



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**ÇOKLU DOĞRUSAL REGRESYON
MODELLERİNDE ÇOKLU BAĞLANTI VE
AYKIRI GÖZLEM DURUMUNDA
ALTERNATİF TAHMİN EDİCİLERİN
ETKİNLİKLERİNİN İNCELENMESİ**

Latif ÇETİN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

**Eylül-2023
KONYA
Her Hakkı Saklıdır**

TEZ KABUL VE ONAYI

Latif ÇETİN tarafından hazırlanan “Çoklu Doğrusal Regresyon Modellerinde Çoklu Bağlantı ve Aykırı Gözlem Durumunda Alternatif Tahmin Edicilerin Etkinliklerinin İncelenmesi” adlı tez çalışması 22/09/2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Dr. Öğr. Üyesi Demet SEZER

.....

Danışman

Doç. Dr. Aydın KARAKOCA

.....

Üye

Prof. Dr. Murat ERİŞOĞLU

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun .../.../20.. gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Şerife Yurdagül KUMCU
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Latif ÇETİN

Tarih:

ÖZET**YÜKSEK LİSANS TEZİ****ÇOKLU DOĞRUSAL REGRESYON MODELLERİNDE ÇOKLU BAĞLANTI
VE AYKIRI GÖZLEM DURUMUNDA ALTERNATİF TAHMİN EDİCİLERİN
ETKİNLİKLERİNİN İNCELENMESİ****Latif ÇETİN****Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı****Danışman: Doç. Dr. Aydın KARAKOCA****2023, 134 Sayfa****Jüri****Doç. Dr. Aydın KARAKOCA****Prof. Dr. Murat ERİŞOĞLU****Dr. Öğr. Üyesi Demet SEZER**

Bu çalışmada çoklu doğrusal regresyon modellerinde çoklu bağlantı ve aykırı gözlem sorunlarının birlikte bulunduğu problemler için alternatif tahmin ediciler incelenmiştir. Modelde yer alan bağımsız değişkenler arasında çoklu bağlantı sorununun varlığında En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ile elde edilen parametre tahminleri yansızlık özelliklerini korumalarına rağmen varyanslar olduğundan daha büyük çıkabilmektedir. Bu durumun çözümü için literatürde yer alan ridge ve Liu tahmin edicileri sıklıkla kullanılmaktadır. Aykırı gözlem problemi ise EKK tahmin edicileri ile parametre tahminlerinde ve hipotez testlerinde çeşitli sorunlar ortaya çıkmaktadır. Aykırı gözlem sorunu için M tahmin edicileri literatürde sıklıkla kullanılmaktadır. Bu çalışmada bahsedilen problemlerin aynı anda var olduğu durumlar için alternatif tahmin yöntemleri incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Aykırı Gözlem, Çoklu Doğrusal Bağlantı, En Küçük Kareler Yöntemi, Liu Tahmin Edicileri, M Tahmin Edicileri, Ridge Regresyon.

ABSTRACT**MS THESIS****INVESTIGATION OF THE EFFICIENCY OF ALTERNATIVE ESTIMATORS
IN MULTIPLE LINEAR REGRESSION MODELS IN CASE OF
MULTICOLLINEARITY AND OUTLIER OBSERVATION****Latif ÇETİN****THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN STATISTICS****Advisor: Assoc. Prof. Dr. Aydın KARAKOCA****2023, 134 Pages****Jury****Advisor Assoc.Prof.Dr Aydın KARAKOCA****Prof. Dr. Murat ERİŞOĞLU****Asst.Prof. Dr. Demet SEZER**

In this study, alternative estimators were examined for problems with multicollinearity and outlier observations in multiple linear regression models. In the presence of multicollinearity problems among the independent variables in the model, the variances may be larger than they actually are, although the parameter estimates obtained by the Least Squares (LCM) method maintain their unbiased properties. Ridge and Liu estimators in the literature are frequently used to solve this situation. The outlier observation problem arises in parameter estimates and hypothesis testing with LCM estimators. M estimators for the outlier observation problem are frequently used in the literature. In this study, alternative estimation methods were examined for situations where the mentioned problems exist simultaneously.

Keywords: Least Squares Method, Liu Estimators, M Estimators, Multicollinearity, Outlier Observation, Ridge Regression.

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim süresince desteğini her zaman hissettiğim, çalışmanın tüm aşamalarında bilgi ve tecrübeleriyle yol gösteren ve çalışmanın tamamlanmasında büyük emeği olan değerli danışman hocam Doç. Dr. Aydın KARAKOCA'ya teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Çalışmam boyunca hoşgörüsünü, desteğini esirgemeyen ve her zaman yanımda olan sevgili eşim Firdevs ÇETİN'e, biricik kızım Reyhan Nisa'ya ve biricik oğlum Ünver Kağan'a teşekkürlerimi ve sevgilerimi sunarım.

Latif ÇETİN
KONYA-2023

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Regresyon Analizi.....	1
1.2. Basit Doğrusal Regresyon Modeli.....	1
1.3. Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli.....	1
1.4. Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli Varsayımları.....	2
1.5. Çoklu Doğrusal Regresyonda Parametre Tahmini.....	3
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	5
3. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞLANTI.....	8
3.1. Çoklu Doğrusal Bağlantının Sebepleri.....	8
3.2. Çoklu Doğrusal Bağlantının Etkileri.....	9
3.3. Çoklu Doğrusal Bağlantının Belirlenmesi.....	10
3.4. Ridge Regresyon.....	11
3.5. Liu Tahmin Edicileri.....	15
4. AYKIRI GÖZLEM.....	19
4.1. M Tahmin Edicileri.....	19
4.1.1. Huber'in M Tahmin Edicisi.....	20
4.1.2. Fair'in M Tahmin Edicisi.....	21
4.1.3. Hampel'in M Tahmin Edicisi.....	22
4.1.4. Tukey'in M Tahmin Edicisi.....	23
4.1.5. Welsch'in M Tahmin Edicisi.....	23
4.1.6. Cauchy'nin M Tahmin Edicisi.....	24
4.1.7. Talwar'in M Tahmin Edicisi.....	25
4.1.8. Andrews'in M Tahmin Edicisi.....	26
4.1.9. Geman-McClure'nin M Tahmin Edicisi.....	26
4.1.10. Ramsay'in M Tahmin Edicisi.....	27
4.1.11. Logistic'in M Tahmin Edicisi.....	28
4.1.12. Danish'in M Tahmin Edicisi.....	29
4.1.13. Smith'in M Tahmin Edicisi.....	29
4.1.14. LAD'in M Tahmin Edicisi.....	30
4.2. İteratif Ağırlıklandırılmış EKK Yöntemi ile Ridge-M Tahmin Edicileri.....	31
4.3. İteratif Ağırlıklandırılmış EKK Yöntemi ile Liu-M Tahmin Edicileri.....	32

5. ÇOKLU BAĞLANTI VE AYKIRI GÖZLEM DURUMUNDA ALTERNATİF TAHMİNCİLERİN İNCELENMESİ.....	33
5.1. EKK, M Tahmin, Ridge ve Ridge-M Tahmincilerin Karşılaştırılması.....	33
5.2. EKK, M Tahmin, Liu ve Liu-M Tahmincilerin Karşılaştırılması.....	75
5.3. Uygulama	127
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	132
7. KAYNAKLAR	133

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Ridge ve EKK Tahmin edicilerinin HKO değerlerinin değişimi	13
Şekil 4.1. Huber'in M tahmincisi grafikleri	21
Şekil 4.2. Fair'in M tahmincisi grafikleri.....	21
Şekil 4.3. Hampel'in M tahmincisi grafikleri	22
Şekil 4.4. Tukey'in M tahmincisi grafikleri.....	23
Şekil 4.5. Welsch'in M tahmincisi grafikleri	24
Şekil 4.6. Cauchy'in M tahmincisi grafikleri.....	25
Şekil 4.7. Talwar'ın M tahmincisi grafikleri.....	25
Şekil 4.8. Andrews'in M tahmincisi grafikleri.....	26
Şekil 4.9. Geman-McClure'in M tahmincisi grafikleri	27
Şekil 4.10. Ramsay'in M tahmincisi grafikleri	28
Şekil 4.11. Logistic'in M tahmincisi grafikleri.....	28
Şekil 4.12. Danish'in M tahmincisi grafikleri.....	29
Şekil 4.13. Smith'in M tahmincisi grafikleri	30
Şekil 5.1 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	35
Şekil 5.2 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	37
Şekil 5.3 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	39
Şekil 5.4 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	42
Şekil 5.5 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	44
Şekil 5.6 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	46
Şekil 5.7 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	49
Şekil 5.8 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	51
Şekil 5.9 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	53
Şekil 5.10 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	55
Şekil 5.11 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	57
Şekil 5.12 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	59
Şekil 5.13 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	62
Şekil 5.14 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	64
Şekil 5.15 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	66
Şekil 5.16 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	69
Şekil 5.17 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	71

Şekil 5.18 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	73
Şekil 5.19 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	77
Şekil 5.20 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	79
Şekil 5.21 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	80
Şekil 5.22 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	82
Şekil 5.23 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	83
Şekil 5.24 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	85
Şekil 5.25 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	86
Şekil 5.26 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	88
Şekil 5.27 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	89
Şekil 5.28 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	91
Şekil 5.29 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	92
Şekil 5.30 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	94
Şekil 5.31 Farklı yanlılık parametrelerine göre Huber, Fair, Cauchy ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	95
Şekil 5.32 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	97
Şekil 5.33 Farklı yanlılık parametrelerine göre Huber, Fair, Cauchy ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	98
Şekil 5.34 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	100
Şekil 5.35 Farklı yanlılık parametrelerine göre Huber, Fair ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	101
Şekil 5.36 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	103
Şekil 5.37 Farklı yanlılık parametrelerine göre Fair ve Ramsay'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	104
Şekil 5.38 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	106
Şekil 5.39 Farklı yanlılık parametrelerine göre Fair ve Ramsay'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	107
Şekil 5.40 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	109
Şekil 5.41 Farklı yanlılık parametrelerine göre Fair ve Ramsay'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	110
Şekil 5.42 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	112

Şekil 5.43 Farklı yanlılık parametrelerine göre Talwar, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	113
Şekil 5.44 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	115
Şekil 5.45 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği	116
Şekil 5.46 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	118
Şekil 5.47 Farklı yanlılık parametrelerine göre Talwar, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	119
Şekil 5.48 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	121
Şekil 5.49 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	123
Şekil 5.50 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği.....	125
Şekil 5.51 Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemindeki ortalama hata değerleri toplamlarına göre M ve Ridge-M tahmin edicilerin karşılaştırması.....	129
Şekil 5.52 Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemindeki ortalama hata değerleri toplamlarına göre M ve Liu-M tahmin edicilerin karşılaştırması.....	131

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 5.1. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,10, r2 = 0,95) ..	34
Tablo 5.2. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,10, r2 = 0,99) ..	36
Tablo 5.3. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,10, r2 = 0,999) ..	38
Tablo 5.4. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,20, r2 = 0,95) ..	41
Tablo 5.5. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,20, r2 = 0,99) ..	43
Tablo 5.6. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,20, r2 = 0,999) ..	45
Tablo 5.7. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,10, r2 = 0,95) ..	48
Tablo 5.8. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,10, r2 = 0,99) ..	50
Tablo 5.9. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,10, r2 = 0,999) ..	52
Tablo 5.10. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,20, r2 = 0,95) ..	54
Tablo 5.11. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,20, r2 = 0,99) ..	56
Tablo 5.12. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,20, r2 = 0,999) ..	58
Tablo 5.13. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,10, r2 = 0,95) ..	61
Tablo 5.14. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,10, r2 = 0,99) ..	63
Tablo 5.15. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,10, r2 = 0,999) ..	65
Tablo 5.16. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,20, r2 = 0,95) ..	68
Tablo 5.17. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,20, r2 = 0,99) ..	70
Tablo 5.18. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,20, r2 = 0,999) ..	72
Tablo 5.19. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,10, r2 = 0,95) ..	76
Tablo 5.20. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,10, r2 = 0,99) ..	78
Tablo 5.21. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,10, r2 = 0,999) ..	81
Tablo 5.22. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,20, r2 = 0,95) ..	84
Tablo 5.23. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,20, r2 = 0,99) ..	87
Tablo 5.24. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 50, AGO = 0,20, r2 = 0,999) ..	90
Tablo 5.25. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,10, r2 = 0,95) ..	93
Tablo 5.26. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,10, r2 = 0,99) ..	96
Tablo 5.27. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,10, r2 = 0,999) ..	99
Tablo 5.28. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,20, r2 = 0,95) ..	102
Tablo 5.29. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,20, r2 = 0,99) ..	105
Tablo 5.30. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 100, AGO = 0,20, r2 = 0,999) ..	108

Tablo 5.31. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,10, r2 = 0,95)	111
Tablo 5.32. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,10, r2 = 0,99)	114
Tablo 5.33. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,10, r2 = 0,999)	117
Tablo 5.34. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,20, r2 = 0,95)	120
Tablo 5.35. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,20, r2 = 0,99)	122
Tablo 5.36. Tahmin ediciler için HKO değerleri (n = 200, AGO = 0,20, r2 = 0,999)	124
Tablo 5.37. Virginia veri setinde tekrarlı k çapraz doğrulama yönetimine göre tahmin edicilerin ortalama hata kareleri toplamları (Ridge) $\times 10^{-3}$	128
Tablo 5.38. Virginia veri setinde tekrarlı k çapraz doğrulama tekniğine göre tahmin edicilerin ortalama hata kareleri toplamları (Liu) $\times 10^{-3}$	130

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

Kısaltmalar

EKK	: En Küçük Kareler
HKO	: Hata Kareler Ortalaması
HKT	: Hata Kareler Toplamı
AGO	: Aykırı Gözlem Oranı
VIF	: Varyans Şişirme Faktörü
Ridge-M	: Ridge tahminine dayalı M tahmini
Liu-M	: Liu tahminine dayalı M tahmini

1. GİRİŞ

1.1. Regresyon Analizi

Regresyon analizi, en az bir bağımlı değişken ile bir veya birden fazla bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak modellemeye yarayan istatistiksel bir analiz yöntemidir. Regresyon modelleri değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkinin durumuna bağlı olarak doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon şeklinde gruplandırılır. Bu çalışmada doğrusal regresyon modeli ele alınmıştır.

Doğrusal regresyonda bir bağımlı değişkendeki değişim bir bağımsız değişken ile ifade edilebiliyorsa basit doğrusal regresyon modeli, değişimi ifade edebilmek için iki veya daha fazla bağımsız değişken kullanılıyorsa çoklu doğrusal regresyon modeli olarak adlandırılır. Regresyon modelindeki bağımlı değişken sayısı birden fazla olması durumunda modele çok değişkenli regresyon modeli denir (Işılar, 2020).

Bağımlı değişken Y ile, bağımsız değişkenler X_1, X_2, \dots, X_p olmak üzere regresyon modeli,

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_p) + \varepsilon \quad (1.1)$$

eşitliği ile ifade edilir. Eşitlik 1.1’de p , modeldeki bağımsız değişken sayısını, ε ise rastgele hata terimini temsil etmektedir (Yurtaslan, 2022). Eşitlik 1.1 ile verilen modelin sağ tarafında yer alan ε terimi modelin stokastik (rastgele) bileşenini, $f(X_1, X_2, \dots, X_p)$ ile belirtilen kısmı ise modelin deterministik bileşenini oluşturmaktadır.

1.2. Basit Doğrusal Regresyon Modeli

Değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu varsayılan ve bir bağımlı değişken bir bağımsız değişken ile ifade edilebildiği regresyon modeline “Basit Doğrusal Regresyon Modeli” denir ve

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon \quad (1.2)$$

ile ifade edilir.

Bağımsız değişken sayısının birden fazla olduğu modele ise “Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli” denir ve

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon \quad (1.3)$$

ile ifade edilir.

1.3. Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli

Bağımlı değişkenin i . gözlem değeri $i = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i \quad (1.4)$$

eşitliği ile verilen çoklu doğrusal regresyon modeli,

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix}_{n \times (p+1)}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}_{(p+1) \times 1}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (1.5)$$

gösterimleri kullanılarak

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (1.6)$$

matris notasyonu ile ifade edilir. Bağımlı değişkene ait gözlem değerleri $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]'$, bilinmeyen parametreleri $\beta = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_p]'$, tasarım matrisini X ve rastsal hata terimlerini $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]'$ temsil etmektedir. p bağımsız değişken sayısını, n ise gözlem sayısını temsil etmektedir.

(1.6) eşitliği ile ifade edilen doğrusal regresyon modeli

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$Y = \underbrace{(XT)}_Z \underbrace{(T'\beta)}_\alpha + \varepsilon$$

$$Y = Z\alpha + \varepsilon \quad (1.7)$$

biçiminde kanonik formda yazılabilir. Burada kullanılan T matrisi $X'X$ matrisinin özvektörlerinden oluşan ortogonal bir matristir. $X'X$ matrisinin özdeğerleri λ_j ler olmak üzere

$$Z'Z = T'X'XT = \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_p \end{pmatrix} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$$

olduğundan Z matrisinin ortogonal olma özelliğine sahip olduğu görülmüştür.

1.4. Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli Varsayımları

Çoklu doğrusal regresyon modelinde parametre tahmini problemi için en sık kullanılan yöntem, En Küçük Kareler (EKK) yönteminin uygulanabilmesi ve elde edilen sonuçların güvenilir olması için aşağıdaki varsayımları sağlaması gerekmektedir.

- Hata terimleri arasında ilişki yoktur, yani bağımsızdır.

$$\text{Kov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$$

- Bağımsız değişkenler arasında ilişki yoktur.

$$Kov(X_i, X_j) = 0, i \neq j$$

- Hata terimleri ile bağımsız değişkenler arasında ilişki yoktur.

$$Kov(X_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$$

- Hata terimleri sıfır ortalamalı, eşit varyanslı ve normal dağılıma sahip rastgele değişkenlerdir.

$$E(\varepsilon) = 0, \quad Var(\varepsilon) = \sigma^2 I_n, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$$

- Gözlem sayısı modelde yer alan parametre sayısından az olmamalıdır.

$$n > p$$

1.5. Çoklu Doğrusal Regresyonda Parametre Tahmini

Matris notasyonu ile Eşitlik 1.5'te ifade edilen bilinmeyen parametreler vektörü β 'yi tahmin ederken hataların kareleri toplamını en küçük yapmayı hedefleyen EKK tahmin edicisi kullanılır.

Bilinmeyen parametrelerin tahmin vektörü $\hat{\beta}$ ile ifade edilirse, tahmini hata vektörü,

$$e = y - X\hat{\beta} \quad (1.8)$$

eşitliği ile yazılabilir. Buradan hata kareler toplamı (HKT)

$$HKT = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 = e'e$$

$$HKT = [e_1 \quad e_2 \quad \dots \quad e_n]_{1 \times n} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (1.9)$$

$$HKT = [e_1 * e_1 + e_2 * e_2 + \dots + e_n * e_n]_{1 \times 1}$$

$$HKT = (e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2)$$

şeklinde gösterilebilir. Buradan HKT değerini minimum yapan parametre vektörü $\hat{\beta}$ 'yi bulmak için eşitliğin $\hat{\beta}$ 'ya göre türevi sıfıra eşitlenerek çözümlerse,

$$\begin{aligned} HKT &= (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) \\ &= y'y - \hat{\beta}'X'y - y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \\ &= y'y - 2\hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \\ \frac{\partial HKT}{\partial \hat{\beta}} &= -2X'y + 2X'X\hat{\beta} \end{aligned} \quad (1.12)$$

elde edilir. Bu ifadenin minimum olup olmadığını anlamak için ifadenin $\hat{\beta}$ 'ya göre tekrar türevi alınırsa

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} (-2X'y + 2X'X\hat{\beta}) = 2X'X \quad (1.13)$$

olduğu görülür. Eşitlik (1.12) düzenlenirse

$$-2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \quad (1.14)$$

$$X'y = (X'X)\hat{\beta} \quad (1.15)$$

$\hat{\beta}$ 'yı yalnız bırakmak için (1.15)'deki eşitliğin her iki tarafı $(X'X)$ 'in tersi ile çarpılarak

$$\underbrace{(X'X)^{-1}(X'X)}_I \hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (1.16)$$

$$I\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (1.17)$$

elde edilir. Burada $\hat{\beta}$ matris notasyonundaki çok değişkenli doğrusal regresyon modelinin EKK tahminicisidir. $\hat{\beta}$ tahmin edicisinin beklenen değeri,

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}) &= E[(X'X)^{-1}X'y] \\ &= E[(X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon)] \\ &= E[(X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'e] \\ &= E[\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon] \\ &= E[\beta] + E[(X'X)^{-1}X'\varepsilon] \end{aligned} \quad (1.18)$$

olup burada $E[\beta] = \beta$ ve $E[\varepsilon] = 0$ olmak üzere,

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

olup EKK tahmin edicisinin yansız olduğu görülmektedir. $\hat{\beta}$ tahmin edicisinin varyans-kovaryansı,

$$\begin{aligned} Cov(\hat{\beta}) &= E([\hat{\beta} - E(\hat{\beta})][\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]') \\ Cov(\hat{\beta}) &= Var(\hat{\beta}) = Var[(X'X)^{-1}X'y] \\ Var(\hat{\beta}) &= (X'X)^{-1}X'Var[y]((X'X)^{-1}X')' \end{aligned} \quad (1.19)$$

eşitlik 1.19'da $Var(y) = \sigma^2 I$ olarak yerine konursa,

$$\begin{aligned} Var(\hat{\beta}) &= (X'X)^{-1}X'(\sigma^2 I)((X'X)^{-1}X')' \\ &= \sigma^2 I (X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1} \\ &= \sigma^2 I (X'X)^{-1} \end{aligned} \quad (1.20)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlik 1.20'de $C = (X'X)^{-1}$ yerine yazılırsa $\hat{\beta}_j$ 'nin varyansı $\sigma^2 C_{jj}$ olarak, $\hat{\beta}_i$ ile $\hat{\beta}_j$ arasındaki kovaryans da $\sigma^2 C_{ij}$ olarak bulunur.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Toy (2014), aykırı değerler varlığında EKK ve sağlam regresyon yöntemlerini karşılaştırmıştır. Çalışmanın neticesinde EKK yöntemi aykırı değer varlığında güvenilir sonuçlar vermemekte ancak sağlam regresyon yöntemi bu durumdan çok etkilenmediğini göstermiştir. Aykırı değerlerin çalışmadan atılması durumunda ise EKK yöntemi de güvenilir sonuçlar vermekte olduğunu ifade etmiştir.

Koraltan (2015), çalışmasında hata terimlerinin normal dağılımdan uzaklaştığı, alfa kararlı dağılım gösterdiği basit doğrusal regresyon modeline simülasyon çalışması ile sağlam tahmin yöntemleri uygulamış, örneklem çapı ve parametrelerde değişiklik yapılmasıyla tahminlerin değişip değişmediğini incelemiştir.

Karaoğlu (2019), bağımsız değişkenlerin arasında yüksek düzeyde ilişki olması yani çoklu doğrusal bağlantı olması durumunu ve bu problemin çözüm yollarından biri olan temel bileşenler yöntemini incelemiştir. Temel bileşenler yöntemini değişkenlerin toplam varyansını büyük oranda koruyarak aralarında ilişki olmayan yeni değişkenlere dönüştürme sonucunda değişken sayısını azaltma olarak tanımlamıştır.

Türkmen Şahingöz (2019), çoklu doğrusal bağlantı problemi varlığında kullanılan ridge regresyon yöntemini ve ridge parametre seçim metotlarını incelemiştir. Objektif yöntemler kullanılarak seçilen k değeri ile elde edilen sonuçların karşılaştırmasını yapmıştır.

Gökçe (2019), hem çoklu doğrusal bağlantı hem de aykırı değer problemi varlığında yanlı ve sağlam tahmincilerin hata kareler ortalaması değerlerini incelemiştir. Çalışmanın sonucunda yanlı tahmincileri ve sağlam tahmincileri birleştirerek sağlam tahmincilere dayalı yanlı tahmincilerle daha iyi sonuçlar alınacağını belirtmiştir.

Küçük (2019), çalışmasında Ridge, Liu ve LASSO ve M tahmin yöntemlerini detaylı şekilde incelemiş, klasik yöntemlerle kıyaslamıştır. Çoklu bağlantı ve aykırı değer problemleri varlığında hata kareler ortalaması üzerinde karşılaştırmalarını yapmıştır. Ele alınan veri kümeleri için en küçük hata kareler ortalamasına sahip tahmin edicinin Liu-M kestiricili Liu yöntemi ve LASSO olduğunu göstermiş olmakla birlikte genelleme yapabilmek için çalışmanın ilerletilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Göktürk Şap (2019), Ridge Regresyon ve M tahmin edicileri incelemiştir. Ridge regresyon ile M tahmin yöntemini birleştirerek ridge deforme edilmiş M tahmin yöntemini geliştirmiştir.

Eskitoros (2020), çalışmasında zootekni alanında yapılan çeşitli çalışmalarda EKK ve Ridge Regresyon yöntemlerinin karşılaştırmasını yapmıştır. Çoklu doğrusal bağlantı probleminin varlığında ridge regresyon yönteminin daha iyi performans ortaya koyduğunu göstermiş ve EKK yöntemi yerine ridge regresyon yönteminin tercih edilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Kalkan (2020), çoklu doğrusal bağlantı probleminin olması durumunda doğrusal bağlantının giderilmesi için Ridge, En Küçük Mutlak Küçültme ve Seçim Operatörü (LASSO), Elastik Net ve Liu gibi yöntemleri incelemiş ve çoklu bağlantı durumunda en iyi sonucu Lasso'nun verdiğini belirtmiştir.

Işıl (2020), hem çoklu doğrusal bağlantı hem de aykırı değer problemlerinin birlikte bulunduğu durumlar için literatürdeki tahmin ediciler incelenmiş, çoklu bağlantı ve aykırı değerlerin y yönünde olması durumunda önerilen Liu tipi M tahmin edicisine alternatif olarak aykırı değerlerin x yönünde olması durumunda daha iyi performans gösteren Liu tipi genelleştirilmiş M tahmin edicisini önermiş ve sağlam ridge tahmin edicilerin performansları ile karşılaştırmıştır. Araştırmanın sonucunda ise Liu tipi M tahmin edicisi, performansları karşılaştırılan diğer tahmin edicilerden daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

Kalkan (2021), çoklu bağlantı probleminde literatürde önerilen 83 farklı ridge tahmin edicisinin sağlamlıklarını incelemiş, çalışmada araştırılan her farklı durum için en iyi performansı gösteren ridge tahmin edicisinin değiştiğini gözlemlemiştir. Her durumda en iyi performansı gösteren tek tahmin edicinin gözlemlenememesinden ötürü çalışmaların devam etmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Gökçe (2022), Ridge, Liu tahmin edicileri ve zaman serisi modelleriyle bir uygulama yapmıştır. Otokorelasyon probleminden şüphelenilen veriler Durbin-Watson testine göre incelenmiş ve otokorelasyon olmadığı görülmüştür. AIC değerleri baz alınarak yapılan karşılaştırmada Liu tahmin edicilerin diğer yöntemlere göre daha tutarlı sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Ölmez (2022), yumurta kalite ölçütlerini tahmin etmek için bir model oluşturmayı amaçladığı çalışmasında ölçütler arasında otokorelasyon olmasında dolayı EKK regresyonuna alternatif olarak ridge ve temel bileşenler regresyonlarını kullanarak aynı veri setini üç metot ile incelemiştir. Sonuç olarak veri setinde çoklu doğrusal bağlantı olması durumunda EKK regresyonu yerine ridge veya temel bileşenler regresyonunun kullanımını önermiştir.

Arslan Aysal (2022), şarap kalitesini etkileyen ölçütleri belirlemek için çoklu regresyon ve kantil regresyon yöntemlerini karşılaştırmıştır. Bağımsız değişken sayılarını, örneklem sayılarını ve kantil değerlerini değiştirerek bulduğu sonuçları incelediğinde; değişken sayısını artırmanın R^2 'yi artırdığını dolayısıyla modeli daha iyi açıklamada etkili olduğunu, örneklem sayısını artırmanın da aynı şekilde modeli açıklamada kısmen etkili olduğunu gözlemlemiştir. Kantil değerinin ise 0,75 olarak kullanılabileceğini ifade etmiştir. Ancak optimum değerleri belirlemek için daha geniş çalışma yapılmasını önermiştir.

Yurtaslan (2022) tarafından hem çoklu bağlantı hem de aykırı gözlem problemlerinin bir arada olduğu durum incelenmiş, EKK, ridge, M tahmincilerinin yanında çalışmada önerilen ridge tahmine dayalı M tahmin edicilerin performanslarını karşılaştırmıştır. Simülasyon çalışması neticesinde çoklu bağlantı ve aykırı gözlem olması durumunda önerilen tahmin edicinin performansının diğer tahmin edicilerden daha iyi olduğu sonucuna varmıştır. Sonraki çalışmalarda M tahmin ediciler ile diğer yanlı tahmin edicilerin birlikte kullanılarak oluşturulacak yeni tahmin edicilerin etkinliğinin incelenmesini önermiştir.

Ertaş H., Kaçiranlar S., Güler H. (2020)'nin yaptıkları çalışmada çoklu bağlantı ve aykırı gözlem sorunlarının bir arada olduğu durumlar incelenmiş ve yeni bir sağlam Liu tipi M tahmin edicisi önerilmiştir.

3. ÇOKLU DOĞRUSAL BAĞLANTI

Çoklu doğrusal regresyon analizinin varsayımlarından biri olan bağımsız değişkenlerin aralarında ilişkisiz (ortogonal) olması varsayımının sağlanmaması çoklu doğrusal bağlantı (multicollinearity) yada çoklu iç ilişki problemi olarak adlandırılır. Bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin boyutuna göre farklı düzeyde ortaya çıkan çoklu doğrusal bağlantı sorunu özellikle EKK yöntemi ile parametre tahmininde farklı sorunlara yol açmaktadır.

Bağımsız değişkenlerin ilişkisiz olması durumunda $X'X$ matrisi tekil olmayan ve tam ranklı bir matris olacaktır. Çoklu doğrusal bağlantı probleminin varlığında EKK parametre tahmincilerinin varyans ve kovaryans değerleri artacaktır.

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$ vektörleri X matrisinin sütun vektörleri ve $t_1, t_2, \dots, t_p \mid t_j \neq 0$ olmak üzere

$$\sum_{i=1}^r t_i X_i = 0$$

eşitliğini sağlayan t_i 'ler mevcutsa bağımsız değişkenler arasında tam çoklu bağlantı problemi vardır denir (Montgomery ve Peck, 1991). Bu durumda $rank(X'X) < p$ olacağından $(X'X)$ matrisi singular (tekil) olur ve $(X'X)$ matrisinin tersi bulunamaz (2011, Sevinç Kurnaz). $(X'X)$ matrisinin tersinin olmaması $\hat{\beta}$ 'nin hesaplanamaması demektir.

3.1. Çoklu Doğrusal Bağlantının Sebepleri

Birçok sebepten ötürü çoklu doğrusal bağlantı problemi ortaya çıkabilir. Bu sebepleri beş ana başlıkta gruplandırılabilir.

- 1) Veri toplama yöntemi
- 2) Seçilen örneklemin değer kümesiyle uyuşmaması; örneğin araştırmada belirli bir aralıktaki ağırlığa sahip bireyler olması gerekirken, bu aralığın dışından bireylerin de araştırmaya dahil edilmesi (Demirci, 2014).
- 3) Model ve kitledeki kısıtlamalar
Bağımsız değişkenleri aile geliri ve konut büyüklüğü olan modelde ısınma giderlerinin incelenmesinde, düşük gelirli ailelerin yüksek gelirli ailelere oranla daha küçük konutlarda oturması bir kısıtlamadır (Montgomery ve Peck, 1991).
- 4) Model Seçimi

Seçilen modelin gerçek modeli temsil edememesi.

5) Aşırı tanımlanmış Model

Gözlem sayısının bağımsız değişken sayısından az olması halinde çoklu doğrusal bağıntı problemi ortaya çıkar (Büyüküysal, 2010).

3.2. Çoklu Doğrusal Bağlantının Etkileri

Çoklu doğrusal bağlantı probleminin etkilerini görebilmek için x_1 ve x_2 gibi iki bağımsız değişkenden oluşan,

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (3.1)$$

regresyon modeli ele alınsın. EKK tahminleri için kullanılacak eşitlikler

$$X'X\hat{\beta}_{EKK} = X'y \quad (3.2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklinde elde edilir. Burada $r_{21} = r_{12}$, bağımsız değişkenler arasındaki bağlantıyı, r_{iy} ise bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken arasındaki bağlantıyı göstermektedir. $C = X'X$ matrisinin tersi olmak üzere,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -r_{12} \\ \frac{-r_{12}}{1-r_{12}^2} & \frac{1}{1-r_{12}^2} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

olup, eşitlikte yerine yazılması sonucunda regresyon katsayıları tahmini,

$$\hat{\beta}_1 = \frac{r_{1y} - r_{12}r_{2y}}{1 - r_{12}^2} \quad (3.5)$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{r_{2y} - r_{12}r_{1y}}{1 - r_{12}^2} \quad (3.6)$$

olarak bulunur. İncelediğimiz iki bağımsız değişken arasında güçlü bağlantı varsa $|r_{12}|$ korelasyon katsayısı büyüyerek 1'e yaklaşacaktır. Bu büyüme tahmincinin varyanslarını ve kovaryanslarını da büyütecektir. $|r_{12}| = 1$ olması durumunda eşitlik (3.5) ve (3.6)'nın paydasında tanımsızlığa yol açarak regresyon katsayılarının tahmin edilememesine sebep olacaktır. C matrisinin elemanları,

$$C_{jj} = \frac{1}{1 - R_j^2}, i = 1, 2, \dots, p \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilen eşitlikteki R_j , x_j 'nin kendisi dışındaki $p - 1$ değişkenle oluşturulan modeldeki çoklu belirtme katsayısıdır. Çoklu belirtme katsayısı bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkendeki sebep olduğu değişimin regresyon modeli tarafından açıklanma oranıdır. Burada R_j^2 'nin 1'e yaklaşması çoklu doğrusal bağlantı probleminin varlığına bir

işarettir. Bu sebeple çoklu doğrusal bağlantının olumsuz sonuçlarını ortadan kaldırmak için öncelikle çoklu doğrusal bağlantının belirlenmesi gerekmektedir.

3.3. Çoklu Doğrusal Bağlantının Belirlenmesi

Çoklu doğrusal bağlantının belirlenmesinde literatürde birçok yöntem mevcut olmakla birlikte en çok kullanılan yöntemler aşağıda ele alınacaktır.

3.3.1. Korelasyon Matrisi

Bağımsız değişkenlerin standartlaştırılması durumunda korelasyon matrisi $X'X$ ile ifade edilir. Bağımsız değişkenler aşağıdaki eşitlikler yardımı ile standartlaştırılır (Türkmen Şahingöz, 2019).

$$\tilde{Y}_{ij} = \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}\right)^2}}, i = 1, 2, \dots, n \text{ ve } j = 1, 2, \dots, p \quad (3.8)$$

$$\tilde{X}_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}} \quad (3.9)$$

Standartlaştırma işlemleri neticesinde bulunan \tilde{X} matrisinden $\tilde{X}'\tilde{X}$ matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$(\tilde{X}'\tilde{X})_{p \times p} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & r_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{p \times p} \quad (3.10)$$

Oluşturulan bu matristeki köşegen dışı elemanların 1'e yaklaşma durumları incelenir. Elemanların 1'e yaklaşmaları çoklu bağlantı problemine yol açabilir. Yüksek korelasyon çoklu bağlantı problemi olabileceğini gösterirken, aksi durum çoklu bağlantı problemi olmayacağı anlamına gelmez. Bununla birlikte bu kriter iki değişken için yeterli olsa da bağımsız değişken sayısı ikiden fazla olması durumunda korelasyon matrisinin incelemesi yeterli olmayacaktır.

3.3.2. Varyans Şişirme Faktörü (VIF)

Çoklu doğrusal bağlantının belirlenmesinde en çok kullanılan yöntem varyans şişirme faktörüdür. $X'X$ matrisinin tersinde yararlanılarak j 'nci değişkene ait varyans şişirme faktörü (VIF) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (3.11)$$

Eşitlikte verildiği üzere değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olmaması durumunda R_j sıfıra çok yakın değer alacağından VIF değeri de 1'e yaklaşacaktır. Çoklu doğrusal bağlantının varlığında ise R_j değeri 1'e yaklaşacağı için VIF değerinin büyümesine sebep olacaktır. Çoklu doğrusal bağlantının belirlenmesinde VIF için kesin bir değer olmamakla birlikte uygulamalarda 5 ya da 10'un üzerindeki değerler için çoklu bağlantı olduğunu belirtir (Montgomery ve Peck, 1991).

3.3.3. Korelasyon Matrisinin Öz değeri, Koşul Sayısı ve Koşul İndeksi

$X'X$ korelasyon matrisinin öz değerlerinden en az birinin sıfıra yakın olması çoklu doğrusal bağlantının varlığını işaret eder. Çoklu doğrusal bağlantının belirlenmesinde öz değerleri ayrı ayrı incelemek yerine öz değerlerin en büyük olanının en küçük olana bölünmesiyle elde edilen koşul sayısı da bağlantının derecesi hakkında bilgi verir.

$$KS = \frac{\lambda_{mak}}{\lambda_{min}}$$

- $100 < KS < 1000$ ise orta,
- $KS > 1000$ ise güçlü çoklu doğrusal bağlantı olduğu söylenir.

Koşul sayısının (KS) karekökünden elde edilen koşul indeksi (KI) de birçok araştırmacı tarafından en etkili kriter olarak değerlendirilmektedir.

$$KI = \sqrt{KS} = \sqrt{\frac{\lambda_{mak}}{\lambda_{min}}}$$

- $10 < KI < 30$ ise orta,
- $KI > 30$ ise güçlü çoklu doğrusal bağlantı olduğu söylenir (Gujarati, 1995).

3.4. Ridge Regresyon

Çoklu doğrusal bağlantı problemi EKK tahmin edicisinin yansız olma özelliğini halen korumasına karşın varyans ve kovaryansın büyümesiyle hesaplanan parametre tahminlerinin ve elde edilen sonuçların yanıltıcı olmasına sebep olabilmektedir. Bu sorunu ortadan kaldırmak için Hoerl ve Kennard (1970) Ridge Regresyon yöntemini

önermişlerdir. $X'X$ matrisinin köşegen elemanlarına $k > 0$ yansılık parametresi eklenere yansızlıktan vazgeçerek varyansı küçültmek amaçlanmıştır. Eşitlik (1.18)'de verilen

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$$

β 'nın EKK tahmin edicisidir. Bağımsız değişkenler arasında çoklu bağlantı olması durumunda önerilen Ridge tahmin edicisi ise,

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1}X'y, k \geq 0 \quad (3.12)$$

eşitliği ile tanımlanır. Eşitlikten de görüleceği gibi $k = 0$ olması durumunda $\hat{\beta}_k = \hat{\beta}$ olup ridge tahmin edicisi EKK tahmin edicisine eşit olacaktır. Eşitlik 3.12'de $(X'X + kI)^{-1} = W$ olarak alınırsa

$$\hat{\beta}_R = WX'y$$

elde edilir.

$$\hat{\beta}_R = (X'X + kI)^{-1}X'X\hat{\beta} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} &= (X'X + kI)^{-1}[(X'X)^{-1}]^{-1}\hat{\beta} \\ &= [(X'X)^{-1}(X'X + kI)^{-1}]^{-1}\hat{\beta} \end{aligned}$$

$$\hat{\beta}_R = [(X'X)^{-1}X'X + k(X'X)^{-1}]^{-1}\hat{\beta} \quad (3.14)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlik 3.14'de $(X'X)^{-1}X'X = I$ olacağından

$$\hat{\beta}_R = [I + k(X'X)^{-1}]^{-1}\hat{\beta} \quad (3.15)$$

olarak ifade edilebilir. Eşitlik 3.15'de $Z = [I + k(X'X)^{-1}]^{-1}$ yerine konursa

$$\hat{\beta}_R = Z\hat{\beta}$$

olup buradan Z matrisi

$$Z = I - kW$$

şeklinde elde edilir.

Yanlı bir tahmin edici olan Ridge tahmin edicisinin beklenen değeri,

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}_R) &= E((X'X + kI)^{-1}X'y) \\ &= E((X'X + kI)^{-1}(X'X)(X'X)^{-1}X'y) \\ &= E((X'X + kI)^{-1}(X'X)\hat{\beta}) \\ &= (X'X + kI)^{-1}(X'X)E(\hat{\beta}) \\ E(\hat{\beta}_R) &= (X'X + kI)^{-1}X'X\beta \end{aligned} \quad (3.16)$$

olarak bulunur. Bu eşitlikten yola çıkarak Ridge tahmin edicisinin yanı ise,

$$\begin{aligned} Yan(\hat{\beta}_R) &= E(\hat{\beta}_R) - \beta \\ &= E((X'X + kI)^{-1}X'y) - \beta \\ &= (X'X + kI)^{-1}(X'X)\hat{\beta} - \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (X'X + kI)^{-1}(X'X + kI - kI)\hat{\beta} - \beta \\
&= (I - k(X'X + kI)^{-1})\hat{\beta} - \beta \\
\text{Yan}(\hat{\beta}_R) &= -k(X'X + kI)^{-1}\beta
\end{aligned} \tag{3.17}$$

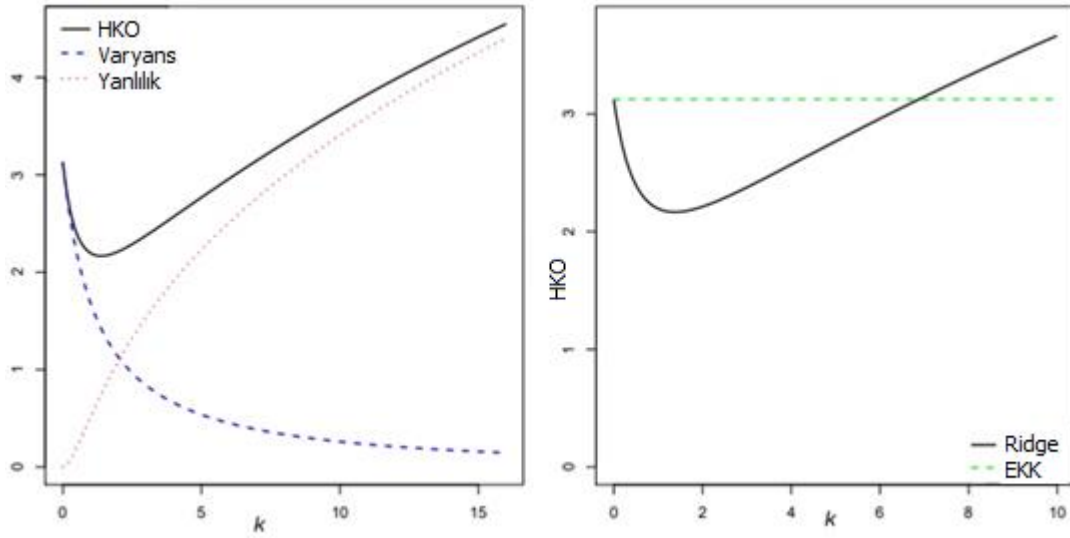
olarak elde edilir. Ridge tahmin edicisinin varyansı da,

$$\begin{aligned}
\text{Var}(\hat{\beta}_R) &= \text{Var}((X'X + kI)^{-1}X'y) \\
\text{Var}(\hat{\beta}_R) &= \sigma^2((X'X + kI)^{-1}X'X(X'X + kI)^{-1})
\end{aligned} \tag{3.18}$$

eşitliği ile tanımlanır. Ridge tahmin edicisinin hata kareler ortalaması,

$$\text{HKO}(\hat{\beta}_R) = \sum_{j=1}^p \frac{\sigma^2 \lambda_j}{(\lambda_j + k)^2} + k^2 \beta'(X'X + kI)^{-2} \beta \tag{3.19}$$

olarak tanımlanır. Eşitlikteki $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ değerleri korelasyon matrisinin özdeğerlerini temsil etmektedir. Burada k 'nın seçimi ile EKK'nın hata kareler ortalamasından (HKO) daha küçük bir HKO'ya ulaşmak amaçlandığı için k 'nın seçimi büyük önem arz etmektedir (Suhail ve Kibria, 2019).



Şekil 3.1. Ridge ve EKK Tahmin edicilerinin HKO değerlerinin değişimi

Literatürde k 'nın seçimi ile ilgili pek çok çalışma mevcuttur. Hoerl ve Kennard (1970b) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{HK} = \frac{\sigma^2}{\hat{\alpha}_{max}^2}$$

eşitliğini, Hoerl, Kennard ve Baldwin (1975) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{HKB} = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i^2}$$

eşitliğini, Lawless ve Wang (1976) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{LW} = \frac{p\sigma^2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{\alpha}_i^2}$$

eşitliğini, Hocking, Speed ve Lynn (1976) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{HSL} = \hat{\alpha}^2 \frac{\sum_{i=1}^p (\lambda_i \hat{\alpha}_i)^2}{(\sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{\alpha}_i^2)^2}$$

eşitliğini, Kibria (2003) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{AO} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\alpha}_i^2}$$

$$\hat{k}_{GO} = \frac{\hat{\sigma}^2}{(\prod_{i=1}^p \hat{\alpha}_i^2)^{\frac{1}{p}}}$$

$$\hat{k}_{MED} = \text{medyan} \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\alpha_i^2} \right)$$

eşitliklerini, Khalaf ve Shukur (2005) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{KS} = \frac{\lambda_{max} \hat{\sigma}^2}{(n-p) \hat{\sigma}^2 + \lambda_{max} \hat{\sigma}_{max}^2}$$

eşitliğini, Asar (2014) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{AY1} = \frac{p^2}{\lambda_{max}^2} \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i^2}$$

eşitliğini, Dorugade (2013) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{DG} = \frac{2p}{\lambda_{max}} \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i^2}$$

eşitliğini, Alkhamisi ve Shukur (2008) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{AS} = \max \left(\sqrt{\hat{\alpha}_i' \hat{\alpha}_i} \right)$$

eşitliğini, Asar ve Genç (2017) k yanlılık parametresi için,

$$\hat{k}_{AY2017} = \text{mean} \left(\sqrt{\frac{1}{\lambda_i \hat{\alpha}_i}} \right)$$

kullanmayı önermişlerdir.

3.5. Liu Tahmin Edicileri

Çoklu doğrusal bağlantı problemin çözümü için önerilen bir diğer yanlı tahmin edici de Liu tahmin edicisidir. Liu (1993), tanımladığı yeni yanlı tahmin edicinin EKK'ya göre daha az hata kareler ortalaması verdiğini göstermiştir (Kaçırınlar ve Sakallıoğlu, 2000). Liu tahmin edicisi Ridge regresyon ve Stein tipi tahmin edicinin dezavantajlarını ortadan kaldırarak avantajlarını birleştiren bir tahmin edicidir. β 'nın Liu tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_{Liu} = (X'X + I)^{-1}(X'y + d\hat{\beta})$$

şeklinde tanımlanır. Ridge tahmin edicinin belirlenmesi için birçok yöntem önerildiği gibi d parametresi içinde önerilmiştir. Eşitlikte $X'y = (X'X)\hat{\beta}$ dönüşümü yapılırsa;

$$\hat{\beta}_{Liu} = (X'X + I)^{-1} \left((X'X)\hat{\beta} + d\hat{\beta} \right)$$

$$\hat{\beta}_{Liu} = \underbrace{(X'X + I)^{-1}((X'X) + dI)}_A \hat{\beta}$$

$$\hat{\beta}_{Liu} = A\hat{\beta}$$

elde edilir. Böylelikle Liu tahmin edicisinin EKK tahmin edicisinin doğrusal bir fonksiyonu olduğu görülür. Bu sebeple d 'nin seçimi k 'nin seçimine oranla daha kolaydır. Tahmin edicinin beklenen değeri,

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}_{Liu}) &= E((X'X + I)^{-1}(X'X + dI)\hat{\beta}) \\ &= (X'X + I)^{-1}(X'X + dI)E(\hat{\beta}) \\ &= (X'X + I)^{-1}(X'X + dI)\beta \end{aligned}$$

olarak tanımlanır. Liu tahmin edicisinin yanı,

$$\begin{aligned} yan(\hat{\beta}_{Liu}) &= E(\hat{\beta}_{Liu}) - \beta \\ &= (X'X + I)^{-1}(X'X + dI)\beta - \beta \\ &= ((X'X + I)^{-1})(X'X + dI - I)\beta \\ &= ((X'X + I)^{-1}(X'X + dI) - (X'X + I)^{-1}(X'X + I)) \\ &= (X'X + I)^{-1}(X'X + dI - X'X + I)\beta \\ &= (X'X + I)^{-1}(dI - I)\beta \end{aligned}$$

olarak bulunur. Liu tahmin edicisinin varyansı,

$$Var(\hat{\beta}_{Liu}) = \sigma^2(X'X + I)^{-1}(X'X + dI)(X'X)^{-1}(X'X + dI)(X'X + I)^{-1}$$

olarak hesaplanır. Liu tahmin edicisinin hata kareler ortalaması ise,

$$HKO(\hat{\beta}_{Liu}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{(\lambda_i + d)^2}{\lambda_i(\lambda_i + 1)^2} + (d - 1)^2 \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}$$

eşitliği ile hesaplanır (Liu,1993).

Ridge tahmin edicisinde olduğu gibi Liu tahmin edicisinde de en uygun d 'nin seçiminde amaç hata kareler ortalamasını en küçük yapmaktır. Liu, Ridge tahmin edicisindeki k 'nın tahmininden yola çıkarak d yanlılık parametresi için,

$$\hat{d}_{MME} = 1 - \hat{\sigma}^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i(\lambda_i + 1)}}{\sum_{i=1}^p \frac{\hat{\alpha}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}} \right)$$

eşitliğini önermiş, daha sonra bu eşitliğin sıfırdan küçük olması durumunu ortadan kaldırmak için $0 \leq h \leq 1$ olmak üzere genelleştirerek,

$$\hat{d}_{MME} = 1 - h^2 \hat{\sigma}^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i(\lambda_i + 1)}}{\sum_{i=1}^p \frac{\hat{\alpha}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}} \right)$$

eşitliğini önermiştir. Mallows (1973)'ün C_p istatistiği de kullanılarak elde edilen bir diğer d yanlılık parametresi,

$$\hat{d}_{CL} = 1 - \hat{\sigma}^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i + 1}}{\sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i \hat{\alpha}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}} \right)$$

eşitliği ile tanımlanır (Akdeniz ve Kaçıranlar,1995). Liu, McDonald ve Galarneau (1975)'nin yönteminden yola çıkarak d yanlılık parametresini,

$$\hat{d}_{MG} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^p \frac{\hat{\alpha}_i^2}{\lambda_i + 1} - \left(\left(\sum_{i=1}^p \frac{\hat{\alpha}_i^2}{\lambda_i + 1} \right) - \hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^p \frac{\hat{\alpha}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2} \sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i} \right)^{1/2}}{\sum_{i=1}^p \frac{\hat{\alpha}_i^2}{(\lambda_i + 1)^2}}$$

şeklinde geliştirmiştir.

Bununla birlikte Qasim vd. (2020) tarafından k yanlılık parametrelerinin tahminleri baz alınarak önerilen d yanlılık parametreleri aşağıda verilmiştir. Hoerl and Kennard (1970a) çalışmaları referans alınarak,

$$\hat{d}_{Q1} = \max \left[0, \frac{\hat{\alpha}_{max}^2 - \hat{\sigma}^2}{\frac{1}{\lambda_{max}} + \hat{\alpha}_{max}^2} \right]$$

Kibria (2003)'nın fikirlerine dayanan Shukur, Mansson, and Sjolander (2015)'in çalışmaları referans alınarak,

$$\hat{d}_{Q2} = \max \left[0, \text{median} \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\frac{1}{\lambda_i} + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q3} = \max \left[0, \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\frac{1}{\lambda_i} + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

Khalaf ve Shukur (2005)'un çalışması referans alınarak,

$$\hat{d}_{Q4} = \max \left[0, \max \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\frac{1}{\lambda_i} + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q5} = \max \left[0, \min \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\frac{1}{\lambda_i} + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

Kibria (2003), Khalaf and Shukur (2005), Muniz ve Kibria (2009) çalışmalarını referans alan Shukur, Mansson, ve Sjolander (2015) 'ın çalışmalarından,

$$\hat{d}_{Q6} = \max \left[0, \text{median} \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\max \left(\frac{1}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q7} = \max \left[0, \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\max \left(\frac{1}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q8} = \max \left[0, \max \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\max \left(\frac{1}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q9} = \max \left[0, \min \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - 1}{\max \left(\frac{1}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_i^2} \right) \right]$$

Shukur, Mansson ve Sjolander (2015), Muniz ve Kibria (2009), Khalaf ve Shukur (2005) ve Kibria (2003)'ün çalışmaları referans alınarak,

$$\hat{d}_{Q10} = \max \left[0, \text{median} \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\max \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_{max}^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q11} = \max \left[0, \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\max \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_{max}^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q12} = \max \left[0, \max \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\max \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_{max}^2} \right) \right]$$

$$\hat{d}_{Q13} = \max \left[0, \min \left(\frac{\hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}^2}{\max \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\lambda_i} \right) + \hat{\alpha}_{max}^2} \right) \right]$$

d yanlılık parametreleri önerilmiştir.

4. AYKIRI GÖZLEM

Aykırı gözlem veya aykırı değer olarak ifade edeceğimiz değerler veri setinin genelinden dağılım, konum veya ölçek olarak farklılık gösteren değerlerdir. Aykırı gözlem değerlerinin varlığı normallik varsayımını bozacağı için EKK tahmin edicisini olumsuz yönde etkileyebilmektedir.

Aykırı gözlemler, ölçüm ya da veri girişi sırasındaki hatalardan, veri setindeki bozulmalardan ve olağandan farklı durumlar sebebiyle görülen aykırılıklardan ortaya çıkabilmektedir. Aykırı gözlemin varlığında ise aykırı gözlemlerin veri setinden çıkartılarak yalın bir model kurulması yerine aykırı gözlemlere de farklı ağırlıklar vererek modelde tutan sağlam regresyon modelleri kullanılabilir.

Bu bölümde aykırı gözlem varlığında EKK'ye alternatif olan M regresyon tanıtılacak ve literatürde incelenen M tahmin edicilerinin amaç, etki ve ağırlık fonksiyonları verilecektir.

4.1. M Tahmin Edicileri

EKK regresyon ile hata terimlerinin karelerinin toplamını en küçük yapmak amaçlanırken, M regresyon ile aykırı değerlerin varlığı yani hataların normal dağılmaması durumunda aykırı değerlerin etkisini azaltan $\rho(\cdot)$ 'yi en küçüklemek amaçlanmaktadır.

M tahmininde amaç fonksiyonu $\rho(\cdot)$;

- $\rho(0) = 0$
- $\rho(\varepsilon) \geq 0$ Pozitiflik
- $\rho(\varepsilon) = \rho(-\varepsilon)$
- $0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2$ olmak üzere $\rho(\varepsilon_1) < \rho(\varepsilon_2)$

özelliklerine sahiptir (Maronna ve ark., 2006).

Bu dört özelliği sağlayan bir $\rho(\varepsilon)$ mevcutsa M tahmin edicisinin amaç fonksiyonu

$$\min \sum_{i=1}^n \rho(\varepsilon_i) = \min \sum_{i=1}^n \rho(Y_i - X_i\beta)$$

şeklinde tanımlanır.

Sürekli ve türevlenebilir bir fonksiyon olan ρ 'nun ε 'na göre türevi alınarak etki fonksiyonu elde edilir. Verinin parametre tahmin edicisi üzerindeki marjinal etkisini ölçen etki fonksiyonu

$$\psi(\varepsilon) = \frac{d\rho(\varepsilon)}{d\varepsilon}$$

şeklinde ifade edilir (Toy, 2014).

Etki fonksiyonu $\psi(\cdot)$;

- $\varepsilon \geq 0$ için $\psi(\varepsilon) \geq 0$
- $\psi(-\varepsilon) = -\psi(\varepsilon)$
- $\psi''(0) = 0$
- $\psi'''(0) < 0$
- $\psi'(0) = 1$
- $\psi(\varepsilon)$ sürekli ve parçalı türevlenebilir

özelliklerini sağlamalıdır (Yurtaslan,2022). Ağırlık fonksiyonu etki fonksiyonu $\psi(\varepsilon)$ 'nin ε 'na bölünmesiyle elde edilen M tahminleri için önemli bir diğer fonksiyondur ve

$$\omega(\varepsilon) = \frac{\psi(\varepsilon)}{\varepsilon}$$

şeklinde ifade edilir.

Literatürde incelenen aykırı gözlem durumunda önerilen M tahmin edici ve bu tahmin edicilerin amaç fonksiyonu, amaç fonksiyonunun türevi alınmak suretiyle üretilen etki ve etki fonksiyonunun ε 'a bölünmesiyle elde edilen ağırlık fonksiyonları aşağıda tanıtılacaktır. Amaç fonksiyonu $\rho(\varepsilon)$, etki fonksiyonu $\psi(\varepsilon)$ ve ağırlık fonksiyonu da $\omega(\varepsilon)$ olarak gösterilecektir.

4.1.1. Huber'in M Tahmin Edicisi

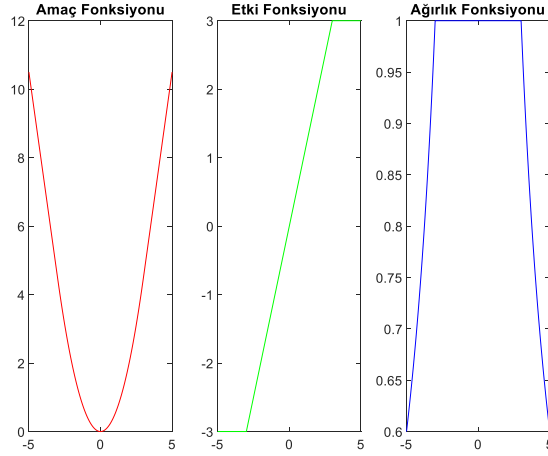
Huber'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_{HU}(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2}{2}, & -k \leq \varepsilon \leq k \\ k|\varepsilon| - \frac{k^2}{2}, & \varepsilon < -k \text{ veya } \varepsilon > k \end{cases}$$

$$\psi_{HU}(\varepsilon) = \frac{d\rho(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon, & -k \leq \varepsilon \leq k \\ k \text{sign}(\varepsilon), & \varepsilon < -k \text{ veya } \varepsilon > k \end{cases}$$

$$\omega_{HU}(\varepsilon) = \frac{d\psi(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \begin{cases} 1, & -k \leq \varepsilon \leq k \\ \frac{k}{|\varepsilon|}, & \varepsilon < -k \text{ veya } \varepsilon > k \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Huber, 1964). $k = 1,345$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.1 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Huber'in M tahmincisi grafikleri

4.1.2. Fair'in M Tahmin Edicisi

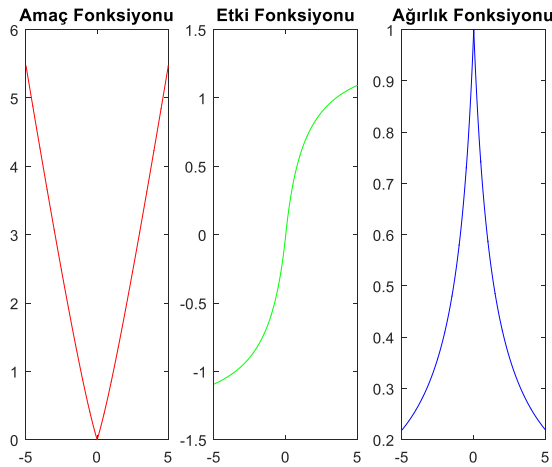
Fair'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_F(\varepsilon) = k_F^2 \ln \left(\frac{|\varepsilon|}{k_F} - \ln \left(1 + \frac{|\varepsilon|}{k_F} \right) \right), \quad |\varepsilon| < \infty$$

$$\psi_F(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{|\varepsilon|}{k_F}}$$

$$\omega_F(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \frac{|\varepsilon|}{k_F}}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Fair, 1974). $k_F = 1,3998$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.2 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Fair'in M tahmincisi grafikleri

4.1.3. Hampel'in M Tahmin Edicisi

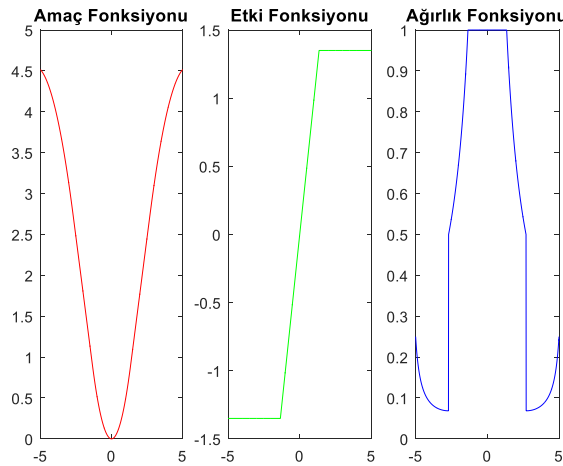
Hampel'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_{HA}(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2}{2}, & |\varepsilon| < a \\ a|\varepsilon| - \frac{a^2}{2}, & a < |\varepsilon| \leq b \\ ab - \frac{a^2}{2} + \frac{a(c-b)}{2} \left[1 - \left(\frac{c-|\varepsilon|}{c-b} \right)^2 \right], & b < |\varepsilon| \leq c \\ ab - \frac{a^2}{2} + \frac{a(c-b)}{2}, & |\varepsilon| > c \end{cases}$$

$$\psi_{HA}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon, & |\varepsilon| \leq a \\ a \operatorname{sign}(\varepsilon), & a < |\varepsilon| \leq b \\ \frac{a \operatorname{sign}(\varepsilon)(c-|\varepsilon|)}{c-b}, & b < |\varepsilon| \leq c \\ 0, & |\varepsilon| > c \end{cases}$$

$$\omega_{HA}(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & |\varepsilon| \leq a \\ \frac{a}{|\varepsilon|}, & a < |\varepsilon| \leq b \\ \frac{a(c-|\varepsilon|)}{|\varepsilon|(c-b)}, & b < |\varepsilon| \leq c \\ 0, & |\varepsilon| > c \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Hampel, 1974). $a=1,35$, $b=2,70$, $c=5,40$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.3 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.3. Hampel'in M tahmincisi grafikleri

4.1.4. Tukey'in M Tahmin Edicisi

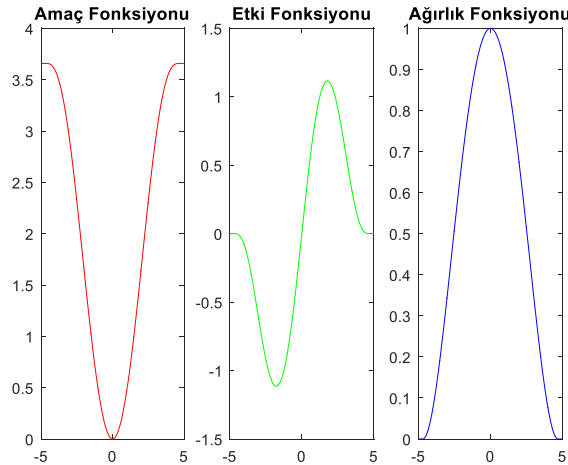
Tukey'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_T(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{k_T^2}{6} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{\varepsilon}{k_T} \right)^2 \right)^3 \right), & |\varepsilon| \leq k_T \\ \frac{k_T^2}{6}, & |\varepsilon| > k_T \end{cases}$$

$$\psi_T(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon \left(1 - \left(\frac{\varepsilon}{k_T} \right)^2 \right)^2, & |\varepsilon| \leq k_T \\ 0, & |\varepsilon| > k_T \end{cases}$$

$$\omega_T(\varepsilon) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{\varepsilon}{k_T} \right)^2 \right)^2, & |\varepsilon| \leq k_T \\ 0, & |\varepsilon| > k_T \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Beaton ve Tukey, 1974). $k_T = 4,6851$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.4 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.4. Tukey'in M tahmincisi grafikleri

4.1.5. Welsch'in M Tahmin Edicisi

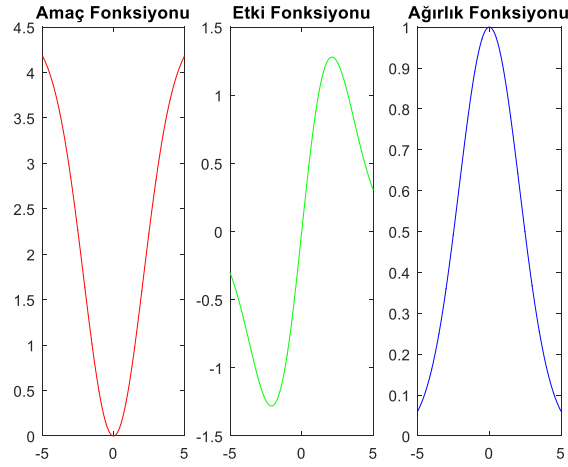
Welsch'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_W(\varepsilon) = \frac{k_W^2}{2} \left(1 - e^{-\left(\frac{\varepsilon}{k_W} \right)^2} \right), |\varepsilon| < \infty$$

$$\psi_W(\varepsilon) = \varepsilon e^{-\left(\frac{\varepsilon}{k_W} \right)^2}$$

$$\omega_W(\varepsilon) = e^{-\left(\frac{\varepsilon}{k_W} \right)^2}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Dennis ve Welsch, 1978). $k_W = 2,9846$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.5 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.5. Welsch'in M tahmincisi grafikleri

4.1.6. Cauchy'nin M Tahmin Edicisi

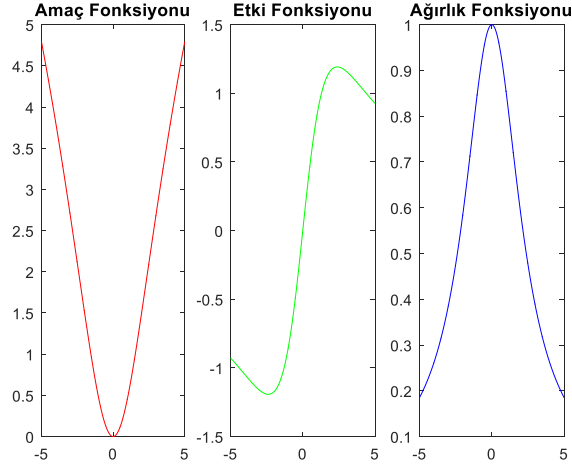
Cauchy'nin M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_C(\varepsilon) = \frac{k_C^2}{2} \ln \left(1 + \left(\frac{\varepsilon}{k_C} \right)^2 \right), |\varepsilon| < \infty$$

$$\psi_C(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{k_C} \right)^2}$$

$$\omega_C(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{k_C} \right)^2}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Stigler, 1974). $k_C = 2,3849$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.6 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.6. Cauchy'in M tahmincisi grafikleri

4.1.7. Talwar'ın M Tahmin Edicisi

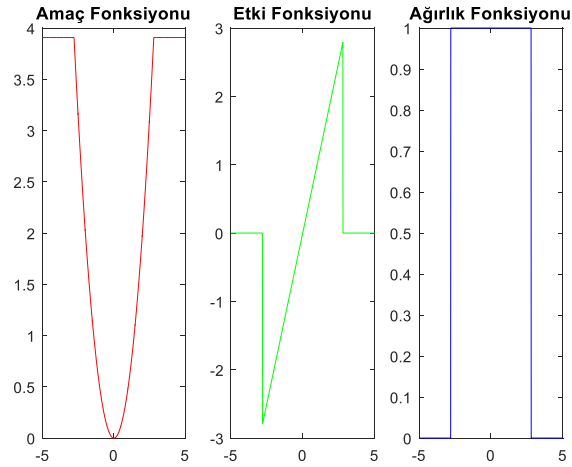
Talwar'ın M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_T(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2}{2}, & |\varepsilon| \leq k_T \\ \frac{k_T^2}{2}, & |\varepsilon| > k_T \end{cases}$$

$$\psi_T(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon, & |\varepsilon| \leq k_T \\ 0, & |\varepsilon| > k_T \end{cases}$$

$$\omega_T(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & |\varepsilon| \leq k_T \\ 0, & |\varepsilon| > k_T \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Hinich ve Talwar, 1975). $k_T = 2,7955$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.7 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.7. Talwar'ın M tahmincisi grafikleri

4.1.8. Andrews'in M Tahmin Edicisi

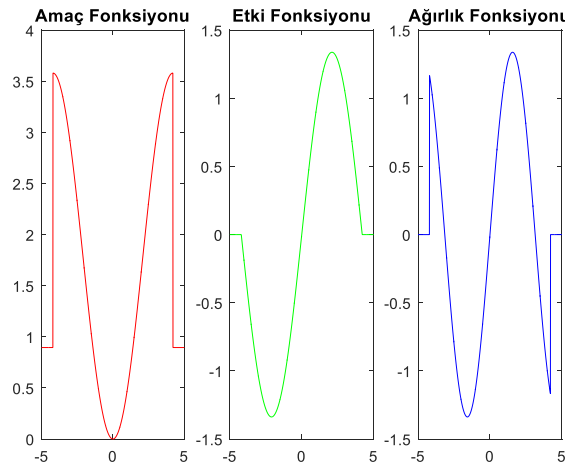
Andrews'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_A(\varepsilon) = \begin{cases} k_A^2 \left(1 - \cos\left(\frac{\varepsilon}{k_A}\right)\right), & |\varepsilon| \leq \pi k_A \\ 2k_A^2, & |\varepsilon| > \pi k_A \end{cases}$$

$$\psi_A(\varepsilon) = \begin{cases} k_A \sin\left(\frac{\varepsilon}{k_A}\right), & |\varepsilon| \leq \pi k_A \\ 0, & |\varepsilon| > \pi k_A \end{cases}$$

$$\omega_A(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{k_A \sin\left(\frac{\varepsilon}{k_A}\right)}{\varepsilon}, & |\varepsilon| \leq \pi k_A \\ 0, & |\varepsilon| > \pi k_A \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Andrews ve ark., 1972). $k_A = 1,338$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.8 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.8. Andrews'in M tahmin edicisi grafikleri

4.1.9. Geman-McClure'nin M Tahmin Edicisi

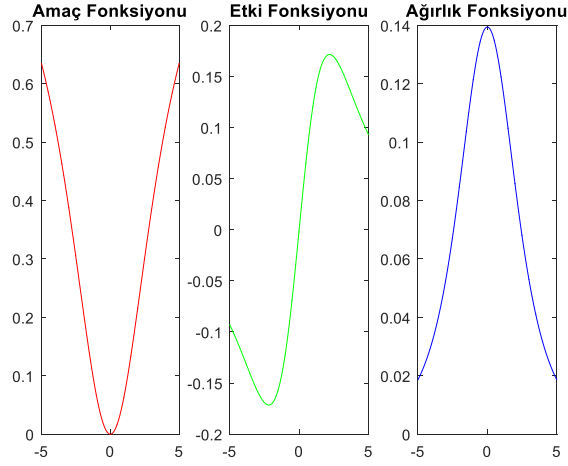
Geman-McClure'nin M Tahmin Edicisi fonksiyonları,

$$\rho_{GM}(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{k_{GM}^2 + \varepsilon^2}, \quad |\varepsilon| \leq \infty$$

$$\psi_{GM}(\varepsilon) = \frac{2\varepsilon k_{GM}^2}{(k_{GM}^2 + \varepsilon^2)^2}, \quad |\varepsilon| \leq \infty$$

$$\omega_{GM}(\varepsilon) = \frac{2k_{GM}^2}{(k_{GM}^2 + \varepsilon^2)^2}, \quad |\varepsilon| \leq \infty$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Geman ve McClure, 1987). $k_{GM} = 3,787376$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.9 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.9. Geman-McClure'in M tahmincisi grafikleri

4.1.10. Ramsay'in M Tahmin Edicisi

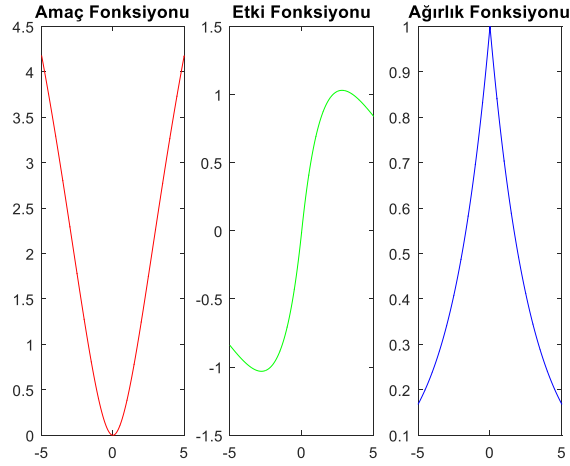
Ramsay'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_R(\varepsilon) = \frac{1}{k_R^2} (1 - (1 + k_R|\varepsilon|)e^{-k_R|\varepsilon|}), \quad |\varepsilon| \leq \infty$$

$$\psi_R(\varepsilon) = \varepsilon e^{-k_R|\varepsilon|}$$

$$\omega_R(\varepsilon) = e^{-k_R|\varepsilon|}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Ramsay, 1977). $k_R = 0,3569$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.10 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.10. Ramsay'in M tahmincisi grafikleri

4.1.11. Logistic'in M Tahmin Edicisi

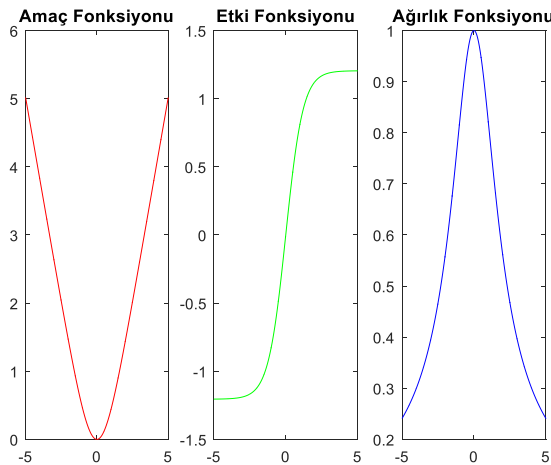
Logistic'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_L(\varepsilon) = k_L^2 \log \left(\cosh \left(\frac{\varepsilon}{k_L} \right) \right), \quad |\varepsilon| \leq \infty$$

$$\psi_L(\varepsilon) = k_L \tanh \left(\frac{\varepsilon}{k_L} \right), \quad |\varepsilon| \leq \infty$$

$$\omega_L(\varepsilon) = \frac{k_L}{\varepsilon} \tanh \left(\frac{\varepsilon}{k_L} \right)$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Holland ve Welsch, 1977). $k_L = 1,205$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.11 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.11. Logistic'in M tahmincisi grafikleri

4.1.12. Danish'in M Tahmin Edicisi

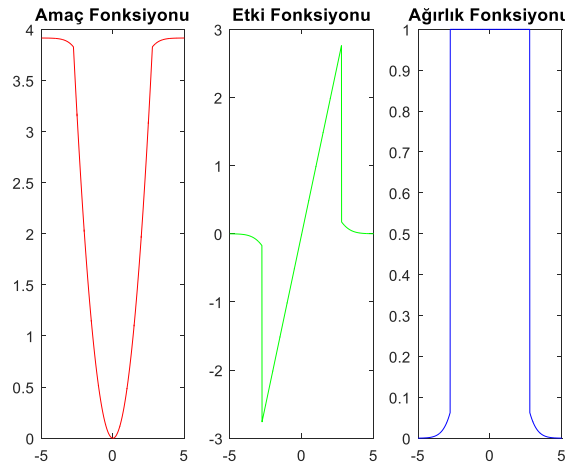
Danish'in M Tahmin Edicisi fonksiyonları

$$\rho_D(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2}{2} & |\varepsilon| \leq c_D \\ -\frac{c_D}{2} e^{\frac{-\varepsilon^2}{c_D}} + d_D & |\varepsilon| > c_D \end{cases}$$

$$\psi_D(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon, & |\varepsilon| \leq c_D \\ \varepsilon e^{\frac{-\varepsilon^2}{c_D}} & |\varepsilon| > c_D \end{cases}$$

$$\omega_D(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & |\varepsilon| \leq c_D \\ e^{\frac{-\varepsilon^2}{c_D}} & |\varepsilon| > c_D \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Berberan, 1995). $c_D = 2.76705$, $d_D = 3,91523$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.12 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.12. Danish'in M tahmincisi grafikleri

4.1.13. Smith'in M Tahmin Edicisi

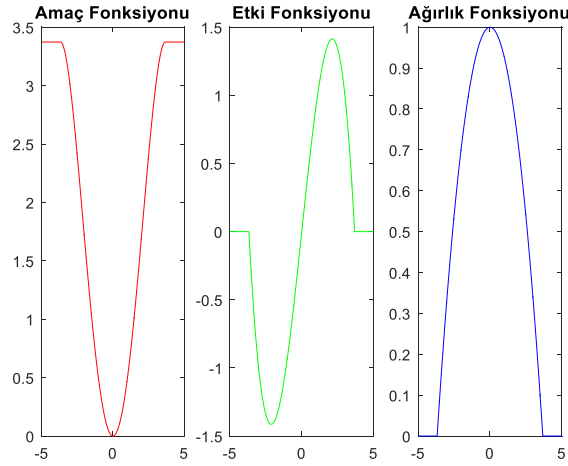
Smith'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\rho_S(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{k_S^2}{4} \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{k_S^2} \right)^2 \right) & |\varepsilon| \leq k_S \\ \frac{k_S^2}{4} & |\varepsilon| > k_S \end{cases}$$

$$\psi_S(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{k_S^2} \right), & |\varepsilon| \leq k_S \\ 0 & |\varepsilon| > k_S \end{cases}$$

$$\omega_S(\varepsilon) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{k_S^2}\right), & |\varepsilon| \leq k_S \\ 0 & |\varepsilon| > k_S \end{cases}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (Smith, 1888). $k_S = 3,6732$ sabit değeri için hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.13 ile gösterilmiştir.



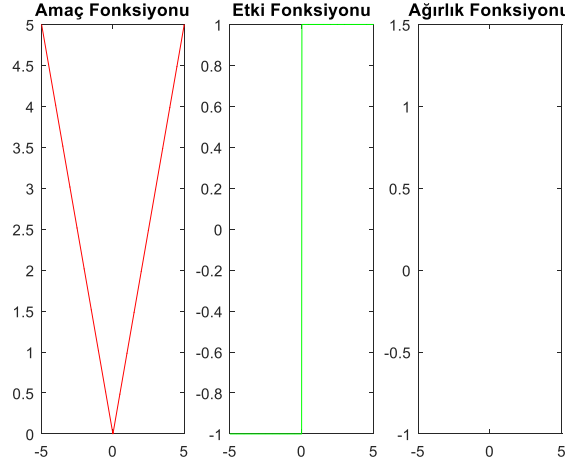
Şekil 4.13. Smith'in M tahmincisi grafikleri

4.1.14. LAD'in M Tahmin Edicisi

LAD'in M tahmin edicisi fonksiyonları,

$$\begin{aligned} \rho_{L1}(\varepsilon) &= |\varepsilon| \\ \psi_{L1}(\varepsilon) &= \text{sign}(\varepsilon) \\ \omega_{L1}(\varepsilon) &= \frac{\text{sign}(\varepsilon)}{\varepsilon} \end{aligned}$$

eşitlikleri ile tanımlanmıştır (de Laplace, 1774). LAD'in hesaplanan amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarının grafikleri Şekil 4.14 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.14. LAD'ın M tahmincisi grafikleri

4.2. İteratif Ağırlıklandırılmış EKK Yöntemi ile Ridge-M Tahmin Edicileri

Aykırı gözlem ve çoklu bağlantı probleminin bir arada bulunduğu modellerde M tahmin edicilerinin Ridge ve Liu tahmin edicilerle birlikte kullanılması mümkündür. Çalışmada Ridge tahminine dayalı M tahmini (Ridge-M) ve Liu tahminine dayalı M tahmini (Liu-M) incelenmiştir. Ridge-M tahmininin incelenmesinde iteratif ağırlıklandırılmış EKK yöntemi ve başlangıç parametre tahmini için EKK tahmin edicisi kullanılmıştır. Diyagonal ağırlık matrisi $W = diag(1)$ olmak üzere başlangıç tahmini

$$\hat{\beta}_{RM} = (X'WX)^{-1}X'Wy$$

eşitliği ile bulunur. Bu eşitliğe göre tahmini hata terimlerinin tahminleri hesaplanır. Hata terimlerinin tahminleri ve M tahmin edicisi ağırlık fonksiyonuna göre ağırlıklar yenilenir. Diyagonal ağırlık matrisi W 'nin yenilenmesiyle oluşturulan ridge tahminine dayalı parametre vektörünün tahmini

$$\hat{\beta}_{RM}^{yeni} = (X'W^{yeni}X + \hat{k}I)^{-1}X'Wy$$

eşitliği ile yenilenir.

$$\sum_{i=0}^p |\hat{\beta}_{RM,i}^{yeni} - \hat{\beta}_{RM,i}| \leq 10^{-4}$$

yakınsama koşulunun sağlanması durumunda algoritma sonlandırılır, aksi durumda $\hat{\beta}_{RM}^{yeni}$ başlangıç parametre vektörü olarak kabul edilir ve ağırlıklar yenilenerek işlemler tekrarlanır.

4.3. İteratif Ağırlıklandırılmış EKK Yöntemi ile Liu-M Tahmin Edicileri

Liu-M tahmininin incelenmesinde iteratif ağırlıklandırılmış EKK yöntemi ve başlangıç parametre tahmini için EKK tahmin edicisi kullanılmıştır. Diyagonal ağırlık matrisi W olmak üzere başlangıç tahmini

$$\hat{\beta}_{LM} = (X'WX + I)^{-1}X'Wy$$

eşitliği ile bulunur. Bu eşitliğe göre tahmini hata terimleri hesaplanır. Sonrasında diyagonal ağırlık matrisi W 'nin yenilenmesiyle oluşturulan Liu tahminine dayalı parametre vektörünün tahmini

$$\hat{\beta}_{LM}^{yeni} = (X'W^{yeni}X + I)^{-1}(X'y + d\hat{\beta})$$

Eşitlikte $X'y = (X'X)\hat{\beta}$ dönüşümü yapılırsa;

$$\hat{\beta}_{LM}^{yeni} = (X'W^{yeni}X + I)^{-1}((X'X)\hat{\beta} + d\hat{\beta})$$

$$\hat{\beta}_{LM}^{yeni} = (X'W^{yeni}X + I)^{-1}((X'X) + dI)\hat{\beta}$$

Olarak bulunur ve bu eşitliğe göre yenileme işlemi yapılır.

$$\sum_{i=0}^p |\hat{\beta}_{LM,i}^{yeni} - \hat{\beta}_{LM,i}| \leq 10^{-4}$$

yakınsama koşulunun sağlanması durumunda algoritma sonlandırılır, aksi durumda $\hat{\beta}_{LM}^{yeni}$ başlangıç parametre vektörü olarak kabul edilir ve ağırlıklar yenilenerek işlemler tekrarlanır.

5. ÇOKLU BAĞLANTI VE AYKIRI GÖZLEM DURUMUNDA ALTERNATİF TAHMİNCİLERİN İNCELENMESİ

5.1. EKK, M Tahmin, Ridge ve Ridge-M Tahmincilerin Karşılaştırılması

Bu bölümde aykırı gözlem ve çoklu bağlantı probleminin bir arada bulunduğu çoklu doğrusal regresyon modelinde M tahmin edicilerinin Ridge tahmincilerle birlikte kullanılması durumundaki performansları Matlab programı kullanılarak simülasyon ve gerçek veri seti uygulaması ile incelenecektir.

Simülasyon veri setinde gerekli çoklu bağlantı derecesini elde edebilmek için regresyon değişkenleri

$$x_{i,j} = z_{i,j}\sqrt{(1-r^2)} + z_{i,p}\sqrt{r^2} \quad i = 1,2,\dots,n \text{ ve } j = 1,2,\dots,p$$

ile oluşturulmuştur. Eşitlikte $z_{i,j}$ standart normal dağılımdan rastgele üretilen değerleri, r ise bağımsız değişkenlerde arasındaki korelasyon katsayısını ifade etmektedir. Bağımlı değişken Y 'nin değerleri,

$$y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$$

eşitliği ile hesaplanmıştır.

Simülasyon veri setinde aykırı gözlem sorunu oluşturmak için, standart sapması 0.1 hata terimlerinin ortalaması 5 olan bir kısım gözlem verileri ile, hata terimleri ortalaması 0, standart sapması 1 olan diğer kısım gözlem verileri %10, %20 olan aykırı gözlem oranına göre üretilmiştir. Örneklem sayısı $n = 50$, $n = 100$ ve $n = 200$ olacak şekilde $r^2 = 0,95$, $r^2 = 0,99$ ve $r^2 = 0,999$ değerleri ile her bir durum için 5000 tekrar yapılmıştır.

EKK, Ridge, M tahmin edici ve ridge tahminine dayalı M tahmin edici (Ridge-M) tahminlerinin performansları,

$$HKO(\hat{\beta}) = \frac{1}{5000} \sum_{t=1}^{5000} \sum_{i=1}^p (\hat{\beta}_{i,yeni} - \beta_i)^2$$

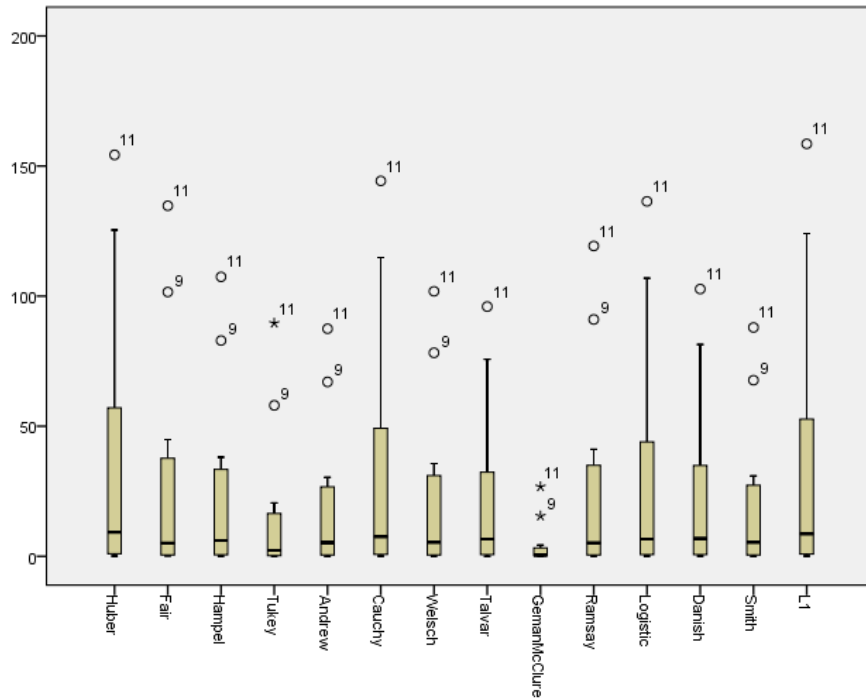
eşitliği ile hesaplanan HKO değerlerine göre karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.1. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,95$)

			Ridge Tahmin											
			\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}
			3,856	25,466	33,279	25,754	0,309	2,030	4,813	11,890	57,190	0,259	68,922	0,397
	EKK	98,902	Ridge-M Tahmin											
M Tahmin	Huber	50,069	1,674	10,049	13,452	10,721	0,214	0,730	1,851	4,300	25,007	0,211	31,241	0,174
	Fair	55,199	0,991	6,264	9,323	7,559	0,227	0,405	1,077	2,397	20,058	0,230	27,132	0,180
	Hampel	42,523	1,212	5,928	7,958	6,548	0,182	0,415	1,160	2,857	16,561	0,193	21,815	0,111
	Tukey	80,375	0,531	2,620	4,343	3,565	0,207	0,200	0,512	1,199	11,450	0,227	18,107	0,138
	Andrew	36,178	1,059	4,770	6,363	5,252	0,174	0,343	0,988	2,450	13,448	0,190	17,853	0,097
	Cauchy	50,027	1,408	8,546	11,755	9,442	0,212	0,579	1,539	3,527	22,852	0,214	29,183	0,162
	Welsch	41,274	1,091	5,452	7,448	6,123	0,186	0,374	1,057	2,527	15,618	0,199	20,693	0,113
	Talwar	35,813	1,310	5,896	7,564	6,258	0,169	0,454	1,240	3,119	15,228	0,179	19,611	0,101
	Geman-McClure	43,363	0,220	0,512	0,965	0,874	0,233	0,144	0,192	0,226	3,026	0,243	5,368	0,189
	Ramsay	48,005	1,007	5,931	8,562	6,975	0,211	0,384	1,056	2,370	18,060	0,219	24,112	0,150
	Logistic	49,701	1,244	7,558	10,614	8,551	0,215	0,501	1,351	3,072	21,246	0,218	27,586	0,163
	Danish	37,598	1,341	6,337	8,183	6,745	0,175	0,478	1,290	3,187	16,344	0,183	20,943	0,108
	Smith	35,889	1,087	4,889	6,485	5,338	0,174	0,355	1,017	2,524	13,585	0,189	17,959	0,097
	L1 (LAD)	59,265	1,585	9,261	12,568	10,017	0,205	0,652	1,731	4,217	24,774	0,207	32,201	0,160

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.1’de verilmiştir. Tablo 5.1 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Andrew’ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,097 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.1’de M tahmin edicilerin EKK tahmin edicisinden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 35,813 HKO değeri ile Talwar’ın M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.1 ile verilmiştir.



Şekil 5.1 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

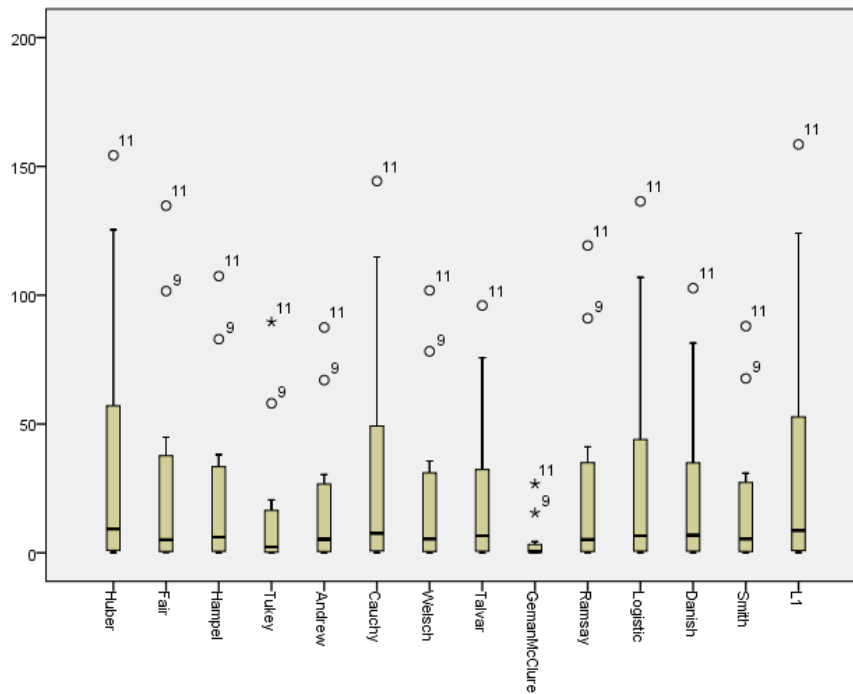
Şekil 5.1’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.1’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.2. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,99$)

			Ridge Tahmin											
			\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}
			19,065	125,712	162,273	68,080	0,290	4,913	23,323	24,833	288,493	0,253	343,085	0,314
			Ridge-M Tahmin											
M Tahmin	EKK	487,942												
	Huber	244,750	7,918	49,156	64,952	27,960	0,205	1,714	8,734	9,753	125,417	0,229	154,302	0,146
	Fair	270,072	4,395	30,554	44,846	19,102	0,220	0,776	4,826	5,341	101,595	0,239	134,722	0,167
	Hampel	207,712	5,534	28,751	38,068	16,898	0,175	0,943	5,313	6,641	82,921	0,220	107,425	0,096
	Tukey	390,524	2,058	12,460	20,500	8,640	0,202	0,326	2,050	2,478	58,017	0,239	89,636	0,133
	Andrew	175,608	4,784	23,067	30,346	13,529	0,168	0,775	4,491	5,715	67,047	0,219	87,476	0,085
	Cauchy	244,667	6,571	41,766	56,658	24,481	0,204	1,296	7,187	8,024	114,855	0,231	144,278	0,141
	Welsch	201,330	4,941	26,444	35,624	15,783	0,180	0,828	4,820	5,906	78,222	0,223	101,859	0,100
	Talwar	173,753	6,021	28,519	36,118	16,154	0,163	1,084	5,709	7,255	75,688	0,211	95,991	0,083
	Geman-McClure	211,562	0,438	2,208	4,324	2,010	0,229	0,124	0,398	0,440	15,506	0,247	26,764	0,186
	Ramsay	234,558	4,520	28,888	41,110	17,796	0,204	0,782	4,788	5,439	91,045	0,234	119,293	0,137
	Logistic	242,784	5,727	36,914	51,117	22,005	0,207	1,079	6,244	6,973	106,932	0,233	136,427	0,145
	Danish	182,966	6,186	30,727	39,140	17,545	0,168	1,139	5,953	7,447	81,432	0,213	102,733	0,089
	Smith	174,136	4,920	23,647	30,935	13,757	0,168	0,807	4,628	5,885	67,688	0,218	87,962	0,085
	L1 (LAD)	288,358	7,404	45,169	60,289	26,225	0,196	1,507	8,107	9,190	124,030	0,227	158,516	0,136

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.2’de verilmiştir. Tablo 5.2 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar’ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,083 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.2’de M tahmin edicilerin EKK tahmin edicisinden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 173,753 HKO değeri ile Talwar’ın M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.2 ile verilmiştir.



Şekil 5.2 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

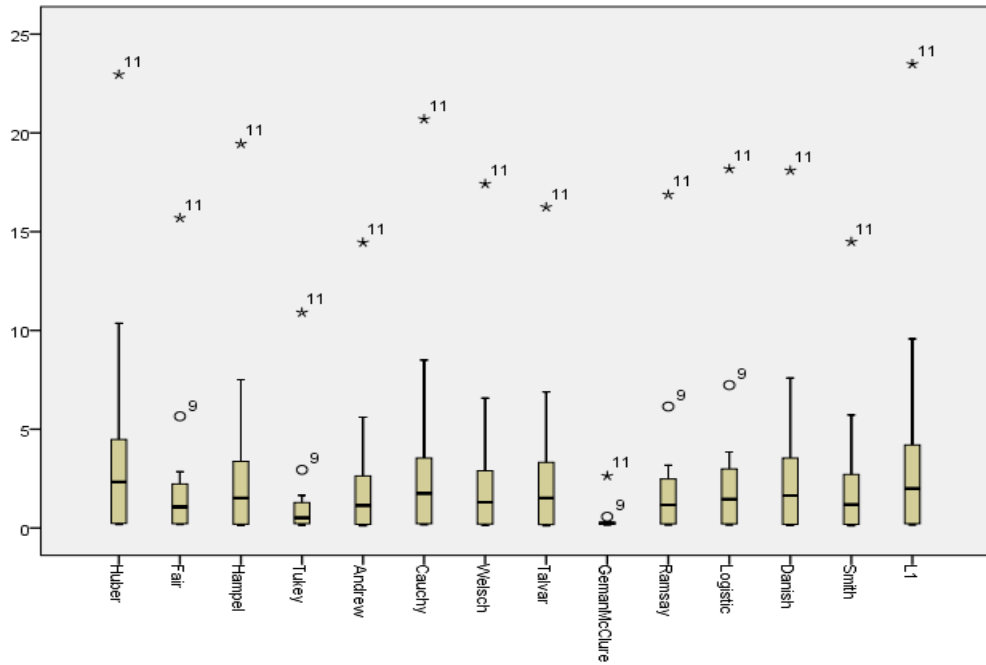
Şekil 5.2’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.2’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.3. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,999$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		1769,868	1252,697	254,759	232,185	0,282	17,898	232,535	1775,274	2882,929	0,250	3415,609	0,288	
		Ridge-M Tahmin												
	EKK	4837,487												
M Tahmin	Huber	2410,055	751,705	486,796	109,586	94,986	0,200	6,176	86,086	753,664	1246,396	0,242	1526,914	0,136
	Fair	2661,571	541,162	302,922	56,437	63,884	0,216	2,404	47,181	542,687	1013,615	0,246	1336,838	0,161
	Hampel	2041,839	475,447	283,317	80,006	57,662	0,172	3,308	51,645	476,694	821,845	0,240	1060,189	0,091
	Tukey	3828,074	276,596	122,740	25,623	27,321	0,200	0,825	19,205	277,517	577,181	0,246	887,226	0,131
	Andrew	1720,353	383,093	226,970	67,186	46,089	0,165	2,697	43,508	384,125	662,910	0,239	860,946	0,081
	Cauchy	2409,539	667,734	413,550	89,936	83,075	0,200	4,493	70,699	669,484	1142,095	0,243	1428,171	0,133
	Welsch	1977,746	446,174	260,668	69,572	53,641	0,176	2,851	46,861	447,333	775,301	0,241	1004,995	0,095
	Talwar	1701,792	442,833	280,614	87,051	55,470	0,159	3,947	55,374	444,006	747,284	0,236	944,212	0,078
	Geman-McClure	2079,206	61,742	21,254	3,760	6,504	0,227	0,159	3,037	61,927	155,218	0,249	265,853	0,184
	Ramsay	2308,179	501,625	285,807	59,964	59,875	0,200	2,539	46,786	502,965	905,866	0,244	1180,860	0,132
	Logistic	2389,585	607,284	365,583	76,400	74,260	0,203	3,633	61,329	608,911	1063,813	0,244	1350,657	0,139
	Danish	1794,995	479,604	302,508	90,688	60,258	0,164	4,152	57,892	480,874	805,249	0,237	1011,614	0,083
	Smith	1705,572	388,955	232,664	69,195	46,841	0,164	2,825	44,849	390,003	669,088	0,239	865,551	0,081
	L1 (LAD)	2831,644	705,627	446,332	102,233	85,252	0,192	5,216	79,513	707,574	1230,533	0,242	1563,660	0,129

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.3'te verilmiştir. Tablo 5.3 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar'ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,078 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.3'te M tahmin edicilerin EKK tahmin edicisinden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 1701,792 HKO değeri ile Talwar'ın M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.3 ile verilmiştir.



Şekil 5.3 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.3'teki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.3'te en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.1, Tablo 5.2 ve Tablo 5.3 birlikte incelendiğinde, r^2 'nin artması EKK, Ridge, ve Ridge-M tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına sebep

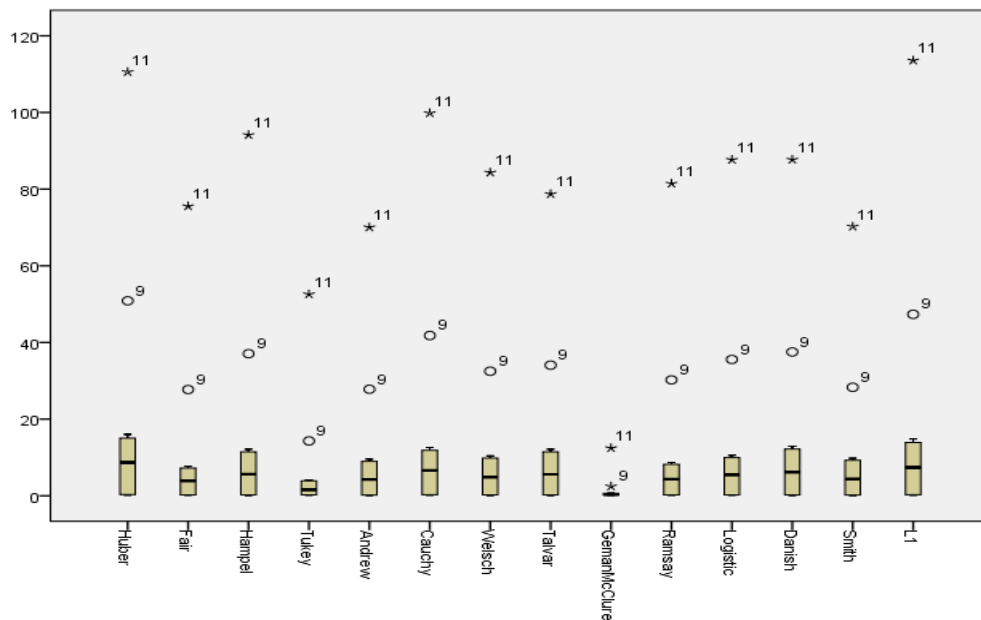
olmuştur. \hat{k}_{AO} ve \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametrelerinin kullanıldığı Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinde genel eğilimin aksine r^2 'nin artması HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. Ridge-M tahmin edicilerin, Ridge ve EKK tahmin edicilerinden daha iyi performans gösterdiği gözlemlenmiştir.

Tablo 5.4. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,95$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		4,824	4,340	3,759	5,007	0,218	0,432	1,268	9,666	15,764	0,226	29,931	0,245	
M Tahmin	EKK	50,997	Ridge-M Tahmin											
	Huber	48,989	3,160	2,428	2,236	3,101	0,202	0,263	0,699	5,799	10,363	0,209	22,952	0,176
	Fair	48,585	1,599	1,053	1,077	1,556	0,213	0,193	0,371	2,850	5,654	0,225	15,694	0,173
	Hampel	55,702	2,413	1,527	1,498	2,046	0,195	0,195	0,457	4,334	7,504	0,199	19,447	0,142
	Tukey	87,227	0,918	0,495	0,541	0,683	0,215	0,153	0,227	1,648	2,946	0,224	10,905	0,153
	Andrew	41,630	1,895	1,157	1,134	1,487	0,184	0,145	0,357	3,374	5,610	0,186	14,449	0,110
	Cauchy	51,218	2,518	1,785	1,714	2,444	0,204	0,221	0,533	4,557	8,498	0,213	20,695	0,167
	Welsch	51,829	2,085	1,307	1,292	1,782	0,195	0,178	0,403	3,709	6,577	0,202	17,418	0,137
	Talwar	39,714	2,379	1,551	1,477	1,886	0,179	0,167	0,456	4,263	6,886	0,174	16,241	0,111
	Geman-McClure	50,681	0,276	0,163	0,202	0,228	0,236	0,183	0,185	0,307	0,572	0,243	2,636	0,204
	Ramsay	52,043	1,789	1,162	1,171	1,692	0,208	0,190	0,386	3,174	6,147	0,219	16,873	0,163
	Logistic	47,730	2,134	1,472	1,434	2,044	0,205	0,201	0,459	3,843	7,232	0,214	18,175	0,161
	Danish	44,935	2,541	1,678	1,609	2,122	0,184	0,185	0,489	4,548	7,588	0,183	18,097	0,124
	Smith	40,437	1,945	1,197	1,168	1,521	0,184	0,147	0,366	3,467	5,716	0,185	14,488	0,110
	L1 (LAD)	62,457	2,900	2,044	1,949	2,637	0,198	0,231	0,589	5,504	9,572	0,203	23,484	0,160

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.4'te verilmiştir. Tablo 5.4 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Smith'in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,110 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.4'te M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 39,714 HKO değeri ile Talwar'ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 87,227 HKO değeri ile Tukey'in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.4 ile verilmiştir.



Şekil 5.4 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

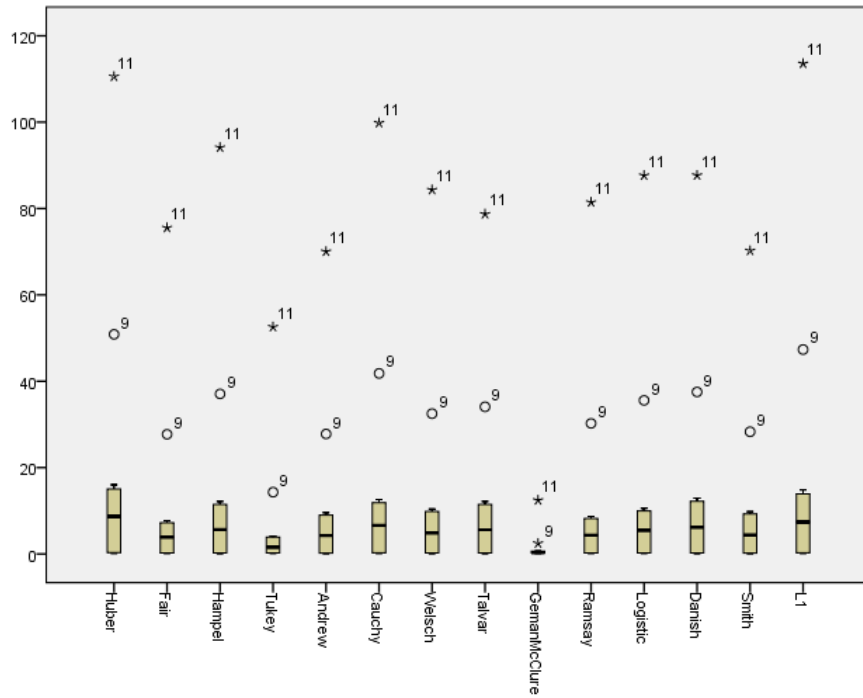
Şekil 5.4'teki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.4'te en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.5. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,99$)

			Ridge Tahmin											
			\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}
			21,504	19,656	17,545	11,197	0,214	0,719	4,822	25,014	76,468	0,237	142,786	0,210
		EKK	243,049	Ridge-M Tahmin										
M Tahmin	Huber	235,384	14,108	10,958	10,391	6,968	0,198	0,395	2,549	16,016	50,871	0,227	110,562	0,160
	Fair	233,464	6,806	4,460	4,727	3,339	0,210	0,221	1,071	7,666	27,722	0,237	75,539	0,169
	Hampel	268,546	10,765	6,762	6,879	4,561	0,191	0,275	1,594	12,144	37,066	0,223	94,129	0,132
	Tukey	421,165	3,643	1,841	2,155	1,301	0,211	0,167	0,498	4,125	14,308	0,237	52,576	0,151
	Andrew	200,751	8,464	5,203	5,264	3,329	0,180	0,201	1,271	9,535	27,787	0,215	70,032	0,102
	Cauchy	246,330	11,133	7,923	7,856	5,422	0,200	0,301	1,824	12,582	41,805	0,230	99,820	0,158
	Welsch	249,861	9,239	5,771	5,903	3,961	0,192	0,239	1,369	10,402	32,496	0,224	84,320	0,130
	Talwar	191,548	10,745	7,073	6,949	4,300	0,175	0,256	1,726	12,160	34,078	0,208	78,704	0,099
	Geman-McClure	244,189	0,648	0,321	0,398	0,339	0,234	0,150	0,188	0,663	2,455	0,247	12,442	0,204
	Ramsay	250,479	7,738	4,994	5,214	3,683	0,204	0,230	1,178	8,707	30,243	0,234	81,445	0,158
	Logistic	229,608	9,361	6,484	6,524	4,493	0,201	0,259	1,516	10,566	35,575	0,231	87,656	0,154
	Danish	216,594	11,453	7,601	7,520	4,804	0,181	0,280	1,826	12,939	37,519	0,213	87,687	0,112
	Smith	195,073	8,700	5,392	5,433	3,404	0,180	0,206	1,316	9,804	28,306	0,214	70,226	0,101
	L1 (LAD)	301,159	12,972	9,175	9,036	5,749	0,194	0,338	2,115	14,845	47,337	0,225	113,557	0,146

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.5'te verilmiştir. Tablo 5.5 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar'ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,099 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.5'te M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 191,548 HKO değeri ile Talwar'ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 421,165 HKO değeri ile Tukey'in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.5 ile verilmiştir.



Şekil 5.5 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

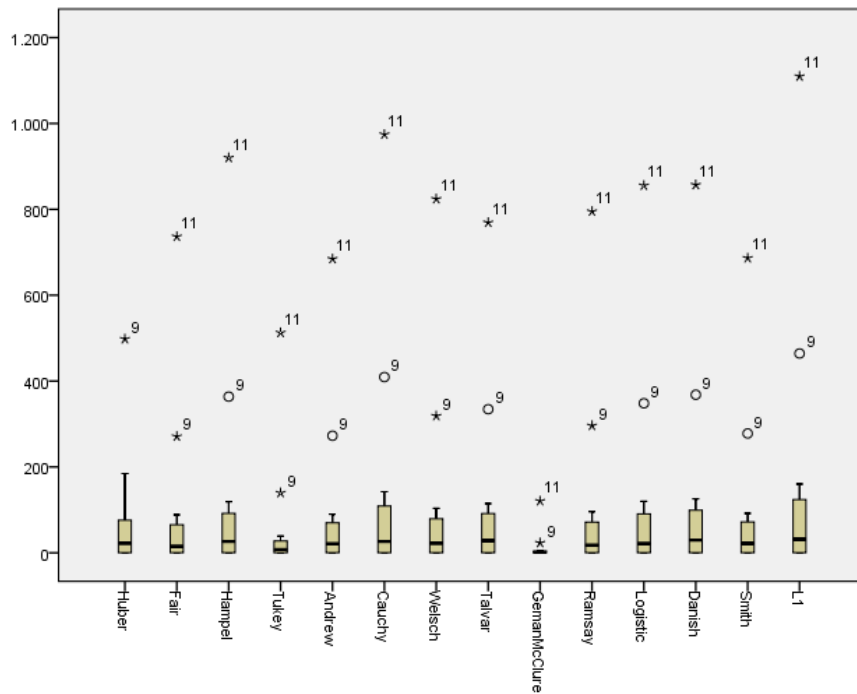
Şekil 5.5'teki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.5'de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.6. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,999$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		66,843	187,857	314,455	34,750	0,213	1,905	43,063	68,466	745,063	0,245	1387,670	0,203	
		Ridge-M Tahmin												
M Tahmin	EKK	2363,736												
	Huber	2296,915	46,498	104,877	184,795	21,776	0,197	0,962	22,621	47,455	497,910	0,242	1078,787	0,157
	Fair	2278,173	19,822	41,907	88,721	10,306	0,209	0,380	8,751	20,186	270,974	0,246	736,399	0,169
	Hampel	2624,410	38,227	64,380	119,122	14,200	0,190	0,596	13,954	38,968	363,677	0,240	920,062	0,130
	Tukey	4116,806	11,374	16,348	38,872	3,764	0,209	0,256	3,411	11,568	139,555	0,246	512,507	0,151
	Andrew	1960,656	31,132	49,764	89,635	10,307	0,179	0,457	11,300	31,710	272,755	0,238	684,442	0,100
	Cauchy	2404,808	35,627	75,471	142,476	16,917	0,199	0,650	15,860	36,331	409,386	0,243	974,381	0,156
	Welsch	2441,354	31,959	54,891	103,728	12,367	0,190	0,502	11,908	32,564	318,770	0,241	824,071	0,128
	Talwar	1870,831	41,438	67,942	114,636	13,465	0,173	0,645	15,623	42,237	334,438	0,234	769,108	0,096
	Geman-McClure	2385,359	1,465	2,069	5,777	0,792	0,233	0,138	0,533	1,425	23,121	0,249	120,534	0,205
	Ramsay	2445,995	23,891	47,142	96,117	11,432	0,203	0,423	9,841	24,336	296,108	0,244	795,063	0,157
	Logistic	2241,368	29,185	61,642	119,731	13,931	0,200	0,530	13,045	29,747	348,294	0,243	855,441	0,153
	Danish	2115,459	43,189	72,847	125,496	15,173	0,179	0,686	16,412	44,022	368,199	0,236	856,963	0,110
	Smith	1905,408	32,191	51,601	92,008	10,544	0,178	0,474	11,739	32,793	277,843	0,237	686,400	0,100
	L1 (LAD)	2944,258	44,355	87,691	160,164	18,081	0,193	0,780	18,739	45,278	464,182	0,241	1109,700	0,144

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.6’da verilmiştir. Tablo 5.6 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar’ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,096 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.6’da M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 1870,830 HKO değeri ile Talwar’ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 4116,806 HKO değeri ile Tukey’in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.6 ile verilmiştir.



Şekil 5.6 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.6’daki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen L1’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.6’da en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

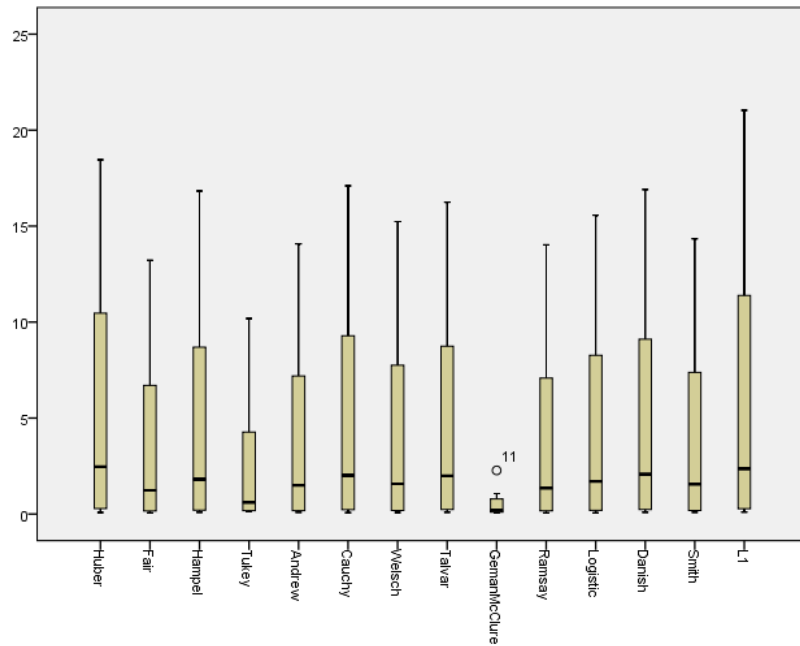
Tablo 5.4, Tablo 5.5 ve Tablo 5.6 birlikte incelendiğinde, r^2 'nin artması EKK, Ridge, ve Ridge-M tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına sebep olmuştur. \hat{k}_{AO} ve \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametrelerinin kullanıldığı Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinde genel eğilimin aksine r^2 'nin artması HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. Ridge-M tahmin edicilerin, Ridge ve EKK tahmin edicilerinden daha iyi performans gösterdiği gözlemlenmiştir.

Tablo 5.7. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,95$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		14,656	7,101	9,020	0,801	0,576	2,113	2,290	20,126	20,140	0,075	26,521	0,173	
		Ridge-M Tahmin												
M Tahmin	EKK	46,848												
	Huber	41,387	8,603	3,777	5,042	0,331	0,248	0,977	1,144	12,324	12,976	0,126	18,459	0,082
	Fair	42,525	5,343	1,907	2,981	0,160	0,140	0,447	0,559	8,057	8,427	0,164	13,222	0,063
	Hampel	45,725	6,845	2,791	3,925	0,221	0,188	0,670	0,827	10,535	11,140	0,161	16,830	0,090
	Tukey	86,155	3,065	0,918	1,683	0,132	0,143	0,247	0,302	5,495	5,467	0,214	10,183	0,126
	Andrew	38,532	5,623	2,305	3,244	0,189	0,169	0,560	0,694	8,766	9,277	0,167	14,072	0,089
	Cauchy	42,786	7,547	3,102	4,340	0,257	0,201	0,764	0,923	11,019	11,633	0,141	17,099	0,074
	Welsch	43,249	6,117	2,432	3,484	0,194	0,168	0,579	0,720	9,395	9,970	0,164	15,232	0,084
	Talwar	38,665	6,906	3,059	4,057	0,252	0,214	0,776	0,929	10,575	11,146	0,154	16,242	0,094
	Geman-McClure	42,906	0,585	0,161	0,330	0,077	0,109	0,081	0,097	0,982	1,069	0,232	2,272	0,146
	Ramsay	43,497	5,643	2,089	3,158	0,169	0,147	0,487	0,612	8,517	9,012	0,163	14,025	0,069
	Logistic	41,957	6,679	2,632	3,813	0,217	0,176	0,636	0,778	9,863	10,380	0,149	15,563	0,069
	Danish	40,326	7,239	3,187	4,229	0,260	0,216	0,804	0,964	10,970	11,607	0,151	16,903	0,092
	Smith	38,548	5,773	2,389	3,339	0,195	0,173	0,583	0,719	8,979	9,498	0,166	14,336	0,090
L1 (LAD)	58,526	8,905	3,650	5,121	0,312	0,252	0,914	1,077	13,870	14,052	0,147	21,029	0,097	

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.7’de verilmiştir. Tablo 5.7 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,063 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.7’de M tahmin edicilerin EKK tahmin edicisinden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 38,532 HKO değeri ile Andrew’in M tahmin edicisi olmuştur. EKK tahmininden de büyük değere sahip Tukey’in M tahmin edicisi, 86,155 HKO değeriyle en kötü performansa sahip tahmin edici olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.7 ile verilmiştir.



Şekil 5.7 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

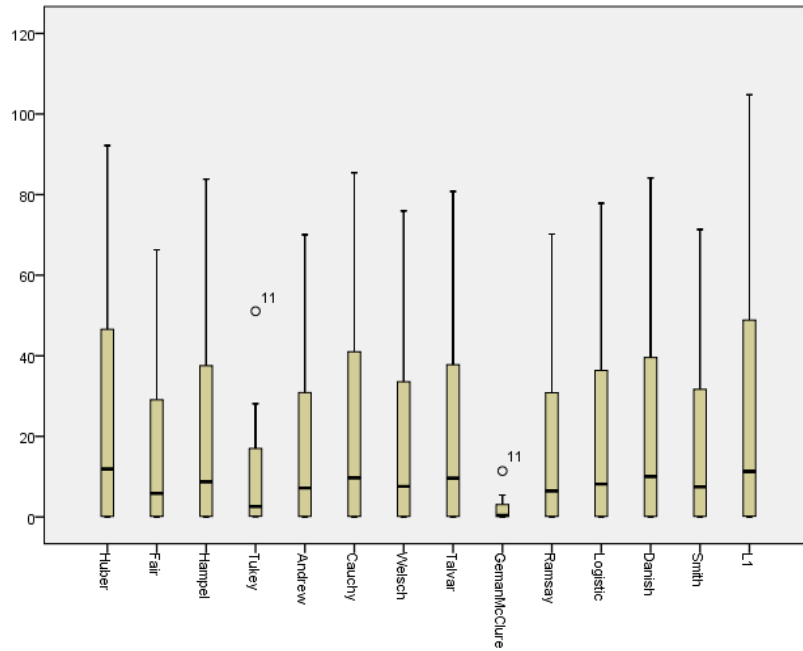
Şekil 5.7’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen L1’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.7’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.8. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,99$)

			Ridge Tahmin											
			\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}
			75,585	34,656	45,219	0,362	0,406	5,549	10,150	81,722	102,446	0,139	133,324	0,112
			Ridge-M Tahmin											
M Tahmin	EKK	235,393												
	Huber	205,001	44,675	18,555	25,150	0,140	0,161	2,519	5,245	48,486	65,998	0,177	92,180	0,057
	Fair	210,768	27,750	9,221	14,735	0,086	0,109	1,038	2,450	30,436	43,177	0,204	66,313	0,053
	Hampel	225,870	35,738	13,675	19,325	0,103	0,123	1,651	3,767	39,324	56,702	0,200	83,830	0,073
	Tukey	425,899	15,924	4,149	7,946	0,107	0,122	0,454	1,058	18,083	28,101	0,232	51,074	0,121
	Andrew	190,580	29,341	11,261	15,901	0,093	0,111	1,366	3,135	32,381	47,193	0,203	70,059	0,075
	Cauchy	211,745	39,259	15,209	21,597	0,115	0,135	1,911	4,202	42,755	59,299	0,188	85,431	0,055
	Welsch	213,751	31,948	11,900	17,162	0,094	0,112	1,410	3,264	35,122	50,825	0,202	75,953	0,070
	Talwar	191,288	35,962	14,997	19,935	0,111	0,134	1,969	4,270	39,594	56,510	0,194	80,792	0,073
	Geman-McClure	212,136	2,905	0,615	1,363	0,074	0,082	0,095	0,191	3,251	5,446	0,241	11,411	0,144
	Ramsay	215,149	29,410	10,179	15,627	0,086	0,105	1,156	2,733	32,225	46,111	0,203	70,184	0,058
	Logistic	207,767	34,752	12,864	18,940	0,103	0,123	1,556	3,509	37,937	53,004	0,193	77,857	0,054
	Danish	199,443	37,714	15,635	20,824	0,113	0,135	2,051	4,438	41,397	58,895	0,192	84,104	0,070
	Smith	190,661	30,117	11,675	16,372	0,095	0,114	1,429	3,258	33,227	48,297	0,202	71,357	0,074
	L1 (LAD)	289,518	46,345	17,813	25,354	0,144	0,171	2,253	4,824	51,357	71,405	0,190	104,765	0,075

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.8’de verilmiştir. Tablo 5.8 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,053 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.8’de M tahmin edicilerin iki tanesi haricinde EKK tahmin edicisinden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 190,580 HKO değeri ile Andrew’in M tahmin edicisi olmuştur. EKK tahmininden de büyük değere sahip Tukey’in M tahmin edicisi, 425,899 HKO değeriyle en kötü performansa sahip tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.8 ile verilmiştir.



Şekil 5.8 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

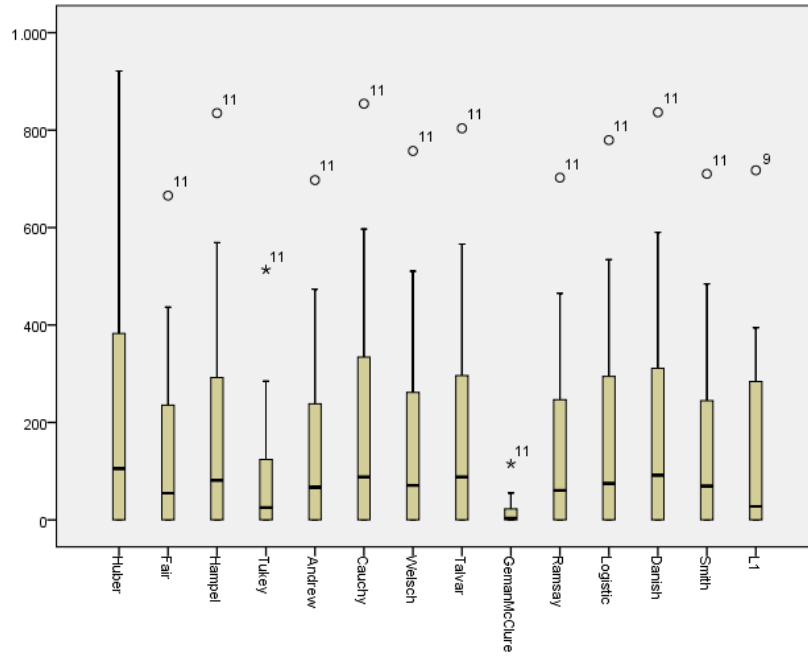
Şekil 5.8’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen L1’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.8’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.9. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,999$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		667,306	347,874	274,340	0,214	0,261	21,392	98,741	673,849	1036,622	0,206	1344,758	0,095	
		Ridge-M Tahmin												
M Tahmin	EKK	2369,005												
	Huber	2032,595	380,842	186,168	159,326	0,080	0,100	9,438	51,433	384,701	663,859	0,222	921,439	0,051
	Fair	2091,775	234,317	92,321	85,816	0,066	0,092	3,477	23,604	236,948	436,401	0,234	665,609	0,051
	Hampel	2231,731	290,327	137,066	125,392	0,069	0,080	5,947	36,974	293,793	569,002	0,231	834,866	0,069
	Tukey	4209,828	123,067	40,931	42,878	0,101	0,113	1,252	9,502	125,023	284,822	0,244	513,431	0,121
	Andrew	1884,561	236,628	112,763	103,576	0,065	0,074	4,895	30,731	239,563	473,369	0,233	697,448	0,072
	Cauchy	2097,733	332,270	152,598	134,818	0,073	0,092	6,926	41,102	335,755	596,961	0,227	854,203	0,051
	Welsch	2112,839	260,069	119,286	109,718	0,065	0,076	5,023	31,979	263,133	510,584	0,232	757,198	0,067
	Talwar	1891,882	294,484	150,104	134,280	0,068	0,078	7,354	41,986	298,090	565,929	0,229	803,721	0,068
	Geman-McClure	2098,191	22,415	5,661	6,721	0,074	0,069	0,193	1,355	22,721	55,211	0,247	115,123	0,144
	Ramsay	2129,860	245,300	102,066	94,514	0,063	0,081	3,984	26,573	248,039	464,987	0,233	702,469	0,056
	Logistic	2059,314	292,942	129,053	115,398	0,069	0,090	5,513	34,209	296,095	534,266	0,229	779,363	0,051
	Danish	1972,133	309,448	156,562	140,086	0,067	0,078	7,633	43,619	313,082	589,967	0,228	836,556	0,065
	Smith	1885,376	243,224	116,910	106,960	0,065	0,074	5,145	31,954	246,232	484,305	0,232	710,233	0,071
L1 (LAD)	2867,982	389,669	178,545	160,122	0,094	0,113	8,146	47,198	394,644	717,523	0,228	1046,147	0,070	

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.9’da verilmiştir. Tablo 5.9 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,051 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.9’da Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.9 ile verilmiştir.



Şekil 5.9 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.9’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.9’da en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

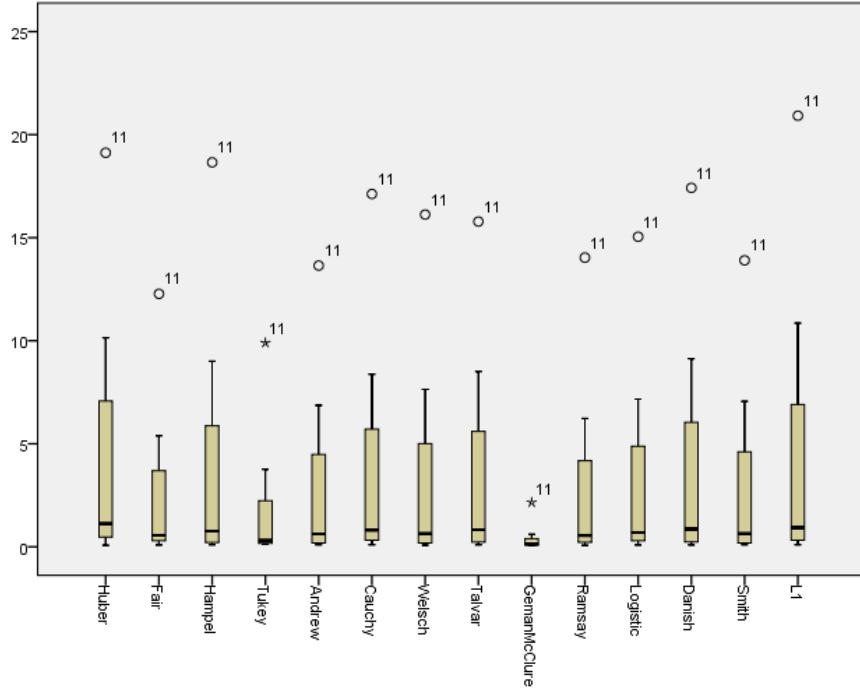
Tablo 5.7, Tablo 5.8 ve Tablo 5.9 birlikte incelendiğinde, r^2 ’nin artması EKK, Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına sebep olmuştur. \hat{k}_{HSL} , \hat{k}_{AO} ve \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametrelerinin kullanıldığı Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinde genel eğilimin aksine r^2 ’nin artması HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur.

Tablo 5.10. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,95$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		7,957	3,862	2,570	1,611	1,140	1,870	1,776	13,578	11,788	0,024	22,681	0,691	
		Ridge-M Tahmin												
M Tahmin	EKK	44,573												
	Huber	47,796	5,525	2,119	1,479	0,529	0,416	0,765	0,699	10,144	8,619	0,072	19,122	0,165
	Fair	47,157	2,820	1,019	0,717	0,339	0,249	0,405	0,389	5,391	4,567	0,124	12,276	0,088
	Hampel	67,485	4,488	1,391	1,129	0,200	0,222	0,399	0,352	9,010	7,260	0,163	18,654	0,096
	Tukey	100,393	1,681	0,451	0,403	0,134	0,163	0,183	0,172	3,765	2,797	0,216	9,896	0,137
	Andrew	44,802	3,420	1,107	0,918	0,164	0,195	0,328	0,289	6,862	5,536	0,171	13,646	0,098
	Cauchy	51,954	4,403	1,537	1,105	0,357	0,290	0,524	0,482	8,373	7,026	0,103	17,121	0,104
	Welsch	58,967	3,816	1,175	0,944	0,175	0,194	0,339	0,301	7,639	6,199	0,158	16,123	0,083
	Talwar	44,929	4,313	1,500	1,217	0,214	0,240	0,442	0,385	8,510	6,889	0,158	15,783	0,101
	Geman-McClure	55,632	0,297	0,098	0,124	0,050	0,115	0,076	0,071	0,609	0,502	0,228	2,153	0,137
	Ramsay	54,460	3,175	1,021	0,756	0,238	0,203	0,342	0,318	6,230	5,180	0,135	14,032	0,073
	Logistic	48,157	3,746	1,303	0,933	0,327	0,261	0,457	0,424	7,170	6,018	0,111	15,048	0,094
	Danish	51,154	4,655	1,581	1,262	0,220	0,243	0,457	0,399	9,129	7,435	0,150	17,417	0,093
	Smith	44,689	3,524	1,151	0,952	0,170	0,200	0,340	0,299	7,056	5,694	0,170	13,902	0,098
L1 (LAD)	68,978	5,304	1,778	1,300	0,343	0,296	0,559	0,502	10,855	8,513	0,117	20,917	0,103	

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.10’da verilmiştir. Tablo 5.10 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{HSL} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,050 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.10’da M tahmin edicilerin EKK tahmin edicisinden daha kötü performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en kötü performans gösteren tahmin edici 100,393 HKO değeri ile Tukey’in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.10 ile verilmiştir.



Şekil 5.10 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

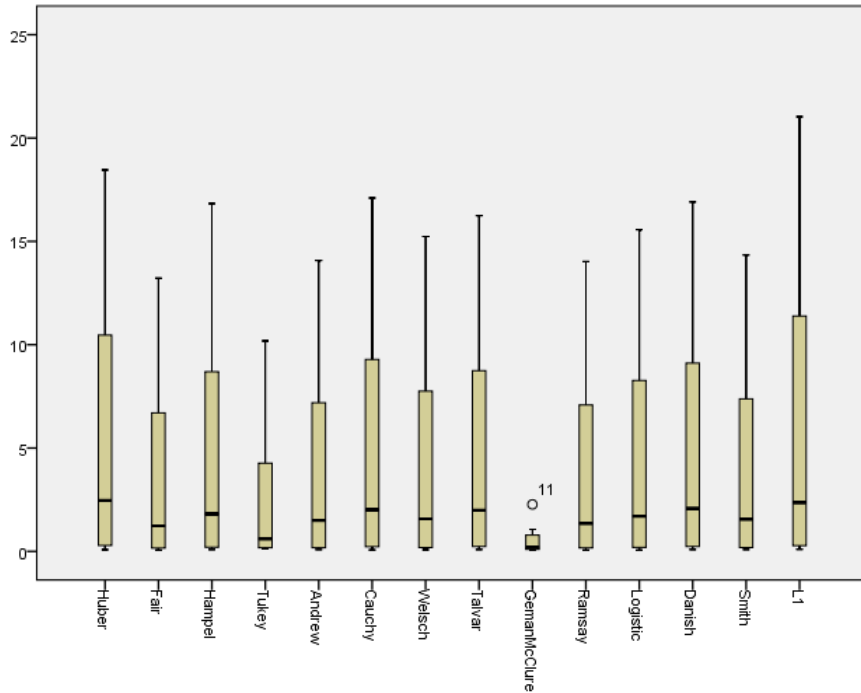
Şekil 5.10’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen L1’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.10’da en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.11. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,99$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		49,583	16,955	9,398	1,386	1,427	3,487	3,627	55,405	67,898	0,077	133,318	0,682	
		Ridge-M Tahmin												
EKK	261,718													
M Tahmin	Huber	246,799	35,696	10,970	6,598	0,399	0,481	1,742	1,962	39,928	49,876	0,141	105,897	0,153
	Fair	244,452	17,941	4,556	2,775	0,293	0,337	0,823	0,915	20,188	26,271	0,182	69,348	0,086
	Hampel	332,623	29,359	7,948	5,452	0,111	0,190	0,996	1,233	33,167	42,030	0,202	99,366	0,081
	Tukey	495,735	11,378	2,231	1,557	0,113	0,148	0,312	0,358	13,099	16,959	0,233	56,048	0,131
	Andrew	221,340	22,048	6,278	4,382	0,090	0,160	0,808	0,991	24,932	31,584	0,207	71,553	0,084
	Cauchy	263,821	28,742	8,033	4,965	0,268	0,332	1,193	1,388	32,255	40,923	0,166	94,620	0,095
	Welsch	291,274	25,098	6,692	4,533	0,101	0,169	0,840	1,040	28,328	36,073	0,200	86,523	0,070
	Talwar	221,991	27,425	8,532	5,899	0,104	0,201	1,149	1,377	30,976	38,746	0,198	81,818	0,081
	Geman-McClure	276,825	1,759	0,357	0,269	0,048	0,083	0,098	0,097	2,007	2,781	0,240	12,514	0,130
	Ramsay	274,221	20,910	5,275	3,343	0,185	0,235	0,765	0,905	23,548	30,413	0,188	78,047	0,067
	Logistic	245,599	24,433	6,636	4,081	0,256	0,310	1,010	1,169	27,450	35,071	0,172	83,654	0,087
	Danish	252,672	29,851	9,023	6,159	0,107	0,205	1,196	1,445	33,668	42,213	0,193	91,236	0,075
	Smith	220,794	22,678	6,530	4,555	0,092	0,164	0,844	1,032	25,641	32,430	0,206	72,773	0,083
	L1 (LAD)	345,394	34,837	9,861	6,118	0,217	0,307	1,374	1,584	39,641	49,719	0,174	113,788	0,088

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.11’de verilmiştir. Tablo 5.11 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{HSL} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,048 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.11’de M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 220,794 HKO değeri ile Smith’in M tahmin edicisi olmuştur. EKK tahmininde de büyük değere sahip Tukey’in M tahmin edicisi, 495,735 HKO değeriyle en kötü performansa sahip tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.11 ile verilmiştir.



Şekil 5.11 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

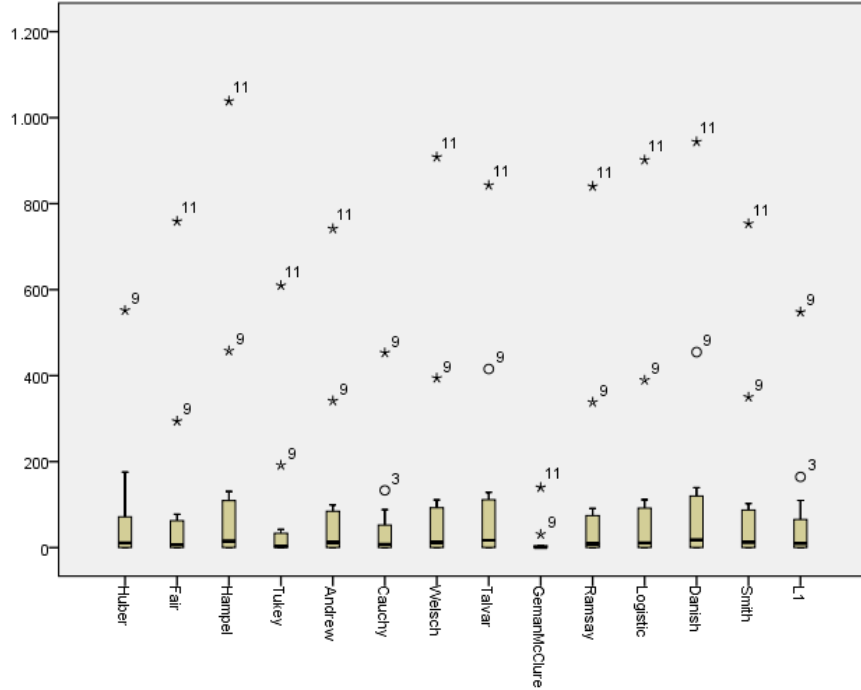
Şekil 5.11’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen L1’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.11’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.12. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,999$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		23,768	182,935	267,549	1,311	1,474	9,793	24,209	26,274	775,615	0,174	1509,162	0,681	
		Ridge-M Tahmin												
M Tahmin	EKK	2897,695												
	Huber	2518,857	20,568	120,555	175,583	0,361	0,447	5,681	16,349	22,443	551,725	0,208	1138,888	0,150
	Fair	2501,652	7,656	47,828	77,677	0,280	0,391	2,050	5,994	8,420	294,007	0,226	758,837	0,087
	Hampel	3281,132	18,085	88,697	130,368	0,088	0,119	3,528	11,729	19,644	457,708	0,233	1038,580	0,076
	Tukey	4896,772	3,965	24,422	42,093	0,108	0,135	0,798	2,523	4,350	191,645	0,244	609,545	0,128
	Andrew	2187,015	14,724	69,771	99,071	0,071	0,093	2,893	9,438	15,988	341,236	0,235	741,467	0,079
	Cauchy	2660,580	15,433	88,360	133,238	0,244	0,315	3,763	11,570	16,829	452,942	0,219	1014,879	0,093
	Welsch	2877,868	14,853	74,707	110,913	0,082	0,113	2,935	9,785	16,138	394,244	0,233	908,275	0,067
	Talwar	2193,579	20,590	94,358	128,492	0,074	0,102	4,289	13,359	22,352	415,440	0,231	842,642	0,075
	Geman-McClure	2750,242	0,539	2,910	5,484	0,048	0,074	0,205	0,400	0,619	30,868	0,247	139,795	0,128
	Ramsay	2748,473	10,092	57,751	90,954	0,170	0,238	2,267	7,277	11,017	338,080	0,228	840,033	0,065
	Logistic	2484,498	12,304	72,555	111,409	0,236	0,312	3,031	9,331	13,438	389,471	0,222	901,536	0,086
	Danish	2496,161	21,379	100,096	139,479	0,077	0,109	4,446	13,995	23,205	454,712	0,230	943,854	0,069
	Smith	2181,709	15,363	72,546	102,445	0,071	0,094	3,040	9,859	16,682	350,009	0,234	753,386	0,079
	L1 (LAD)	3441,848	18,894	109,763	164,384	0,183	0,242	4,713	14,293	20,715	547,812	0,222	1209,229	0,083

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.12’de verilmiştir. Tablo 5.12 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{HSL} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,048 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.12’de 2897.695 HKO değerli EKK tahmin edicisinden daha büyük değer üreten M tahmin ediciler arasında 4896.772 HKO değerli Tukey’in M tahmin edicisi en kötü performansı sergileyen tahmin edici olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.12 ile verilmiştir.



Şekil 5.12 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.12’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Danish’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.12’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.10, Tablo 5.11 ve Tablo 5.12 için Ridge tahmin edicileri genellikle EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Ridge-M tahmin edicileri de Ridge tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermektedir.

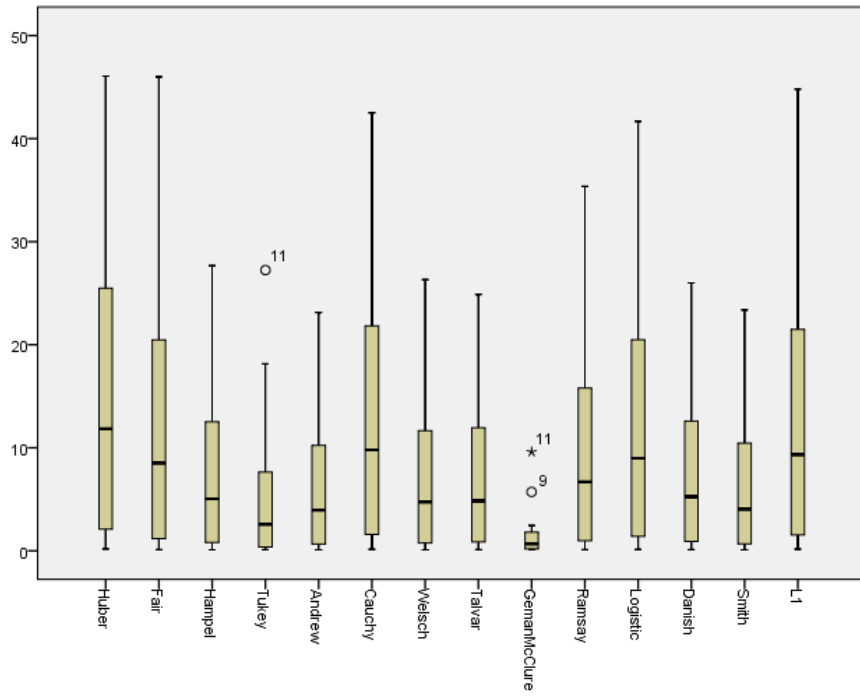
Tablo 5.10, Tablo 5.11 ve Tablo 5.12 birlikte incelendiğinde, r^2 'nin artması EKK, Ridge, ve Ridge-M tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına sebep olmuştur. \hat{k}_{HSL} , \hat{k}_{AO} ve \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametrelerinin kullanıldığı Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinde genel eğilimin aksine r^2 'nin artması HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur.

Tablo 5.13. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,95$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		66,180	73,449	20,070	53,555	0,706	17,412	31,585	100,462	120,885	0,191	133,132	0,752	
M Tahmin	EKK	156,144	Ridge-M Tahmin											
	Huber	60,009	19,261	20,642	5,465	15,295	0,194	3,997	8,389	30,324	39,862	0,195	46,069	0,189
	Fair	69,400	14,512	15,379	3,313	11,561	0,137	2,146	5,484	25,555	37,458	0,217	46,006	0,121
	Hampel	41,768	9,283	9,100	2,604	6,508	0,120	1,428	3,584	15,774	22,285	0,200	27,668	0,105
	Tukey	77,134	4,920	4,462	0,992	3,581	0,128	0,517	1,553	10,351	18,148	0,231	27,239	0,112
	Andrew	35,880	7,512	7,190	2,121	5,026	0,111	1,120	2,873	12,972	18,389	0,201	23,133	0,094
	Cauchy	58,196	16,241	17,280	4,354	12,851	0,159	2,988	6,722	26,385	36,007	0,202	42,513	0,149
	Welsch	40,568	8,643	8,493	2,354	6,184	0,116	1,301	3,293	14,666	21,065	0,204	26,311	0,099
	Talwar	35,870	8,936	8,763	2,708	6,034	0,122	1,517	3,650	14,947	20,381	0,191	24,873	0,108
	Geman-McClure	45,182	1,149	0,996	0,226	0,998	0,143	0,126	0,338	2,459	5,713	0,243	9,597	0,132
	Ramsay	53,887	11,485	11,944	2,799	9,003	0,127	1,738	4,367	19,649	28,706	0,212	35,371	0,110
	Logistic	58,938	15,069	15,967	3,851	11,904	0,148	2,598	6,068	25,006	34,837	0,207	41,671	0,135
	Danish	37,122	9,498	9,397	2,866	6,602	0,124	1,633	3,886	15,681	21,417	0,192	26,000	0,111
	Smith	35,898	7,683	7,375	2,187	5,142	0,112	1,163	2,960	13,219	18,645	0,200	23,367	0,095
	L1 (LAD)	65,572	15,731	16,523	4,306	12,218	0,172	2,866	6,470	26,453	36,980	0,200	44,797	0,165

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.13'te verilmiştir. Tablo 5.13 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Andrew'in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,094 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.13'te M tahmin edicilerin EKK tahmin edicisinden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 35,870 HKO değeri ile Talwar'ın M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.13 ile verilmiştir.



Şekil 5.13 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

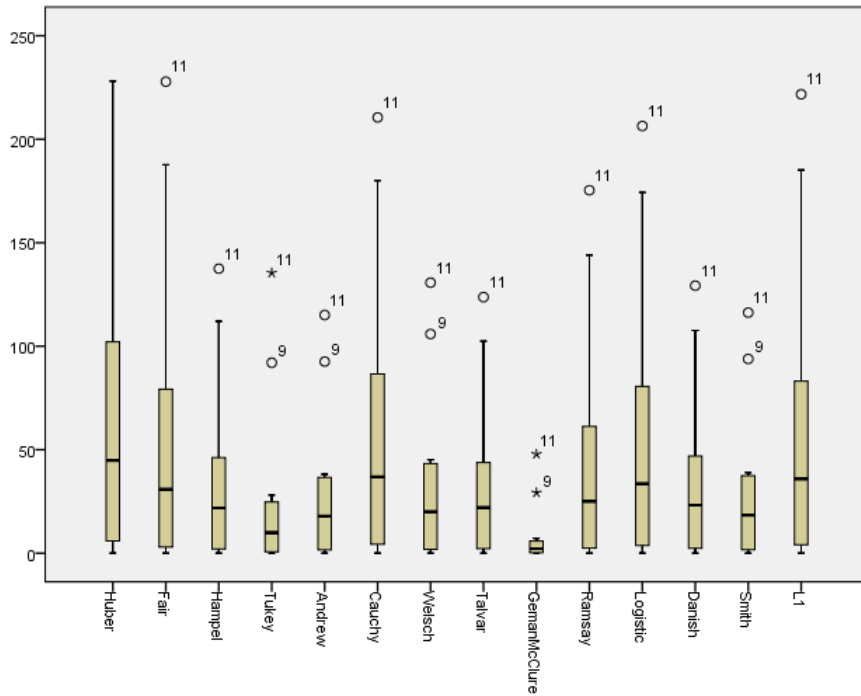
Şekil 5.13'teki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.13'te en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.14. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,99$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		151,775	360,431	352,343	98,515	0,264	52,963	161,569	223,504	599,883	0,219	656,647	0,230	
		EKK	768,910	Ridge-M Tahmin										
M Tahmin	Huber	296,691	46,749	101,174	103,006	27,408	0,113	11,547	42,915	63,379	198,954	0,222	228,061	0,094
	Fair	342,793	33,459	75,295	83,117	19,417	0,102	5,697	28,189	44,444	187,711	0,234	227,828	0,082
	Hampel	207,217	25,442	44,447	47,944	11,228	0,095	3,819	18,181	32,317	112,006	0,225	137,475	0,076
	Tukey	382,762	12,257	21,379	28,037	5,746	0,120	1,122	7,589	15,650	92,024	0,241	135,428	0,104
	Andrew	178,233	21,215	35,085	38,082	8,620	0,091	2,959	14,527	26,837	92,563	0,225	115,059	0,070
	Cauchy	287,756	39,247	84,639	88,485	22,517	0,104	8,371	34,406	52,402	179,980	0,226	210,534	0,085
	Welsch	201,284	23,302	41,464	45,140	10,664	0,093	3,460	16,702	29,554	105,897	0,227	130,733	0,074
	Talwar	178,222	25,464	42,823	44,746	10,536	0,093	4,160	18,491	32,480	102,427	0,220	123,721	0,073
	Geman-McClure	223,918	2,736	4,644	7,093	1,599	0,136	0,205	1,442	3,311	29,210	0,247	47,849	0,129
	Ramsay	266,635	27,735	58,410	64,069	15,308	0,098	4,631	22,329	36,170	143,944	0,231	175,342	0,079
	Logistic	291,431	35,994	78,184	82,964	20,581	0,102	7,160	31,081	47,916	174,277	0,229	206,393	0,083
	Danish	184,346	26,671	45,977	47,871	11,635	0,094	4,501	19,711	33,992	107,580	0,220	129,262	0,075
	Smith	178,336	21,724	35,998	38,883	8,837	0,091	3,088	14,976	27,508	93,840	0,225	116,226	0,071
	L1 (LAD)	324,880	38,906	80,741	85,547	21,457	0,120	7,915	33,002	51,765	185,172	0,225	221,735	0,103

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.14’te verilmiştir. Tablo 5.14 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Andrew’ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,070 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.14’te M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 178,222 HKO değeri ile Andrew’ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 382,762 HKO değeri ile Tukey’in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.14 ile verilmiştir.



Şekil 5.14 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

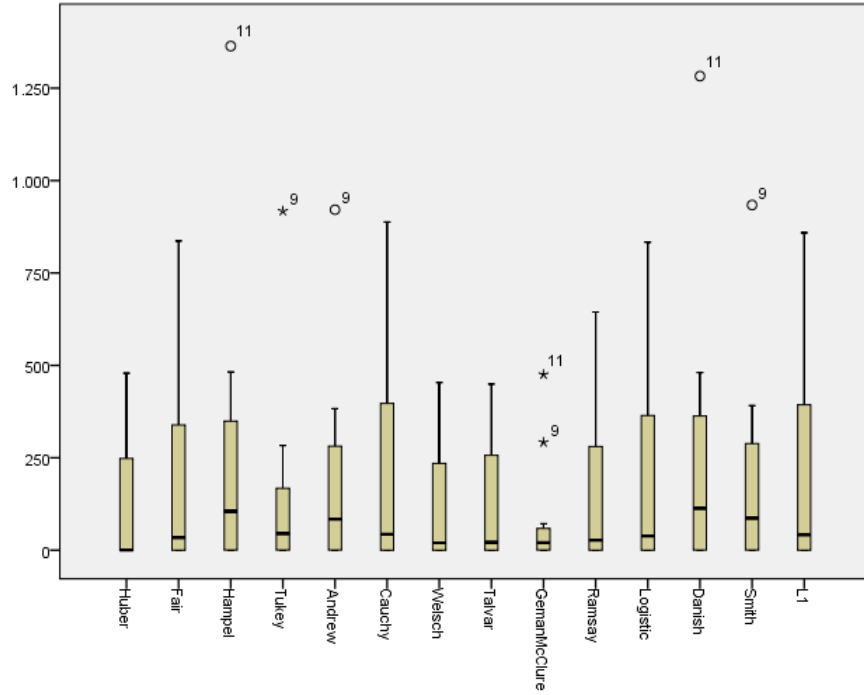
Şekil 5.14’teki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.14’te en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.15. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,999$)

			Ridge Tahmin											
			\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}
			1518,250	3566,900	3528,583	220,801	0,097	233,248	1629,386	1565,034	5951,930	0,239	6506,517	0,080
		EKK	7616,574	Ridge-M Tahmin										
M Tahmin	Huber	2940,678	467,669	1001,114	1032,697	62,883	0,084	48,090	433,418	478,806	1976,582	0,240	2261,467	0,067
	Fair	3396,896	334,865	744,835	836,532	46,647	0,089	21,481	285,497	342,607	1866,531	0,245	2259,386	0,073
	Hampel	2054,291	254,009	439,510	481,918	27,287	0,086	14,768	183,527	258,749	1114,282	0,241	1363,920	0,068
	Tukey	3794,163	121,831	210,489	283,375	14,004	0,117	3,580	76,047	124,409	917,579	0,247	1344,083	0,103
	Andrew	1767,859	211,686	346,871	383,087	21,453	0,083	11,350	146,553	215,558	921,276	0,242	1141,949	0,064
	Cauchy	2851,831	392,620	837,385	888,010	52,607	0,085	33,608	347,739	401,578	1788,585	0,242	2087,728	0,068
	Welsch	1995,733	232,675	409,981	453,727	25,986	0,085	13,302	168,598	237,033	1053,651	0,242	1297,156	0,067
	Talwar	1767,968	254,177	423,423	449,375	25,845	0,081	16,593	186,505	258,978	1018,812	0,240	1227,884	0,064
	Geman-McClure	2219,828	26,492	45,379	71,713	4,258	0,133	0,527	14,074	26,956	291,855	0,249	475,356	0,128
	Ramsay	2642,661	277,361	577,692	644,181	36,672	0,088	17,635	225,850	283,302	1431,519	0,244	1739,147	0,070
	Logistic	2888,364	360,086	773,459	833,238	48,466	0,086	28,202	314,276	368,292	1732,283	0,243	2046,791	0,069
	Danish	1828,367	266,272	454,706	480,573	28,192	0,082	18,037	198,874	271,200	1070,153	0,240	1282,760	0,064
	Smith	1768,947	216,772	355,921	391,105	21,965	0,082	11,899	151,086	220,744	933,954	0,241	1153,545	0,064
	L1 (LAD)	3219,089	388,734	798,175	858,688	51,348	0,101	31,769	333,216	397,669	1838,792	0,241	2197,786	0,087

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.15'te verilmiştir. Tablo 5.15 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar'ın Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,064 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.15'te M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 1767,859 HKO değeri ile Andrew'ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 3794,163 HKO değeri ile Tukey'in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.15 ile verilmiştir.



Şekil 5.15 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.15'teki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Cauchy'nin Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.15'te en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure'in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

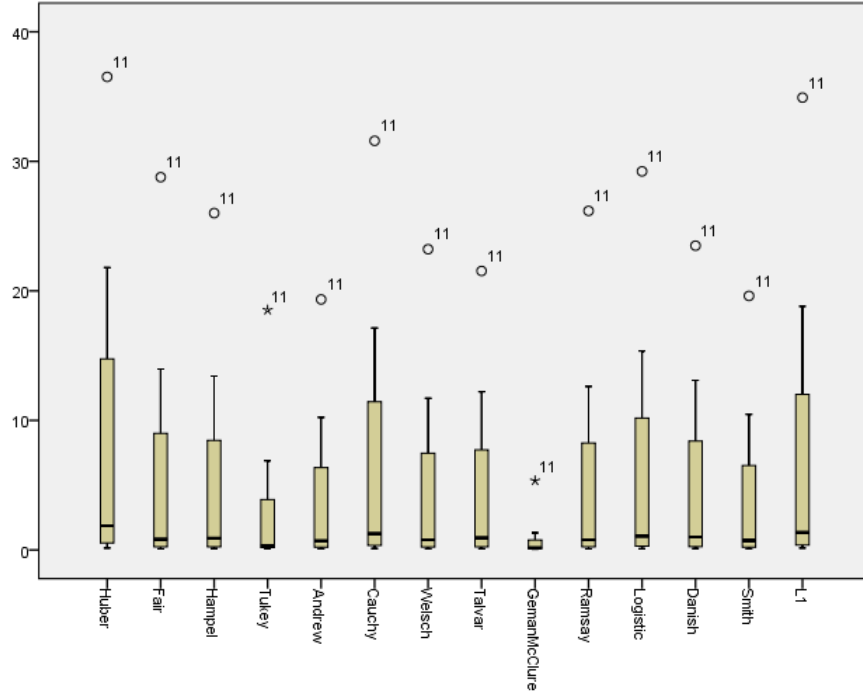
Tablo 5.13, Tablo 5.14 ve Tablo 5.15 birlikte incelendiğinde, r^2 'nin artması EKK, Ridge, ve Ridge-M değerlerinin genel olarak artmasına sebep olmuştur. \hat{k}_{AO} ve \hat{k}_{AY2017} yarıllık parametrelerinin kullanıldığı Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinde genel eğilimin aksine r^2 'nin artması tahmin değerlerinin azalmasına sebep olmuştur.

Tablo 5.16. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,95$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		18,668	17,951	4,313	2,247	1,103	5,144	5,800	48,949	47,020	0,093	69,554	0,557	
		Ridge-M Tahmin												
EKK	92,707													
M Tahmin	Huber	57,176	7,928	6,842	1,648	0,740	0,340	1,689	2,060	21,802	21,577	0,147	36,524	0,172
	Fair	58,524	4,148	3,286	0,728	0,305	0,169	0,710	0,934	13,862	13,963	0,186	28,781	0,086
	Hampel	53,732	4,448	3,054	0,895	0,299	0,173	0,681	0,912	13,424	12,480	0,194	26,007	0,114
	Tukey	85,106	1,675	1,027	0,323	0,152	0,141	0,269	0,355	6,887	6,107	0,227	18,523	0,125
	Andrew	39,663	3,432	2,284	0,712	0,229	0,145	0,525	0,702	10,229	9,277	0,195	19,341	0,100
	Cauchy	55,692	5,814	4,748	1,132	0,472	0,228	1,083	1,381	17,131	17,060	0,169	31,585	0,119
	Welsch	48,702	3,864	2,689	0,763	0,263	0,153	0,594	0,798	11,714	11,077	0,193	23,220	0,100
	Talwar	39,597	4,341	3,008	0,949	0,307	0,176	0,719	0,928	12,217	11,111	0,184	21,541	0,112
	Geman-McClure	50,011	0,319	0,194	0,116	0,071	0,107	0,081	0,107	1,220	1,323	0,239	5,349	0,126
	Ramsay	54,524	3,935	3,010	0,715	0,282	0,156	0,645	0,858	12,588	12,623	0,189	26,177	0,088
	Logistic	53,747	5,048	4,081	0,954	0,397	0,200	0,917	1,184	15,366	15,324	0,175	29,227	0,104
	Danish	43,283	4,667	3,294	1,002	0,335	0,182	0,773	1,002	13,092	12,140	0,182	23,490	0,114
	Smith	39,675	3,536	2,365	0,737	0,237	0,148	0,546	0,728	10,467	9,493	0,194	19,613	0,101
	L1 (LAD)	66,205	6,110	4,906	1,251	0,495	0,253	1,140	1,445	18,799	17,916	0,172	34,921	0,140

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.16’da verilmiştir. Tablo 5.16 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{HSL} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,071 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.16’te M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 39,597 HKO değeri ile Talwar’ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 85,106 HKO değeri ile Tukey’in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.16 ile verilmiştir.



Şekil 5.16 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

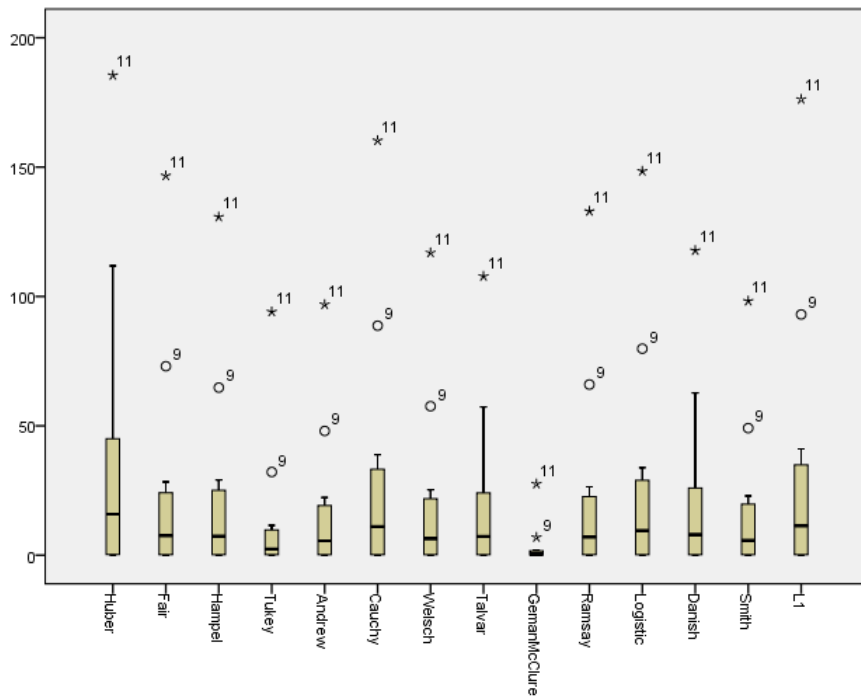
Şekil 5.16’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.16’da en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.17. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,99$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		84,705	90,018	52,478	0,876	0,680	14,928	30,683	126,378	242,897	0,160	355,505	0,294	
		Ridge-M Tahmin												
M Tahmin		475,007												
	EKK	475,007												
	Huber	287,917	37,222	34,342	20,791	0,288	0,217	4,683	10,911	52,720	111,883	0,195	185,457	0,099
	Fair	294,807	19,909	16,280	10,333	0,141	0,133	1,776	4,852	28,312	73,026	0,218	146,668	0,063
	Hampel	267,854	21,039	15,209	10,068	0,138	0,122	1,705	4,554	29,099	64,772	0,221	130,735	0,086
	Tukey	422,922	8,028	4,735	3,334	0,117	0,123	0,519	1,450	11,519	32,146	0,239	94,076	0,116
	Andrew	197,308	16,080	11,362	7,569	0,108	0,100	1,312	3,456	22,271	48,019	0,222	96,884	0,077
	Cauchy	279,546	27,588	23,759	14,789	0,193	0,157	2,872	7,265	38,801	88,722	0,208	160,266	0,077
	Welsch	242,680	18,312	13,391	8,832	0,121	0,109	1,487	4,009	25,304	57,572	0,221	116,898	0,076
	Talwar	197,057	20,192	15,037	9,845	0,132	0,114	1,877	4,633	27,962	57,243	0,215	107,805	0,079
	Geman-McClure	249,699	1,398	0,770	0,581	0,066	0,082	0,116	0,258	1,912	6,891	0,245	27,520	0,120
	Ramsay	273,120	18,872	14,963	9,602	0,128	0,118	1,620	4,437	26,432	65,948	0,219	132,940	0,065
	Logistic	269,867	23,991	20,375	12,776	0,168	0,143	2,394	6,210	33,842	79,810	0,211	148,445	0,070
	Danish	215,596	21,842	16,462	10,729	0,142	0,119	2,024	5,043	30,086	62,693	0,214	117,749	0,079
	Smith	197,385	16,555	11,773	7,826	0,111	0,101	1,372	3,587	22,928	49,111	0,221	98,225	0,077
	L1 (LAD)	330,174	28,802	24,510	15,286	0,209	0,175	3,003	7,472	41,054	93,061	0,210	176,221	0,095

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.17’de verilmiştir. Tablo 5.17 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,063 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.17’de M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 197,057 HKO değeri ile Talwar’ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 422,922 HKO değeri ile Tukey’in M tahmin edicisi olmuştur. Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.17 ile verilmiştir.



Şekil 5.17 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.17’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.17’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

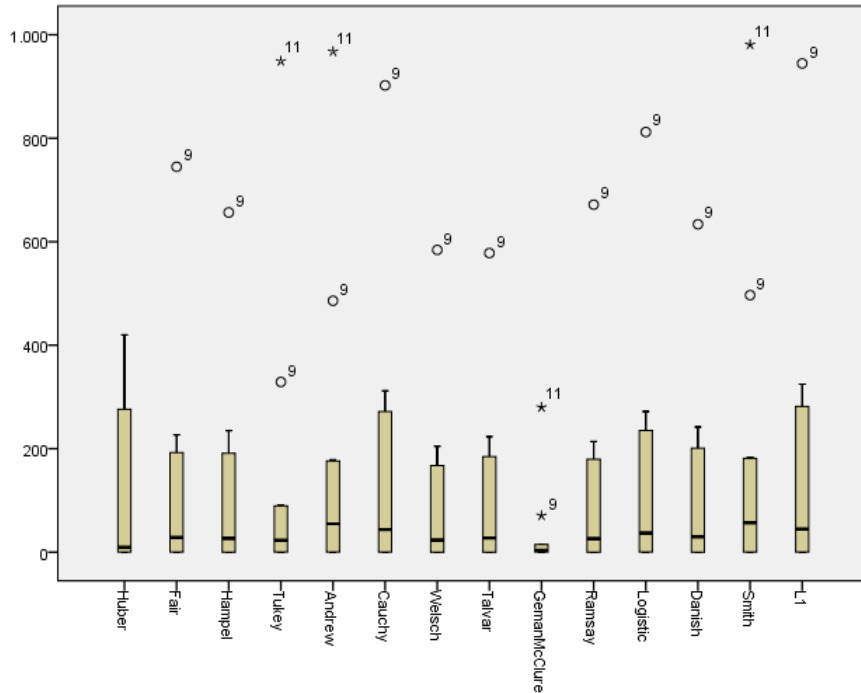
Tablo 5.18. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,999$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{k}_{HK}	\hat{k}_{HKB}	\hat{k}_{LW}	\hat{k}_{HSL}	\hat{k}_{AO}	\hat{k}_{GO}	\hat{k}_{MED}	\hat{k}_{KS}	\hat{k}_{AY1}	\hat{k}_{AS}	\hat{k}_{DG}	\hat{k}_{AY2017}	
		927,870	911,630	516,881	0,374	0,380	61,495	323,821	960,933	2470,159	0,217	3607,279	0,212	
M Tahmin	EKK	4824,219	Ridge-M Tahmin											
	Huber	2886,226	407,596	347,941	204,487	0,135	0,144	18,332	114,884	420,037	1136,666	0,231	1870,221	0,078
	Fair	2956,464	219,932	164,805	101,236	0,094	0,116	6,209	50,853	226,815	744,806	0,239	1482,855	0,057
	Hampel	2662,427	228,369	153,915	99,090	0,089	0,096	6,153	46,975	234,794	656,555	0,240	1308,569	0,079
	Tukey	4195,630	88,123	47,191	31,946	0,108	0,117	1,464	14,134	91,012	329,019	0,246	948,897	0,113
	Andrew	1958,640	173,753	114,927	74,534	0,071	0,076	4,760	35,478	178,636	485,906	0,240	967,604	0,071
	Cauchy	2795,306	302,727	240,726	145,373	0,105	0,119	10,734	76,377	311,794	902,069	0,236	1615,037	0,066
	Welsch	2411,906	199,221	135,518	86,847	0,078	0,086	5,352	41,470	204,834	584,074	0,240	1171,198	0,070
	Talwar	1956,563	217,265	152,024	97,136	0,075	0,079	7,087	47,618	223,299	578,046	0,238	1075,294	0,070
	Geman-McClure	2486,009	14,788	7,042	5,014	0,064	0,070	0,247	2,025	15,233	70,600	0,248	280,031	0,117
	Ramsay	2726,566	207,634	151,506	94,201	0,083	0,100	5,733	46,427	213,824	671,670	0,240	1340,177	0,059
	Logistic	2699,362	263,730	206,408	125,492	0,097	0,113	8,794	65,253	271,721	812,099	0,237	1497,039	0,061
	Danish	2141,897	235,552	166,558	105,737	0,079	0,083	7,643	52,029	242,077	633,740	0,238	1176,406	0,070
	Smith	1959,490	178,794	119,082	77,081	0,071	0,076	5,002	36,829	183,814	496,831	0,240	980,866	0,071
	L1 (LAD)	3285,419	315,239	248,089	150,315	0,119	0,130	11,328	78,201	324,853	944,609	0,236	1768,413	0,083

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.18’de verilmiştir. Tablo 5.18 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Ridge-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,057 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.18’de M tahmin ediciler EKK tahmin edicilerden daha iyi performans göstermiştir. M tahmin ediciler arasında en iyi performans gösteren tahmin edici 1956,563 HKO değeri ile Talwar’ın M tahmin edicisi olmuştur. En kötü performans gösteren ise 4195,930 HKO değeri ile Tukey’in M tahmin edicisi olmuştur.

Ridge-M tahmin edicileri için farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.18 ile verilmiştir.



Şekil 5.18 Farklı yanlılık parametrelerine göre Ridge-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.18’deki kutu grafik incelendiğinde farklı k yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.18’de en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Geman-McClure’in Ridge-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.16, Tablo 5.17 ve Tablo 5.18 birlikte incelendiğinde, r^2 'nin artması EKK, Ridge, ve Ridge-M değerlerinin genel olarak artmasına sebep olmuştur. \hat{k}_{HSL} , \hat{k}_{AO} ve \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametrelerinin kullanıldığı Ridge ve Ridge-M tahmin edicilerinde genel eğilimin aksine r^2 'nin artması tahmin değerlerinin azalmasına sebep olmuştur.

Tablo 5.16, Tablo 5.17 ve Tablo 5.18 için Ridge tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Ridge-M tahmin edicileri de Ridge tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermektedir.

Aykırı gözlem oranı 0.10 ve $r^2 = 0.95$ 'i sabit tutarak örneklem hacmini büyüttüğümüz $n = 50$, $n = 100$ ve $n = 200$ için yaptığımız incelemede \hat{k}_{LW} ve \hat{k}_{AO} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen ridge tahmine dayalı M tahmincilerin genel olarak n değeri artarken HKO değerinin azalması ile iyi bir performans sergiledikleri görülmüştür.

Aykırı gözlem oranı 0.10 ve $r^2 = 0.99$ 'u sabit tutarak örneklem hacmini büyüttüğümüz $n = 50$, $n = 100$ ve $n = 200$ için yaptığımız incelemede \hat{k}_{AO} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen ridge tahmine dayalı M tahmincilerin genel olarak n değeri artarken HKO değerinin azalması ile iyi bir performans sergiledikleri görülmüştür.

Aykırı gözlem oranı 0.20 ve $r^2 = 0.95$ 'i sabit tutarak örneklem hacmini büyüttüğümüz $n = 50$, $n = 100$ ve $n = 200$ için yaptığımız incelemede \hat{k}_{LW} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen ridge tahmine dayalı M tahmincilerin genel olarak n değeri artarken HKO değerinin azalması ile iyi bir performans sergiledikleri görülmüştür.

5.2. EKK, M Tahmin, Liu ve Liu-M Tahmincilerin Karşılaştırılması

Bu bölümde aykırı gözlem ve çoklu bağlantı probleminin bir arada bulunduğu çoklu doğrusal regresyon modelinde M tahmin edicilerinin Liu tahmincilerle birlikte kullanılması durumundaki performansları Matlab programı kullanılarak simülasyon çalışması yapılmıştır.

Simülasyon veri setinde gerekli çoklu bağlantı derecesini elde edebilmek için regresyon değişkenleri

$$x_{i,j} = z_{i,j}\sqrt{(1-r^2)} + z_{i,p}\sqrt{r^2} \quad i = 1,2,\dots,n \text{ ve } j = 1,2,\dots,p$$

ile oluşturulmuştur. Eşitlikte $z_{i,j}$ standart normal dağılımdan rastgele üretilen değerleri, r ise bağımsız değişkenlerde arasındaki korelasyon katsayısını ifade etmektedir. Bağımlı değişken Y 'nin değerleri,

$$y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$$

eşitliği ile hesaplanmıştır.

Simülasyon veri setinde aykırı gözlem sorunu oluşturmak için, standart sapması 0.1 hata terimlerinin ortalaması 5 olan bir kısım gözlem verileri ile, hata terimleri ortalaması 0, standart sapması 1 olan diğer kısım gözlem verileri %10, %20 olan aykırı gözlem oranına göre üretilmiştir. Örneklem sayısı $n = 50$, $n = 100$ ve $n = 200$ olacak şekilde $r^2 = 0,95$, $r^2 = 0,99$ ve $r^2 = 0,999$ değerleri ile her bir durum için 5000 tekrar yapılmıştır.

EKK, M Tahmin, Liu Tahmin ve Liu-M tahminlerinin performansları,

$$HKO(\hat{\beta}) = \frac{1}{5000} \sum_{t=1}^{5000} \sum_{i=1}^p (\hat{\beta}_{i,yeni} - \beta_i)^2$$

eşitliği ile hesaplanan HKO değerlerine göre karşılaştırılmıştır.

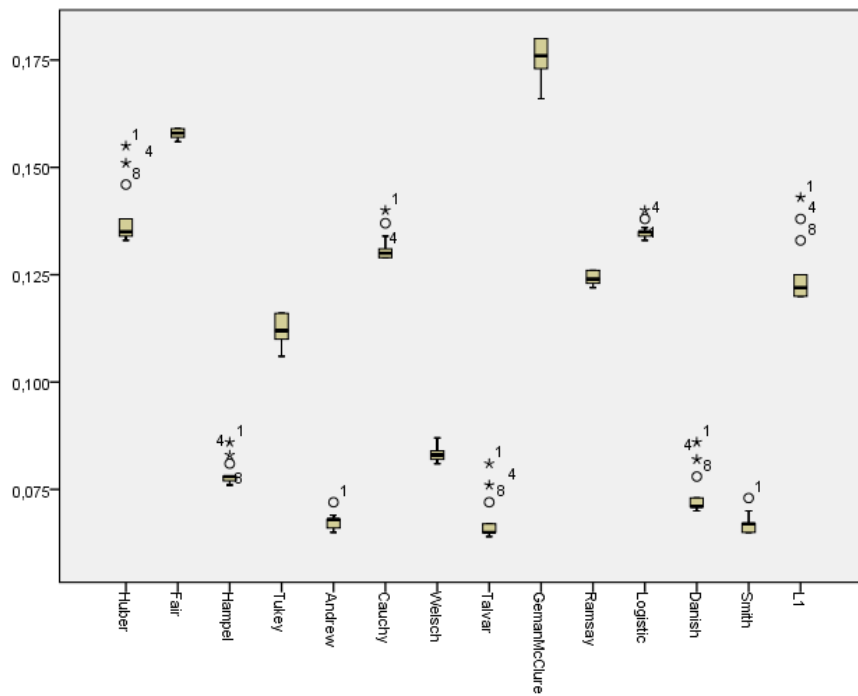
Tablo 5.19. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,95$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		96,361	23,700	0,630	77,696	0,422	14,695	15,232	62,522	0,423	3,021	5,294	32,546	0,422	
		Liu-M Tahmin													
	EKK	98,902													
M Tahmin	Huber	0,156	0,155	0,137	0,134	0,151	0,134	0,135	0,135	0,146	0,134	0,133	0,133	0,138	0,134
	Fair	0,158	0,158	0,157	0,159	0,158	0,159	0,157	0,156	0,157	0,159	0,158	0,157	0,156	0,159
	Hampel	0,087	0,086	0,078	0,078	0,083	0,078	0,077	0,076	0,081	0,078	0,077	0,076	0,077	0,078
	Tukey	0,106	0,106	0,111	0,116	0,106	0,116	0,112	0,111	0,107	0,116	0,114	0,113	0,110	0,116
	Andrew	0,073	0,072	0,066	0,068	0,069	0,068	0,066	0,065	0,068	0,068	0,066	0,066	0,065	0,068
	Cauchy	0,141	0,140	0,131	0,130	0,137	0,130	0,129	0,129	0,134	0,130	0,129	0,129	0,131	0,130
	Welsch	0,087	0,087	0,082	0,084	0,085	0,084	0,082	0,081	0,083	0,084	0,082	0,082	0,081	0,084
	Talwar	0,082	0,081	0,067	0,066	0,076	0,065	0,065	0,065	0,072	0,065	0,065	0,064	0,067	0,065
	Geman-McClure	0,165	0,166	0,175	0,180	0,167	0,180	0,176	0,175	0,169	0,180	0,178	0,177	0,173	0,180
	Ramsay	0,124	0,124	0,123	0,126	0,123	0,126	0,123	0,123	0,122	0,126	0,125	0,124	0,122	0,126
	Logistic	0,140	0,140	0,134	0,135	0,138	0,135	0,133	0,133	0,136	0,135	0,134	0,133	0,134	0,135
	Danish	0,087	0,086	0,073	0,072	0,082	0,071	0,071	0,071	0,078	0,071	0,071	0,070	0,073	0,071
	Smith	0,074	0,073	0,066	0,067	0,070	0,067	0,065	0,065	0,068	0,067	0,066	0,065	0,065	0,067
	L1 (LAD)	0,144	0,143	0,124	0,121	0,138	0,120	0,122	0,122	0,133	0,120	0,120	0,120	0,125	0,120

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.19’de verilmiştir. Tablo 5.19 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q11} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar’ın Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,064 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.19’da Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.19 ile verilmiştir.



Şekil 5.19 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.19’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Geman-McClure’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Hampel’in ve Logistic’in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. Şekil 5.19’da en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Taylor’un Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

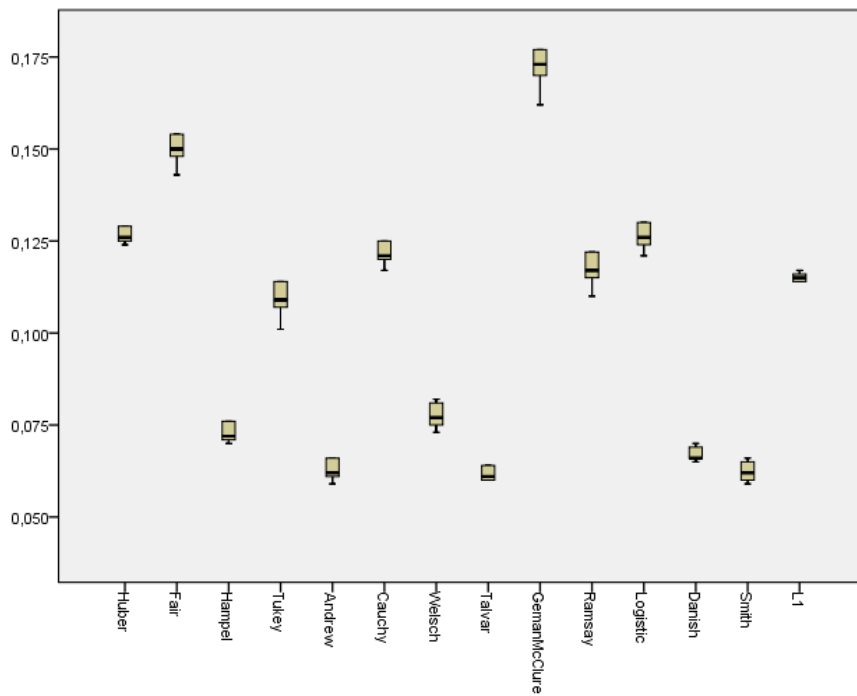
Tablo 5.20. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,99$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		485,306	138,655	1,322	389,915	0,322	70,124	71,835	307,430	0,322	11,920	22,387	158,304	0,322	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	487,942													
	Huber	0,124	0,124	0,125	0,129	0,124	0,129	0,126	0,125	0,124	0,129	0,127	0,126	0,125	0,129
	Fair	0,143	0,143	0,148	0,154	0,144	0,154	0,150	0,149	0,145	0,154	0,152	0,151	0,148	0,154
	Hampel	0,070	0,070	0,071	0,076	0,070	0,076	0,072	0,072	0,070	0,076	0,074	0,073	0,071	0,076
	Tukey	0,101	0,101	0,107	0,114	0,102	0,114	0,109	0,109	0,103	0,114	0,112	0,111	0,107	0,114
	Andrew	0,059	0,059	0,061	0,066	0,059	0,066	0,062	0,062	0,059	0,066	0,064	0,063	0,061	0,066
	Cauchy	0,117	0,117	0,120	0,125	0,118	0,125	0,121	0,121	0,118	0,125	0,123	0,123	0,120	0,125
	Welsch	0,073	0,073	0,076	0,082	0,073	0,081	0,077	0,076	0,073	0,081	0,079	0,078	0,075	0,081
	Talwar	0,062	0,062	0,060	0,064	0,061	0,064	0,061	0,060	0,060	0,064	0,062	0,061	0,060	0,064
	Geman-McClure	0,162	0,162	0,171	0,177	0,164	0,177	0,173	0,172	0,166	0,177	0,176	0,175	0,170	0,177
	Ramsay	0,110	0,110	0,115	0,122	0,111	0,122	0,117	0,116	0,112	0,122	0,120	0,119	0,115	0,122
	Logistic	0,121	0,121	0,125	0,130	0,121	0,130	0,126	0,125	0,122	0,130	0,128	0,127	0,124	0,130
	Danish	0,066	0,066	0,066	0,070	0,066	0,069	0,066	0,066	0,065	0,069	0,068	0,067	0,065	0,069
	Smith	0,059	0,059	0,061	0,066	0,059	0,066	0,062	0,061	0,059	0,066	0,064	0,063	0,060	0,065
	L1 (LAD)	0,117	0,117	0,114	0,117	0,116	0,116	0,114	0,114	0,115	0,116	0,115	0,115	0,114	0,116

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.20’de verilmiştir. Tablo 5.20 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q_4} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Andrew’ın Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,059 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

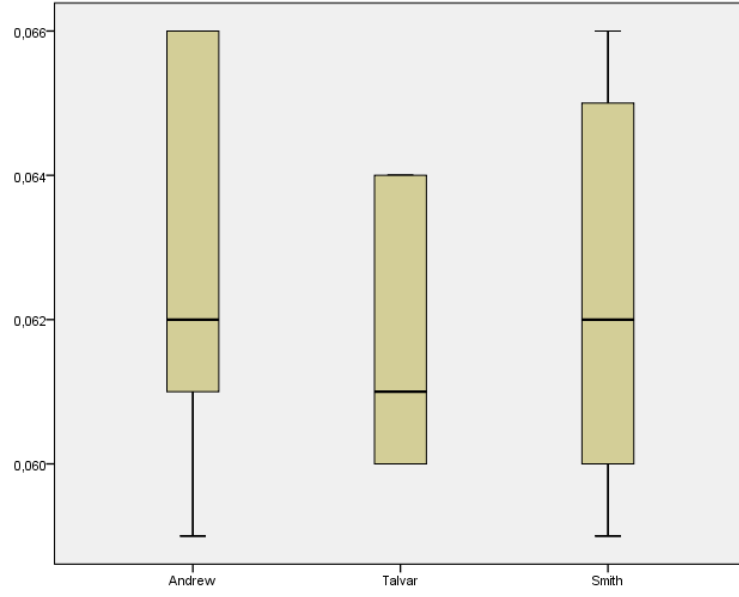
Tablo 5.20’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.20 ile verilmiştir.



Şekil 5.20 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.20’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Geman-McClure’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, L1’in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.21 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Andrew, Talwar ve Smith'in HKO değerleri Şekil 5.21'de incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

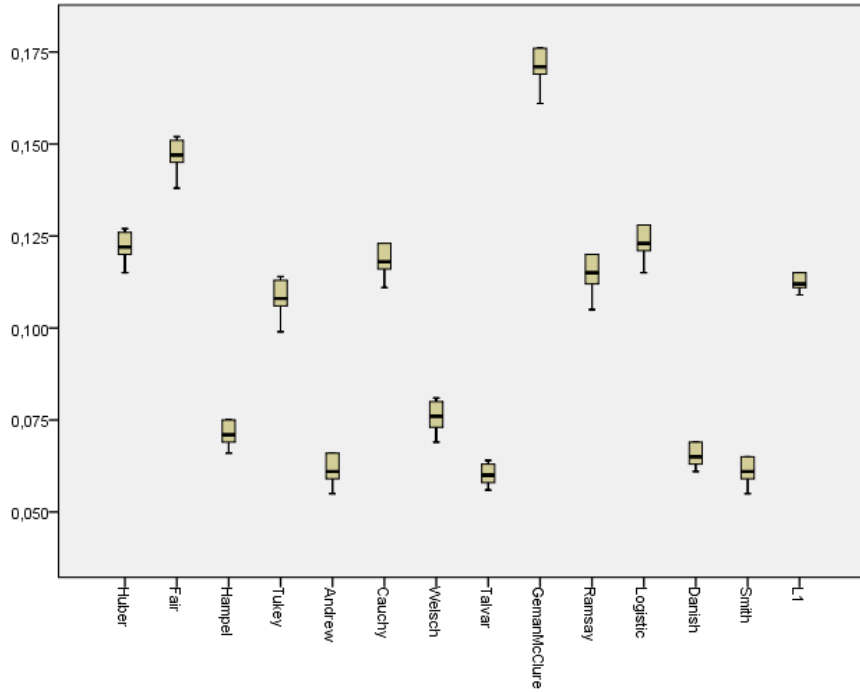
Tablo 5.21. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,999$)

			Liu Tahmin													
			\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
			4834,826	1444,245	10,285	3885,002	0,294	696,466	709,275	3055,760	0,293	113,185	215,534	1573,863	0,293	
		EKK	4837,487	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	0,115	0,115	0,120	0,127	0,116	0,126	0,122	0,122	0,118	0,126	0,125	0,124	0,120	0,126	
	Fair	0,138	0,138	0,145	0,152	0,140	0,151	0,147	0,146	0,141	0,151	0,150	0,149	0,145	0,151	
	Hampel	0,066	0,066	0,069	0,075	0,066	0,075	0,071	0,070	0,067	0,075	0,073	0,072	0,069	0,075	
	Tukey	0,099	0,099	0,106	0,114	0,101	0,113	0,108	0,108	0,102	0,113	0,112	0,110	0,106	0,113	
	Andrew	0,055	0,055	0,059	0,066	0,056	0,066	0,061	0,061	0,057	0,066	0,064	0,063	0,059	0,066	
	Cauchy	0,111	0,111	0,116	0,123	0,112	0,123	0,118	0,118	0,113	0,123	0,121	0,120	0,116	0,123	
	Welsch	0,069	0,069	0,074	0,081	0,070	0,080	0,076	0,075	0,071	0,080	0,078	0,077	0,073	0,080	
	Talwar	0,056	0,056	0,058	0,064	0,056	0,063	0,060	0,059	0,057	0,063	0,062	0,061	0,058	0,063	
	Geman-McClure	0,161	0,161	0,169	0,176	0,163	0,176	0,171	0,171	0,165	0,176	0,175	0,174	0,169	0,176	
	Ramsay	0,105	0,105	0,112	0,120	0,107	0,120	0,115	0,114	0,109	0,120	0,118	0,117	0,112	0,120	
	Logistic	0,115	0,115	0,121	0,128	0,116	0,128	0,123	0,123	0,118	0,128	0,126	0,125	0,121	0,128	
	Danish	0,061	0,061	0,063	0,069	0,061	0,069	0,065	0,064	0,062	0,069	0,067	0,066	0,063	0,069	
	Smith	0,055	0,055	0,059	0,065	0,056	0,065	0,061	0,060	0,057	0,065	0,063	0,062	0,059	0,065	
	L1 (LAD)	0,109	0,109	0,111	0,115	0,109	0,115	0,112	0,112	0,110	0,115	0,114	0,113	0,111	0,115	

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.21’de verilmiştir. Tablo 5.21 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda Smith’in M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,055 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

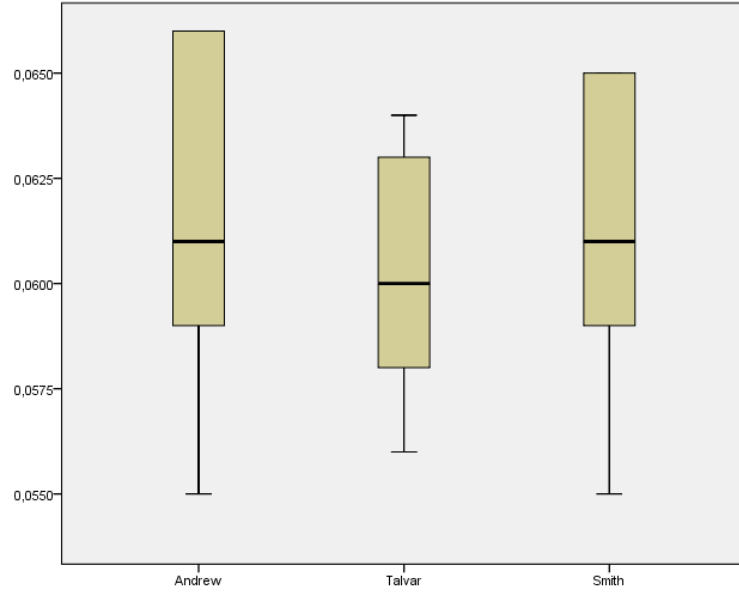
Tablo 5.21’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.22 ile verilmiştir.



Şekil 5.22 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.22’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Ramsay’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, L1’in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.23 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Andrew, Talwar ve Smith HKO değerleri Şekil 5.23'te incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.19, Tablo 5.20 ve Tablo 5.21 birlikte incelendiğinde r^2 'nin artması EKK ve Liu değerlerinin genel olarak artmasına Liu-M değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. \hat{d}_{Q5} , \hat{d}_{Q9} , ve \hat{d}_{Q13} tahmin değerleri ise diğer Liu tahmin değerlerinin aksine r^2 'nin artması durumunda azalmakta olduğu görülmüştür.

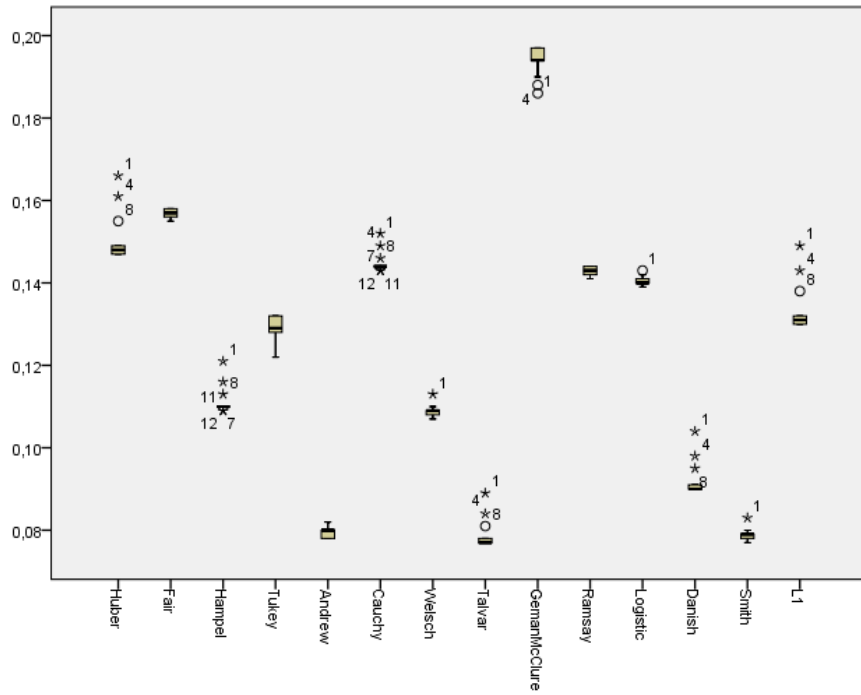
Tablo 5.22. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,95$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		46,572	7,826	0,265	33,214	0,264	5,339	5,672	23,848	0,265	0,676	1,023	5,034	0,264	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	50,997													
	Huber	0,169	0,166	0,149	0,147	0,161	0,147	0,148	0,148	0,155	0,147	0,147	0,147	0,148	0,147
	Fair	0,155	0,155	0,157	0,158	0,155	0,158	0,157	0,156	0,155	0,158	0,158	0,158	0,156	0,158
	Hampel	0,123	0,121	0,110	0,110	0,116	0,110	0,110	0,109	0,113	0,110	0,110	0,109	0,109	0,110
	Tukey	0,121	0,122	0,128	0,132	0,123	0,132	0,129	0,128	0,124	0,132	0,131	0,130	0,128	0,132
	Andrew	0,084	0,082	0,079	0,080	0,080	0,080	0,078	0,078	0,078	0,080	0,080	0,079	0,078	0,080
	Cauchy	0,154	0,152	0,144	0,144	0,149	0,144	0,144	0,143	0,146	0,144	0,144	0,143	0,143	0,144
	Welsch	0,114	0,113	0,108	0,109	0,110	0,109	0,108	0,107	0,109	0,109	0,108	0,108	0,107	0,109
	Talwar	0,092	0,089	0,078	0,077	0,084	0,077	0,077	0,077	0,081	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077
	Geman-McClure	0,186	0,186	0,194	0,197	0,188	0,197	0,194	0,194	0,190	0,197	0,196	0,196	0,194	0,197
	Ramsay	0,143	0,143	0,142	0,144	0,142	0,144	0,142	0,142	0,141	0,144	0,143	0,143	0,142	0,144
	Logistic	0,144	0,143	0,140	0,141	0,142	0,141	0,139	0,139	0,140	0,141	0,140	0,140	0,139	0,141
	Danish	0,107	0,104	0,091	0,090	0,098	0,090	0,090	0,090	0,095	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090
	Smith	0,084	0,083	0,078	0,079	0,080	0,079	0,078	0,077	0,078	0,079	0,079	0,079	0,078	0,079
	L1 (LAD)	0,152	0,149	0,132	0,130	0,143	0,130	0,131	0,131	0,138	0,130	0,130	0,130	0,131	0,130

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.22’de verilmiştir. Tablo 5.22 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q7} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar’ın Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,077 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

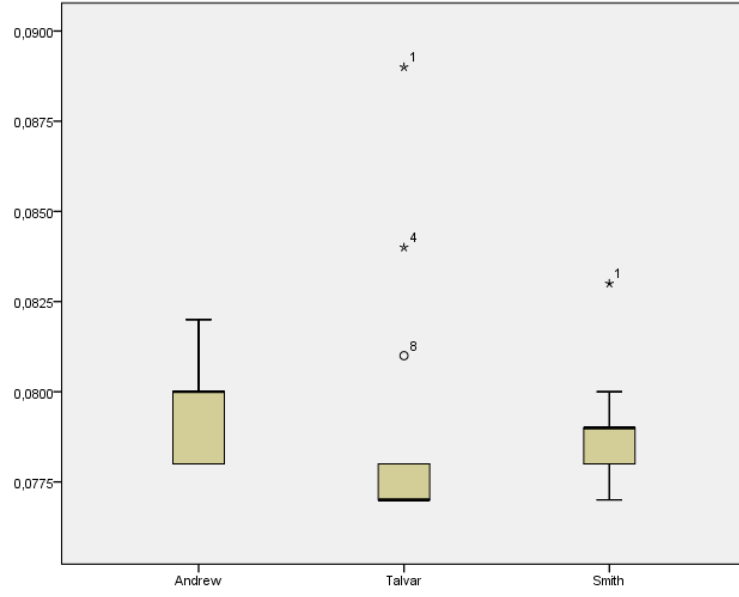
Tablo 5.22’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.24 ile verilmiştir.



Şekil 5.24 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.24’teki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Tukey’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Taylor’un Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.25 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Andrew, Talwar ve Smith HKO değerleri Şekil 5.25'te incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

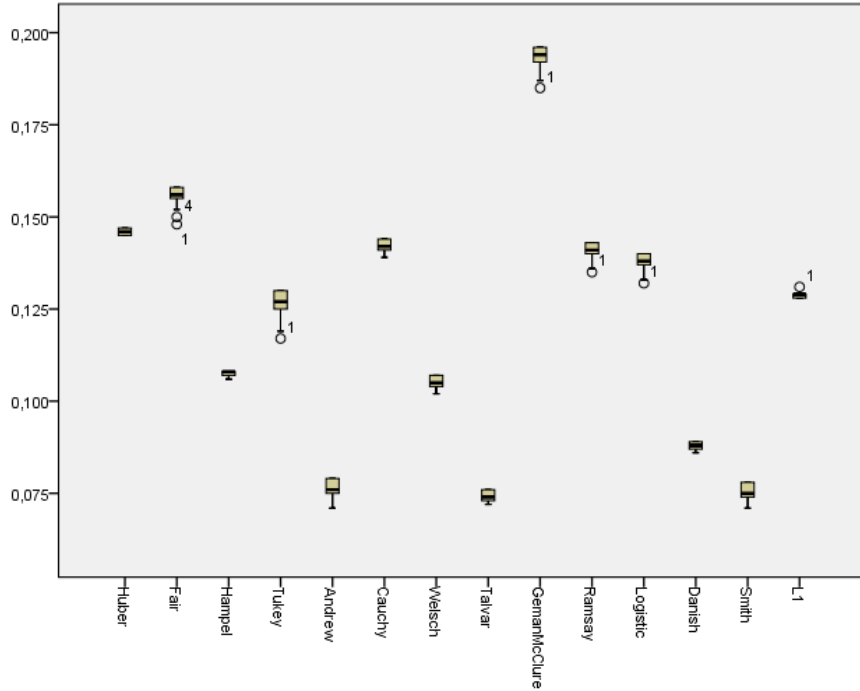
Tablo 5.23. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,99$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		238,379	47,291	0,214	167,577	0,211	22,167	23,988	111,369	0,211	1,745	3,175	21,726	0,211	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	243,049													
	Huber	0,146	0,146	0,145	0,147	0,145	0,147	0,146	0,145	0,145	0,147	0,147	0,146	0,145	0,147
	Fair	0,148	0,148	0,155	0,158	0,150	0,158	0,156	0,155	0,152	0,158	0,158	0,157	0,156	0,158
	Hampel	0,108	0,108	0,106	0,108	0,107	0,108	0,107	0,106	0,106	0,108	0,108	0,108	0,107	0,108
	Tukey	0,117	0,117	0,125	0,130	0,119	0,130	0,127	0,126	0,121	0,130	0,129	0,129	0,126	0,130
	Andrew	0,071	0,071	0,075	0,079	0,072	0,079	0,076	0,075	0,073	0,079	0,078	0,078	0,076	0,079
	Cauchy	0,139	0,139	0,141	0,144	0,139	0,144	0,142	0,141	0,139	0,144	0,143	0,143	0,141	0,144
	Welsch	0,102	0,102	0,104	0,107	0,102	0,107	0,105	0,105	0,103	0,107	0,107	0,106	0,105	0,107
	Talwar	0,074	0,074	0,073	0,076	0,073	0,076	0,074	0,073	0,072	0,076	0,075	0,075	0,074	0,076
	Geman-McClure	0,184	0,185	0,192	0,196	0,187	0,196	0,194	0,193	0,189	0,196	0,195	0,195	0,193	0,196
	Ramsay	0,135	0,135	0,140	0,143	0,136	0,143	0,141	0,140	0,137	0,143	0,143	0,142	0,141	0,143
	Logistic	0,132	0,132	0,137	0,140	0,133	0,140	0,138	0,137	0,134	0,140	0,140	0,139	0,138	0,140
	Danish	0,088	0,088	0,087	0,089	0,087	0,089	0,087	0,087	0,086	0,089	0,088	0,088	0,087	0,089
	Smith	0,071	0,071	0,074	0,078	0,071	0,078	0,075	0,075	0,072	0,078	0,077	0,077	0,075	0,078
L1 (LAD)	0,131	0,131	0,128	0,129	0,129	0,129	0,128	0,128	0,128	0,129	0,129	0,129	0,128	0,129	

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.23'te verilmiştir. Tablo 5.23 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q_1} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Smith'in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,071 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

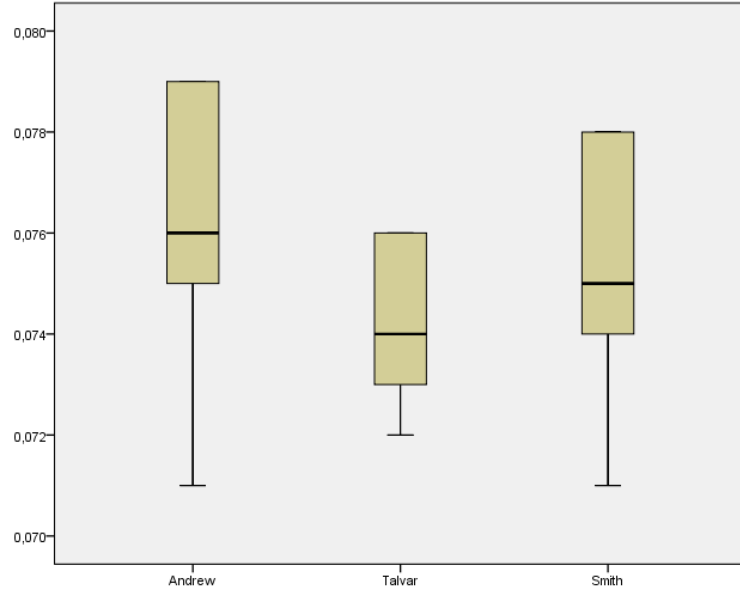
Tablo 5.23'te Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.26 ile verilmiştir.



Şekil 5.26 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.26'daki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Tukey'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Hampel'in ve L1'in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.27 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Andrew, Talwar ve Smith HKO değerleri Şekil 5.27'de incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

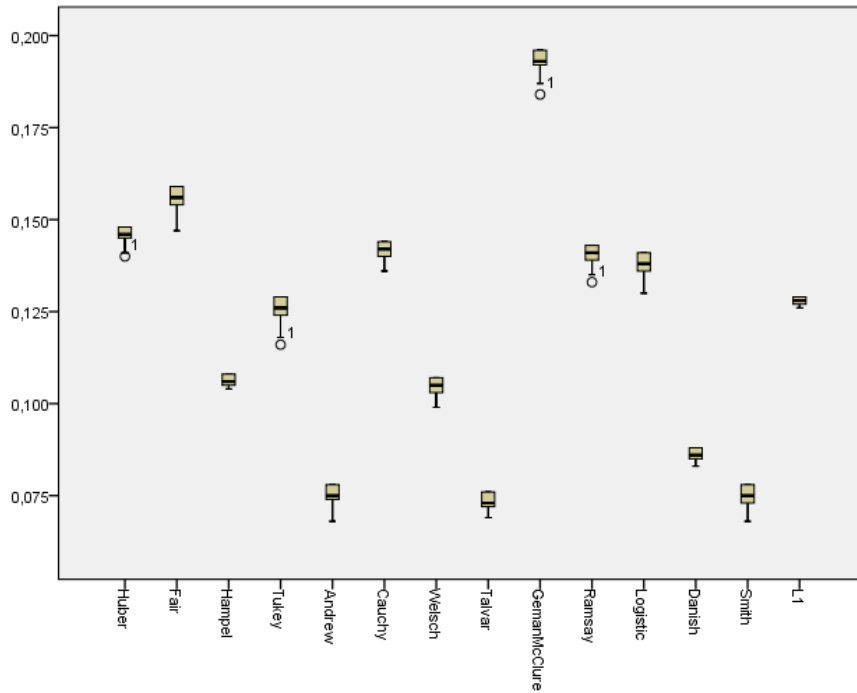
Tablo 5.24. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 50$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,999$)

			Liu Tahmin													
			\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
			2359,015	487,656	0,217	1652,066	0,200	206,407	225,571	1079,449	0,200	13,774	27,166	206,590	0,200	
		EKK	2363,736	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	0,140	0,140	0,145	0,148	0,141	0,148	0,146	0,145	0,143	0,148	0,147	0,147	0,146	0,148	
	Fair	0,147	0,147	0,154	0,159	0,149	0,159	0,156	0,156	0,152	0,159	0,158	0,158	0,156	0,159	
	Hampel	0,104	0,104	0,105	0,108	0,104	0,108	0,106	0,106	0,104	0,108	0,107	0,107	0,106	0,108	
	Tukey	0,116	0,116	0,124	0,129	0,118	0,129	0,126	0,125	0,121	0,129	0,129	0,128	0,126	0,129	
	Andrew	0,068	0,068	0,074	0,078	0,070	0,078	0,075	0,075	0,071	0,078	0,078	0,077	0,075	0,078	
	Cauchy	0,136	0,136	0,140	0,144	0,137	0,144	0,142	0,141	0,138	0,144	0,143	0,143	0,142	0,144	
	Welsch	0,099	0,099	0,103	0,107	0,100	0,107	0,105	0,104	0,101	0,107	0,107	0,106	0,105	0,107	
	Talwar	0,069	0,069	0,072	0,076	0,070	0,076	0,073	0,073	0,070	0,076	0,075	0,075	0,073	0,076	
	Geman-McClure	0,184	0,184	0,192	0,196	0,187	0,196	0,193	0,193	0,189	0,196	0,195	0,195	0,193	0,196	
	Ramsay	0,133	0,133	0,139	0,143	0,135	0,143	0,141	0,140	0,137	0,143	0,143	0,142	0,141	0,143	
	Logistic	0,130	0,130	0,136	0,141	0,132	0,141	0,138	0,137	0,134	0,141	0,140	0,140	0,138	0,141	
	Danish	0,083	0,083	0,085	0,088	0,083	0,088	0,086	0,086	0,084	0,088	0,088	0,088	0,086	0,088	
	Smith	0,068	0,068	0,073	0,078	0,069	0,078	0,075	0,074	0,071	0,078	0,077	0,077	0,075	0,078	
	L1 (LAD)	0,126	0,126	0,127	0,129	0,126	0,129	0,128	0,127	0,126	0,129	0,129	0,129	0,128	0,129	

Örnekleme hacmi 50 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.24'te verilmiştir. Tablo 5.24 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q1} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Smith'in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,068 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

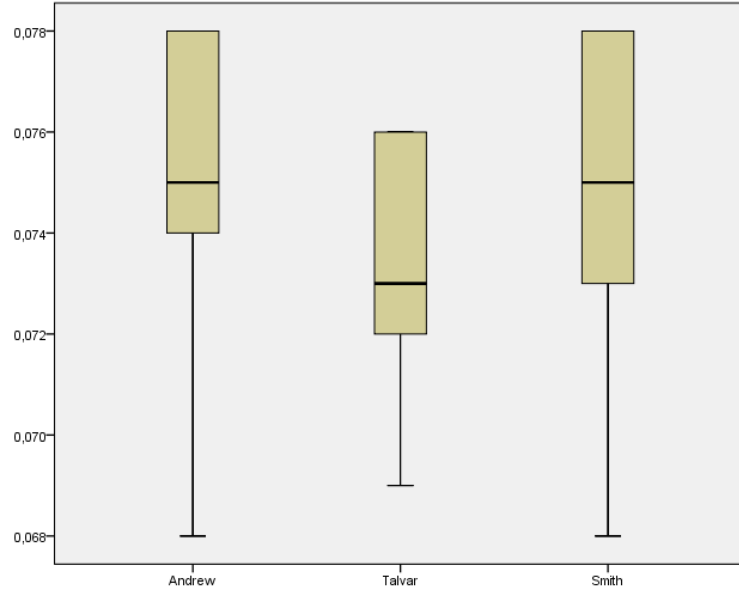
Tablo 5.24'te Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.28 ile verilmiştir.



Şekil 5.28 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.28'deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Fair'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, L1'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.29 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Andrew, Talwar ve Smith HKO değerleri Şekil 5.29'da incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.22, Tablo 5.23 ve Tablo 5.24 birlikte incelendiğinde r^2 'nin artması EKK ve Liu değerlerinin genel olarak artmasına M ve Liu-M değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. \hat{d}_{Q3} , \hat{d}_{Q5} , \hat{d}_{Q9} ve \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Liu tahmin değerleri ise diğer Liu tahmin değerlerinin aksine r^2 'nin artması durumunda azalmaktadır.

Tablo 5.22, Tablo 5.23 ve Tablo 5.24 için Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermektedir. Liu-M tahmin edici HKO değerleri genellikle r^2 artarken azalmaktadır. Hampel, Tukey, Andrew, Welsch, Talwar, Geman-McClure, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerinde r^2 artarken HKO değerlerinin azalmakta olduğu görülmektedir.

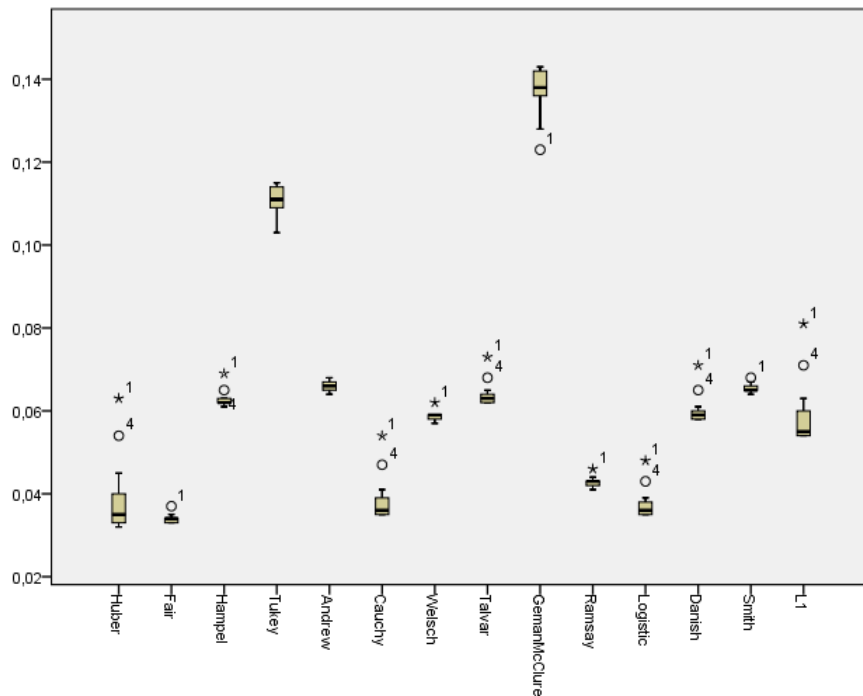
Tablo 5.25. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,95$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		44,218	9,531	7,968	30,794	1,258	4,548	5,056	20,405	0,293	0,849	1,386	7,653	0,188	
		Liu-M Tahmin													
EKK	46,848														
M Tahmin	Huber	0,066	0,063	0,040	0,040	0,054	0,034	0,035	0,035	0,045	0,032	0,032	0,033	0,036	0,032
	Fair	0,038	0,037	0,034	0,034	0,035	0,035	0,033	0,033	0,033	0,034	0,034	0,033	0,033	0,034
	Hampel	0,070	0,069	0,063	0,062	0,065	0,063	0,061	0,061	0,063	0,062	0,062	0,062	0,061	0,063
	Tukey	0,103	0,103	0,110	0,109	0,105	0,114	0,111	0,111	0,107	0,114	0,114	0,113	0,110	0,115
	Andrew	0,069	0,068	0,066	0,065	0,065	0,067	0,065	0,064	0,064	0,067	0,066	0,066	0,065	0,067
	Cauchy	0,055	0,054	0,039	0,039	0,047	0,036	0,036	0,036	0,041	0,035	0,035	0,035	0,036	0,035
	Welsch	0,063	0,062	0,059	0,058	0,059	0,059	0,058	0,057	0,058	0,059	0,059	0,058	0,057	0,059
	Talwar	0,075	0,073	0,064	0,063	0,068	0,063	0,062	0,062	0,065	0,063	0,062	0,062	0,062	0,063
	Geman-McClure	0,122	0,123	0,136	0,136	0,128	0,142	0,139	0,138	0,132	0,143	0,142	0,141	0,137	0,143
	Ramsay	0,046	0,046	0,043	0,043	0,043	0,044	0,042	0,041	0,042	0,043	0,043	0,042	0,041	0,043
	Logistic	0,049	0,048	0,038	0,038	0,043	0,036	0,035	0,035	0,039	0,035	0,035	0,035	0,036	0,035
	Danish	0,073	0,071	0,060	0,059	0,065	0,059	0,058	0,058	0,061	0,059	0,058	0,058	0,058	0,059
	Smith	0,069	0,068	0,065	0,065	0,066	0,066	0,065	0,064	0,064	0,066	0,066	0,065	0,064	0,067
	L1 (LAD)	0,084	0,081	0,060	0,059	0,071	0,055	0,055	0,055	0,063	0,054	0,054	0,054	0,056	0,054

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.25'te verilmiştir. Tablo 5.25 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Huber'in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,032 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

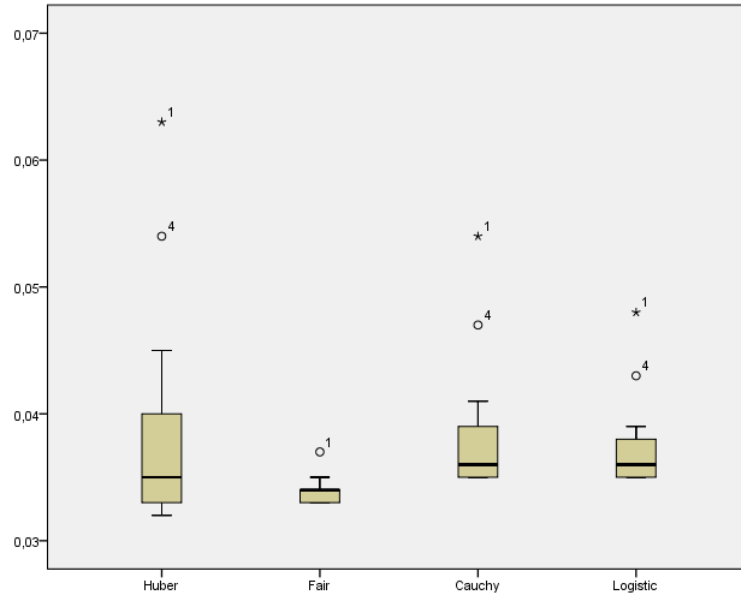
Tablo 5.25'te Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.30 ile verilmiştir.



Şekil 5.30 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.30'daki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Fair'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.31 Farklı yanlılık parametrelerine göre Huber, Fair, Cauchy ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Huber, Fair, Cauchy ve Logistic HKO değerleri Şekil 5.31'da incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Fair'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

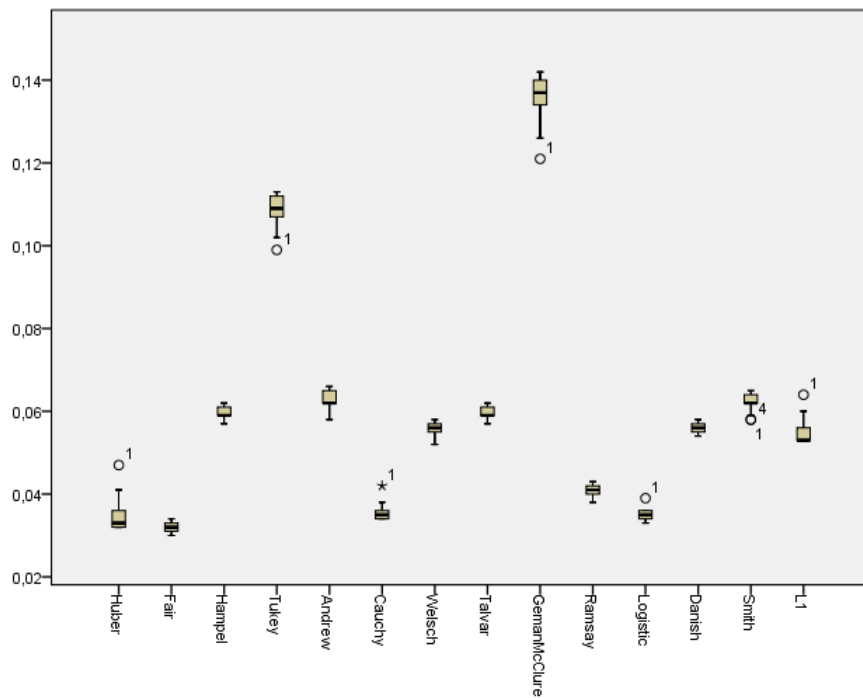
Tablo 5.26. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,99$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		232,628	50,391	41,198	160,475	5,736	20,397	22,133	101,643	0,163	2,855	5,252	37,290	0,132	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	235,393													
	Huber	0,047	0,047	0,036	0,037	0,041	0,034	0,032	0,032	0,036	0,032	0,032	0,032	0,033	0,032
	Fair	0,032	0,032	0,032	0,033	0,031	0,034	0,032	0,031	0,030	0,034	0,033	0,033	0,031	0,034
	Hampel	0,057	0,057	0,059	0,059	0,057	0,062	0,059	0,059	0,057	0,062	0,061	0,060	0,059	0,062
	Tukey	0,099	0,099	0,107	0,107	0,102	0,112	0,110	0,109	0,105	0,113	0,112	0,111	0,108	0,113
	Andrew	0,058	0,058	0,062	0,062	0,058	0,065	0,063	0,062	0,059	0,066	0,065	0,064	0,062	0,066
	Cauchy	0,042	0,042	0,036	0,037	0,038	0,036	0,034	0,034	0,035	0,035	0,034	0,034	0,034	0,035
	Welsch	0,052	0,052	0,056	0,055	0,052	0,058	0,056	0,055	0,053	0,058	0,057	0,057	0,055	0,058
	Talwar	0,058	0,058	0,060	0,059	0,057	0,062	0,059	0,059	0,057	0,062	0,061	0,060	0,059	0,062
	Geman-McClure	0,121	0,121	0,134	0,134	0,126	0,140	0,138	0,137	0,130	0,142	0,140	0,140	0,136	0,142
	Ramsay	0,039	0,039	0,041	0,041	0,038	0,043	0,040	0,040	0,038	0,043	0,042	0,041	0,040	0,043
	Logistic	0,039	0,039	0,035	0,036	0,036	0,036	0,034	0,033	0,034	0,035	0,034	0,034	0,034	0,035
	Danish	0,056	0,056	0,056	0,056	0,054	0,058	0,056	0,055	0,054	0,058	0,057	0,056	0,055	0,058
	Smith	0,058	0,058	0,062	0,062	0,058	0,065	0,063	0,062	0,059	0,065	0,064	0,064	0,062	0,065
	L1 (LAD)	0,065	0,064	0,056	0,056	0,060	0,054	0,053	0,053	0,056	0,053	0,053	0,053	0,053	0,053

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.26’da verilmiştir. Tablo 5.26 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q8} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,030 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

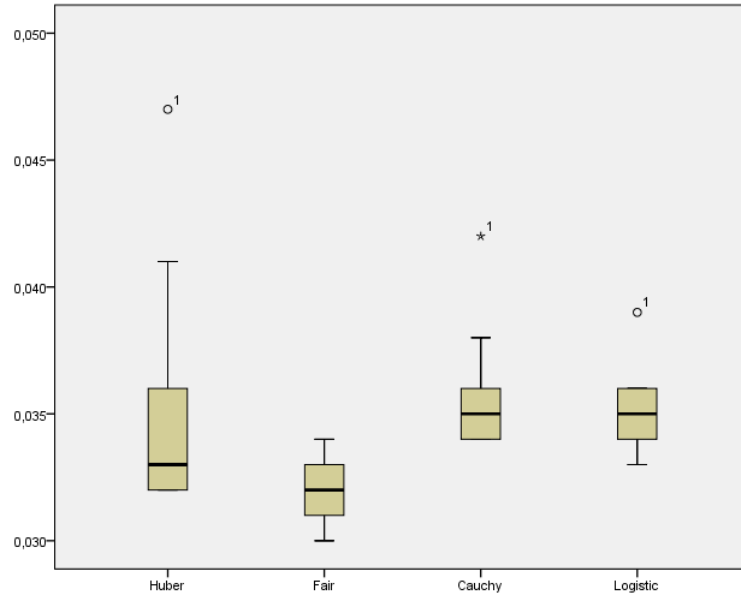
Tablo 5.26’da Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.32 ile verilmiştir.



Şekil 5.32 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.32’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Geman-McClure’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Fair’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.33 Farklı yanlılık parametrelerine göre Huber, Fair, Cauchy ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Huber, Fair, Cauchy ve Logistic HKO değerleri Şekil 5.33'te incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Fair'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

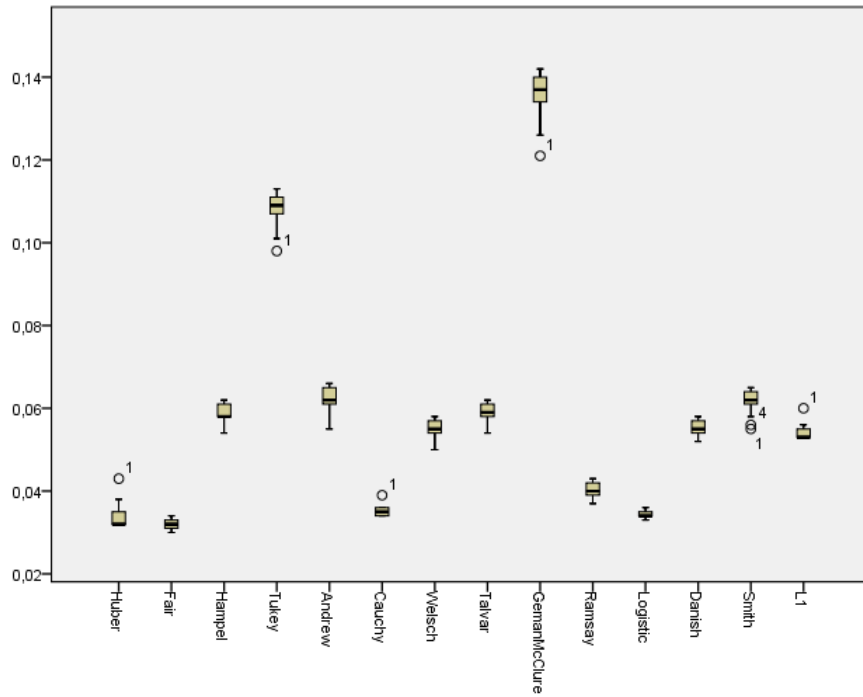
Tablo 5.27. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0.10$, $r^2 = 0.999$)

			Liu Tahmin												
			\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}
			2366.213	517.326	418.567	1631.160	56.839	201.711	217.329	1031.577	0.121	25.908	49.909	380.562	0.117
EKK		2369.005	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	0.043	0.043	0.035	0.036	0.038	0.034	0.032	0.032	0.034	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
	Fair	0.030	0.030	0.032	0.033	0.030	0.034	0.032	0.031	0.030	0.034	0.033	0.033	0.031	0.034
	Hampel	0.054	0.054	0.058	0.058	0.055	0.061	0.059	0.058	0.056	0.062	0.061	0.060	0.058	0.062
	Tukey	0.098	0.098	0.107	0.107	0.101	0.111	0.109	0.109	0.104	0.113	0.112	0.111	0.108	0.113
	Andrew	0.055	0.055	0.061	0.061	0.057	0.065	0.063	0.062	0.058	0.066	0.065	0.064	0.061	0.066
	Cauchy	0.039	0.039	0.036	0.036	0.036	0.036	0.034	0.034	0.034	0.035	0.034	0.034	0.034	0.035
	Welsch	0.050	0.050	0.055	0.055	0.051	0.058	0.055	0.055	0.052	0.058	0.057	0.057	0.054	0.058
	Talwar	0.054	0.054	0.059	0.059	0.055	0.061	0.059	0.058	0.056	0.062	0.061	0.060	0.058	0.062
	Geman-McClure	0.121	0.121	0.134	0.134	0.126	0.140	0.137	0.137	0.130	0.142	0.140	0.139	0.136	0.142
	Ramsay	0.037	0.037	0.040	0.041	0.037	0.043	0.040	0.040	0.037	0.043	0.042	0.041	0.039	0.043
	Logistic	0.036	0.036	0.035	0.036	0.034	0.036	0.034	0.033	0.033	0.035	0.034	0.034	0.033	0.035
	Danish	0.052	0.052	0.055	0.055	0.052	0.058	0.055	0.055	0.052	0.058	0.057	0.056	0.054	0.058
	Smith	0.055	0.055	0.061	0.061	0.056	0.065	0.062	0.062	0.058	0.065	0.064	0.064	0.061	0.065
	L1 (LAD)	0.060	0.060	0.055	0.055	0.056	0.054	0.053	0.053	0.054	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.27’de verilmiştir. Tablo 5.27 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q_4} yarıllık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,030 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

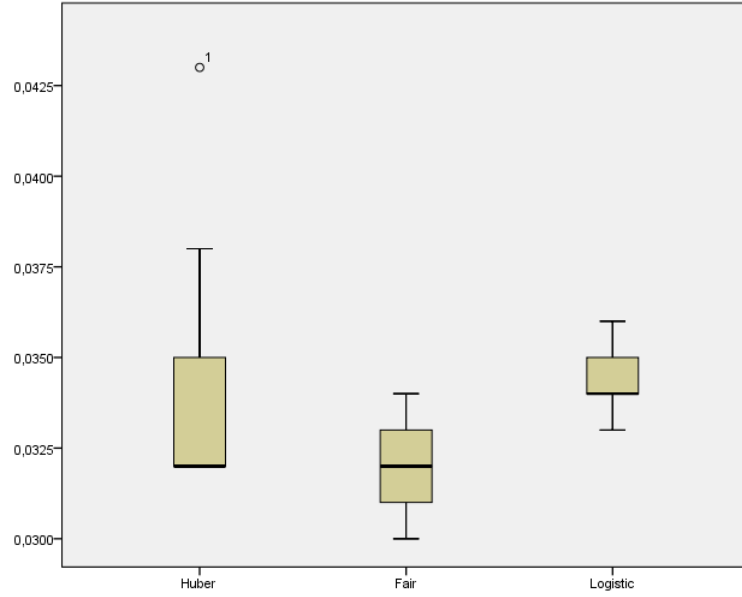
Tablo 5.27’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de genel olarak Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yarıllık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.34 ile verilmiştir.



Şekil 5.34 Farklı yarıllık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.34’teki kutu grafik incelendiğinde farklı d yarıllık parametre değerlerine göre elde edilen Geman-McClure’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Logistic’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.35 Farklı yanlılık parametrelerine göre Huber, Fair ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Huber, Fair ve Logistic HKO değerleri Şekil 5.35'te incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Fair'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.25, Tablo 5.26 ve Tablo 5.27 birlikte incelendiğinde r^2 'nin artması EKK ve Liu tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. \hat{d}_{Q9} ve \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Liu tahmin edicilerinin HKO değerleri ise diğer Liu tahmin edicilerini HKO aksine r^2 'nin artması durumunda azalmaktadır.

Liu-M tahmin edicilerin HKO değerleri genellikle r^2 artarken azalmaktadır. Huber, Cauchy ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerinden \hat{d}_{Q5} haricindeki incelenen tüm yanlılık parametreleri kullanılarak elde edilen HKO değerlerinin r^2 artarken azalmakta olduğu ve Fair'in Liu-M tahmin edicilerinden \hat{d}_{Q5} , \hat{d}_{Q9} ve \hat{d}_{Q13} haricindeki incelenen tüm yanlılık parametreleri kullanılarak elde edilen HKO değerlerinin r^2 artarken azalmakta olduğu görülmektedir.

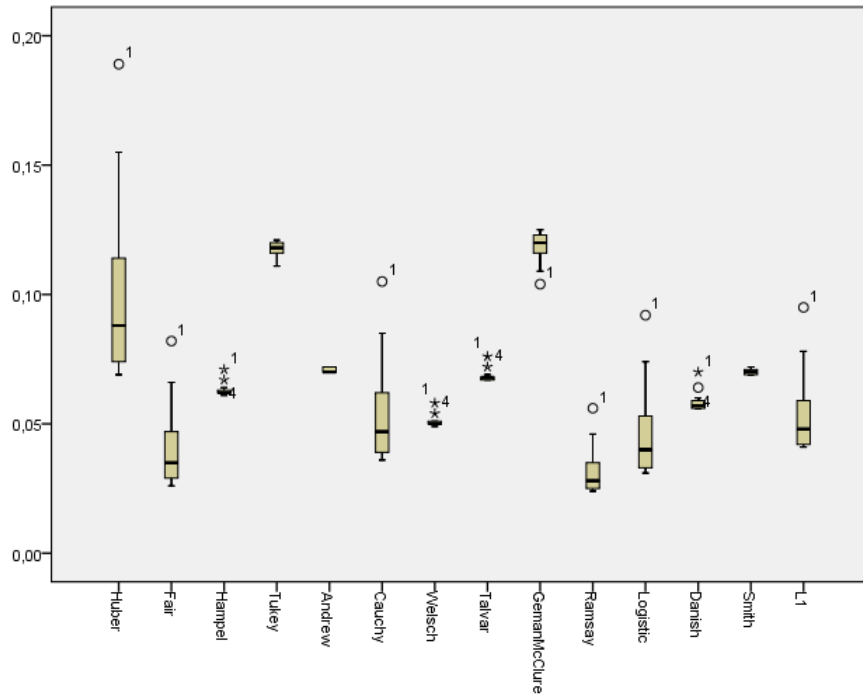
Tablo 5.28. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,95$)

			Liu Tahmin												
			\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}
			40,631	12,063	10,099	25,733	2,983	4,254	5,470	21,394	1,319	1,165	1,581	6,051	0,956
			Liu-M Tahmin												
M Tahmin	EKK	44,573													
	Huber	0,207	0,189	0,114	0,109	0,155	0,077	0,088	0,092	0,128	0,073	0,072	0,074	0,087	0,069
	Fair	0,091	0,082	0,047	0,044	0,066	0,030	0,035	0,037	0,053	0,028	0,028	0,029	0,034	0,026
	Hampel	0,073	0,071	0,063	0,063	0,067	0,062	0,062	0,061	0,064	0,062	0,062	0,062	0,061	0,062
	Tukey	0,110	0,111	0,116	0,116	0,112	0,120	0,118	0,118	0,114	0,120	0,121	0,120	0,118	0,121
	Andrew	0,073	0,072	0,070	0,070	0,070	0,072	0,070	0,070	0,070	0,072	0,072	0,071	0,070	0,072
	Cauchy	0,116	0,105	0,062	0,059	0,085	0,041	0,047	0,049	0,069	0,038	0,038	0,039	0,046	0,036
	Welsch	0,060	0,058	0,051	0,051	0,054	0,050	0,050	0,049	0,051	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
	Talwar	0,079	0,076	0,068	0,068	0,072	0,068	0,067	0,067	0,069	0,067	0,068	0,067	0,067	0,068
	Geman-McClure	0,101	0,104	0,116	0,116	0,109	0,123	0,120	0,119	0,113	0,124	0,124	0,123	0,120	0,125
	Ramsay	0,061	0,056	0,035	0,033	0,046	0,026	0,028	0,028	0,037	0,024	0,024	0,025	0,027	0,024
	Logistic	0,101	0,092	0,053	0,051	0,074	0,035	0,040	0,042	0,060	0,033	0,032	0,033	0,039	0,031
	Danish	0,073	0,070	0,059	0,058	0,064	0,057	0,057	0,056	0,060	0,056	0,056	0,056	0,056	0,057
	Smith	0,074	0,072	0,069	0,069	0,070	0,071	0,070	0,069	0,069	0,071	0,071	0,071	0,070	0,072
	L1 (LAD)	0,105	0,095	0,059	0,057	0,078	0,044	0,048	0,049	0,065	0,042	0,042	0,042	0,047	0,041

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.28’de verilmiştir. Tablo 5.28 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Ramsay’in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,024 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

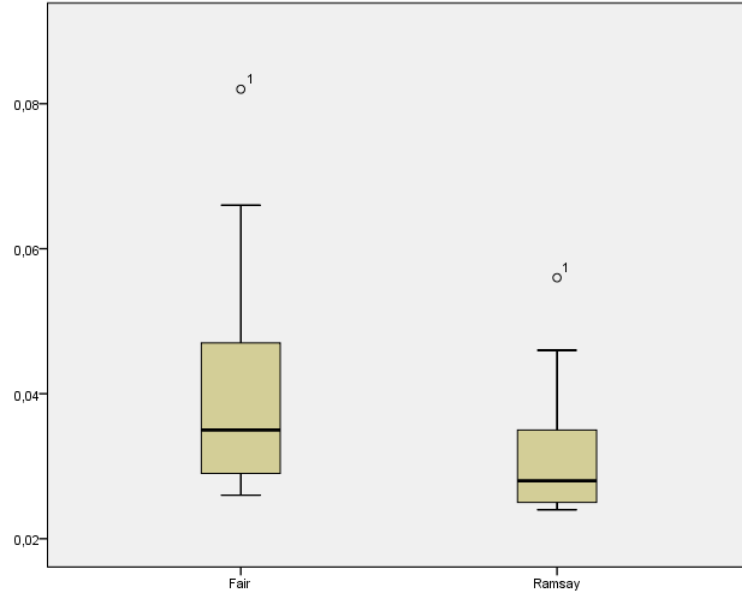
Tablo 5.28’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de genel olarak Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.36 ile verilmiştir.



Şekil 5.36 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.36’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Smith’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.37 Farklı yanlılık parametrelerine göre Fair ve Ramsay'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Fair ve Ramsay'in HKO değerleri Şekil 5.37'de incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Ramsay'in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

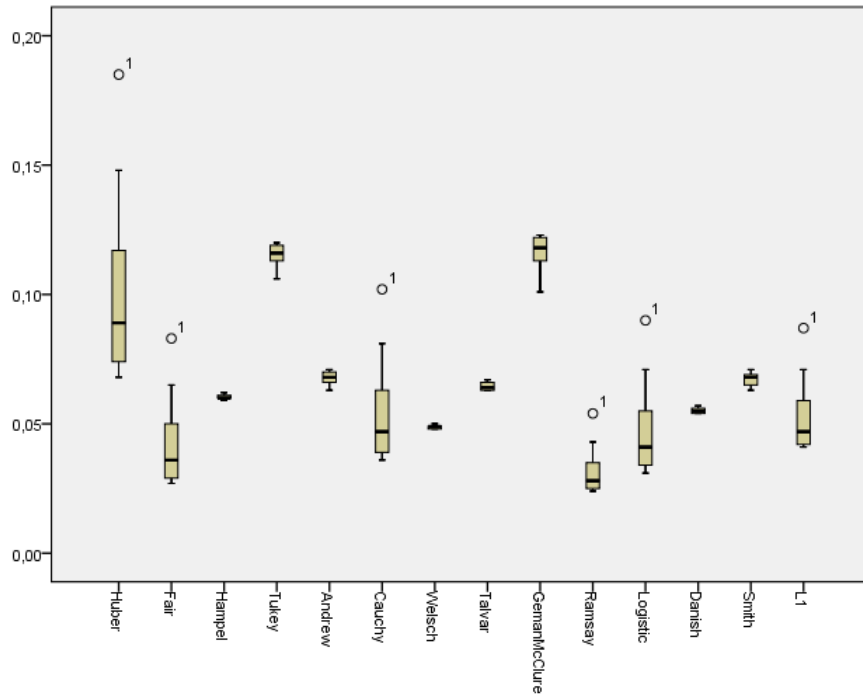
Tablo 5.29. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,99$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		257,569	77,390	69,675	161,441	19,190	17,163	24,528	136,485	1,086	1,812	4,550	38,282	0,900	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	261,718													
	Huber	0,188	0,185	0,117	0,114	0,148	0,083	0,084	0,089	0,126	0,070	0,071	0,074	0,089	0,068
	Fair	0,085	0,083	0,050	0,048	0,065	0,033	0,033	0,036	0,054	0,027	0,028	0,029	0,036	0,027
	Hampel	0,062	0,062	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,059	0,061	0,061	0,061	0,060	0,061
	Tukey	0,106	0,106	0,113	0,113	0,109	0,117	0,117	0,116	0,112	0,120	0,119	0,119	0,116	0,120
	Andrew	0,063	0,063	0,066	0,066	0,064	0,069	0,069	0,068	0,065	0,071	0,071	0,070	0,068	0,071
	Cauchy	0,105	0,102	0,063	0,061	0,081	0,044	0,044	0,047	0,068	0,037	0,038	0,039	0,047	0,036
	Welsch	0,050	0,050	0,048	0,048	0,049	0,049	0,049	0,048	0,048	0,050	0,049	0,049	0,048	0,050
	Talwar	0,064	0,063	0,063	0,063	0,063	0,065	0,065	0,064	0,063	0,067	0,066	0,066	0,064	0,067
	Geman-McClure	0,100	0,101	0,113	0,113	0,107	0,120	0,120	0,118	0,111	0,123	0,123	0,122	0,118	0,123
	Ramsay	0,055	0,054	0,035	0,034	0,043	0,027	0,027	0,028	0,037	0,024	0,024	0,025	0,028	0,024
	Logistic	0,092	0,090	0,055	0,053	0,071	0,038	0,038	0,041	0,059	0,032	0,032	0,034	0,041	0,031
	Danish	0,058	0,057	0,055	0,054	0,056	0,055	0,055	0,054	0,054	0,056	0,056	0,055	0,054	0,056
	Smith	0,063	0,063	0,066	0,065	0,064	0,069	0,068	0,067	0,065	0,070	0,070	0,069	0,068	0,071
	L1 (LAD)	0,088	0,087	0,059	0,057	0,071	0,046	0,046	0,047	0,062	0,041	0,041	0,042	0,047	0,041

Örnekleme hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.29’da verilmiştir. Tablo 5.29 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Ramsay’in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,024 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

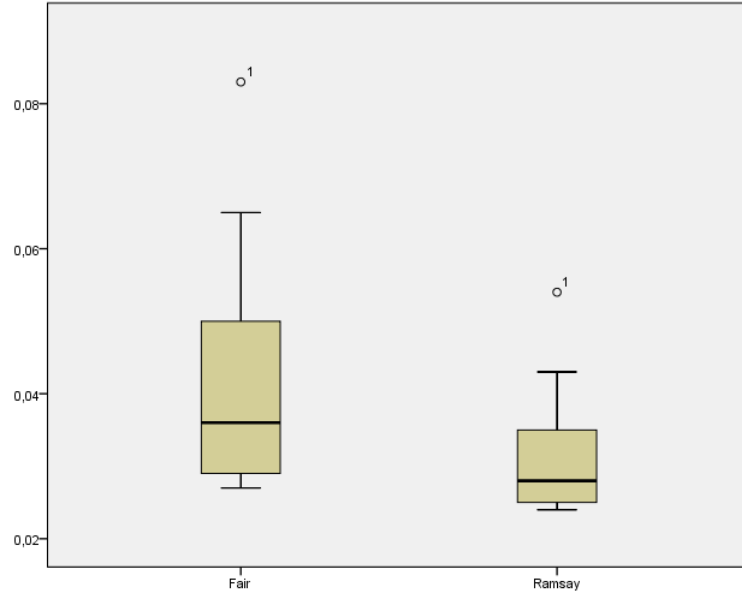
Tablo 5.29’da Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.38 ile verilmiştir.



Şekil 5.38 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.38’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Hampel ve Welsch’in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.39 Farklı yanlılık parametrelerine göre Fair ve Ramsay'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Fair ve Ramsay'in HKO değerleri Şekil 5.39'de incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Ramsay'in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

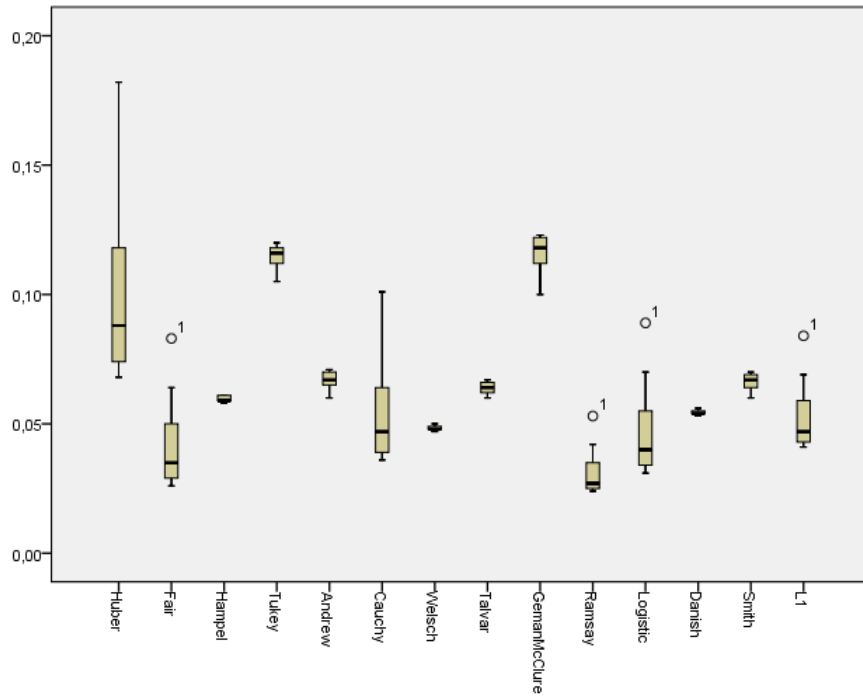
Tablo 5.30. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 100$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,999$)

			Liu Tahmin													
			\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
			2893,557	887,462	813,272	1842,781	227,305	178,652	259,881	1592,070	0,904	9,919	43,088	465,447	0,876	
		EKK	2897,695	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	0,182	0,182	0,118	0,115	0,146	0,084	0,083	0,088	0,127	0,068	0,070	0,074	0,090	0,068	
	Fair	0,083	0,083	0,050	0,048	0,064	0,034	0,033	0,035	0,054	0,026	0,028	0,029	0,036	0,026	
	Hampel	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,060	0,060	0,059	0,058	0,061	0,061	0,061	0,059	0,061	
	Tukey	0,105	0,105	0,112	0,112	0,109	0,117	0,117	0,116	0,111	0,120	0,119	0,118	0,116	0,120	
	Andrew	0,060	0,060	0,065	0,065	0,063	0,068	0,068	0,067	0,064	0,071	0,070	0,070	0,067	0,071	
	Cauchy	0,101	0,101	0,064	0,062	0,079	0,045	0,044	0,047	0,068	0,036	0,037	0,039	0,048	0,036	
	Welsch	0,048	0,048	0,048	0,047	0,048	0,049	0,048	0,048	0,047	0,050	0,049	0,049	0,048	0,050	
	Talwar	0,060	0,060	0,062	0,062	0,061	0,065	0,065	0,064	0,061	0,067	0,066	0,066	0,064	0,067	
	Geman-McClure	0,100	0,100	0,112	0,112	0,107	0,119	0,119	0,118	0,110	0,123	0,123	0,122	0,118	0,123	
	Ramsay	0,053	0,053	0,035	0,034	0,042	0,027	0,026	0,027	0,037	0,024	0,024	0,025	0,028	0,024	
	Logistic	0,089	0,089	0,055	0,054	0,070	0,039	0,038	0,040	0,060	0,031	0,032	0,034	0,041	0,031	
	Danish	0,054	0,054	0,054	0,053	0,053	0,055	0,054	0,054	0,053	0,056	0,055	0,055	0,054	0,056	
	Smith	0,060	0,060	0,065	0,064	0,062	0,068	0,068	0,067	0,063	0,070	0,070	0,069	0,067	0,070	
	L1 (LAD)	0,084	0,084	0,059	0,057	0,069	0,046	0,045	0,047	0,061	0,041	0,041	0,043	0,048	0,041	

Örneklem hacmi 100 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.30’da verilmiştir. Tablo 5.30 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Ramsay’in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,024 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

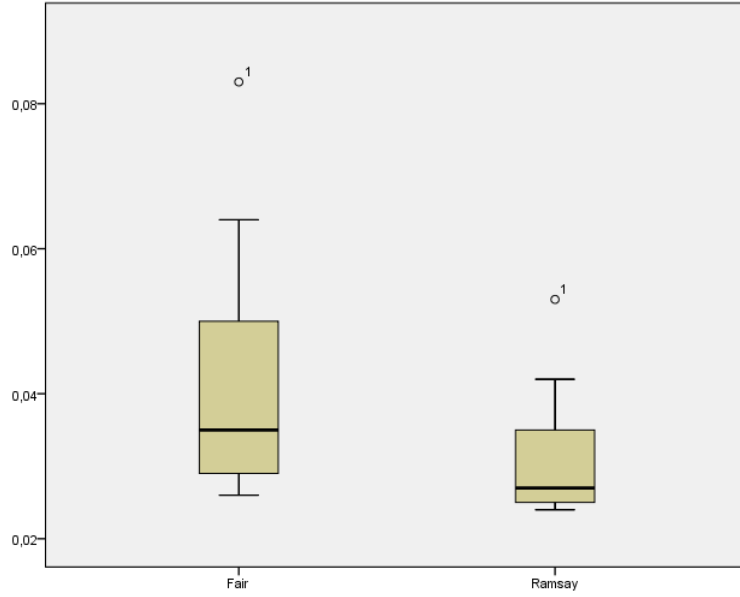
Tablo 5.30’da Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.40 ile verilmiştir.



Şekil 5.40 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.40’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Hampel ve Welsch’in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.41 Farklı yanlılık parametrelerine göre Fair ve Ramsay'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Fair ve Ramsay'in HKO değerleri Şekil 5.41 'de incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Ramsay'in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.28, Tablo 5.29 ve Tablo 5.30 birlikte incelendiğinde r^2 'nin artması EKK ve Liu tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. \hat{d}_{Q_9} ve $\hat{d}_{Q_{13}}$ yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Liu tahmin edicilerin HKO değerleri ise diğer Liu tahmin edicilerin HKO değerlerinin aksine r^2 'nin artması durumunda azalmaktadır.

Liu-M tahmin edicilerin HKO değerleri genellikle r^2 artarken azalmaktadır. Danish ve Talwar'ın Liu-M tahmin edicilerinden incelenen tüm yanlılık parametreleri kullanılarak elde edilen HKO değerlerinin r^2 artarken azalmakta olduğu görülmektedir. Bununla birlikte incelenen tüm Liu-M tahmin edicilerin \hat{d}_{Q_4} , \hat{d}_{Q_6} ve \hat{d}_{Q_7} yanlılık parametreleri kullanılarak elde edilen HKO değerlerinin r^2 artarken azalmakta olduğu görülmektedir.

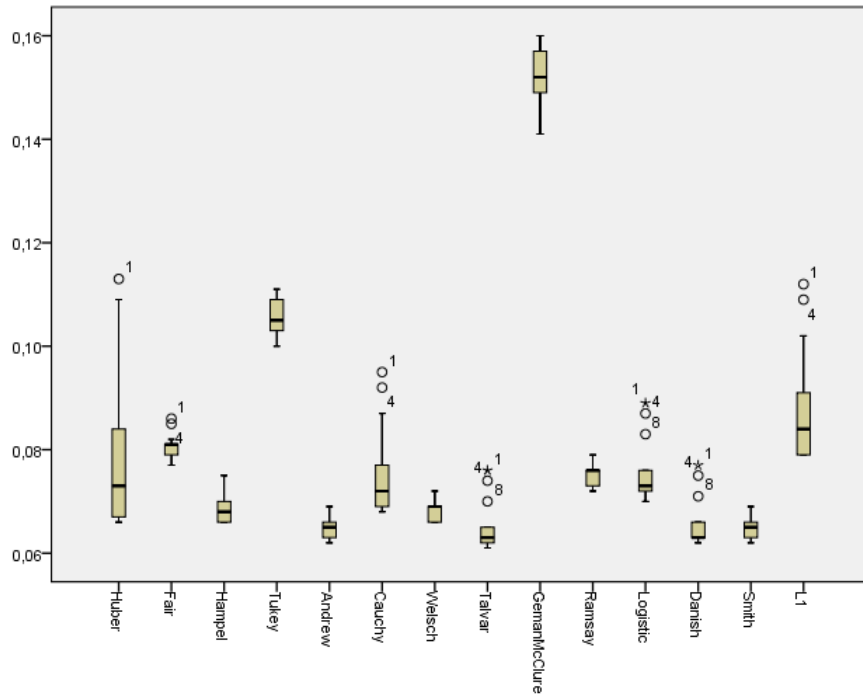
Tablo 5.31. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,95$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		153,573	56,747	10,193	141,239	0,601	40,848	34,769	111,316	0,467	7,322	11,373	63,011	0,396	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	156,144													
	Huber	0,114	0,113	0,080	0,071	0,109	0,067	0,075	0,073	0,100	0,066	0,066	0,067	0,084	0,066
	Fair	0,086	0,086	0,079	0,081	0,085	0,081	0,078	0,077	0,082	0,081	0,079	0,078	0,079	0,081
	Hampel	0,076	0,075	0,067	0,070	0,074	0,068	0,066	0,066	0,071	0,068	0,066	0,066	0,067	0,068
	Tukey	0,100	0,100	0,103	0,109	0,100	0,111	0,105	0,104	0,101	0,111	0,108	0,107	0,103	0,111
	Andrew	0,069	0,069	0,063	0,067	0,067	0,066	0,063	0,062	0,065	0,066	0,064	0,063	0,063	0,066
	Cauchy	0,095	0,095	0,075	0,072	0,092	0,070	0,072	0,071	0,087	0,069	0,068	0,068	0,077	0,069
	Welsch	0,072	0,072	0,066	0,070	0,071	0,069	0,066	0,066	0,069	0,069	0,067	0,066	0,067	0,069
	Talwar	0,076	0,076	0,064	0,065	0,074	0,063	0,062	0,062	0,070	0,063	0,061	0,061	0,064	0,062
	Geman-McClure	0,141	0,141	0,150	0,156	0,142	0,159	0,152	0,152	0,144	0,159	0,157	0,155	0,149	0,160
	Ramsay	0,079	0,079	0,073	0,076	0,078	0,076	0,073	0,072	0,076	0,076	0,074	0,073	0,074	0,076
	Logistic	0,089	0,089	0,074	0,074	0,087	0,072	0,073	0,072	0,083	0,072	0,071	0,070	0,076	0,072
	Danish	0,078	0,077	0,065	0,066	0,075	0,063	0,063	0,063	0,071	0,063	0,062	0,062	0,066	0,063
	Smith	0,069	0,069	0,063	0,067	0,068	0,065	0,063	0,062	0,066	0,065	0,063	0,063	0,063	0,065
	L1 (LAD)	0,113	0,112	0,088	0,083	0,109	0,079	0,085	0,084	0,102	0,079	0,079	0,080	0,091	0,079

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.31’de verilmiştir. Tablo 5.31 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q11} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar’ın Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,061 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

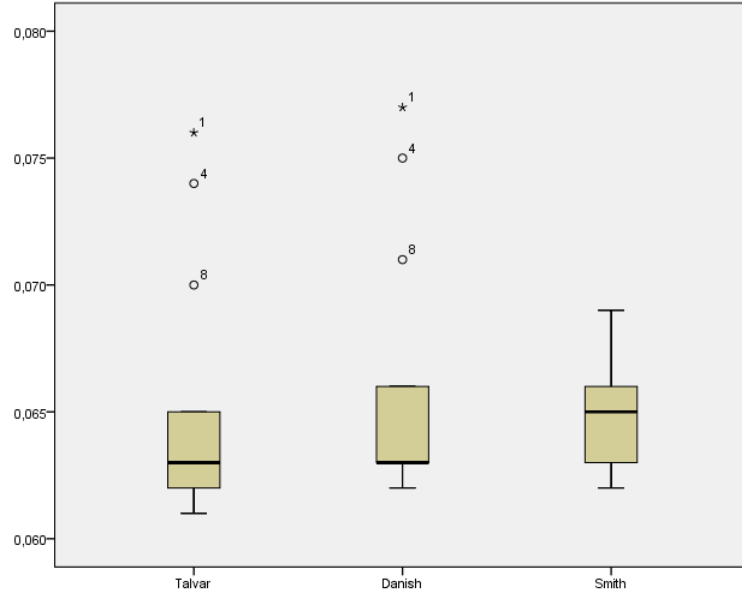
Tablo 5.31’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.42 ile verilmiştir.



Şekil 5.42 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.42’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Fair’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.43 Farklı yanlılık parametrelerine göre Talwar, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Talwar, Danish ve Smith'in HKO değerleri Şekil 5.43'te incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

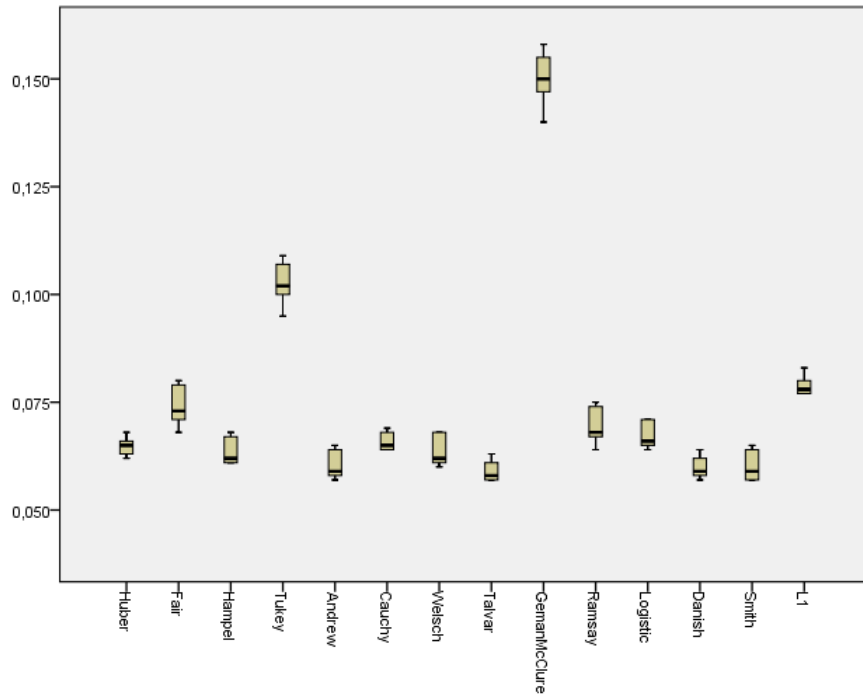
Tablo 5.32. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,99$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		766,187	292,160	45,649	700,906	0,894	196,819	161,084	536,619	0,146	31,321	47,334	293,178	0,131	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	768,910													
	Huber	0,068	0,068	0,063	0,067	0,067	0,066	0,063	0,062	0,065	0,065	0,064	0,063	0,063	0,065
	Fair	0,068	0,068	0,071	0,079	0,068	0,080	0,073	0,073	0,069	0,080	0,077	0,076	0,071	0,080
	Hampel	0,061	0,061	0,061	0,068	0,061	0,067	0,062	0,062	0,061	0,067	0,064	0,063	0,061	0,067
	Tukey	0,095	0,095	0,101	0,107	0,096	0,109	0,102	0,102	0,097	0,109	0,107	0,105	0,100	0,109
	Andrew	0,057	0,057	0,058	0,065	0,057	0,065	0,059	0,059	0,057	0,064	0,062	0,061	0,058	0,064
	Cauchy	0,065	0,065	0,064	0,069	0,065	0,069	0,064	0,064	0,064	0,068	0,066	0,065	0,064	0,068
	Welsch	0,060	0,060	0,061	0,068	0,060	0,068	0,062	0,062	0,060	0,068	0,065	0,064	0,061	0,068
	Talwar	0,058	0,058	0,057	0,063	0,058	0,061	0,057	0,057	0,057	0,061	0,059	0,058	0,057	0,061
	Geman-McClure	0,140	0,140	0,148	0,155	0,141	0,158	0,150	0,150	0,143	0,158	0,155	0,154	0,147	0,158
	Ramsay	0,064	0,064	0,067	0,074	0,064	0,075	0,068	0,068	0,065	0,075	0,072	0,071	0,067	0,075
	Logistic	0,065	0,065	0,065	0,071	0,064	0,071	0,066	0,066	0,064	0,071	0,069	0,068	0,065	0,071
	Danish	0,059	0,059	0,058	0,064	0,059	0,062	0,058	0,058	0,058	0,062	0,060	0,059	0,057	0,062
	Smith	0,057	0,057	0,058	0,065	0,057	0,064	0,059	0,058	0,057	0,064	0,062	0,061	0,057	0,064
	L1 (LAD)	0,083	0,083	0,078	0,080	0,082	0,079	0,077	0,077	0,080	0,078	0,077	0,077	0,078	0,078

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.32’de verilmiştir. Tablo 5.32 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda $\hat{d}_{Q_{12}}$ yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Talwar’ın Liu-M tahmin edicisi, \hat{d}_{Q_8} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Smith’in Liu-M tahmin edicisi, \hat{d}_{Q_4} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Smith’in Liu-M tahmin edicisi ve Andrew’ın Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,057 ile en iyi performans gösteren tahmin ediciler olduğu görülmüştür.

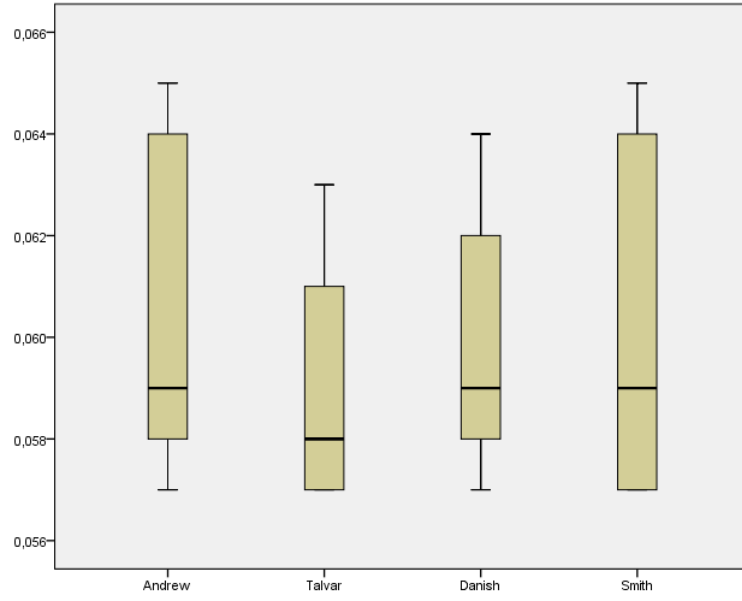
Tablo 5.32’de Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.44 ile verilmiştir.



Şekil 5.44 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.44’teki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Geman-McClure’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Huber’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.45 Farklı yanlılık parametrelerine göre Andrew, Talwar, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Andrew, Talwar, Danish ve Smith'in HKO değerleri Şekil 5.45'te incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

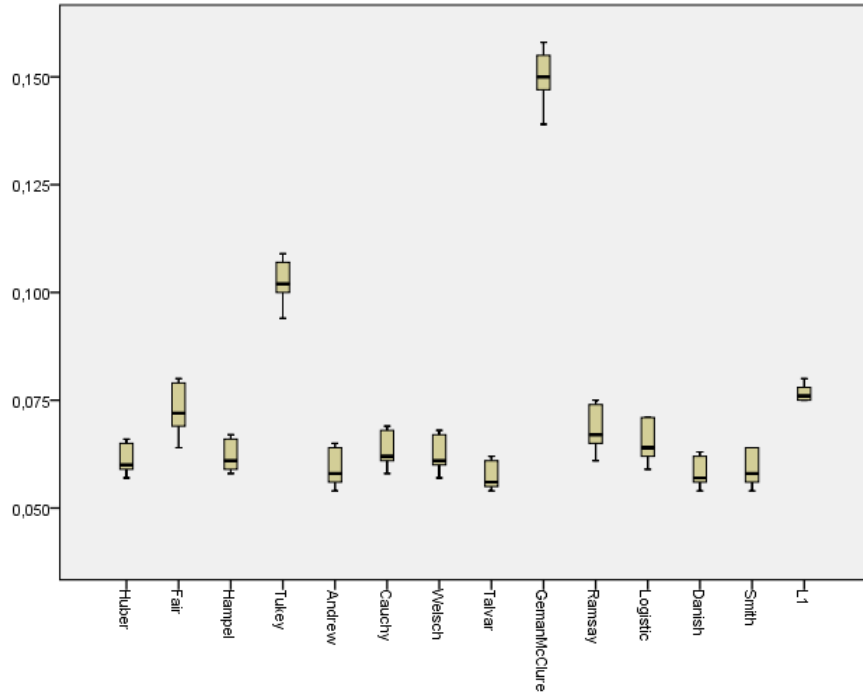
Tablo 5.33. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,10$, $r^2 = 0,999$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		7613,800	2941,805	441,596	6953,264	6,889	1958,087	1580,067	5280,897	0,065	306,410	452,822	2855,180	0,063	
		Liu-M Tahmin													
EKK	7616,574														
M Tahmin	Huber	0,057	0,057	0,059	0,066	0,057	0,066	0,060	0,060	0,057	0,065	0,063	0,062	0,059	0,065
	Fair	0,064	0,064	0,070	0,079	0,064	0,080	0,072	0,072	0,066	0,080	0,077	0,075	0,069	0,080
	Hampel	0,058	0,058	0,060	0,067	0,058	0,066	0,061	0,061	0,058	0,066	0,064	0,063	0,059	0,066
	Tukey	0,094	0,094	0,100	0,107	0,095	0,109	0,102	0,102	0,096	0,109	0,106	0,105	0,100	0,109
	Andrew	0,054	0,054	0,057	0,065	0,054	0,064	0,058	0,058	0,055	0,064	0,062	0,060	0,056	0,064
	Cauchy	0,058	0,058	0,061	0,069	0,058	0,069	0,062	0,062	0,059	0,068	0,066	0,065	0,061	0,068
	Welsch	0,057	0,057	0,060	0,068	0,057	0,068	0,061	0,061	0,058	0,067	0,065	0,064	0,060	0,067
	Talwar	0,054	0,054	0,055	0,062	0,054	0,061	0,056	0,056	0,054	0,061	0,059	0,058	0,055	0,061
	Geman-McClure	0,139	0,139	0,147	0,154	0,140	0,158	0,149	0,150	0,143	0,158	0,155	0,154	0,147	0,158
	Ramsay	0,061	0,061	0,065	0,074	0,061	0,075	0,067	0,067	0,062	0,075	0,072	0,071	0,065	0,075
	Logistic	0,059	0,059	0,063	0,071	0,059	0,071	0,064	0,064	0,060	0,071	0,068	0,067	0,062	0,071
	Danish	0,054	0,054	0,056	0,063	0,054	0,062	0,057	0,057	0,055	0,062	0,059	0,059	0,056	0,062
	Smith	0,054	0,054	0,056	0,064	0,054	0,064	0,058	0,058	0,054	0,064	0,061	0,060	0,056	0,064
	L1 (LAD)	0,076	0,076	0,075	0,080	0,075	0,078	0,075	0,075	0,075	0,078	0,077	0,076	0,075	0,078

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,10 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.33'te verilmiştir. Tablo 5.33 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda Smith'in M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,054 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

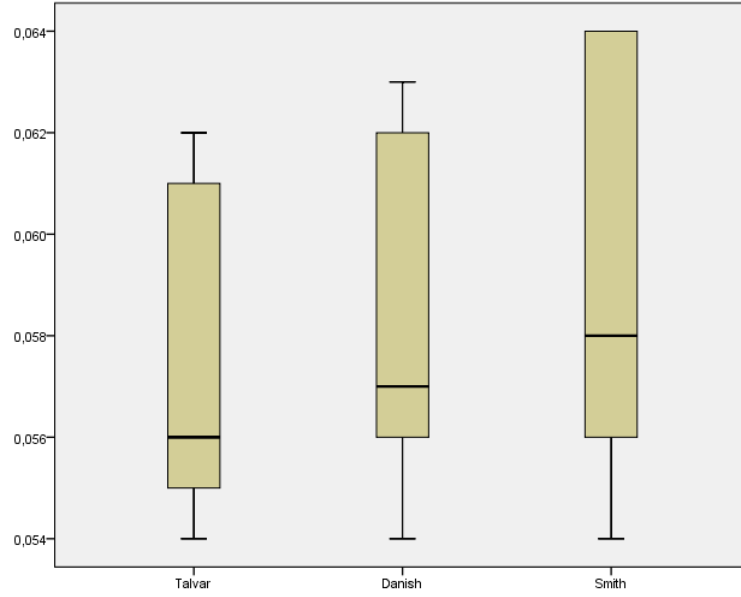
Tablo 5.33'te Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.46 ile verilmiştir.



Şekil 5.46 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.46'daki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Fair'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, L1'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur.



Şekil 5.47 Farklı yanlılık parametrelerine göre Talwar, Danish ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Talwar, Danish ve Smith'in HKO değerleri Şekil 5.47'de incelendiğinde en iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Talwar'ın Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.31, Tablo 5.32 ve Tablo 5.33 birlikte incelendiğinde r^2 'nin artması EKK ve Liu tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. \hat{d}_{Q_9} ve $\hat{d}_{Q_{13}}$ yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Liu tahmin edicisinin HKO değerleri ise diğer Liu tahmin edicilerin HKO değerlerinin aksine r^2 'nin artması durumunda azalmaktadır.

Liu-M tahmin edicileri HKO değerleri genellikle r^2 artarken azalmaktadır. Sadece \hat{d}_{Q_9} ve $\hat{d}_{Q_{13}}$ yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerleri r^2 artarken azalmamaktadır.

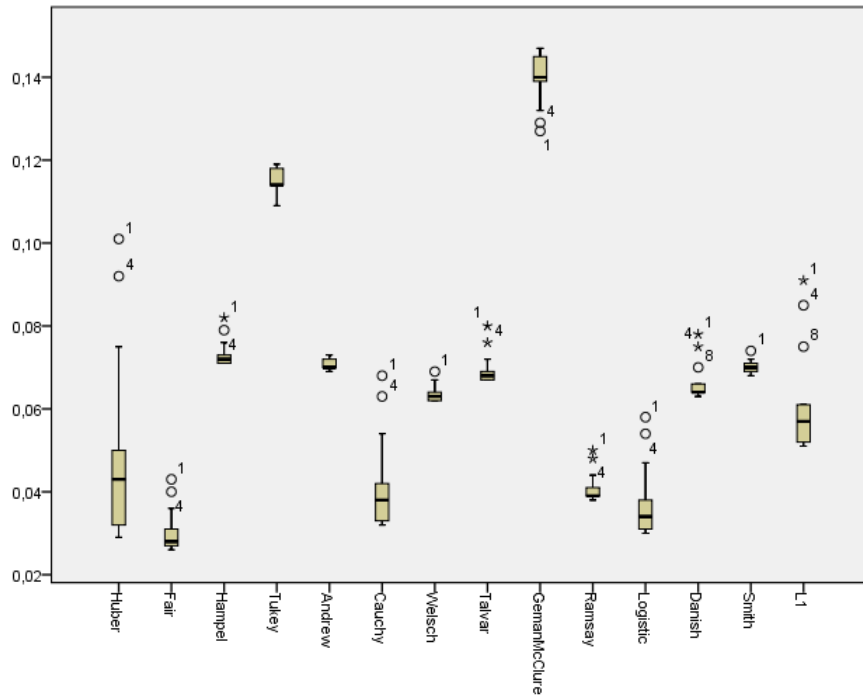
Tablo 5.34. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,95$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		88,387	23,498	17,079	75,663	1,541	16,424	16,107	55,334	0,819	1,993	3,061	15,350	0,377	
EKK		92,707	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	0,104	0,101	0,050	0,048	0,092	0,032	0,043	0,043	0,075	0,030	0,031	0,032	0,043	0,029
	Fair	0,044	0,043	0,030	0,031	0,040	0,028	0,028	0,028	0,036	0,027	0,027	0,026	0,028	0,027
	Hampel	0,083	0,082	0,073	0,072	0,079	0,073	0,071	0,071	0,076	0,071	0,071	0,071	0,071	0,072
	Tukey	0,108	0,109	0,114	0,114	0,109	0,119	0,115	0,114	0,110	0,119	0,118	0,117	0,114	0,119
	Andrew	0,074	0,073	0,070	0,070	0,072	0,072	0,069	0,069	0,070	0,072	0,071	0,070	0,069	0,072
	Cauchy	0,070	0,068	0,042	0,042	0,063	0,034	0,038	0,038	0,054	0,032	0,032	0,033	0,038	0,032
	Welsch	0,070	0,069	0,063	0,063	0,067	0,064	0,062	0,062	0,065	0,063	0,063	0,062	0,062	0,064
	Talwar	0,081	0,080	0,069	0,068	0,076	0,069	0,067	0,067	0,072	0,068	0,067	0,067	0,067	0,068
	Geman-McClure	0,126	0,127	0,139	0,139	0,129	0,146	0,140	0,140	0,132	0,146	0,145	0,144	0,140	0,147
	Ramsay	0,051	0,050	0,041	0,041	0,048	0,040	0,039	0,039	0,044	0,039	0,038	0,038	0,039	0,039
	Logistic	0,060	0,058	0,037	0,038	0,054	0,032	0,034	0,034	0,047	0,031	0,030	0,031	0,034	0,030
	Danish	0,080	0,078	0,066	0,065	0,075	0,065	0,064	0,063	0,070	0,064	0,063	0,063	0,064	0,064
	Smith	0,075	0,074	0,070	0,069	0,072	0,072	0,069	0,068	0,070	0,071	0,070	0,070	0,069	0,071
	L1 (LAD)	0,093	0,091	0,061	0,061	0,085	0,053	0,057	0,057	0,075	0,051	0,051	0,052	0,057	0,051

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,95$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.34'te verilmiştir. Tablo 5.34 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q11} yanalılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair'in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,026 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.34'te Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanalılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.48 ile verilmiştir.



Şekil 5.48 Farklı yanalılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.48'teki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanalılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Smith'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. En iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Fair'in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

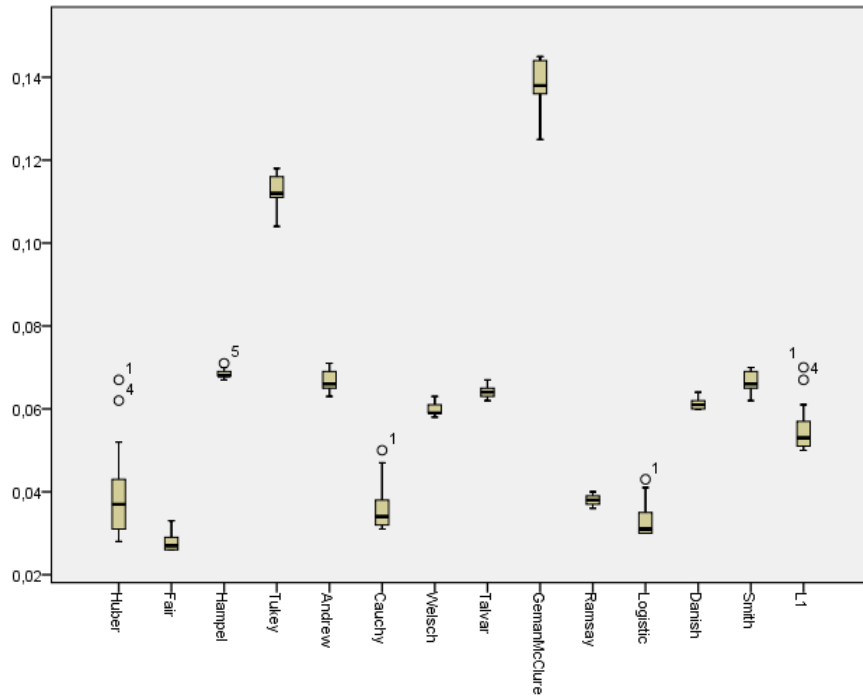
Tablo 5.35. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,99$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		470,397	144,728	94,770	399,759	5,950	84,141	75,825	280,217	0,350	7,660	11,970	73,966	0,228	
		Liu-M Tahmin													
M Tahmin	EKK	475,007													
	Huber	0,068	0,067	0,042	0,043	0,062	0,032	0,037	0,037	0,052	0,029	0,030	0,031	0,036	0,028
	Fair	0,033	0,033	0,027	0,029	0,031	0,028	0,026	0,026	0,029	0,027	0,026	0,026	0,026	0,027
	Hampel	0,069	0,069	0,068	0,068	0,068	0,071	0,068	0,067	0,067	0,070	0,069	0,069	0,068	0,070
	Tukey	0,104	0,104	0,111	0,111	0,105	0,117	0,112	0,112	0,107	0,117	0,116	0,115	0,112	0,118
	Andrew	0,063	0,063	0,065	0,066	0,063	0,071	0,066	0,066	0,063	0,070	0,069	0,068	0,066	0,070
	Cauchy	0,050	0,050	0,037	0,038	0,047	0,034	0,034	0,034	0,042	0,031	0,031	0,032	0,034	0,031
	Welsch	0,059	0,059	0,059	0,060	0,058	0,063	0,059	0,059	0,058	0,062	0,061	0,061	0,059	0,062
	Talwar	0,064	0,064	0,063	0,064	0,063	0,067	0,063	0,063	0,062	0,066	0,065	0,065	0,063	0,066
	Geman-McClure	0,125	0,125	0,136	0,137	0,127	0,144	0,138	0,138	0,130	0,145	0,144	0,143	0,138	0,145
	Ramsay	0,040	0,040	0,038	0,039	0,039	0,040	0,037	0,036	0,038	0,039	0,038	0,037	0,037	0,039
	Logistic	0,043	0,043	0,034	0,035	0,041	0,032	0,031	0,031	0,037	0,030	0,030	0,030	0,031	0,030
	Danish	0,062	0,062	0,060	0,061	0,061	0,064	0,060	0,060	0,060	0,062	0,061	0,061	0,060	0,062
	Smith	0,063	0,063	0,065	0,066	0,062	0,070	0,066	0,065	0,063	0,070	0,069	0,068	0,065	0,070
	L1 (LAD)	0,070	0,070	0,056	0,057	0,067	0,053	0,053	0,053	0,061	0,050	0,050	0,051	0,053	0,050

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,99$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.35'te verilmiştir. Tablo 5.35 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q12} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair'in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,026 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.35'te Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.49 ile verilmiştir.



Şekil 5.49 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.49'daki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Hampel'in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. En iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Fair'in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

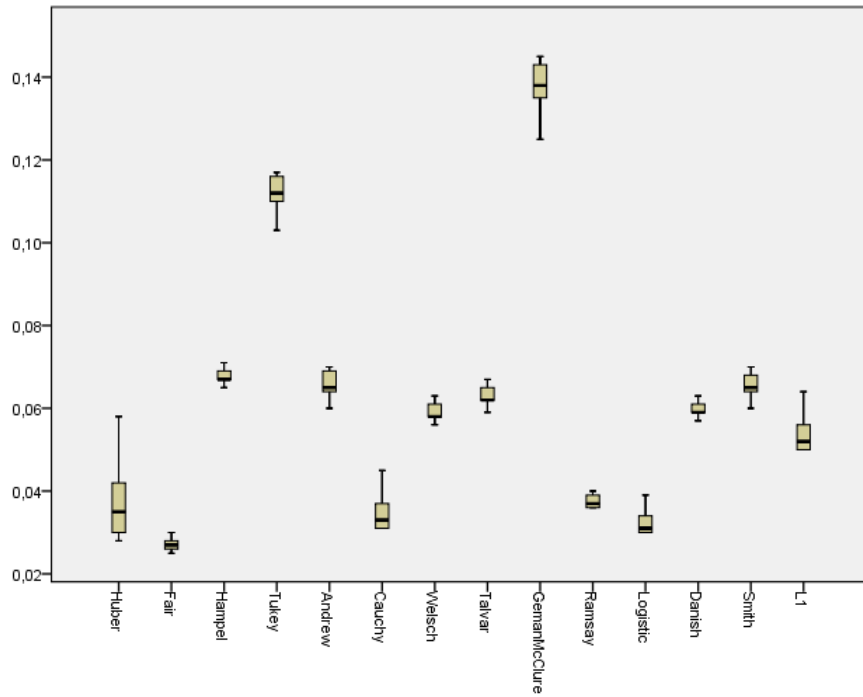
Tablo 5.36. Tahmin ediciler için HKO değerleri ($n = 200$, $AGO = 0,20$, $r^2 = 0,999$)

			Liu Tahmin													
			\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
			4819,508	1578,028	990,837	4087,704	57,178	881,851	769,237	2852,640	0,201	75,001	116,534	752,844	0,187	
		EKK	4824,219	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	0,058	0,058	0,040	0,042	0,054	0,032	0,035	0,035	0,047	0,028	0,030	0,030	0,035	0,028	
	Fair	0,030	0,030	0,027	0,029	0,029	0,028	0,026	0,025	0,027	0,027	0,026	0,026	0,025	0,027	
	Hampel	0,065	0,065	0,067	0,067	0,065	0,071	0,067	0,067	0,065	0,070	0,069	0,068	0,067	0,070	
	Tukey	0,103	0,103	0,110	0,110	0,104	0,116	0,112	0,111	0,106	0,117	0,116	0,115	0,112	0,117	
	Andrew	0,060	0,060	0,064	0,065	0,060	0,070	0,065	0,065	0,061	0,070	0,069	0,068	0,065	0,070	
	Cauchy	0,045	0,045	0,036	0,037	0,042	0,034	0,033	0,033	0,038	0,031	0,031	0,031	0,033	0,031	
	Welsch	0,056	0,056	0,058	0,059	0,056	0,063	0,058	0,058	0,056	0,062	0,061	0,060	0,058	0,062	
	Talwar	0,059	0,059	0,062	0,063	0,059	0,067	0,062	0,062	0,060	0,066	0,065	0,064	0,062	0,066	
	Geman-McClure	0,125	0,125	0,135	0,136	0,126	0,144	0,138	0,138	0,130	0,145	0,143	0,142	0,138	0,145	
	Ramsay	0,038	0,038	0,037	0,039	0,037	0,040	0,036	0,036	0,036	0,039	0,038	0,037	0,036	0,039	
	Logistic	0,039	0,039	0,032	0,034	0,037	0,032	0,031	0,030	0,034	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	
	Danish	0,058	0,058	0,059	0,060	0,058	0,063	0,059	0,059	0,057	0,062	0,061	0,061	0,059	0,062	
	Smith	0,060	0,060	0,064	0,065	0,060	0,070	0,065	0,064	0,061	0,069	0,068	0,067	0,065	0,069	
	L1 (LAD)	0,064	0,064	0,055	0,056	0,062	0,053	0,052	0,052	0,058	0,050	0,050	0,050	0,052	0,050	

Örnekleme hacmi 200 ve aykırı gözlem oranı 0,20 olmak üzere $r^2 = 0,999$ için hesaplanan HKO değerleri Tablo 5.36’da verilmiştir. Tablo 5.36 incelendiğinde aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin birlikte olduğu durumda \hat{d}_{Q12} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Fair’in Liu-M tahmin edicisinin en küçük HKO değeri olan 0,025 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olduğu görülmüştür.

Tablo 5.36’da Liu tahmin edicileri EKK tahmin edicisinden daha iyi performans göstermekle birlikte Liu-M tahmin edicileri de Liu tahmin edicilerinden daha iyi performans göstermiştir.

Liu-M tahmin edicileri için farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen HKO değerlerine ait kutu grafikleri Şekil 5.50 ile verilmiştir.



Şekil 5.50 Farklı yanlılık parametrelerine göre Liu-M tahmin edicilerin HKO değerlerine ait kutu grafiği

Şekil 5.50’deki kutu grafik incelendiğinde farklı d yanlılık parametre değerlerine göre elde edilen Huber’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin diğerlerinden daha fazla değişkenlik gösterdiği, Fair’in Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerininse diğerlerinden daha az değişkenlik gösterdiği bulunmuştur. En iyi performans gösteren tahmin edicinin en düşük HKO ortalamasına sahip olan Fair’in Liu-M tahmin edicisi olduğu görülmüştür.

Tablo 5.34, Tablo 5.35 ve Tablo 5.336 birlikte incelendiğinde r^2 'nin artması EKK ve Liu tahmin edicilerinin HKO değerlerinin genel olarak artmasına Liu-M tahmin edicisinin HKO değerlerinin azalmasına sebep olmuştur. \hat{d}_{Q9} ve \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Liu tahmin edicilerin HKO değerleri ise diğer Liu tahmin edicilerin HKO değerlerinin aksine r^2 'nin artması durumunda azalmaktadır.

Liu-M tahmin edicilerin HKO değerleri genellikle r^2 artarken azalmaktadır. Ancak \hat{d}_{Q5} , \hat{d}_{Q9} , \hat{d}_{Q10} ve \hat{d}_{Q13} yanlılık parametresi kullanılarak elde edilen Liu-M tahmin edicilerin HKO değerleri r^2 artarken azalmamaktadır

Aykırı gözlem oranı 0,10 ve $r^2 = 0,95$ için örneklem hacminin artırılması durumunda Tukey, Andrew ve Smith'in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerleri genellikle azalmaktadır.

Aykırı gözlem oranı 0,10 ve $r^2 = 0,99$ ile aykırı gözlem oranı 0,10 ve $r^2 = 0,999$ için örneklem hacminin artırılması durumundaysa Talwar'ın Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerleri genellikle azalmaktadır.

Aykırı gözlem oranı 0,20 ve $r^2 = 0,95$ için örneklem hacminin artırılması durumunda Huber, Fair, Tukey, Cauchy ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerleri genellikle azalmaktadır.

Benzer şekilde aykırı gözlem oranı 0,20 ve $r^2 = 0,99$ ile aykırı gözlem oranı 0,20 ve $r^2 = 0,99$ için Talwar, Logistic ve Cauchy'nin Liu-M tahmin edicilerinin HKO değerleri azalmaktadır.

$n = 100$ iken $r^2 = 0,95$, $r^2 = 0,99$ ve $r^2 = 0,999$ olmak üzere ayrı ayrı incelendiğinde aykırı gözlem oranını artırmamız durumunda Welsch, Geman-McClure ve Danish'in Liu-M tahmin edicilerinin değerleri azalmaktadır.

$n = 200$ iken $r^2 = 0,95$, $r^2 = 0,99$ ve $r^2 = 0,999$ olmak üzere ayrı ayrı incelendiğinde aykırı gözlem oranını artırmamız durumunda Huber, Fair, Cauchy, Welsch, Geman-McClure, Ramsay ve Logistic'in Liu-M tahmin edicilerinin değerleri azalmaktadır.

5.3. Uygulama

Bu bölümde çoklu bağlantı ve normal dağılmama problemlerine sahip gerçek bir veri seti uygulaması gerçekleştirilmiştir. Myers (1990)'dan alınan Virginia veri seti kullanılmıştır. Veri seti 1950-1979 yılları arasında 8 bağımsız değişken bir bağımlı değişken arasındaki ilişkinin çoklu doğrusal regresyon modeliyle modellenmesini içermektedir. Bağımlı değişken üretim/milyon, bağımsız değişkenler; harcamalar/milyon, sermaye girdileri/milyon, çalışan/yıllık, arazi büyüklüğü/dönüm, yağış, araştırma harcamaları, ek harcamalar ve eğitim harcamalarıdır. Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemi kullanılarak veri seti eğitim ve test verisi şeklinde iki parçaya ayrılmıştır. Çapraz doğrulama işlemi $k=6$ alınarak her defasında veri seti eğitim ve test verilerinden oluşan 6 parçaya ayrılmış ve bu ayrılışın etkisini azaltmak için 1000 tekrar uygulanarak işlemler gerçekleştirilmiştir. Bu işlemler sırasında eğitim verileri veri setinden rastgele seçilen 25 gözlemden, test verileri de 5'er gözlemden oluşturulmuştur. Eğitim verileri kullanılarak simülasyon çalışmasında incelendiği şekilde EKK, Ridge, M tahminleri ve Ridge-M yöntemleri için parametre tahminleri elde edilmiştir. Elde edilen parametre tahminleri kullanılarak test verileri tahmin edilmiş, test verileri ile tahmin arasındaki hata kareler toplamları kullanılarak tahmin edicilerin performansları karşılaştırılmıştır.

Veri setinde bağımsız değişkenler arasındaki $KI=120276991587,581$ olarak hesaplanmıştır. Bu değer veri setinde güçlü çoklu doğrusal bağlantının olduğunu göstermektedir.

EKK hatalarının normal dağılım gösterip göstermediği Kolmogorov Smirnov testi ile incelenmiştir. $p = 4,0642e - 31$ bulunmuş olup $p < 0,05$ olduğu için normal dağılım göstermediği sonucuna ulaşılmıştır.

$y_{test(t,i)}$: t. tekrarda test grubunda bulunan i. gözlem değeri

$\hat{y}_{(t,i)}$: t. tekrarda test grubunda bulunan i. gözlemin tahmini

$$CV = \frac{1}{1000} \sum_{t=1}^{1000} \sum_{i=1}^5 \left(y_{test(t,i)} - \hat{y}_{test(t,i)} \right)^2$$

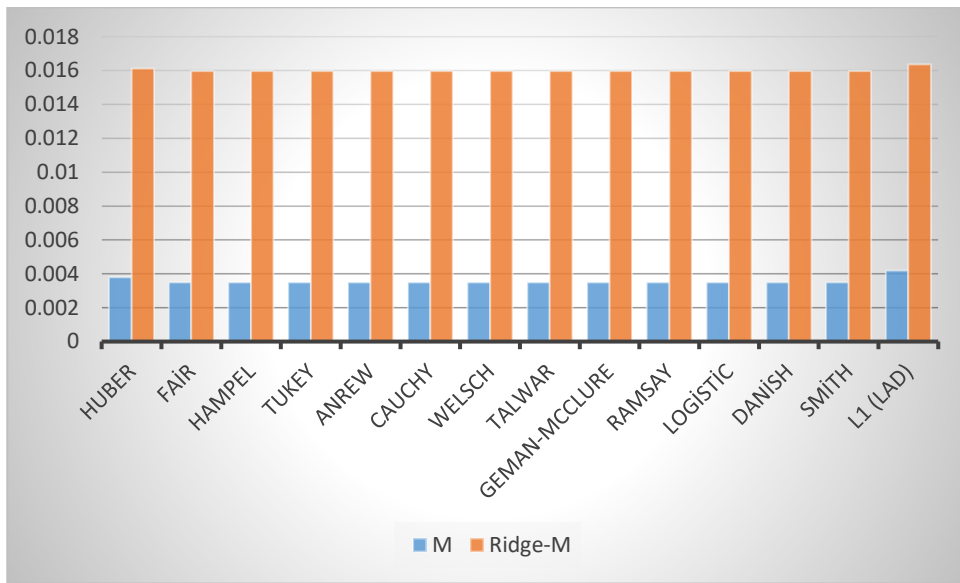
eşitliği ile CV değerleri bulunur.

Tablo 5.37. Virginia veri setinde tekrarlı k çapraz doğrulama yönetimine göre tahmin edicilerin ortalama hata kareleri toplamları (Ridge) ($\times 10^{-3}$)

		Ridge Tahmin												
		\hat{K}_{HK}	\hat{K}_{HKB}	\hat{K}_{LW}	\hat{K}_{HSL}	\hat{K}_{AO}	\hat{K}_{GO}	\hat{K}_{MED}	\hat{K}_{KS}	\hat{K}_{AY1}	\hat{K}_{AS}	\hat{K}_{DG}	\hat{K}_{AY2017}	
EKK		3,5192	3,2987	3,2350	3,4099	3,2767	5,7617	3,4100	3,4154	3,2980	3,3087	14,9908	12,1474	132,1340
M Tahmin		M-Ridge Tahmin												
Huber	3,8193	3,5082	3,4144	3,5696	3,4339	5,8587	3,5463	3,5557	3,5077	3,5336	15,1014	12,2552	132,1794	
Fair	3,5235	3,3020	3,2382	3,4130	3,2798	5,7639	3,4128	3,4182	3,3014	3,3121	14,9956	12,1514	132,1364	
Hampel	3,5192	3,2987	3,2350	3,4099	3,2767	5,7617	3,4100	3,4154	3,2980	3,3087	14,9908	12,1474	132,1340	
Tukey	3,5194	3,2988	3,2352	3,4100	3,2769	5,7618	3,4102	3,4155	3,2982	3,3088	14,9910	12,1475	132,1341	
Andrew	3,5192	3,2987	3,2351	3,4099	3,2768	5,7617	3,4101	3,4154	3,2981	3,3087	14,9909	12,1474	132,1340	
Cauchy	3,5193	3,2987	3,2351	3,4099	3,2768	5,7617	3,4101	3,4154	3,2981	3,3087	14,9909	12,1474	132,1340	
Welsch	3,5193	3,2987	3,2351	3,4099	3,2768	5,7617	3,4101	3,4154	3,2981	3,3087	14,9909	12,1474	132,1340	
Talwar	3,5192	3,2987	3,2350	3,4099	3,2767	5,7617	3,4100	3,4154	3,2980	3,3087	14,9908	12,1474	132,1340	
Geman-McClure	3,5193	3,2987	3,2351	3,4099	3,2768	5,7617	3,4101	3,4154	3,2981	3,3087	14,9909	12,1475	132,1340	
Ramsay	3,5214	3,3004	3,2366	3,4114	3,2783	5,7628	3,4114	3,4168	3,2998	3,3104	14,9932	12,1495	132,1352	
Logistic	3,5193	3,2987	3,2351	3,4099	3,2768	5,7618	3,4101	3,4155	3,2981	3,3088	14,9909	12,1475	132,1340	
Danish	3,5192	3,2987	3,2350	3,4099	3,2767	5,7617	3,4100	3,4154	3,2980	3,3087	14,9908	12,1474	132,1340	
Smith	3,5192	3,2987	3,2351	3,4099	3,2767	5,7617	3,4100	3,4154	3,2981	3,3087	14,9909	12,1474	132,1340	
L1 (LAD)	4,2473	3,7584	3,6269	3,7869	3,6153	6,0734	3,7316	3,7409	3,7580	3,7925	15,4819	12,5945	132,3386	

Tablo 5.37 incelendiğinde \hat{k}_{HKB} parametrelili Ridge-M tahmin edicisinin tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemi kullanılarak hesaplanan ortalama hata değerleri toplamı 0,0032 ile en iyi performans gösteren tahmin edici olmuştur. Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemindeki ortalama hata değerleri toplamalarına göre \hat{k}_{AS} , \hat{k}_{AS} , \hat{k}_{DG} ve \hat{k}_{AY2017} yanlılık parametreleri kullanılarak üretilenler haricindeki Ridge-M tahmin edicileri M ve Ridge tahmin edicilerine göre daha iyi performans göstermiştir.

Farklı yanlılık parametreleri için Ridge-M tahmin edicilerinin hata değerleri toplamalarının ortalaması M tahmin edicilerin hata değerleri toplamaları ortalaması ile karşılaştırılması Şekil 5.51 de verilmiştir.



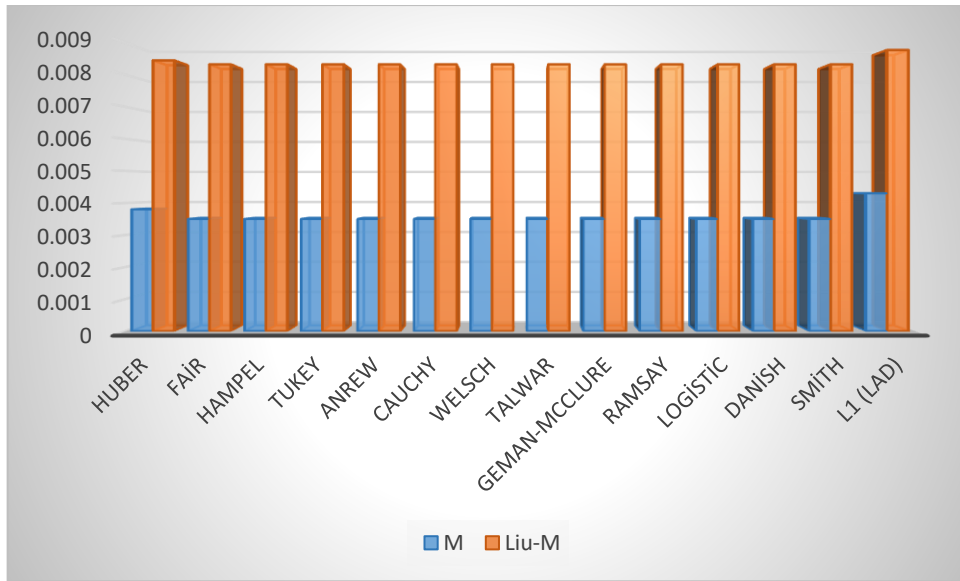
Şekil 5.51 Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemindeki ortalama hata değerleri toplamalarına göre M ve Ridge-M tahmin edicilerin karşılaştırması

Tablo 5.38. Virginia veri setinde tekrarlı k çapraz doğrulama tekniğine göre tahmin edicilerin ortalama hata kareleri toplamları (Liu) ($\times 10^{-3}$)

		Liu Tahmin													
		\hat{d}_{Q1}	\hat{d}_{Q2}	\hat{d}_{Q3}	\hat{d}_{Q4}	\hat{d}_{Q5}	\hat{d}_{Q6}	\hat{d}_{Q7}	\hat{d}_{Q8}	\hat{d}_{Q9}	\hat{d}_{Q10}	\hat{d}_{Q11}	\hat{d}_{Q12}	\hat{d}_{Q13}	
		3,526	9,553	8,834	5,106	9,585	9,587	9,587	9,585	9,587	9,139	8,499	5,977	9,561	
	EKK	3,5195	Liu-M Tahmin												
M Tahmin	Huber	3,8208	3,7801	9,6512	8,9381	5,2652	9,6832	9,6848	9,6848	9,6830	9,6848	9,2414	8,6043	6,1126	9,6590
	Fair	3,5238	3,5302	9,5564	8,8379	5,1091	9,5887	9,5903	9,5903	9,5885	9,5903	9,1432	8,5023	5,9800	9,5643
	Hampel	3,5195	3,5263	9,5527	8,8342	5,1055	9,5849	9,5865	9,5865	9,5847	9,5865	9,1394	8,4987	5,9768	9,5605
	Tukey	3,5197	3,5265	9,5528	8,8343	5,1057	9,5850	9,5867	9,5867	9,5848	9,5867	9,1396	8,4988	5,9769	9,5607
	Anrew	3,5196	3,5263	9,5527	8,8342	5,1056	9,5849	9,5866	9,5866	9,5847	9,5866	9,1395	8,4987	5,9768	9,5606
	Cauchy	3,5196	3,5263	9,5527	8,8342	5,1056	9,5849	9,5866	9,5866	9,5847	9,5866	9,1395	8,4987	5,9768	9,5606
	Welsch	3,5196	3,5263	9,5527	8,8342	5,1056	9,5849	9,5866	9,5866	9,5847	9,5866	9,1395	8,4987	5,9768	9,5606
	Talvar	3,5195	3,5263	9,5527	8,8342	5,1055	9,5849	9,5865	9,5865	9,5847	9,5865	9,1394	8,4987	5,9768	9,5605
	Geman-McClure	3,5196	3,5263	9,5527	8,8342	5,1056	9,5849	9,5866	9,5866	9,5847	9,5866	9,1395	8,4987	5,9768	9,5606
	Ramsay	3,5217	3,5283	9,5546	8,8361	5,1074	9,5868	9,5885	9,5884	9,5866	9,5885	9,1414	8,5005	5,9784	9,5625
	Logistic	3,5196	3,5264	9,5527	8,8343	5,1056	9,5850	9,5866	9,5866	9,5848	9,5866	9,1395	8,4987	5,9768	9,5606
	Danish	3,5195	3,5263	9,5527	8,8342	5,1055	9,5849	9,5865	9,5865	9,5847	9,5865	9,1394	8,4987	5,9768	9,5605
	Smith	3,5196	3,5263	9,5527	8,8342	5,1056	9,5849	9,5865	9,5865	9,5847	9,5865	9,1395	8,4987	5,9768	9,5606
	L1 (LAD)	4,2578	4,1554	9,9932	9,2738	5,5913	10,0252	10,0269	10,0269	10,0250	10,0269	9,5808	8,9309	6,3952	10,0008

Tablo 5.38 incelendiğinde M tahmin edicilerden Hampel, Talwar ve Danish'in tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemi kullanılarak hesaplanan ortalama hata değerleri toplamı 0,0035 değeri ile en iyi performans gösteren tahmin edici olmuştur. Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemindeki ortalama hata değerleri toplamlarına göre M tahmin ediciler Liu-M tahmin edicileri göre daha iyi performans göstermiştir.

Farklı yanlılık parametreleri için Liu-M tahmin edicilerinin hata değerleri toplamlarının ortalaması M tahmin edicilerin ortalama hata değerleri toplamları ile karşılaştırması Şekil 5.52 de verilmiştir.



Şekil 5.52 Tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemindeki ortalama hata değerleri toplamlarına göre M ve Liu-M tahmin edicilerin karşılaştırması

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Simülasyon çalışması sonuçları göre; EKK, Ridge, M, ve Ridge-M tahmin ediciler arasında HKO ölçütüne göre aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin bir arada olduğu durumlarda Ridge-M tahmin edicileri daha iyi bir performans göstermiştir. EKK, Liu, M, ve Liu-M tahmin edicileri arasında yapılan karşılaştırmada Liu-M tahmin edicileri daha iyi performans göstermiştir.

Aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin bir arada olduğu Virginia veri setinde tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemi kullanılarak EKK, ridge, M, ve Ridge-M tahmin edicileri karşılaştırılmış ve Ridge-M tahmin edicileri daha başarılı bulunmuştur. Yine Virginia veri setinde tekrarlı k çapraz doğrulama yöntemi kullanılarak EKK, Liu, M, ve Liu-M tahmin edicileri karşılaştırılmış ve M tahmin edicileri daha başarılı bulunmuştur.

Bundan sonraki çalışmalarda aykırı gözlem ve çoklu doğrusal bağlantı probleminin bir arada olduğu durumlar için M tahmin ediciler ile çoklu doğrusal bağlantı probleminde kullanılan diğer yanlı tahmin edicilerin birlikte kullanımı ile elde edilecek tahmin edicilerin performansı incelenebilir.

7. KAYNAKLAR

- Akdeniz, F., Kaçıranlar, S., 1995, On The Almost Unbiased Generalized Liu Estimator And Unbiased Estimation Of The Bias And MSE. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 24(7), 178-179.
- Asar, Y., Karaibrahimoğlu, A. & Genç, A. (2014). Modified ridge regression parameters: A comparative Monte Carlo study . *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics* , 43 (5) , 827-841
- Büyükuysal M.Ç., 2010, Ridge Regresyon Analizi ve Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, *Uludağ Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü*, Bursa, 10-30.
- Demirci M.A., 2014, Ridge Regresyonda Sapma Parametresi k'nın Elde Edilmesinde Genetik Algoritma Yaklaşımı, Yüksek Lisans Tezi, *Ondokuzmayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Samsun , 3-23.
- De Menezes, D. Q. F., Prata, D. M., Secchi, A. R., & Pinto, J. C. 2021. A review on robust M-estimators for regression analysis. *Computers & Chemical Engineering*, 107254.
- Gujarati, D. N., 1995, *Basic Econometrics*, 3rd Ed., McGraw-Hill, New York.1002s.
- Hampel, F. R., 1974. The influence curve and its role in robust estimation. *Journal of the american statistical association*, 69(346), 383-393.
- Hocking, R. R., Speed, F. M., & Lynn, M. J, 1976. A class of biased estimators in linear regression. *Technometrics*, 18(4), 425–437.
- Hoerl, A. E., and R. W. Kennard, 1970a, Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems, *Technometrics* 12 (1), 55–67.
- Hoerl, A. E., Kennard, R. W., 1970b. Ridge Regression: Applications to nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1), 69–82.
- Kaçıranlar S., 1995, Yanlı Regresyon Tahmin Edicileri ve Hata Kareleri Ortalaması Kriterlerine Göre Karşılaştırmalar, Doktora Tezi, *Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Adana, 33-57.
- Kaçıranlar S., Sakallıoğlu, S., 2000, Liu Ve Temel Bileşenler Regresyon Tahmin Edicilerinin Birleştirilmesi, İstatistik Araştırma Sempozyumu.
- Kalkan F., 2021, Çoklu Bağlantı Probleminde Ridge Parametrelerinin Sağlamlıklarının İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya, 6-23.
- Karaoğlu E., 2019, Regresyon Analizinde Çoklu Doğrusal Bağlantı Probleminin İncelenmesi: Temel Bileşenler, Yüksek Lisans Tezi, *Ondokuzmayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Samsun, 4-35.
- Khalaf G. and G. Shukur, 2005, Choosing ridge parameter for regression problems. *Communication in Statistics: Theory and Methods* 34 (5):1177–1182.

- Kibria, B. M. G., 2003. Performance of some new ridge regression estimators. *Communications in Statistics-Simulation and Computation* 32 (2):419–435.
- Kibria, G., Banik, S., 2019. A Simulation Study on the Size and Power Properties of Some Ridge Regression Tests. *Applications & Applied Mathematics*, 14(2), 741-761.
- Liu, K., 1993, A new class of biased estimate in linear regression, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol. 22, No. 2, 393-402
- Lukman, A. F., Ayinde, K., 2017. Review and classifications of the ridge parameter estimation techniques. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 46(5), 953-967.
- Montgomery D. Peck, E, 1991. *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley and Sons Inc., 5, 645 New York,
- Muniz, G., and Kibria, B. M. G., 2009, On some ridge regression estimators: An empirical comparisons. *Communications in Statistics—Simulation and Computation* 38 (3):621–630.
- Myers, R. H., & Myers, R. H. (1990). *Classical and modern regression with applications* (Vol. 2, p. 488). Belmont, CA: Duxbury press.
- Sevinç Kurnaz F., 2011, Bazı Yanlı Tahmin Edicilerde Yanlılık Parametresinin Tahmin Edilmesi, Yüksek Lisans Tezi, *İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 1-79.
- Shukur, G., K. Mansson, and P. Sjolander, 2015, Developing Interaction Shrinkage Parameters for the Liu Estimator—with an Application to the Electricity Retail Market, *Computational Economics* 46 (4):539–550.
- Qasim M, Amin M., and Omer T., 2020, Performance of some new Liu parameters for the linear regression model, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 49:17, 4178-4196
- Türkmen Şahingöz M., 2019, Regresyon Analizinde Yanlı Tahmin Yöntemleri, Yüksek Lisans Tezi, *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Muğla, 3-28.
- Yaşar N., 2022, Eğitim Verileri Üzerinde Temel Bileşenler Analizi ve Regresyon Analizinin R Programında Uygulanması Ve Yorumlanması, Yüksek Lisans Tezi, *Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Antalya, 13-14.
- Yurtaslan A., 2022, Ridge Tahminine Dayalı M- Regresyonunun Etkinliğinin İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya, 1-22.