ve orantısal akıl yürütmenin öğretilmesi sürecinde yenilikçi bir bilgisayar tabanlı öğretim yöntemi ile geleneksel bilgisayar tabanlı öğretim yönteminin deney ve kontrol grupları kullanılarak karşılaştırılması yapılmıştır. Karşılaştırma deney ve kontrol gruplarının akademik başarı puanları kullanılarak yapılmıştır. Araştırmanın bulguları, deney ve kontrol gruplarının akademik başarılarının anlamlı düzeyde farklı olduğunu ve yenilikçi bir bilgisayar destekli öğretim uygulanan deney grubunun akademik başarı puanları ortalamasının diğerlerine göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğunu göstermiştir.

B55 araştırmasında da B32 araştırmasına benzer olarak 7. ve 8. öğrencileri üzerinde bilgisayar destekli bir programın orantısal düşünme becerileri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, bilgisayar destekli eğitim programının orantısal düşünme becerilerini geliştirmekte olumlu katkılar sağladığını göstermiştir.

B31 araştırmasında, 4. ve 9. sınıflar arasındaki öğrencilerin eğitiminde matematik ve fen öğelerinin kullanılmasının öğrencilerin orantısal akıl yürütme test sonuçları üzerindeki etkileri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, matematik ve fen öğelerinin kullanılmasının öğrencilerde orantısal akıl yürütmenin yaygınlığı konusunda bir farkındalık yarattığını ve öğretmenlerin, öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini teşvik etmek için öğretimi daha spesifik olarak hedeflemelerine yardımcı olduğunu göstermiştir.

B56 araştırmasında, 8. sınıf öğrencileri için sağlam orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesi için gerekli olan beceri ve anlayışların çevrimiçi bir testi için bazı maddeler

tasarlanıp uygulanmıştır. Mülakat sorularına verilen yanıtlar, yalnızca test maddelerinin nasıl geliştirilebileceği ve test aracının uygunluğu hakkında faydalı öneriler sunmakla kalmamış, aynı zamanda öğrencilerin öğrendiklerini anlamaları ve iletmeleri hakkında da değerli bilgiler sağlamıştır.

B13 araştırmasında, ortaokulda oranların öğretilmesine ve öğrenilmesine katkıda bulunmayı amaçlayan yenilikçi bir pedagojik uygulama incelenmiştir. Bu yenilikçi bir pedagojik uygulama matematiğin anlama çerçevesi ile öğretimi ve öğrenimi 21 yedinci sınıf öğrencisinin, orantısal akıl yürütmesine yardımcı olmak için bir araç olarak kullanılmıştır. Araştırmanın bulguları, programın anlamlı etkilerini tespit etmiştir. Öğrencileri, mevcut ve yeni fikirleri arasında bağlantı kurmaya ve düşüncelerini yansıtmaya ve iletmeye teşvik eden sınıf kültürünün, ortaya çıkan orantı anlayışlarına katkıda bulunduğunu göstermiştir. Sıvı ölçümleri içeren bir görevin kullanılması da ilgilerini, meraklarını ve heveslerini artırarak, öğrendikleri matematikle ilgili heyecanlarına katkıda bulunmuştur.

B53 araştırmasında, ilkokul 5. sınıf öğrencilerinin doğrudan orantılılık problemlerinin çözümüyle ilgili olarak iş birliğine dayalı bir modelin etkileri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; denenen iş birliğine dayalı modelin 5. sınıf öğrencilerinin doğrudan orantılılık problemlerinin çözümüyle ilgili olumlu etkilerinin olduğunu göstermiştir. Bu bulgulara dayanılarak matematik öğretme ve öğrenme sürecinin didaktik uygunluğunun optimizasyonunun hem öğrencilerin hem de öğretmenin lider rol oynadığı karma bir öğretim modelinin uygulanmasıyla desteklenebileceği çıkarımı yapılmıştır.

B20 araştırmasında hem bibliyografik hem de araştırma verilerine dayalı yeni bir orantısal akıl yürütme modeli önerilmesi hedeflenmiştir. Araştırmanın bulguları, önerilen modelin orantısal akıl yürütmeye uygun olduğunu göstermiştir. Ayrıca bulguları, önerilen bu modelin öğrencilerin farklı yapı türleri ile ilgili yeteneklerini ölçmek için kullanılabileceğini de göstermiştir.

B41 araştırmasında, matematik öğretme ve öğrenme sürecinin didaktik uygunluğunun optimizasyonunun hem öğrencilerin hem de öğretmenin lider rol oynadığı karma bir öğretim modelinin uygulanmasıyla desteklenebileceğine dair hipotez test edilmiştir. Araştırmanın bulguları, matematik öğretme ve öğrenme sürecinin didaktik uygunluğunun optimizasyonunun hem öğrencilerin hem de öğretmenin lider rol oynadığı karma bir öğretim modelinin uygulanmasının desteklendiğini göstermiştir.

B17 araştırmasında, ilkökul öğrencilerini düzlem çokgenler bağlamında orantısal akıl yürütmeye tanıştırmak için iki didaktik tasarımın analizinin test edilmesini ve sonuçlarının karşılaştırılmasını amaçlamıştır. Araştırmanın bulguları; didaktik tasarımının ayrıntılı analitik araçlarını kullanarak, fiilen gerçekleştirilecek derslerin ilkeleri ve temel alınan formatlarda tasarımın amaçları açısından farklılık bulunduğunu göstermiştir.

B9 araştırmasında, her problemin orantılı olarak nicelleştirilebileceğine dair yanlış bir inanç geliştirme olarak tanımlanan *doğrusallık yanılsaması* sorununu düzeltmeyi amaçlayan bir öğretim deneyinin 8. sınıf öğrenciler üzerinde denemesi hedeflenmiştir. Araştırmanın bulguları; doğrusallık yanılsamasının çoğu öğrencide kırıldığını, ancak bunun her zaman orantılı ve orantısız durumlar ve ilişkiler hakkında derin bir kavramsal anlayışla sonuçlanmadığını göstermiştir. Bazı öğrencilerin tüm problem türleri için orantısal akıl yürütmeye devam ederken, diğerlerinin orantısal problemlere birden fazla orantısız stratejiler uygulamaya başladıkları görülmüştür.

Son olarak B45 araştırmasında, orantısal akıl yürütmenin kullanılması ve geliştirilmesi için aritmetiği, geometriyi ve cebiri birleştiren GeoGebra uygulamalarını kullanmanın etkileri araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları, GeoGebra uygulamalarını kullanmanın orantısal akıl yürütmenin kullanılmasını artırdığını ve bu yeteneği geliştirdiğini göstermiştir.

Özetle, 63 araştırma içerisinde 15 araştırmanın orantısal akıl yürütmeye ilgili bir programın, bir uygulamanın veya bir yöntemin etkilerini inceleyen araştırmalar olduğu bulunmuştur. Bu araştırmalarda etkileri incelenen program, uygulama veya yöntemler şu şekilde sıralanabilir: Çarpma ve kesirler için açık, nicel tanımların kullanımı, orantısal akıl yürütmeyi öğrenmeye ve öğretmeye teşvik eden bir program, orantısal akıl yürütme becerisi kazandırmak için dijital kamera kullanımı, farklı çözümleri karşılaştırmada orantı problemlerine dahil eden bir müdahale, yüzey alanı-hacim ilişkilerini anlama yeteneği, yenilikçi bir bilgisayar tabanlı öğretim yöntemi, yenilikçi bir pedagojik uygulama, eğitimde matematik ve fen öğelerinin kullanılması, işbirliğine dayalı bir model, hem öğrencilerin hem de öğretmenin lider rol oynadığı karma bir öğretim modeli, hem bibliyografik hem de araştırma verilerine dayalı yeni bir orantısal akıl yürütme modeli, sağlam orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesi için gerekli olan beceri ve anlayışların çevrimiçi bir testi, düzlem çokgenler bağlamında orantısal akıl yürütmeye tanıştırmak için iki didaktik tasarımı, *doğrusallık yanılsaması* sorununu düzeltmeyi amaçlayan bir öğretim deneyi ve aritmetiği, geometriyi ve cebiri birleştiren GeoGebra uygulamaları. Araştırmanın bulguları test edilen program,

uygulama veya yöntemlerin orantısal akıl yürütme becerilerini olumlu yönde etkilediğini göstermiştir.

5.1.5. Demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar

Demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar; orantısal akıl yürütmeyle ilgili bağımlı değişkenler açısından cinsiyet, yaş, eğitim düzeyi, deneyim gibi demografik özelliklere göre bir farklılaşma olup olmadığını inceleyen araştırmalardır. B1, B11 ve B23 araştırmalarının demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar olduğu tespit edilmiştir.

B23 araştırmasında, orantısal akıl yürütmeyi içeren bir matematiksel görev için ortaokuldaki kız ve erkek öğrencilerin yazılı problem çözme stratejilerindeki örüntüleri incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, altıncı sınıftaki erkek öğrencilerin toplamsal olmayan stratejiler kullanarak orantılı bir probleme yaklaşma olasılıklarının altıncı sınıftaki kız öğrencilere göre daha yüksek olduğunu göstermiştir.

B1 araştırmasında, üniversite öğrencilerinin birinci dereceden doğrudan orantısal akıl yürütme ve çoklu orantısal akıl yürütme anlayışlarının cinsiyete ve ders deneyimine göre farklılaşp farklılaşmadığı incelenmiştir. Araştırmanın bulguları; basit orantısal akıl yürütme problemlerinde erkek öğrenciler lehine anlamlı cinsiyet farklılığı görülürken, daha karmaşık orantısal akıl yürütme problemlerinde cinsiyet açısından bir farklılık olmadığı görülmüştür. Benzer olarak, araştırmanın bulguları basit orantısal akıl yürütme problemleri için matematik ve fen bilimlerinde önceden ders deneyimleri olan öğrenciler lehine anlamlı bir farklılık gösterirken daha karmaşık orantısal akıl yürütme problemleri için ders deneyimleri açısından bir farklılık olmadığını göstermiştir.

Son olarak B11 araştırmasında; ilkökul öğrencilerinin, çözümünde orantı içermeyen eksik değerli kelime problemlerini (problem içerisinde herhangi bir sayısal verinin boş bırakılarak öğrencinin bulması beklenen sözel problemleri) çözerken bu problemlerdeki sayıların tam sayılar olmasının öğrencileri orantısal yöntemleri, bu yöntem yanlış da olsa kullanıp kullanmadıkları ve eğer kullanıyorlarsa öğrencinin yaşına ve orantılı akıl yürütme deneyimine göre anlamlı bir farklılığın olup olmadığını araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları, yaşı daha küçük olan öğrencilerin daha büyük olanlara göre ve daha az akıl yürütme deneyimi olanların daha fazla deneyimi olanlara göre yanlış yöntemi daha fazla kullandıklarını göstermiştir.

Özetle, 63 araştırma içerisinde 3 araştırmanın demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmalar olduğu bulunmuştur. Bu araştırmalarda orantısal akıl yürütmeyle ilgili bağımlı değişkenlerin düzeylerinin karşılaştırıldıkları demografik özellikler şu şekilde sıralanabilir: Cinsiyet, yaş ve deneyim. Araştırmanın bulguları, ağırlıklı olarak erkekler lehine, yaşı büyük olanların lehine ve deneyimi fazla olanların lehine sonuçlara işaret etmektedir. Bir diğer deyişle; araştırmaların bulguları öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri açısından erkeklerin becerilerinin kızlarıkinden, yaşı büyük olanların yaşı küçük olanlardan ve deneyimi fazla olanların deneyimi az olanlardan daha yüksek olduğuna işaret etmiştir.

Tablo 4.6’da sunulan bulgular toplu olarak değerlendirildiğinde bu bulguları şu şekilde özetlemek mümkündür: 63 araştırma içerisinde 27 araştırmanın betimsel/keşfedici türde, 6 araştırmanın orantısal akıl yürütme değişkenleri arasındaki ilişkileri inceleyen türde, 12 araştırmanın orantısal akıl yürütmeyle ilgili bağımlı değişkenler üzerinde bazı bağımsız değişkenlerin etkilerini inceleyen türde, 15 araştırmanın orantısal akıl yürütmeyle ilgili bir programın, bir uygulamanın veya bir yöntemin etkilerini inceleyen türde ve 3 araştırmanın da demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen türde olduğu bulunmuştur. Betimsel/keşfedici türdeki araştırmalar; öğretmenlerin, öğretmen adaylarını ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme yetenekleri ile ilgili bazı sorunlara işaret etmekle öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisiyle ilgili bazı durumları da ortaya koymaktadır. Bu türde araştırmalar ayrıca biyolojinin ve psikolojinin orantısal akıl yürütme konusunda kullanımıyla ilgili de yeni bulgular ortaya koymaktadırlar. Orantısal akıl yürütme değişkenleri arasındaki ilişkileri inceleyen araştırmaların bulguları; orantısal akıl yürütme yetenekleri ile öğrencilerin aritmetik bilgileri, genel matematik başarısı, denklem çözme başarısı, oran-orantı kurma becerisi ve bilişsel değişkenler arasında pozitif yönlü ve anlamlı ilişkiler olduğunu göstermiştir. Orantısal akıl yürütmeyle ilgili bağımlı değişkenler üzerinde bazı bağımsız değişkenlerin etkilerini inceleyen araştırmaların bulguları ise orantısal akıl yürütme yeteneklerinin bir kısım faktörler tarafından belirlendiğini ve orantısal akıl yürütmenin bu faktörlerce etkilendiğini göstermiştir. Orantısal akıl yürütmeyle ilgili bir programın, bir uygulamanın veya bir yöntemin etkilerini inceleyen araştırmaların bulguları incelemesi program, uygulama veya yöntemlerin orantısal akıl yürütme becerilerini olumlu yönde etkilediğini göstermiştir. Son olarak, demografik değişkenlere göre farklılıkları inceleyen araştırmaların bulguları; öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri açısından erkeklerin becerilerinin kızlarıkinden, yaşı büyük olanların yaşı küçük olanlardan ve deneyimi fazla olanların deneyimi az olanlardan daha yüksek olduğuna işaret etmiştir.

Kapsama dahil edilen çalışmalar veri toplama araçlarına göre incelendiğinde; 36 makalede çalışma yapıları, test vb. araçlarla veriler toplanarak incelenmiş, derlenip sonuçlara ulaşılmıştır. Bu çalışmalarda öğrenci becerileri ve görüşleri açık uçlu sorularla alındığından değerlendirmeler hem sonuç hem de süreç değerlendirme olarak sunulmuştur. Böylelikle öğrencilerin kavram yanlışları, ortak hataları ve eksiklikleri objektif olarak sunulabildiği kanaatine varılmıştır. Veri toplama aracı olarak incelenen 6 ders kitabı hem öğretmen hem öğrenci kaynağı olarak değerlendirilmiş, bu kaynaklar hakkında öğretmen ve öğrenci görüşleri de incelenmiştir. Kapsama alınan 5 makale daha büyük çalışmalardan alınarak oluşturulan makaleler olduğundan çalışma sahibinin öznel yorumlarını da içerdiği varsayılmıştır. Kapsama dahil edilen 16 makalede ise katılımcılarla yapılan görüşmeler, eğitimde yapılan ders videolarının kullanıldığı belirlenmiştir. Bu çalışmalardan bazılarında görüşme formları eklerde bulundurulmaktadır. Bu makalelerin seçiminde onay komisyonu olan çalışmalar tercih edilmiştir. Bu bağlamda çalışmamızda veri toplama araçları yansız ve bilimsel olarak kontrolü yapılmış çalışmaların seçimine özen gösterilmiştir.

Orantısal akıl yürütme konusunda hemen hemen tüm yazarlar çocukların matematiksel düşüncesinin gelişiminde bir köşe taşı olarak görmektedir. Literatürde orantısal akıl yürütmenin gelişimi ile ilgili pek çok farklı öneri olmasına rağmen (Behr vd., 1992; Carpenter vd., 1999; Kaput ve West, 1994; Karplus vd., 1979; Lesh vd., 1988; Noelling, 1980a, 1980b; Pulos vd., 1981; Resnick ve Singer, 1993; Singh, 2000; Vergnaud, 1983), incelenen makalelerde tüm yazarlar orantısal akıl yürütmenin tüm disiplinlerde kullanılan çarpımsal yapıları kavramak becerisi olduğu şeklinde fikir birliği içinde oldukları tespit edilmiştir. Bireysel biliş ve orantısal akıl yürütmenin gelişimi üzerine yapılan araştırmalar, öğrencilerin orantılı ilişkileri anlamada büyüdükçe kullandıkları üç strateji düzeyi belirlemiştir. Bunlar nitel, geliştirme (toplamsal) ve çarpımsal akıl yürütmedir (Dole vd., 2008). Çarpımsal ve Toplamsal Akıl Yürütme birbiriyle ilişkili olarak öğrenilmesi gereken beceriler olarak düşünülmesi gerektiği derlenen çalışmalarda önemli bulunmaktadır. Ayrıca Toplamsal akıl yürütme süreci genellikle bir geliştirme stratejisi olarak çocukluk ve ergenlik döneminde birçok öğrenci için baskın strateji olarak gözlenmiştir (Behr vd., 1992; Inhelder ve Piaget, 1958; Karplus vd., 1983a; Kieren, 1993; Resnick ve Singer, 1993).

Literatürde, öğrencilerin basit orantı problemlerini çözerken, iki tür çarpımsal strateji kullandığı belirlenmiştir. Bunlar "oran içi" ve "oranlar arası" olarak adlandırılır. Oran içi strateji, eşit oranlar üretmek için bir oran içindeki çarpımsal ilişkiyi ikinci orana uygulamak üzerine kuruludur. Oranlar arası strateji, eşit oranlar oluşturmak için iki oranın karşılık gelen

kısımları arasındaki çarpımsal ilişkiyi belirlemeye dayanır ve aynı anda birkaç şey hakkında akıl yürütmeyi içeren, çarpımsal ilişkilerden yararlanan bir beceri olarak tanımlanmıştır. (Hart, 1988; Karplus vd., 1983b; Noelting, 1980a; Vergnaud, 1983). Literatürde Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan iki temel doğru strateji çarpımsal strateji ve geliştirme stratejisi olarak belirlenmiştir. Çapraz çarpma stratejisi nadiren gözlemlenmiştir.

Araştırmalar, öğrencilerin akıl yürütmelerini analiz etmede genellikle oran içi ve oranlar arası stratejilere odaklanırken (Abramowitz, 1975; Karplus vd., 1983b; Vergnaud, 1983), Lamon (1993, 1995, 1996) farklı bir bakış açısıyla, orantısal akıl yürütmenin gelişiminde birleştirme ve norm oluşturma olmak üzere iki süreç önerdi. Birleştirme, belirli bir oran ilişkisinden bir referans birimin oluşturulmasını içerir. Normlama, başka bir oranın bu referans birimi açısından yeniden yorumlanmasıdır. Lamon'a (1995, 1996) göre birleştirme ve normlama süreci, daha ileri düzeyde akıl yürütmenin geliştiği önemli bir mekanizma olabilir.

Literatürde öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözmek için dört farklı strateji kullandıkları belirtilmektedir (Cramer vd., 1993). Bunlar; birim oran stratejisi, değişim faktörü stratejisi, eşdeğer kesirler stratejisi ve çapraz çarpım algoritması. Ülkemizde yapılan araştırmalarda öğrencilerin çoğunlukla çapraz çarpma (içler-dışlar) stratejisini kullandıkları belirlenmiştir (Duatpe vd., 2005; Kahraman vd., 2019). Çapraz çarpımın öğretilmesinin orantısal akıl yürütmeyi öğretmekle eş anlamlı olmadığı, öğrencilerin bu yöntemi problemin doğasına bakmadan, problemdeki uygulanabilirliği dikkate almadan uygulama eğilimine girdikleri belirtilmektedir. Bu nedenle öğrenciler orantısal akıl yürütme becerisini edinene kadar standart yöntemler ve algoritmaların ertelenmesi gerektiği birçok yazarın ortak görüşü olarak belirlenmiştir (Bezuk, 1988; Langrall ve Swafford, 2000; Modestou ve Gagatsis, 2007).

Orantısal akıl yürütme problem türleri olarak literatürde tespit edilen türler; bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma, niteliksel akıl yürütme problemleri şeklinde üç başlıkta toplanmaktadır (Heller vd., 1989). Araştırmalarda ortak sonuç, öğrenci başarılarının orantısal problemlerin bağlamından etkilendiği yönündedir (De La Cruz, 2013; Lesh vd., 1988). Öğrencilerin değişim faktörünün tamsayı olduğu problemlerin çözümünde daha başarılı oldukları birçok araştırmada ulaşılan ortak bir sonuç olmuştur (Lobato, 2010).

Öğrencilerin yaygın hataları ve kavram yanılgıları birçok çalışmanın konusu olmuştur. Öğrencilerin ortak hataları olarak; çarpımsal strateji yerine toplamsal stratejiyi kullanma, uygun olmayan bir strateji (bir hata stratejisi) kullanma veya doğru bir stratejiyi yanlış kullanma,

problemdeki verilerin bir kısmını yok saymak ya da fark etmemek olarak belirlenmiştir (Harel vd.,1994; Inhelder ve Piaget, 1958; Clark vd., 2003).

5.2. Sonuç

Çalışmanın sonuçları aşağıda maddeler halinde sıralanmıştır.

- Çalışmaya dahil edilen makaleler en çok 2011, 2018, 2019 ve 2020 yıllarında yayınlanmıştır.
- En fazla makale ABD’de yayımlanırken en fazla makale sıralamasında sırasıyla Türkiye, Avustralya ve İspanya’ya ait makaleler ilk dört ülke içinde yer almıştır.
- İncelenen 28 makalede örneklem büyüklükleri 100’den küçük iken diğer çalışmalarda örneklem büyüklüklerinin ortalaması 401,6 olmuştur.
- Çalışmaya dahil edilen makaleler içerisinde örneklem grupları incelendiğinde en fazla çalışmanın ortaokul öğrencileri (12-15 yaş) üzerinde yapıldığı gözlemlenmiştir.
- Makalelerde en fazla nicel yöntem, en az karma yöntem kullanılmıştır.
- Veri toplama araçları olarak; çalışma yaprakları, test vb. kullanılmıştır.
- Çalışmaya dahil edilen makaleler içerisinde en fazla, “öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” temasına değinilmiştir.
- Çalışmalarda en fazla öğrenci ile bağlam incelenmiştir.
- Öğrencilerin aritmetik bilgileri ile orantısal akıl yürütmeleri arasında pozitif bir ilişki olduğu bulunmuştur.
- Bilgisayar destekli, görsel materyaller vb. farklı duyulara hitap eden yöntemlerin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri üzerinde olumlu etki yaptığı birçok çalışmada tespit edilmiştir.
- Öğrencilerin en başarılı olduğu orantısal akıl yürütme soru türünün bir orantıda verilmeyen dördüncü sayıyı bulma türünde sorular olduğu, buna karşın öğrencilerin farklı içerikleri olan soru türlerinde ve tamsayı içermeyen orantılarda başarılarının önemli ölçüde azaldığı tespit edilmiştir.
- Öğrencilerin orantılı ve orantısız durumları ayırmada zorluklar yaşadığı, doğrusal olmayan orantılı durumlarda başarılarının düştüğü gözlemlenmiştir.
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin problemler için genellikle matematiksel bir ifade tanımlayabildikleri ancak, durumun orantılı veya orantısız olarak doğru tanımlamasını yapamadıkları belirlenmiştir.

- Öğretmenler, orantısal akıl yürütmenin kavramsal gelişimine izin veren ilgi çekici, işbirlikçi etkinliklerin öğrenme ortamını zenginleştirdiğini, ortaokul sınıflarına iyi bir şekilde uygulanabileceğini yorumlamıştır.
- Öğretmenlerin sürekli mesleki gelişime imkân veren müfredata paralel çalışmalara dahil olmalarının, öğretmenlerin konu bilgisini ve pedagojik içerik bilgisini desteklediği ortaya çıkmıştır.
- Öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemlerinin gerekli olduğu durumlarda, çarpımsal düşünme konusunda bilgi eksikliği sergiledikleri ve çarpma işleminin nicel tanımının açık bir şekilde kullanılmasının, geleceğin öğretmenlerinin orantılı ilişkiler için denklemler oluşturması ve açıklaması için yararlı bir düzenleme aracı olduğu sonucuna varılmıştır.
- Öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözerken, en sık çapraz çarpma algoritması stratejisini kullandıkları belirlenmiştir.
- Öğrencilerin orantı problemlerindeki başarısı, öğrencilerin oran fikrini tam manasıyla anladıkları anlamına gelmeyeceği ortaya çıkmıştır.
- Grafikleri oluşturma ve yorumlama çalışmalarının orantısal akıl yürütme yeteneğini olumlu yönde etkilediği ulaşılmıştır.
- Üç sıralı faktör modelinin uygun olduğu, öğrencilerin farklı yapı türleri ile ilgili yeteneklerini ölçmek için kullanılabileceği ortaya çıkmıştır.

Çalışmaya dahil edilen 63 makale incelendiğinde; orantısal akıl yürütme konusu üzerine en fazla makale 2011, 2018, 2019 ve 2020 yılları arasında yayınlanırken, 33 makale ile en fazla nicel çalışıldığı görülmüştür. Makalelerin yayınlandıkları ülkelere bakıldığında, en fazla makalenin 21 makale ile ABD’nde ve 9 makale ile Türkiye’de yayınlandığı gözlemlenmiştir. Makaleler örneklem grubu olarak incelendiğinde, en yüksek katılımcıya sahip çalışmanın 1200 lise öğrencisiyle (B1) İngiltere’de ve 1026 ortaokul öğrencisiyle (B44) Avustralya’da yapıldığı görülmektedir. İncelenen makalelerin örneklem gruplarının dağılımına bakıldığında, ağırlıklı olarak ortaokul öğrencileri üzerinde yapıldığı gözlemlenirken, ilkokul öğrencileriyle yapılan çalışmaların az olduğu dikkat çekmektedir. 63 makale incelendiğinde en fazla çalışmanın “öğrenci ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki” teması üzerinde yapıldığı görülmüştür. Yapılan bu çalışmaların sonuçları incelendiğinde genel olarak, orantısal akıl yürütme

becerisinin; oran ve orantı gibi temel kavramları, ilkokul seviyesinde öğrenmeye başlayan öğrencilerde daha üst düzeyde olduğu söylenebilir.

5.3. Araştırmacılar, Eğitimciler ve Politika Geliştiriciler İçin Öneriler

Araştırmada literatürde birbiriyle ilişkili; orantısal akıl yürütme, sayısal akıl yürütme, matematiksel akıl yürütme, gibi birçok tanımlamanın literatürde yer aldığı, bunların bazen birbirlerinin yerine kullanıldıkları, bu kavramların tanımlarında yazarlar arasında bir birlik olmadığı belirlenmiş, bu bağlamda bu oluşan yanlışların giderilmesi için bilim dünyasında bir çalışma yapılmasının yararlı olabileceği önerilmiştir. Diğer yandan günümüzde ön planda olan, PISA tarafından da düzenli olarak sorgulanan matematiksel okuryazarlık yeterliliği ile Orantısal akıl yürütme becerisini ortaya çıkaran akademik çalışmaların literatüre kazandırılması önemli bulunmuştur.

Orantısal akıl yürütme üzerine yapılan çalışmalarda, orantısal akıl yürütme becerilerinin en üst düzeyde elde edilebilmesi için ilkokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme kavramını temel düzeyde anlaması gerektiği belirtilmektedir (Carpenter vd., 1999; A. Hilton ve G. Hilton, 2018). Bu bağlamda ilkokul matematik müfredatlarında orantı konusuna bağlantılı olabilecek konuların belirlenmesi ve ilkokul öğretmenlerine niteliksel akıl yürütme başta olmak üzere akıl yürütme yöntemleri konusunda bilgilendirilmelerin yapılması araştırmamızda önerilmektedir.

Bazı yazarlar öğretmenlerin orantısal akıl yürütmeyi anlamakta zorlandıklarını ve aslında öğrencilerin sahip olduğu aynı kavram yanlışlarının çoğunu sergilediklerini iddia etmişlerdir (Behr vd., 1997). Bu araştırmada öğretmenlerin öğrencilerde orantısal akıl yürütme becerisini geliştirmeleri için öne çıkan belli başlı öneriler aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

- Bu tarz çalışmaların ilkokul öğrencileri için yapılması,
- Öğrencilerde ilkokul sınıflarından başlanarak niteliksel orantı becerisi kazandırılması,
- Niteliksel akıl yürütme becerisinin ilerleyen sınıflarda sayısal işlemlere geliştirilmesi,
- Öğrencilere farklı bağlamlarda ve yaşamla bağlantılı orantılı problem durumlarının sunulması,
- Hem niteliksel hem de niceliksel türde problemlerin beraber kullanılması,
- Öğrencilerin orantılı ve orantısız durumları ayırt etmesinin sağlanmasına her düzeyde özen gösterilmesi,

- Oranları tahmin etme ve karşılaştırma konusunda; öğrenciler arasında tartışma ve deneme-yanılmanın teşvik edilmesi,
- İçler-dışlar çarpımı gibi standart algoritmalar kullanma yerine öğrencilerin düşüncelerinde esnek olmaları ve birçok strateji edinmelerinin sağlanması,
- Geçmişte öğrendikleri kavramlarla orantısal akıl yürütmeyi ilişkilendirmelerinin sağlanması.

Bundan sonra yapılacak derleme çalışmalarının bu çalışmanın üzerine katkı sağlayacağı ve alanın bu yönünün destekleneceği düşünülmektedir. Matematik eğitimine farklı bir bakış kazandıracak yeni çalışmaların, hem alana ilgi duyan kişilere farklı bakış açıları kazandıracak hem de bu alanda eğitim bilimleri literatürünü zenginleştirecektir. Türkiye’ de incelenen çalışmalarda fiilen görev yapan eğitimciler tarafından uygulanan çalışmaların bulunmaması literatürde önemli bir eksiklik olarak yorumlanmıştır. Ülkemizde bu alanda yapılan, özellikle deneysel desenle hazırlanmış çalışmaların artırılması önerilmektedir. Öğrenim gören genç nüfusun yoğun olduğu ülkemizde, öğretmenlere ve öğrencilere yönelik bu tür çalışmaların PISA ve benzeri sınavlarda başarıların artmasında önemli olduğu, düşünülmektedir. Kişisel öğrenme farklılıklarının ortaya çıkarılması ve öğrenme yöntemlerinin çeşitlendirilmesi için de bu çalışmaların artırılarak sürdürülmesi önemli bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- Abramowitz, A. I. (1975). Name familiarity, reputation and the incumbency effect in a congressional election. *Western Political Quarterly*, 668-684.
- Akkuş, O. ve Duatepe-Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Eğitim Araştırmaları*, 6(25), 1-10.
- Al-Wattban, M. (2001). Proportional reasoning and working memory capacity among saudi adolescents: A neo-piagetian investigation. Greeley, Colorado.
- Arıcan, M. (2019, kasım 12). A diagnostic assessment to middle school students' proportional reasoning. *Turkish Journal of Education*, s. 237-257.
- Ayan, R. and Bostan, M. I. (2018). Middle school students' reasoning in nonlinear proportional problems in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(3), 503-518.
- Başkale, H. (2016). Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi. *DEUHFED*, 23-28.
- Bayazit, İ. ve Dönmez, S. K. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 130-160.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. and Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 296–333). Macmillan.
- Behr, M., Khoury, H., Harel, G., Post, T., and Lesh, R. (1997). Conceptual units analysis of preservice elementary school teachers' strategies on a rational number-as-operator task. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 48-69.
- Ben-Chaim, D., Fey, J., Fitzgerlad, W., Benedetto, C. and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Bezuk, N. (1988). *Effects of the numeric ratio on strategies used by preservice and inservice elementary teachers on proportional reasoning word problems*. Proceedings of the 10th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 72–78. Dekalb, IL.
- Borenstein, M., Hedges, L. V., Higgins, J. P. T. ve Rothstein, H. R. (2009). *Introduction to meta-analysis*. John Wiley & Sons.
- Borges, R. F. (2003). The concept of proportion in heritage architecture: A study of form, order and harmony. WIT Press,
- Büyükoztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (20. Baskı). Pegem Akademi.

- Carpenter, T. P., Franke, M. L. and Levi, L. W. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.
- Carpenter, T. P., Gomez, C., Rousseau, C., Steinthorsdottir, O. B., Valentine, C., Wagner, L., et al. (1999, 19–23 Nisan). *An analysis of student construction of ratio and proportion understanding* [Bildiri sunumu]. American Educational Research Association, Montreal, Canada.
- Clark, M., Berenson, S. and Cavey, L. (2003). A comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 297-317. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00023-3](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00023-3).
- Cramer, K., Post, T. and Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom* içinde (159-178). Macmillan Publishing Company.
- Crubellier, M. and Hidber, T. (1996). Analogie (1. Philosophisch). H. Cancik ve H. Schneider (Ed.), *Enzyklopadie Der Antike; Altertum, Bd. 1: A-Ari* içinde (651-651). Metzler.
- Çalık, M. ve Sözbilir, M. (2014). İçerik analizinin parametreleri. *Eğitim ve Bilim*, 39(174), 33-38.
- De la Cruz, J. A. (2008). *A Look at seventh grade mathematics teachers' instructional decisions related to proportional reasoning: A Cognitively guided perspective* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Assumption College.
- De la Cruz, J. A. (2013). *Selecting proportional reasoning tasks*.
- Dinç-Artut, P. ve Pelen, M. S. (2015). 6th grade students' solution strategies on proportional reasoning problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 197, 113-119. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.066>
- Dole, S. and Shield, M. (2008). The capacity of two Australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 19-35.
- Dooley, B. (2006). *An investigation of proportional thinking among high school students. A dissertation presented to the graduate school of clemson 85 university*. Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy Curriculum and Instruction.
- Dölek, A. (2015, 9 Ekim). DPU Portal. https://portal.dpu.edu.tr/ayseur.dolek/-makale_oku/72/web-of-science-nedir
- Duatepe, A., Akkuş, O. Ç. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.
- English, L. D. and Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: Models and processes*. Lawrence Erlbaum Associates.

- Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D. ve Verschaffel, L. (2012). The development of students' use of additive and proportional methods along primary and secondary school. *European journal of Psychology of Education*, 27(3), 421-438. <https://doi.org/10.1007/s10212-011-0087-0>.
- Freudenthal, H. (1978). *Weeding and Sowing: Preface to a science of mathematical education*. D. Reidel
- Friedlein, (1867). *De institutione arithmetica libri duo*, II.
- Guba, E., and Lincoln, Y. (1989). *Fourth Generation Evaluation*. Newbury Park, CA: Sage22
- Gür, B. S. (2004). *Matematik felsefesine giriş: Matematik felsefesi*. Kadim.
- Hamurcu, M., and Eren, T. (2017). Science Citation Index (SCI) Kapsamında Dergi Seçimi için Analitik Ağ Süreci Yönteminin Kullanılması. *Harran Üniversitesi Mühendislik Dergisi*, 54-70.
- Harel, G., Behr, M., Lesh, R. and Post, T. (1994). Invariance of ratio: The case of children's anticipatory scheme for constancy of taste. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 324-345.
- Hart, K. (1988). Ratio and proportion. J. Hiebert ve M. Behr (Ed.), *Number concepts and operations in the middle grades* içinde (s. 198-219). National Council of Teachers of Mathematics.
- Heath, T. (1931). *Little, a manual of greek mathematics*. Clarendon Pr.
- Heller, P. M., Ahlgren, A., Post, T., Behr, M. and Lesh, R. (1989). Proportional reasoning: The effect of two context variables, rate type, and problem setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(3), 205-220.
- Hemingway, P. and Brereton, N. (2009) What is a systematic review? *Hayward Medical Communications*, 2, 1-8.
- Hilton, A. and Hilton, G. (2018). A string number-line lesson sequence to promote students' relative thinking and understanding of scale, key elements of proportional reasoning. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 23(1), 13-18.
- Inhelder, B. and Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. Basic Books.
- İncebacak, B. B. and Ersoy, E. (2016). Analysis of mathematical reasoning ability of the grade 7 students according to TIMSS. *The Journal of International Social Research*, 9(46), 474-481.
- Ierodiakonou, K. (1999). Logos (1) Philosophisch. H. Cancik, H. Schneider, Der Neue Pauly (Ed.), *Enzyklopadie der antike; Altertum, Bd. 7: Lef-Men* içinde (s. 401-405). Metzler.
- Jonassen, D. H., Beissner, K. ve Yacci, M. (1993). *Structural knowledge: Techniques for representing, conveying, and acquiring structural knowledge*. Erlbaum.

- Kabael, T. ve Baran, A. A. (2016). Matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimine yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *Elementary Education Online*, 868-881. <https://doi.org/10.17051/ieo.2016.78518>
- Kaput, J. and Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. H. Chick, K. Stacey ve J. Vincent (Eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra. Proceedings of the 12th ICMI Study Conference* içinde (1. Cilt, s. 344-352). Australia.
- Kahraman, H., Kul, E. ve Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(1), 195-216.
- Kaput, J. and West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. G. Harel ve J. Confrey (Ed.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* içinde (s. 235–287). State University of New York Press.
- Karagöz, B. ve Şeref, İ. (2020). Yazma becerisiyle ilgili makaleler üzerine bir inceleme: Web of science veri tabanında eğilimler. *Ana Dili Eğitimi Dergisi*, 67-86.
- Karasar, N. (2003). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Karplus, R., Karplus, E. F., Formisano, M. and Paulson, A. C. (1979). Proportional reasoning and control of variables in seven countries. J. Lochhead ve J. Clement (Ed.), *Cognitive process instruction*, Franklin Institute Press.
- Karplus, R., Pulos, S. and Stage, E. K. (1983a). Early adolescents' proportional reasoning on rate problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 219-233.
- Karplus, R., Pulos, S. and Stage, E. K. (1983b). Proportional reasoning of early adolescents. R. Lesh ve M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* içinde (s. 45–90). Academic Press.
- Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. P. Nesher ve J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (s. 97-136). Cambridge University Press.
- Kieren, T. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. T. Romberg (Ed.), *Rational numbers: An integration of research* içinde (s. 49–84). Erlbaum.
- Koçak, A. ve Arun, Ö. (2006). İçerik analizi çalışmalarında örneklem sorunu. *Selçuk İletişim*, 4(3), 21-28.
- Kuş, M. (2019) *Sanat stüdyosunda matematikle oynamak: stüdyo düşünme tabanlı ortam bağlamında öğrencilerin görsel-uzamsal düşünme süreçleri* [Yayımlanmamış doktora tezi]. ODTU.
- Lamon, S. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 170–193.

- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (1. Cilt, s. 629–667). Information Age Publishing.
- Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3. Baskı). Erlbaum.
- Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: elementary didactical phenomenology. J. Sowder ve B. Schappelle (Ed.), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades* içinde (s. 167-198). State University of New York Press.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61.
- Lamon, S. J. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2. Baskı). Erlbaum.
- Langrall, C. W. ve Swafford, J. (2000), Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6-254.
- Lanius, C. ve Williams, S. (2003). Proportionality: A unifying theme for the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(8), 392-396.
- Lesh R., Behr, M. and Post, T. (1988). Number concepts and operations in the middle grades. J.Hiebert ve M. Behr (Ed.), *Proportional reasoning* içinde (93-118). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lobato, J. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions & proportional reasoning*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Lundberg, A. L. V. and Kilhamn, C. (2013). The lemon squash task. C. Margolinas (Ed.), *ICMI study 22: Task design in mathematics education* içinde (s. 363-372). University of Oxford.
- Madden, J. (2016). *AMS special session at the joint mathematics meeting Seattle*. Professor of Mathematics at Louisiana State University (LSU) and Codirector of the LSU Cain Center for STEM Literacy. https://www.lamath.org/-journal/vol5no2/Ratio_Proportion.pdf
- McIntosh, B. M. (2013). *Developing proportional reasoning in middle school students* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. The University of Utah.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). (2nd ed.). Sage Publications, Inc.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2016). *Matematik dersi öğretim programı*. M.E.B.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı*. M.E.B.

- Misailidou, C. and Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 335-368. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00025-7)
- Modestou, M. and Gagatsis, A. (2007). Students improper proportional reasoning: A result of the epistemological obstacle of "linearity". *Educational Psychology*, 27(1), 75-92. <https://doi.org/10.1080/01443410601061462>
- Nasibov, F. ve Kaçar, A. (2005). Matematik ve matematik eğitimi hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 339-346.
- Noelting, G. (1980a). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part 1. Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217-253.
- Noelting, G. (1980b). The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part 2. Problem-structure at successive stages. Problem-solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 331-363.
- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: Analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, 72, 30-34.
- Pakmak, G. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısız akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi.
- Polanin, J. R., Maynard, B. R. and Dell, N. A. (2017). Overviews in education research: A systematic review and analysis. *Review of Educational Research*, 87(1), 172-203. <https://doi.org/10.3102/0034654316631117>
- Pulos, S., Karplus, R. and Stage, E. K. (1981). Generality of proportional reasoning in early adolescence: Content effects and individual differences. *Journal of Early Adolescence*, 1, 257-264.
- Resnick, L. B. and Singer, J. A. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. T. Romberg (Ed.), *Rational numbers: An integration of research* içinde (s. 107-130). Erlbaum.
- Richter, O., Z. Kerres, M., Bedenlier, S., Bond, M. and Buntins, K. (2021) *Systematic reviews in educational research*. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-27602-7>
- Shield, M. J. and Dole, S. (2002). Investigating textbook presentations of ratio and proportion. B. Barton, K.C. Irwin, M. Pfannkuch, and M. O. J. Thomas (Ed.), *Mathematics Education in the South Pacific. Proceedings of the Twenty-fifth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (608-616). MERGA.
- Shield, M. J. and Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9415-9>
- Shield, M. J., and Dole, S. (2008). Proportion in middle-school mathematics: It's everywhere. *The Australian Mathematics Teacher*, 64(3), 10-15.

- Simon, M. and Blume, M. (1994b). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: A study of prospective elementary teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 13, 183-197.
- Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 271-292.
- Sriraman, B. and Lesh, R. (2006). Modeling conceptions revisited. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 248-254
- Steinhorsdottir, O. B. (2005). *Girls journey towards proportional reasoning*. University of North Carolina-Chapel Hill. <https://www.emis.de/proceedings/PME29/-PME29RRPapers/PME29Vol4Steinhorsdottir.pdf>
- Steinhorsdottir, O. B. and Sriraman, B. (2009). Icelandic fifth grade girls' developmental trajectories in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 6-30.
- Szabo, A. (1978). *The beginnings of Greek mathematics*. Akademiai Kiado.
- Tannery, P. (1915). *Du rôle de la musique grecque dans le développement de la mathématique*. Memoires Scientifiques.
- Tavşancıl, E. ve Aslan, A. E. (2001). *Sözel, yazılı ve diğer materyaller için içerik analizi ve uygulama örnekleri*. Epsilon Yayınları.
- Thompson, P. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. G. Harel ve J. Confrey (Ed.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* içinde (s. 181-234). State University of New York Press
- Tourniaire, F. (1986). Proportions in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, 17(4), 401-412.
- Tourniare, F. and Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies*, 16(2), 181-204.
- Tunç, M. P. (2018). Erişim tarihi: 10.11.2021. Apsistek. <https://www.apsistek.com/>
- Uçar, Z. T. ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 281-299.
- Ünsal, A. (2009). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). *Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu*.
- Wright, K. (2005) Researching internet-based populations: Advantages and disadvantages of online survey research, online questionnaire authoring software packages, and web survey services. *Journal of Computer-Mediated Communication*, 10.
- Van de Walle, J. (2001). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (4. Baskı). Addison Wesley Longman.

- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and middle school mathematics*. Nobel.
- Van de Walle, J. and Lovin, L.A. (2006). *Teaching student-centered mathematics: Grades 5-8*. Allyn & Bacon.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Vleugels, K. and Verschaffel, L. (2010). Just answering or thinking? Contrasting pupils' solutions and classifications of missing-value word problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 20-35. <https://doi.org/10.1080/10986060903465806>
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. M. Landau (Ed.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* içinde (s. 127–174). Academic Press.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. J. Hiebert ve M. Behr (Ed.), *Number concepts and operations in the middle grades* (s. 141-161). National Council of Teachers of Mathematics and Erlbaum.
- Yağar, F., & Dökme, S. (2018). Niteliksel Araştırmaların Planlanması: Araştırma Soruları, Örneklem Seçimi, Geçerlik ve Güvenirlik. *Gazi Sağlık Bilimleri Dergisi*, 1-9.
- Yetkiner, Z. E. and Capraro, M. M. (2009). Research summary: Teaching fractions in middle grades mathematics. <http://www.amle.org/TabId/270/ArtMID/888/ArticleID-/326/ResearchSummary-Teaching-Fractions-in-Middle-Grades-Mathematics.aspx>.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

EK-1: Çalışmada incelenen makaleler

Kod	Yayınlanma Yılı	Makale Adı	Yazar/ları
B1	1985	Adolescents Performance On a Sequence Of Proportional Reasoning Tasks	Margaret A. Farrell and Walter A. Farmer
B2	1988	The Effect Of Task Content Upon Proportional Reasoning	Saunders, Walter L.; Jesunathadas, Joseph
B3	1993	Ratio And Proportion: Connecting Content And Children's Thinking	Susan j. La
B4	1989	Proportional Reasoning - The Effect Of 2 Context Variables, Rate Type, And Problem Setting	Patricia M. Heller, Andrew Ahlgren, and Thomas Post, Merlyn Behr, Richard Lesh
B5	1991	Factors In The Development Of Proportional Reasoning Strategies By Concrete Operational College-Students	Wolff-Michael Roth, Marlene M. Milkent
B6	1993	Contextual Factors Affecting Errors In Proportional Reasoning	Carol A. Law
B7	1994	An Investigation of the Relationship between Logical Thinking Structures and the Ability to Construct and Interpret Line Graphs	Craig A. Berg ,Darrell G. Phillips
B8	2000	Effect on Development of Proportional Reasoning Skill of Physical Experience and Cognitive Abilities Associated with Prefrontal Lobe Activity	Yong-Ju Kwon, Anton E. Lawson, Wan-Ho Chung, Young-Shin Kim
B9	2004	Remedying secondary school students' illusion of linearity: a teaching experiment aiming at conceptual change	Wim Van Dooren, Dirk De Bock, An Hessels, Dirk Janssens, Lieven Verschaffel
B10	2005	Interpreting Middle School Students' Proportional Reasoning Strategies: Observations From Preservice Teachers	Ellen Hines, Mary T. McMahon
B11	2006	Pupils' Over-Use Of Proportionality On Missingvalue Problems: How Numbers May Change Solutions	Wim Van Dooren, Dirk De Bock, Marleen Evers, and Lieven Verschaffel
B12	2007	Designing and implementing authentic investigative proportional reasoning tasks: the mpact on pre-service mathematics teachers' content and pedagogical knowledge and attitudes	David Ben-Chai, Yaffa Keret, Bat-Sheva Ilany
B13	2008	Building middle school students' understanding of proportional reasoning through mathematical investigation	Blidi S. Stemm

B14	2008	The capacity of two Australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning	Shelly Dole & Mal Shield
B15	2009	Developing Prospective Elementary Teachers' Flexibility in the Domain of Proportional Reasoning	Dawn Berk , Susan B. Taber , Christine Carrino Gorowara & Christina Poetzl
B16	2009	Development Of Prospective Mathematics Teachers' Professional Noticing In A Specific Domain Proportional Reasoning	Ceneida Fernández, Salvador Llinares and Julia Valls
B17	2009	Didactical designs for students' proportional reasoning: an "open approach" lesson and a "fundamental situation"	Takeshi Miyakawa, Carl Winsløw
B18	2009	Proportional Reasoning Ability and Concepts of Scale: Surface area to volume relationships in science	Amy Taylor, Gail Jones
B19	2010	6th grade students' use of different strategies in solving ratio and proportion problems	Ramazan Avcu, Seher Avcu
B20	2010	Cognitive and Metacognitive Aspects of Proportional Reasoning	Modestina Modestou, Athanasios Gagatsis
B21	2010	Effect Of Number Structure And Nature Of Quantities On Secondary School Students' Proportional Reasoning	Ceneida Fernández; Salvador Llinares; Wim Van Dooren; Dirk De Bock and Lieven Verschaffel
B22	2011	A Meta-Analysis Of Researches About Proportional Thinking	Cristina Maranhão, Silvia Machado
B23	2011	Problem Solving Strategies Of Girls And Boys In Single-Sex Mathematics Classrooms	Megan Che, Elaine Wiegert, Karen Threlkeld
B24	2011	Proportion In Mathematics Textbooks In Upper Secondary School	Anna L. V. Lundberg
B25	2011	The Relationship Between Eighth Grade Primary School Students' Proportional Reasoning Skills And Success In Solving Equations	Hatice Çetin, Erhan Ertekin
B26	2011	The Relationship Between Elementary School Students' Proportional Reasoning Skills And Problem Posing Skills Involving Ratio and Proportion	Ahmet Çelik, Elif Yetkin Özdemir
B27	2011	The Structure Of Prospective Kindergarten Teachers' Proportional Reasoning	Demetra Pitta-Pantazi, Constantinos Christou
B28	2012	Characteristics of the development of proportional reasoning in Primary and Secondary School	Fernández Verdú, Ceneida y Llinares Ciscar, Salvador

B29	2012	Multi-Relation Strategy in Students' Use of a Representation for Proportional Reasoning	Kazuhiko Nunokawa
B30	2012	Quality Of The Tasks In The New Turkish Elementary Mathematics Textbooks: The Case Of Proportional Reasoning	İbrahim Bayazıt
B31	2012	Students' Proportional Reasoning In Mathematics And Science	Shelley Dole, Doug Clarke, Tony Wright, Geoff Hilton
B32	2012	The Effect Of Computer Based Instruction Method On Instruction Of Ratio-Proportion And Development Of Proportional Reasoning	Abdullah Kaplan, Mesut Öztürk
B33	2020	Teachers' Abilities To Make Sense Of Variable Parts Reasoning	Chandra Hawley Orrill, John E. Millett
B34	2013	Second-Year Pre-Service Teachers' Responses to Proportional Reasoning Test Items	Sharyn Livy, Sandra Herber
B35	2013	Using Digital Photography To Support Teaching And Learning Of Proportional Reasoning Concepts	Geoff Hilton, Annette Hilton, Shelley Dole, Merrilyn Goos
B36	2014	Implicative Analysis Of Strategies In Solving Proportional And Nonproportional Problems	Ceneida Fernández; Salvador Llinares & Julia Valls
B37	2014	On Recognizing Proportionality: Does The Ability To Solve Missing Value Proportional Problems Presuppose The Conception of Proportional Reasoning?	Hartono Tjoea, Jimmy de la Torre
B38	2014	Relational Engagement: Proportional Reasoning With Bilingual Latino/A Students	Higinio Dominguez, Carlos A. LópezLeiva, Lena Licón Khisty
B39	2015	6th Grade Students' Solution Strategies on Proportional Reasoning Problems	Perihan Dinc Artut, Mustafa Serkan Pelen
B40	2015	The Emergence Of Proportional Reasoning From Embodied Interaction With A Tablet Application: An Eyetracking Study	Shakila Shayan, Dor Abrahamson, Arthur Bakker, Carolien Duijzer, Marieke van der Schaaf
B41	2015	Transposition of Knowledge: Encountering Proportionality in an Algebra Task	Anna. L. V. Lundberg, Cecilia Kilhamn
B42	2015	Beginning Students May Be Less Capable Of Proportional Reasoning Than They Appear To Be	Kathrin Glaser, Petteriegler

B43	2016	Assessing the Relation Between Seventh-Grade Students' Engagement and Mathematical Problem Solving Performance	Amy E. Lein, Asha K. Jitendra, Kristin M. Starosta, Danielle N. Dupuis, Cheyenne L. Hughes-Reid & Jon R. Sta
B44	2016	Promoting Middle School Students' Proportional Reasoning Skills Through An Ongoing Professional Development Programme For Teachers	Annette Hilton, Geoff Hilton, Shelley Dole, Merrilyn Goos
B45	2017	Exploring Proportional Reasoning With Geogebra: Report Of A Course With Teachers Of Mathematics	Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria, Marcus Vinicius Maltempi
B46	2017	Middle School Teachers' Use of Mathematics to Make Sense of Student Solutions to Proportional Reasoning Problems	Erik Jacobson, Joanne Lobato, Chandra H. Orrill
B47	2017	Preservice Teachers' Reasoning About Relationships That Are and Are Not Proportional: A Knowledge-in-Pieces Account	Andrew Izsák, Erik Jacobson
B48	2018	Future Teachers' Use of Multiplication and Fractions When Expressing Proportional Relationships	İbrahim Burak Ölmez
B49	2018	Middle School Students' Reasoning in Nonlinear Proportional Problems in Geometry	Rukiye Ayan, Mine Isiksal Bostan
B50	2018	Preservice Mathematics Teachers' Understanding of and Abilities to Differentiate Proportional Relationships from Nonproportional Relationships	Muhammet Arıcan
B51	2018	Primary School Teachers Implementing Structured Mathematics Interventions To Promote Their Mathematics Knowledge For Teaching Proportional Reasoning	Annette Hilton, Geoff Hilton
B52	2018	Teaching Whole-Number Multiplication To Promote Children's Proportional Reasoning: A Practice-Based Perspective From Japan	Keiko Hino, Hisae Kato
B53	2018	Solving Collaboratively Introductory Problems To Develop Proportional Thinking In Primary School	María Burgos, Juan D. Godino
B54	2019	A Diagnostic Assessment To Middle School Students' Proportional Reasoning	Muhammet Arıcan
B55	2019	An Action Research Experience To Teach Compound Proportional Situations	Sergio Martínez-Juste, José M. Muñoz-Escolano, Antonio M. Oller-Marcén
B56	2019	Cognitive Interviews For Reviewing Multiple-Choice Items In Mathematics	Joan Burfitt

B57	2019	Mathematics Teachers' Ability To Identify Situations Appropriate For Proportional Reasoning	Travis Weiland, Chandra Hawley Orrill, Rachael Eriksen Brown & Gili Gal Nagar
B58	2019	Mathematics Teachers' Use of Knowledge Resources When Identifying Proportional Reasoning Situations	Rachael Eriksen Brown, Travis Weiland, Chandra Hawley Orrill
B59	2019	Pre-Service Teachers' Knowledge Of The Unitizing Process In Recognizing Students' Reasoning To Propose Teaching Decisions	Àngela Buforn, Salvador Llinares, Ceneida Fernández, Alf Coles & Laurinda Brown
B60	2020	Problem Solving Activities Of Two Middle School Students With Distinct Levels Of Units Coordination	Jaehong Shina, Soo Jin Leea, Leslie P. Steffe
B61	2020	Analysis Of Proportional Reasoning And Misconceptions Among Students With Mathematical Learning Disabilities	Soo-hyun Ima, Asha K. Jitendrab
B62	2020	Examining How Spanish-Speaking English Language Learners Use Their Linguistic Resources and Language Modes in a Dual Language Mathematics Assessment Task	Alexis A. Lopez
B63	2020	Framing A Robust Understanding Of Proportional Reasoning For Teachers	Travis Weiland, Chandra Hawley Orrill, Gili Gal Nagar, Rachael Eriksen Brown, James Burke