



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ORTAÖĞRETİM 12. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MEVCUT GEOMETRİ
BİLGİLERİNİN DUVAL'IN BİLİŞSEL GELİŞİM MODELİ ÇERÇEVESİNDE
İNCELENMESİ

Ramazan KILINÇ
ORCID: 0009-0007-0376-5921

Danışman
Doç. Dr. İbrahim ÇETİN
ORCID: 0000-0003-4807-3295

Konya – 2025

ÖN SÖZ

Eğitim, bireylerin yalnızca akademik bilgi kazanımı değil, aynı zamanda bilişsel, duyuşsal ve sosyal becerilerle donatıldığı bir süreçtir. Özellikle matematik ve geometri gibi disiplinler, bireylerin analitik düşünme ve problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesinde kritik bir rol oynar. Matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalar, etkili öğretim yöntemlerinin öğrenci başarısını artırmada önemli bir etkisi olduğunu ortaya koymaktadır.

Bu yüksek lisans tez çalışmasında, 12. sınıf öğrencilerinin geometri konularından biri olan benzerlik konusunda sahip oldukları bilgi seviyeleri, Duval'ın bilişsel gelişim modeli çerçevesinde ele alınmıştır. Bu kapsamda, Duval modeliyle yapılandırılmış bir öğretim yaklaşımının öğrencilerin geometrik düşünme becerilerine katkısı incelenmiştir. Bu çalışmanın, hem matematik eğitimi literatürüne hem de sınıf içi uygulamalara yönelik önemli çıkarımlar sağlayacağına inanıyorum.

Tez sürecimde bana yol gösteren ve desteğini esirgemeyen değerli danışman hocama, araştırmamın her aşamasında yardımlarıyla beni motive eden meslektaşlarıma ve çalışmaya katılan tüm öğrencilere teşekkür ederim. Ayrıca, bu süreçte sabır ve anlayışlarıyla yanımda olan aileme sonsuz minnettarım. Bu tezin, matematik eğitimi alanında yeni perspektifler sunması ve gelecekte yapılacak çalışmalara ilham kaynağı olması en büyük temennimdir.

Ramazan KILINÇ

Şubat 2025

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmamın her aşamasında bilgi ve deneyimleriyle bana yol gösteren, desteğini her zaman hissettiğim danışmanım Doç. Dr. İbrahim ÇETİN'e sonsuz saygı, sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgisi ile bana çok şey kattıklarını düşündüğüm bütün hocalarıma teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Tez savunma jürime katılarak sürecime katkıda bulunan çok değerli hocalarıma teşekkür ederim.

Araştırmaya kıymetli vakitlerini ayırarak gönüllü katılımcı olan öğrencilerime ve bu araştırmanın yapılmasına ilham olan tüm öğrencilerime teşekkür ederim.

Ramazan KILINÇ

Şubat 2025

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLOLAR DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	vii
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	viii
KISALTMALAR	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	5
1.2. Araştırmanın Amacı	8
1.3. Araştırmanın Önemi	10
1.4. Sayıtlar	11
1.5. Sınırlılıklar.....	12
1.6. Tanımlar	12
2. ALAN YAZIN	1
2.1. Duval'in Bilişsel Modeli	1
2.2. İlgili Araştırma ve Yayınlar	6
3. YÖNTEM	20
3.1. Araştırmanın Modeli	20
3.2. Araştırmanın Evreni ve Örnekleme	22
3.3. Veri Toplama Süreci Araç ve Teknikleri	24
3.4. Verilerin Toplanması.....	28
3.4.1 Klinik Mülakatlar	28
3.4.2 Bilişsel Süreç Testleri.....	29
3.4.3 Dersin Tasarımı	31
3.5. Verilerin Çözümlemesi.....	33
3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	34
4. BULGULAR	36
4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Elde Edilen Bulgular.....	36
4.1.1. Şekle Bakma Süreçlerine İlişkin Bulgular	36
4.1.2. Teorik Muhakeme Süreçlerine İlişkin Bulgular	38
4.1.3. Şekle Bakma ve Teorik Muhakeme Bütüncül Sürece İlişkin Bulgular.....	39

4.2. Deney ve Kontrol Grupları Puanlarının Karşılaştırması.....	40
4.2.1. Şekle Bakma Süreçlerine İlişkin Bulgular	40
4.2.2. Teorik Muhakeme Süreçlerine İlişkin Bulgular	41
4.2.3. Şekle Bakma ve Teorik Muhakeme Bütüncül Sürece İlişkin Bulgular.....	42
4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Elde Edilen Bulgular	43
4.3.1. Öğretim Yöntemine İlişkin Genel Tutum ve Beğeniler	44
4.3.2. Öğretim Yönteminin Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması	46
4.3.3. Öğretim Yönteminin Olumlu ya da Olumsuz Yönleri	49
4.3.4. Öğretim Yönteminin Katkısının Değerlendirilmesi.....	52
4.3.5. Benzerlik Dersinin Zorlanılan Kısımları ve Faydalı Olması.....	54
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	59
5.1 Tartışma ve Sonuçlar.....	59
5.2. Öneriler.....	67
KAYNAKLAR.....	68
EKLER	77
EK 1. Şekle bakma ve teorik muhakeme soruları kullanım izni.....	77
EK 2. Rubrik kullanım izni	78
EK3. Uzman görüşü	79
EK 4. Şekle bakma ve teorik muhakeme soruları	80

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1. Duval'in bilişsel modeli şekle bakma süreçleri.....	4
Tablo 2. Araştırmaya katılan öğrencilerin net ortalamaları ve cinsiyetleri	23
Tablo 3. Şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel süreç ölçekleri için Cronbach's Alpha katsayısı bulguları.....	24
Tablo 4. Araştırmada kullanılan şekle bakma bilişsel süreç ve teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeklerinin deney grubu ön test puanları için açıklayıcı istatistikler	25
Tablo 5. Araştırma değişkenlerinin normal dağılıma uygunluğunun incelenmesi	26
Tablo 6. Şekle bakma bilişsel süreç üçüncü sorusunun kategorik puanlaması	27
Tablo 7. Ön test uygulama ve son test başlama ve bitiş tarihleri.....	28
Tablo 8. Şekle bakma bilişsel süreç sorularının öğrenci davranışına dönük göstergeleri	30
Tablo 9. Teorik muhakeme bilişsel süreç sorularının öğrenci davranışına dönük göstergeleri	30
Tablo 10. Bilişsel süreç dersinin (BSD) bölümleri ve her bölümdeki kazanımlar.....	32
Tablo 11. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç ölçeği ön test sonuçları.....	36

Tablo 12. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç ölçeği son test sonuçları.....	37
Tablo 13. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği ön test sonuçları	38
Tablo 14. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği son test sonuçları	38
Tablo 15. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin toplam puan ön test sonuçları	39
Tablo 16. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin toplam puan son test sonuçları	40
Tablo 17. Deney grubu şekle bakma bilişsel süreç puanlarının karşılaştırması	40
Tablo 18. Kontrol grubu şekle bakma bilişsel süreç soruları puanlarının karşılaştırması	41
Tablo 19. Deney grubu teorik muhakeme bilişsel süreç puanlarının karşılaştırması ..	41
Tablo 20. Kontrol grubu teorik muhakeme bilişsel süreç puanlarının karşılaştırması	42
Tablo 21. Deney grubu toplam puanlarının karşılaştırması.....	42
Tablo 22. Kontrol grubu toplam puanlarının karşılaştırması.....	43

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Görsel algı örneği.....	2
Şekil 2. Sözel algı örneği.....	3
Şekil 3. Sözel Algı Örneği (Bingölbali vd., 2016).....	3
Şekil 4. İşlevsel algı örneği	4
Şekil 5. Karma yöntem araştırma süreci (Johnson ve Onwuegbuzie, 2004).....	20
Şekil 6. Öğretim yönteminin beğenilme durumu teması.....	44
Şekil 7. Yöntemin diğer yöntemlerle karşılaştırılması teması	47
Şekil 8. Öğretim yönteminin olumlu ya da olumsuz yönleri teması	50
Şekil 9. Öğretim yönteminin katkısının değerlendirilmesi teması.....	52
Şekil 10. Benzerlik dersinin zorlanılan kısımları ve faydalı olması teması	54

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Ortaöğretim 12. Sınıf Öğrencilerinin Mevcut Geometri Bilgilerinin Duval'ın Bilişsel Gelişim Modeli Çerçevesinde İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın toplam **89** sayfalık kısmına ilişkin, 21/02/2025 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%18** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

21/02/2025

Ramazan KILINÇ

Doç. Dr. İbrahim ÇETİN

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

21/02/2025

Ramazan KILINÇ

KISALTMALAR

Akt: Aktaran

Ark: Arkadaşları

AYSE: Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlikler

YKS: Yükseköğretim Kurumları Sınavı

TYT: Temel Yeterlilik Sınavı

AYT: Alan Yeterlilik Testleri

IEA: Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu [International Association for the Evaluation of Educational Achievement]

LGS: Liselere Giriş Sınavı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

OKS: Ortaöğretim Kurumları Seçme ve Yerleştirme Sınavı

ÖSYM: Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi

BSD: Bilişsel Süreç Dersi

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

ORTAÖĞRETİM 12. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MEVCUT GEOMETRİ BİLGİLERİNİN DUVAL'IN BİLİŞSEL GELİŞİM MODELİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

Ramazan KILINÇ

Bu araştırmada, 12. sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyeleri Duval'ın bilişsel gelişim modeli çerçevesinde incelenmiştir. Karma desen kullanılarak gerçekleştirilen çalışmada, 46 öğrenci (24 deney, 22 kontrol) yer almıştır. Deney grubunda Duval modeline uygun, kontrol grubunda ise MEB müfredatına dayalı ders anlatımı yapılmıştır. Nicel veriler, ön test ve son test puanlarıyla analiz edilmiş; nitel veriler ise deney grubu öğrencileriyle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilmiştir. Sonuçlar, Duval modeline uygun öğretimin, özellikle şekle bakma ve teorik muhakeme becerilerinde anlamlı bir gelişim sağladığını göstermiştir. Görüşmelerde öğrenciler, görsel destekli ve uygulamalı derslerin konuyu daha anlaşılır ve kalıcı hale getirdiğini belirtmiştir. Sonuç olarak, Duval'ın modeli öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerini ve bilişsel becerilerini geliştirmiştir. Gelecekte, bu modelin farklı matematik konularında ve gruplarda test edilmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematik, Geometri, Geometri Öğretimi, Duval'ın Bilişsel Modeli, Kuramsal Akıl Yürütme Süreci, Geometrik Şekillere Bakış Açısı.

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

**EXAMINING THE CURRENT GEOMETRY KNOWLEDGE OF 12TH GRADE
SECONDARY EDUCATION STUDENTS WITHIN THE FRAMEWORK OF THE
DUVAL COGNITIVE DEVELOPMENT MODEL**

Ramazan KILINÇ

In this study, the geometric knowledge levels of 12th-grade students on the topic of similarity were examined within the framework of Duval's cognitive development model. The research employed a mixed-methods design and included 46 students (24 in the experimental group and 22 in the control group). In the experimental group, lessons were conducted based on Duval's model, while the control group received instruction aligned with the MEB curriculum. Quantitative data were analyzed using pre-test and post-test scores, while qualitative data were obtained from semi-structured interviews with students in the experimental group. The results indicated that teaching based on Duval's model led to significant improvements, particularly in shape recognition and theoretical reasoning skills. Students reported during interviews that visually supported and applied lessons made the topics more comprehensible and enduring. In conclusion, Duval's model enhanced students' geometric knowledge levels and cognitive skills. It is recommended that future studies test this model in different mathematical topics and with various student groups.

Keywords: Mathematics, Geometry, Geometry Teaching, Duval's Cognitive Model, Theoretical Reasoning Process, The Way of Looking Geometric Figure.

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Bilişsel gelişim, bireyin düşünme, algılama, problem çözme ve öğrenme süreçlerini şekillendiren temel bir olgudur. Bu süreç, bireylerin bilgiyi işleme kapasitelerini artırarak, çevrelerini anlamlandırmalarına ve karşılaştıkları problemlere etkin çözümler üretmelerine olanak tanımaktadır (Piaget, 1970). Özellikle matematik ve geometri gibi disiplinler, bireylerin soyut düşünme becerilerini geliştirmesi açısından önemli bir rol oynamaktadır. Geometri, bireylerin uzamsal algılarını güçlendiren ve görsel modeller aracılığıyla teorik bilgi üretmelerini sağlayan bilişsel bir süreç olarak değerlendirilmektedir (Duval, 1998).

Geometri öğretimi, bireylerin bilişsel gelişimine çok yönlü katkılar sunmaktadır. Öğrencilere şekiller ve uzamsal ilişkiler hakkında yorum yapabilme becerisi kazandırarak, akıl yürütme ve problem çözme yeteneklerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Karataş ve Güven, 2003). Bu süreçte, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları somut bağlamlarla ilişkilendirerek anlamlandırmaları, bilişsel gelişim sürecinin önemli bir aşamasını oluşturmaktadır. Ulusal ve uluslararası eğitim literatürü, geometri eğitiminin bireylere araştırma, sorgulama, eleştirel düşünme, ilişkilendirme ve ispat yapma gibi üst düzey bilişsel beceriler kazandırdığını vurgulamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Geometri aynı zamanda, öğrencilerin uzamsal ve soyut düşünme becerilerini geliştirmelerine olanak tanıyan disiplinlerarası bir yapıya sahiptir. Görsel algıyı destekleyerek, öğrencilerin geometrik kavramları daha hızlı kavramalarını ve bilgiyi zihinsel olarak yapılandırmalarını sağlamaktadır (Akdemir, 2022). Matematik eğitiminin temel bileşenlerinden biri olan geometri, bireylerin bilişsel gelişim süreçlerinde kritik bir role sahip olup, onların günlük hayatta karşılaştıkları problemlere karşı analitik ve mantıklı çözümler üretebilmelerini desteklemektedir (Karataş ve Güven, 2003). Bu bağlamda, geometri eğitiminin temel hedeflerinden biri, bireyleri hem akademik hem de günlük yaşamda karşılaşılabilecekleri matematiksel problemleri çözebilecek bilişsel yetkinliklere ulaştırmaktır.

Geometrik düşüncenin eğitim sistemlerindeki önemine binaen, 20. yüzyıldan bu yana öğrenme olaylarının gerçekleşme mantığının anlaşılmasına dönük çalışmalarda büyük bir artış söz konusudur (Bingölbali vd., 2016). Öğrenme mantığının anlaşılması üzerine yapılan bu yaklaşımları gelişimsel ve bilişimsel olmak üzere iki temel başlık altında toplamak

mümkündür (Duval, 2000). Gelişimsel yaklaşımlar geometrik düşünmeyi aşamalar halinde ele almaktadır ve bu aşamaların birbirleriyle ilişkili olduğunu savunmakta ve bu aşamalar arasındaki geçişleri yetkinlik göstergesi görmektedir (Clements, 2003). Geometrik düşünmeyi gelişimsel bir yaklaşımla ele alan Van Hiele geometrik düşünme modelidir. Van Hiele geometrik düşünceyi beş hiyerarşik düzeye ayırmıştır. Düzeyler birbiriyle ilişkili ve düzeyler arası geçiş yapabilme bireyin gelişiminin göstergesi olduğu savunulmaktadır. Geometrik düşüncede bilişimsel yaklaşımlar ise düşünce sürecini bilişsel süreçlere ayırmaktadır. Bu süreçler arasında hiyerarşik bir ilişkiden söz edilmemektedir (Karpuz, 2014). Geometrik düşünceyi bilişsel açıdan ele alan yaklaşımlar Fischbein'inin şekilsel kavram teorisi ve Duval'in bilişsel gelişim modelidir (Jones, 1998).

Geometrik düşünceyi gelişimsel yaklaşımla açıklamaya çalışan Van Hiele'ye göre geometrik düşünme süreci seviyelerden oluşmaktadır (Karpuz, 2014). Bu modelde konu ve birey arasındaki ilişki şekil ve sezgi ile başlayıp eğitimle kavramsal ve soyut düzeye ulaşmaktadır (Bingölbali vd., 2016). Geometrik düşünceyi gelişimsel yaklaşımla açıklamaya çalışan Van Hiele'ye göre, bireylerin geometrik düşünme süreci beş seviyeden oluşmaktadır (Karpuz, 2014). Bu seviyeler sırasıyla tanıma (visualization), analiz (analysis), sıralama (ordering/deduction), mantıksal çıkarım (formal deduction) ve matematiksel kesinlik (rigor) aşamalarını içerir (Van Hiele, 1986). İlk seviyede öğrenciler şekilleri görünümüne göre tanıırken, ilerleyen seviyelerde özelliklerini analiz eder, mantıksal ilişkiler kurar ve aksiyomatik sistemler içinde ispatlar yapabilirler (Clements ve Battista, 1992). Bu süreçte, bireyler her seviyeye önceki seviyedeki kavrayışlarını derinleştirerek ulaşır ve her seviye belirli bir düşünme yapısını gerektirir. Van Hiele'ye göre geometrik düşünme süreci beş seviyeden oluşmaktadır:

Tanıma (Visualization) Seviyesi: Bu seviyedeki bireyler, geometrik şekilleri sadece dış görünümüne (bütünsel algılarına) göre tanırlar. Örneğin, bir üçgeni sadece "üç kenarlı bir şekil" olarak tanımlar ancak kenar uzunlukları ya da açıları arasındaki ilişkileri fark edemez (Van Hiele, 1986).

Analiz (Analysis) Seviyesi: Öğrenciler, şekillerin özelliklerini fark etmeye başlar ve bu özellikler üzerine yorum yapabilirler. Örneğin, bir dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu anlayabilir, ancak bu özelliklerin neden böyle olduğunu açıklayamazlar (Clements ve Battista, 1992).

Sıralama (Ordering/Deduction) Seviyesi: Bu seviyeye ulaşan bireyler, şekiller arasındaki ilişkileri ve hiyerarşik sınıflandırmaları anlamaya başlar. Örneğin, bir karenin aslında bir dikdörtgen olduğunu ancak her dikdörtgenin kare olmadığını kavrayabilirler.

Mantıksal Çıkarım (Formal Deduction) Seviyesi: Öğrenciler, geometrik özellikleri sistematik olarak kullanabilir ve ispat yapabilirler. Bu seviyedeki bireyler, aksiyomları ve teoremleri anlamlandırarak mantıksal bir çerçevede kullanabilirler (Van Hiele, 1986).

Matematiksel Kesinlik (Rigor) Seviyesi: En üst seviyede, bireyler geometrik kavramları soyut bir düzlemde ele alır, aksiyomatik sistemler içinde teoremleri ispatlayabilir ve farklı geometri sistemlerini analiz edebilirler.

Van Hiele modeline göre, bireyler bir seviyeden diğerine geçerken sadece bilgi birikimi değil, aynı zamanda düşünme şekillerini de değiştirmektedir. Öğretim, bireyin bulunduğu seviyeye uygun şekilde yapılandırıldığında daha etkili olmaktadır (Karpuz, 2014).

Geometrik düşünceyi bilişsel yaklaşımla açıklamaya çalışan Fischbein'e göre kavramlar ve görsel imgeler, psikolojide birbirinden ayrı kategoriler olarak ele alınırken, geometrik şekiller bu ayrımı aşan özel bir yapıdadır. Geometrik şekiller, hem görsel algıya hem de kavramsal düşünceye dayandığından, bu iki kategoriyi aynı anda içeren ve üçüncü bir zihinsel temsil biçimi oluşturan özel bir bilişsel yapı ortaya çıkmaktadır (Efraim, 1993). Başka bir yaklaşım Duval'in bilişsel modeli geometrik düşünceyi bilişsel ve algısal süreçler halinde değerlendirmektedir (Jones, 1998). Duval (1998) bilişsel süreçleri görselleştirme, kurma ve muhakeme olmak üzere aşamalara ayırmıştır. Geometrik düşüncede bu süreçler arasındaki etkileşimin gücü geometride yetkinlik kazanılmasını sağlamaktadır. Muhakeme süreci mevcut geometrik bilgideki değişim olarak açıklanmış ve değişimin temsiller üzerinden gerçekleştiği ve farklı temsillerin farklı muhakeme süreçlerini oluşturduğu belirtilmiştir (Duval, 1998). Duval (1998) muhakeme süreçlerini doğal muhakeme ve teorik muhakeme olarak ikiye ayırmıştır. Doğal muhakeme doğal dil (günlük konuşma dili) ve şekilsel temsiller ile bilgideki değişim meydana gelen muhakemedir. Doğal muhakeme türünde şekil üzerinden ifade edilen bilgiler matematiksel olarak temellendirilemez ama günlük konuşma dili kullanılarak sonuca ulaşılır. Teorik muhakeme sürecinde matematiksel gösterimler kullanılarak tümdengelimsel düşünme ile mevcut bilgideki değişim meydana gelmektedir. Muhakeme sürecinde aksiyom, tanım ve teorem kullanılabilir ve sonuca ulaşılır (Duval, 1998). Duval görsel algı, sözel algı, sıralı algı ve işlevsel algı olmak üzere bilişsel süreçler

arasındaki etkileşimi arttıran dört algısal süreç açıklamıştır. Bu süreçler şekle bakma süreçleri ismiyle adlandırılmaktadır ve geometrik bilginin artmasına imkân tanıyan farklı işlevler sunmaktadır (Duval, 1998; Duval, 2006; Duval, 1995).

Geometrik düşünce, gelişimsel ve bilişsel yaklaşımlar çerçevesinde iki temel süreçte ayrılmaktadır: şekilsel ve teorik süreçler. Şekilsel süreç, bireyin geometrik şekilleri algılamasını ve bunları zihinsel olarak manipüle etmesini içerirken, teorik süreç, bu şekillerle ilgili aksiyomlar, teoremler ve ispatlar gibi kavramsal düşünme becerilerini kapsamaktadır (Duval, 1998; Karpuz, 2014). Van Hiele şekilsel ve kavramsal süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olduğunu Fischbein ve Duval ise şekilsel ve kavramsal süreçler arasında bir ilişki olmadığını savunmaktadır (Karpuz, 2014). Van Hiele modelinde bilginin gelişimi şekilsel süreçle başladığı yetkinlik kazanıldıkça üst süreçlere geçiş sağlandığı, Fischbein modelinde şekilsel ve kavramsal bilgiler birlikte hareket ettiği düşünülmektedir. Duval'ın bilişsel modeline göre, şekilsel ve kavramsal süreçler arasında bir ilişki bulunmadığı ileri sürülmektedir (Karpuz, 2014). Duval'ın bilişsel modeli Fischbein modelinden farklı olarak şekilsel süreçleri ve teorik süreçleri kendi aralarında birbirleriyle ilgili ve ayrı süreçler olduğu görüşünü savunmuştur (Duval, 1995; Duval, 1998). Bu sebeple Duval'ın bilişsel modelinin Fischbein'nin yaklaşımını da içine alan daha kapsamlı bir yaklaşım olduğu söylenebilir (Karpuz, 2018).

Öğrenme kuram ve yaklaşımları öğretme süreçlerinin planlanmasına önemli katkılar sunabilmektedirler (Karpuz, 2014). Van Hiele yaklaşımında bireylerin ispat yapmadaki başarılarını, geçmeleri gereken seviyelere ayırmıştır (Erdogan vd., 2009). Fischbein şekil ve kavram arasında doğru etkileşimler kurulacak şekilde ders planı hazırlanması, öğrencilerin şekil ve kavram arasındaki sorunları kavram kontrolünde çözecek şekilde ortam hazırlanması gerektiğini savunmuştur (Efraim, 1993). Duval (1998) de geometri eğitimi ile alakalı problemler hakkındaki çözüm yolları, liselerde geometri eğitiminde görselleştirme, kurma ve muhakeme süreçlerini ayrı ayrı geliştirecek şekilde eğitim verilmeli, bireylerin teorik muhakeme sürecine geçebilmesi için bilişsel ve algısal süreçler arasındaki etkileşimin doğru algılamalarının gerekli olduğunu belirtmiştir. Bu süreçler ayrı ayrı değerlendirilmeli ve ayrı ayrı geliştirilmesine dönük eğitim verilmelidir. Geometrik düşünce ile ilgili yaklaşımlar arasında Duval'ın bilişsel modeli bilişsel ve algısal süreçleri ele alması ve bilişsel süreçleri daha detaylı incelemesinden dolayı ön plana çıkmaktadır. Duval'ın bilişsel modelinin

geometrik düşüncenin gelişimine yönelik tespitlerinin önemi diğer yaklaşımlara göre geometri eğitiminde kullanılmasının eğitime büyük katkısı olacaktır.

1.1. Problem Durumu

Geometri öğretimi, algısal becerilerin ön planda olduğu bir ders niteliği taşımaktadır (Duval, 1998). Ancak, bu temel algısal süreçler yeterince desteklenmeden, sınav odaklı yaklaşımla yalnızca çok sayıda soru çözerek geometri başarısını artırmaya çalışmanın yeterli bir başarı sağlayamayacağı görülmektedir (Karataş ve Güven, 2003). Algıyı geri planda bırakan bu tür yaklaşımlar, öğrencilerin derinlemesine anlamalarını ve kavramsal ilişkilendirme becerilerini sınırlamaktadır (Bingölbalı vd., 2016). Ancak, uzamsal düşünme becerilerini geliştirme veya farklı teknolojilerin geometri başarısına etkisini inceleme çabalarının yanı sıra, bu tür yaklaşımların genel olarak geometri başarısını nasıl etkilediğinin araştırılması da dikkate değer ve araştırmaya değer bir konu olarak görülmektedir (Cihan, 2022). Özellikle Duval gibi geometriye özgü bilişsel yaklaşımların, yaşanan problemlerin çözümüne ışık tutabileceği ve geometri öğretiminde yaşanan zorlukların aşılmasında önemli bir rol oynayacağı öngörülmektedir (Duval, 1998; Karpuz, 2014). Bu bağlamda, geometri öğretiminde öğrencilerin algısal süreçlerini destekleyecek yöntemlerin geliştirilmesi ve bu yöntemlerin etkili uygulamalarının araştırılması, alan yazınına ve eğitim uygulamalarına önemli katkılar sunabilecektir (NCTM, 2000).

Günümüz dünyasında, değişim ve gelişim hızla artmakta, bilgi ve teknolojinin hayatımızdaki rolü giderek büyümektedir. Bu dinamik ortam, geometri eğitiminin de sürekli olarak şekillenmesine yol açmaktadır. Bilgi çağında, bireylerin karşılaştıkları problemlere etkili çözümler üretebilmesi için sağlam bir geometri eğitimi almaları büyük önem taşımaktadır (MEB, 2018). Geometri eğitimi, bireylerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlere analitik ve yapıcı yaklaşımlar geliştirmelerine katkı sağlar (Aytekin, 2021). Geometri eğitiminde çeşitli yaklaşımlar benimsenmiştir ve bu yaklaşımlar arasında Duval'in bilişsel gelişim modeli öne çıkmaktadır (Jones, 1998). Duval'in modeli, geometrik düşünce süreçlerini şekilsel ve kavramsal olmak üzere iki ana bileşende inceler ve bu süreçler alt bilişsel aşamalara ayrılır (Aytekin, 2021).

Türkiye'de geometri eğitiminin önemi, Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS) matematik başarı düzeyleri incelendiğinde açıkça görülmektedir. Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi'nin (ÖSYM) son yıllardaki verileri, öğrencilerin matematik ve geometri alanlarındaki performanslarının sınırlı kaldığını göstermektedir (ÖSYM, 2023). Özellikle

geometri alanında başarı seviyelerinin düşük olduğu, Saraçoğlu ve Ağlıoğlu (2022) ile Cihan (2022) tarafından yapılan çalışmalarda da vurgulanmaktadır. Bu çalışmalar, geometri eğitiminde öğrencilerin karşılaştığı zorluklara dikkat çekmekte ve bu alanda daha etkili öğretim yöntemlerinin geliştirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır (Saraçoğlu ve Ağlıoğlu, 2022; Cihan, 2022).

Geometri, matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişiminde kritik bir rol oynadığından, bu alandaki eksiklikler öğrencilerin genel matematik başarısını da olumsuz etkilemektedir (Karataş ve Güven, 2003). Bu nedenle, geometri eğitiminin daha kapsamlı ve sistematik bir şekilde ele alınması, öğrencilerin hem akademik hem de günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözme becerilerini geliştirmeleri açısından büyük önem taşımaktadır (NCTM, 2000). Yapılan araştırmalar ve elde edilen veriler, geometri eğitimine yönelik yeni yaklaşımların ve öğretim stratejilerinin geliştirilmesinin gerekliliğini bir kez daha vurgulamaktadır (Bingölbali vd., 2016).

Geometri, algı odaklı bir disiplin olup, ilişkileri anlamak ve görmek kimi zaman zorlu bir süreç olabilir. Matematikle güçlü bir bağı bulunsa da, bireylerin zekâ alanları ve öğrenme süreçleri açısından farklılıklar gösterebilir. Geometri öğretimi, özellikle 12. sınıf düzeyinde, sınırlı çalışma alanına sahiptir. Ortaöğretimin son aşamasında yer alan sınav grubu öğrencilerinin geometriyi genellikle sınav odaklı bir yaklaşımla ele aldıkları, bu nedenle yeterli düzeyde derinlemesine öğrenme gerçekleştiremedikleri bilinmektedir. Bu durum, öğrencilerin geometriye yönelik kavramsal anlayış ve ilişki kurma becerilerinde eksikliklere yol açmakta ve bir üst öğrenim düzeyinde yeterli altyapı olmaksızın başlayan eğitim sürecinin niteliğini olumsuz yönde etkilemektedir.

İlgili literatür incelendiğinde, Türkiye'de ortaöğretim düzeyindeki geometri eğitimine yönelik çalışmaların sınırlı olduğu ve özellikle 12. sınıf düzeyindeki geometrik düşünce gelişimine ilişkin araştırmaların yetersiz kaldığı görülmektedir (Karpuz, 2014; Karpuz, 2018). Örneğin, Karpuz (2014) tarafından yapılan bir çalışmada, ortaöğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin Van Hiele modeline göre değerlendirildiği ve öğrencilerin çoğunun düşük düzeylerde kaldığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde, Karpuz (2018) tarafından gerçekleştirilen bir başka çalışmada, 12. sınıf öğrencilerinin geometri konularında kavramsal anlamada zorluklar yaşadığı ve bu durumun öğrencilerin üniversite sınavlarındaki başarılarını olumsuz etkilediği belirtilmiştir. Bu durum, 12. sınıf öğrencilerinin geometri alanındaki bilgi düzeyini ve kavramsal gelişimini ele alan daha fazla çalışmaya ihtiyaç olduğunu

göstermektedir. Ayrıca, Saraçoğlu ve Ağlıoğlu (2022) tarafından yapılan bir araştırmada, öğrencilerin geometri problemlerini çözmeye yaşadıkları zorlukların, özellikle uzamsal düşünme ve teorik muhakeme becerilerindeki eksikliklerden kaynaklandığı vurgulanmıştır. Bu bulgular, geometri eğitiminde öğrencilerin bilişsel ve algısal süreçlerini destekleyecek yeni yaklaşımların geliştirilmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Bu araştırma, araştırmacının 20 yıllık üniversite hazırlık öğrencilerine geometri eğitimi deneyimi ve bu süreçte karşılaşılan sorunlara çözüm bulma çabası temelinde şekillenmiştir. Öğrencilerin geometri dersinde karşılaştıkları zorlukları azaltmak ve başarılarını artırmaya yönelik bir katkı sunma hedefi, bu çalışmanın temelini oluşturmaktadır. Araştırmanın, geometri eğitimi alanındaki bilgi birikimine katkı sağlayarak öğrencilerin geometriye yönelik başarılarını artırmada önemli bir rol oynaması beklenmektedir.

Bu doğrultuda, çalışmada Duval'in bilişsel gelişim modeli tercih edilmiştir. Duval modeli, geometri öğreniminde bilişsel süreçleri derinlemesine ele alarak öğrencilerin şekilsel ve teorik düşünme süreçleri arasındaki geçişleri nasıl gerçekleştirdiğini incelemektedir. Model, özellikle öğrencilerin geometrik nesnelere algılama, farklı temsiller arasında dönüşüm yapma ve problem çözüme sürecindeki bilişsel zorluklarını anlamaya odaklanmaktadır. Geometri öğretiminde yaşanan kavramsal zorlukları belirleme ve bunlara yönelik etkili öğretim stratejileri geliştirme imkânı sunduğu için bu modelin araştırmaya dahil edilmesi uygun görülmüştür.

Araştırmada, incelenen konu olarak benzerlik konusu seçilmiştir. Benzerlik konusu, öğrencilerin en çok zorlandığı ve soyut düşünme becerilerinin üst düzeyde devreye girdiği geometri konularından biridir. Öğrencilerin, şekiller arasındaki benzerlik ilişkilerini kavrayarak analitik düşünme, akıl yürütme ve problem çözüme becerilerini geliştirmesi beklenmektedir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin benzerlik kavramını genellikle yüzeysel olarak öğrendiklerini ve problem çözüme sürecinde ezber dayalı stratejiler geliştirdiklerini göstermektedir. Bu nedenle, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı bir öğretim yaklaşımı kullanılarak öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerinin artırılması hedeflenmiştir. Böylece, öğrencilerin benzerlik kavramını daha derinlemesine kavrayarak problem çözüme becerilerini geliştirmeleri sağlanacaktır.

Bu çalışmanın amacı, ortaöğretim 12. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgi seviyelerini Duval'in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde incelemek, bu seviyeleri belirlemek ve

Duval'ın bilişsel gelişim modeline uygun olarak hazırlanan GeoGebra destekli derslerin, öğrencilerin geometrik bilgi seviyeleri üzerindeki etkisini değerlendirmektir. Bu bağlamda, öğrencilerin geometrik düşünce süreçlerinin ve bu süreçlerde yaşadıkları zorlukların tespiti amaçlanmaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Geleneksel geometri eğitiminde bilişsel ve algısal süreçlerinin aşamalarına zaman ayrılmadan teoremler verilmekte, öğretmen isterse teoremin arka planını açıklamaktadır ve örnekler çözülerek teorem ya da özellikler kavratılmaya çalışılmaktadır (Güven ve Karataş, 2005). Bu durum, öğrencilerin geometri öğreniminde yüzeysel bir bilgi edinimine yol açmaktadır. Bilişsel ve algısal süreçlere yeterli zaman ayrılmadan sadece teorem ve özelliklerin aktarılması, öğrencilerin bu bilgilerin mantığını ve temelini kavramakta zorlanmalarına sebep olmaktadır. Ayrıca, öğretim sürecinde derinlemesine anlamının sağlanamaması, öğrencilerin teoremleri ezberleyerek öğrenmelerine ve bu bilgileri uygulama veya yeni durumlara uyarlama becerilerinin sınırlı kalmasına neden olmaktadır (Bingölbali vd., 2016; Karataş ve Güven, 2003).

Bu tür bir yaklaşım, genellikle öğrencilerin problem çözme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirememesi ile sonuçlanır ve geometriyi yaşamla ilişkilendirebilme yeteneklerini zayıflatır. Ayrıca, öğrencilerin geometriye yönelik ilgilerinin azalmasına ve dersin sıkıcı algılanmasına yol açabilir.

Geleneksel geometri eğitimi yerine, geometrik düşünce süreçlerini temel alan bir eğitim modelinin uygulanmasının, öğrenmeyi aşamalara ayırma, bu aşamaların değerlendirilmesi ve sorunların hangi aşamada oluştuğunun tespit edilmesi gibi noktalarda fayda sağlayacağı düşünülmektedir. Bu yaklaşım, tespit edilen sorunların ve eksikliklerin giderilmesine yönelik etkili çözümler sunabilir. Bu sebeplerden dolayı geometri eğitiminde bilişsel ve algısal süreçlerin katkısının araştırılması, geometrik düşünce süreçlerinin geometri eğitimine katkıları sorgulanmalıdır. Etkili bir öğretim için geometrik düşünce aşamalarının değerlendirilmesi ve çözüm aranması, farklı öğrenme modelleri ile öğrencilere muhakeme becerisi kazandırma ihtiyacı araştırmamızı öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerinin Duval'ın bilişsel gelişim modeli çerçevesinde hangi aşamada olduklarının araştırılmasına yönlendirmiştir.

Geometri eğitimini geliştirmek amacıyla yapılan çalışmaların sayısı gün geçtikçe artmaktadır (Cihan, 2022; Saraçoğlu ve Ağlıoğlu, 2022). Geometri eğitiminde daha iyi başarı sağlamak ve öğrencilere çağın seviyesinde eğitim verilmesi için dünyada kullanılan eğitimler değerlendirilerek onlardan yararlanılması fayda sağlayacaktır. Geometri eğitiminde düşünce süreçleri ışığında eğitim yapılmasına ihtiyaç vardır (Bingölbali vd., 2016). Geometrik düşünce yaklaşımlarının ilkeleri doğrultusunda gerçekleştirilen bir eğitimin, geometri öğretimine önemli katkılar sunacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, geometrik düşünce süreçlerine yönelik yaklaşımlar arasında Duval'in Bilişsel Gelişim Modeli, bireylerin bilişsel ve algısal süreçlerini birlikte ele almasıyla diğer modellerden ayrılmaktadır. Geometri öğretiminde hem bilişsel hem de algısal süreçlerin bir arada ele alınması, öğrenme süreçlerini daha etkili ve kapsamlı hale getirebilecektir. Bu nedenle, Duval'in bilişsel modeli, geometrik öğrenme süreçlerinin yalnızca bilişsel ya da yalnızca algısal açıdan ele alınmasını yeterli görmeyerek, her iki boyutun da bir arada değerlendirilmesi gerektiğini savunmaktadır.

Geometri eğitimi, öğrencilere analitik düşünme ve problemi çözme becerileri kazandırma da önemli bir rol oynamaktadır. Bu araştırmanın temel amacı, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre hazırlanan dersin MEB müfredatı doğrultusunda yapılan derse kıyasla 12. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgi seviyeleri üzerindeki etkisini incelemektir. Benzerlik konusu, Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS) kapsamında her yıl en az iki soruya konu olması ve geometri müfredatında birçok alt konuyla ilişkilendirilebilmesi açısından önemli bir yere sahiptir. Ayrıca, bu konunun öğrenciler tarafından genellikle zorlayıcı bulunması, öğrenme süreçlerinde özel bir dikkat gerektirdiğini göstermektedir. Bu bağlamda, benzerlik konusunun kapsamlı ve etkili bir şekilde ele alınması, öğrencilerin geometri başarısını artırmada kritik bir rol oynamaktadır. Özellikle benzerlik konusuna odaklanarak, farklı net seviyelerindeki öğrencilerin geometrik düşünme süreçleri ve kavrama düzeylerini belirlemek hedeflenmiştir. Bu kapsamda, Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun olarak hazırlanan ders materyalleri ve yöntemleri kullanılarak öğrencilerin bilişsel ve algısal süreçlerinin nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin bu modele dayalı eğitim hakkındaki görüşleri alınarak modelin geometri eğitimine katkıları ve eksiklikleri değerlendirilmiştir.

Araştırma, geometri eğitiminde bilişsel süreçlerin birlikte ele alınmasının öğrenme üzerindeki etkilerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Literatürde Duval'in bilişsel modeli ile ilgili sınırlı sayıda çalışma bulunması nedeniyle, bu araştırmanın sonuçlarının hem teoriye hem

de uygulamaya önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Sonuçlar, geometri öğretiminde yeni yöntemlerin geliştirilmesi ve uygulanması açısından yol gösterici olacaktır.

Bu çalışmada araştırmanın amacına yönelik aşağıdaki probleme ve alt problemlere cevap aranmaktadır. Araştırmanın problem cümlesi aşağıda ifade edilmiştir:

“12. Sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyelerinin Duval’in bilişsel modeli çerçevesinde incelenmesi.”

Bu probleme göre araştırmamızın alt problemleri aşağıdaki gibidir.

1. 12. Sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyelerinin Duval’in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde ön test puanları nasıldır?
2. 12 sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyeleri, Duval’in bilişsel gelişim modeline uygun olarak anlatılan ders sonrasında nasıl bir değişim göstermektedir?
3. 12. Sınıf öğrencilerinin Duval’in bilişsel gelişim modeline uygun olarak anlatılan benzerlik konusu hakkındaki görüşleri nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Bu araştırma, 12. sınıf YKS öğrencilerinin geometrik bilgi seviyelerini, Duval’in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak incelemesi açısından önem taşımaktadır. Çünkü bu model, öğrencilerin şekilsel ve teorik düşünme süreçlerini anlamalarına, kavramsal bilgilerini geliştirmelerine ve geometri problemlerini daha etkili bir şekilde çözmelerine olanak tanımaktadır. Ayrıca, öğrencilerin bilişsel süreçleri hakkında daha derinlemesine bir anlayış sağlayarak geometri öğretiminde daha etkili stratejilerin geliştirilmesine katkıda bulunabilir. 12. sınıf düzeyindeki öğrencilerin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyelerinin Duval’in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde incelenmesi, bu modelin MEB müfredatı ile karşılaştırıldığında sağladığı avantajları belirlemek açısından özgün bir değere sahiptir. Benzerlik konusu her yıl YKS’de en az iki soru çıkması, geometrinin çoğu konusunda benzerlik ile ilgili soru sorulması ve öğrencilerin zorlandığı bir konu olması yönünden benzerlik konusu seçilmiştir. Literatürde Duval modeline ilişkin sınırlı sayıda çalışma bulunması, bu araştırmayı alan yazına teorik bir katkı olarak öne çıkarmaktadır. Uygulamada ise, öğretmenler için daha etkili öğretim yöntemleri sunarak, ders içeriklerini hazırlayanlara öğrenci başarısını artırıcı stratejiler geliştirme fırsatı tanımaktadır. Eğitimciler bu araştırma sonuçlarından, öğrencilerin bilişsel ve algısal süreçlerini destekleyecek şekilde ders

materyalleri tasarlama ve öğretim süreçlerini iyileştirme bağlamında yararlanabilirler. Araştırmacılar için bu çalışma, 12. sınıf düzeyindeki geometrik düşünce gelişimine yönelik önemli bir boşluğu doldurmakta ve gelecekte yapılacak çalışmalara referans oluşturmaktadır. Eğitim politikalarını belirleyenler için ise, öğrencilerin geometri başarısını artırmaya yönelik politika ve stratejilerin geliştirilmesi açısından yol gösterici niteliktedir.

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin geometri öğrenimi ve ispat yapma süreçlerinde çeşitli zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır (Karpuz, 2018; Yenilmez vd., 2010). Duval'in geometrik düşünceye ilişkin bilişsel yaklaşımı da, öğrencilerin özellikle anlama ve ispat yapma süreçlerinde güçlükler yaşadığını vurgulamaktadır (Duval, 1998; Alex ve Mammen, 2018; Osmanoğlu, 2018; Ubuz, 1999; Yenilmez vd., 2010). Bu durumu destekleyen diğer araştırmalarda da benzer bulgulara ulaşılmıştır (McCrone ve Martin, 2004).

Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS) matematik başarı düzeyleri incelendiğinde, matematik alanında yapılacak çalışmaların gerekliliği ve önemi açıkça görülmektedir. Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi'nin (ÖSYM) 2023 ve 2024 yıllarına ait istatistikleri, matematik başarısının düşük seviyelerde olduğunu ortaya koymaktadır. Özellikle ortaöğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin genel olarak düşük olması, geometri eğitiminde iyileştirme yapılmasını gerekli kılmaktadır. Bu tür iyileştirmelerin, eğitime önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir (Ağlıoğlu, 2022).

Çalışmamız, 12.sınıf öğrencilerinin Duval'in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde geometri muhakemesinde yaşadıkları sorunları anlamak açısından önemli ipuçları sunmaktadır. Literatürde Duval'in bilişsel modeli ile ilgili sınırlı sayıda çalışma bulunması nedeniyle, bu araştırma literatüre önemli katkılar sağlayacak ve geometri eğitiminde öğrenci başarısının artırılmasına yönelik yeni yaklaşımlar geliştirilmesine yardımcı olacaktır. Bu bağlamda, çalışmamızın eğitimcilere, öğrencilere ve eğitim politikalarını belirleyenlere önemli bilgiler sunacağı düşünülmektedir.

1.4. Sayıtlar

Araştırmanın veri toplanması ve yorumlanması konusundaki sayıtlar aşağıda belirtilmiştir.

1. Öğrencilerin, dersi anlamak için gerekli temel bilgi ve becerilere sahip olduğu varsayılmıştır.

2. Kullanılan rubriklerin, öğrencilerin bilişsel süreçlerinin doğru bir şekilde ölçtüğü kabul edilmiştir.
3. Görüşme formlarının, öğrencilerin ders hakkındaki gerçek görüşlerini yansıttığı varsayılmıştır.
4. Video kayıtlarının, öğrencilerin düşünme süreçlerini ve verdikleri cevapları doğru bir şekilde yansıttığı varsayılmıştır. Ancak bu çalışmada, araştırma yalnızca özel bir öğretim kursunda ve 12. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın okul ortamında veya farklı sınıf düzeylerinde yapılması, daha kapsamlı ve genellenebilir sonuçlar elde edilmesini sağlayabilirdi. Ayrıca, örneklem seçiminde yalnızca 12. sınıf öğrencilerinin tercih edilmesi, araştırmanın kapsamını sınırlamış olabilir. Bu sınırlamalar, araştırmanın zaman, kaynaklar ve araştırmacının mevcut olanakları gibi faktörlerden etkilenmiş olabileceğini göstermektedir.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırmanın sınırlılıkları Duval'in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde 12. Sınıf öğrencilerinin incelenmesi ve benzerlik konusuyla sınırlı tutulmuştur. Örneklem grubu 12. sınıf öğrencilerinden oluştuğu için farklı yaş gruplarına uygulanabilirliği sınırlıdır. Kullanılan ders materyalleri ve rubrikler, sadece bu çalışmaya özgüdür ve farklı materyallerle aynı sonuçlar elde edilmeyebilir. Görüşme verileri öğrencilerin subjektif görüşlerine dayandığı için yanlılık içerebilir.

1.6. Tanımlar

1. Bilişsel Gelişim Modeli (Duval): Öğrencilerin şekil ve mekânsal ilişkileri algılama, anlama ve analiz etme yeteneklerini inceleyen bir modeldir. Bu model, öğrencilerin geometrik şekilleri nasıl gördüğünü ve yorumladığını anlamayı hedefler.

2. MEB Müfredatına Uygun Anlatım: Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından belirlenen öğretim programına uygun olarak gerçekleştirilen anlatım sürecidir. Bu anlatım türü, MEB'in belirlediği kazanımlar, öğretim hedefleri ve ders planları doğrultusunda yapılandırılmıştır. MEB müfredatına uygun anlatımda, öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ve psikomotor gelişimlerini destekleyen öğretim yöntem ve teknikleri kullanılmaktadır. Bu yaklaşım, genel olarak konu anlatımı, örneklerle pekiştirme ve problem çözme süreçlerini içermekte olup, belirli bir zaman diliminde hedeflenen öğrenme çıktılarına ulaşmayı amaçlar.

3. Şekle Bakma: Öğrencilerin geometrik şekilleri tanıma ve anlamlandırma sürecini ifade eder.

4. Teorik Muhakeme: Öğrencilerin soyut matematiksel kavramları ve ilişkileri anlama ve yorumlama yeteneğini ifade eder.

Bu tanımlar, tez çalışmasının kavramsal çerçevesini oluşturmak ve okuyucuların kullanılan terimleri ve yöntemleri anlamalarını sağlamak amacıyla verilmiştir.



BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

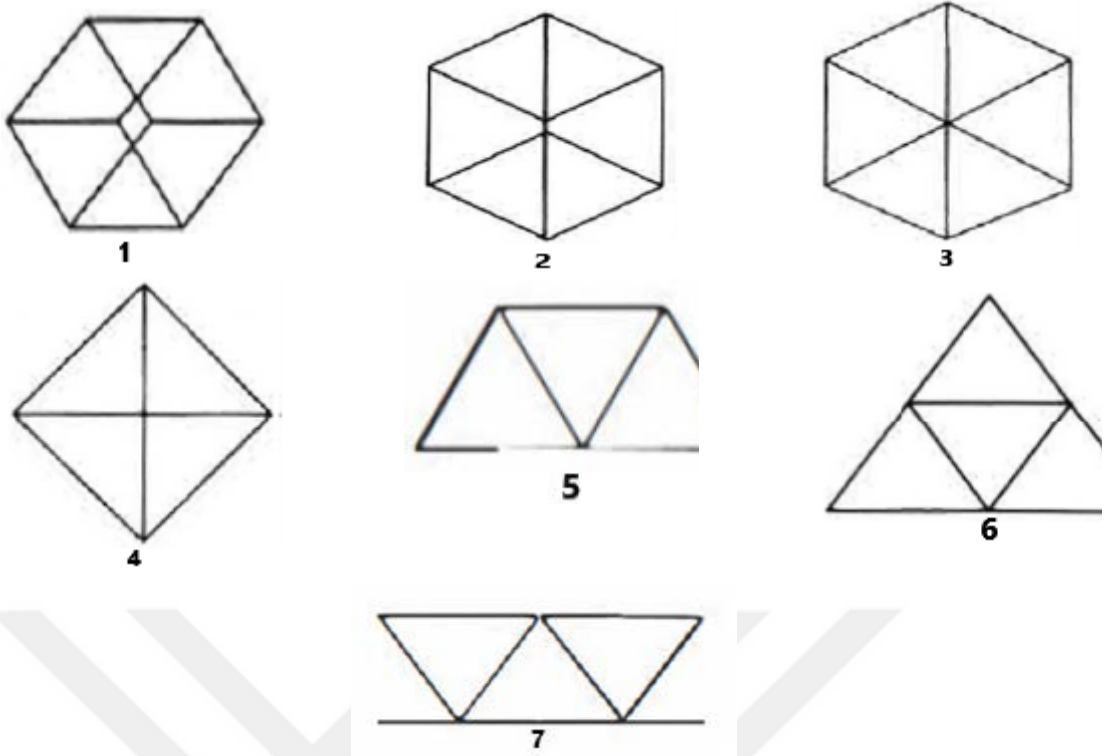
Geometrik düşünme, matematik eğitiminde bireylerin şekil, mekan, ve ilişkileri anlamasını sağlayarak analitik düşünme ve problem çözme becerilerini geliştiren bir süreçtir. Geometri eğitimi üzerine yapılan çalışmalar, farklı öğrenme yaklaşımlarını ve bilişsel modelleri incelemiştir. Bu bağlamda, Van Hiele geometrik düşünme modeli, geometrik düşünmeyi hiyerarşik seviyelere ayırarak bireylerin bu seviyeler arasında gelişimini vurgulamaktadır. Fischbein'in Şekilsel-Kavram Teorisi ise şekil ve kavram arasındaki etkileşimlerin öğrenme sürecine etkisini ele alır. Duval'in Bilişsel Gelişim Modeli, geometrik düşünceyi görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreçleriyle açıklayarak, öğrenmenin bilişsel ve algısal boyutlarını entegre eden kapsamlı bir yaklaşım sunar. Özellikle, Duval'in modeli, teorik muhakeme ve şekle bakma süreçleri arasında etkileşimin önemini vurgulayan bir çerçeve sunması nedeniyle alan yazında önemli bir yer tutmaktadır. Bu araştırma, Duval'in modeline dayalı olarak geometrik öğrenme süreçlerini ele alarak, öğrenci başarısını artırmayı hedefleyen bir katkı sunmayı amaçlamaktadır.

2.1. Duval'in Bilişsel Modeli

Duval'in Bilişsel Gelişim Modeli, geometrik düşünceyi görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreçleriyle açıklayarak, öğrenmenin bilişsel ve algısal boyutlarını değerlendiren bir bakış açısı sunmuştur. Fransız psikolog Raymond Duval geometrik düşünceye bilişsel ve algısal süreç olmak üzere ayrıntılı bir bakış açısı sunmaktadır. Duval (1995)'de bilişsel algıyı dört başlık altında açıklamıştır.

Görsel Algı (Perceptual Apprehension): Şekle ilk bakıldığında şekille ilgili oluşan yargılardan ve şeklin bazı alt parçalarının algılanmasıdır (Jones, 1998). Görsel algı şekle bakıldığında şekille ilgili oluşan algılanan ilk düşüncelerdir. Şekilde fark edilen özellik ya da durumlar görsel ipuçları tarafından oluşturulur. Şekilden algılananlar bilinçli olmayabilir ve şeklin özellikleriyle örtüşmeyebilir. Şekle bakıldığında şeklin alt parçaları ile ilgili farklı algılamalar olabilir. Görsel algı ile şeklin bazı alt bileşenlerini de tanımlanabilir (Duval, 1995).

Şekil 1 deki örnekte görsel algı açıklanmaktadır (Duval, 1994).

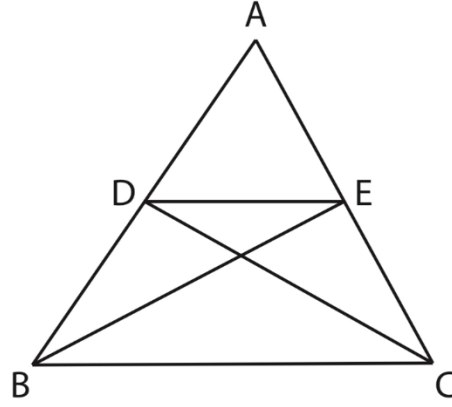


Şekil 1. Görsel algı örneği

Şekillere ilk bakıldığında şekille ilgili yapılan yorumlar görsel algıyı belirtir.

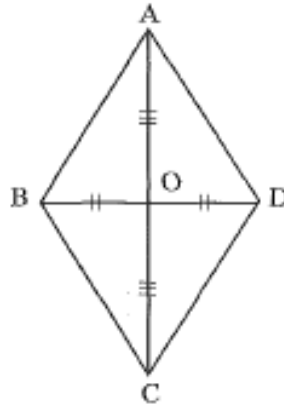
Sıralı Algı (Sequential Apprehension): Şeklin inşa edilme sürecinde ya da şeklin inşa sürecini açıklanması sırasındaki algıdır (Jones, 1998). Bu aşamda bazı teknik kısıtlamalar olabilir (Duval, 1995). Şeklin inşa sürecini açıklama işi sıralı algının işidir (Karpuz vd., 2014). Bir geometrik şekli verilen görevlere göre adım adım inşa edilmesi ya da inşa sürecinin açıklanması sıralı algıyla alakalıdır, bu algının epistemolojik rolü modellemedir (Bingölbali vd., 2016)

Sözel Algı (Discursive Apprehension): Geometrik bir şeklin matematiksel özellikleriyle ilgili sözel algı olmadan çıkarım yapılması muhakemesiz olacaktır (Duval, 1995). Sözel algının epistemolojik rolü ispattır (Bingölbali vd., 2016). Şekil 2 de ki örnek sözel algıyı açıklamaktadır.



Şekil 2. Sözel algı örneği

Şekil 2 de verilen soruya bireyler AB ve DE doğruları ile ilgili görsel olarak baktıklarında paralel olabilir, paralel gibi gözüküyor gibi cevap verebilirler. Bireyler AB ve DE doğruları için $A(ADE) = A(BDE)$ olduğu için paraleldir derlerse sözel algıyı kullanmış olurlar.



Şekil 3. Sözel Algı Örneği (Bingölbali vd., 2016).

Bireyler şekle baktığında kenarları eşit gibi düşünüp eşkenardörtgen derlerse görsel algıyla karar vermiş olurlar fakat kenarların eşitliği verilmediği ve köşegenlerinin birbirini ortalamadığını düşünerek paralelkenar olduğuna karar verirlerse sözel algıyla karar vermiş olurlar. Görsel aynı kalsa bile sözel algı gelişim gösterebilir. Şekille ilgili ilk görünüşü aynı kalsa bile şekille ilgili tespitleri değiştirmek yeterli olabilir (Duval, 1995). Sözel algı geometrik bir şeklin ilk bakışta görülemeyen algılanamayan ayrıntıları, özelliklerin teoremlerin algılanmasıdır (Sharma, 2019). Örneğin şekil bir deltoid gibi görülebilir ama özellikleri bakımından düşünülerek bir eşkenardörtgen olduğu anlaşılabilir.

İşlevsel Algı (Operative Apprehension): Bir sorunun çözümü için çözüm ipuçları, çözüm yolları, işlemleri, şekil üzerinde yapılacak değişiklikleri içerir (Jones, 1998). İşlevsel algı, geometrik şekli oluşturan parçaları, çözüm yolları, taşıma, döndürme, çözüme yönelik bir düşünce, kanı oluşturmaktır (Jones, 1998). Şekle baktığımızda çözüm yolları görebilmemiz bu algıyla oluşur (Duval, 1995). İşlevsel algının epistemolojik rolü keşfetmektir (Bingölbali vd., 2016). İşlevsel algıda şekil üzerinde üç yolla değişiklik yapılabilir (Duval, 1995).

- 1) Parça bütün değişikliği (The mereologic way): Geometrik bir şekli alt parçalara ayırma, bu parçaları farklı alt şekiller ile birleştirmeyi amaçlar.
- 2) Optik değişiklikler (The optic way): Geometrik bir şeklin ya da bileşenlerini büyütülmesini, küçültmesini veya eğilmesini amaçlar.
- 3) Pozisyon değişiklikleri (The place way): Geometrik bir şeklin konum veya yönünün değişiminin amaçları.

Duval, (1995), şekil 4 te alan ile ilgili yorumda işlevsel algının kullanımına ve parça bütün değişimini örneklemiştir.



Şekil 4. İşlevsel algı örneği

Şekil 4'deki örneğin algı süreçleri tablosu Tablo 1'de verilmiştir (Akdemir, 2022).

Tablo 1. Duval'in bilişsel modeli şekle bakma süreçleri

Şekle bakma süreci	İçerik	İşlev
Görsel Algı	<ul style="list-style-type: none"> • Şeklin görünüşü ile hareket etme • Şekil ile ilgili ilk izlenimler • Şeklin görünüşüne göre adlandırma • Şeklin bazı alt parçalarının farkına varılabilmesi 	Belirleme
Sıralı Algı	<ul style="list-style-type: none"> • Şeklin inşa sürecinin farkına varılması • Şeklin inşa adımlarını tarif edebilme • Şekli talimat ışığında oluşturabilme 	Modelleme
İşlevsel Algı	<ul style="list-style-type: none"> • Şekil üzerinde zihinsel ya da fiziki olarak değişiklik yapabilme 	Keşfetme

	<ul style="list-style-type: none"> • Parça bütün değişikliği yapabilme • Şekli büyütüp küçültme eğme yapabilme • Şeklin pozisyonunda değişiklik yapabilme 	
Sözel Algı	<ul style="list-style-type: none"> • Şekil üzerinde tanım özellik teorem kullanabilme 	İspat

Görsel algı şekle ilk bakışta oluşan izlenim, alt parçaların fark edilmesidir. Sıralı algı şekille ilgili inşa sürecini açıklama, talimatlara uygun araçla şekli oluşturma, modellemedir. İşlevsel algı şekilde zihinsel ya da fiziki olarak ekleme çıkarma yapabilme, keşfetme durumudur. Sözel algı sorunun çözümünde özellik, kural, teorem kullanma, ispat yapabilmeydir (Bingölbali vd., 2016; Jones, 1998).

Duval, (1998) de geometrik muhakemede üç tür bilişsel süreç olduğunu açıklamıştır. Birbirinden alakasız da gerçekleşebilen bu üç süreç görselleştirme, oluşturma, muhakemedir. Görselleştirme bireyde şeklin oluşturduğu sezgileridir, muhakemeye yardımcı olsa bile yanıtma durumu olabilir. Muhakeme çözümde yapılan adımların açıklanmasını, doğal söylemsel süreç ve teorik söylemsel sürecin aşamalarıdır. Doğal söylemsel süreç gündelik dil kullanma, teorik söylemsel süreç matematiksel dil kullanmadır.

Görselleştirme süreci: karmaşık bir geometrik problemin algılarla keşfedilmesidir (Jones, 1998). Algılar muhakemeyi yanıtabilir, görselleştirme ispata katkı sağlasa da muhakeme teoremlere dayanır (Karpuz, 2014).

Oluşturma süreci: Bir problemi araçlar yardımıyla oluşturmaktır (Jones, 1998). Sıralı algı ile birbirlerine katkı sunarlar (Karpuz vd., 2014).

Muhakeme süreci: Sözel algının da katkısıyla bilginin artmasını sağlayan süreçtir. Problemin çözümü yolunda mantıksal açıklama, kurallar ışığında açıklama, sebep belirtme süreçleridir (Jones, 1998).

Geometrik bir problemin muhakeme sürecinde ispat yaparken bilgide genişlemelidir. Bu süreçte günlük dil kullanma, sembolik dil kullanma, şekil ile gösterim olmak üzere temsiller vardır (Mesquita, 1998).

2.2. İlgili Araştırma ve Yayınlar

Geometri eğitimi, bireylerin düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişiminde kritik bir rol oynamaktadır. Bu alandaki araştırmalar, geometrik öğrenme yaklaşımlarının bireylerin kavramsal düşünce süreçlerine sağladığı katkıları farklı boyutlarıyla ele almaktadır. Van Hiele'nin geometrik düşünme modeli, bireylerin geometrik kavrayışını aşamalar halinde değerlendiren hiyerarşik bir yapıya sahiptir ve bu modelde bireylerin düzeyler arası geçiş yapabilme yetkinliği, gelişim göstergesi olarak kabul edilmektedir. Buna karşın, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi, geometrik düşünceyi şekil ve kavram arasındaki etkileşim bağlamında incelemektedir. Duval'in bilişsel modeli ise, geometrik düşünce süreçlerini görselleştirme, oluşturma ve muhakeme gibi alt süreçlere ayırarak bilişsel ve algısal etkileşimleri detaylı bir şekilde açıklamaktadır.

Bu bağlamda, literatür incelendiğinde, özellikle 12. sınıf düzeyindeki geometrik düşünce gelişimi ve öğretim yöntemlerinin etkisine dair sınırlı sayıda çalışmanın bulunduğu görülmektedir. Çalışmaların bir kısmı lise öğrencileri, bir kısmı ise öğretmen adayları gibi farklı örneklem grupları üzerinde yoğunlaşmıştır. Genel olarak, araştırmaların Van Hiele, Fischbein ve Duval gibi modellerin eğitim sürecine katkısını değerlendirme odaklı olduğu ve bu modellerin çeşitli yönleriyle eğitim çıktıları üzerinde farklı etkiler oluşturduğu anlaşılmaktadır.

Bu bilgiler ışığında, Duval'in bilişsel gelişim modelinin 12. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme süreçlerine etkisini değerlendiren bu çalışma, literatürdeki boşlukları doldurmayı ve farklı yaklaşımları sentezleyerek geometri eğitimine yönelik yeni bir perspektif sunmayı amaçlamaktadır.

Usiskin (1982) tarafından yürütülen çalışmada, 13 farklı liseden toplam 2700 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilen araştırmanın amacı, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerindeki değişimi belirlemek ve verilen geometri eğitiminin öğrencilerin düzeyine ne derece uygun olduğunu incelemektir. Bu amaçla, "van Hiele geometrik düşünme düzeyleri"nin öğrencilerin geometri yetkinliğini ne ölçüde tanımladığını belirlemek için öğrencilere öğretim sürecinin başında ve sonunda geometri bilgi testi ve van Hiele düzey belirleme testi uygulanmıştır. Ayrıca, öğretim sürecinin sonunda katılımcıların bir bölümünün ispat yapma becerisi değerlendirilmiştir.

Çalışmanın sonuçları, katılımcıların geometrik düşünme düzeylerinin istenilen düzeyde olmadığını göstermektedir. Bir yıl süren geometri eğitiminden sonra bazı öğrencilerin istenilen seviyeye ulaşamadığı belirlenmiştir. Araştırmacı, lise öğrencileri üzerine yaptığı çalışmanın sonucunda, geometri başarısının istenilen seviyeye gelmesi için liseden önceki öğretim kademesinde sistematik bir geometri eğitiminin olması gerektiğini belirtmiştir.

Burger ve Shaughnessy (1986) çalışmasında, Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini üçgenler ve dörtgenlerle ilgili klinik mülakatlarda verilen cevaplar aracılığıyla açıklamayı amaçlamıştır. Kırkbeş lise öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilen çalışmada, katılımcılara şekil çizimi, tanıma ve tanımlama, sınıflandırma, ispat, paralel kenarı oluşturma ve matematiksel bir sistemin parçalarını belirleme kategorilerine uygun çalışmalar verilmiştir. Bulgular arasında, birçok katılımcının geometrik model ve kavram bilgisinin eksik olduğu, bazı katılımcıların ise farklı seviyelerde olduğu tespit edilmiştir.

Mesquita (1998) tarafından yürütülen çalışmada, geometrideki dış temsillerin ve bunların öğrenme üzerindeki etkilerinin incelenmiştir. Bu çalışma, geometrideki temsillerin merkezi bir konu olduğunu vurgulamıştır. Poincare'nin (1902) belirttiğine göre, geometrik uzayın temsili, geometrik problemleri çözme sürecinde anahtar bir rol oynamaktadır.

Fuys vd. (1988) tarafından yapılan çalışmada, katılımcıların geometrik düşünme düzeylerini, karşılaştıkları zorlukları ve öğretmenlerin öğrencilerinin düzeylerini belirleyebilme yeterliliklerini incelemiştir. Araştırmaya altıncı sınıf ve dokuzuncu sınıf düzeyinde 16 öğrenci, 8 öğretmen aday ve 5 öğretmen katılmıştır. Araştırmada, görüşmelerde kullanılmak üzere etkinlikler içeren öğretimsel modüller hazırlanmıştır. Bu modüllerle öğrencilerin düşünce süreçleri ve gelişimlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Verilerin analizi için bazı değerlendirme formları oluşturulmuştur. Bu formlar, katılımcıların her modüle özgü sorulara verdikleri cevapları ve van Hiele geometrik düşünme düzeylerini içermektedir. Bulgular, altıncı sınıf katılımcılarının genel olarak geometrik dili kullanma ve düşüncelerini ifade etmede zorluk çektiklerini, bazılarının yetersiz geometrik hazırbuluşlukları ve eksik kavram bilgisi olduğunu ortaya koymuştur. Öte yandan, dokuzuncu sınıf katılımcılarıyla yapılan görüşmelerde standart olmayan dil kullanımı ve geometrik kavram bilgisinde yetersizlik gözlemlenmiştir.

Öğretimsel modüller yardımıyla yapılan görüşmelerin sonunda, katılımcıların geometrik düşünme düzeylerinde ilerleme kaydettikleri belirlenmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmelerde, yanlış inançlara sahip ve düşük seviyede olan öğretmenlerin varlığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerin seviyelerinde ilerleme kaydedildiği gözlenmiştir.

Sonuç olarak, öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşmelerden sonra öğrencilerin cevaplarını ve ders materyallerini van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre inceleyebildikleri belirlenmiştir.

Clements ve Battista (1992) çalışmasında, bireylerin geometrik şekilleri tanıma ve sınıflandırma sürecinde, prototip imgelere aşırı derecede bağlı olduklarını belirtmişlerdir. Ayrıca, Van Hiele ve Piaget arasındaki geometrik akıl yürütme ve ispatın gelişimi konusunda büyük bir fark olduğunu vurgulamışlardır.

Van Hiele modeline göre, geometrik düşünme düzeyleri öğretim ve öğrenme sürecinden etkilenir ve gelişimin seyri içerik odaklıdır. Van Hiele, mantığın önceki düşünme düzeylerinin temelinde gelişebileceğini savunarak, Piaget'nin mantığı tamamen düşünmenin temeline oturtmasını eleştirmiştir. Ona göre, geometrik mantık, ilişkiler ağının yeterince inşa edilmesine bağlı olarak daha yüksek seviyelere doğru ilerler. Mantıksal akıl yürütme yeteneği, geometrik içeriğin derinliğine bağlıdır.

Diğer yandan Piaget'e göre, öğrencilerde içeriğe bağlı olmaksızın belirli mantıksal işlemler gelişir. Örneğin, bir öğrenci dikdörtgenin dört kenarının eşit ve dört açısının dik olduğunu bilirken, karenin tüm kenarlarının eşit ve dört açısının dik olduğu bilgisine sahipse, tüm karelerin dikdörtgen olduğu sonucuna varabilir. Bu, çıkarımsal bir süreçle oluşan ve mevcut bilişsel yapıya entegre edilen yeni bir bilgidir ve mantık temelli bir şekilde oluşturulur.

De Villiers (1994) çalışmasında, dörtgenlerin sınıflandırılması konusunda iki tür sınıflandırmanın olduğunu vurgulamıştır: hiyerarşik ve parçalı sınıflandırma. Hiyerarşik sınıflamada, daha özel kavramlar genel kavramların alt sınıfı içinde bulunurken, parçalı sınıflamada kavramlar birbirinin alt sınıfında bulunmaz, bağımsız olarak düşünülür. Örneğin, hiyerarşik sınıflamada kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarların alt sınıflarıdır ve kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki kesişim kümesi içindedir. Ancak parçalı sınıflamada kare, dikdörtgen veya eşkenar dörtgen değildir ve dikdörtgen ile eşkenar dörtgen

de paralelkenar değildir. De Villiers'e göre, pek çok kişi sadece hiyerarşik sınıflandırmanın matematiksel olarak geçerli olduğuna inanmaktadır, ancak parçalı sınıflandırmanın da mantıklı olduğunu belirtmektedir. Bu algının, hiyerarşik sınıflandırmanın işlevsel görünmesinden kaynaklandığını ifade etmiş ve öğretmenlerin genellikle bu tartışmayı görmezden gelerek öğrencilere hiyerarşik sınıflandırmayı öğretmeye çalıştıklarını belirtmiştir.

Fischbein ve Nachlieli (1998) tarafından gerçekleştirilen çalışma, öğrencilerin şekil ve kavram arasındaki etkileşimi yaş ve matematiksel yeterlilik değişkenlerine göre incelemiştir. Bu çalışmada, 14-17 yaşları arasında 218 lise öğrencisiyle yapılan bir çalışmaya dayanılmıştır. Öğrenciler, yaşlarına ve matematiksel yeterliliklerine göre üç ayrı seviyeye (matematikte başarılı olanlardan başarısız olanlara doğru) ayrılmıştır.

Çalışmada, öğrencilere paralelkenarı tanımlama, verilen geometrik şekiller içinden paralelkenarı seçme, bir üçgenin yüksekliğini tanımlama, verilen üçgenlerin yüksekliklerini çizme, farklı konumlarda verilen dik üçgenleri belirleme, deltoit'in tanımından hareketle verilen geometrik şekiller arasından deltoidi belirleme gibi alanlarda sorular yöneltilmiş ve öğrencilerin cevapları yaş ve matematiksel yeterliliklerine göre sınıflandırılmıştır.

Elde edilen bulguların analizinde, yaş değişkeninin öğrencilerin başarısında bir etkisinin olmadığı ancak öğrencilerin matematiksel yeterliliklerinin şekil ve kavram etkileşimi üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Çalışma, öğrenme ortamlarının yapısının şekil ve kavram etkileşimi üzerinde etkili olduğunu ve öğretmenlerin bu etkileşimi sağlayabilecek etkinliklere öğrenme ortamlarında yer vermesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu sonuçlar, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirebilmeleri için öğrenme ortamlarının öneminin dikkate alınması gerektiğini göstermektedir.

Jones (1998) makalesinde, geometrik muhakemeyi inceleyen üç farklı yaklaşımı - Van Hiele modeli, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli - detaylı bir şekilde ele almıştır. Makalede, bu yaklaşımların geometrik muhakemeyi bilişsel açıdan ele alan çerçeveler olduğu vurgulanmıştır. Özellikle, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modelinin, geometrik muhakemeyi daha derinlemesine analiz etmek için daha uygun olduğu belirtilmiştir. Bu yaklaşımlar, geometrik muhakemeyi anlamının ve öğrenmenin temelindeki bilişsel süreçleri açıklamak için önemli birer çerçeve olarak öne çıkmıştır.

Houdement ve Kuzniak (2003) Geometrik Paradigmalar çerçeveleri temel alınarak tasarlanan araştırmada, nicel ve nitel yaklaşımların bir arada kullanıldığı bir metodoloji izlenmiştir. Nicel veriler, kentsel ve kırsal b6lgelerdeki okullarda 6đrenim g6ren 9, 10 ve 11. sınıf d6zeyindeki 881 6đrenciye uygulanan 16 g6revden oluşan bir test ile toplanmıştır. Nitel veriler ise, testte yer alan d6rt g6revin 6z6m6ne y6nelik klinik g6r6şmeler yoluyla elde edilmiştir.

Araştırma sonuçlarına g6re, bir sınıf d6zeyinden 6st d6zeye geçildikçe 6đrencilerin geometrik Şekilleri kavramalarının geliştiği ve 6đrencilerin algısal ve işlevsel kavramaya y6nelik g6revleri daha kolay 6zebildikleri, ancak en çok sıralı ve kavramsal kavramaya y6nelik g6revlerin 6z6m6nde g6l6k çektikleri ortaya konmuştur. Bununla birlikte, algısal kavramanın uygun kavrama t6r6n6 geçersiz kılacak Şekilde g6revlerin 6z6m6ne karışması, 6đrencileri yanlış cevaplara veya yanlış 6z6m s6relerine y6nlendirmiştir. 6đrenci hatalarının çoğunlukla algısal kavrama ile ilişkili olduğu g6r6lm6ştir.

Fujita ve Jones (2006) alışmasında, 6đretmen adaylarının d6rtgenleri tanımlama ve sınıflandırma yeteneklerine odaklanılmıştır. Bu alışma, Fischbein'in Şekilsel Kavram Teorisi'ne dayanarak y6r6t6lm6ştir. Araştırma, İskoçya'da d6rt yıllık bir 6đretmen eğitim programına katılan ve çoğunluğu 18 yaşında olan 158 sınıf 6đretmeni adayının, yamuk, dikd6rtgen, paralelkenar ve kare kavramlarına y6nelik d6ř6nme s6relerini incelemiştir. Bu bağlamda, bireysel Şekilsel kavramlar ile formal Şekilsel kavramlar arasındaki farkı araştırmıştır. Sonuçlar, 6đretmen adaylarının çoğunun en azından yamuk d6rtgenler dışındaki d6rtgenlerin g6r6nt6lerini doğru bir Şekilde izebildiğini, ancak bu kavramları doğru olarak tanımlama konusunda yetersiz kaldıklarını g6stermektedir.

Okur (2006), geometri derslerindeki başarısızlık ve 6z6m yolları araştırılmıştır. Konuların 6đretmenler tarafından d6z anlatımla anlatıldığı ve 6rnek 6z6d6đ6 ortaya çıkarılmıştır. Geometri dersinin az olduğu ve materyal eksikliği sonucuna ulaşılmıştır.

Aydin vd. (2006) tarafından yapılan çalışmada, geometri eğitiminde Şekillere ve temsillere bağlılığın, 6đrencilerin uzamsal d6ř6nme becerilerini nasıl etkilediği incelenmiştir. Araştırmada, aynı sınıftaki 6đrenciler rastgele iki gruba ayrılmış ve her bir gruba farklı Şekilde sorular y6neltilmiştir. Bir gruba, s6zel ifadeler ve Şekillerin birlikte olduğu sorular sorulurken, diğer gruba sadece s6zel ifadelerle, Şekilsiz sorular y6neltilmiştir. Çalışma sonuçlarına g6re, yalnızca s6zel ifadelerle sorulan sorulara cevap veren 6đrencilerin, s6zel

ifadeleri uygun şekil çizerek aktarmakta zorlandıkları ve doğru cevaba ulaşmada sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Şekillere bağlılığın, geometri öğretiminde öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin gelişmesini engelleyici bir etkiye sahip olduğu ortaya konmuştur. Çalışmada, özellikle 3 boyutlu muhakeme gerektiren sorularda şeklin verilmemiş olmasının, öğrencilerin sorunun doğru cevabını bulmalarını zorlaştırdığı belirtilmiştir. Sonuç olarak, şekillere aşırı bağlı kalınarak yapılan öğretimin, öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin gelişimini engelleyebileceği vurgulanmıştır. Bu durum, öğrencilerin geometrik uzayı geri plana atmasına ve temsil-şekil uzayında kalmalarına neden olabilir. Dolayısıyla, dengeli bir öğretimde kavram tanımlarına yeterince önem verilmesi önerilmiştir.

Oren (2007), 10. Sınıf öğrencilerinin geometri sorularının çözümünde yaptıkları ispat şemaları ve bilişsel stillerinin cinsiyete göre farklılıklarının araştırıldığı çalışmada öğrenciler dışsal dayanıklı ve deneysel ispat şemalarını analitik ispat şemalarına göre daha fazla kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre deneysel ispat şemalarını daha verimli kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. Alan bağımlı öğrenciler dışsal dayanıklı ve deneysel ispat şemalarını alan bağımsız öğrencilere kıyasla daha fazla kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin ispat şema kullanımında bilişsel stil ve cinsiyet arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Öğrencilerin ispat şemalarının kullanımında ortaya çıkan farklılıkların kişisel farklılıklar olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Okazaki ve Fujita (2007) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, dörtgenler arasındaki ek ilişkilerin anlaşılma süreçleri incelenmiştir. Araştırma, öğrencilerin kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar gibi dörtgen türleri arasındaki kavramsal ilişkilerin anlaşılmasında zorluklar yaşadıklarını belirlemiştir.

Pickreign (2007), 40 öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilen bir betimsel araştırmada, öğretmen adaylarının paralelkenar sınıfına ait şekiller üzerindeki ilişkilerini incelemiştir. Araştırmasında, katılımcıların sadece 9'unun dikdörtgen tanımını yeterince doğru şekilde verebildiğini, yalnızca 1 katılımcının ise eşkenar dörtgen tanımını tam olarak sunabildiğini belirlemiştir. Bu bulgular, özellikle geometri konusunda öğretmenlerin matematiksel kavrayışlarını geliştirmeleri gerekliliğiyle uyumlu olduğunu göstermektedir.

Atebe ve Schäfer (2008) çalışmasında, Nijeryalı ve Güney Afrikalı öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri modeline dayalı kavramsal anlayışlarını araştırmışlardır. Çalışma ayrıca öğrencilerin okul geometrisindeki kavramsal yanlışlarını da ortaya

çıkarmıştır. Seçilen 36 öğrencinin 10., 11. ve 12. sınıflardan olduğu çalışmada, üçgen ve dörtgen kavramlarını kavrayışları incelenmiştir. Görevler, şekillerin tanımlanması ve adlandırılması, şekillerin özelliklerinin belirtilmesi ve şekillerin sınıflandırılmasını içermiştir. Araştırmada, birçok Nijeryalı ve Güney Afrikalı lise öğrencisinin üçgen ve dörtgen kavramları hakkında bazı yanlış anlamalara sahip olduğu ortaya konmuştur. Genel olarak geometrik bir şekli tanımlarken belirsiz terminolojinin yaygın olduğu belirtilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin çoğunluğunun Van Hiele modelindeki 0. düzeyinde olduğu ve üçgenleri dörtgenlerden ayırt edebilmelerine rağmen aynı sınıftan olan şekilleri ayırt etmek için uygun terminolojiye sahip olmadıkları gözlemlenmiştir. Diğer yandan, öğrencilerin büyük bir kısmının şekilleri adlandırmayı, şeklin özelliklerini belirtmekten daha kolay bulduğu vurgulanmıştır. Öğrencilerin çoğunluğunun, üçgen kavramını dörtgen kavramına göre nispeten daha iyi anladıkları ifade edilmiştir.

Usiskin vd. (2008) çalışmalarında, çokgen kavramını tanımlamak için yeni bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Özellikle dörtgenler arasındaki ilişkilere dayalı tanımlamalarını kapsayıcı tanımlamalar olarak adlandırmışlardır. Bu tanımlamalar, bir dörtgenin diğer bir dörtgenin tanımını da içermesi prensibine dayanmaktadır.

Torregrosa ve Quesada (2008) çalışmasında, sınıf öğretmeni adayları ile yapılan araştırmada, aday öğretmenlerin geometride verilen bir önermenin ispatını yaparken kullandıkları sözel ve işlevsel algılar incelenmiştir. Bu çalışmanın amacı, öğretmen adaylarının ispat yaparken geometrik şekli ve matematiksel ilkeleri nasıl kullandıklarını anlamak ve açıklamaktır. 55 öğretmen adayıyla gerçekleştirilen çalışmada, öğrencilere bazı önermeler verilerek bunları ispatlamaları istenmiştir. Elde edilen veriler, ispatlar küçük parçalara ayrılarak numaralandırılmış ve her bir numara önceden belirlenen şekle bakma süreçlerinin göstergeleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının çoğunun teorik muhakeme sürecine geçmelerini sağlayacak sözel algı ile işlevsel algı arasındaki koordinasyonun yetersiz kaldığı belirlenmiştir. Bu sonuçlar, bazı öğrencilerin formel ispat yaparken yaşadıkları güçlüklerin bir açıklamasını sağlamaktadır, diyebiliriz.

Şerbetçi (2009), ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometri derslerinden ne kadar faydalandıkları ve öğretmen olduklarında ne kadarını kullanacakları araştırılmıştır. Adaylar derslerin fazla akademik olduğu düşüncesinde olduğu, öğrendikleri ile öğretecekleri arasında çok benzerlik olmadığı sonucu ortaya konmuştur. Adayların ortaöğretimde

kullanacağı temel kavramlar hakkında eğitim almak düşüncesinde oldukları ortaya çıkarılmıştır.

Çağlayan (2010), ortaöğretim 10. Sınıf öğrencilerinin geometri dersindeki öz yeterlilik algısını ve tutumunun akademik başarısını yordayıp yordamadığı araştırılmıştır. Araştırmada geometri dersindeki öz yeterlilik algısının ve derse dönük tutumun akademik başarısını yordadığı ortaya çıkarılmıştır. Cinsiyete göre ise kız öğrencilerin geometri dersine dönük öz yeterlilik algısının akademik başarılarını yordadığı, tutumlarının ise akademik başarılarını yordamadığı sonucu ortaya çıkarılmıştır.

Panaoura ve Gagatsis (2010) tarafından yürütülen çalışmada, ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik muhakeme süreçleri Houdement ve Kuzniak'ın geometrik paradigmaları çerçevesinde incelenmiştir (Houdement ve Kuzniak, 2003; Houdement, 2007). Bu bağlamda, düzlem geometrisi konularını içeren üç soru hazırlanmış ve öğrencilerin verdiği cevaplar, kullanılan stratejiler ve yapılan genel hatalar değerlendirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin kullandıkları stratejiler ve yaptıkları hataların, buldukları geometrik paradigmadan kaynaklandığı belirlenmiştir. Doğal geometri paradigmalarında yer alan öğrencilerin geometrik şekilleri teorik bir nesne olarak algılamadıkları ve bu nedenle soru çözerken tümdengelim düşünme yeteneğinden yoksun oldukları, şeklin görsel özelliklerini kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir.

Deliyeanni vd. (2010) araştırması, Duval'in kavrama türlerinden algısal, söylemsel ve işlevsel kavramanın geometrik şekil algısı üzerindeki rolünü incelemiştir. Bu bağlamda, ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin geometrik şekli anlama düzeyindeki benzerlikleri ve farklılıkları, ayrıca algısal, söylemsel ve işlevsel kavramalarla ilgili görevlerin çözümü sırasındaki davranış biçimleri araştırılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını, yaşları 10-14 arasında olan 5 ve 6. sınıf öğrencileri (ilkokul) ile 7 ve 8. sınıf öğrencileri (ortaokul) oluşturmuştur. Araştırma sonuçları, ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin performansı ile görevlerin çözümü sırasında davranış biçimleri arasındaki farklılıkları ortaya koymuştur. Ortaokul öğrencilerinin performanslarının daha yüksek çıktığı bulgusuyla, öğrencilerdeki performans gelişimi ile bilişsel gelişimin ilişkilendirilebileceği belirtilmektedir.

Michael vd. (2011) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, 9 ve 10. sınıf öğrencilerinin işlevsel algı süreçlerini incelemiştir. Bu çalışmada, 616 öğrenci üzerinde işlevsel algının özelliklerini (parçalama, büyütme ve yer değiştirme) yansıtan üç çoktan seçmeli soru

kullanılmıştır. 9. ve 10. sınıf öğrencilerinin aldıkları puanlar t testi kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, öğrencilerin en düşük başarıyı, işlevsel algının bir göstergesi olan şekli parçalarına ayırma ve bu parçaları birleştirerek başka şekiller oluşturma davranışında gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca, 10. sınıf öğrencilerinin 9. sınıf öğrencilerine göre işlevsel algılarının daha iyi olduğu tespit edilmiştir.

Michael (2013) tez çalışmasında, lise öğrencilerinin geometrik görevlere odaklandıklarında Duval'in şekle bakma süreçlerini nasıl harekete geçirdiklerini incelemiştir. Araştırmasında, bireylerin seçtikleri algıların uygun bir şekle bakma süreci olup olmadığını ve muhakemelerin oluşmasını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Görsel algının, işlevsel kavrayışın harekete geçirilmesinde önemli bir rol oynadığını belirtmiş, bireylerin görsel algılar temelinde şekil üzerinde gerekli olan yeniden yapılandırmayı fark ettiklerinde, işlevsel algılarını da uygun bir biçimde harekete geçirebildiklerini vurgulamıştır. Ancak, görsel algı ile gerekli alt şekiller yeterince fark edilmez veya tanınmazsa, işlevsel algı için gereken şekli yeniden yapılandırma ve şekil üzerinde kritik değişiklikler yapabilme becerisinin etkin hale gelmeyeceğini belirtmiştir. Bununla birlikte, çalışmasında işlevsel algının geometrik görevlerde önemli olduğunu vurgularken, görsel algının bazen işlevsel algının oluşmasını engelleyici bir rol oynayabileceğini belirtmiştir. Ayrıca, görsel algının sözel algı için de engel teşkil edebileceğini ve geometrik ispat sürecinde gerekli ilişkilerin anlaşılmasını geçersiz kılabileceğini vurgulamıştır. Michael'a göre, görsel algı muhakemede etkin olduğunda, diğer şekle bakma süreçlerini baskılayabilir.

Llinares ve Clemente (2014) çalışması, sınıf öğretmeni adaylarının geometride bir önermenin ispatını yaparken şekil ile matematiksel ilkeler arasındaki ilişkileri karakterize etmeyi amaçlamıştır. 97 öğretmen adayıyla yürütülen çalışmada, geometrik şeklin beraberinde verildiği iki geometrik ispat sorulmuş ve öğrencilerden verilen ispatları yapmaları istenmiştir. Verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının ispat yaparken iki farklı şekilde geometrik şekil ile matematiksel ilkeler arasında ilişki kurduklarını göstermektedir.

Karpuz vd. (2014) çalışmasında, 9 ve 11. sınıf öğrencileri üzerinde şekil ve kavram bilgilerini incelemiştir. Araştırmada, öğrencilerin şekilli olarak verilen soruları çözmeye daha başarılı oldukları ancak şekilsiz olarak verilen sorularda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu zorlukların, öğrencilerin prototip algılara dayalı hareket etmeleri ve kavramsal bilgiye örnek teşkil eden şekillerin hatalı çizilmesinden kaynaklandığı vurgulanmıştır.

Çalışmada ayrıca, öğrencilerin şekil bilgisini kavramsal bilgiye göre daha rahat kullandıkları ve kavram bilgisinin eksikliğinin geometrik görevlerde zorluklar yaşanmasına sebep olduğu belirtilmiştir.

Delice ve Karaaslan (2015) çalışmasında, dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin çokgenlere ilişkin performansı üzerindeki etkisi ve öğrencilerin bilgisayar destekli öğretime yönelik tutumları incelenmiştir. Çalışma, 36 9. sınıf öğrencisi ve 6 matematik öğretmeniyle gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, GeoGebra ve Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımlarıyla yapılan etkinliklerin öğrencilerin çokgen sorularına yönelik performansını olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin bu yazılımlarla yapılan dersleri daha eğlenceli buldukları ve derse yönelik ilgilerinin arttığı gözlemlenmiştir.

Karakuş ve Erşen (2016) tarafından yürütülen çalışma, sınıf öğretmen adaylarının özel dörtgenlere yönelik kavram imgelerini araştırmıştır. Çalışmada, öğretmen adaylarının dörtgenleri çizimlerinde kullanılan notasyonlar ve bu çizimlerin dörtgenler arasındaki ilişkileri yansıtmaya becerileri incelenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre, öğretmen adaylarının dörtgenleri çizimlerinde belirli notasyon eksiklikleri olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, dörtgenler arasındaki ilişkiler konusunda da bilgi eksikliklerinin gözlemlendiği ve bu eksikliklerin çizimlerine yansıdığı tespit edilmiştir. Özellikle, yamuk kavramında hatalı kavram imgelerine sahip oldukları vurgulanmıştır.

Bütüner ve Filiz (2016) tarafından gerçekleştirilen çalışma, 44 matematik öğretmen adayının dörtgenleri sınıflandırma becerilerini incelemiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının dörtgenlerle ilgili bilgi düzeyleri ve bu kavramları sınıflandırmadaki başarıları değerlendirilmiştir. Çalışmanın bulgularına göre, katılımcıların büyük bir çoğunluğu yani %86'sı yamuğun, %59'u dikdörtgenin, %45'i de paralelkenarın özel halleri hakkında yeterli bilgiye sahip olmadığını belirtmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve deltoid gibi dörtgen türlerini hiyerarşik olarak sınıflandırmada zorlandıkları ve bu konuda sorunlar yaşadıkları vurgulanmıştır.

Bülbül (2016), matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünce alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik düzenlenen öğrenme ortamı değerlendirilmiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının geometrik düşüncelerini başlangıca göre geliştirdiği ortaya çıkarılmıştır. Adayların geometri problemlerinde zorlandığında dinamik düşünmeye çalıştığı, farklı çözüm

yollarına başvurduğu, ortaya çıkarılmıştır. Adayların ilişkilendirme, genelleme, hareketli düşünebilme, yansıtma yapabildiği ortaya çıkarılmıştır.

Gürhan ve Tapan Broutin (2017) çalışmalarında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesik üçgenlerle ilgili geometrik görevlerde Duval'in tanımladığı şekle bakma süreçlerini nasıl kullandıklarını araştırmışlardır. Her bir katılımcının, geometrik probleme farklı bir algı türüyle yaklaştığını ve problemi çözerken benimsedikleri algı türünün, görevin çözümünü önemli ölçüde etkilediğini vurgulamışlardır. Araştırmalarında, geometrik problemi doğru olarak çözen bireylerin genellikle daha çok sözel algıyı kullandığı, diğer algı türlerini (görsel ve işlevsel) kullanan bireylerin ise problemi çoğunlukla hatalı çözdükleri belirtilmiştir.

Karpuz (2018) çalışmasında, Duval'in bilişsel modeli temelinde öğrenme ortamlarının tasarlanması ve değerlendirilmesi üzerine araştırma yapılmıştır. Bu araştırma kapsamında, bir devlet lisesinde rastgele seçilen iki 9. sınıf öğrenci grubunda farklı öğretim yöntemleri uygulanmıştır. Bir grupta Duval'in bilişsel modeli temelinde tasarlanan öğretim planı uygulanırken, diğer grupta geleneksel bir öğretim yöntemi tercih edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, Duval'in modeline dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının, öğrencilerin teorik muhakeme yeteneklerini geleneksel öğrenme ortamına göre daha olumlu yönde geliştirdiği belirlenmiştir. Ancak, öğrencilerin şekle bakma süreçlerinde belirgin bir gelişme gözlemlenmemiştir.

Duatepe (2018) tarafından yürütülen çalışma, sınıf öğretmen adaylarının çokgenlerin temel özelliklerine ilişkin alan bilgisine odaklanmıştır. Çalışma, 60 öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiş ve katılımcıların çokgen kavramını anlama düzeylerini değerlendirmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, katılımcıların büyük bir çoğunluğunun üçgen dışında kalan dışbükey çokgenleri tanıyabildiği ancak içbükey çokgenleri belirlemede zorlandığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğretmen adaylarının önemli bir kısmının çokgenin en az 3 kenara sahip olması ve kapalı bir şekil olması gerektiği temel özelliklerini bilmediği tespit edilmiştir. Katılımcıların yarısından fazlasının ise, kenarları doğrusal olmayan şekilleri de çokgen olarak değerlendirdiği belirlenmiştir.

Ramatlapana ve Berger (2018) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, Duval'in bilişsel modeline dayanarak matematik öğretmen adaylarının geometrik muhakeme becerileri ve muhakeme sürecindeki düşünceleri incelenmiştir. Öğretmen adaylarının genellikle muhakeme sürecindeki düşüncelerinin görsel ve sözel algıya yönelik olduğu ve bilişsel süreç ile

görselleştirme ve muhakeme süreci arasındaki etkileşimi kurmada zorlandıkları gözlemlenmiştir.

Sharma (2019) çalışmasında, geometri eğitimine yönelik kullanılan teorilerin eleştirel bir karşılaştırmasını sunmuştur. Van Hiele modeli, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi, Duval'in bilişsel teorisi, Wessels ve Van Niekerk'in SOC modeli ve Sfard'ın commognition teorisi gibi teoriler ele alınmış ve tartışılmıştır. Araştırmada, geometri öğretimindeki perspektiflerin genellikle 2 boyutlu geometriye odaklandığı ve 3 boyutlu geometrinin ikinci planda kaldığı ifade edilmiştir. Bu teorilerin çoğunun, üç boyutlu geometri kavramlarının gelişimini göz ardı ederek, iki boyutlu geometri kavramlarının gelişimini vurguladığı belirtilmiştir. Ayrıca, bu teorik perspektiflerin geometri alanındaki dilin rolünü (geometri dersinin çok dilli bağlamını) ele almaya pek az odaklandığına dikkat çekilmiştir.

Zeybek (2019) tarafından gerçekleştirilen çalışma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenleri ve geometrik cisimleri sınıflandırma becerilerini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Bu çalışma, 39 öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiş ve katılımcıların çoğunluğunun dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırmasını tam olarak kavrayamadıklarını, geometrik cisimleri ayırt etme konusunda ise prototip algılarına dayanarak hatalı ilişkilendirmeler yaptıklarını ortaya koymuştur.

Kızılsékili (2019), ortaöğretim matematik ve geometri alanındaki üçgenler konusunun kazanımları ile içeriğinin karşılaştırılması yapılmıştır. Araştırma sonunda 1992 programında bir tek amaç ve davranış olduğu, 2010 programında ise kazanım, kazanım ayrıntıları ve etkinlik örnekleri olduğu sonucu ortaya çıkarılmıştır.

Tutan (2019) çalışmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri öğretimindeki davranışları incelenmiştir. Araştırmada, geometri içerikli derslerde matematik öğretmenlerinin genel olarak Duval'in modelindeki görselleştirme ve muhakeme süreçlerine odaklandıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin geometri derslerinde en fazla görselleştirme sürecine vurgu yaptıkları, bunu muhakeme sürecinin takip ettiği belirtilmiştir. Diğer süreçlere ise daha az vurgu yapıldığı gözlemlenmiştir.

Karpuz ve Atasoy (2019), 9. sınıf öğrencilerinin geometrik şekil kaygılarının incelenmesi üzerine yaptığı çalışmada öğrencilerin yarısından fazlasının algısal, söylemsel ve işlemsel kavrama türlerinin lise geometrisi için yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin çoğunun geometrik şekil içinde yer alan çeşitli alt figürleri tanımda, sözel

bilgiyi görsel bilgiye dönüştürmede, görsel bilgiye dayalı sözel bilgi türetmede, görünümünden etkilenmeden sonuca varmada, bir figürün ve geometrik şekillerin ayrıştırılmasında ve yeniden birleştirilmesinde başarısız olduklarını ortaya çıkarmıştır.

Kobal (2020), 10. Sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5E öğrenme döngüsüne modeline dayalı öğretimin öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisini araştırdığı çalışmasında 5E öğrenme döngüsü modeline dayalı eğitimin geometrik düşünce seviyelerini pozitif yönde etkilediği sonucunu ortaya çıkarmıştır.

Akbay (2000), farklı sınıflardaki öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemiş, 7,8,10 ve 11. Sınıf düzeylerinde anlamlı bir ilişki olduğu ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin geometrik düşüncelerinin yaşa bağlı olmayabileceği, geometri deneyimleri ile gelişebileceği sonucu ortaya konmuştur. Geometrik başarısı ile Van Hiele seviyeleri arasında ilişki olduğu ortaya konmuştur.

Monaghan (2000) tarafından yürütülen çalışmada, 11 ve 16 yaş grubundaki bireylerin çokgenleri ayırt etme süreçleri üzerinde durulmuştur. Araştırma, bireylerin şekilleri tanımlama ve ayırt etme konusunda, şekillerin standart gösterimlerine yani prototiplere aşırı derecede güvendiklerini ortaya koymuştur. Monaghan, öğrencilerin Vygotsky'in belirttiği türden bir bilişsel çatışmaya maruz kalmadıkları sürece, yamuğun, kare, paralelkenar, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenden daha kapsayıcı bir şekil olduğunu fark etmelerini sağlayacak ileri düzeyde muhakemeler geliştirmelerinin pek olası olmadığını ifade etmiştir.

Aytekin (2021), 10. sınıf matematik ders kitabındaki geometri örneklerinin çözümlerinin Duval'in bilişsel modeli çerçevesinde incelenmiş, örnek ve çözümlerinin Duval'in bilişsel modeline uygun hazırlandığı sonucu ortaya çıkarılmıştır. Hazırlanan sorularda bilişsel süreçlerin eşit dağılmadığını ortaya çıkarmıştır. Araştırmada çoğunlukla bilişsel süreçlerde görselleştirme ve teorik muhakeme üzerinde durulmuş, algısal süreçlerde ise görsel sözel ve işlevsel süreçlerin arka planda kaldığı sonuna varılmıştır.

Gömlekçi (2021), fen lisesi öğrencilerinin geometri dersindeki başarısı ile Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki araştırılmış, adayların %63'nün 3. düzeyde ve daha üst düzeylerde olduğu sonucu ortaya çıkarılmıştır. Araştırmaya konu olan fen liseleri arasında öğrencilerin seviyeleri arasında anlamlı farklılıklar olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Literatür taraması sonucunda, öğrencilerin hedeflenen geometrik bilgi seviyelerine ulaşmakta güçlük çektikleri görülmüştür. Duval'in bilişsel gelişim modeli, geometrik düşünme ve öğrenme süreçlerini anlamak için kapsamlı ve güçlü bir çerçeve sunmaktadır. Literatürdeki çalışmalar, bu modelde vurgulanan temsillerin ve temsiller arası dönüşümlerin önemine dikkat çekmekte ve öğrencilerin bu süreçlerde karşılaştıkları zorlukları ortaya koymaktadır. Bu bulgular, Duval'in bilişsel gelişim modelinin geçerliliğini ve eğitimdeki potansiyelini desteklemektedir.

Araştırmalar, hem öğrencilerin hem de öğretmen adaylarının geometrik bilgi seviyelerinin geliştirilmesinde Duval'in modeli çerçevesinde daha ayrıntılı çalışmaların yapılmasının gerekliliğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, geometri eğitiminin, bireylerin görsel, sözel ve işlevsel algı süreçlerini dengeli bir şekilde harekete geçirecek şekilde yapılandırılması önem arz etmektedir.

Literatür incelendiğinde, araştırmaların genellikle ortaokul düzeyine odaklandığı, ancak ortaöğretim öğrencileriyle ilgili çalışmaların sınırlı sayıda olduğu tespit edilmiştir. Ortaöğretim 12. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgi seviyelerinin Duval'in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde incelenmesi, geometri öğretimi ve öğrenimi üzerine yapılan araştırmalarda önemli bir boşluğu doldurabilir. Bu alandaki mevcut literatür, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini anlamak ve geliştirmek için değerli bir rehber niteliği taşımaktadır.

Bu çalışma, öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerini değerlendirerek Duval'in modeline dayalı olarak geometri öğretimini geliştirmek için önemli katkılar sağlayabilir. Aynı zamanda, bu araştırmanın, geometri eğitimi alanındaki mevcut literatüre özgün bir katkı sunacağı ve öğretim uygulamalarını iyileştirme noktasında faydalı bir kaynak olacağı düşünülmektedir.

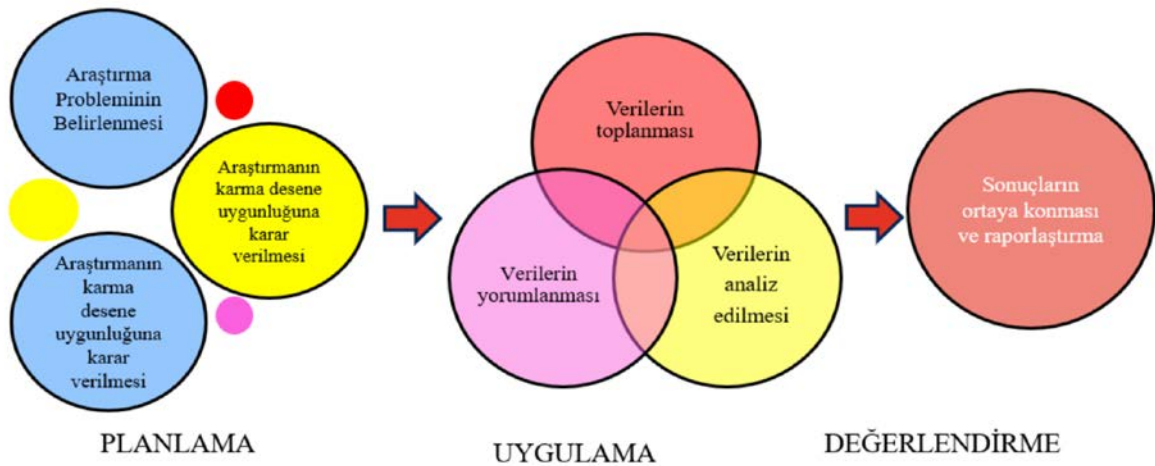
BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, veri toplama araçları, veri toplama araçlarının geliştirilme aşamaları, araştırmanın uygulama basamakları ve veri analizi hakkında bilgi verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, özel bir eğitim kurumunda eğitim gören 12. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgi seviyelerini derinlemesine incelemek amacıyla karma desen kullanılmıştır. Günümüzde araştırmacılar, çalışmalarında güvenilirliği artırmak için farklı yöntemleri bir arada kullanmaya başlamışlardır. Bu çalışmada tercih edilen karma desen, nitel ve nicel verilerin birlikte kullanılmasını sağlayan açıklayıcı sıralı desendir (*explanatory sequential design*). İlk aşamada, öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerine ilişkin nicel veriler toplanmış, ardından bu nicel bulguları daha derinlemesine açıklamak amacıyla nitel veriler toplanmıştır. Bu desen, nicel bulguların açıklanmasında nitel verilerin katkısını ortaya koyarak araştırmanın amacına daha kapsamlı bir bakış açısıyla ulaşılmasına imkân tanır. Karma yöntem, nitel ya da nicel yöntemin tek başına kullanılmasına göre verilerin daha iyi anlaşılmasına olanak sağlar (Creswell vd., 2012). Karma yöntem araştırma süreci Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. Karma yöntem araştırma süreci (Johnson ve Onwuegbuzie, 2004)

Bu çalışmanın nicel boyutunda, ortaöğretim 12. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgi seviyeleri üzerindeki etkisini incelemek amacıyla Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak hazırlanan dersin etkisi araştırılmıştır. Bu doğrultuda, deneysel desen temel alınarak kontrol gruplu ön test-son test tasarımı kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, özel bir eğitim kurumunda eğitim gören 46 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler TYT deneme sınavlarındaki 10 geometri sorusu üzerinden yaptıkları doğru sayıları dikkate alınarak farklı geometri bilgi seviyelerine sahip öğrencilerden oluşturmaktadır. Bu öğrenciler, rastgele atama yoluyla 22 kişilik kontrol grubu ve 24 kişilik deney grubu olarak ikiye ayrılmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilere MEB müfredatına uygun anlatım gerçekleştirilirken, deney grubundaki öğrencilere Duval'in bilişsel gelişim modeline göre tasarlanan ders anlatılmıştır.

Bu çalışmanın temel amacı, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretimin, MEB müfredatına uygun öğretime kıyasla öğrencilerin geometrik bilgi seviyeleri üzerindeki etkisini karşılaştırmaktır. Bu kapsamda, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı ders içeriği, Yavuz Karpuz (2018) tarafından geliştirilen ders materyalleri ve iki alan uzmanının görüşleri doğrultusunda 12. sınıf müfredatına uyarlanarak hazırlanmıştır.

Veri toplama sürecinde, her iki gruptaki öğrencilere ders öncesinde ve sonrasında toplam 14 soru sorulmuştur. Bu sorular, Duval'in "şekle bakma bilişsel süreç" sorularından oluşan 5 soru ve "teorik muhakeme" sorularından oluşan 9 soruyu içermektedir. Sorular, öğrencilerin şekil tanıma ve teorik muhakeme düzeylerini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar ve çözüm süreçleri video kaydı ile kayıt altına alınmıştır.

Elde edilen video kayıtları, Yavuz Karpuz (2018) tarafından geliştirilen ve Duval'in "şekle bakma" ve "teorik muhakeme" bilişsel süreçlerine dayalı olarak tasarlanan rubrik ile analiz edilmiştir. Bu rubrik, öğrencilerin çözüm süreçlerindeki bilişsel gelişim düzeylerini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Rubrik, iki alan uzmanının görüşleri doğrultusunda uyarlanarak nihai hale getirilmiştir. Öğrencilerin video kayıtları bu rubrik aracılığıyla analiz edilerek, her iki grup arasındaki farklar nicel olarak ortaya konmuştur. Bu süreç, deney ve kontrol grupları arasındaki öğretim yönteminin öğrencilerin geometrik bilgi seviyeleri üzerindeki etkisini belirlemek için kullanılmıştır. Çalışmanın nitel boyutunda, gerçekleştirilen derslerin öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerine etkisi ve öğrencilerin uygulamaya yönelik görüşleri incelenmiştir.

3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Bu araştırmanın evrenini, 2023-2024 eğitim öğretim yılında Ankara ilindeki MEB'ye bağlı özel bir eğitim kurumunda öğrenim gören 12. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu öğrenciler, farklı akademik başarı seviyelerine sahip olup, kurumun sunduğu eğitim programını takip eden öğrencilerdir. Bu evren, genel olarak Ankara'da bulunan lise düzeyindeki öğrencilerin özelliklerini yansıtmaktadır.

Araştırmanın örnekleme, evrenden rastgele seçilen 12. sınıf öğrencilerinden oluşmakta olup, bu seçimde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak farklı net sayısına sahip iki grup oluşturulmuştur. Araştırmada farklı geometri bilgi seviyesindeki öğrencilerde Duval'in bilişsel gelişim modelinin etkisini incelemek amacıyla, 3 adet TYT denemesinde 10 geometri sorusu üzerinden kolay, orta ve iyi seviye olan 12. sınıf öğrencilerinden rastgele seçilen iki grup üzerinde çalışılmıştır. Gruplar, öğrencilerin sınav performansları göz önünde bulundurularak rastgele belirlenmiş olup, 30 deney grubu 30 kontrol grubu oluşturulmuştur. Öğrencilerin sınav grubu olmasından bazılarının zaman ayıramaması ve bazılarının kayıt alınmasından dolayı vazgeçmesi üzerine 24 deney grubu ve 22 kontrol grubu olmak üzere toplamda 46 öğrenci bu çalışmaya dâhil edilmiştir. Çalışmada yer alan gruplar, MEB müfredatına uygun olarak ve Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı ders anlatımı yapılan sınıflardan oluşmaktadır.

Örneklem seçiminde şu adımlar izlenmiştir: İlk olarak, 12. sınıf öğrencilerinin sınav performanslarına göre net sayıları belirlenmiş ve bu performans farklılıkları dikkate alınarak iki farklı grup oluşturulmuştur. Bu gruplar, öğrencilerin başarı düzeylerini yansıtacak şekilde dengelenmiştir. Daha sonra, bu iki grup rastgele yöntemle belirlenmiş, bir grup MEB müfredatına uygun anlatım yöntemine tabi tutulurken, diğer grup Duval'in bilişsel gelişim modeline göre ders almıştır. Her iki grubun uygulama öncesi ve uygulama sonrası performansları, rubrik kullanılarak ölçülmüş ve değerlendirilmiştir.

Araştırmanın nitel boyutunda daha derinlemesine veri elde edebilmek amacıyla, maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi kullanılarak katılımcı grupları arasından 15 öğrenci seçilmiştir. Bu seçimde TYT denemelerindeki net ortalamaları dikkate alınarak, her bir net grubunda farklı başarı seviyelerinde öğrencilere yer verilmiş ve böylece çalışmada geniş bir başarı yelpazesi temsil edilmiştir. Katılımcıların cinsiyet, akademik başarı ve deneme net ortalamaları bakımından gösterdiği çeşitlilik, araştırma bulgularının geçerliliğine ve genellenebilirliğine katkı sağlamıştır. Bu yapılandırma ile araştırmanın amacı doğrultusunda

Duval'in bilişsel gelişim modeline göre verilen ders anlatımının farklı başarı seviyelerindeki öğrenciler üzerindeki etkilerinin kapsamlı bir şekilde değerlendirilmesi hedeflenmiştir.

Tablo 2. Araştırmaya katılan öğrencilerin net ortalamaları ve cinsiyetleri

Öğrenci kodu	Cinsiyet	Net	Öğrenci kodu	Cinsiyet	Net
DGK1	K	5	KGK1	E	6
DGK2	K	4	KGK2	K	8
DGK3	E	6	KGK3	E	7
DGK4	E	4	KGK4	K	6
DGK5	K	6	KGK5	E	10
DGK6	E	5	KGK6	K	6
DGK7	E	7	KGK7	E	8
DGK8	E	8	KGK8	K	4
DGK9	E	5	KGK9	K	4
DGK10	E	6	KGK10	K	6
DGK11	E	4	KGK11	K	3
DGK12	K	5	KGK12	K	4
DGK13	E	4	KGK13	E	4
DGK14	K	5	KGK14	K	4
DGK15	K	3	KGK15	K	3
DGK16	E	8	KGK16	K	5
DGK17	K	2	KGK17	K	4
DGK18	K	4	KGK18	E	6
DGK19	K	4	KGK19	E	4
DGK20	K	6	KGK20	E	6
DGK21	K	3	KGK21	K	3
DGK22	K	3	KGK22	K	2
DGK23	E	3			
DGK24	K	4			

Örnekleme yer alan öğrencilerin demografik ve akademik özellikleri, araştırmanın genelleştirilebilirliğini artırmak amacıyla dikkate alınmıştır. Grupların dengeli dağılımı, elde edilen bulguların güvenilirliğini ve geçerliliğini artırmıştır. Öğrencilerin farklı net sayıları, ders anlatım yöntemlerinin etkisini daha belirgin bir şekilde gözlemlemeyi sağlamıştır.

Bu şekilde yapılandırılan örneklem ve uygulanan yöntemler, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre anlatılan dersin etkisini belirlemek amacıyla kapsamlı ve dengeli bir veri toplama sürecine olanak tanımıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci Araç ve Teknikleri

Araştırmanın başarısı, doğru veri toplama araçlarının seçilmesi ve bu araçların etkin şekilde uygulanmasına bağlıdır. Bu bölümde, araştırmada kullanılan veri toplama yöntemleri ve araçlarının seçimi, geliştirilmesi ve uygulanma süreçleri detaylı bir şekilde açıklanacaktır. Karma araştırma deseniyle yürütülen bu çalışmada hem nicel hem de nitel verilerin bir arada kullanılması, araştırma problemini daha kapsamlı bir şekilde ele almayı sağlamaktadır (Creswell, 2021). Nicel veri toplama araçları, belirli değişkenlerin ölçülmesi ve analiz edilmesi için kullanılırken, nitel araçlar, derinlemesine bilgi elde etmeye olanak tanımıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Creswell ve Creswell, 2018). Böylece, araştırmanın genel amacına uygun şekilde tasarlanan veri toplama süreci, elde edilen bulguların geçerliliği ve güvenilirliği açısından önemli bir temel oluşturmuştur. Bu süreç, öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerinin incelenmesinde kullanılan araçların detaylandırılmasıyla sunulacaktır.

Veri Toplama Araçları

Görüşme Formu: Görüşme formu, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre ders alan öğrencilerin dersle ilgili görüşlerini toplamak amacıyla kullanılmıştır. Bu form, öğrencilerin ders hakkında sahip oldukları düşünce, algı ve deneyimlerini ayrıntılı bir şekilde ortaya koymayı hedeflemiştir. Görüşme formunun oluşturulmasında, Duval'in bilişsel gelişim modeli üzerine yazılmış makale ve tezlerden yararlanılmış, ayrıca uzman görüşü alınarak formun kapsamı ve geçerliliği güçlendirilmiştir.

Bu süreçte toplanan veriler hem nicel hem de nitel analiz yöntemleri kullanılarak incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu sayede, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre yapılan ders anlatımının öğrencilerin performansına ve görüşlerine etkisi kapsamlı bir şekilde değerlendirilmiştir.

Tablo 3. Şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel süreç ölçekleri için Cronbach's Alpha katsayısı bulguları

Test	Cronbach's Alpha
Ön test	0,838
Son test	0,861

Araştırmada kullanılan Şekle bakma bilişsel süreç ve Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Ölçeklerinin için Ön test ve Son test sonuçlarının Cronbach's Alpha katsayısı bulguları Tablo 3'de verilmiştir. Elde edilen bulgulara göre araştırmada kullanılan Şekle bakma bilişsel süreç

ve Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Ölçeklerinin için Ön test ve Son test sonuçları güvenilirlikleri; “yüksek güvenilirliğe sahip” olarak tespit edilmiştir.

Tablo 4. Araştırmada kullanılan şekle bakma bilişsel süreç ve teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeklerinin deney grubu ön test puanları için açıklayıcı istatistikler

Değişkenler	En Küçük Değer	En Büyük Değer	Ortalama	Medyan	SS	Skewness	Kurtosis
Net ortalaması	2.00	8.00	4.79	4.50	1.532	0.540	0.043
Uygulama Öncesi Şekle Bakma Bilişsel Süreç Soruları Puanı	10.00	20.00	15.71	16.00	2.956	-0.163	-0.553
Uygulama Öncesi Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Soruları Puanı	4.00	20.00	9.83	9.00	4.878	0.706	-0.495
Uygulama Öncesi Toplam Puanı	14.00	39.00	25.13	24.00	6.299	0.702	0.304
Uygulama Sonrası Şekle Bakma Bilişsel Süreç Soruları Puanı	16.00	20.00	20.00	20.00	0.974	0.958	0.925
Uygulama Sonrası Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Soruları Puanı	23.00	35.00	27.96	27.00	2.866	0.795	0.270
Uygulama Sonrası Toplam Puanı	39.00	55.00	47.54	47.00	3.439	-0.022	0.895
Net ortalaması	2.00	10.00	5.14	4.50	1.959	0.711	0.309
Uygulama Öncesi Şekle Bakma Bilişsel Süreç Soruları Puanı	6.00	17.00	9.55	9.00	3.334	0.786	-0.336
Uygulama Öncesi Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Soruları Puanı	0.00	13.00	7.64	8.00	3.799	-0.264	-0.655
Uygulama Öncesi Toplam Puanı	8.00	25.00	17.18	17.00	5.612	-0.111	-1.347
Uygulama Sonrası Şekle Bakma Bilişsel Süreç Soruları Puanı	10.00	20.00	17.05	18.00	3.062	-0.649	-0.656
Uygulama Sonrası Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Soruları Puanı	4.00	33.00	14.82	11.50	8.749	0.615	-0.813
Uygulama Sonrası Toplam Puanı	16.00	53.00	31.86	29.50	11.051	0.469	-1.108

Araştırmada kullanılan şekle bakma bilişsel süreç ve teorik muhakeme bilişsel süreç Ölçeklerinin deney grubu ön test puanları için açıklayıcı istatistikler Tablo 4’de verilmiştir. Elde edilen bulgulara göre Şekle bakma bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması 15.71 olarak tespit edilmiştir. Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması ise 9.83 olarak tespit edilmiştir. Her iki ölçekte ortalama değerler ile medyan değerlerinin birbirine yakın olması dağılımın simetrikliğini göstermesi bakımından önemlidir. Araştırmada kullanılan ölçeklerin ve alt boyutlarının çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1 ile +1 aralığında olması, ölçeklerin çarpıklık ve basıklık değerlerinin olağan sınırlar içerisinde olduğunun göstergesidir.

Şekle bakma bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması 20.00 olarak tespit edilmiştir. teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması ise 27.96 olarak tespit edilmiştir. Her iki ölçekte ortalama değerler ile medyan değerlerinin birbirine yakın olması dağılımın simetrikliğini göstermesi bakımından önemlidir. Araştırmada kullanılan ölçeklerin ve alt boyutlarının

çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1 ile +1 aralığında olması, ölçeklerin çarpıklık ve basıklık değerlerinin olağan sınırlar içerisinde olduğunun göstergesidir.

Şekle bakma bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması 9.55 olarak tespit edilmiştir. Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması ise 7.64 olarak tespit edilmiştir. Her iki ölçekte ortalama değerler ile medyan değerlerinin birbirine yakın olması dağılımın simetrikliğini göstermesi bakımından önemlidir. Araştırmada kullanılan ölçeklerin ve alt boyutlarının çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1 ile +1 aralığında olması, ölçeklerin çarpıklık ve basıklık değerlerinin olağan sınırlar içerisinde olduğunun göstergesidir.

Şekle bakma bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması 17.05 olarak tespit edilmiştir. teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeğinin ortalaması ise 14.82 olarak tespit edilmiştir. Her iki ölçekte ortalama değerler ile medyan değerlerinin birbirine yakın olması dağılımın simetrikliğini göstermesi bakımından önemlidir. Araştırmada kullanılan ölçeklerin ve alt boyutlarının çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1 ile +1 aralığında olması, ölçeklerin çarpıklık ve basıklık değerlerinin olağan sınırlar içerisinde olduğunun göstergesidir.

Tablo 5. Araştırma değişkenlerinin normal dağılıma uygunluğunun incelenmesi

Değişkenler	Gruplar	Test İstatistiği	Serbestlik derecesi	p
Uygulama Öncesi Şekle Bakma Bilişsel Süreç Soruları Puanı	Deney	0,939	24	0,152
	Kontrol	0,871	22	0,008
Uygulama Öncesi Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Soruları Puanı	Deney	0,905	24	0,027
	Kontrol	0,949	22	0,296
Uygulama Öncesi Toplam Puanı	Deney	0,934	24	0,119
	Kontrol	0,921	22	0,080
Uygulama Sonrası Şekle Bakma Bilişsel Süreç Soruları Puanı	Deney	0,482	24	0,000
	Kontrol	0,860	22	0,005
Uygulama Sonrası Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Soruları Puanı	Deney	0,928	24	0,088
	Kontrol	0,918	22	0,069
Uygulama Sonrası Toplam Puanı	Deney	0,956	24	0,371
	Kontrol	0,922	22	0,085

Araştırma değişkenlerinin normal dağılıma uygun olup olmadığı Shapiro-Wilk testi ile incelenerek elde edilen bulgular Tablo 5'te verilmiştir. Test bulgularına göre her iki grup için de normal dağılım gösteren Uygulama Sonrası Toplam Puanı değişkeni için bağımsız örneklem t testi, diğer değişkenler için Mann Whitney U testi kullanılmıştır.

Kategorik Puanlama Cetveli (Rubrik)

Araştırmada, öğrencilerin bilişsel süreç sorularına verdikleri cevapları değerlendirmek amacıyla iki ayrı kategorik puanlama cetveli (rubrik) kullanılmıştır. Bu rubrik, şekle bakma ve teorik muhakeme cetveli olarak adlandırılmaktadır. Kategorik puanlama cetvelleri, Karpuz (2018) tarafından geliştirilen orijinal rubrikler temel alınarak, iki uzmana danışılarak araştırmada kullanılan bilişsel süreç sorularına uyarlanmıştır.

Kategorik Puanlama Cetvellerinin Geliştirilmesi

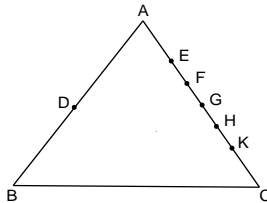
Karpuz'un (2018) kategorik puanlama cetvelleri, araştırmanın gereksinimlerine uygun olarak iki aşamada uyarlanmıştır:

1. Uzman Danışmanlığı: Rubriklerin uyarlanması sürecinde, alanında deneyimli iki uzmanla iş birliği yapılmıştır. Bu uzmanlar, puanlama cetvellerinin araştırma soruları ile uyumlu hale getirilmesi için rehberlik etmişlerdir.

2. Bilişsel Süreç Göstergeleri: Cetveller, bilişsel süreç sorularının göstergeleri referans alınarak oluşturulmuştur. Göstergeler temel alınarak, en yüksek puanı verecek kategori belirlenmiştir. Öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme süreçlerindeki performanslarına göre puanlama yapılmıştır.

Kategorik puanlama cetvelleri, bilişsel süreç sorularının belirleyici göstergeleri temel alınarak oluşturulmuştur. Bu göstergeler doğrultusunda, puanlama cetvelinde en yüksek puanı alacak kategori belirlenmiş ve öğrenci performansı bu kriterlere göre değerlendirilmiştir. Öğrencilerin "Şekle Bakma" ve "Teorik Muhakeme" becerilerindeki performansları azaldıkça, aldıkları puanlar da bu doğrultuda düşürülmüştür. Kategorik puanlama sürecine ilişkin bir örnek, Tablo 6'da "şekle bakma bilişsel süreç" ölçeğine ait üçüncü sorunun puanlama kriterleri üzerinden sunulmuştur. Diğer sorulara ilişkin değerlendirmeler de bu sistematik yaklaşım doğrultusunda gerçekleştirilmiştir.

Tablo 6. Şekle bakma bilişsel süreç üçüncü sorusunun kategorik puanlaması

Soru no	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler	Soru	Puan Cetveli
3	Şekil üzerinde görsel verilen bilgileri (iki doğru parçası veya iki açının eşitliği vb. gibi) sözel bilgilere çevirerek doğru çıkarımlarda bulunabilir. Şeklin görünüşüne		0: Diğer cevaplar (Sözel bilgiyi görsel bilgiye çeviremez, yanlış çıkarımda bulunur veya soruyu boş bırakır.) 1: Sözel bilgiyi görsel bilgiye çevirebilir ancak yanlış çıkarımlarda bulunur.

aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz. Şekil üzerinde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye sembol, gösterim ve matematiksel kavramları doğru kullanarak çevirebilir.	$ABC \cong DEF$ ise aşağıdaki boşlukları doldurunuz? a) $\frac{ ABI }{ DEI } = \frac{\dots}{ DFI } = \frac{ BCI }{\dots}$ b) $m(\hat{A}) = \dots, m(\hat{B}) = \dots, m(\hat{C}) = \dots$	2: Sözel bilgiyi görsel bilgiye doğru çevirebilir fakat bir çıkarım yapamaz. 3: Sözel bilgiyi görsel bilgiye çeviremez ancak doğru çıkarımda bulunur. 4: Sözel bilgiyi görsel bilgiye doğru çevirir ve doğru çıkarımlarda bulunur.
---	---	--

Bu puanlama cetveli, öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme sorularına verdikleri cevapların değerlendirilmesi için kullanılmıştır. Öğrencilerin süreçleri ne kadar doğru ve eksiksiz uyguladıklarına göre puanlar verilmiş ve düşük performans gösteren öğrencilerin puanları düşürülmüştür.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada, her iki gruba da araştırma öncesinde bir ön test yapılmış ve rubrik kullanılarak öğrencilerin başlangıç seviyeleri belirlenmiştir. Daha sonra, bir grup MEB müfredatına uygun anlatım yöntemiyle, diğer grup ise Duval'in bilişsel gelişim modeline göre ders almıştır. Uygulamadan sonra, aynı rubrik kullanılarak öğrencilere son test yapılmış ve performanslar karşılaştırılmıştır.

İkinci aşamada, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre ders alan ve MEB müfredatına uygun ders alan öğrenciler ile görüşmeler yapılmış ve bu görüşmelerin ses kayıtları alınmıştır. Görüşme formu kullanılarak öğrencilerin uygulama hakkındaki görüşleri toplanmış ve daha sonra bu kayıtlar yazıya dökülerek nitel analiz yapılmıştır. Ön test uygulama ve son test başlama ve bitiş tarihleri Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Ön test uygulama ve son test başlama ve bitiş tarihleri

	Ön test	Uygulama	Son test
Başlama tarihi	20.12.2023	25.02.2024	20.03.2024
Bitiş tarihi	25.02.2024	20.03.2024	25.05.2024

3.4.1 Klinik Mülakatlar

Bu araştırmanın klinik mülakatlar bölümü, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak verilen dersin öğrenciler üzerindeki etkilerini derinlemesine analiz etmek ve öğrencilerin ders hakkındaki düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar, dersin öğrenme süreçlerine katkısını ve öğrencilerin deneyimlerini kapsamlı bir şekilde anlamayı hedeflemiştir. Öğrencilerin geometrik bilgi düzeylerinin tespit edilebilmesi

amacıyla, araştırmacı tarafından şekle bakma ve teorik muhakeme soruları uygulanmış; bu sũreçte öğrencilerin verdikleri cevapların nedenleri de sorgulanarak, cevapların arkasında yatan dũřũnsel sũreçleri ortaya çıkarmak ũzere klinik mũlakatlar yapılmıştır.

Araştırmada, TYT denemelerinde kolay, orta ve iyi seviyede olan 12. sınıf öğrencilerinden rastgele seçilen iki grup ũzerinde çalışılmıştır. Bu gruplardan biri MEB mũfredatının önerdiği doğrultuda, diğeri ise Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun ders almıştır. Ders ncesi ve sonrası rubrik ile ğrenci puanları lũlmũřtũr. Ders sonrasında, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre ders alan öğrencilerle yarı yapılandırılmış klinik mũlakatlar yapılmıştır. Klinik mũlakatlar öğrencilerin dũřũnceleri ve altında yatan sebepleri ortaya çıkarabilmektedir (Karpuz, 2018). Mũlakatlar, yarı yapılandırılmış bir grũřme formu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Grũřme formu, öğrencilerin ders hakkında detaylı geri bildirim vermelerini sağlayacak açık uçlu sorular içermektedir. Bu sorular, öğrencilerin dersin içeriği, ğretim yöntemi, kavrama sũreçleri ve kişisel deneyimleri hakkında dũřũncelerini kapsamaktadır. Yaklaşık bir ders (40 dk) sũrmũř ve bu grũřmelerde öğrencilerden verdikleri cevapları ayrıntılı açıklamaları istenmiş ve nedenleri sorulmuştur. Böylece ğrencilerin konu hakkındaki bilgileri ve altında yatan dũřũnceleri ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır.

Öğrencilerin Duval'in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde seviyeleri rubrik ile belirlendikten sonra Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun hazırlanmış ders anlatılmıştır. Ders yaklaşık 4 ders saati (4x40 dk) sũrmũřtũr. Dersten sonra tekrar Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun seviye belirleme rupriği tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun ders hakkındaki grũřleri için grũřme formu uygulanmıştır. Seviye belirleme testi, dersler ve grũřme formu kurumda boş bir sınıfta öğrencilerle tek tek yapılarak ve öğrencilerin izni dâhilinde video kaydı alınmıştır.

3.4.2 Bilişsel Sũre Testleri

Öğrencilere Karpuz, (2018) tarafından geliştirilen şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel sũre testlerinden oluşan 14 soru ğrencilerin Duval'in bilişsel modeli çerçevesinde seviyelerini belirlemek amacıyla uygulanmıştır. şekle bakma bilişsel sũre sorularının ğrenci davranışına dnũk göstergeleri ve teorik Muhakeme Bilişsel Sũre sorularının ğrenci davranışına dnũk göstergeleri Karpuz (2018) alışmasından uyarlanmış uzman grũřũ alınmıştır. şekle bakma bilişsel sũre sorularının ğrenci davranışına dnũk göstergeleri Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8. Şekle bakma bilişsel süreç sorularının öğrenci davranışına dönük göstergeleri

Şekle Bakma Bilişsel Süreç Testleri Soruları		
Soruların İçeriği	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler	
1	Birinci soruda öğrenciler sözel bir bilgiyi görsel olmadan düşünmeleri istenmiştir. Böylece sözel bilgiyi şekil olmadan kavrayıp kavrayamadıkları ölçülecektir.	Sözel bilgiyi şekil olmadan da düşünebilir cevabı verebilir ya da şekil çizip görsel üzerinden çözüm arayabilir.
2	Bu soruda sözel bilgi ve uzunluklar verilmiş şekilde eksik çizim bırakılmış ve öğrenciden çizim yapması istenmiştir. Bu soruda öğrencinin doğru çizim yapip yapamayacağı ölçülecektir.	Verilen sözel bilgiyi sorunun şeklini çizmeden de cevaplayabilir sorunun şeklini çizerek cevaplayabilir.
3	Soruda sözel bilgi ve sayısal veriler verilmiştir ve çözümün tamamlanmamış eksik bırakılmıştır. Öğrenciden çizim yaparak eksik kısmı çizmesi istenmiş çizim yapip yapamayacağı ölçülecektir.	Matematiksel ifadeleri sözel bilgiye çevirebilir, çıkarım yapabilir. Şekli çizmeden çıkarım yapabilir, şekil çizerek görsel bilgiyi sözel bilgiye dönüştürebilir, kavramları doğru kullanabilir.
4	Soruda bir şekil ve bazı sözel bilgiler verilmiş, öğrencinin verilen bilgileri şekil üzerine aktarması istenmiştir. Öğrencinin sözel bilgiyi görsel bilgiye çevirip çeviremeyeceği ölçülecektir.	Soruda verilen sözel bilgileri görsel bilgiye çevirebilir.
5.	Bu soruda öğrencilere iki geometrik şekil ve uzunluk ölçüleri verilmiştir. Sayılardan hareketle önermeye gidip gidemeyecekleri ölçülecektir.	Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir. Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir.

Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç sorularının öğrenci davranışına dönük göstergeleri ise Tablo 9 belirtilmiştir.

Tablo 9. Teorik muhakeme bilişsel süreç sorularının öğrenci davranışına dönük göstergeleri

Teorik Muhakeme Bilişsel Süreç Testleri Soruları		
Soruların İçeriği	Ortaya Çıkarmaya Çalıştığı Göstergeler	
1	Şekil üzerinde matematiksel işaretler verilmiştir. Öğrenciden kesin çıkarabileceği özellikler sorulmuştur. Öğrencinin görsel bilgiyi sözel bilgiye çevirip çeviremeyeceği, sözel bilgiyi de çıkarım yaparken kullanıp kullanamayacağı ölçülecektir.	Şekilde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye çevirebilir, sözel bilgiyi de çıkarımında kullanabilir.
2	Bu soruda geometrik şekiller ile matematiksel bir ilişki anlatılmış, öğrenciden bu ilişkiyi önermeye dönüştürmesi istenmiştir. Öğrenci matematiksel ilişkiyi önermeye dönüştürüp dönüştüremeyeceği ölçülecektir.	Bir ifadeyi, ilişkiyi önermeye dönüştürebilir.

3	Bu soruda şekil mi temsil mi kullanacakları veya teoremden mi yararlanacakları ölçülecektir. Bir şekil verilmiş ve çıkarım yapılması istenmiştir.	Çıkarımda yaparken tanım ve teoremleri kullanabilir.
4	Bu soruda şekil verilmiş ve kavram kullanarak şekli açıklayıp açıklayamayacakları amaçlanmıştır.	Geometrik bir durumu ifade ederken matematiksel dil ya da günlük dil kullanabilir.
5	Bu soruda öğrencilere bir kısmı çözülmüş bir ispat sorulmuş ve tamamlamaları istenmiştir. Öğrencinin ispatı tamamlayıp tamamlayamayacağı ölçülecektir.	Bir basamakta elde ettiği bilgiyi diğer basamakta kullanabilir.
6	Bu soruyu çözmeleri ve çözümlerini gerekçelendirmeleri istenmiştir. Sorunun çözüm aşamalarını, ispatını yapıp yapamayacakları ölçülecektir.	Çözüm için şekilde değişiklik yapabilir, teorem kullanabilir, gerekçeleri açıklayabilir.
7	Bu soruyu çözmeleri ve çözümlerini gerekçelendirmeleri istenmiştir. Sorunun çözüm aşamalarını, ispatını yapıp yapamayacakları ölçülecektir.	Çözüm için şekilde değişiklik yapabilir, teorem kullanabilir, gerekçeleri açıklayabilir.
8	Bu soruyu çözmeleri ve çözümlerini gerekçelendirmeleri istenmiştir. Sorunun çözüm aşamalarını, ispatını yapıp yapamayacakları ölçülecektir.	Çözüm için şekilde değişiklik yapabilir, teorem kullanabilir, gerekçeleri açıklayabilir.
9	Bu soruyu çözmeleri ve çözümlerini gerekçelendirmeleri istenmiştir. Sorunun çözüm aşamalarını, ispatını yapıp yapamayacakları ölçülecektir.	Çözüm için şekilde değişiklik yapabilir, teorem kullanabilir, gerekçeleri açıklayabilir.

3.4.3 Dersin Tasarımı

Duval'in bilişsel gelişim modeli ile ilgili literatür taraması sonucunda, bu modelin ilkelerine dayalı olarak Bilişsel Süreç Dersi (BSD) tasarlanmıştır. Dersin hazırlanmasında, Duval'in bilişsel gelişim modelinin temel ilkeleri esas alınmıştır. Duval (1998) tarafından belirlenen bu ilkeler şu şekildedir:

Öğrencilerde görselleştirme, şekil oluşturma ve muhakeme süreçleri, birbirleriyle etkileşimli bir şekilde geliştirilmelidir.

Öğrencilerin teorik muhakeme sürecine geçebilmeleri için bilişsel ve algısal süreçler arasındaki geçişlerin doğru anlaşılması gerekmektedir. Bu nedenle, öğrenciler bu süreçlerde ayrı ayrı yetkinleştirilmelidir.

Öğrencilerin, geometrik bir şekildeki matematiksel ilişkileri doğru bir şekilde anlayabilmeleri için algısal süreçler arasında geçişlerin doğru gerçekleştirilmesi gereklidir. Bu nedenle, öğrencilere algısal süreçler ayrı ayrı öğretilmelidir.

Bu ilkeler doğrultusunda, etkili bir geometri dersinin tasarlanmasında bilişsel ve algısal süreçlerin ayrı ayrı kavranması ve bu süreçler arasındaki geçişlerin doğru bir şekilde yapılması esastır. Bu bağlamda, Bilişsel Süreç Dersinin bölümleri ve bu bölümlerdeki kazanımlar aşağıdaki tablo halinde sunulmuştur.

Tablo 10. Bilişsel süreç dersinin (BSD) bölümleri ve her bölümdeki kazanımlar.

Bölüm	Açıklama	Kazanımlar
Görselleştirme	Öğrencilerin kavramsal süreç için hazırlık aşamasıdır. Öğrencilerin görsel ve sözel algılarını geliştirmeye yönelik kazanımlara odaklanılır.	<ul style="list-style-type: none"> - Verilen şekli oluşturan şekilleri tanıyabilir. - Sembol ve gösterimleri kullanabilir. - Temel geometrik elemanları algılar ve isimlendirebilir. - Görsel bilgileri doğru kullanabilir.
	Şeklin kontrolü altında kavramsal sürece geçiş bölümüdür. Matematiksel ilişkiler günlük dil ile açıklanır ve doğal muhakeme ile ilgili kazanımlar hedeflenir.	<ul style="list-style-type: none"> - Geometrik şeklin parçalarını fark edebilir ve yeni şekiller oluşturabilir. - Alt bölümleri odaklanarak yeni şekiller oluşturabilir. - Günlük dil ile ilişkileri açıklar.
Muhakeme	Teorik kısımdır. Geometrinin tümdengelimsel yapısına odaklanılır. Tanım ve semboller bu bölümde kullanılır ve özelliklerin açıklanmasına önem verilir.	<ul style="list-style-type: none"> - Matematiksel ilişkiyi önerme olarak ifade edebilir. - Tanımları ve teoremleri doğru kullanarak yargılar yapabilir. - Ulaştığı çıkarımları diğer aşamalarda kullanabilir.
Oluşturma	Öğrencilerin geometrik şekiller kurabilmesi veya tarif edebilmesine odaklanılır.	<ul style="list-style-type: none"> - Geometrik şekli kurabilir. - Geometrik şeklin kuruluşunu tarif edebilir.

Bu tablo, Duval'in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde yapılan dersin nasıl yapılandırıldığını ve her bölümde kazanılması hedeflenen becerileri özetlemektedir.

3.5. Verilerin Çözümlemesi

Bu araştırmada veriler iki aşamada analiz edilmiştir: ilk aşamada deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel sũreç sorularından elde edilen nicel veriler analiz edilmiştir; ikinci aşamada ise 15 öğrenci ile yũrũtũlen klinik mũlakatlardan elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir. Bu iki aşamadaki veri analiz sũreçleri aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Deney ve kontrol gruplarının performanslarını değerlendirmek amacıyla, öğrencilerin şekle bakma ve teorik muhakeme bilişsel sũreç sorularına verdikleri yanıtlar nicel olarak analiz edilmiştir. Bu analizde izlenen adımlar şunlardır:

Öğrencilere ders öncesi ve sonrası 5 adet şekle bakma bilişsel sũreç sorusu ve 9 adet teorik muhakeme sorusu olmak üzere toplam 14 soru sorulmuştur.

Öğrencilerin yanıtları video ile kaydedilmiştir.

Yavuz Karpuz (2018) tarafından geliştirilen ve iki uzman tarafından doğrulan rubrik kullanılarak, öğrencilerin yanıtları puanlanmıştır.

Araştırmada kullanılan istatistiksel analizler, elde edilen verilerin güvenilirliğini ve geçerliliğini sağlamak amacıyla çeşitli yöntemlerle gerçekleştirilmiştir. Bu analizler, SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) 28.0 istatistik programı kullanılarak yapılmıştır. Ölçeklerin iç tutarlılığını belirlemek amacıyla Cronbach's Alpha katsayısı hesaplanmış ve ön test için 0,838, son test için ise 0,861 olarak bulunmuştur. Bu değerler, kullanılan ölçeklerin yüksek düzeyde güvenilir olduğunu göstermektedir (Nunnally ve Bernstein, 1994). Ayrıca, deney ve kontrol gruplarının ön test ve son test puanlarının dağılımını analiz etmek için açıklayıcı istatistikler kullanılmıştır. Çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1 ile +1 arasında olması, puanların normal dağılım gösterdiğini ortaya koymuş ve bu durum parametrik testlerin uygulanabilirliğini sağlamıştır.

Araştırmada deney ve kontrol gruplarının ortalama puanları arasındaki farkları değerlendirmek için farklı istatistiksel testler kullanılmıştır. Grupların ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla bağımsız t-testi uygulanmıştır. Bu test, verilerin normal dağılıma uygun olduğu durumlarda iki grup arasında fark olup olmadığını analiz etmek için kullanılır. Deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır ($p > .05$).

Verilerin normal dağılıma uygun olmaması ya da sıra istatistikleri temelinde analiz yapılması gereken durumlarda, Mann-Whitney U testi tercih edilmiştir. Bu test, parametrik olmayan bir yöntem olup, sıralama bilgisi üzerinden iki grup arasındaki farkı analiz eder. Deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur ($p<.01$).

Ön test puanlarının son test üzerindeki etkisini kontrol ederek grup değişkeninin etkisini analiz etmek amacıyla Kovaryans Analizi (ANCOVA) uygulanmıştır. Bu yöntem, gruplar arasındaki farkı kontrol değişkenleri dikkate alarak analiz eder. Ön test puanlarının etkisi anlamlı bulunurken ($p<.05$), grup değişkeninin etkisi anlamlı bulunmamıştır. Ancak düzeltilmiş ortalamalar deney grubu lehine daha yüksek çıkmıştır. Son olarak, deney ve kontrol gruplarının son test puanları arasındaki farkı değerlendirmek için bağımsız t-testi tekrar uygulanmış ve gruplar arasında anlamlı bir fark bulunmuştur ($p<.01$).

Bu analizler, verilerin doğasına uygun istatistiksel yöntemlerin seçilmesiyle gerçekleştirilmiş, sonuçların güvenilirliğini ve geçerliliğini sağlamada etkili olmuştur.

Nitel Verilerin Analizi

Araştırmanın ikinci aşamasında, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre ders işlenen 15 öğrenciyle gerçekleştirilen klinik mülakatlardan elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir. Bu süreçte, öğrencilerin dersle ilgili deneyimlerini ve görüşlerini derinlemesine anlamak amacıyla yapılandırılmış bir görüşme formu kullanılarak veri toplama işlemi gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler, video kayıtlarıyla belgelenmiş ve ardından yazılı metinlere dönüştürülmüştür.

Elde edilen görüşme metinleri, içerik analizi yöntemiyle sistematik bir şekilde incelenmiştir. Veriler, önceden belirlenmiş kategorilere göre kodlanmış ve analiz sürecinde ortaya çıkan yeni temalar da dikkate alınarak bu kodlamalar yeniden düzenlenmiştir. Analiz sonucunda, öğrencilerin bilişsel süreçlerini, dersin öğrenme üzerindeki etkisini ve öğrencilerin görüşlerini yansıtan temalar belirlenmiştir. Bu temalar hem öğrencilerin ders sürecindeki algılarını hem de Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretim yönteminin etkisini daha derinlemesine değerlendirmek amacıyla yapılandırılmıştır.

3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Bu çalışmada, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre verilen derslerin MEB müfredatına uygun anlatım yöntemine göre farkını incelemek amacıyla kullanılan verilerin

geçerlik ve güvenilirliği büyük önem taşımaktadır. Bu bölümde, araştırmada sağlanan geçerlik ve güvenilirlik yöntemleri detaylandırılacaktır.

Bu araştırmada, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak geliştirilen ders materyallerinin ve ölçme araçlarının geçerlik ve güvenilirliği çeşitli yöntemlerle sağlanmıştır. İçerik geçerliğini desteklemek amacıyla ders materyalleri ve rubrik, alanında uzman iki kişi tarafından incelenmiş ve 12. sınıf müfredatına uyarlanmıştır. Bu süreçte, materyallerde yer alan 5 bilişsel süreç ve 9 teorik muhakeme sorusunun, modelin temel ilkelerini yansıttığı ve ölçüm araçlarının içerik açısından geçerli olduğu görülmüştür.

Yapısal geçerlik, ölçme araçlarının Duval'in bilişsel gelişim modelinin bileşenleriyle uyumlu hale getirilmesiyle sağlanmıştır. Bu uyum, ölçme araçlarının ders sürecindeki bilişsel gelişimi doğru bir şekilde ölçmesine olanak tanımıştır. Sonuç geçerliği ise, öğrencilerden elde edilen ön ve son test verileri aracılığıyla değerlendirilmiştir. Testler arasındaki farklar, dersin bilişsel gelişim üzerindeki etkisini açıkça ortaya koyarak sonuçların geçerliliğini desteklemiştir.

Araştırmada güvenirliliğin sağlanması için çeşitli yöntemler uygulanmıştır. Öncelikle, ön ve son testler arasındaki tutarlılık, ölçüm araçlarının güvenilir olduğunu göstermiştir. Öğrencilerin ders öncesi ve sonrası videoları, rubrik kullanılarak analiz edilmiş ve bu analizlerin %25'i bağımsız bir uzman tarafından kontrol edilmiştir. Kodlamalar arasında yüksek düzeyde tutarlılık bulunması, kodlayıcılar arası güvenilirliği sağlamış ve sürecin doğruluğunu artırmıştır. Ayrıca, rubrik maddelerinin iç tutarlılığı, güvenilirlik katsayıları ile doğrulanmış ve rubriklerin sistematik bir şekilde uygulanması sağlanmıştır. Klinik mülakatlardan elde edilen nitel veriler, betimsel analiz yöntemiyle detaylı bir şekilde incelenmiş ve bu süreçte kullanılan sistematik yaklaşımlar, verilerin güvenilirliğini artırmıştır.

Sonuç olarak, bu süreçler, ders materyallerinin ve ölçme araçlarının hem geçerli hem de güvenilir olduğunu ortaya koymuş ve araştırma bulgularının bilimsel temellerinin sağlam olduğunu kanıtlamıştır. Bu sayede, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı derslerin etkisi güvenilir bir şekilde değerlendirilmiş ve araştırmanın amaçlarına uygun sonuçlara ulaşılmıştır.

BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Araştırmada elde edilen bulgular, öncelikle nicel veriler aracılığıyla incelenen ilk iki alt problem ve sonrasında nitel verilerin analizine dayanan üçüncü bulgu olarak sunulacaktır. Nicel bulgular, 12. sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyelerini Duval’ın bilişsel gelişim modeli doğrultusunda hem ön test hem de son test kapsamında değerlendiren birinci ve ikinci alt problemlere ilişkindir. Bu bağlamda, birinci alt problem öğrencilerin benzerlik konusuna dair mevcut bilgi seviyelerini ortaya koyarken, ikinci alt problem ise Duval’ın modeline dayalı eğitim sonrasında bu seviyelerde meydana gelen değişimleri ele almaktadır. Araştırmanın üçüncü alt problemine ilişkin bulguları ise katılımcıların görüşme sorularına verdikleri cevaplardan oluşturulan ve nitel verilerin analizinden elde edilen tema ve kodlar oluşturmaktadır.

4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Elde Edilen Bulgular

“12. Sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyeleri, Duval’ın bilişsel gelişim modeli çerçevesinde ön test puanları nasıl bir dağılım göstermektedir?” alt problemi doğrultusunda 12. sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki Duval’ın şekle bakma testi, teorik muhakeme testi ve bu iki testin toplam puanlarının ön test ve son test sonuçları incelenmiştir.

4.1.1. Şekle Bakma Süreçlerine İlişkin Bulgular

Duval’ın Bilişsel modeline göre işlenen dersin öğrencilerin şekle bakma süreçleri testi puanına etkilerini değerlendirmek amacıyla yapılan parametrik olmayan Mann-Whitney U analiz sonuçları Tablo 11’de sunulmuştur. Bu tabloda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç ölçeği ön test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı incelenmiştir.

Tablo 11. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç ölçeği ön test sonuçları

Gruplar	N	Sıra istatistikleri ortalaması	Test istatistiği bulguları
Deney Grubu	24	32.23	Mann-Whitney <i>U</i> 54.500
Kontrol Grubu	22	13.98	<i>Z</i> -4.640
Toplam	46		<i>p</i> 0.000

Tablo 11’de, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç ölçeği ön test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını incelemek için Mann-Whitney U testi sonuçları verilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, deney grubu sıra istatistikleri ortalaması (32.23), kontrol grubunun sıra istatistikleri ortalamasından (13.98) belirgin şekilde daha yüksektir. Mann-Whitney U testi sonuçlarına göre, gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur ($U = 54.500$, $Z = -4.640$, $p < .05$). Bu sonuç, deney grubunun şekle bakma bilişsel süreç ölçeği ön testinde, kontrol grubuna kıyasla daha yüksek bir performans sergilediği şeklinde tespit edilmiştir.

Duval’in Bilişsel modeline göre işlenen dersin öğrencilerin şekle bakma süreçlerine etkilerini değerlendirmek amacıyla yapılan son-test analiz sonuçları Tablo 12’te sunulmuştur. Şekle bakma bilişsel süreç ön test bulgularında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunması nedeniyle, son test puanlarında farklılık olup olmadığını belirlemek için ön testin etkisini kontrol ederek değerlendirme yapılmıştır. Bu amaçla Kovaryans Analizi (ANCOVA) yöntemi kullanılmıştır.

Tablo 12. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin şekle bakma bilişsel süreç ölçeği son test sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Düzeltilmiş Ortalama
Deney	24	20.00	19.58
Kontrol	22	17.05	17.05
Varyansın Kaynağı	F	p	
Şekle Bakma ön test Puanı	14.937	0.000	
Grup değişkeni	0.153	0.698	

Şekle bakma bilişsel süreç ön test bulgularında anlamlı bir fark saptandığından, son test puanlarındaki olası farklılıkların ön testin etkisi sabit tutularak değerlendirilmesi amacıyla Kovaryans Analizi yapılmış ve sonuçları Tablo 12’de sunulmuştur. Ön test puanı dikkate alınmadığında, kontrol grubunun son test ortalama puanı 17.05, deney grubunun ise 20.00 olarak bulunmuştur. Ancak ön test puanına göre düzeltilmiş ortalamalar kontrol grubu için 17.05, deney grubu için 19.58 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca kovaryans analizi modeli için belirleme katsayısı (R^2) 0,445 ve düzeltilmiş R^2 ise 0,419 olarak hesaplanmıştır. Kovaryans analizi sonucunda, ön test puanının etkisinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu; buna karşın grup değişkeninin etkisinin anlamlı olmadığı tespit edilmiştir. Bu durum, son test puanları arasındaki farklılığın ön test puanlarından kaynaklandığını ve grup değişkeninin bu farklılıkta etkili olmadığını göstermektedir. Bu sonuçlar, şekle bakma bilişsel süreç açısından incelendiğinde uygulanan yöntemin deney ve kontrol grupları arasında istatistiksel olarak

anlamli bir farklılık oluşturmadığını göstermektedir. Başka bir deyişle, son test puanlarındaki farkın kaynağı ön test puanlarıdır; yöntemin kendisi bu becerilere anlamli bir etki yapmamıştır.

4.1.2. Teorik Muhakeme Süreçlerine İlişkin Bulgular

Duval'in bilişsel modeline göre işlenen dersin öğrencilerin teorik muhakeme süreçlerine etkilerini değerlendirmek amacıyla yapılan analiz sonuçları sunulmuştur. Deney ve kontrol gruplarının teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği ön test puanları arasındaki farkı incelemek için bağımsız t-testi uygulanmıştır. Tablo 13'te deney ve kontrol grubunun Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği ön test puanları arasında farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız t-testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 13. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği ön test sonuçları

Gruplar	N	\bar{X}	Ss	t	p
Deney	24	9.83	4.88	1.693	0.098
Kontrol	22	7.64	3.80		

Analiz bulgularına göre deney grubunun ortalama puanı 9.83 iken kontrol grubunun ortalama puanı ise 7.64 olarak hesaplanmıştır. Ancak bu fark istatistiksel olarak anlamli bulunmamıştır ($t_{(44)} = 1.693$, $p = 0.098$). Bu sonuçlar, deney ve kontrol gruplarının Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği ön test puanları arasında anlamli bir farklılık olmadığını göstermektedir. Sonuç olarak, ön test bulguları, deney ve kontrol gruplarının başlangıçta benzer bir düzeyde olduklarını, dolayısıyla gruplar arası anlamli bir farklılık olmadığını ortaya koymaktadır.

Duval'in bilişsel modeline göre işlenen dersin etkilerini değerlendirmek amacıyla yapılan analiz sonuçları Tablo 14'te sunulmuştur. Bu tabloda, deney ve kontrol grubunun Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği son test puanları arasında farklılık olup olmadığını incelemek için bağımsız t testi uygulanmıştır. Tablo 14'te deney ve kontrol gruplarının Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği son test puanları arasındaki farklılıkların bağımsız t-testi ile analizine ilişkin bulgular sunulmaktadır.

Tablo 14. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği son test sonuçları

Gruplar	N	\bar{X}	Ss	t	p
Deney	24	27.96	2.87	6.968	0.000
Kontrol	22	14.82	8.75		

Elde edilen sonuçlara göre, deney grubunun ortalama puanı 27.96 ve kontrol grubunun ortalama puanı ise 14.82 olarak hesaplanmıştır. Yapılan analiz, gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir ($t_{44} = 6.968, p < .05$). Bu bulgular, deney grubunun Teorik muhakeme bilişsel süreç ölçeği son test puanlarının, kontrol grubuna kıyasla anlamlı derecede daha yüksek olduğunu ortaya koymaktadır. Farklılığın deney grubunda lehine olması, uygulanan öğretim yaklaşımının bu grup üzerindeki etkili olduğunu göstermektedir.

4.1.3. Şekle Bakma ve Teorik Muhakeme Bütüncül Sürece İlişkin Bulgular

Duval'in bilişsel modeline göre işlenen dersin hem şekle bakma hem de muhakeme süreçlerinin deney ve kontrol grubunun toplam ön test puanları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını incelemek için bağımsız t testi uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubunun Toplam ön test puanları arasında farklılık olup olmadığı bağımsız t testi ile incelenerek elde edilen bulgular Tablo 15'de verilmiştir.

Tablo 15. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin toplam puan ön test sonuçları

Gruplar	N	\bar{X}	Ss	t	p
Deney	24	25,13	6,30	4,500	<.01
Kontrol	22	17,18	5,61		

Elde edilen bulgulara göre toplam ön test puanlarında gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur ($p < .01$). Farklılığın temel nedeni, deney grubunun toplam ön test puan ortalamasının kontrol grubundan daha yüksek olmasıdır. Dolayısıyla, deney grubu başlangıçta kontrol grubuna kıyasla daha yüksek bir performans sergilemiştir.

Duval'in Bilişsel modeline göre işlenen dersin toplam puana etkilerini değerlendirmek amacıyla yapılan son-test analiz sonuçları Tablo 16'da sunulmuştur. Toplam puana ilişkin ön test bulgularında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunması nedeniyle, son test puanlarında farklılık olup olmadığını belirlemek için ön testin etkisini kontrol ederek değerlendirme yapılmıştır. Bu amaçla Kovaryans Analizi (ANCOVA) yöntemi kullanılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının toplam son test puanlarındaki farklılıkların analizine yönelik Kovaryans Analizi sonuçları Tablo 16'da sunulmuştur.

Tablo 16. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin toplam puan son test sonuçları

Gruplar	N	Ortalama	Düzeltilmiş Ortalama
Deney	24	25.13	47.54
Kontrol	22	17.18	31.86
Varyansın Kaynağı	F	p	
Ön test toplam puanı	33.476	<.01	
Grup değişkeni	4.272	0.045	

Ön test toplam puanlarının etkisinin anlamlı olduğu görülmüştür ($F = 33.476$, $p < .01$). Gruplar arasındaki düzeltilmiş ortalama değerlere bakıldığında, deney grubunun ortalamasının 47.54, kontrol grubunun ise 31.86 olduğu hesaplanmıştır. Bu durum, deney grubundaki öğrencilerin son test toplam puanlarının, kontrol grubundakilere kıyasla belirgin bir şekilde daha yüksek olduğunu göstermektedir. Ancak, grup değişkeninin etkisi istatistiksel olarak sınırdan anlamlılık göstermektedir ($F = 4.272$, $p = 0.045$). Bu durum, toplam son test puanlarındaki farklılığın büyük ölçüde ön test puanlarından kaynaklandığını ve grup değişkeninin bu farklılık üzerinde sınırlı bir etkisinin olduğunu işaret etmektedir. Kovaryans analizi modelinin belirleme katsayısı (R^2) 0.720, düzeltilmiş R^2 ise 0.707 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler, modelin bağımlı değişkenin varyansını açıklamada oldukça güçlü olduğunu göstermektedir. Ön test puanlarının etkisi dikkate alındığında, deney grubunun toplam son test puanlarının kontrol grubundan daha yüksek olduğu görülmüştür.

4.2. Deney ve Kontrol Grupları Puanlarının Karşılaştırması

İkinci alt problemde, Duval'ın bilişsel gelişim modeline uygun şekilde işlenen dersin, 12. sınıf öğrencilerinin benzerlik konusundaki geometrik bilgi seviyelerini nasıl değiştirdiği incelenmiştir. Bu analiz sonucunda elde edilen bulgular, modelin eğitim sürecine etkisini ve öğrencilerin bilgi düzeylerindeki farklılıkların nasıl şekillendiğini ortaya koymaktadır.

4.2.1. Şekle Bakma Süreçlerine İlişkin Bulgular

Şekle bakma süreçlerine ilişkin deney grubunun ön test ve son test sonuçlarına ilişkin bulgular Tablo 17'de sunulmuştur.

Tablo 17. Deney grubu şekle bakma bilişsel süreç puanlarının karşılaştırması

Test	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	24	15.71	2.956		
Son test	24	19.58	0.974	-6.664	<.01

Deney grubu şekle bakma bilişsel süreç soruları puanları incelendiğinde, ön test puanı ortalaması 15.71, son test puanı ortalaması ise 19.58 olarak hesaplanmıştır. İki test arasında

istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur ($t = -6,664$, $p < .01$). Bu sonuç, deney grubu öğrencilerinin son testte kayda değer bir gelişme gösterdiğini göstermektedir.

Şekle bakma süreçlerine ilişkin kontrol grubunun ön test ve son test sonuçlarına ilişkin bulgular Tablo 18’de sunulmuştur.

Tablo 18. Kontrol grubu şekle bakma bilişsel süreç soruları puanlarının karşılaştırması

	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	22	9.55	3.334	-13.012	<.01
Son test	22	17.05	3.062		

Tablo 18’e göre, kontrol grubunun ön test puanı ortalaması 9.55, son test puanı ortalaması ise 17.05 olarak hesaplanmıştır. Ön test ve son test puanları arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur ($p < .05$). Bu sonuç, kontrol grubundaki öğrencilerin şekle bakma bilişsel süreçleri açısından performanslarının zamanla kayda değer bir şekilde arttığını işaret etmektedir.

Sonuç olarak hem deney hem de kontrol grubunda öğrencilerin şekle bakma bilişsel süreç puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir artış gözlemlenmiş, bu da her iki grubun da zaman içerisinde bu becerilerini belirgin biçimde geliştirdiğini göstermektedir.

4.2.2. Teorik Muhakeme Süreçlerine İlişkin Bulgular

Teorik muhakeme süreçlerine ilişkin deney grubunun ön test ve son test sonuçlarına ilişkin bulgular Tablo 19’da sunulmuştur.

Tablo 19. Deney grubu teorik muhakeme bilişsel süreç puanlarının karşılaştırması

	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	24	9.83	4.878	-18.957	<.01
Son test	24	27.96	2.866		

Yapılan analizde, deney grubuna ait ön test puanı ortalaması 9.83, son test puanı ortalaması ise 27.96 olarak hesaplanmıştır. Ön test ve son test puanları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu tespit edilmiştir ($p < .01$). Bu sonuç, deney grubundaki öğrencilerin bilişsel süreç performanslarında belirgin bir gelişim sağladığını göstermektedir. Bu gelişim, bilişsel modele göre uygulanan programın etkili olduğunu ve öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini artırdığı şeklinde yorumlanmıştır.

Teorik muhakeme süreçlerine ilişkin kontrol grubunun ön test ve son test sonuçlarına ilişkin bulgular Tablo 20’de sunulmuştur.

Tablo 20. Kontrol grubu teorik muhakeme bilişsel süreç puanlarının karşılaştırması

	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	22	7.64	3.799	-4.864	<0.1
Son test	22	14.82	8.749		

Tablo 20’ye göre kontrol grubunun ön test puanı ortalaması 7.64, son test puanı ortalaması ise 14.82 olarak hesaplanmıştır. Ön test ve son test puanları arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur ($p < .05$). Bu bulgu, kontrol grubundaki öğrencilerin teorik muhakeme bilişsel süreçleri açısından performanslarında belirgin bir artış olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak hem deney hem de kontrol grubunda teorik muhakeme bilişsel süreç puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı artış tespit edilmiştir. Bu durum, gerek Duval’in bilişsel gelişim modeline dayalı programı uygulayan deney grubunda gerekse geleneksel yöntemleri takip eden kontrol grubunda zaman içinde öğrencilerin teorik muhakeme becerilerinin geliştiğini göstermektedir.

4.2.3. Şekle Bakma ve Teorik Muhakeme Bütüncül Sürece İlişkin Bulgular

Duval’in bilişsel modeline göre işlenen dersin hem şekle bakma hem de muhakeme süreçlerinin deney ve kontrol grubunun toplam ön test ve son test puanları arasında anlamlı farklılık olup olmadığını incelemek için bağımsız t testi uygulanmıştır.

Deney grubu toplam puanlarının ön test ve son test puanlarına ilişkin karşılaştırma Tablo 21’de sunulmuştur.

Tablo 21. Deney grubu toplam puanlarının karşılaştırması

	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	24	25.13	6.299	-19.603	<.01
Son test	24	47.54	3.439		

Tablo 21’e göre, deney grubunun ön test puanı ortalaması 25.13, son test puanı ortalaması ise 47.54 olarak hesaplanmıştır. Ön test ve son test puanları arasındaki fark, istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur ($p < .01$). Bu bulgu, deney grubu öğrencilerinin toplam puan düzeyinde belirgin bir gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Kontrol grubu toplam puanlarının ön test ve son test puanlarına ilişkin karşılaştırma Tablo 22’de sunulmuştur.

Tablo 22. Kontrol grubu toplam puanlarının karşılaştırması

	N	\bar{X}	Ss	t	p
Ön test	22	17.18	5.612	-10.621	<0.1
Son test	22	31.86	11.051		

Kontrol grubu toplam puanlarının karşılaştırması Tablo 22’de sunulmuştur. Yapılan analiz sonucunda, kontrol grubunun ön test puanı ortalaması 17.18, son test puanı ortalaması ise 31.86 olarak hesaplanmıştır. Ön test ve son test puanları arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur ($p < .01$). Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin toplam performanslarında belirgin bir artış olduğunu işaret etmektedir.

Sonuç olarak hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin toplam puan düzeylerinde ön testten son teste istatistiksel açıdan anlamlı bir artış görülmüştür. Deney grubundaki ortalama puan 25.13’ten 47.54’e yükselirken ($p < .01$), kontrol grubunda bu değer 17.18’den 31.86’ya çıkmış ($p < .05$) ve her iki grupta da belirgin bir gelişim gözlenmiştir. Bu bulgu, uygulanan öğretim süreçlerinin her iki grupta da öğrencilerin genel performansını artırıcı bir etki gösterdiğini işaret etmektedir.

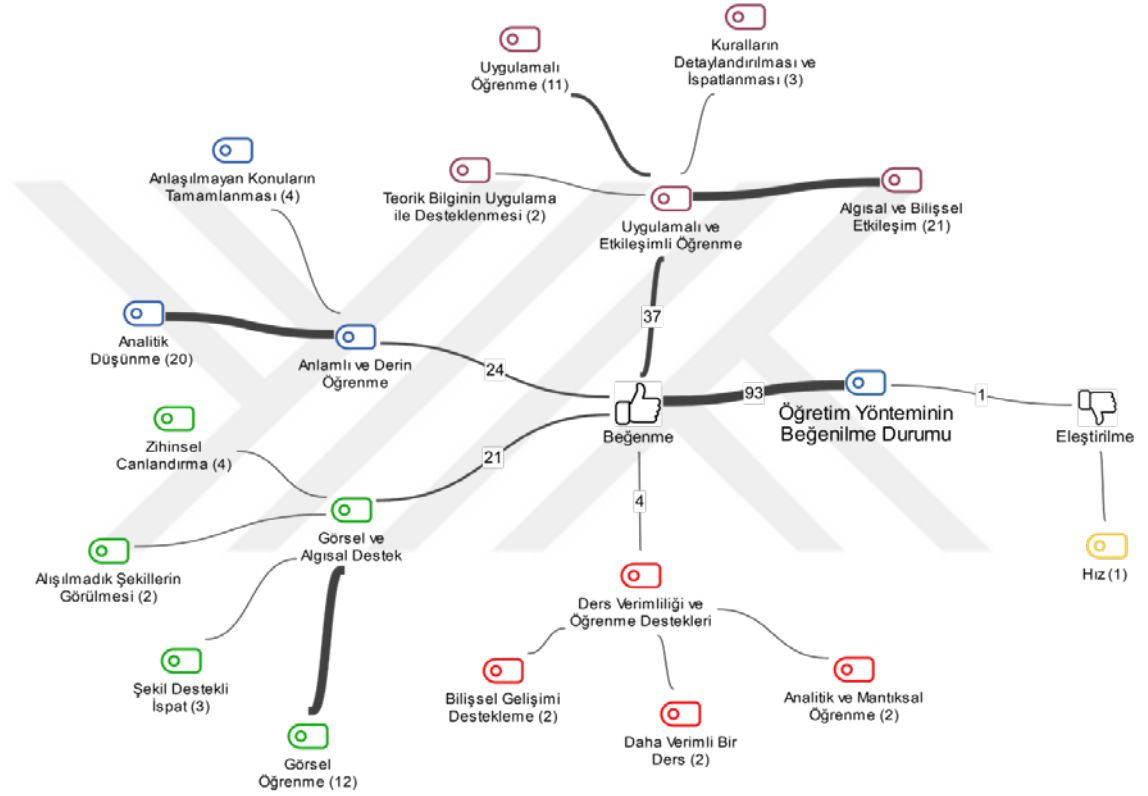
4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Elde Edilen Bulgular

Araştırma kapsamında elde edilen nitel verilerin analizi sonucunda beş ana tema belirlenmiştir. Bu temalar, katılımcıların görüşlerine dayanarak oluşturulmuş ve hem doğrudan hem de dolaylı olarak birbirleriyle ilişkilidir. Araştırmanın bulguları, belirlenen temaların sıralı bir şekilde sunulmasıyla yapılandırılmıştır. Temalar sırasıyla Öğretim yöntemine ilişkin genel tutum ve beğeniler, yöntemin geleneksel yaklaşımlarla karşılaştırılması, güçlü ve zayıf yönlerin değerlendirilmesi, dersin zorlayıcı ve destekleyici unsurlarının analizi ile dersin katılımcılara sağladığı katkılar şeklindedir.

Sırası ile bu temaların her birine yer verilecektir. Araştırmanın bulguları sunulurken, MAXQDA programının MAXMaps görselleştirme işlevinden yararlanılarak temaların, kategorilerin ve kodların birbirleriyle ilişkileri görsel bir şekilde ifade edilecektir.

4.3.1. Öğretim Yöntemine İlişkin Genel Tutum ve Beğeniler

Araştırmanın bu bölümünde, öğrencilerin öğretim yöntemine yönelik genel tutumları incelenmiştir. Öğrenci görüşlerinden elde edilen kodlar Şekil 6'da yer almaktadır.



Şekil 6. Öğretim yönteminin beğenilme durumu teması

Şekil 6'daki kodlar incelendiğinde öğrencilerin öğretim yöntemine yönelik tutumları, "Beğenilme Sebepleri (88)", "Eleştirilme Sebepleri (1)" olmak üzere iki ana başlık altında ele alınmıştır.

Öğrencilerin öğretim yöntemine yönelik olumlu değerlendirmeleri incelendiğinde, beğenilme sebepleri dört ana kategori altında toplanmıştır: Uygulamalı ve etkileşimli öğrenme (38), derin öğrenme (24), görsel ve algısal destek (21) ve dersin verimliliği ile öğrenme destekleri (6).

Bu tema kapsamında, öğrencilerin en çok vurguladığı nokta, öğretim yönteminin beğenilmesidir. Öğrenciler, konuların detaylı ve ispatlı şekilde anlatılmasını, görsel öğelerin kullanımını, soruların farklı çözüm yaklaşımlarıyla gösterilmesini ve her özelliğin ispatından sonra soru çözümlerinin yapılmasını olumlu bulduklarını ifade etmişlerdir. Bu yöntemle, zorlandıkları konularda (örneğin, benzerlik, kelebek özelliği vb.) daha iyi anlama sağladıkları, kavramların zihinlerinde daha kalıcı hale geldiği ve deneme sınavlarında daha başarılı oldukları belirtilmiştir. Ayrıca, hem projeksiyon hem de tahtanın birlikte kullanılmasının öğrenmeyi kolaylaştırdığı, alışılmadık şekillerin gösterilmesinin faydalı olduğu ve konuların daha detaylı işlenmesinin tekrar ihtiyacını azalttığı yönünde görüşler bildirilmiştir.

Öğrenciler, görsel ve algısal desteğin öğretim yönteminde kullanılmasını oldukça beğenmişlerdir. Şekiller üzerinden yapılan ispat ve açıklamaların, soruların farklı çözümlerinin gösterilmesinin, alışılmadık şekillerin sunulmasının ve ek çizimlerle detaylı anlatımların konuların daha iyi anlaşılmasına ve kalıcı olmasına yardımcı olduğu belirtilmiştir. Özellikle benzerlik kurallarının görsel olarak sunulmasının ve pekiştirilmesinin faydalı olduğu ifade edilmiştir. Karmaşık şekillerin ve dönmüş şekillerin çözümünde de görsel desteğin etkili olduğu dile getirilmiştir. Ö7 adlı öğrenci, "*Konuların kafamda canlanma oranı arttı.*" ifadesiyle öğretim yönteminin olumlu etkisini metaforik bir şekilde anlatmıştır. Katılımcıya bu benzetmeyi neden yaptığı sorulduğunda, "*Özellikleri soru üzerinde daha iyi görebildim.*" şeklinde yanıt vermiştir.

Öğrenciler, uygulamalı öğrenme kapsamında yöntemin birçok olumlu yönünü vurgulamışlardır. Konuların detaylı ve ispatlı bir şekilde anlatılması, farklı çözüm yollarının gösterilmesi ve soru çözümlerinin pekiştirilmesi gibi unsurların ilgilerini çektiği ve konuların daha iyi anlaşılmasını sağladığı belirtilmiştir. Özellikle daha önce zorlandıkları benzerlik ve kelebek özelliği gibi konularda bu yöntem sayesinde ilerleme kaydettiklerini ifade etmişlerdir. Ö5 kodlu öğrenci, "*Dersten sonra daha iyi görmeye ve bağıntıları kurmaya başladım.*" diyerek bu yöntemin bilişsel gelişimine katkı sağladığını belirtmiştir.

Katılımcıların görüşleri, ders süresinde yapılan uygulamalar sayesinde önceki bilgi düzeylerindeki eksiklikleri daha net bir şekilde fark edebildiklerini ve bu eksiklikleri kapatmada görsel destekli etkinliklerin önemli olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Örneğin, Ö3'ün "*Anlayıp da yapamadığım ve eksik bildiğim konuları görerek eksikliği*

kapatmamda yardımcı oldu” ifadesi, öğrenme sırasında görsel materyallerden yararlandığı şeklinde ifade edilebilir. Benzer biçimde Ö2 de *“Anladığım yerleri sorular üzerinde çözerek görmek beğendiğim yönü”* şeklinde ifade ederek uygulamalı etkinliklerin anlama sürecini pekiştirdiğini belirtmektedir.

Elde edilen veriler, görsel temsillerin öğrencilerin öğrenmelerini daha kalıcı hale getirdiğine işaret etmektedir. Ö9’un *“Görsel ağırlıklı gerçekleşen bir ders olduğu için daha fazla kalıcı oldu”* ifadesi bu bulguyu destekler niteliktedir. Ayrıca, Ö3’ün *“Özelliklerin nasıl olduğunu ispatlarıyla gördüğüm için kalıcı oldu”* şeklindeki görüşü, özellikle görsel ve ispat temelli uygulamaların konuların daha derinlemesine anlaşılmasında ve akılda kalıcılığın artmasında etkili olduğunu vurgulamaktadır.

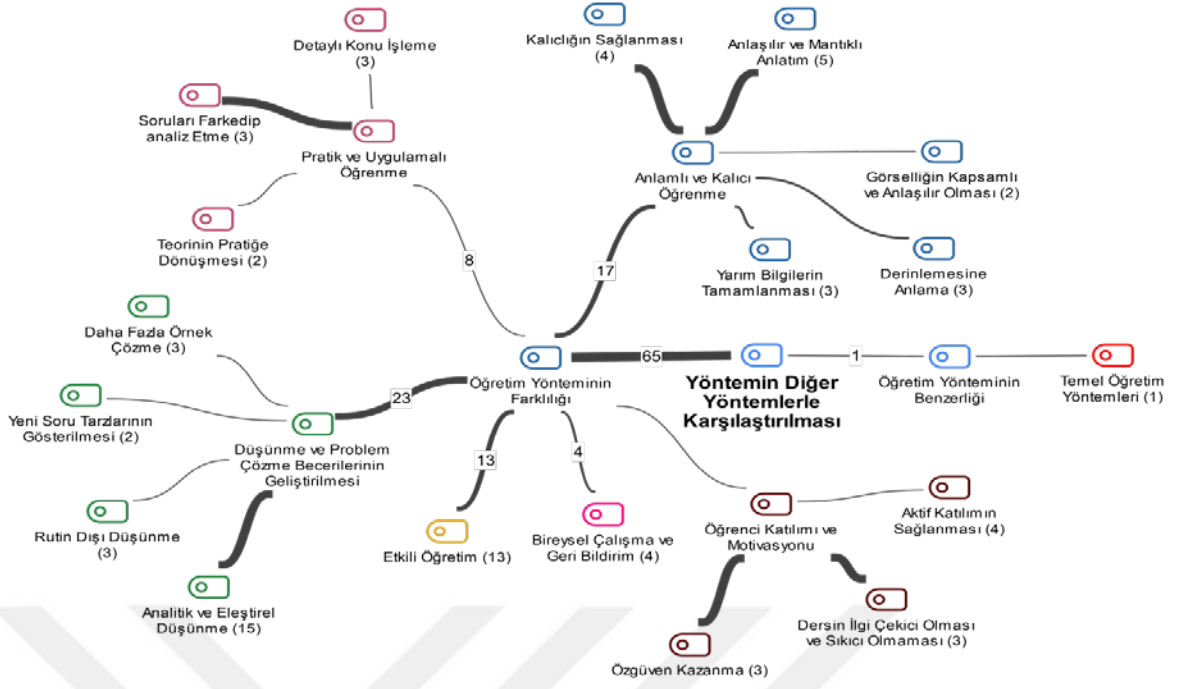
Öğrencilerin, aynı problem için birden fazla çözüm ve ispat yolu sunulmasını öğrenme süreçlerini zenginleştiren bir etken olarak gördükleri gözlemlenmiştir. Bu noktada, Ö13 *“Soruların farklı çözümlerini gördüm. İspatlarını da görerek mantığını daha iyi anladım”* sözüyle çok yönlü çözüm yollarının anlama sürecine katkısını belirtmiştir. Benzer şekilde, Ö8’in *“Benzerlik ile ilgili kuralların detaylı ve ispatlı olarak anlatılması ilgimi çekti”* ifadesi de farklı yöntemlerin ve ispat destekli anlatımın öğrencilerin motivasyonunu ve kavrayışını artırdığını göstermektedir.

Bununla birlikte, hız konusunda bazı eleştiriler de getirilmiştir. Ö11 adlı öğrenci, *“Genel olarak çoğu soruyu anladım ama bazı soruları biraz hızlı geçtik gibi geldi.”* ifadesini kullanarak öğretim hızının zaman zaman bireysel ihtiyaçlara tam olarak uymadığını belirtmiştir. Ö11’in bu yorumu, öğretim hızının öğrencilerin bireysel öğrenme süreçlerine göre ayarlanmasının önemini vurgulamaktadır.

Genel olarak, öğrenciler Duval’in bilişsel gelişim modeli çerçevesinde yapılandırılan bu öğretim yöntemini etkili ve verimli bulmuş; görsel destek, detaylı anlatım, etkileşimli öğrenme ve farklı çözüm yöntemleri sunulmasını olumlu değerlendirmişlerdir.

4.3.2. Öğretim Yönteminin Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması

Araştırmanın bu bölümünde, öğretim yönteminin diğer yöntemlerle karşılaştırılması incelenmiştir. Öğrenci görüşlerinden elde edilen kodlar Şekil 7’de yer almaktadır.



Şekil 7. Yöntemin diğer yöntemlerle karşılaştırılması teması

Şekil 7'deki kodlar incelendiğinde öğretim yönteminin diğer yöntemlerle karşılaştırması, “Öğretim Yönteminin Diğer Yöntemlerden farklılıkları (78)”, “Öğretim Yönteminin Diğer yöntemle benzerlikleri (1)” olmak üzere iki ana başlık altında ele alınmıştır.

Öğrencilerin öğretim yönteminin diğer yöntemlerle karşılaştırılmasına yönelik değerlendirmeleri incelendiğinde, diğer yöntemlerden farklılıkları altı ana kategoride, benzerlikleri bir kategoride toplanmıştır: Anlamli ve kalıcı öğrenme (15), öğrenci katılımı ve motivasyonu (10), düşünme ve problem çözme becerilerinin geliştirilmesi (23), pratik ve uygulamalı öğrenme (13), bireysel çalışma ve geri bildirim (4) ve etkili öğretim (6). Öğretim yönteminin diğer yöntemlerle benzerlikleri: Temel öğretim yöntemleri (1).

Öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde, öğretim yönteminin Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun olarak etkili bulunduğu görülmektedir. Örneğin, Ö10, "Bazı soruları görmemde faydalı oldu. Alışılmadık şekilleri görmeme yardım etti." ifadesiyle yöntemin farklı görselleştirmeler sunarak öğrenme sürecine katkı sağladığını belirtmiştir. Katılımcıya bu metaforu neden kullandığı sorulduğunda, "Alışılmadık farklı şekilleri anladım." şeklinde yanıt vermiştir.

Bunun yanı sıra, Ö8, yöntemin diğer derslerden daha etkili olduğunu vurgulayarak, "Gerek okul geometri dersleri gerek başka hocalardan aldığım geometri derslerinden daha etkiliydi." şeklinde görüş bildirmiştir. Benzer şekilde, Ö6 yöntemin bireysel çalışma imkânı sunduğunu ve bu nedenle daha faydalı olduğunu ifade etmiştir: "Önceki derslere kıyasla bireysel çalışma sınıf ortamına göre daha yararlı bir farklılık." Bu öğrenciye bireysel çalışmadan ne anladığı sorulduğunda, "Size birebir her soruyu sorabilmemiz." yanıtını vermiştir.

Öğrenciler ayrıca öğretim yönteminin analitik düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirdiğini ifade etmiştir. Örneğin, Ö13, "Soruların farklı çözümlerini gördüm. İspatlarını da görerek mantığını daha iyi anladım." şeklinde görüş bildirmiştir. Bu öğrenci daha önce derslerde soruların mantığını sormayan bir öğrenci olmasına rağmen, yöntemin etkisiyle bu konuda gelişim kaydettiğini belirtmiştir.

Öğretim yönteminin öğrenciler üzerinde olumlu etkileri şu şekilde özetlenebilir:

Öğrenciler öğretim yönteminin rutinin dışına çıkmayı teşvik ettiğini, dersin ilgi çekici olduğunu ve geometri dersine yönelik özgüven kazandırdığını ifade etmişlerdir. Bu görüşlerine ilişkin öğrenci alıntıları şu şekildedir.

Ö10: "Klasikleşmiş sorular yerine daha sıra dışı sorular gördüm. Ders ilgi çekici idi ve Geometriye artık daha sıcak bakıyorum."

Öğrencilerin ilgili yöntemle konunun zihinde daha iyi canlandığını ve daha kalıcı öğrendiklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca dersin daha detaylı işlendiğini ve yeni tarz sorularla karşılaştıklarını söylemişlerdir. Görselliğin anlamayı kolaylaştırdığını ve derse aktif katıldıkları yönünde görüş bildirmişlerdir. Yöntemin, öğrencilerin konunun mantığını kavramasının öğrenmeyi daha kalıcı hale getirdiğini göstermektedir. Ö8'in "Mantığını anladığım konular zihnime daha iyi yerleşti. Bu şekilde işlemek konunun kalıcı olmasını sağladı" ifadesi, kavramsal anlayışın zihinsel yapılandırmaya önemli ölçüde katkı sağladığını göstermektedir. Benzer şekilde, Ö5 "Konuyu bir daha unutacağımı sanmıyorum çünkü formüllerin mantığını öğrendim" sözüyle, ezber yerine mantığı öğrenmeye odaklanmanın unutmayı engellediğini vurgulamaktadır.

Ö15'in "Konular şekiller üzerinden anlatıldı. Konu daha detaylı bir şekilde kafamda oluştu" şeklindeki ifadesi, görsel temsillerin kavramsal öğrenmeyi

derinleştirdiğini göstermektedir. Öğrenciler, şekil ve diagram kullanımı sayesinde konunun ayrıntılarını daha iyi kavramakta ve soyut matematiksel ilişkileri somut örneklere bağlayabilmektedirler.

Katılımcılar, alışılmışın dışında soru kalıplarıyla karşılaştıklarında derse olan ilgilerinin arttığını ve problem çözme becerilerinin geliştiğini ifade etmektedir. Bu yaklaşım, öğrencileri daha esnek ve yaratıcı düşünmeye yönlendirmektedir. Bu bulguyu destekleyen katılımcı görüşü aşağıdaki gibidir:

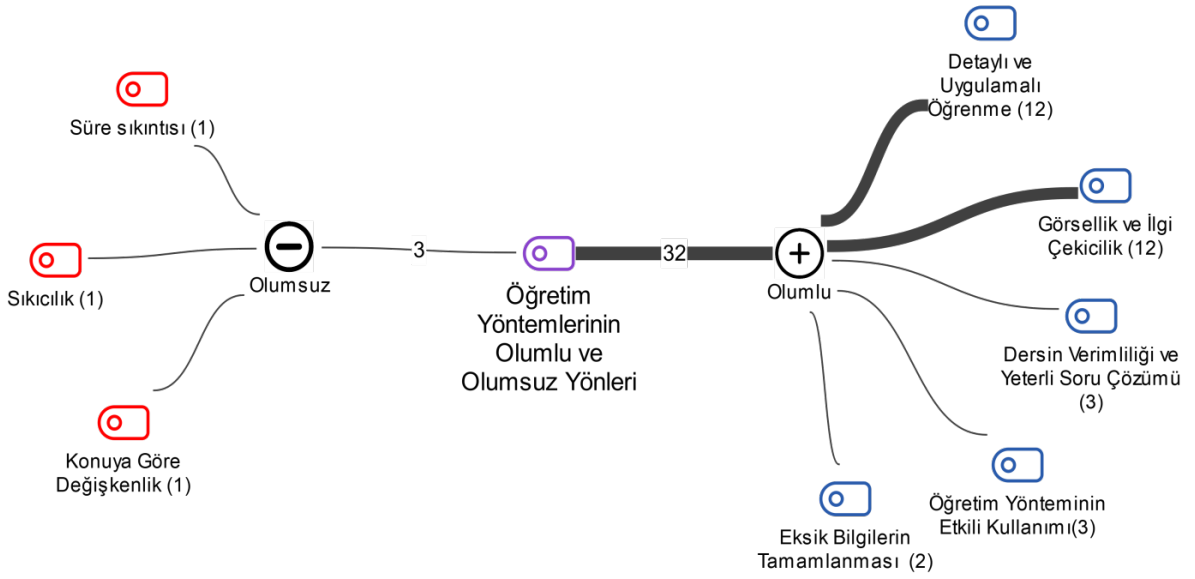
Ö15: "*Konular şekiller üzerinden anlatıldı. Konu daha detaylı bir şekilde kafamda oluştu.*"

Katılımcılar, alışılmışın dışında soru kalıplarıyla karşılaştıklarında derse olan ilgilerinin arttığını ve problem çözme becerilerinin geliştiğini ifade etmektedir. Bu yaklaşım, öğrencileri daha esnek ve yaratıcı düşünmeye yönlendirmektedir. Ö10 kodlu öğrencinin "*Klasikleşmiş sorular yerine daha sıra dışı sorular gördüm.*" ifadesi bunu göstermektedir. Ö4'ün "*Daha önce mantığını anlamaya çalışmamış ve de dikkatli dinlememiştim. Bu derste kafamdaki soru işaretlerini giderdim ve dikkatlice dinledim*" sözleri, mantığa vurgu yapan ve öğrenciyi aktif katılıma teşvik eden ders işlenişinin, öğrencinin ilgisini ve motivasyonunu artırdığını ortaya koymaktadır. Böylece, öğrenciler önceki öğrenme süreçlerinde gözden kaçan noktaları yeniden ele alarak kalıcı bir anlayış geliştirebilmektedir.

Öğrencilerin büyük bir kısmı öğretim yönteminin diğer yöntemlerden farklı olduğunu düşünürken, yalnızca bir öğrenci bu yöntemin temel öğretim yaklaşımları açısından farklı olmadığını belirtmiştir. Örneğin, Ö1, "*Daha önce işlediğim geometri dersleri de yaklaşık olarak bu temeller üzerine işleniyordu, bu yüzden fazla farklılık göremedim.*" ifadesiyle, yöntemin kendisi için belirgin bir fark yaratmadığını dile getirmiştir. Bu durum, her öğrencinin öğrenme sürecine farklı şekilde tepki verdiğini ve öğretim stratejilerinin bireysel farklılıklara uygun şekilde çeşitlendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

4.3.3. Öğretim Yönteminin Olumlu ya da Olumsuz Yönleri

Araştırmanın bu bölümünde, öğrencilerin öğretim yönteminin olumlu ya da olumsuz yönlerine yönelik görüşleri incelenmiştir. Öğrenci görüşlerinden elde edilen kodlar Şekil 8'de yer almaktadır.



Şekil 8. Öğretim yönteminin olumlu ya da olumsuz yönleri teması

Şekil 8’deki kodlar incelendiğinde öğrencilerin öğretim yönteminin olumlu ya da olumsuz yönleri, “Öğretim Yöntemlerinin Olumlu Yönleri (32)”, “Öğretim Yöntemlerinin Olumsuz Yönleri (3)” olmak üzere iki ana başlık altında ele alınmıştır.

Öğrencilerin öğretim yönteminin olumlu ya da olumsuz yönlerine yönelik değerlendirmeleri incelendiğinde, olumlu yönleri beş ana kategori altında olumsuz yönleri üç ana kategoride toplanmıştır: Öğrencilerin eksik bilgilerini tamamlaması (2), öğretim yöntemlerinin etkili kullanılması (3), dersin verimli olması ve soru çözümünün yeterli olması (3), görsellik ve ilgi çekicilik (12), detaylı ve uygulamalı öğrenme (12). Olumsuz yönleri: Süre sıkıntısı (1), sıkıcılık (1), konuya göre değişkenlik (1).

Duval’in bilişsel gelişim modeline göre öğrencilerin derse ilişkin değerlendirmeleri incelendiğinde, dersin genel olarak “detaylı ve uygulamalı” işlendiği, “görsel” ve “ilgi çekici” yönlerinin ön plana çıktığı, ancak “süre” ve “sıkıcılık” gibi bazı olumsuz yönlerin de dile getirildiği görülmüştür.

Öğrenciler, dersin detaylı biçimde ele alınmasını ve uygulamalı etkinlikleri olumlu bulduklarını sıklıkla ifade etmişlerdir. Ö2, “Konu anlatım tarzını beğendim. Anlamadığım yerleri sorular üzerinde çözerek görmek beğendiğim yönü” şeklinde ifade ederek dersin hem kapsamlı anlatımını hem de pratik soru çözümlerini vurgulamıştır. Aynı öğrenci,

“Konunun detaylı bir şekilde işlenmesi ve her konudan sonra yapılan çokça pratik” ifadesiyle de bu yöntemin öğretimdeki etkisini güçlendirdiğini dile getirmiştir.

Araştırmada ilgili yöntem kullanımındaki temsiller arası geçiş ve görselleştirme süreçlerinin öğrenmenin kalıcılığına katkıda bulunduğu söylenebilir. Ö9, *“Görsel ağırlıklı gerçekleşen bir ders olduğu için daha fazla kalıcı oldu”* ifadesiyle, görsel temsil ve materyallerin kalıcı öğrenmeyi desteklediğini belirtmektedir.

Dersin uygulamalı ve görsel yönünün daha önceki öğrenme eksikliklerini gidermekte etkili olduğu ve bu durumun öğrencilerin önceki bilgilerini yeniden yapılandırarak kavramsal anlamayı derinleştirdikleri söylenebilir. Ö3 bu durumu *“Eksik bildiğim konuları görerek tamamlamama yardımcı oldu”* şeklindeki ifade etmiştir. Öğrencilerin görüşlerinde, öğretim yönteminin verimli bir biçimde kullanıldığına dair örnekler de öne çıkmaktadır. Ö2'nin vurguladığı *“Konunun detaylı bir şekilde işlenmesi”* ifadesi, öğrenme materyalleri ve süreçlerinin iyi organize edilmesinin öğrencilerin derse katılımını artırdığı şeklinde yorumlanabilir. Dersin öğrenci başarısına ve özellikle soru çözüm becerilerine katkısını dile getiren Ö3, *“Ek çizimlerin nerede nasıl kullanılacağını öğrendim. Dönmüş şekillerde ne gibi bir yol izlemem gerektiğini ve nasıl çıkacağımı öğrenmişim”* sözleriyle, uygulamalı çalışmaların problem çözme sürecine rehberlik ettiğini aktarmaktadır. Bu ifade, öğrencilerin soyut geometrik ilişkileri daha somut hale getirerek kendi öğrenmelerini yapılandırma fırsatı buldukları şeklinde yorumlanabilir.

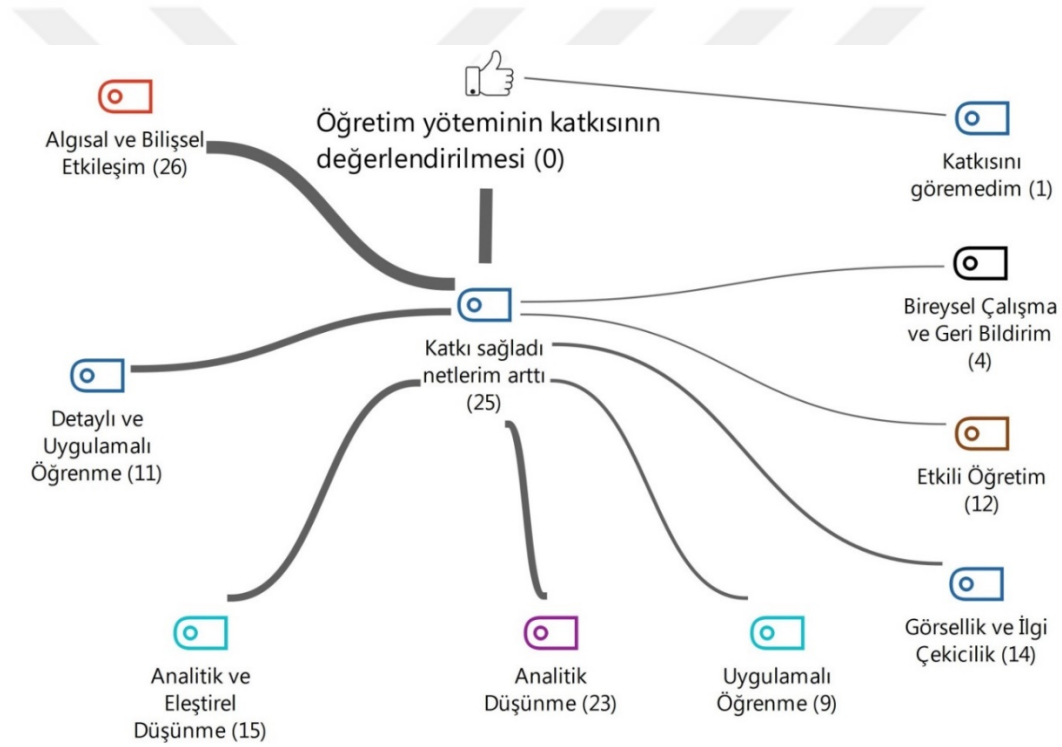
Yukarıda belirtilen olumlu görüşlerin aksine bazı öğrenciler her konunun aynı yöntemle işlenemeyeceği yönünde görüş bildirmişlerdir. Ö1, *“Bu anlatım anlayışının her konu için etkili ve işlevsel olacağını düşünmüyorum çünkü her dersin ele aldığı konular farklı loblarda bulunur”* diyerek, yöntemin tüm içerikler için uygun olmayabileceğini belirtmektedir. Bir başka katılımcı Ö9, olumlu yönlerin yanı sıra dersi *“çok sıkıcı”* bulunduğunu ifade ederek farklı bir bakış açısı ortaya koymaktadır: *“Olumsuz yönüne bakacak olursak çok sıkıcı geçiyor. Olumlu yönlerine bakacak olursak aradan yıllar geçse de unutmayacağımız kalıcılık.”* Bu durum, detaylı ve yoğun uygulamalarla geçirilen sürecin bazı öğrenciler tarafından uzun ve yorucu olarak algılanabileceğini şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca, Ö13 *“Bütün konuların böyle anlatılmasını isterdim ama bence süre sıkıntısı olurdu”* diyerek yöntemin zaman açısından zorlu olabileceğini vurgulamaktadır. Detaylı anlatım, her ne kadar kalıcılığı artırsa da ders süresinin etkin kullanımı açısından kısıtlar yaratabileceği şeklinde yorumlanabilir.

Bu bulgular, Duval'ın bilişsel gelişim modelinin önerdiği çoklu temsil ve uygulamalı öğrenme yaklaşımının, öğrencilerin öğrenme sürecine olumlu katkılar sunduğunu; ancak konu, süre ve bireysel ilgi farklılıkları gibi değişkenlerin de yöntemin etkinliğini etkilediğini göstermektedir.

Bu bulgular, öğretim yönteminin çoğunlukla olumlu değerlendirilmesine rağmen, belirli konular ve öğrenci tercihlerine göre değişen etkileri olabileceğini göstermektedir.

4.3.4. Öğretim Yönteminin Katkısının Değerlendirilmesi

Araştırmanın bu bölümünde, öğrencilerin öğretim yönteminin katkısının değerlendirilmesine yönelik görüşleri incelenmiştir. Öğrenci görüşlerinden elde edilen kodlar Şekil 9'da yer almaktadır.



Şekil 9. Öğretim yönteminin katkısının değerlendirilmesi teması

Şekil 9'daki kodlar incelendiğinde öğrencilerin öğretim yönteminin katkısının değerlendirilmesi, "Faydalı Bulunma Sebepleri (55)", "Faydasının Görülmemesi (1)" olmak üzere iki ana başlık altında ele alınmıştır.

Öğrencilerin öğretim yönteminin katkısının değerlendirilmesine yönelik değerlendirmeleri incelendiğinde, faydalı bulunma sebepleri sekiz ana kategori altında faydasının görülmemesi bir ana kategoride toplanmıştır: Katkı sağlama (25), öğrenci ihtiyacını karşılaması (3), modelin etkinliğini göstermesi (3), kendine güvenin artması (2),

soruları tanıyıp çözebilme becerisinin gelişimi (5), denemelerde net artışı oldu(11), hızlı öğrenme ve uygulama (2), bakış açım değişti (2). Faydasının görülmemesi (1).

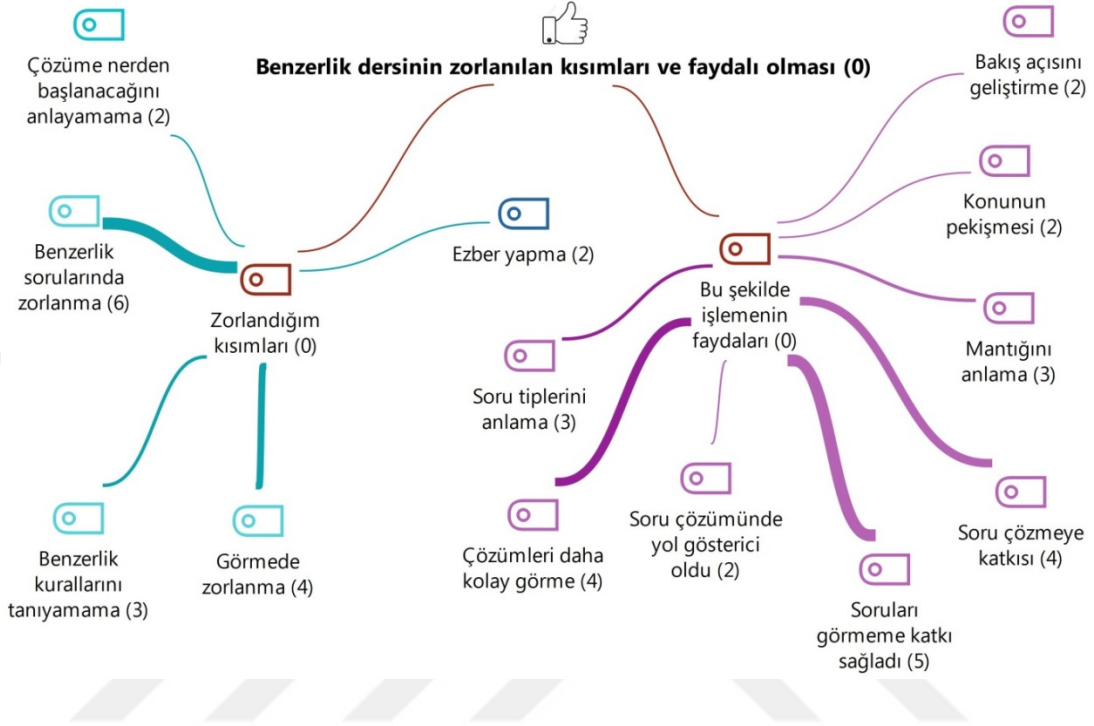
Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak işlenen derslerin öğrencilere önemli katkılar sağladığı ifade edilmiştir. Bu durum, modelin öğrenci öğrenme süreçlerine olumlu etkilerde bulunduğunu göstermektedir. Örneğin, Ö4 bu katkıyı "*Bu dersle kafamdaki soru işaretlerini giderdim.*" ifadesiyle dile getirmiştir. Bu görüş, öğrencinin ders sırasında zihnindeki belirsizliklerin giderildiğini ve konuları daha net anladığını göstermektedir. Ayrıca, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı işlenen derslerin öğrencilerin ihtiyaçlarını karşıladığı belirtilmiştir. Ö7 bu durumu, "*Zorlandığım soru tiplerini kolay çözmemi sağladı.*" ifadesiyle dile getirmiştir. Bu ifade, modelin sağladığı bilişsel destek sayesinde öğrencinin zorlandığı soruları daha rahat çözebildiğini göstermektedir.

Modelin etkinliğini ortaya koyduğu da vurgulanmıştır. Ö5 bu durumu, "*Denemelerde boş bıraktığım soruları artık çözebiliyorum.*" ifadesiyle dile getirmiştir. Bu ifade, modelin uygulanmasıyla birlikte öğrencinin önceki süreçte zorlandığı soruları çözebilme becerisi kazandığını göstermektedir. Ayrıca, derslerin öğrencilerin kendine güven duygusunu artırdığı belirtilmiştir. Ö15 bu durumu, "*Denemelerde benzerlik sorusu görünce direkt geçiyordum ama artık yapabiliyorum.*" ifadesiyle dile getirmiştir. Bu ifade, öğrencinin problem çözme becerisine duyduğu güvenin arttığını göstermektedir. Ek olarak, öğrencilerin deneme netlerinin arttığı vurgulanmıştır. Ö13 bu durumu, "*Netlerim arttı.*" ifadesiyle dile getirmiştir. Bu görüş, modelin akademik başarı üzerindeki etkisini göstermektedir. Ancak, bir öğrenci modelden fayda sağlamadığını belirtmiştir. Ö12, "*Zorlanmıyordum.*" ifadesiyle bu durumu dile getirmiştir. Kendisine "Neden zorlanmadınız?" sorusu yöneltildiğinde, "*Zaten biliyordum.*" yanıtını vermiştir. Bu durum, bireysel farklılıkların dersin etkisini belirlemede önemli olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı derslerin öğrenciler için farklı boyutlarda fayda sağladığı, ancak bireysel farklılıkların önemli bir etken olduğu görülmektedir. Modelin genel olarak öğrencilerin akademik performansına, öz güvenine ve problem çözme becerilerine olumlu katkı sunduğu saptanmıştır.

4.3.5. Benzerlik Dersinin Zorlanılan Kısımları ve Faydalı Olması

Araştırmanın bu bölümünde, benzerlik dersinin zorlanılan kısımları ve faydalı olmasına yönelik görüşleri incelenmiştir. Öğrenci görüşlerinden elde edilen kodlar Şekil 10'da yer almaktadır.



Şekil 10. Benzerlik dersinin zorlanılan kısımları ve faydalı olması teması

Şekil 10'deki kodlar incelendiğinde benzerlik dersinin zorlanılan kısımları ve faydalı olmasının değerlendirilmesi, “Zorlandığım Kısımları (17)”, “Bu şekilde İşleminin Faydaları (25)” olmak üzere iki ana başlık altında ele alınmıştır.

Benzerlik dersinin zorlanılan kısımları ve faydalı olmasına yönelik değerlendirmeleri incelendiğinde, zorlandığım kısımları beş ana kategori altında Bu şekilde işleminin faydaları sekiz ana kategoride toplanmıştır: Çözümü nereden başlayacağını anlayamama (2), benzerlik sorularında zorlanma (6), benzerlik kurallarını tanıyamama (3), görmede zorlanma (4), ezber yapma (2). Bu şekilde işleminin faydaları: Soru tiplerini anlama (3), çözümleri daha kolay görme (4), soru çözümünde yol gösterici oldu (2), soruları görmeme katkı sağladı (5), soru çözmeye katkısı (4), konunun pekişmesi (2), mantığını anlama (3), bakış açısını geliştirme (2).

Öğrencilerin en sık karşılaştıkları zorluklardan biri, benzerlik sorularında çözüme nereden başlayacaklarını bilememeleridir. Örneğin, Ö4 bu durumu “İlk o sorunun

benzerlik olduğunu anladığımda nereden başlayacağımı bilmiyordum.” sözleriyle dile getirmiştir. Bunun yanı sıra, öğrenciler ek çizimli soruların kendileri için zorlayıcı olduğunu ifade etmiştir. Ö14, *“Ek çizimli sorularda oldukça zorlandım.”* diyerek bu durumu vurgulamaktadır. Ayrıca, öğrenciler benzerlik kurallarını tanıyamadıklarını ve üçgenler arası benzerlik ilişkilerini anlamakta güçlük çektiklerini belirtmişlerdir. Ö5 bu konudaki düşüncesini, *“Üçgenler arası benzerlikleri ve kenarların bağıntılarını bulmakta çok zorlanıyordum.”* şeklinde ifade etmiştir.

Bir diğer önemli zorluk ise, öğrencilerin soruları görme ve okuma sürecinde yaşadıkları problemlerdir. Ö3, *“En zorlandığım kısım, soruyu görme ve okuma kısmıydı.”* diyerek bu konuda yaşadığı sıkıntıyı açıklamaktadır. Ayrıca, bazı öğrenciler konuyu mantıksal olarak anlamadan ezberleme yoluna gittiklerini belirtmişlerdir. Ö1 bu durumu *“Mantığını anlamadan ezberlemeye çalışıyordum.”* şeklinde ifade ederek, konunun derinlemesine öğrenilmesi noktasında karşılaştığı güçlükleri dile getirmiştir.

Benzerlik konusunun Duval’in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak işlenmesinin, öğrencilerin konuyu anlama ve uygulama sürecine önemli katkılar sağladığı görülmüştür. Öğrenciler, dersin bu şekilde işlenmesi sayesinde soru tiplerini daha iyi anladıklarını belirtmiştir. Örneğin, Ö5 bu durumu *“Dersten sonra daha iyi anlamaya ve bağlantıları kurmaya başladım.”* şeklinde ifade etmiştir. Aynı zamanda, bu yöntemin çözümleri daha kolay görmelerine yardımcı olduğunu düşünen öğrenciler de bulunmaktadır. Ö6, bu konuda *“Formülü nerede kullanacağım gibi kısımlarda zorlanıyordum, çözüm yolunu bulamıyordum. Dersi bu şekilde işlemek zorlandığım kısımları halletmemi sağladı.”* diyerek görüşlerini aktarmıştır.

Öğrenciler ayrıca, benzerlik dersinin bu şekilde işlenmesinin, soru çözümünde yol gösterici olduğunu düşünmektedir. Ö3, *“Yapmam gereken sıralamayı öğrendim.”* diyerek bu durumun kendisi için faydalı olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, konunun görselleştirilerek anlatılmasının soruları anlamalarına katkı sağladığını ifade eden öğrenciler de bulunmaktadır. Ö7, *“Konuyu bu şekilde görünce, bu konuyu yapmakta daha az zorlandım.”* sözleriyle bu yöntemin kendisine sağladığı kolaylığı dile getirmiştir.

Benzerlik dersinin bilişsel gelişim modeline uygun olarak işlenmesinin, öğrencilerin soru çözme becerilerini geliştirdiği de görülmektedir. Ö2, *“Soruları çözmeme katkı sağladı.”* ifadesiyle bu yöntemin kendisine sunduğu faydayı vurgulamaktadır.

Ayrıca, derslerin bu şekilde işlenmesi konunun pekişmesine önemli ölçüde katkı sağlamıştır. Ö15, “*Bu derslerle konuyu anladım ve artık soruları çözebiliyorum. Dersi bu şekilde işlemek bana çok verimli oldu.*” şeklinde görüş belirterek, öğrenme sürecinin daha kalıcı hale geldiğini ifade etmiştir.

Bilişsel gelişim modeline dayalı olarak gerçekleştirilen derslerin, öğrencilerin konunun mantığını anlamalarına yardımcı olduğu da belirlenmiştir. Ö2, “*Konuyu bu şekilde işleyince konu pekişti ve soruları çözmeme katkı sağladı.*” sözleriyle bu yöntemin kendisine sağladığı katkıyı dile getirmiştir. Ayrıca, öğrenciler bu yöntemle işlenen derslerin bakış açılarını geliştirdiğini de belirtmektedir. Ö1, “*Dersi bu şekilde işlemek bakış açımı doğru şekilde geliştirdi.*” diyerek, farklı düşünme biçimleri kazanmasına katkı sağladığını ifade etmiştir.

Bu bulgular, Duval’in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretim yönteminin, öğrencilerin yalnızca bilgi edinmelerini değil, aynı zamanda bilgiyi etkin bir şekilde kullanmalarını da desteklediğini ortaya koymaktadır. Aynı zamanda, bu yöntemin öğrencilerin problem çözme sürecinde karşılaştıkları zorlukları aşmalarına yardımcı olduğu ve daha kalıcı bir öğrenme sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmada, katılımcıların büyük çoğunluğunun Duval’in bilişsel gelişim modeline dayalı olarak işlenen benzerlik dersinin faydalı olduğunu düşündüğü sonucuna ulaşılmıştır. Katılımcılar, dersin çeşitli yönlerden etkili olduğunu ifade etmişlerdir. Dersin, öğrencilere sağladığı katkılar arasında, konuların anlaşılmasına, öğrenci ihtiyaçlarının karşılanmasına, öz güvenin artmasına ve soruları tanıyıp çözme becerisinin gelişmesine olanak tanıdığı belirtilmiştir. Ayrıca, katılımcıların önemli bir bölümü, dersin deneme sınavlarında net artışına katkı sağladığını ve öğrencilerin öğrenme süreçlerini hızlandırarak daha etkin bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olduğunu ifade etmiştir.

Duval’in bilişsel gelişim modeline göre işlenen dersin, öğrencilerin bakış açılarının değişmesine ve problem çözme stratejilerinde çeşitlilik kazanmasına katkı sunduğu belirtilmiştir. Katılımcıların bir kısmı, dersin yeni bakış açıları kazandırdığını ve ek çizimlerin nerede, nasıl kullanılacağını öğrendiklerini ifade etmiştir. Bu durum, öğrencilerin daha derinlemesine düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimine katkıda bulunduğunu göstermektedir.

Katılımcıların büyük bir bölümü, Duval'ın bilişsel gelişim modeline dayalı dersin, deneme sınavlarında net artışına katkı sağladığını belirtmiştir. Özellikle, daha önce boş bırakılan soruların artık çözülebildiği ve öğrencilere yeni çözüm stratejileri kazandırdığı ifade edilmiştir. Bu durum, dersin akademik başarı üzerindeki olumlu etkisini ortaya koymaktadır.

Bununla birlikte, dersin faydasını görmeyen tek bir öğrenci, dersin kendisine katkı sağlamadığını ifade etmiştir. Bu öğrenci, "*Zorlanmıyordum, zaten biliyordum.*" ifadesiyle, dersin önceden sahip olduğu bilgi birikimine katkı sunmadığını belirtmiştir. Bu bulgu, bireysel farklılıkların dersin etkililiği üzerindeki rolünü vurgulamakta ve bireysel bilgi düzeylerinin dikkate alınması gerektiğini göstermektedir.

Sonuç olarak, Duval'ın bilişsel gelişim modeline dayalı olarak işlenen dersin, öğrencilere katkı sağladığı, onların öğrenme süreçlerini desteklediği, öğrenci ihtiyaçlarını karşıladığı, soruları tanıma ve çözme becerisini geliştirdiği ve sınav başarılarını artırdığı söylenebilir. Bununla birlikte, bireysel bilgi farklılıkları nedeniyle bazı öğrencilerin dersten fayda görme düzeylerinin farklılık gösterebileceği de göz önünde bulundurulmalıdır.

Araştırmanın bulguları, Duval'ın bilişsel gelişim modeline dayalı öğretim yönteminin öğrenciler üzerindeki etkilerini kapsamlı bir şekilde ortaya koymuştur. Elde edilen bulgular, bu öğretim yönteminin, MEB müfredatına uygun anlatıma kıyasla birçok açıdan daha etkili olduğunu göstermektedir. Katılımcılar, Duval modeliyle işlenen derslerin öğrencilerin analitik düşünme, problem çözme, derinlemesine anlama, kalıcı öğrenme ve özgüven geliştirme gibi becerilerine katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Bu durum, derslerde kullanılan görsel materyallerin ve uygulamalı öğrenme süreçlerinin öğrenme üzerindeki olumlu etkisini ortaya koymaktadır. Ayrıca, bireysel geri bildirim ve öğrenci ihtiyaçlarına göre uyarlanabilir öğretim süreçlerinin, bireysel farklılıkları gözetken bir öğretim ortamı oluşturduğu görülmüştür.

Öğrenciler, Duval modeline dayalı derslerin kendilerini aktif bir öğrenme sürecine dâhil ettiğini ve öğrendiklerini daha kalıcı hale getirdiğini belirtmişlerdir. Özellikle alışılmadık şekilleri tanıma, yeni soru türlerini çözme, eksik bilgileri tamamlama ve kavramların mantığını anlama gibi yönlerden, geleneksel yöntemlerin ötesine geçen bir öğrenme deneyimi sunduğu ifade edilmiştir. Bu bulgu, Duval'ın bilişsel gelişim

modelinin, öğrencilerin yalnızca bilgi edinmesini değil, aynı zamanda bu bilgiyi analiz etme, sorgulama ve ispatlama süreçlerinde etkin rol oynamalarını sağladığını göstermektedir.

Bununla birlikte, dersin bazı olumsuz yönleri de vurgulanmıştır. Katılımcılar, sürenin uzun olmasının dikkatin dağılmasına neden olabileceğini, bazı derslerin konusuna göre yöntemin etkisinin değişebileceğini ve dersin zaman zaman sıkıcı bulunabileceğini ifade etmişlerdir. Bu durum, bireysel ihtiyaçlara ve derse göre esnek bir öğretim sürecinin planlanması gerektiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, derslerde daha etkili bir süre yönetiminin sağlanması ve öğrenci ilgisinin sürekli olarak canlı tutulması için çeşitli öğretim stratejilerinin bir arada kullanılması gerekmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretim yönteminin, öğrencilerin öğrenme süreçlerine katkı sunduğunu ve kavramsal anlama, problem çözme, özgüven geliştirme gibi becerilerde olumlu etkiler yarattığını göstermektedir. Bu bağlamda, öğretim yönteminin öğrencilerin bireysel farklılıklarına göre uyarlanması önemi bir kez daha ortaya çıkmıştır. Eğitim ortamlarında, Duval'in bilişsel gelişim modelinin yaygınlaştırılması, öğrenci merkezli, bireysel farklılıkları gözeten ve kalıcı öğrenmeyi destekleyen öğretim uygulamalarının geliştirilmesine katkı sağlayacaktır.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırmanın tartışma, sonuç ve önerilerine yer verilmiştir. Araştırma bulguları, ilgili literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırılmış ve bu doğrultuda gelecekteki araştırmalar için öneriler sunulmuştur.

5.1 Tartışma ve Sonuçlar

Geometri eğitiminin bireylerin bilişsel gelişimine katkısı üzerine yapılan çalışmalar, özellikle Duval'in bilişsel modeli çerçevesinde değerlendirildiğinde, bu modelin geometri öğretiminde sağladığı avantajlar daha belirgin hale gelmektedir. Duval'in bilişsel modeli, geometrik düşünmenin görselleştirme, kurma ve muhakeme süreçlerini ayrıntılı bir şekilde ele alarak, öğrencilerin geometrik kavramları anlama ve uygulama becerilerini geliştirmeye yönelik kapsamlı bir yaklaşım sunar. Bu modelin eğitim süreçlerine entegrasyonu, öğrencilerin geometrik bilgiyi sadece teorik düzeyde değil, aynı zamanda pratik ve günlük yaşamda uygulayabilecekleri şekilde anlamalarını sağlar. Dolayısıyla, Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun ders anlatım yöntemlerinin kullanılması, öğrencilerin hem şekilsel hem de kavramsal süreçlerde daha derinlemesine bir anlayış kazanmalarına olanak tanır. Bu araştırmada, Duval'in bilişsel gelişim modeline uygun olarak anlatılan dersin, MEB müfredatına uygun anlatıma göre 12. sınıf öğrencilerinin geometrik bilgi seviyeleri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, bu iki farklı öğretim yaklaşımının öğrenci başarılarına ve süreç içerisindeki gelişimlerine etkisini kapsamlı bir şekilde ortaya koymaktadır.

Araştırma yapılan analizler sunucunda, deney ve kontrol grubu arasında belirli farklılıkları ve benzerlikleri ortaya koymuştur. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin net ortalama puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır. Bu, başlangıç seviyesinde iki grubun akademik başarılarının birbirine benzer olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin ön test puanlarının kontrol grubuna göre anlamlı derecede yüksek olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, deney grubunun başlangıçta bu bilişsel süreçte daha yetkin olduğunu göstermektedir. Son test puanlarında, ön test puanlarının etkisi ortadan kaldırıldığında, iki grup arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu, her iki grubun da süreç boyunca benzer bir gelişim gösterdiğini ancak deney grubunun başlangıç avantajının sonuca etki ettiğini göstermektedir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin teorik muhakeme ön test

puanları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu, öğrencilerin başlangıç seviyesinin bu bilişsel süreçte benzer olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin son test puanları, kontrol grubuna göre anlamlı derecede yüksek bulunmuştur. Bu, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre anlatılan dersin, öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin toplam ön test puanları, kontrol grubuna göre anlamlı derecede yüksek bulunmuştur. Bu, deney grubunun başlangıç seviyesinin genel olarak daha yüksek olduğunu göstermektedir. Toplam son test puanlarında, ön test puanlarının etkisi ortadan kaldırıldığında, iki grup arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Bu, her iki grubun da genel anlamda benzer bir gelişim gösterdiğini ancak deney grubunun başlangıç avantajının sonuca etki ettiğini göstermektedir.

Nitel veriler, öğrencilerin Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı ders hakkındaki görüşlerini ortaya koymuştur. Genel olarak, öğrenciler bu yöntemi beğendiklerini ve anlamaya yönelik katkı sağladığını belirtmişlerdir. Öğrenciler, bu modelin daha fazla görsel ve mantıksal düşünmeyi teşvik ettiğini, konunun derinlemesine anlaşılmasını sağladığını ifade etmişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin derslere olan ilgilerinin arttığı ve matematiksel düşünme becerilerinin geliştiği yönünde geri bildirimler alınmıştır.

Bu çalışmada Duval'in bilişsel gelişim modeline göre yapılan öğretimin, MEB müfredatına uygun öğretim yöntemine kıyasla öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerini ve bilişsel süreçlerini olumlu yönde geliştirdiği tespit edilmiştir. Bu konuda yapılan çalışmalardan, çalışmamıza alan bakımından yakın olan Karpuz vd. (2014) tarafından yürütülen "Geometride Öğrencilerin Şekil ve Kavram Bilgisi Kullanımı" adlı araştırma, Duval'in bilişsel gelişim modeli üzerine yapılmıştır. Bu çalışmada, öğrencilerin şekil bilgisini kavramsal bilgiye göre daha rahat kullandıkları bulgusu elde edilmiştir. Ayrıca, kavramsal bilgi eksikliğinin geometrik problemleri çözmeye öğrencilere zorluk çıkardığı tespit edilmiştir. Karpuz vd. (2014) çalışması, 9. ve 11. sınıf öğrencilerini incelemiş ve bu yönüyle lise öğrencilerini hedef alması bakımından çalışmamızla karşılaştırılabilir bir nitelik taşımaktadır.

Çalışmamızda, 12. sınıf öğrencileri üzerinde Karpuz vd. (2014) tarafından elde edilen iki bulguyu destekleyen sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, Karpuz vd. (2014) çalışmasında, öğrencilerin geometrik şekillerle ilgili sorularda daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmışken, bizim çalışmamızda böyle bir farklılık gözlemlenmemiştir. Bu farklılığın kaynağı olarak, 12. sınıf öğrencilerinin sınava hazırlık sürecinde kavramsal bilgi eksikliklerini

giderme yolunda önemli çalışmalar yaptıkları şeklinde değerlendirilmektedir. Diğer bir ifadeyle, Duval'ın bilişsel gelişim modelinin her iki çalışmada da etkili sonuçlar verdiği, ancak uygulamadaki farklılıkların öğrenci gruplarının farklı sınıflarda olmasından kaynaklandığı (şekle bakma sorularındaki gelişim farkı) görülmektedir.

Bu konuda yapılan çalışmalardan, çalışmamıza alan bakımından yakın olan bir diğer çalışma Karpuz (2018) tarafından yürütülen " Duval'in Bilişsel Modeli Temelinde Öğrenme Ortamlarının Tasarlanması ve Değerlendirilmesi " adlı araştırma, Duval'ın bilişsel gelişim modeli üzerine yapılmıştır. Bu çalışmada, Duval'in modeline dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının, öğrencilerin teorik muhakeme yeteneklerini geleneksel öğrenme ortamına göre daha olumlu yönde geliştirdiği belirlenmiştir. Ancak, öğrencilerin şekle bakma süreçlerinde belirgin bir gelişme gözlemlenmemiştir. Karpuz (2018) çalışması, 9. sınıf öğrencilerini incelemiş ve bu yönüyle lise öğrencilerini hedef alması bakımından çalışmamızla karşılaştırılabilir bir nitelik taşımaktadır. Çalışmamızda, 12. sınıf öğrencileri üzerinde Karpuz (2018) tarafından elde edilen iki bulguyu destekleyen sonuçlar elde edilmiştir.

Çalışmamıza alan bakımından yakın olan bir diğer çalışma Karpuz ve Atasoy (2019) tarafından yürütülen "9. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Şekil Kavramalarının İncelenmesi" adlı çalışmada öğrencilerin algısal, söylemsel ve işlemsel kavrama türlerinde yetersizlik yaşadığı sonucuna ulaşmıştır. Karpuz ve Atasoy (2019) çalışması, 9. sınıf öğrencilerini incelemiş ve bu yönüyle lise öğrencilerini hedef alması bakımından çalışmamızla karşılaştırılabilir bir nitelik taşımaktadır. Çalışmamızda, 12. sınıf öğrencileri üzerinde Karpuz ve Atasoy (2019) tarafından elde edilen bu bulguyu destekleyen sonuçlar elde edilmiştir. Ancak Karpuz ve Atasoy (2019) çalışmasında öğrencilerin çeşitli alt figürleri tanımada, sözel bilgiyi görsel bilgiye dönüştürmede, görsel bilgiye dayalı sözel bilgi türetmede başarısız olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmamızda Duval'ın bilişsel gelişim modeline dayalı öğretimin öğrencilerin teorik muhakeme ve genel bilişsel süreçlerinde olumlu etkiler yarattığını göstermektedir. Her iki çalışma da Duval'ın modeline dayalı öğretim yaklaşımlarının önemini ortaya koymakla birlikte, öğrencilerin başlangıç seviyelerinin ve bilişsel süreçlerdeki yeterliliklerinin öğretim sürecindeki başarılarını etkileyebileceğini göstermektedir.

Michael vd. (2011) tarafından "Ortaokul ve Lise Öğrencilerinin Geometrik Figürlerin İşlevsel Anlayışı" konulu çalışmasında, öğrencilerin en düşük başarıyı, işlevsel algının bir

göstergesi olan şekli parçalarına ayırma ve bu parçaları birleştirerek başka şekiller oluşturma davranışında gösterdiği belirlenmiştir. Michael vd. (2011) çalışması, 9 ve 10. sınıf öğrencilerini incelemiş ve bu yönüyle lise öğrencilerini hedef alması bakımından çalışmamızla karşılaştırılabilir bir nitelik taşımaktadır. Çalışmamızda, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre anlatılan dersin, öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmamızın uygulama sonrası teorik muhakeme puanlarında şekle bakma puanına göre artışın daha fazla olması bakımından Michael vd. (2011) çalışmasını destekler niteliktedir.

Michael (2013) tez çalışmasında, lise öğrencilerinin geometrik görevlere odaklandıklarında Duval'in şekle bakma süreçlerini nasıl harekete geçirdiklerini incelemiştir. Araştırmasında, bireylerin seçtikleri algıların uygun bir şekle bakma süreci olup olmadığını ve muhakemelerin oluşmasını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Görsel algının, işlevsel kavrayışın harekete geçirilmesinde önemli bir rol oynadığını belirtmiş, bireylerin görsel algılar temelinde şekil üzerinde gerekli olan yeniden yapılandırmayı fark ettiklerinde, işlevsel algılarını da uygun bir biçimde harekete geçirebildiklerini vurgulamıştır. Ancak, görsel algı ile gerekli alt şekiller yeterince fark edilmez veya tanınmazsa, işlevsel algı için gereken şekli yeniden yapılandırma ve şekil üzerinde kritik değişiklikler yapabilme becerisinin etkin hale gelmeyeceğini belirtmiştir. Bununla birlikte, çalışmasında işlevsel algının geometrik görevlerde önemli olduğunu vurgularken, görsel algının bazen işlevsel algının oluşmasını engelleyici bir rol oynayabileceğini belirtmiştir. Ayrıca, görsel algının sözel algı için de engel teşkil edebileceğini ve geometrik ispat sürecinde gerekli ilişkilerin anlaşılmasını geçersiz kılabileceğini vurgulamıştır. Bu sonuç, Michael'ın (2013) çalışmasında vurgulanan, görsel algının muhakeme sürecini nasıl etkileyebileceğine dair bulgularla örtüşmektedir. Deney grubunun ön test puanlarının kontrol grubuna göre anlamlı derecede yüksek olması, bireylerin başlangıç seviyesinde sahip oldukları bilişsel yeterliliklerin şekle bakma süreçlerinde farklılık gösterebileceğini düşündürmektedir. Bu durum, Michael'ın (2013) çalışmasında belirtilen, bireylerin seçtikleri algısal süreçlerin muhakeme gelişimini nasıl etkileyebileceği yönündeki bulgularla paralellik göstermektedir. Deney grubunun teorik muhakeme becerilerinde anlamlı bir gelişim göstermesi, Duval'in modeline dayalı öğretimin, öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermektedir. Bu bulgu, Michael'ın (2013) çalışmasında vurgulanan, işlevsel algının geometrik görevlerde önemli olduğu ve uygun şekilde harekete geçirilmediğinde muhakeme sürecinin sekteye uğrayabileceği görüşünü desteklemektedir. Özellikle deney grubunun son test puanlarının anlamlı bir şekilde daha

yüksek çıkması, Duval'ın modeline dayalı öğretim yönteminin işlevsel algıyı güçlendirdiğini ve öğrencilerin geometrik şekiller üzerinde bilinçli yeniden yapılandırmalar yapmalarına olanak tanıdığını göstermektedir.

Nitel bulgular açısından, öğrencilerin Duval'ın modeline dayalı öğretim yöntemini olumlu değerlendirmeleri ve bu yöntemin görsel ve mantıksal düşünmeyi teşvik ettiğini belirtmeleri, Michael'ın (2013) çalışmasında vurgulanan görsel algının muhakeme üzerindeki etkilerini doğrulamaktadır. Öğrenciler, bu yöntemin konuların daha iyi anlaşılmasını sağladığını ifade ederken, Michael (2013) da görsel algının uygun şekilde yönlendirilmediği durumlarda işlevsel algının oluşmasının zorlaşacağını vurgulamıştır. Bu durum, öğrencilerin görsel algı ile işlevsel algı arasındaki geçişi doğru bir şekilde yapabildiklerinde, muhakeme becerilerinin gelişeceğini gösteren bulgularla uyumludur.

Genel olarak, bu araştırma bulguları, Michael (2013) çalışmasını destekler nitelikte olup, özellikle Duval'ın modelinin öğrencilerin bilişsel süreçlerine etkisini vurgulayan çalışmalara katkı sağlamaktadır. Ancak, görsel algının her zaman olumlu bir etkisi olmayabileceği ve bazen öğrencilerin şekil üzerinde kritik değişiklikler yapmasını zorlaştırabileceği yönündeki bulgular, gelecekte daha ayrıntılı incelenmesi gereken bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Gürhan ve Tapan Broutin (2017) çalışmalarında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesik üçgenlerle ilgili geometrik görevlerde Duval'ın tanımladığı şekle bakma süreçlerini nasıl kullandıklarını araştırmışlardır. Her bir katılımcının, geometrik probleme farklı bir algı türüyle yaklaştığını ve problemi çözerken benimsedikleri algı türünün, görevin çözümünü önemli ölçüde etkilediğini vurgulamışlardır. Araştırmalarında, geometrik problemi doğru olarak çözen bireylerin genellikle daha çok sözel algıyı kullandığı, diğer algı türlerini (görsel ve işlevsel) kullanan bireylerin ise problemi çoğunlukla hatalı çözdükleri belirtilmiştir. Gürhan ve Tapan Broutin (2017) tarafından yürütülen çalışma ile bu araştırmanın bulguları, Duval'ın bilişsel gelişim modeli çerçevesinde öğrencilerin geometri ve teorik muhakeme becerileri üzerindeki etkilerini incelemesi açısından benzerlik göstermektedir. Gürhan ve Tapan Broutin'in çalışması, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesik üçgenlerle ilgili geometrik görevleri çözerken farklı algı türlerini nasıl kullandıklarını inceleyerek, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde sözel, görsel ve işlevsel algı türlerinin önemine vurgu yapmaktadır. Çalışmalarının temel bulgularından biri, geometrik problemleri doğru

özen bireylerin daha çok sözel algıyı kullanırken, görsel ve işlevsel algıyı kullanan bireylerin hatalı çözüm eğiliminde olduğudur.

Bu alışma, Gürhan ve Tapan Broutin'in araştırmasını şu yönleriyle desteklemektedir. Bu araştırmanın bulgularına göre, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretim yöntemi, öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirmede etkili olmuştur. Bu, Gürhan ve Tapan Broutin'in, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde belirli bilişsel algı türlerini kullanmalarının başarılarını etkilediğine dair bulgularıyla örtüşmektedir. Her iki çalışma da öğrencilerin belirli bilişsel süreçleri kullanmalarının öğrenme sürecinde kritik bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Gürhan ve Tapan Broutin'in çalışması, öğrencilerin problem özümlelerinde kullandıkları algı türlerinin başarının belirleyicisi olduğunu göstermektedir. Bu çalışmada da Duval'in modeline dayalı derslerin öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirdiği ve bu becerilerin teorik düşünme süreçlerinde etkili olduğu görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin başarılarını artırmada belirli bilişsel süreçlere odaklanmanın önemini vurgulayan Gürhan ve Tapan Broutin'in çalışmasını desteklemektedir. Bu araştırmadaki nitel bulgular, öğrencilerin Duval'in modeline dayalı öğretim sürecinin görsel ve mantıksal düşünmelerini teşvik ettiğini göstermektedir. Bu, Gürhan ve Tapan Broutin'in, öğrencilerin problem çözme sürecinde farklı algı türlerini kullanmalarının sonuçları nasıl etkilediğine dair bulgularıyla paraleldir. Öğrencilerin görsel algı türüne yöneldiğinde bazı hatalar yapabildiklerinin belirtilmesi, mevcut araştırmada da görsel temsillerin kullanımının öğrencilerin anlamaya yönelik katkı sağladığını ancak bazı durumlarda kavramsal zorluklara yol açabileceğini düşündürmektedir. Gürhan ve Tapan Broutin'in araştırmasında, sözel algıyı daha fazla kullanan öğrencilerin problem çözmede daha başarılı olduğu ifade edilmiştir. Bu çalışmada da Duval'in modeline dayalı öğretim yönteminin öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirdiği gözlemlenmiştir. Bu, öğrencilerin yalnızca görsel değil, aynı zamanda sözel ve mantıksal düşünme süreçlerini daha etkin kullanmalarının başarılarını artırabileceğini göstermektedir.

Sonuç olarak, bu alışma, Gürhan ve Tapan Broutin'in (2017) araştırmasını destekleyen bulgular ortaya koymaktadır. Her iki çalışma da Duval'in bilişsel gelişim modelinin, öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki algısal yaklaşımlarını etkilediğini ve belirli bilişsel süreçlerin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede kritik olduğunu göstermektedir. Gelecekteki araştırmalarda, bu modelin öğrencilerin farklı bilişsel algı türleri üzerindeki etkilerinin daha detaylı incelenmesi önerilebilir.

Sharma (2019) çalışmasında, geometri eğitimine yönelik kullanılan teorilerin eleştirel bir karşılaştırmasını sunmuştur. Van Hiele modeli, Fischbein'in şekilsel-kavram teorisi, Duval'in bilişsel teorisi, Wessels ve Van Niekerc'ın SOC modeli ve Sfard'ın commognition teorisi gibi teoriler ele alınmış ve tartışılmıştır. Araştırmada, geometri öğretimindeki perspektiflerin genellikle 2 boyutlu geometriye odaklandığı ve 3 boyutlu geometrinin ikinci planda kaldığı ifade edilmiştir. Bu teorilerin çoğunun, üç boyutlu geometri kavramlarının gelişimini göz ardı ederek, iki boyutlu geometri kavramlarının gelişimini vurguladığı belirtilmiştir. Ayrıca, bu teorik perspektiflerin geometri alanındaki dilin rolünü (geometri dersinin çok dilli bağlamını) ele almaya pek az odaklandığına dikkat çekilmiştir. Sharma (2019), Duval'in bilişsel teorisini geometri eğitiminde ele almış ve bu teorinin özellikle iki boyutlu geometriye daha fazla odaklandığını belirtmiştir. Bu çalışma ise Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretimin öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirdiğini ve anlamayı teşvik ettiğini göstermektedir. Bu bulgu, Duval'in modelinin eğitimde etkili bir çerçeve sunduğunu doğrular niteliktedir. Sharma (2019), ele alınan teorilerin üç boyutlu geometriye yeterince odaklanmadığını ve genellikle iki boyutlu geometriyle sınırlı kaldığını vurgulamıştır. Bu çalışma, bilişsel süreçlerin gelişimiyle ilgili bulgular sunarak öğrencilerin Duval'in modeliyle daha iyi kavrama sağladığını göstermektedir. Bu durum, bilişsel süreçlerin teorik çerçeveler tarafından nasıl şekillendirildiğine dair Sharma'nın ele aldığı konularla örtüşmektedir. Sharma (2019), geometri öğretiminde kullanılan teorilerin dilin rolünü ele almada yetersiz kaldığını belirtmiştir. Bu çalışmada ise öğrencilerin Duval'in modeliyle daha fazla görsel ve mantıksal düşünmeye teşvik edildiği ve matematiksel düşünme becerilerinin geliştiği ifade edilmiştir. Bu, Sharma'nın vurguladığı bazı eksikliklere rağmen, Duval'in modelinin öğrenci başarısını olumlu yönde etkileyebileceğini göstermektedir. Sharma (2019), geometri öğretiminde bazı teorik çerçevelerin eksikliklerine dikkat çekerek, özellikle üç boyutlu geometriye yönelik vurgunun yetersiz olduğunu öne sürmüştür. Bu çalışma, öğrencilerin Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı dersleri anlamaya yönelik olumlu görüş belirttiğini ve bu yöntemin öğrenme sürecine katkı sağladığını göstermektedir. Bu, Sharma'nın çalışmasında vurgulanan teorik modellerin öğretim sürecine etkisini değerlendirme açısından önemli bir destekleyici bulgu olarak görülebilir.

Genel olarak, bu çalışma, Sharma (2019) tarafından ele alınan teorilerden biri olan Duval'in bilişsel gelişim teorisinin öğrenciler üzerindeki olumlu etkilerini ortaya koyarak Sharma'nın çalışmasını destekler niteliktedir. Ancak, ikinci çalışmada üç boyutlu geometriye

yönelik bir vurgu bulunmadığından, Sharma'nın eleştirdiği eksikliklerden biri bu çalışmada da devam etmektedir.

Ramatlapana ve Berger (2018) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, Duval'in bilişsel modeline dayanarak matematik öğretmen adaylarının geometrik muhakeme becerileri ve muhakeme sürecindeki düşünceleri incelenmiştir. Öğretmen adaylarının genellikle muhakeme sürecindeki düşüncelerinin görsel ve sözel algıya yönelik olduğu ve bilişsel süreç ile görselleştirme ve muhakeme süreci arasındaki etkileşimi kurmada zorlandıkları gözlemlenmiştir. Ramatlapana ve Berger (2018) çalışmasında, öğretmen adaylarının bilişsel süreç ile görselleştirme ve muhakeme süreci arasındaki etkileşimi kurmada zorlandıkları belirtilmiştir. Bu çalışma da öğrencilerin teorik muhakeme becerileri üzerinde odaklanmış ve başlangıç seviyesinde deney ve kontrol grubu arasında anlamlı bir fark bulunmadığını göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin muhakeme sürecinde zorlanmalarını destekleyen bir bulgu olarak değerlendirilebilir. Ramatlapana ve Berger (2018), öğrencilerin muhakeme sürecinde görsel ve sözel algıya ağırlık verdiklerini, ancak görselleştirme ve bilişsel süreçler arasındaki bağlantıyı tam olarak kuramadıklarını ifade etmektedir. Bu çalışmada öğrencilerin Duval'in bilişsel modeline dayalı dersleri olumlu bulduğu, görsel ve mantıksal düşünmeyi teşvik ettiğini düşündükleri belirtilmiştir. Bu durum, önceki çalışmadaki görselleştirmenin muhakeme becerilerine etkisine dair vurguları desteklemektedir. Ramatlapana ve Berger (2018) çalışması, Duval'in bilişsel modeline dayalı öğretimin, öğrencilerin düşünme süreçlerinde farklı etkiler yarattığını göstermiştir. Bu çalışmada, Duval'in modeline dayalı eğitimin öğrencilerin teorik muhakeme becerilerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu da önceki çalışmadaki bulguları güçlendiren bir kanıt sunmaktadır. Ramatlapana ve Berger (2018), öğrencilerin bilişsel süreçler ile görselleştirme arasında geçiş yapmada zorlandığını belirtmiştir. Bu çalışmada ise öğrencilerin başlangıç seviyelerinde benzer muhakeme becerilerine sahip oldukları ancak Duval'in modelini içeren eğitimi aldıktan sonra deney grubunun son test puanlarının anlamlı şekilde yükseldiği gözlemlenmiştir. Bu, bilişsel süreçler arasında etkili geçiş yapabilen öğrencilerin daha yüksek başarı gösterdiğini destekleyen bir bulgudur.

Her iki çalışma da Duval'in bilişsel gelişim modelinin matematiksel muhakeme sürecindeki etkisini ortaya koymaktadır. Ramatlapana ve Berger (2018) çalışması, öğrencilerin muhakeme sürecinde zorlanmalarını ve görselleştirme ile bilişsel süreç arasındaki bağı tam olarak kuramadıklarını vurgularken, bu çalışma, Duval'in modelinin bu süreci

iyileştirmede etkili olduğunu göstermektedir. Bu çalışma, önceki bulgularla uyumlu olarak, modelin özellikle mantıksal düşünme ve teorik muhakeme becerilerinde gelişim sağladığını desteklemektedir.

Araştırmanın sonuçları, Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı öğretim yönteminin, özellikle teorik muhakeme becerilerini geliştirmede MEB müfredatına uygun anlatıma göre daha etkili olduğunu göstermektedir. Bu modelin, öğrencilerin görsel ve mantıksal düşünme becerilerini artırarak, matematiksel konuların derinlemesine anlaşılmasına katkıda bulunduğu ortaya çıkmıştır.

Eğitimciler, bu bulgular ışığında, Duval'in bilişsel gelişim modelini ders programlarına dâhil ederek öğrencilerin bilişsel gelişimlerini destekleyebilirler. Bu araştırma, Duval'in modelinin eğitimde daha geniş çapta uygulanabilirliğini ve etkinliğini göstermektedir. Gelecekteki çalışmalar, farklı matematik konularında ve öğrenci gruplarında bu modelin etkilerini daha ayrıntılı bir şekilde inceleyebilir ve modelin daha geniş kapsamda kullanımı için öneriler geliştirebilir.

5.2. Öneriler

Bu araştırmadan elde edilen bulgular, Duval'in bilişsel gelişim modeline göre yapılan öğretimin, MEB müfredatına uygun yöntemlere kıyasla öğrencilerin geometrik bilgi seviyelerini ve bilişsel süreçlerini anlamlı ölçüde geliştirdiğini göstermektedir. Bu sonuçlar doğrultusunda, eğitim süreçlerinin etkinliğini artırmak için öncelikle klasik sınavlara ek olarak açık uçlu sorular ve performans değerlendirmeleri gibi alternatif değerlendirme yöntemlerinin kullanılması önerilmektedir. Böylece öğrencilerin yalnızca bilgilerini değil, aynı zamanda problem çözme ve teoriyle ilişkilendirme becerilerini de ortaya koymaları sağlanacaktır. Öğrencilerin Duval'in bilişsel gelişim modeline dayalı eğitim hakkındaki görüşlerinin düzenli olarak toplanması ise sürekli geri bildirim akışı yaratarak eğitim programlarının dinamik bir biçimde güncellenmesine olanak tanıyacaktır.

Bu modelin matematik kaygısı, matematik özyeterlik gibi duyuşsal beceriler üzerindeki etkilerinin incelenmesi, sınıf içi uygulamalarda daha bilinçli stratejilerin geliştirilmesine imkân verecektir. Aynı zamanda öğrenmede kalıcılığa etkisinin araştırılması, öğrencilerin uzun vadeli başarılarını artırmaya yönelik planlamalara rehberlik edebilir.

Duval'in modeli, farklı öğrenme stillerine sahip öğrencileri destekleyecek şekilde uyarlanabilir ve bu kapsamda öğretmenlerin ders planlarını esnekletmesi büyük önem taşır.

Modelin uygulanmasıyla öğrencilerin derse ilgisinin ve motivasyonunun artırılması, aktif öğrenme yöntemleri ve öğrenci merkezli yaklaşımlarla mümkündür. Bu süreçte, Duval'ın bilişsel gelişim modelini temel alarak geliştirilecek eğitim materyalleri ve ders planları, öğrencilerin görsel-işitsel unsurları daha bilinçli kullanabilmelerini ve şekilsel düşünme becerilerini geliştirmelerini sağlayacak şekilde tasarlanmalıdır.

Duval'ın bilişsel gelişim modeli üzerine farklı öğrenci grupları ve eğitim kademelerinde yapılacak çalışmaların desteklenmesi, modelin genellenebilirliğini ve kalıcılığını ortaya koyacaktır. Buna ek olarak, Duval'ın modeliyle Fischbein ve Van Hiele gibi diğer bilişsel gelişim ve geometrik düşünme modellerinin karşılaştırılması, eğitimcilerle daha kapsayıcı bir öğretim yaklaşımı geliştirme fırsatı sunar. Modelin uzun vadeli etkilerinin izlenmesi ve elde edilen veriler ışığında gerekli güncellemelerin yapılması ise eğitim programlarının sürekli iyileştirilmesine hizmet edecektir.

Bu araştırma, özel eğitim kurumlarında 12. sınıf düzeyinde yürütülmüş olup belirli bir sınıfta ve kurumda yapılmıştır. Ancak araştırmanın kapsamını ve genellenebilirliğini artırmak adına, farklı kurumlarda, farklı sınıf seviyelerinde ve değişik eğitim kademelerinde benzer çalışmaların yürütülmesi oldukça önemli görülmektedir. Böylelikle hem öğrenci profilleri hem de kurumsal farklılıklar bakımından elde edilecek bulguların çeşitliliği artacak, sonuçların tüm eğitim sistemi için daha geniş bir çerçevede değerlendirilmesi mümkün olacaktır.

Gelecek araştırmalarda daha ayrıntılı gözlem tekniklerinin (örneğin ders sürecinin düzenli olarak video kaydı alınarak analiz edilmesi, anlık ve sürekli gözlemler yapılması) kullanılmasının yanında, döküman incelemesi ve öğrenci çalışmalarıyla ilgili içerik analizleri de araştırmaya dâhil edilebilir. Öğretmenlerin ders planları, öğrenci etkinlikleri, çalışma kâğıtları, proje ve performans görevleri gibi farklı dokümanların detaylı olarak incelenmesi, Duval'ın bilişsel gelişim modelinin sınıf uygulamalarındaki etkisini daha net ortaya koyacak veriler sağlayacaktır. Böylece, modelin öğrenci başarısı, motivasyonu ve kalıcı öğrenmeye katkısı gibi konularda daha kapsamlı kanıtlar elde edilebilecek, gerek uygulamada görev alan eğitimciler gerekse program geliştirme uzmanları için yol gösterici veriler sunulmuş olacaktır.

KAYNAKLAR

- Akbay, P. Ş. (2000) *Sınıf Düzeyleri, Geometri Akademik Başarısı ve Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Üzerine Kitlemel Çalışma*. Boğaziçi Üniversitesi.
- Akdemir, M. (2022). *Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi*. [Doktora Tezi] Dokuz Eylül Üniversitesi. <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/>
- Alex, J., & Mammen, K. J. (2018). *Students' understanding of geometry terminology through the lens of Van Hiele theory*. *Pythagoras*, 39(1), Article 376. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v39i1.376>
- Atebe, H. U., & Schäfer, M. (2008). "As soon as the four sides are all equal, then the angles must be 90° each": *Children's misconceptions in geometry*. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 12(2), 47-65. <https://doi.org/10.1080/10288457.2008.10740634>
- Aydın, Emin vd. "Geometri Öğretiminde Bağlamsal Desteğın Öğrenci ve Soru Seviyesi Açısından İncelenmesi". *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Ankara, 2006.
- Aytekin, G. N. (2021). *Ortaöğretim 10. sınıf matematik ders kitabındaki geometri alt öğrenme alanın Duval'in bilişsel modeli çerçevesinde incelenmesi*. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Baki, A., & Gökçek, T. (2012). Karma yöntem araştırmalarına genel bir bakış. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(42), 1-21. <http://www.esosder.org>
- Bal, A. P. (2012). *Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları*. Çukurova Üniversitesi. Bingölbalı, Erhan vd. *Matematik Eğitimi Teoriler*. Ankara: Pegem Akademi, 2016. www.pegem.net
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31. <https://doi.org/10.2307/749317>
- Bülbül, B. Ö. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. Karadeniz Teknik Üniversitesi.

- Bütüner, Önder ve Filiz, Mehmet. "Matematik Öğretmeni Adaylarının Dörtgenleri Sınıflandırma Becerilerinin İncelenmesi". *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi (ALEG)* 2/2 (2016).
www.dergipark.ulakbim.gov.tr/aleg
- Clements, D. (n.d.). Teaching and learning geometry. *ResearchGate*.
https://www.researchgate.net/profile/Douglas_Clements/publication/258933229_Teaching_and_learning_geometry/links/557dd19508aeea18b777c211.pdf
- Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-465). McMillan Publishing Company. <https://www.researchgate.net/publication/258932007>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Creswell, J., et al. (2012). Best practices in mixed methods for quality of life research. *Quality of Life Research*, 21(3), 377-380. <https://doi.org/10.1007/s11136-012-0122-x>
- Creswell, J. W. (2021). *30 essential skills for the qualitative researcher* (2nd ed.). SAGE Publications, Inc.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). Sage Publications. Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed*
- Çağlayan, S. Ö. (2010). *Lise 1. sınıf öğrencilerinin geometri dersine yönelik özyeterlik algısı ve tutumunun geometri dersi akademik başarısını yordama gücü*. Yıldız Teknik Üniversitesi.
- Delice, A., & Karaaslan, G. (2015). The reflection of the activities prepared on the polygons and dynamic geometry software to the perceptions of the teachers and the students' performances. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, 133-148.
- Deliyeanni, E., et al. (n.d.). A theoretical model of students' geometrical figure understanding. In *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 696-705).

- Duatepe, A. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının çokgenlerin kritik özelliklerine ilişkin alan bilgisi. *e-International Journal of Educational Research*, 9(3), 34-46. <https://doi.org/10.19160/ijer.398063>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Duval, R. (2000, July). *Basic issues for research in mathematics education*. [Conference presentation].
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In *Proceedings of the [Conference Name or Edited Volume Title]* (pp. 142-157). Berlin.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. xx-xx).
- Duval, R. (1994). *Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17, 121-138.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Mathematics*, 139, 139-162. <https://about.jstor.org/terms>
- Erdoğan, T., Akkaya, R., & Akkaya, S. Ç. (2009). *The effect of the Van Hiele model-based instruction on the creative thinking levels of 6th grade primary school students. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(1), 181-194. <https://doi.org/10.12738/jestp.2009.1.181>
- Fidan, M., & Sak, İ. M. (2012). *İlköğretim öğretmenlerinin tamamlayıcı ölçme değerlendirme teknikleri hakkında görüşleri. Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(1), 174-189. <https://doi.org/10.14686/buefad.2012.1.1.174>
- Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). *Concepts and figures in geometrical reasoning. International Journal of Science Education*, 20(10), 1193-1211. <https://doi.org/10.1080/0950069980201003>
- Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' knowledge of parallelograms. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 26(2), 25-30.

- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (Eds.). (1988). The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph*, 3. National Council of Teachers of Mathematics.
- Gömlekçi, M. (2021). *Fen lisesi öğrencilerinin geometri başarıları ile Van Hiele geometri düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Dicle Üniversitesi.
- Broutin, T., Seden, M., & Gürhan, S. (2017). A mathematical problem condition: Truncated triangles. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 8(3), 408-437. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.327037>
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (2003). Elementary geometry split into different geometrical paradigms. *European Research in Mathematics Education*, 3, 1-10. <https://hal.science/hal-03214066>
- Işıkoğlu, N. (2005). Eğitimde nitel araştırma. *Eğitim Araştırmaları*, 20, 158-165. <https://www.researchgate.net/publication/317519350>
- Johnson, B., & Onwuegbuzie, A. (2004). Karma yöntem araştırması: Zamanı gelmiş bir araştırma paradigması. *Amerikan Eğitim Araştırmaları Derneği*, 33(7), 14-26. <https://www.jstor.org/stable/3700093>
- Johnson, R. B., & Christensen, L. (2014). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches* (5th ed.). SAGE Publications, Inc.
- Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 29-34.
- Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 18(1&2), 29-34. <https://www.researchgate.net/publication/279652830>
- Karakuş, F., & Erşen, Z. B. (2016). Examining pre-service primary school teachers' definitions and classifications towards quadrilaterals. *International Refereed Journal Karaelmas Journal of Educational Sciences*, 38-49.
- Karataş, İ., & Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler. *İlköğretim Online Dergi*, 2-9. <http://www.ilkogretim-online.org.tr>

- Karpuz, Y. (2018). *Duval'in bilişsel modeline uygun tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Karpuz, Y. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*. <https://www.researchgate.net/publication/273695166>
- Karpuz, Y., & al. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*.
- Karpuz, Y., & Atasoy, E. (2019). Investigation of 9th grade students' geometrical figure apprehension. *European Journal of Educational Research*, 8(1), 285-300. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.8.1.285>
- Kızılskili, N. (2019). *Ortaöğretim matematik ve geometri dersi öğretim programlarındaki üçgenler alt öğrenme alanı ile ilgili kazanımların ve içeriğin karşılaştırmalı analizi*. Gazi Üniversitesi.
- Kobal, A. (2020). *10. sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5E öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretimin öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bahçeşehir Üniversitesi.
- Llinares, S., & Clemente, F. (2014). Characteristics of pre-service primary school teachers' configural reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 234-250.
- McCrone, S., & Martin, T. S. (2004). Assessing high school students' understanding of geometric proof. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 4(2), 223-242. <https://doi.org/10.1080/14926150409556607>
- MEB. (2017). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı* (218M.S.).
- Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 183-195. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80058-5](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80058-5)
- Paraskevi, M. (2013). *Cognitive processes and structure*. The University of Cyprus.
- Paraskevi, M., & al. (2011). Middle and high school students operative apprehension of geometrical figures. *Acta Didactica Universitatis*.

- Miles, M., & Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook: Qualitative data analysis*. Sage Publications.
- Monaghan, F. (2000). Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196. <https://doi.org/10.1023/A:1004175020394>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunnally, J. C., & Bernstein, I. H. (1994). *Psychometric theory* (3rd ed.). McGraw-Hill, Inc.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48).
- Okur, T. (2006). *Geometri dersindeki başarısızlıkların nedenleri ve çözüm yolları*. Sakarya Üniversitesi.
- Oren, D. (2007). *Onuncu sınıf öğrencilerinin geometri ispat şemalarının bilişsel stilleri ve cinsiyetlerine göre incelenmesine yönelik bir çalışma*. Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Osmanoğlu, A. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik öğrenme eksikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 8. <https://doi.org/10.21764/maeuefd.393204>
- Panaoura, G., & Gagatsis, A. (2010). The geometrical reasoning of primary and secondary school students. In *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 6, pp. 746-755).
- Pickreign, J. (2007). Rectangles and rhombi: How well do preservice teachers know them? *IUMPST: The Journal*. Retrieved from www.k-12prep.math.ttu.edu
- Ramatlapana, K., & Berger, M. (2018). Prospective mathematics teachers' perceptual and discursive apprehensions when making geometric connections. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 22(2), 162-173. <https://doi.org/10.1080/18117295.2018.1466495>

- Sharma, S. (2019). Use of theories and models in geometry education research: A critical review. *Waikato Journal of Education*, 24(1), 43-54. <https://doi.org/10.15663/wje.v24i1.644>
- Sharma, S. (2019). Use of theories and models in geometry education research: A critical review. *Waikato Journal of Education*, 24(1), 43-54. <https://doi.org/10.15663/wje.v24i1.644>
- Şerbetçi, B. (2009). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının eğitim fakültelerindeki geometri derslerinin meslekteki uygulamalarına etkileri ile ilgili görüşleri*. Gazi Üniversitesi.
- Tashakkori, A. (2009). *Foundations of mixed methods research*. SAGE Publications.
- Torregrosa, G., & Quesada, H. (2008). The coordination of cognitive processes in solving geometric problems requiring formal proof. *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 321-328. Retrieved from www.pme32-na30.org.mx
- Tutan, S. (2019). *Geometrik muhakeme süreçleri bağlamında ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri içerikli derslerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 12. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16, 95-104.
- Usiskin, Z., & et al. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Information Age Publishing. <https://research.ebsco.com/linkprocessor/plink?id=79ea8108-c127-353d->
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. *ERIC Document Reproduction No. 220288*.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- Yenilmez, K., & Uygan, C. (2010). Yaratıcı drama yönteminin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisi. *Kastamonu Education Journal*, 18(3).
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri güncelleştirilmiş geliştirilmiş. *Journal of Theory and Practice in Education*, 2(2), 113-118. Retrieved from <http://eku.comu.edu.tr>

Yılmaz, G. K. (2014). *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* (M. Metin, Ed.). Pegem Akademi.

Zeybek, Ş. Z. (2019). Investigating pre-service teachers' ability to recognize and classify geometric concepts hierarchically. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(3), 680-710. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.491564>

Saraçoğlu, A., & Ağilioğlu, E. (2022). Matematik başarısında geometrik düşünmenin etkisi: YKS sonuçları üzerine bir değerlendirme. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 47(3), 145-161.

Cihan, B. (2022). Türkiye'de geometri eğitimi: YKS verileri ışığında bir analiz. *Matematik Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 15(2), 98-114.



EKLER

EK 1. Şekle bakma ve teorik muhakeme soruları kullanım izni

(konu yok) Gelen Kutusu x



h

Alici: yavuz.karpuz ▾

10 Ekim Sal 16:08 (1 gün önce) ☆ ↶ ⋮

Ben Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi yüksek lisans öğrencisi Ramazan Kılıç "Ortaöğretim 12. Sınıf Öğrencilerinin Mevcut Geometri Bilgilerinin Duval'ın Bilişsel Gelişim Modeli Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışmamda "Duval'ın bilişsel modeline uygun tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi" konulu doktora tezinizde hazırladığınız Duval'ın bilişsel gelişim modeline uygun hazırlanan dersinizi, teorik muhakeme ve şekle bakma bilişsel süreç testlerini izniniz dahilinde kullanmak istiyorum.

Y

Yavuz Karpuz

Ramazan bey merhaba, Testleri kullanabilirsiniz, çalışmalarınızda başarılar dilerim.

08:50 (11 saat önce) ☆

EK 2. Rubrik kullanım izni

← 📅 ⌚ 🗑️ 📧 📁 ⋮ 162 ileti dizisinden 1. < > 🗑️

RUBRİK İZİN Gelen Kutusu x ⌵ 🖨️ 📄

R 15:17 (1 saat önce) ☆
Ben Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi yüksek lis...

Y **YAVUZ KARPUZ** 16:19 (1 dakika önce) ☆ 😊 ↶ ⋮
Alıcı: ben ▾

Kullanabilirsiniz. Çalışmalarınızda başarılar dilerim
iPhone'umdan gönderildi

şunları yazdı (9 Ara 2024 15:17):

>
>
> Ben Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi yüksek lisans öğrencisi Ramazan Kılıç "Ortaöğretim 12. Sınıf Öğrencilerinin Mevcut Geometri Bilgilerinin Duval'ın Bilişsel Gelişim Modeli Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışmam için "Duval'ın bilişsel modeline uygun tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi" konulu doktora teziniz de kullandığınız RUBRİĞİ izniniz dahilinde kullanmak istiyorum. Çalışmalarınızda başarılar diliyorum.

--

EK3. Uzman görüşü



Gulay KORU YUCEKAYA

Alıcı: ben

18 Ara 2024 Çar 17:11



Sayın Ramazan KILINÇ

Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda Doç. Dr. İbrahim ÇETİN danışmanlığında "Ortaöğretim 12. Sınıf Öğrencilerinin Mevcut Geometri Bilgilerinin Duval'ın Bilişsel Gelişim Modeli Çerçevesinde İncelenmesi" konulu yüksek lisans tezi için uyarlanan Dr. Öğr. Üyesi Yavuz KARPUZ'un "Duval'ın Bilişsel Gelişim Modeline Uygun Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi" konulu doktora tezinde kullandığı "Şekle Bakma ve Teorik Muhakeme Soruları ve Rubriği" araştırmanız için uygundur.

Çalışmalarınızda başarılar dilerim.

KORU YUCEKAYA

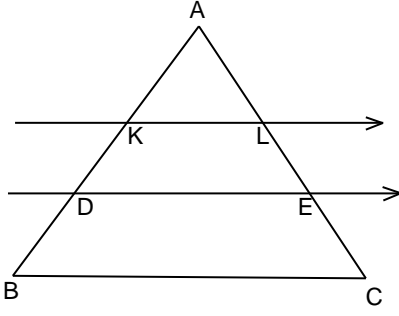
Dr. Öğr. Üyesi Gülşay



EK 4. Şekle bakma ve teorik muhakeme soruları

Şekle Bakma Bilişsel Süreç Test Soruları	
1.	<p>Şekillerin kaç boyutlu olduğunu yazınız?</p>
2.	<p>Şekillerin açıları hakkında ne söyleyebilirsiniz? Şekilleri oluşturan şekillerin alt parçaları hangileridir?</p>
3.	<p>ABC~DEF ise aşağıdaki boşlukları doldurunuz?</p> <p>a) $\frac{IABI}{IDFI} = \frac{...}{IDFI} = \frac{IBCI}{...}$</p> <p>b) $m(\bar{A}) = , m(\bar{B}) = , m(\bar{C}) =$</p>

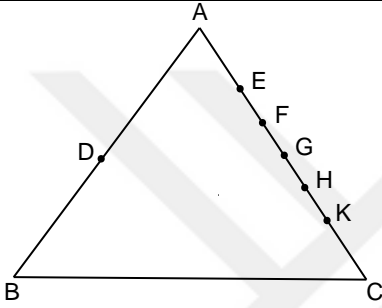
4.



Yukarıdaki şekilde $[KL] \parallel [DE] \parallel [BC]$ olduğuna göre aşağıdaki boşlukları uygun biçimde doldurunuz?

a) $\frac{|ABI|}{|BDI|} = \frac{\dots}{|CEI|}$ b) $\frac{|ADI|}{|DBI|} = \frac{|AEI|}{\dots}$ c) $\frac{|BDI|}{\dots} = \frac{|CEI|}{|IEL|}$ d) $\frac{|ABI|}{|ACI|} = \frac{|ADI|}{\dots}$

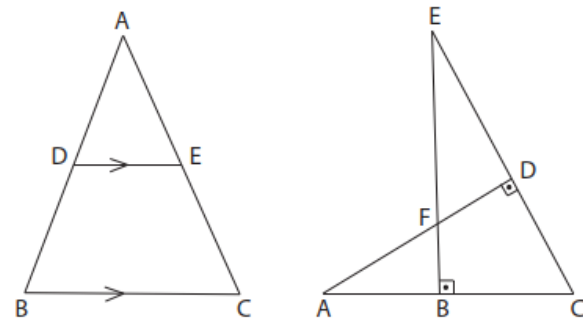
5.



Şekildeki ABC üçgeninde $\frac{|ADI|}{|DBI|} = \frac{3}{2}$, $|AEI|=3$ br, $|IEFI|=|IKCI|=2$ br ve $|IFGI|=|IGHI|=|IHKI|=1$ br olduğuna göre D noktasından $[BC]$ na çizilen paralel doğru $[AC]$ üzerinde işaretlenmiş noktalardan hangisinden geçer?

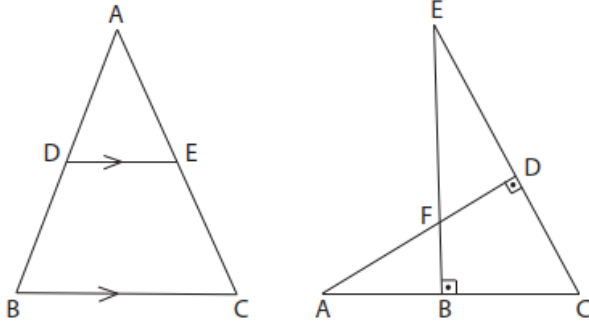
Şekle Bakma Bilişsel Süreç Test Soruları

1.



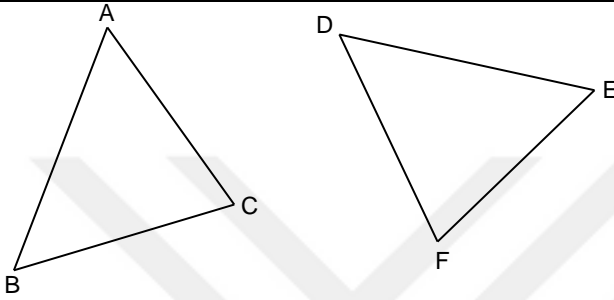
Şekillerin kaç boyutlu olduğunu yazınız?

2.



Şekillerin açıları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
Şekilleri oluşturan şekillerin alt parçaları hangileridir?

3.

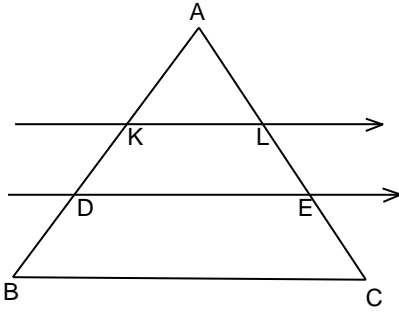


$ABC \sim DEF$ ise aşağıdaki boşlukları doldurunuz?

c) $\frac{IABI}{IDFI} = \frac{\dots}{IDFI} = \frac{IBCI}{\dots}$

d) $m(\widehat{A}) = \dots$, $m(\widehat{B}) = \dots$, $m(\widehat{C}) = \dots$

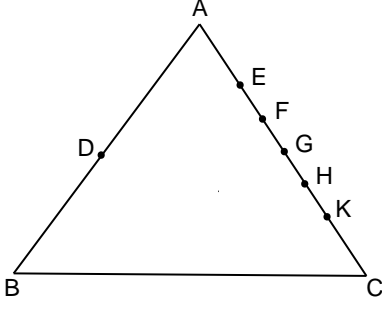
4.



Yukarıdaki şekilde $[KL] \parallel [DE] \parallel [BC]$ olduğuna göre aşağıdaki boşlukları uygun biçimde doldurunuz?

b) $\frac{IABI}{IBDI} = \frac{\dots}{IBDI}$ b) $\frac{IADI}{IDBI} = \frac{IAEI}{\dots}$ c) $\frac{IBDI}{\dots} = \frac{ICEI}{IELI}$ d) $\frac{IABI}{IACI} = \frac{IADI}{\dots}$

5.



Şekildeki ABC üçgeninde $\frac{IADI}{IDBI} = \frac{3}{2}$, $IAEI=3$ br, $IEFI=IKCI=2$ br ve

$IFGI=IGHI=IHKI=1$ br olduğuna göre D noktasından [BC] na çizilen paralel doğru [AC] üzerinde işaretlenmiş noktalardan hangisinden geçer?