T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ BÖLÜMÜ

LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN NOKTADA TÜREV VE TÜREV FONKSİYONU HAKKINDAKİ KAVRAM İMAJLARI

Güneş ERDOĞAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman
Prof. Dr. Bünyamin AYDIN

Konya 2017

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

KONYA

BİLİMSEL ETİK SAYFASI

Öğrencinin

Adı Soyadı	GÜNEŞ ERDOĞAN
Numarası	148307041002
Ana Bilim / Bilim Dalı	MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ / MATEMATİK EĞİTİMİ
Programı	Tezli Yüksek Lisans
Tezin Adı	LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN NOKTADA TÜREV VE TÜREV FONKSİYONU HAKKINDAKİ KAVRAM İMAJLARI

Bu tezin proje safhasından sonuçlanmasına kadarki bütün süreçlerde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını bildiririm.

Öğrencinin imzası
(İmza)

Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi
A1-Blok 42090 Meram Yeni Yol /Meram /KONYA
Telefon: (0 332) 324 7660 Faks : 0 332 324 5510
Elektronik Ağ: www.konya.edu.tr E-Posta: ebil@konya.edu.tr

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

KONYA

YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU

Öğrencinin

Adı Soyadı	GÜNEŞ ERDOĞAN
Numarası	148307041002
Ana Bilim / Bilim Dalı	MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ / MATEMATİK EĞİTİMİ
Programı	Tezli Yüksek Lisans
Tez Danışmanı	PROF. DR. BÜNYAMİN AYDIN
Tezin Adı	LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN NOKTADA TÜREV VE TÜREV FONKSİYONU HAKKINDAKİ KAVRAM İMAJLARI

Yukarıda adı geçen öğrenci tarafından hazırlanan ………………………………… başlıklı bu çalışma ..12../..06../.2017 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunarak, jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Ünvanı, Adı Soyadı	Danışman ve Üyeler	İmza
PROF. DR. BÜNYAMİN AYDIN (Danışman)		
DOÇ. DR. AHMET ERDOĞAN		
DOÇ. DR. DİLEK SEZGİN MEMNUN		

Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi
A1-Blok 42090 Meram Yeni Yol /Meram /KONYA
Telefon: (0 332) 324 7660 Faks : 0 332 324 5510
Elektronik Ağ: www.konya.edu.tr E-Posta: ebil@konya.edu.tr

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Ensitüsü Müdürlüğü

Öğrencinin		
	Adı Soyadı	Güneş Erdoğan
	Numarası	148307041002
	Ana Bilim / Bilim Dalı	Ortaöğretim/Matematik Eğitimi
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Prof. Dr. Bünyamin Aydın
	Tezin Adı	Lise Matematik Öğretmenlerinin Noktada Türev Ve Türev Fonksiyonu Hakkındaki Kavram İmajları

ÖZET

Bu araştırmanın amacı; lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkında sahip oldukları kavram imajlarını ortaya koymaktır. Katılımcılar Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde görev yapan 30 öğretmenden oluşmuştur. Öğretmenlerden 15'inin görev yılının 1 ile 5 yıl arasında olan ve diğer 15 kişinin ise 5 ve 5 yıldan daha fazla süredir görev yapıyor olması dikkate alınacaktır. Öğretmenlerin çalışmaya katılmalarında gönüllülük esas alınmıştır. Veriler; gözlemler, uygulama formu olan yazılı doküman ve klinik mülakat ile toplanmıştır. Yapılan klinik mülakatlarda öğretmenlerin kavram imajlarını ortaya çıkarmaya yönelik görüşme sorularına yer verilmiştir. Tall ve Vinner (1981) tarafından geliştirilen kavram imajı ve kavram tanımı yapısı baz alınarak çalışmanın verileri elde edilmiştir.

Toplanan verilerde öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımları, türev kavramı ile ilgili kavram imajları, türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajlarının neler olduğu sorgulanmıştır. Toplanan veriler ve yapılan analizlere bakıldığında, çoğu öğretmenin türev hakkındaki sorulara ezbere yazılan formüller, klişeleşmiş birkaç sözle yanıt verdiği görülmüştür.

Elde edilen bulgulardan bu öğretmenlerin türev kavramı ve türev fonksiyonu hakkında yeterli kavram bilgisine sahip olmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca, araştırmanın bulgularına göre türev hakkında genel bir bilgi vermekte zorlanan

öğretmenler noktada türev yardımıyla türevi açıklamaya çalışmışlardır. Tüm bu bilgiler ışığında; araştırmanın literatüre, lisans öğretim programı ve lise müfredatına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca çalışmanın bu konuda araştırma yapmak isteyen eğitimcilere yol göstereceği düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: Türev kavramı, türev fonksiyonu, kavram imajı, lise matematik öğretmeni

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Ensitüsü Müdürlüğü

Öğrencinin

Adı Soyadı	Güneş Erdoğan
Numarası	148307041002
Ana Bilim / Bilim Dalı	Ortaöğretim/Matematik Eğitimi
Programı	Tezli Yüksek Lisans
Tez Danışmanı	Prof. Dr. Bünyamin Aydın
Tezin İngilizce Adı	Concept Image About Derrıvatıon At Poınt And Derrıvatıon Functıon Of Hıgh School Mathematıcs Teachers

SUMMARY

Intention of this research is exhibiting the concept image about derrivation at point and derrivation function of high school mathematic teacher's. The participants consist of 30 teachers who working in the ministry of education. Half of the participants have job experience over 5 years and the other half of the participants have jobs experience under the 5 years. Volunteerism was taken as the basis for teachers' participation in the work. The datas obtaining with investigations, interview form and clinical interview. Questions were included which exposeing for concept images of teachers in the clinical interviews. The datas of this work obtained using the structure of concept image and definition of concept who developed by Tall and Vinner in 1981.

What the teachers' was questioned information about definitions of concept, derrivation concept and definitions of related concept and concept image of derrivation's function in collected data. Most of the teachers are answered with formulas by rote and stereotyped some statements when looking to collected data and their analysis. This teachers haven't got enough concept informations about definition of the derrivation and derrivation function accordind to the findings. Furthermore, according to the findings the teachers who slogged on giving general info of derrivation are struggled with derrivations at point for explaining of derrivation.

According to the all of datas and informations, this reseach contribute to curriculum of high school, curriculum of mathematic education faculty and literature. Additionally, this work contribute to educationalists who want to make reseach on this topic.

Keywords: concept of derrivation, derrivation function, concept image, high school mathematics teachers

İçindekiler

TABLOLAR LİSTESİ

GRAFİK VE ŞEKİLLER LİSTESİ

1.GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, araştırmanın önemi, araştırmanın amacı, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlar konu edilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Analiz, genel matematik derslerinden biri olup fen, mühendislik, tıp, işletme, iktisat, eğitim fakültelerinin bazı bölümlerinde okutulmaktadır. Fakültelerde okutulan analiz dersi kadar derinlemesine olmasa da lise düzeyinde de öğrenciler analiz ile karşılaşmaktadırlar. Analiz konuları lisede işlemsel ağırlıklı, yüzeysel bir şekilde okutulmaktadır. Üniversite giriş sınavında da işlemsel becerilerini ölçen analiz sorularıyla karşılaşan öğrenciler ilgili fakültelerdeki analiz dersinde analizdeki kavramların anlamsal boyutlarında sorun yaşamaktadırlar. Öğrencilerin bu gibi sınavlarla sadece işlemsel becerileri ölçüldüğü için matematiği hesap yapmaktan ibaret olarak düşünmektedirler. Üniversite sınavına hazırlanan öğrenciler lisede işlemsel becerilerini geliştirip kavramların anlamlarını öğrenmede eksiklikler yaşamaktadırlar. Oysa ki MEB 2013'te yayınladığı ortaöğretim matematik programında problem çözebilen, akıl yürütebilen, kavramları açıklamak için diğer kavramlardan yararlanan, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkileri anlayabilen, kavramları kendi içerisinde ilişkilendirebilen, bir matematiksel kavramı ilgili disiplin alanlarıyla modelleyebilen, sorgulayan, üretken olan, matematiğe değer veren, eleştirel ve analitik düşünebilen, matematiği bir iletişim dili olarak kullanabilen tipte bir öğrenci yetiştirilmesi gerekliliğini vurgulamaktadır.

Gün geçtikçe matematik öğretiminde kavramların kavramsal öğretimi önem kazanmaktadır. Bu araştırmanın odak noktası özel olarak türev kavramıdır. Ülkemizde türev kavramı ilk olarak lisede karşımıza çıkmaktadır. Genelde türev kavramının işlemsel boyutuna, türev alma kurallarına ve türevin uygulamalarına vurgu yapılıp öğretim yapılmaktadır. Çoğu araştırmada lise öğrencilerinin türev kavramına ilişkin hatalarının ve eksik öğrenmelerinin olduğu görülmüştür. (Özgen ve Alkan, 2014; Gür ve Barak, 2007)

Türev konusunun uygulama alanı sadece matematikle sınırlı değildir. Fizik, kimya, mühendislik, ekonomi, astronomi, teknoloji ve diğer yeni alanlarda da uygulaması vardır. Liseden sonra üniversitelerin ilgili bölümlerinde öğretim gören öğrencilerin de bu bölümlerde türevin kavramsal boyutunun anlaşılmasında sorun yaşadıkları, öğrenmelerinde eksikliklerin olduğu bazı araştırmalarla tespit edilmiştir (Açıkyıldız ve Gökçek, 2015; Arıkan, Özkan ve Ünal, 2014). Ayrıca ilgili literatür tarandığında öğretmenlerin türev hakkındaki alan bilgisine yönelik bir çalışma olmadığı görülmüştür. Genel olarak gerek öğrencilerin gerekse öğretmenlerin türev fonksiyonunu nasıl kavramsallaştırdıklarına yönelik çalışmaların az sayıda olduğu ortaya çıkmıştır. Oysa ki eğitim ve öğretimin en önemli parçalarından biri öğretmenlerdir ve ayrıca türev fonksiyonun anlaşılması noktada türevin anlaşılması için gereklidir. Bu araştırmada literatürdeki bu boşluk göz önünde bulundurularak, lisede görev yapan matematik öğretmenlerinin türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları araştırılacaktır.

1.2.Problem Cümlesi

Lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları nasıldır?

1.3. Alt problemler

1. Öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımları ve kavram imajları nelerdir?
2. Öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkında sahip oldukları kavram tanımları ve kavram imajları nelerdir?

1.4. Araştırmanın Amacı

Türev kavramı ile ilgili yapılan araştırmalarda; lise öğrencilerinin, öğretmen adaylarının, mühendislik fakültesi öğrencilerinin yanlış kavram imajlarına sahip oldukları ve türev ile ilgili zorluklar yaşadıkları anlaşılmıştır.

Yapılan çalışmalar türev kavramını öğretmekle yükümlü olan öğretmenler ile ilgili araştırmaların olmadığını göstermektedir. Öğretmenlerin sahip oldukları alan ve pedagojik alan bilgileri hem öğretimlerini hem de öğrenci öğrenmelerini doğrudan etkilediği için, öğretmenlerin alan bilgilerinin incelenmesi önemlidir. Ayrıca, ilgili literatürdeki çalışmalara bakıldığında öğrenci ya da öğretmenlerin türev fonksiyonu ile ilgili kavrayışlarını veya imajlarını irdeleyen araştırmalara rastlanmamıştır. Bu çalışma bu doğrultuda atılmış önemli bir adım olup lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajlarını incelemeyi amaçlamakta ve özellikle türev fonksiyonu ile ilgili kavrayışlarını irdelemektedir.

1.5.Araştırmanın Önemi

Birçok ülkede olduğu gibi ülkemizde yapılan üniversiteye giriş sınavında ve ortaöğretim matematik programında Analiz dersi lise öğrencilerinin karşısına çıkmaktadır. Ayrıca, mühendislik ya da fen fakültelerindeki çoğu bölümde yüksek matematik dersleri okutulmakta ve fonksiyon, limit, türev, integral gibi Analizin temel konuları bu derslerin içeriğinde yer almaktadır. Bu kadar önemli görülen Analizin temel kavramları üzerinde araştırmacılar farklı çalışmalar yapmışlardır. Bu araştırmada ise, türev kavramının üzerinde durulacaktır.

Bingölbali'nin (2009) ifade ettiği gibi, türev kavramının anlamlandırılması limit, eğim, süreklilik, değişim oranı, geometri, fonksiyon kavramlarının anlam bilgisinin bilinmesine ve birbiri ile olan bağlantısının kavranmasına bağlıdır. Ayrıca Bingölbali (2009) öğrenciler için tek başına bile zorluk kaynağı olabilen farklı kavramların türevin limit, eğim, süreklilik, değişim oranı, geometri, fonksiyon kavramlarını bünyesinde bulundurmasından dolayı türevin de zorluk kaynağı olacağını belirtmiştir. Nitekim kavramların zorluk indekslerine yönelik yapılan çalışmalarda da türev kavramını öğrencilerin zor buldukları ortaya çıkmıştır. Durmuş'un (2004) yaptığı araştırmada türev kavramı için zorluk indeksi %52.6, ve Tatar vd.'lerinin (2008) yaptığı araştırmada ise %54.42 olarak belirlenmiştir.

Açıkyıldız ve Gökçek'in (2015) ifade ettiği gibi türev diferansiyel hesap ve integral kavramları için temel teşkil etmekte olup ayrıca Analizin diğer önemli kavramları olan limit ve süreklilik bu kavramların tanımında kullanılmaktadır.

Ayrıca Açıkyıldız ve Gökçek (2015) analiz kavramlarından olan ve ortaöğretim programında yer alan türev kavramının üniversiteye giriş sınavında önemli bir yere sahip olduğunu, yüksek matematik ve gerçek yaşam durumları için temel nitelikte bir kavram olduğunu belirtmişlerdir. Bu durum, türev kavramı ile ilgili araştırmaların yapılması gerektiğine işaret etmektedir. Ancak yukarıda da ifade edildiği gibi, özellikle türev fonksiyonu ile ilgili çalışmaların az sayıda yapılmış olması da, bu çalışmanın yapılmasının en önemli gerekçesi olmuştur. Bir başka önemli gerekçe ise, şimdiye kadar yapılan çalışmaların öğretmenlerle yapılmamış olmasıdır. Bu yönüyle, bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca, bu çalışma matematik öğretmeni adaylarının yetiştirilmesinde, matematik öğretmenlerinin alan bilgisini geliştirmede ve öğretim programlarının içeriğinin düzenlenmesinde yardımcı bir nitelik taşıyabilir.

1.6.Araştırmanın Varsayımları

1.Uygulama formunu dolduracak olan öğretmenlerin uygulama formundaki soruları ciddiyetle yanıtladıkları, sorulara samimiyetle ve açık cevaplar verdikleri varsayılmıştır.

2.Araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama formundaki soruların geçerli, güvenilir ve ölçülmek istenen becerileri doğru ölçen bir veri toplama aracı olduğu düşünülmektedir.

3.Veri toplama araçları ile ilgili başvurulacak uzmanların görüşlerinin yeterli olduğu düşünülmektedir.

1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu araştırma yapılan görüşmeler, uygulama formundaki yazılı dokümanlar ve gözlemler ile sınırlıdır.

2. Bir diğer önemli sınırlılık ise sesli düşünmenin getirdiği sınırlılıktır. Kişilerin sesli düşünme metodunu kullanırken bazı düşüncelerini tam olarak net bir şekilde ifade

etmediği durumlar olabilir.

3. Araştırmaya konu olarak sadece türev kavramı tanımı, temel yapıları ve türev fonksiyonu dahil edilmiştir.

4. Araştırma 2016-2017 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

1.8.Tanımlar

Kavram: Düşünmemizi sağlayan zihinsel araçlardır. Fiziksel ve sosyal dünyayı anlamamıza ve anlamlı iletişim kurmamıza yardımcı olurlar (Senemoğlu, 1998).

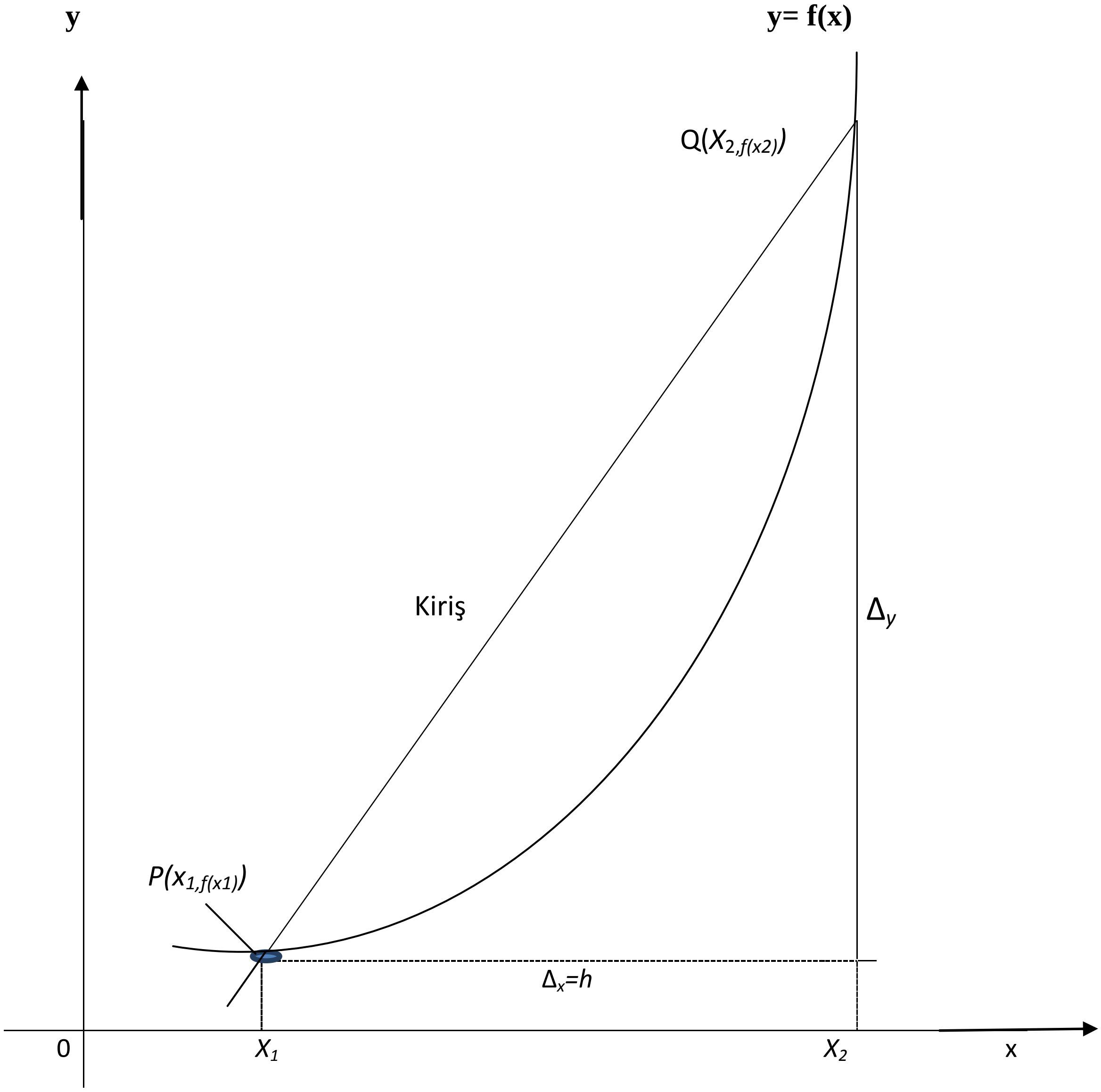
Kavram tanımı: Bir kavramı belirtmek için kullanılan tüm kelimelerdir (Tall ve Vinner, 1981).

Ayrıca Çakıroğlu'nun (2015, s.4) belirttiğine göre kavrama yönelik bir açıklamanın "tanım" olabilmesi için şu ölçütlere sahip olması gerekir:

- ✓ Hiyerarşik bir kavram yapısını dikkate alması
- ✓ Var olan/olabilen bir olguyu tanımlaması
- ✓ Aynı kavrama yönelik farklı tanımların eşdeğer olduğunun ispatlanabilir olması
- ✓ Aksiyomatik yapıya uyması
- ✓ Gerekli ve yeterli koşulları belirtmesi
- ✓ Ekonomik olması

Kavram İmajı: Verilen bir kavramla ilgili bireyin zihninde bulunan tüm bilişsel yapıdır. (Tall ve Vinner, 1981)

Türev: Anlık değişim oranı olarak ya da basit anlamda bir fonksiyonun bağlı olduğu bir değişkendeki (x) çok küçük değişim ile bu değişime bağlı olarak fonksiyondaki ($f(x)$) küçük değişimin birbirine oranlanması şeklinde tanımlanabilir. (Çetinkaya vd, 2015, s.530)



Grafik.1.$y = f(x)$ *grafiğinin bir kirişi. Eğimi* $\frac{\Delta y}{\Delta x}$,

f'*nin* $[x_1, x_2]$ *aralığındaki ortalama değişim oranıdır.*

$y = f(x)'$*in* $[x_1, x_2]$ *aralığında* x'*e bağlı ortalama değişiminin oranı*

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}, \qquad h \neq 0.$$

(Calculus, 2005; Çev. Korkmaz, 2009, s.75)

Türev Fonksiyonu:

Bir f(x) fonksiyonunun x değişkenine göre türevi, x′teki değeri

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

olan (limitin bulunması koşuluyla) f' fonksiyonudur. (Calculus, 2005; Çev.Korkmaz, 2009, s.147).

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde çalışma ile ilgili kavramsal çerçeveye ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1.Kavramsal Çerçeve

2.1.1. Türev Kavramı

Matematikteki temel öğrenme alanlarından biri olan Analizin en büyük hedeflerinden biri değişen nicelikleri, durumları ve olguları anlamak, yorumlamak ve ileriye yönelik tahmin ve hesaplamalarda bulunabilmektir. Bu hedeflere ulaşmada kullanılan en önemli yapı taşı ise analiz alanının temel kavramlarından biri olan türev kavramıdır. Bingölbali'ye (2010) göre türev, değişen niceliklerin hangi hızda ve nasıl değiştiğini belirlememize ve belli bir andaki değişim hızının ne olduğunu anlamamıza yardımcı olan bir kavramdır (Çetinkaya vd, 2015, s.529). Türev kavramı ile artış, azalış veya değişim durumlarını barındıran günlük hayat problemlerinin yanı sıra eğrilerin ve fonksiyonların davranışlarının analizleri de incelenebilir. Türev kavramı günümüzde genel olarak; anlık değişim oranı, ortalama değişim oranlarının limiti, bir fonksiyonun bir noktasındaki teğet doğrusunun eğimi veya hız olarak ele alınmaktadır (Zandieh, 2000). Ayrıca Zandieh'e (2000) göre, türev kavramının yapılandırılmasında oran, limit ve fonksiyon kavramları çok önemli yere sahiptir.

2.1.1.1. Değişim Oranı ve Türev İlişkisi

Anlık değişim oranı olarak ya da basit anlamda bir fonksiyonun bağlı olduğu bir değişkendeki (x) çok küçük değişim ile bu değişime bağlı olarak fonksiyondaki $(f(x))$ küçük değişimin birbirine oranlanması şeklinde tanımlanabilir. (Çetinkaya vd, 2015, s.530) Değişim son durum ile ilk durumun farkı anlamına gelir. Değişim oranı, değişim yüzdesi kavramlarında bir değişkendeki değişim incelendiği halde ortalama değişim oranında ise birbirine bağlı iki değişkenin değişimlerinin oranı incelenmektedir. Ortalama değişim oranı farkların oranı olarak da ifade edilebilir. Dolayısıyla, ortalama değişim oranı genel anlamda, $x'e$ bağlı bir f fonksiyonu için;

$\Delta x = x_1 - x_0$ ve $\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$ olmak üzere ,

Ortalama değişim oranı $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$ olarak ifade edilir.

Ortalama değişim oranı ise belirli bir aralıktaki artış veya azalış oranını göstermekle birlikte herhangi bir andaki değişim oranının kaç olduğunu tam olarak belirtmez. Bu noktada komşuluk kavramı ile karşılaşırız ve bu kavram bizi limit işlemine götürür. Ortalama değişim oranının limiti, anlık değişim oranıdır. Bu kavram Çetinkaya'ya (2015) göre noktada türev olarak tanımlanır:

Anlık değişim oranı $= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Dolayısıyla bir $y = f(x)$ fonksiyonunun/eğrisinin x_0 noktasındaki anlık değişim oranına fonksiyonun o noktadaki türevi denir ve $f'(x_0)$ ile gösterilir. Buna göre, $f'(x_0)$ farkların oranının limiti olarak aşağıdaki gibi yazılır:

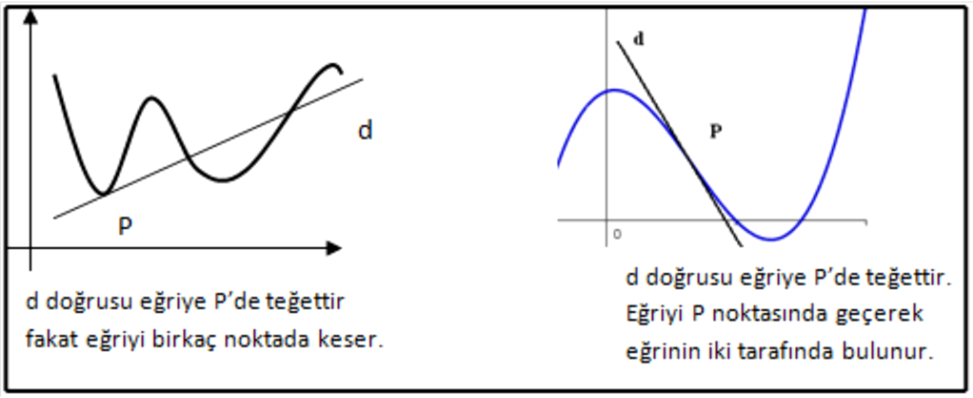
$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ (Çetinkaya vd, 2015, s.534)

2.1.1.2.Limit ve Türev ilişkisi

Limit kavramı türevin doğasında vardır ve limit olmaksızın türev kavramını anlamak söz konusu değildir (Bingölbali, 2008). Ancak limit kavramı kullanılarak, kirişlerin eğiminden teğetin eğimine ve ortalama değişim oranından hareketle anlık değişim oranına ulaşmak mümkündür (Bingölbali, 2008). Zandieh (2000) ve Bingölbali'nin (2008) de belirttiği gibi limit, türev için öncül kavramlardan biridir. Türevin tarihsel gelişimi incelendiğinde Newton yaklaşımında limit vurgusu açıkken Leibniz yaklaşımında limit kavramı açık değildir. 19.yüzyılda Cauchy'nin yaptığı türev tanımına göre f fonksiyonunun türevi, aşağıdaki limitin olduğu durumlarda $\lim_{i \to 0} \frac{f(x+i) - f(x)}{i}$ limitine eşittir ve f' ile gösterilir. Cauchy türev tanımını fonksiyonun sürekli olduğu aralıkta tanımlamış ve bu limitin de $x'e$ bağlı bir fonksiyon olup her bir x değeri için kesin bir değere sahip olduğunu belirtmiştir (Katz, 2009). Tek değişkenli bir fonksiyonun bir noktadaki türevi ise $f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ şeklinde tanımlanır (Balcı, 1997).

2.1.1.3.Eğim Ve Türev İlişkisi

Türev kavramı bünyesinde oran kavramını barındırmaktadır. Eğim kavramında da bir oranlama söz konusudur. Ortalama değişim oranı eğim olarak yorumlanmakta, değişim sonsuz küçüklükte olduğu zaman ise, bu anlık değişim oranı olarak ifade edilir. Herhangi bir eğri üzerindeki bir noktadaki kiriş doğrularının teğet doğrusuna yaklaşma durumu incelendiğinde karşımıza türev kavramı çıkmaktadır. Açıkyıldız ve Gökçek'e (2013) göre bir eğriye teğet doğrular aşağıdaki grafiklerdeki gibi örneklendirilmiştir.



Grafik 2. Teğet doğrular

Açıkyıldız ve Gökçek'e (2013) göre genel anlamda bir eğriye teğet kavramını tanımlamak için, teğet noktasından (*P*) ve eğri üzerindeki bir başka nokta olan, giderek *P*'ye yaklaşan *Q* noktasından geçen kirişlerin eğimlerinin dikkate alınacağı dinamik bir yaklaşıma ihtiyaç vardır (Thomas vd, 2005). Ancak bu şekilde *Q* eğri üzerinde *P*'ye yaklaşırken kiriş doğrularının eğimlerinin limiti (eğer varsa) *P* noktasındaki teğetin eğimi olarak kavranabilir. Kiriş doğrularının eğiminin teğet doğrusunun eğimine yaklaşımı ile başka bir ifadeyle limit işlemi yardımıyla o noktadaki türev değeri yani anlık değişim oranı hesaplanabilir.

Açıkyıldız ve Gökçek'e (2013) göre bir fonksiyonun belli bir noktadaki türevi, fonksiyonun grafiğine o noktadan çizilen teğetin eğimini vermektedir. Birçok öğrenci teğet doğrusunun denklemiyle, bir noktadaki türevi veya türev fonksiyonunu aynı şey olarak düşünmektedir (Bingölbali, 2008).

2.1.1.4.Türev ve Türev Fonksiyonu İlişkisi

Duru’ya (2006) göre fonksiyon ve onun türev fonksiyonu ilişkili iki kavramdır. Çünkü bir fonksiyonun türevi yine bir fonksiyondur. f' türev fonksiyonu ile f fonksiyonunun davranışlarının analizi yapılabilir. Bir fonksiyonun türev fonksiyonu türevin cebirsel temsili ile yani limit işlemi ile bulunabilir. Bu cebirsel temsil kullanılarak birçok türev alma kuralı oluşturulmuştur fakat bu araştırmada kavramsal boyutu ele alınmıştır. f' türev fonksiyonu, f fonksiyonu üzerindeki her bir noktanın teğetinin eğiminin değerlerinden oluşmaktadır. Başka bir ifadeyle, türev fonksiyonu eğim değerlerinden oluşan bir fonksiyondur ve her nokta için farklılık gösterebilir. Çetinkaya’ ya (2015) göre, f' türev fonksiyonunun, f fonksiyonunun belirli bir noktasındaki teğetinin denklemi olmadığının, her bir noktadaki teğetlerin eğimlerinden oluşan bir fonksiyon olduğunun vurgulanması gerekmektedir. Ayrıca Çetinkaya (2015) fonksiyonun türevlenebilir olmadığı durumları şöyle özetlemiştir; a noktası bir fonksiyonun tanım kümesinde bulunmak üzere eğer x=a noktasında;

- Fonksiyonun grafiğinde bir kırılma noktası veya köşe var ise,
- Fonksiyonun grafiğine çizilen kiriş doğrularının eğimleri a noktasının bir tarafında veya iki tarafında $\infty\ veya - \infty'a$ yaklaşıyor ise,
- Fonksiyon sürekli değil ise bu fonksiyon x=a noktasında türevlenebilir değildir.

Daha önce de belirtildiği gibi f' türev fonksiyonu ile f fonksiyonunun davranışlarının analizi yapılabilir. Şöyle ki (a, b) aralığında türevlenebilir bir f fonksiyonu ve $x_0 \in (a, b)$ için;

- $f'(x_0) > 0\ ise\ f$ fonksiyonu bu aralıkta artandır.
- $f'(x_0) < 0\ ise\ f$ fonksiyonu bu aralıkta azalandır.
- $f'(x_0) = 0\ ve\ x_0$ noktasında $f'(x_0)'ın$ işareti pozitiften negatife dönüşüyorsa $f'(x_0)$ yerel maksimumdur.
- $f'(x_0) = 0\ ve\ x_0$ noktasında $f'(x_0)'ın$ işareti negatiften pozitife dönüşüyorsa $f'(x_0)$ yerel minimumdur.

- Bir fonksiyonun bir noktadaki türevi sıfır olduğu halde yerel maksimum veya yerel minimuma sahip olmayabilir.
- Bir fonksiyon bir noktada türevlenebiliyor olmamasına rağmen o noktada yerel maksimum veya minimuma sahip olabilir.

2.2. Kavram Ve Kavram İmajı

2.2.1. Kavram Nedir?

Kavram düşünmemizi sağlayan zihinsel araçlardır. Fiziksel ve sosyal dünyayı anlamamıza ve anlamlı iletişim kurmamıza yardımcı olurlar (Senemoğlu, 1998). Fidan'a (1985) göre kavram; "ortak özellikleri olan nesne, olay, fikir ve davranışların oluşturduğu sınıflamaların soyut temsilcileridir" (Aktaran: Ertekin, 2013). Kavramlar yaşadığımız dünyayı anlamakta ve anlamlandırmakta bizlere yardımcı olurlar. Kavramlar bize pek çok alanda avantaj sağlayarak etrafımızdaki nesneleri, olayları ve düşünceleri sınıflandırmamıza yardımcı olmaktadır (Çetin, 2009). Ülgen'e (2004) göre, kavram öğrenme uyaranları belli kategorilere ayırarak, zihinde bilgiler oluşturma, yapılanma ve yapılandırma işlemidir (Aktaran: Ertekin, 2013).

Ertekin'e (2013) göre, Öğrencilere, öğretilecek kavramların anlaşılmasında kullanılan dil önemli rol oynar. Matematiksel kavramların öğretiminin en önemli kısmı, kavramların yeni bir ifade ile sunulmasıdır. Öğrenciler, bildikleri kelimelerin yeni anlamlar yüklenerek kendilerine sunulmasını anlamakta zorlanabilirler. Öğrencilere, yeni bir kavramın öğretilmesi iki amaca yönelik olmalıdır. Bunlar:

a) Öğretilen kavramın anlaşılması,

b) Öğretilecek kavramı tanımlayacak uygun kelimelerin seçilmesi. (Dede, 2002; Aktaran: Soğancı, 2006)

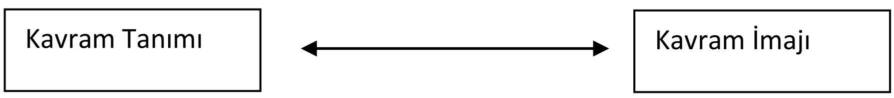
Tall ve Vinner'a (1981) göre bireyler epistemolojik ve psikolojik olarak farklı özelliklere sahiptir ve aynı kavramlar farklı kişiler tarafından farklı şekillerde algılanabilir.

2.2.2. Kavram İmajı Nedir?

Son yıllarda araştırmacılar öğrencilerin matematiksel düşüncelerini keşfetmek amacıyla kavram tanımları ve kavram imajlarının ortaya çıkarılması adına çalışmalar yapmaktadırlar. Süzer' e (2011) göre, önceki yıllarda öğrencilerin değerlendirmesinde esas olan "sonucu doğru bulma ya da istenen cevabı söyleyebilme" iken; son yıllarda "süreci nasıl oluşturduğu" ve "kavrama ait imajın ne olduğu" esas alınmaya başlamıştır.

Süzer' e (2011) göre, kavramlar bireylerin algılamaları ile alakalıdır. Bu yüzden bireyden bireye farklılık gösterebilir. Aynı zamanda kullanılan dilin zenginliğine göre anlam ve özellikler kazanabilir, hem soyut hem de somut özellikleri ayrı veya birlikte taşıyabilirler.

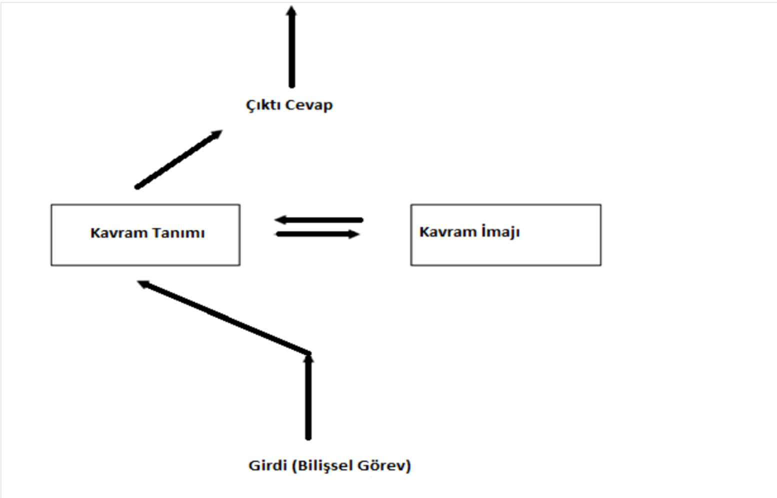
Tall ve Vinner tarafından 1981 yılında ortaya atılan kavram tanımı ve kavram imajı yapısı da öğrencilerin matematiksel düşünmelerini incelemek için etkili bir yapı olarak görülmektedir. Kavram tanımı ve kavram imajı yapısı öğrencilerin matematiksel kavramlar ile ilgili kavram görüntülerini açıkça ortaya koymaktadır. Tall ve Vinner (1981) kavram imajını kavramla birlikte anılan tüm bilişsel yapı olarak tanımlar. Bu yapı tüm zihinsel resimleri ve çağrışım yapan özellikleri ve yöntemleri içerir. O halde herhangi kavrama ait kavram imajı, kavramla bağlantılı her şeyi içerdiğinden (Tall & Vinner,1981) kavramla ilgili kısmen doğru olan yapılar ve kavram yanılgıları da kavram imajının içinde yer alır. Kavram tanımı ve kavram imajı etkileşim içindedir. Vinner(1991), kavram oluşum süresince kavram tanımı ile kavram imajı arasında var olan etkileşimi göstermek için aşağıdaki şekli kullanmaktadır(Aktaran: Süzer,2011)



Şekil 1. Kavram Oluşum Süreci

Vinner'a (1991) göre, öğretmenler kavram imajının kavram tanımından şekillendiğini ve tamamen onun tarafından kontrol edildiğini düşünmektedirler. Ayrıca öğretmenler, problem çözme esnasında kavram tanımı ve kavram imajı arasında karşılaştırılabilir tek yönlü bir ilişkinin var olduğunu düşünmektedir. Ne var ki Vinner

(1991), problem çözme sürecinde kavram tanımının öğrenciler tarafından baz alınmadığını söylemektedir. Süzer' e (2011) göre kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişki aşağıdaki şekildeki gibidir:



Şekil 2. Tanım Ve İmaj Arasında Olması Beklenen Bağıntı

2.2.Türev ile İlgili Araştırmalar

Türev konusu ortaöğretim müfredatında yer aldığı gibi fen, eğitim, mühendislik fakültelerinin bazı bölümlerinde yüksek matematik dersi olarak yer almaktadır. Literatür tarandığında, bu alanda yapılan çalışmaların lise öğrencileri, öğretmen adayları ve mühendislik fakültesi öğrencileri ile yürütüldüğü görülmüştür. Bu kısımda, sadece bizim araştırmamızla ilgili olacağını düşündüğümüz araştırmalara ait bilgiler yer almaktadır. Konu ile ilgili araştırmalara YÖK, Google Akademik ve ilgili eğitim dergileri gibi veri tabanları kullanılarak ulaşılmıştır. Yapılan incelemelerde bu araştırmaların bir kısmının (Gür ve Barak, 2007; Roorda, Vos ve Goedhart, 2009; Sandos ve Thomas, 2003; Özturan, Sağırlı, Kırmacı ve Bulut, 2010; Özgen ve Alkan, 2014) lise öğrencileri ile gerçekleştirildiği bir kısmının ise (Şimşek ve Arıkan, 2012; Açıkyıldız ve Gökçek, 2015; Sağırlı, Baş, Çetin, Çakmak, Bekdemir, Okur ve Dane, 2016; Kağızmanlı ve Tatar, 2012; Bingölbali, Kurt ve Akkoç, 2007; Likwambe ve Christiansen, 2008; Nayir, 2013; Kertil, 2014; Gürbüz, Toprak, Yapıcı ve Doğan, 2011; Zengin ve Tatar, 2014; Doğan, Sulak ve Cihangir, 2002) öğretmen adayları ile gerçekleştirildiği görülmüştür. Diğer bir kısmı ise (Ubuz, 2007; Arıkan, Özkan ve Ünal, 2014; Bingölbali, Monaghan, Roper, 2006) mühendislik fakültesi öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Aşağıda ilk olarak lise öğrencileri ile gerçekleştirilen çalışmalara yer verilmiştir.

2.2.1.Lise Öğrencileri İle Yapılan Türev İle İlgili Çalışmalar

Gür ve Barak (2007) yaptığı çalışmanın çalışma grubu 11.sınıf olan 53 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak üniversite giriş sınavında türev ile ilgili sorulan sorular 4 uzmanın görüşü ile derlenip açık uçlu sorular oluşturulmuştur. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar 5'li anlama skalasına göre yüzde olarak hesaplanıp veri toplanmıştır. Toplanan veriler öğrencilerin türev konusunda hatalar yaptıkları ve kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir. Araştırmaya göre türev konusu ile ilişkili olan limit ve fonksiyon konularında öğrencilerin öğrenme eksiklikleri olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin teğetin eğimi, normalin eğimi, bileşke ve ters fonksiyonun türevlerini hesaplarken hatalar yatıkları görülmüştür. Araştırma kavram yanılgılarının belirlenmesi, türev öğretiminde yardımcı nitelikte olacağı, öğrencilerin türevi öğrenirken güçlük çektiği kısımların tespiti açısından literatüre katkı sağlamıştır.

Roorda, Vos ve Goedhart'ın (2009) yaptığı çalışma lise öğrencisi ile olup bu çalışma öğrencinin türevi anlama sürecini araştırmaktadır. Yöntem olarak boylamsal gözlem çalışması ve görüşme ile çalışma yürütülmüştür. Boylamsal gözlem çalışmasında Otto isimli bir öğrenci incelenmiştir. Öğrenci 10. sınıftan 12.sınıfa kadar gözlemlenmiştir. Öğrenci ile görüşmeler de yapılmıştır. Öğrenciden bir fizik problemi üzerinden grafiğin eğimini bulması istenmiştir. Veri analizi yapılırken türevle ilgili temsiller üzerinde ve türev uygulamalarındaki ilişkilendirmeler üzerinde durulmuştur. İlişkilendirmelerindeki çeşitlilik artarak büyümüştür. Öğrencinin fiziksel bir uygulama ile matematiksel ifadeleri ilişkilendirebildiği görülmüştür.

Sandos ve Thomas'ın (2003) yaptıkları Representational Ability And Understanding of Derivative adlı çalışmada 18 yaşındaki 7 lise öğrencisi ile çalışma yapılıp aralarından James ve Steven ile vaka çalışması yapmışlardır. Bu araştırmada türevi anlamada temsillerin önemi üzerinde durulmuştur. Veri analizi anket ve mülakat ile yapılmıştır. Türev ve ilişkili kavramlardaki anlama farklılıkları ortaya konulmuştur.

Özturan, Sağırlı, Kırmacı ve Bulut 'un (2010) Türev Konusunda Uygulanan Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarılarına ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi adlı çalışmada, çalışma grubu 37 Fen lisesi öğrencisidir. Çalışmada yarı deneysel yöntem seçilmiş olup çalışmanın amacı matematiksel modelleme ile öğretimi yapılan türev konusunun öğrencilerin akademik başarısına olan etkisini incelemektir. Çalışmada iki şube kullanılmış, deney grubu olan 12-B şubesine matematiksel modelleme ile türev dersi anlatılırken kontrol grubu 12-A'da geleneksel öğretimle ders yürütülmüştür. Deney ve kontrol grubuna ön-test ve son-test uygulanıp veriler Mann-Whitney U testi ve SPSS programı ile analiz edilmiştir. Ön-test iki grup arasında akademik başarı olarak anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur. Son-test sonuçları ise iki grup arasında anlamlı bir fark olduğunu ortaya koymuştur. Araştırmacı bu sonuca bakarak matematiksel modellemeye bütün derslerde yer verilmesi gerektiğini, üniversiteye giriş sınavında matematiksel modelleme problemlerine yer verilmesi gerektiğini öneri olarak sunmuştur.

Özgen ve Alkan (2014) tarafından yapılan Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı Kapsamında, Öğrencilerin Öğrenme Stillerine Uygun Öğrenme Etkinliklerinin Akademik Başarı ve Tutuma Etkileri: Fonksiyon ve Türev Kavramı Örneklemesi adlı araştırmada amaç stillerine uygun öğrenme etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiğe yönelik tutumlarına etkilerini inceleyip ortaya çıkarmaktır. Araştırma yarı deneysel bir çalışma olup modeli kontrol gruplu ön test-son test modelidir. Araştırmanın çalışma grubu, 2010-2011 eğitim-öğretim yılında bir devlet lisesindeki 36 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmacı çalışmada fonksiyon ve türev kavramlarının öğrenimi sürecinde, McCarthy'nin 8 aşamalı 4MAT sistemi benimsenerek öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinlikleri geliştirildiğini ve uygulandığını belirtmiştir. Veriler kişisel bilgi formu, rutin olmayan problemler ve matematik tutum ölçeği ile toplanmıştır. Özgen ve Alkan'ın (2014) belirttiğine göre öğrenme stillerine uygun etkinliklerle gerçekleştirilen öğrenme sürecinin öğrencilerin akademik başarılarını arttırmış ve problem çözme becerilerini geliştirmiş ama öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark yaratmadığı görülmüştür.

1.1.2.Öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar

Şimşek ve Arıkan (2012) Video Derslerin Öğrenenlerin Türev Başarısına Etkisi adlı çalışmasında video ders izleyen ve izlemeyen öğrenciler arasındaki türev başarısını incelemiştir. Çalışmada 147 eğitim fakültesi öğrencisi ön-test ve son-test kontrol gruplu deneme modeli kullanılarak gruplanmıştır. Veri toplama aracı olarak Altıparmak ve Acar (2005) tarafından geliştirilen türev başarı testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre video ders izleyen öğrenci grubunun video ders izlemeyen öğrenci grubu ile türev başarısı karşılaştırıldığında olumlu olarak anlamlı bir fark bulunmuştur.

Açıkyıldız ve Gökçek (2015) tarafından yapılan Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Teğet İlişkisi İle İlgili Yaptıkları Hatalar adlı araştırma 45 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Çalışmanın amacı matematik öğretmeni adaylarının türev kavramını anlama ve anlama sürecindeki karşılaştıkları zorlukları ortaya çıkarmak olup türev ile teğet/eğim arasındaki ilişki çalışmanın odak noktası halini almıştır. Araştırma kapsamında veriler bir yazılı sınav ve bu yazılı sınava göre düşük, orta ve yüksek alan ikişer öğretmen adayı ile yapılan klinik mülakatlardan elde edilmiştir. Araştırmaya göre öğretmen adaylarının türev teğet ilişkisi hakkında yüzeysel bilgiye sahip oldukları, bu kavramlar arasındaki ilişkiyi tam bilmedikleri ve yanlış bilgilere sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmaya göre öğretmen adaylarının cebirsel formda soruların çözümünde, grafiksel ve tablo gösterimlerine oranla daha başarılı oldukları sonuçlandığı için işlemsel becerilerin geliştirildiği formül veya kuralların kullanılarak soruların çözüldüğü dersler yerine kavramsal anlamanın ve teorik altyapının ön planda olduğu bir eğitim verilmesi araştırmacı tarafından öneri olarak sunulmuştur.

Sağırlı, Baş, Çetin, Çakmak, Bekdemir, Okur ve Dane (2016) tarafından yapılan “Türevin Sembolik ve Sözel Temsillerinin Kullanılabilme Düzeyine İlişkin

Bir İnceleme" isimli çalışma 66 öğretmen adayı ile yürütülmüş ve amaç olarak matematik öğretmen adaylarının türevin çoklu temsillerini kullanılabilme düzeylerini incelemek benimsenmiştir. Durum çalışması yöntemi ile yapılan bu araştırmada veriler açık uçlu anket ile toplanılmıştır. Veriler anketteki sorulara verilen yanıtlar doğru, kısmen doğru, yanlış olarak gruplandırılarak frekansları hesaplanarak ortaya çıkarılmıştır. Çalışmada türevin gösterimlerinden $\frac{df}{dx}$ 'in diğerlerine oranla daha sık kullanıldığı tespit edilmiş ayrıca öğretmen adaylarının çözüm yaparken grafik ve sözel temsile oranla cebirsel temsili daha çok kullandıkları görülmüştür. Araştırmacı türev konusunda kullanılan çoklu temsillerin doğru kullanım oranını arttırılmasını her birine vurgu yapılmasını ve aralarındaki geçişi güçlendirecek bir öğretim ortamı hazırlanmasını öneri olarak sunmuştur.

Kağızmanlı ve Tatar (2012) tarafından yapılan araştırma daha önce bilgisayar destekli matematik dersi almayan, araştırma için gönüllü 5 ortaöğretim matematik öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Çalışmada amaç öğretmen adaylarının türevin uygulamaları konusunu dinamik bir yazılım kullanılarak yapılan bilgisayar destekli matematik öğretimini nasıl değerlendirdiklerini belirlemektir. Araştırma nitel bir çalışma olup araştırmada durum çalışması deseni kullanılmıştır. Veri toplamak için hazırlanan görüşme formu araştırmanın yazarları tarafından hazırlanmış ve 2 uzmanın görüşü ile son halini almıştır. Veriler için frekans tablosu oluşturulmuştur. Bu çalışma sonucunda öğretmen adaylarının türevin uygulamaları konusunun bilgisayar destekli öğretiminin konuyu somutlaştırdığını, görselleştirdiğini ve öğrencinin kendisinin bir çıkarımda bulunmasını sağladığını, konunun daha kısa bir sürede öğretilebileceğini düşündükleri görülmüştür. Bunun yanında ise bilgisayar destekli matematik öğretiminde sınıf mevcutlarının fazlalığı ve okulların teknolojik imkanının kısıtlılığı gibi sebeplerin uygulama noktasında engel teşkil edebileceğini düşünmektedirler.

Bingölbali, Kurt ve Akkoç (2007) tarafından yapılan çalışmanın çalışma grubu öğretmen adaylarıdır. Araştırmada türev kavramını bilgisayar destekli matematik öğretimi yapan ve geleneksel öğretim yapan iki öğretmen adayının sınıf pratikleri ve türev temsilleri karşılaştırılmıştır. Araştırmacılar çalışmanın verilerini anketler, ders planları, mikro öğretim dersi video kayıtları ve öğretmen adaylarının anlattıkları derslerin öz-değerlendirmeleri üzerine yapılan mülakatlar ile elde edilmiştir. Çalışma grubu orta öğretim matematik öğretmenliği bölümü 5. sınıfta öğrenim gören iki öğretmen adayından oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının her ikisi de türevin bütün temsillerinde başarılı olmalarına rağmen türevi anlatma sürecinde bilgisayar destekli matematik öğretimi yapan öğretmen adayı cebirsel, grafiksel ve tablo temsillerini kullanmış ve grafik temsile ayrıcalık tanımıştır. Geleneksel öğretim yapan öğretmen adayı cebirsel ve grafiksel temsilleri kullanmış cebirsel temsile ayrıcalık tanımıştır. Ayrıca Grafik Analiz programını kullanan öğretmen adayı temsilleri ilişkilendirirken diğer öğretmen adayı ise cebirsel temsili anlık hızla değişim oranından türevin tanımını açıklamıştır. Ayrı bir başlık kullanarak türevin grafiksel yorumunu türevin tanımı ile ilişkilendirmiştir.

Likwambe ve Christiansen (2008) tarafından yapılan araştırma KwaZulu-Natal Üniversitesi öğrencisi olan 5 kişi ile yürütülmüş olup türev kavramlarının geliştirilmesi üzerine odaklanılmıştır. Karşılaştırma için nitelikli iki öğretmenin kavram imajları içeriğe dahil edilmiştir. Bulgular 5 öğrenciden sadece birinin türev konusundaki kavram imajının ve bağlantılarının derin olduğunu göstermektedir. Bu öğrenci diferansiyel hesap modülü ile bir farkla diğer öğrencileri geçmiştir. Diğer dört öğrencinin eğim, geometrik gösterim ve grafiksel gösterim için yapısal bağlantılarının az olduğu, yüzeysel bilgilere sahip olduğu görülmüştür. Bunlardan iki öğrenci diferansiyel hesap konusunda başarısız diğer ikisi başarılı olmuştur. Bütün öğrenciler kavram imajlarında ilerleme kaydetmişlerdir. Araştırma öğrencilerin türev kavramıyla ilgili oluşturulan kavram imajının yeterli olmadığını, öğrenmelerinde eksiklikler olduğunu göstermektedir.

Nayir (2013) tarafından yapılan "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Adaylarının Türevi Kavrayışlarının Bilişe İletişimsel Yaklaşım Açısından İncelenmesi" isimli araştırmanın çalışma grubu matematik öğretmeni adaylarından oluşmaktadır. Çalışmanın amaçları ilköğretim matematik öğretmen adaylarının türevi nasıl kavradıklarını belirlemek, türev hakkındaki sözel ifadelerini incelemektir.

Tasarlanan bu nitel çalışmada öğretmen adaylarının grup, sınıf ve bireysel tartışmaları incelenmiş ve türev hakkındaki sözel ifadelerini irdelemek için bilişe iletişimsel yaklaşım kullanılmıştır. Veri toplama araçları türev testi sonuçları, grup ve sınıf içi tartışma kayıtları ve görüşme kayıtlarıdır. Araştırmanın sonuçları göre öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili çeşitli zorluklar yaşadıklarını ve eksikliklerinin olduğunu göstermiştir. Türevi eğim olarak algılama, türevi eğimlerin limiti olarak algılama gibi eksikliklerin olduğu görülmüştür. Anlık değişim oranı, ortalama değişim oranı, fonksiyonun birinci türevi, fonksiyonun ikinci türevi ve birinci-ikinci türev arasındaki ilişkiyi anlamakta problem yaşamışlardır. Genel olarak türevle ilgili kural almaya eğilim gösteren öğretmen adayları bir gösterimden diğer gösterime geçerken problemler yaşamaktadırlar. Çalışmanın sonucunda olumlu olarak grup içi tartışmalar öğretmen adaylarının fonksiyonun değişim oranı ile ilgili söylemlerini geliştirmiştir. Bu nedenle, öğretmen adaylarına grup içi, sınıf içi ve bireysel tartışmalar yardımıyla fikirlerini geliştirebileceği ortam sağlanmalı ve bu tartışmaların incelenmesiyle öğretmen adaylarının karşılaştıkları problemlerin belirlenebilecektir. Araştırmacı analiz derslerinde ve matematik öğretimi derslerinde, bu zorlukların üzerinde durulması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca araştırmacının öğretmen adaylarının söyledikleriyle söylemek istediklerinin farklı olabildiği fark edilmiş bu nedenle analiz ve matematik eğitimi derslerinde öğretmen adaylarının kullandıkları kelimelerde, görsel mediyatörlerinde, anlatımlarında ve rutinlerinde ne demek istediklerine dikkat edilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Kertil (2014) tarafından yapılan İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Bir Model Geliştirme Ünitesi Aracılığı İle Türevi Anlamaları adlı çalışmanın amacı türev kavramının temelini oluşturan matematiksel fikirleri öğretmen adaylarının nasıl anladıklarını ortaya çıkarmaktır. Araştırmanın çalışma grubu ilköğretim matematik öğretmenliği bölümündeki 20 öğretmen adayıdır. Veri toplarken araştırmacı tarafından model geliştirme ünitesi tasarlanmış 8 hafta veri toplanmıştır. Elde edilen veriler öğretmen adaylarının değişim oranı ve bir fonksiyon ile o fonksiyonun türevi arasındaki grafiksel ilişkiye dair bilgilerinin oldukça yetersiz olduğunu ve öğretmen adaylarının başlangıçta değişim oranı kavramından haberdar değilken, süreçte bunun türev, eğim ve farkların oranı gibi matematiksel kavramların farklı bir yorumu olduğunu fark ettikleri görülmüş ama öğretmen adaylarının değişim oranı ile değişim miktarını karıştırmaya devam ettikleri fark edilmiştir. Araştırmacı analiz derslerini tamamlayan üniversite öğrencilerinin bile türev ve türev için gerekli temel matematiksel fikirleri öğrenemediklerini görmüş ve matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrenmede etkili olabileceğini öneri olarak sunmuştur.

Gürbüz, Toprak, Yapıcı ve Doğan (2011) tarafından yapılan Ortaöğretim Matematik Müfredatında Zor Olarak Algılanan Konular ve Bunların Nedenleri isimli araştırmada amaç ortaöğretim matematik programında okutulan zor olarak algılanan konuları belirleyip, zorlukların nedenlerini ortaya çıkarmaktır. Çalışma grubunu 353 ilköğretim matematik, fen bilgisi, okulöncesi ve sınıf öğretmenliği anabilim dalı öğrencileri oluşturmaktadır. Veri toplama aracı anket ve mülakattır. Anket uygulandıktan sonra anket yardımıyla ortaya çıkan zorlukların nedenlerini anlamak için 20 öğretmenle görüşme yapılmıştır. Araştırmada öğretmenler de, öğrencilerin zorlanarak anladıklarını düşündükleri bazı konuları aslında anlamadıklarını yapılan mülakatlarda söylemişlerdir. Bu çalışmadan elde edilen bulgulara göre türev ve uygulamaları konusunun zorluk indeksi %13.9 olduğunu göstermektedir. Çalışmanın sonunda konuların zorluğunu belirleyen temel faktörlerden birinin öğrenci seçme sınavı olduğu saptanmıştır.

Zengin ve Tatar (2014) tarafından yapılan Türev Uygulamaları Konusunun Öğretiminde Geogebra Yazılımının Kullanımı adlı araştırmanın amacı, dinamik bir yazılımın matematik öğretmeni adaylarının türev uygulamaları konusundaki başarılarına etkisini belirlemek ve bilgisayar destekli öğretim yöntemi hakkındaki görüşlerini ortaya çıkarmaktır. Çalışma grubunu Matematik Öğretmenliği bölümündeki 35 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma karma araştırma yaklaşımı içerisinde yer alan gömülü desen ile yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak türev uygulamaları bilgi testi ve görüş formundan oluşmaktadır. Zengin ve Tatar'ın (2014) belirttiğine göre sonuç olarak dinamik bir matematik yazılımının kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, türev uygulamaları konusunda öğretmen adaylarının başarılarına olumlu yönde katkı sağladığı görülmüş ve öğretmen adaylarının, görselleştirme, somutlaştırma, uygulama yaparak anlama ve yorumlama, kalıcılığı arttırma gibi özelliklerden dolayı bu yöntemin matematik derslerinde kullanılması gerektiğini düşündükleri belirlenmiştir. Özellikle bu yöntemin türevin uygulamaları olan maksimum-minimum problemleri, ortalama değer, Fermat ve Rolle Teoremlerinin görselleştirilmesine ve somutlaştırılmasına da katkı sağladığı tespit edilmiştir.

Doğan, Sulak ve Cihangir'in (2002) yaptığı İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğrencilerinin Özel Fonksiyonlar İle Fonksiyonlarda Limit, Türev Ve Türev Uygulamalar Konularındaki Yeterlikleri Üzerine Bir Araştırma isimli çalışmada amaç öğrencilerin lisede okudukları özel fonksiyonlar, limit, türev gibi konularda öğretmenlik bölümüne ne kadar hazır geldiklerini tespit etmektir. Çalışma grubu ilköğretim matematik öğretmenliği bölümündeki 189 öğrencidir. Veri toplama aracı olarak üniversite giriş sınavında sorulan sorulardan derlenerek 18 soruluk bir test hazırlanmıştır. Toplanan veriler okul türlerine göre analiz edilip frekans ve yüzdeleri hesaplanmıştır. Doğan, Sulak ve Cihangir (2002)'in belirttiğine göre araştırma sonucunda öğrencilerin; fonksiyonlarda limit konusunda %19, fonksiyonlarda türev ve uygulamaları konusunda %6 oranında doğru cevap verebildikleri tespit edilmiş ve sadece 1 öğrencinin 9 soruya doğru cevap verebildiği, diğer öğrencilerin doğru cevap sayısının 7 veya daha az olduğu görülmüştür. Araştırmaya göre doğru cevap sayılarının ortalaması 2,2'dir. Ayrıca öğrencilerin % 24,86 sı (47 öğrenci) hiçbir soruya doğru cevap verememiştir genelde sorular boş bırakılmıştır. Araştırmacılar lisenin amacının üniversiteye öğrenci yetiştirmek şekline dönüştüğünü bunun için önlem alınması gerektiğini vurgulamıştır.

1.1.3.Mühendislik fakültesi öğrencileri ile ilgili yapılan çalışmalar

Ubuz'un (2007) yaptığı Interpreting a graph and constructing its derivative graph: stability and change in students' conceptions adlı araştırmada dört üniversitenin birinci sınıfındaki 147 mühendislik öğrencisi çalışma grubunu oluşturmaktadır. Bu araştırmada türev ile ilgili kavram imajları araştırılmıştır. Özellikle bir fonksiyonun türevinin grafiğini nasıl yorumladıkları araştırılmıştır. Öğrencileri teste tabi tutup daha sonra 18 öğrenci ile görüşme yapılmıştır.

Öğrencilerin yazılı ve sözlü yanıtlarından toplanan verilere göre grafik bilgilerini kullanırken zorlandıkları, sembolik temsillerde hata yaptıkları ve limit ile türev ilişkisini anlamakta yetersiz oldukları tespit edilmiştir.

Arıkan, Özkan ve Ünal'ın (2014) yaptığı L'hospıtal Kuralının Uygulamasında İncelenen Kavram Yanılgıları adlı çalışmanın amacı matematik analiz dersinde 197 mühendislik fakültesi öğrencisinin L'Hospital kuralını uygularken gösterdikleri kavram yanılgılarını belirlemektir. Belirsizlikle alakalı öğrencilere yöneltilen soruların içerik analizi yapılarak veriler elde edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğrenciler hangi durumlarda L'hospital kuralını uygulayacaklarını tam olarak bilmemektedir. Araştırmacılar belirsizlik, limit ve L'hospital kuralının öğretiminin problem çözme tabanlı öğretimle yapılmasını ya da bilgisayar destekli öğretim ile gerçekleştirilmesini öneri olarak sunmuşlardır. Bu kavramları öğretirken sadece tanım değil kavramsal anlamlarının üzerinde durulmasının gerekliliğini vurgulamışlardır.

Bingölbali, Monaghan, Roper (2006) tarafından yapılan "Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education" isimli çalışma mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev kavramına ilişkin kavram imajlarını ve diğer matematiksel kavramlarını ifade ederken seçtikleri tercihleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Veriler ön test son test ve en son test ile ayrıca Matematik kursunu alan öğrencilerle yapılan görüşmelerle toplanmıştır. Veriler düzenlenirken matematik öğrencileri ve mühendislik öğrencilerinin verileri karşılaştırılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre Makine mühendisliği öğrencileri türevi açıklamada değişim oranını tercih ederken matematik öğrencileri ise tanjant ve teğeti tercih etmişlerdir.

3.YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeline, çalışma grubuna, veri toplama araçlarına ve verilerin çözümlenmesinde kullanılacak analizlere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Çalışmada, lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkında sahip oldukları kavram imajlarını ortaya koymak amaçlanmıştır. Bunu ortaya çıkarmak amacıyla öğretmenlerin uygulama formunu doldurmaları istenmiştir. Ayrıca, öğretmenlerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu sebeplerle çalışma, Yıldırım ve Şimşek'in (2000) belirttiği gibi nitel verilerin kullanılacağı bir özel durum çalışması olup bu tip çalışmalarda bir olay ya da durum birey ve gruplar üzerinde odaklanılıp derinlemesine araştırılmaktadır. Çepni'nin (2009) de belirttiği gibi, özel durum çalışması tanımı ve adından anlaşılacağı üzere özel bir durum üzerine yoğunlaşmakta ve araştırmacıya avantaj sağlamaktadır.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın 2016-2017 öğretim yılında, Şanlıurfa ve Gaziantep illerindeki liselerde görev yapan 30 matematik öğretmeni ile yapılmıştır. Öğretmenlerden 15'inin görev yılının 1 ile 5 yıl arasında olan ve diğer 15 kişinin ise 5 ve 5 yıldan daha fazla süredir görev yapıyor olması dikkate alınmıştır. Ayrıca öğretmenlerin gönüllü olmaları dikkate alınmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veriler, uzman görüşleri doğrultusunda araştırmacı tarafından hazırlanan 1 adet uygulama formu ve 6 öğretmen ile yapılan klinik mülakatlardan elde edilmiştir.

3.3.1. Uygulama formu

Uzmanların görüşleri doğrultusunda şekillenen uygulama formu pilot çalışma kapsamında iki adet öğretmene uygulanmıştır. Uygulama formu türev ve türev fonksiyonuna yönelik toplam 8 sorudan oluşmaktadır. Pilot görüşmenin ardından uygulama formu yaklaşık 20-30 dakikalık bir sürede araştırmaya katılan öğretmenlere uygulanmıştır.

3.3.2. Klinik Mülakat

Uygulama formu uygulandıktan sonra, araştırmaya katılan öğretmenler arasından belirlenen 6 öğretmen ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Bu öğretmenler uygulanan forma göre belirlenmiştir. Öğretmenlerden 6'sı seçilip, her bir öğretmen ile yaklaşık 30 dakikalık bir sürede görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlere uygulama formundaki verdikleri cevaplara yönelik sorular sorulmuştur. Her bir görüşme dijital olarak kayda alınacak ve daha sonra bilgisayarda yazıya dökülmüştür.

3.4.Verilerin Toplanması Ve Analizi

Veriler 2016-2017 eğitim öğretim yılı Eylül, Ekim, Kasım aylarında Şanlıurfa ve Gaziantep illerindeki liselerde görev yapan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan 30 adet matematik öğretmeninden uygulama formu ve klinik mülakatlar ile toplanmıştır. Süzer'in (2011) belirttiği gibi, nitel araştırmalarda veri analizi çeşitlilik, yaratıcılık ve esneklik anlamına gelir. Bu amaçla, bu öğretmenlerin verdikleri cevapların soru bazında kavram imajlarına bakılıp cevaplar kategorize edilerek frekans ve yüzde analizi yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre nitel veri analizi şekillenmiştir.

4.BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde toplanan verilerin analizine ve analiz sonucunda ortaya çıkan bulgulara yorumlar eşliğinde yer verilmiştir.

Yorumlar sunulurken öğretmenlerin yazılı verileri, birebir görüşmedeki sözlü anlatımları ve çizimleri de göz önünde bulundurulmuştur.

4.1. Öğretmenlere Uygulanan Görüşme Formunun Değerlendirilmesi

Uygulama formundaki birinci soru öğretmenlerin türev kavramını nasıl anladıklarını belirlemek için sorulmuştur. Araştırmanın birinci alt problemi olan "Öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımları ve kavram imajları nelerdir?" sorusuna cevap aranmaktadır.

Soru 1: "Türev kavramı nedir? Açıklayınız."

Tablo 1: Öğretmenlerin birinci soruya ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Teğet doğrusunun eğimi	10	33
Cebirsel temsili	9	30
Değişim Hızı-Değişim Oranı	5	17
Alt Fonksiyon, İlkel Fonksiyon, Yardımcı Fonksiyon	6	20
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %33.3'ü türev kavramını teğet doğrusunun eğimi olarak açıklamaktadırlar. Noktada türevin eğim değerini verdiği ya da türev fonksiyonunun eğim değerlerinden oluştuğuna dair yorumlar yapılmamıştır. Bu açıklamalar öğretmenlerin türev kavramını ezbere öğrendiklerini ve ezberden tanım belirttiklerini ortaya koymaktadır. Bazı öğretmenlerin ise sadece eğim cevabını vererek türev ve eğimin aynı şey olduğu yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

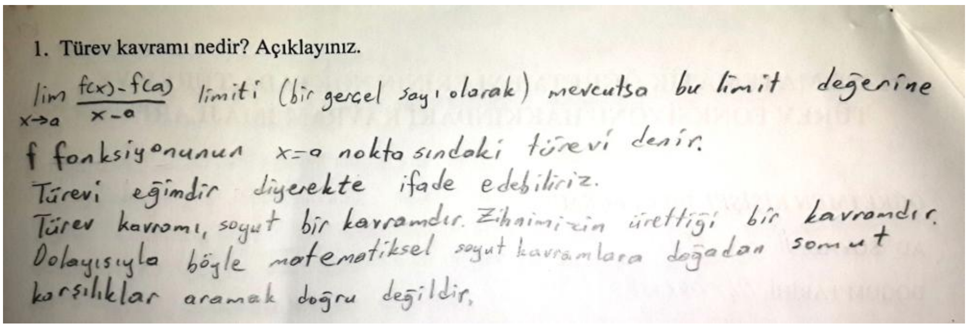
Öğretmen 1: "Türev, reel sayılardan reel sayılara giden fonksiyonlar için tanımlanmış, fonksiyonun grafiğine çizilen teğetin eğimini hesaplama yöntemidir."

Öğretmen 2: " Türev, eğim demektir. Bir doğrunun bir noktadaki eğimine türev denir."

Öğretmen 3: "Bir fonksiyonun grafiğine çizilen teğetin eğiminin hesaplanmasına yarayan fonksiyondur."

Öğretmenlerin %30'u türevi cebirsel olarak ifade ettikleri yine Tablo 1'de görülmektedir. Bu öğretmenler türevi limit yardımıyla açıklamışlardır fakat çoğu tanım noktada türev tanımıdır. Bu öğretmenler türev kavramı hakkında ezberledikleri bir formülü tanım olarak sunmuşlardır. Türevi bir hesaplama işlemi olarak gören bu öğretmenler limit işlemi ile bu hesabın yapılabileceğini belirtmişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

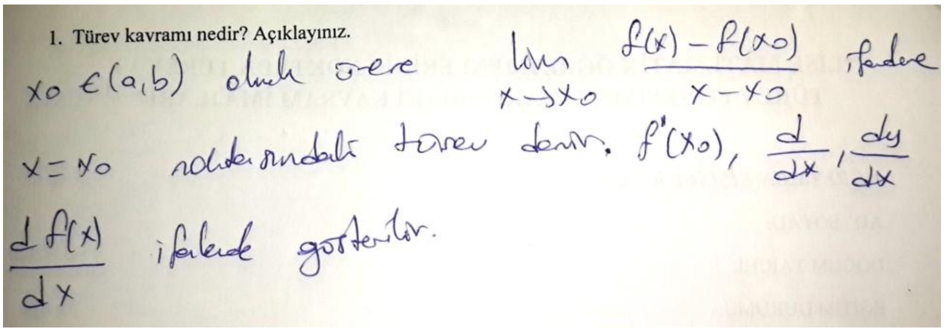
Öğretmen 4:


1. Türev kavramı nedir? Açıklayınız.

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ limiti (bir gercel sayı olarak) mevcutsa bu limit değerine f fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki türevi denir.
Türevi eğimdir diyerekte ifade edebiliriz.
Türev kavramı, soyut bir kavramdır. Zihnimizin ürettiği bir kavramdır. Dolayısıyla böyle matematiksel soyut kavramlara doğadan somut karşılıklar aramak doğru değildir.

Şekil 3. Ö-4'ün 1.soruya verdiği cevap

Öğretmen 5:

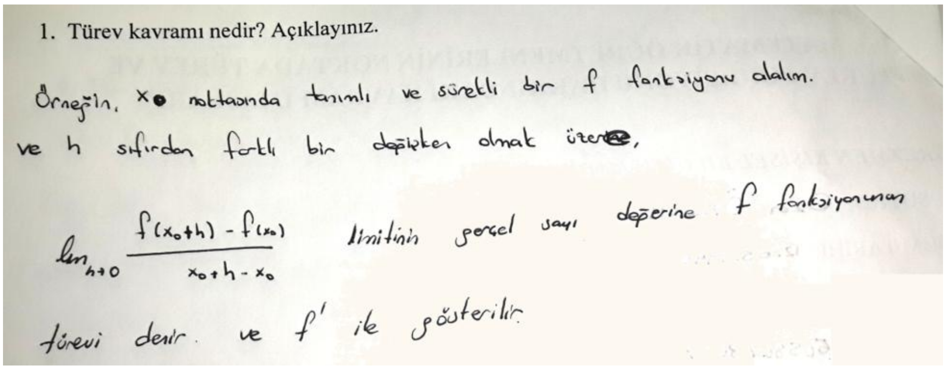


1. Türev kavramı nedir? Açıklayınız.

$x_0 \in (a,b)$ olmak üzere $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ ifadesine $x = x_0$ noktasındaki türev denir. $f'(x_0)$, $\frac{d}{dx}$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$ ifadeleri gösterilir.

Şekil 4. Ö-5'in 1.soruya verdiği cevap

Öğretmen 6:



1. Türev kavramı nedir? Açıklayınız.

Örneğin, x_0 noktasında tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonu alalım. ve h sıfırdan farklı bir değişken olmak üzere, $\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0+h-x_0}$ limitinin gerçel sayı değerine f fonksiyonunun türevi denir. ve f' ile gösterilir.

Şekil 5. Ö-6'nın 1.soruya verdiği cevap

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %16.6'sı türev kavramını değişim hızı olarak açıklamaktadırlar. Bazı öğretmenler bir zaman aralığındaki değişim olduğunu belirtirken bazıları ise, anlık değişim olarak belirtip sadece noktada türev olarak açıklamışlardır. Bu durum öğretmenlerin değişim oranı olarak türev bilgisindeki eksikliklerini ortaya koymaktadır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 7: "Türev herhangi bir zaman aralığındaki değişimi gösterir."

Öğretmen 8:"Bir değişkenin belirtilen noktadaki anlık değişimi o değişkenin türevidir."

Öğretmen 9: "Türev kavramı birbirine bağlı iki değişkendeki değişimdir. Önemli olan bu iki değişken arasındaki değişimin fonksiyonunu oluşturabilmektir. Y fonksiyonunu x'e bağlı oluşturabilmek gibi veya güncel hayatta da buna bağlı birçok *örnek verilebilir. Yağmurun yağmasına bağlı olarak barajdaki suyun doluluk oranı yada baraj hacmindeki değişim gibi.”*

Yine tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %20’si türev kavramını yardımcı fonksiyon, ilkel fonksiyon veya alt fonksiyon olarak açıklamaktadırlar. Bu öğretmenler türev kavramını fonksiyon olarak algılamakta fakat açıklamayı bununla sınırlandırıp detaylı bir bilgi vermemişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 10: “Fonksiyonun ilkel halidir.”

Öğretmen 11: “Kavramsal olarak bir fonksiyonun alt fonksiyonu diyebilirim.”

Öğretmen 12: “Türev ve integral kavramları birlikte kullanılır. Birbirlerinin tersidir. Eğri yüzeylerin alan hesaplamaları için kullanılır ve yardımcı fonksiyonlardır.”

Uygulama formundaki ikinci soru öğretmenlerin türev kavramı ve eğim kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl anladıklarını irdelemek için sorulmuştur.

Soru 2: “Türev ile eğim kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?”

Tablo 2: Öğretmenlerin ikinci ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Bir noktadaki türev teğetin eğimidir.	24	80
Eğimlerin limiti türevi verir.	2	7
Bir noktadaki teğet doğrusunun pozitif yönde oluşturduğu açının tanjantı olan eğim o noktadaki türev değeridir.	4	13
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %80’i türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi bir noktadaki türev o noktadaki teğetin eğimini verir biçiminde açıklamaktadırlar. Bu öğretmenler türev ile eğim arasındaki ilişkiye noktada türevi hesaplama olarak bakmaktadır. En yüksek oranda verilen bu cevap öğretmenlerin türev ile eğim ilişkisindeki kavramsal eksiklikleri ortaya koymaktadır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 6: "Türevin geometrik yorumunda kabaca; bir fonksiyona bir x_0 noktasından çizilen teğetin eğimini veren bağıntı $f'(x_0)$ şeklindedir.

Öğretmen 14: "Bir fonksiyonun birinci türevi aynı zamanda o noktadaki eğimi vermektedir.

Öğretmen 27: "Bir doğrunun ya da eğrinin o noktadaki eğimi o noktadaki türev değerine eşittir."

Öğretmen 8: "Bir fonksiyon eğrisinin bir noktadaki teğetinin eğimi o noktanın apsisindeki türevidir."

Öğretmen 30: "Bir fonksiyonun türevi aynı fonksiyonun eğimini verdiğinden türev ile eğim arasında yakın bir ilişki vardır."

Öğretmen 1: "Bir f fonksiyonunun a noktasındaki türevi f fonksiyonunun grafiğine a noktasından çizilen teğetin eğimini verir. Yani bir fonksiyonun birinci ve ikinci türevine bakılarak o fonksiyonun grafiği dolayısıyla eğimi yorumlanabilir."

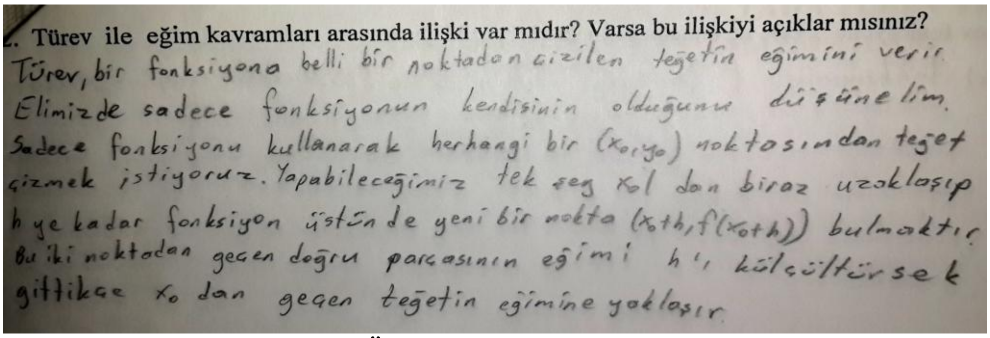
Öğretmen 12: "Evet vardır. Bir fonksiyonun grafiğine çizilen teğetin eğiminin hesaplanabilmesi için türev fonksiyonu kullanılır."

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %6.6' sı türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi eğimlerin limitinin türev fonksiyonunu vereceğini belirtmiştir. Bu öğretmenlerin çoğu noktada türev üzerinden limit yardımıyla yakınsamalardan bahsederek teğet doğrusunun eğiminin bulunabileceğini belirtmişlerdir. Türev ile eğim arasındaki ilişkiyi genel olarak ifade edemeyip, noktada türevi baz alarak açıklamalarda bulunan öğretmenlerin türev ile eğim arasındaki ilişkiyi açıklamakta güçlük çektikleri görülmektedir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 13: " Tabi ki; eğimlerin limiti, yakınsaması türevdir."

Öğretmen 15: " Fonksiyona (x_0,y_0) noktasından teğet çizip, h kadar uzaklaşıp (x_0+h ,y_0+h) gibi yeni bir nokta buluruz.Bu iki noktadan geçen doğru parçasının eğimi h' ı küçülttükçe teğetin eğimine yaklaşır.

Öğretmen 4 :

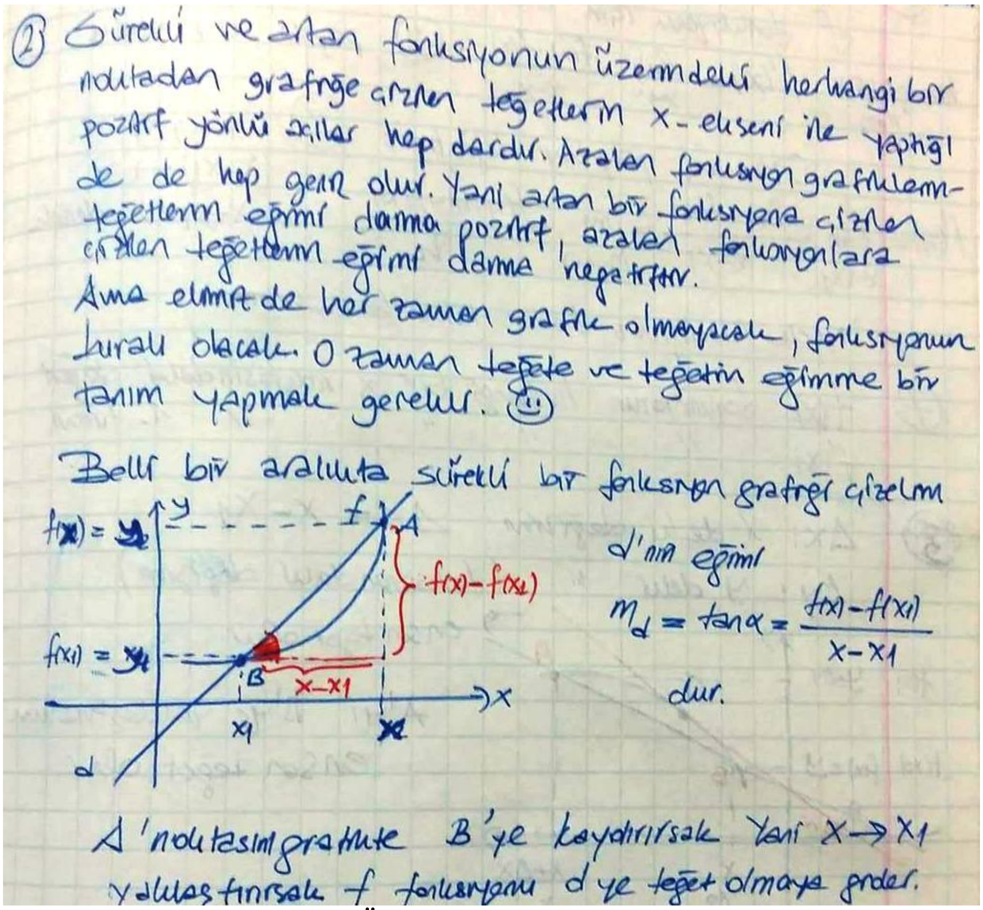

2. Türev ile eğim kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

Türev, bir fonksiyona belli bir noktadan cizilen teğetin eğimini verir. Elimizde sadece fonksiyonun kendisinin olduğunu düşünelim. Sadece fonksiyonu kullanarak herhangi bir (x_0, y_0) noktasından teğet cizmek istiyoruz. Yapabileceğimiz tek şey x_0'dan biraz uzaklaşıp h ye kadar fonksiyon üstünde yeni bir nokta (x_0+h, f(x_0+h)) bulmaktır. Bu iki noktadan gecen doğru parcasının eğimi h', külcültürsek gittikce x_0 dan gecen teğetin eğimine yaklaşır.

Şekil 6. Ö-4'ün 2.soruya verdiği cevap

Tablo 2'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin %13.3'ü türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi bir noktadaki teğet doğrusunun pozitif yönde oluşturduğu açının tanjantının eğimi vermekte olduğunu belirtmiştir. Öğretmenlerin çoğu noktadaki türevin o noktadaki eğim değerine eşit olduğunu belirtip eğimin teğet doğrusunun x-ekseniyle yaptığı pozitif yöndeki açının tanjantı olarak bulunabileceğini açıklamışlardır. Türev ile eğim arasındaki ilişkiyi genel olarak ifade edemeyip, noktada türevi baz alarak açıklamalarda bulunan öğretmenlerin türev ile eğim arasındaki ilişkiyi açıklamakta güçlük çektikleri görülmektedir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 23:


② Sürekli ve artan fonksiyonun üzerindeki herhangi bir noktadan grafiğe çizilen teğetlerin x-ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açılar hep dardır. Azalan fonksiyon grafiklerinde de hep geniş olur. Yani artan bir fonksiyona çizilen teğetlerin eğimi daima pozitif, azalan fonksiyonlara çizilen teğetlerin eğimi daima negatiftir. Ama elimizde her zaman grafik olmayacak, fonksiyonun kuralı olacak. O zaman teğete ve teğetin eğimine bir tanım yapmak gerekir. ☺

Belli bir aralıkta sürekli bir fonksiyon grafiği çizelim

d'nin eğimi

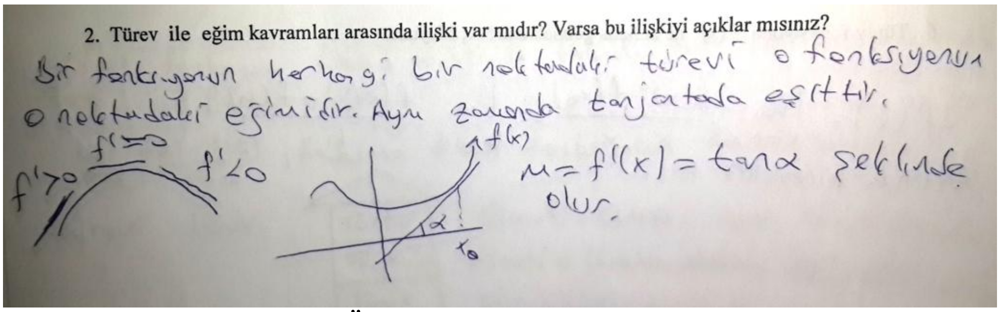
$m_d = \tan\alpha = \dfrac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}$

dur.

A'noktasını grafikte B'ye kaydırırsak yani $x \to x_1$ yaklaştırırsak f fonksiyonu d'ye teğet olmaya gider.

Şekil 7. Ö-23'ün 2.soruya verdiği cevap

Öğretmen 16:

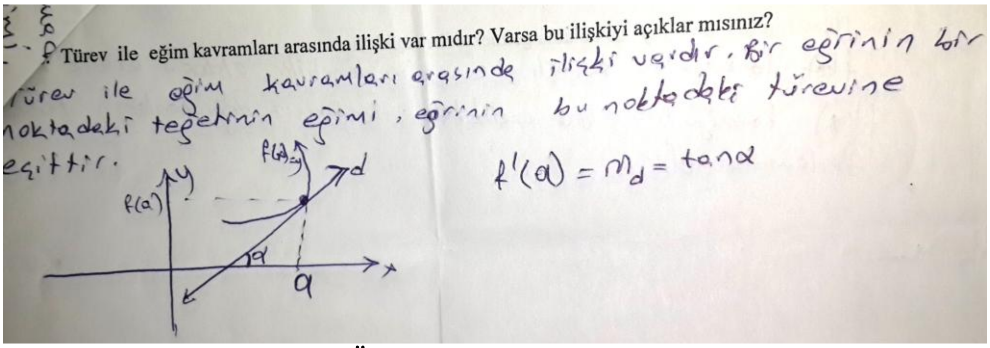

2. Türev ile eğim kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

Bir fonksiyonun herhangi bir noktadaki türevi o fonksiyonun o noktadaki eğimidir. Aynı zamanda tanjantada eşittir.

$m = f'(x) = \tan\alpha$ şeklinde olur.

Şekil 8. Ö-16'nın 2.soruya verdiği cevap

Öğretmen 17:



Şekil 9. Ö-17'nin 2.soruya verdiği cevap

Uygulama formundaki üçüncü soru öğretmenlerin türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında nasıl bir ilişki kurduklarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 3: "Türev ile değişim oranı kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız? "

Tablo 3: Öğretmenlerin üçüncü ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Boş	5	17
Fiziksel yorum	13	43
Artış – Azalış oranı	4	13
Farkların oranı	3	10
Değişim hızı	5	17
TOPLAM	30	100

Tabloda da belirtildiği gibi öğretmenlerin %17'si üçüncü soruyu boş bırakmışlardır. Türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında ilişki kuramamaktadır. Gerek ders kitaplarının türev kavramıyla ilgili olan değişim oranına yer vermemesi gerek öğretmenlerin %17'sinin bu soruyu boş bırakmaları bu konudaki eksikliği ortaya koymaktadır.

Tabloda da belirtildiği gibi öğretmenlerin %43'ü türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasındaki ilişkiyi fiziksel anlamdaki hız ve ivme, anlık hız, artış oranı biçiminde açıklamaktadırlar. Müfredattaki çoğu kitapta yer alan bu bilgileri veren öğretmenlerin ezbere öğrenmeyle, klişeleşmiş sözlerle bu açıklamalarda bulundukları gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin çoğu türev ile değişim oranı arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlanmış, ezbere bilgi vermişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 19: "Fonksiyonun birinci türevi hızı verir, ikinci türevi ivmeyi verir."

Öğretmen 14: "Türevin fiziksel yorumunda değişim oranı kavramına yer verilir."

Öğretmen 15: "Türev, anlık değişim oranlarını hesaplamada kullanılır. Konumun zamana göre değişim oranı hız, hızın zamana göre değişim oranı ivmedir.

Öğretmen 17: "Bir hareketlinin yol denkleminin türevini aldığımızda, hareketlinin hızını buluruz. Hız denkleminin türevini aldığımızda hareketlinin ivmesini buluruz.

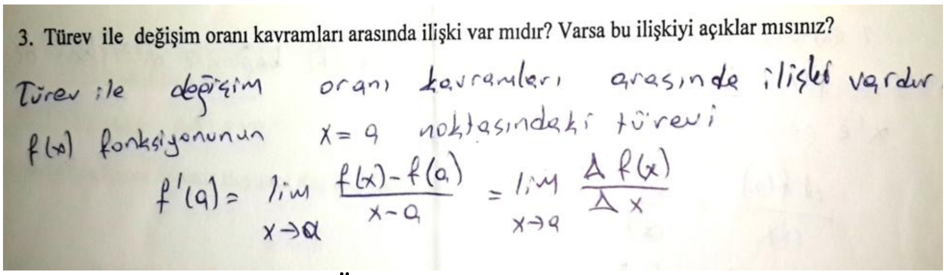
Tablo 3'te belirtildiği gibi öğretmenlerin % 13'ü türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında ilişki olduğunu onaylayarak türevin artış veya azalışla alakalı olduğunu belirtmişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir.

Öğretmen 9: "Türev ile değişim oranı kavramları arasında doğal bir ilişki vardır. Türev zaten iki veya daha çok değişkenin birbirine göre değişimidir. Bu değişimin oranı da türevdir. Daha çok günlük hayatta iki çokluğun birbirine göre değişim oranlarını belirlemekte kullanılır.(Artış veya azalış olarak.)"

Öğretmen 20: "Evet var. Günlük yaşamda en çok karşılaşılan problemlerden biri, her ikisi de zamana göre değişen iki niceliğin birbirlerine göre değişim oranlarını (artış veya azalış oranlarını) belirlemektir.

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 10'u türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek noktada türevi farkların oranının limiti olarak açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 16:



3. Türev ile değişim oranı kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

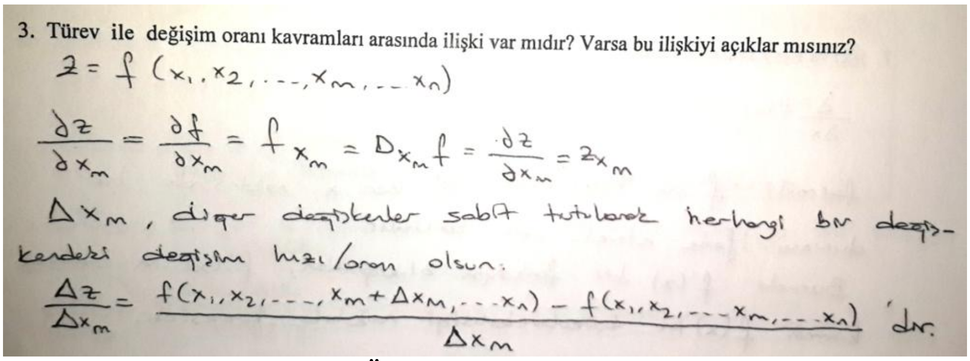
Türev ile değişim oranı kavramları arasında ilişki vardır
f(x) fonksiyonunun x = a noktasındaki türevi

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x \to a} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Şekil 10. Ö-16'nın 3.soruya verdiği cevap

Tabloda da belirtildiği gibi öğretmenlerin % 17'si türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek değişim hızını açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 1:



3. Türev ile değişim oranı kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

$$z = f(x_1, x_2, ..., x_m, ... x_n)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_m} = \frac{\partial f}{\partial x_m} = f_{x_m} = D_{x_m} f = \frac{\partial z}{\partial x_m} = z_{x_m}$$

Δx_m, diğer değişkenler sabit tutularak herhangi bir değişkendeki değişim hızı/oran olsun.

$$\frac{\Delta z}{\Delta x_m} = \frac{f(x_1, x_2, ..., x_m + \Delta x_m, ... x_n) - f(x_1, x_2, ... x_m, ... x_n)}{\Delta x_m} \text{'dır.}$$

Şekil 11. Ö-1'in 3.soruya verdiği cevap

Uygulama formundaki dördüncü soru öğretmenlerin türev kavramı ile limit kavramı arasında nasıl bir ilişki kurduklarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 4: "Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız? "

Tablo 4: Öğretmenlerin dördüncü ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Belirsizlik giderme ve L-Hospital Kuralı	4	13
Türevi olabilmesi için limit şarttır	6	20
Süreklilik-limit-türev ilişkisi	6	20
Türevin tanımı limit içerir.	14	47
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 13'ü türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek türevin belirsizlikleri gidermede kullanıldığını açıklamışlardır. Limit hesaplamalarında belirsizlik giderme amacıyla kullanılan L'Hospital kuralı ile ilişkilendirip farklarının oranının limiti ile ilişki kurmamışlardır. Soru çözümünü kısa yoldan yapmanın yollarını öğrenen ve öğreten öğretmenler ezbere verilen bu cevap türev ile limit ilişkilendirilmesindeki eksiklikleri ortaya koymaktadır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 10: "Evet ilişkilidir. Limitteki belirsizlikleri gidermede türev kullanırız."

Öğretmen 28: "Limitte bazı belirsizlikler durumlarını türev işimize yarar. L-hospital kuralından limitte normal yollarla çözemediğimiz durumlarda türev devreye girer."

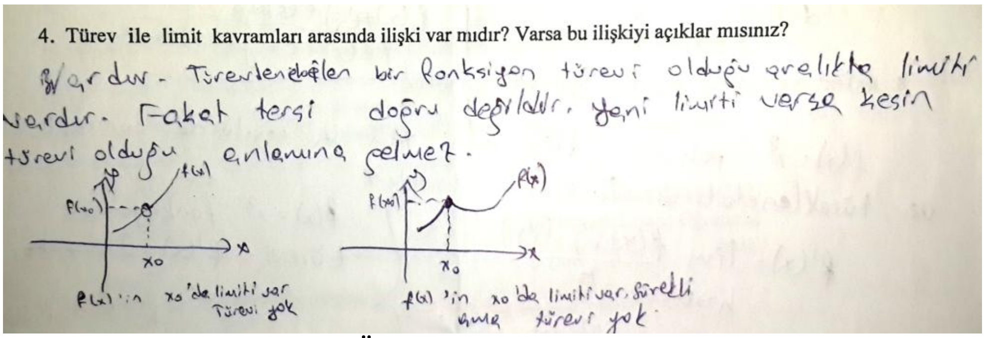
Tablo 4'te belirtildiği gibi, öğretmenlerin %20'si türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek türevlenebilirliğin şartının limit olduğunu vurgulamışlardır. Aşağıda, bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 29: "Limit varsa fonksiyon türevlenebilirdir."

Öğretmen 7: "Evet vardır. Öncelikle bir noktada türev alabilmek için o noktada sağ ve sol limitler var olmalı ve birbirine eşit olmalıdır. Eğer bu limit sonsuz ise gene türev alınamaz. Türevin tanımlarından biri de limit yardımıyla yazılır."

Öğretmen 8: "Evet x=a noktasında türevli bir fonksiyonun bu noktada limiti vardır. Ancak bu önermenin tersi her zaman doğru değildir."

Öğretmen 16:



4. Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

Vardır. Türevlenebilen bir fonksiyon türevi olduğu aralıkta limiti vardır. Fakat tersi doğru değildir. Yani limiti varsa kesin türevi olduğu anlamına gelmez.

Şekil 12. Ö-16'nın 4.soruya verdiği cevap

Tablo 4'te belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 20'si türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek süreklilik-limit-türev ilişkisini açıklamışlardır. Aşağıda, bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

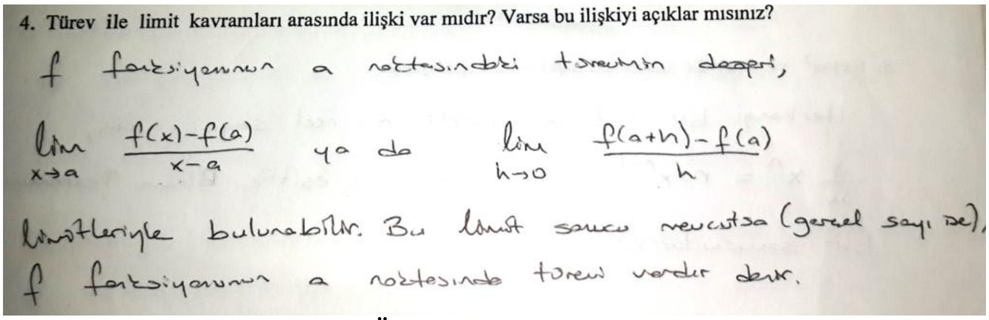
Öğretmen 4: "Bir fonksiyonun türevi varsa, o noktada süreklidir. Sürekliyse o noktada mutlaka limiti vardır. Limiti varsa sürekli olmak zorunda değil, sürekliyse o noktada türevli olması şart değil."

Öğretmen 9: "Türev ile limit arasında yakın bir ilişki vardır. Bir fonksiyonun bir noktada türevinin olabilmesi için o noktada limitinin olması gereklidir. Bir noktada fonksiyonun türevi varsa o noktada fonksiyon süreklidir ve dolayısıyla sürekli ise limiti vardır. Limit varsa sürekli olmak zorunda değil veya sürekliyse de o noktada türevli olmak zorunda değil."

Öğretmen 17: "Bir fonksiyonun bir noktada türevli olabilmesi için limiti olmalıdır. Limit yoksa türev yoktur. Fonksiyonun bir noktada limiti var, sürekli olup *sağdan ve soldan türevler eşit ise fonksiyonun türevi vardır. Zaten türev limitle oluşur.”*

Tablo 4’te belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 47’si türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek limit içeren türev tanımını yapmışlardır. Bu tanımı yaparken noktada türev tanımını yazarak türev ve limit arasındaki ilişki hakkında detaylı bir bilgi veremedikleri görülmüştür. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 1:



4. Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

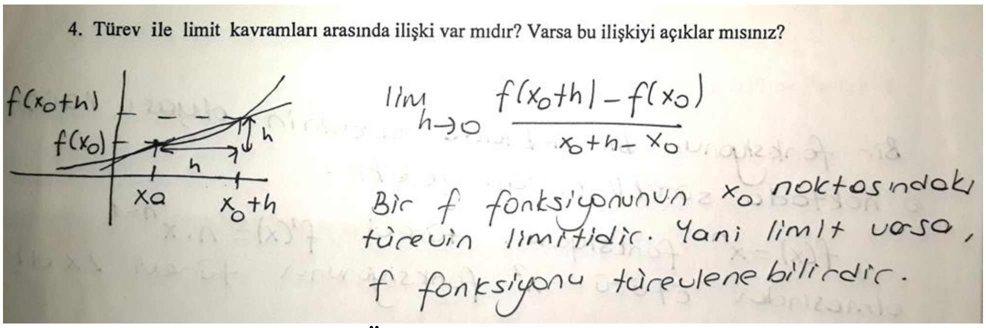
f fonksiyonunun a noktasındaki türevinin değeri,

$\lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ya da $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

limitleriyle bulunabilir. Bu limit sonucu mevcutsa (gerçel sayı ise), f fonksiyonunun a noktasında türevi vardır denir.

Şekil 13. Ö-1’in 4.soruya verdiği cevap

Öğretmen 15:



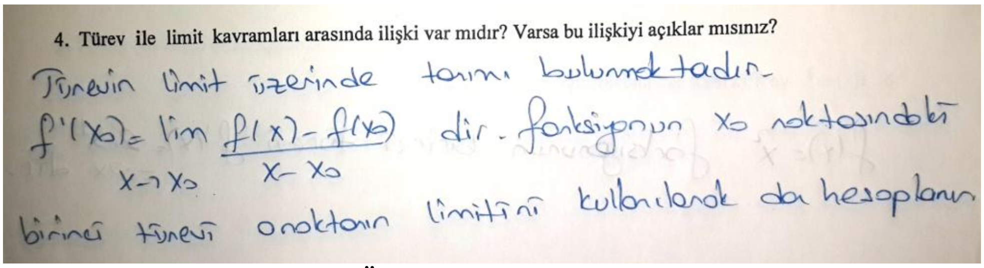
4. Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0+h-x_0}$

Bir f fonksiyonunun x_0 noktasındaki türevin limitidir. Yani limit varsa, f fonksiyonu türevlene bilirdir.

Şekil 14. Ö-15’in 4.soruya verdiği cevap

Öğretmen 14:


4. Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?

Türevin limit üzerinde tanımı bulunmaktadır.

$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ dir. fonksiyonun x_0 noktasındaki birinci türevi o noktanın limitini kullanılarak da hesaplanır

Şekil 15. Ö-14’ün 4.soruya verdiği cevap

Uygulama formundaki beşinci soru öğretmenlerin noktada türevi kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

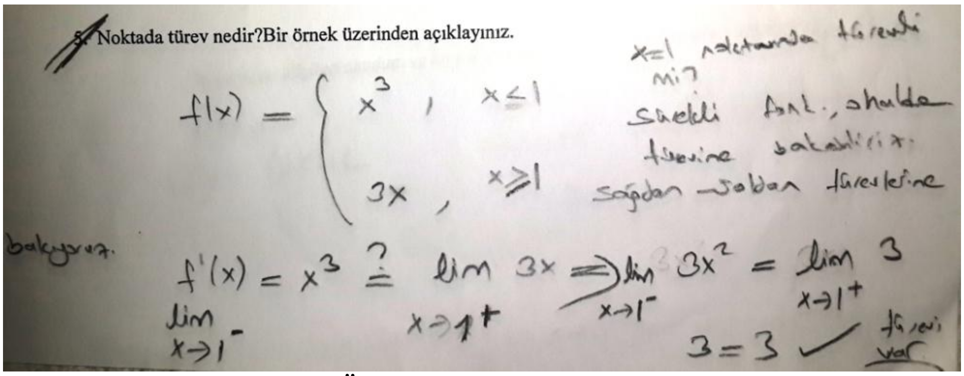
Soru 5: “Noktada türev nedir? Bir örnek üzerinden açıklayınız.”

Tablo 5: Öğretmenlerin beşinci ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Sağdan soldan türeve bakılır	6	20
Üs 1 azaltılıp katsayı olarak yazılır	10	33
O noktadaki teğetin eğimidir.	6	20
Limit formülü üzerinden	8	27
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 20’si noktada türeve bir örnek vererek sağdan ve soldan türevlerine bakılması gerektiğini belirtmişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 19:



5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 , & x \leq 1 \\ 3x , & x \geq 1 \end{cases}$$

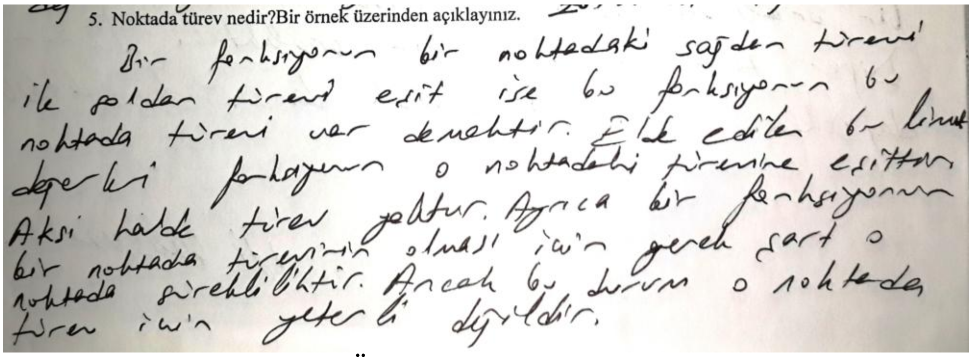
x=1 noktasında türevli mi? Sürekli fonk., olduğu türevine bakabiliriz. sağdan -soldan türevlerine bakıyoruz.

$$f'(x) = \lim_{x \to 1^-} x^3 \overset{?}{=} \lim_{x \to 1^+} 3x \Rightarrow \lim_{x \to 1^-} 3x^2 = \lim_{x \to 1^+} 3$$

$$3 = 3 \checkmark$$ türevi var

Şekil 16. Ö-19'un 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 9:



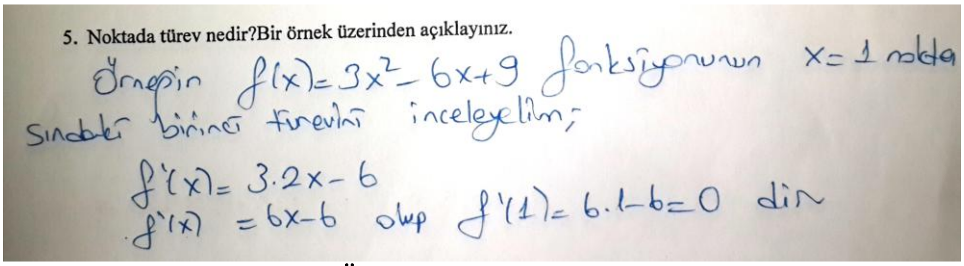
5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

Bir fonksiyonun bir noktadaki sağdan türevi ile soldan türevi eşit ise bu fonksiyonun bu noktada türevi var denektir. Elde edilen bu limit değerleri fonksiyonun o noktadaki türevine eşittir. Aksi halde türev yoktur. Ayrıca bir fonksiyonun bir noktada türevinin olması için gerek şart o noktada süreklilıktir. Ancak bu durum o noktada türev için yeterli değildir.

Şekil 17. Ö-9'un 5.soruya verdiği cevap

Tablo 5'te belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 33'ü örnek verdikleri polinom fonksiyonlarının üssünü bir azaltıp katsayı olarak yazarak bir *x* değeri için sonuç belirtmişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 14:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

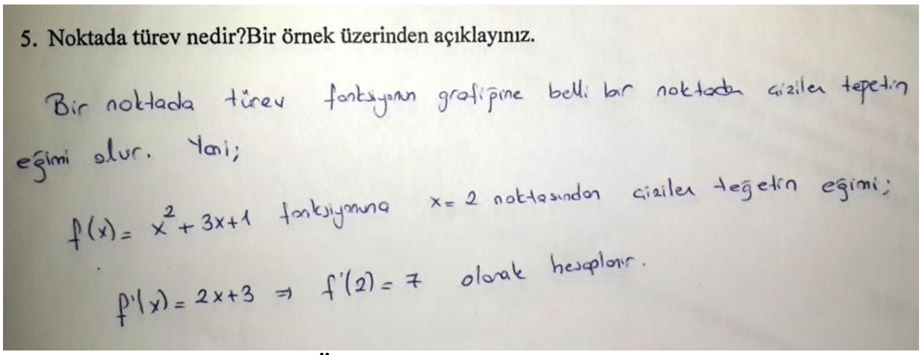
Örneğin $f(x)=3x^2-6x+9$ fonksiyonunun $x=1$ nokta sındaki birinci türevini inceleyelim;

$f'(x)=3.2x-6$

$f'(x)=6x-6$ olup $f'(1)=6.1-6=0$ dır

Şekil 18. Ö-14'ün 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 12:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

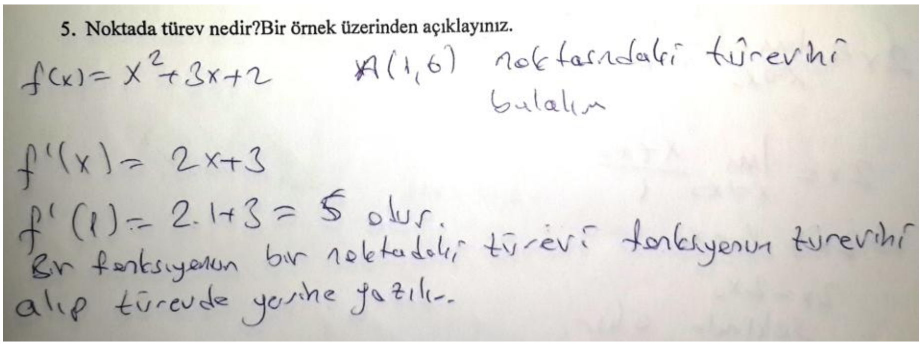
Bir noktada türev fonksiyonun grafiğine belli bir noktadan çizilen teğetin eğimi olur. Yani;

$f(x)=x^2+3x+1$ fonksiyonuna $x=2$ noktasından çizilen teğetin eğimi;

$f'(x)=2x+3 \Rightarrow f'(2)=7$ olarak hesaplanır.

Şekil 19. Ö-12'nin 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 17:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

$f(x)=x^2+3x+2$ A(1,6) noktasındaki türevini bulalım

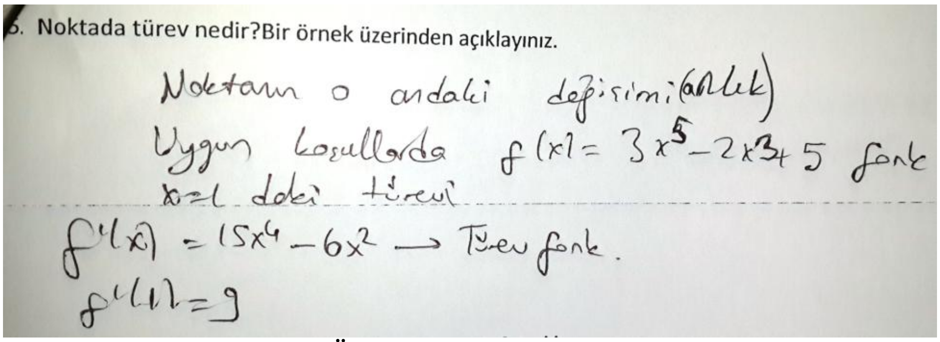
$f'(x)=2x+3$

$f'(1)=2.1+3=5$ olur.

Bir fonksiyonun bir noktadaki türevi fonksiyonun türevini alıp türevde yerine yazılır.

Şekil 20. Ö-17'nin 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 18:

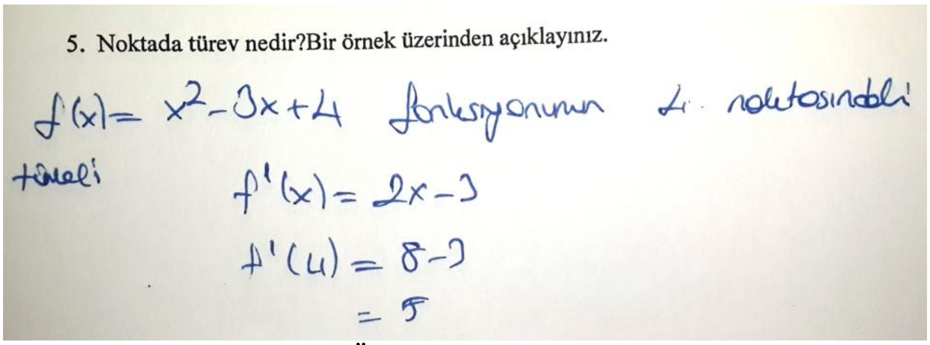

5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

Noktanın o andaki değişimi(anlık)
Uygun koşullarda $f(x)=3x^5-2x^3+5$ fonk
$x=1$ deki türevi

$f'(x)=15x^4-6x^2 \rightarrow$ Türev fonk.
$f'(1)=9$

Şekil 21. Ö-18'in 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 10:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

$f(x)=x^2-3x+4$ fonksiyonunun 4. noktasındaki
türevi

$f'(x)=2x-3$
$f'(4)=8-3$
$=5$

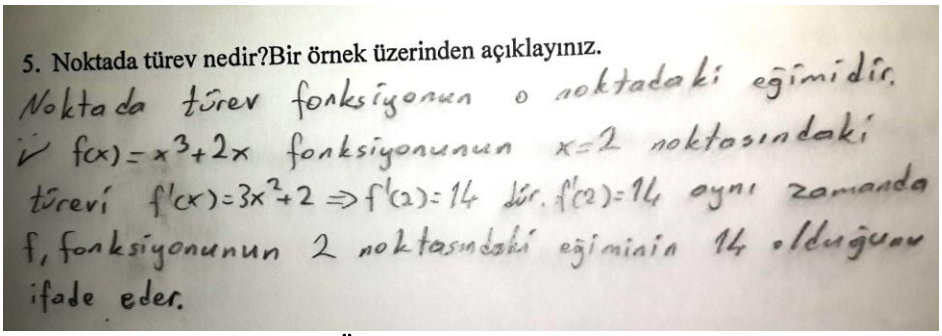
Şekil 22. Ö-10'un 5.soruya verdiği cevap

Tablo 5'te belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 20'si noktada türevi o noktadaki teğetin eğimi olarak açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 15: "Tanımlı olduğu noktadaki türev, o noktadaki teğet doğrusunun eğimidir.

Öğretmen 29: "Türev bir fonksiyona belli bir noktasından çizilen teğetin eğimidir."

Öğretmen 4:



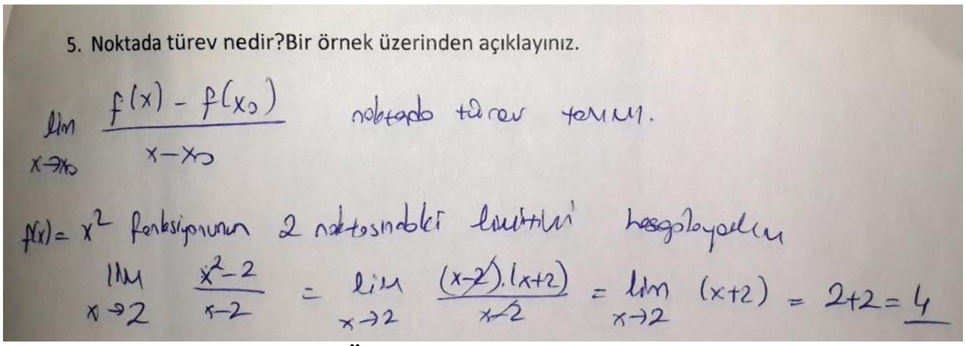
5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

Noktada türev fonksiyonun o noktadaki eğimidir.
ör $f(x)=x^3+2x$ fonksiyonunun $x=2$ noktasındaki türevi $f'(x)=3x^2+2 \Rightarrow f'(2)=14$ dür. $f'(2)=14$ aynı zamanda f, fonksiyonunun 2 noktasındaki eğiminin 14 olduğunu ifade eder.

Şekil 23. Ö-4'ün 5.soruya verdiği cevap

Tablo 5'te belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 27'si noktada türevi, türevin cebirsel formu olan limit tanımı yoluyla açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 21:



5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

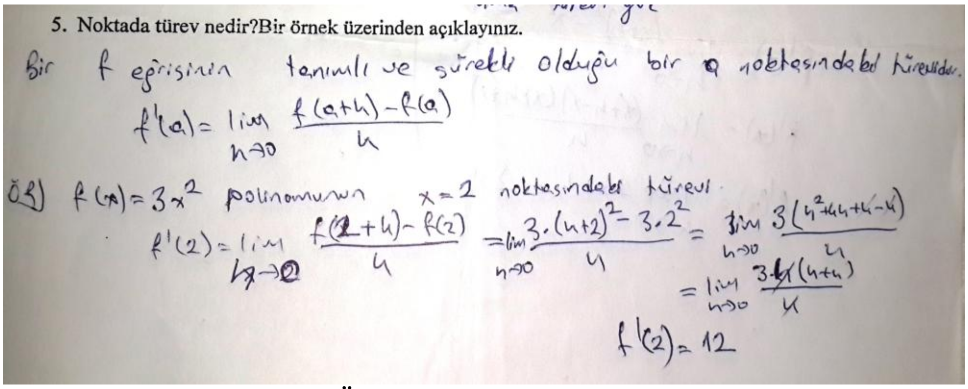
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ noktada türev formül.

$f(x)=x^2$ fonksiyonunun 2 noktasındaki limitini hesaplayalım

$\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-2}{x-2} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{\cancel{(x-2)}.(x+2)}{\cancel{x-2}} = \lim\limits_{x \to 2} (x+2) = 2+2 = \underline{4}$

Şekil 24. Ö-21'in 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 16:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

Bir f eğrisinin tanımlı ve sürekli olduğu bir a noktasındaki türevidir.

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Ör) $f(x)=3x^2$ polinomunun $x=2$ noktasındaki türevi.

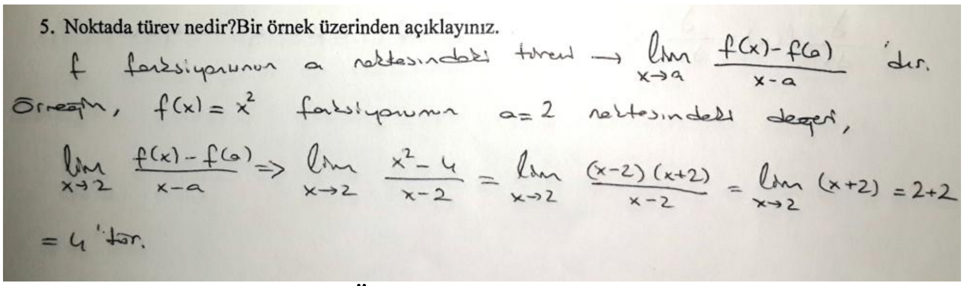
$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3\cdot(h+2)^2-3\cdot 2^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3(h^2+4h+4-4)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{3\cancel{h}(h+4)}{\cancel{h}}$$

$$f'(2)=12$$

Şekil 25. Ö-16’nın 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 1:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

f fonksiyonunun a noktasındaki türevi → $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 'dır.

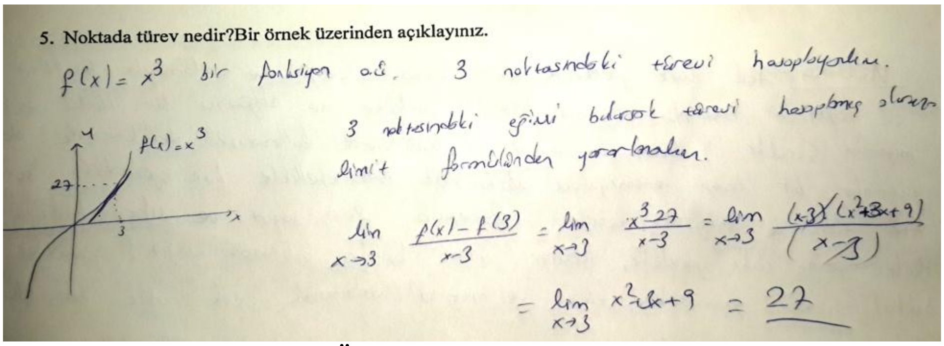
Örneğin, $f(x)=x^2$ fonksiyonunun $a=2$ noktasındaki değeri,

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\Rightarrow\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+2)=2+2$$

$=4$'tür.

Şekil 26. Ö-1’in 5.soruya verdiği cevap

Öğretmen 2:


5. Noktada türev nedir?Bir örnek üzerinden açıklayınız.

$f(x)=x^3$ bir fonksiyon olsun. 3 noktasındaki türevi hesaplayalım.

3 noktasındaki eğimi bulursak türevi hesaplamış oluruz.

limit formülünden yararlanalım.

$$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}(x^2+3x+9)}{\cancel{(x-3)}}$$

$$=\lim_{x\to 3}x^2+3x+9=27$$

Şekil 27. Ö-2’nin 5.soruya verdiği cevap

Uygulama formundaki altıncı soru öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 6: "Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız."

Tablo 6: Öğretmenlerin altıncı ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Eğim	10	33
Limit formülü	8	27
Değişim miktarı	1	3
Türev fonksiyonu tanımı	11	37
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %33'ü türev fonksiyonunu eğimi bulmak olarak nitelendirmişlerdir. Bu öğretmenler türev fonksiyonunu bulmanın o noktadaki teğet doğrusunun eğim değerini hesaplamak olduğunu düşünmektedir. Noktada türevi açıklayabilmekte fakat türev fonksiyonunu açıklamakta yetersiz kaldıkları görülmüştür. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 12: "Eğim."

Öğretmen 18: "f(x) fonksiyonunun türevlenebilir şartlarda alınan türevini gösteren fonksiyondur. Ben genelde derslerde f '(x) için eğim fonksiyonu derim. Teğet eğimini öğrencinin bulabilmesi için."

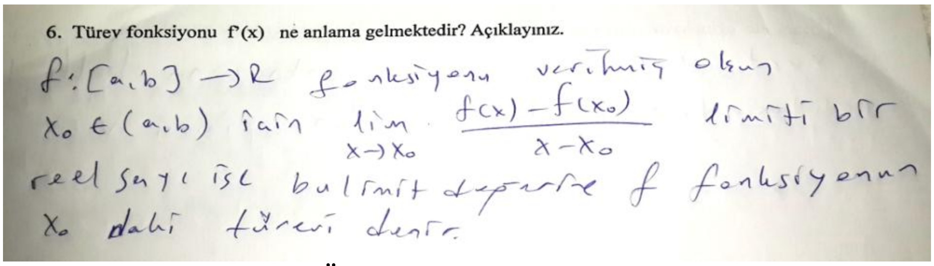
Öğretmen 28: "f '(x) fonksiyonu f fonksiyonunun x noktasındaki eğimi anlamındadır."

Öğretmen 2: " f(x) fonksiyonunun bir noktadaki eğimini hesaplamak demektir. O noktadaki tanjant değerini hesaplayarak f '(x) değerini bulmuş oluruz.

Öğretmen 6: "Bir f fonksiyonunda sürekli olduğu aralıkta o fonksiyonun türev fonksiyonu f '(x)'dir. Bir türev fonksiyonuna bakarak fonksiyonun kendisine ait *olan eğride her noktadaki (sürekli olduğu aralıkta) teğetlerin eğimlerini söyleyebiliriz. Ya da fonksiyondaki değişiklikleri yorumlayabilir artan azalan olduğu aralıkları tespit edebiliriz."*

Tablo 6'da belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 27'si türev fonksiyonunu limit yardımıyla açıklamışlardır. Bu açıklamaları yapan öğretmenlerin çoğu noktada türevin nasıl hesaplanacağını limit formülü ile yazmış olup türev fonksiyonu hakkındaki açıklamaları yetersiz kalmıştır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

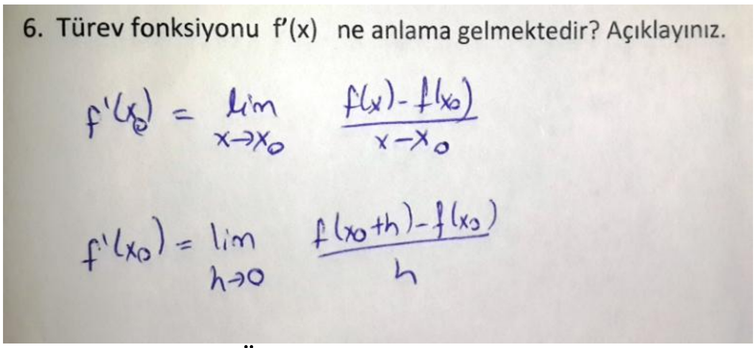
Öğretmen 20:


6. Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.

$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ fonksiyonu verilmiş olsun $x_0 \in (a,b)$ için $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ limiti bir reel sayı ise bu limit değerine f fonksiyonun x_0 daki türevi denir.

Şekil 28. Ö-20'nin 6.soruya verdiği cevap

Öğretmen 28:

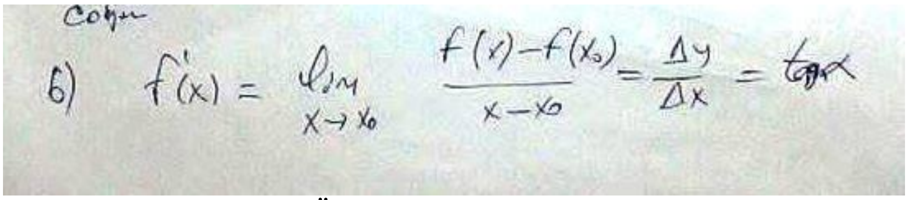

6. Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Şekil 29. Ö-28'in 6.soruya verdiği cevap

Öğretmen 13:



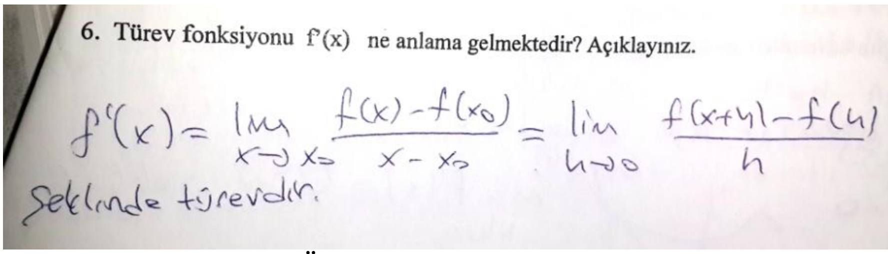
Coşkun

6) $f'(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$

Şekil 30. Ö-13'ün 6.soruya verdiği cevap

Öğretmen 8: "y=f(x) fonksiyonu için x=a noktasında f(x)-f(a) farkının x-a farkına oranıyla elde edilen limit değeri, fonksiyonun x=a noktasındaki türevidir."

Öğretmen 17:



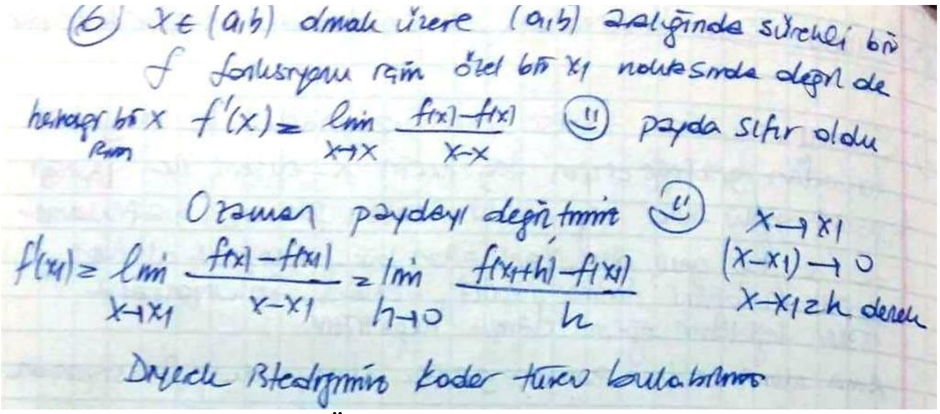
6. Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.

$f'(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

şeklinde türevdir.

Şekil 31. Ö-17'nin 6.soruya verdiği cevap

Öğretmen 23:



(6) $x \in (a,b)$ olmak üzere (a,b) aralığında sürekli bir f fonksiyonu için özel bir x_1 noktasında değil de herhangi bir x için $f'(x) = \lim_{x \to x} \frac{f(x)-f(x)}{x-x}$ payda sıfır oldu

O zaman paydayı değiştirmeliyim $x \to x_1$

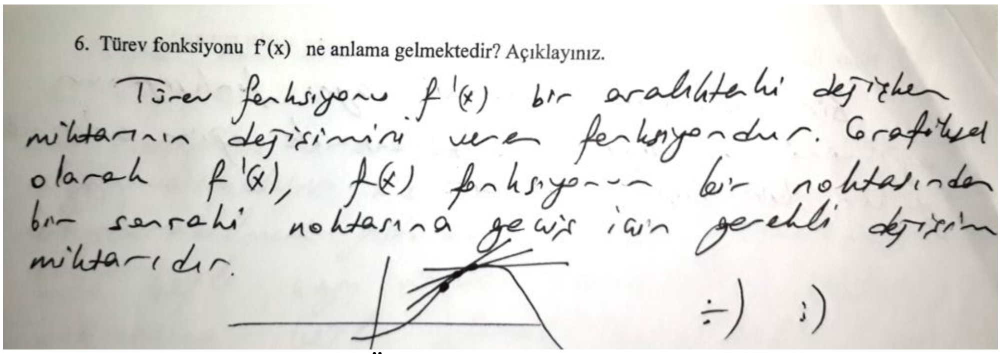
$f'(x_1) = \lim_{x \to x_1} \frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_1+h)-f(x_1)}{h}$ $(x-x_1) \to 0$ $x-x_1 = h$ dersek

Diyecek bildiğimin kadar türev bulunabilmez

Şekil 32. Ö-23'ün 6.soruya verdiği cevap

Tablo 6’da belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 3’ü türev fonksiyonunu değişim miktarı olarak açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 9:


6. Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.

Türev fonksiyonu f'(x) bir aralıktaki değişken miktarının değişimini veren fonksiyondur. Grafiksel olarak f'(x), f(x) fonksiyonun bir noktasından bir sonraki noktasına geçiş için gerekli değişim miktarıdır.

Şekil 33. Ö-9’un 6.soruya verdiği cevap

Tablo 6’da belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 37’si türev fonksiyonunu tanım olarak açıklamışlardır. Bu açıklamaları yapan öğretmenlerin çoğu noktada türev tanımı yaparak türev fonksiyonu hakkındaki açıklamaları beyan etmede yetersiz kalmıştır. Çoğu öğretmen türev fonksiyonunun gösterimini yazıp açıklamasını yapamamıştır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 1: “ Türevlenebilir bir f fonksiyonu için her a noktasındaki değer, f fonksiyonunun a noktasındaki türevi olan fonksiyona f fonksiyonunun türevi denir. Bu fonksiyon f ‘(x) sembolüyle gösterilir.”

Öğretmen 14: “ f ‘(x) fonksiyonu x_0 noktasının f(x) altındaki birinci türevidir.

Öğretmen 15: “ f fonksiyonu tanımlı olduğu her aralıkta türevlenebilirse, bu türev değerlerinin oluşturduğu fonksiyon f’ fonksiyonudur.”

Öğretmen 16: “ f(x)=y fonksiyonu tanımlı ve türevlenebilir olduğu aralık için f ‘(x) fonksiyonu bu aralıktaki bağımsız değişkenlerin türevi anlamına gelir.

Uygulama formundaki yedinci soru öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 7: "f(x) ve f '(x) arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız."

Tablo 7:Öğretmenlerin yedinci ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Boş	7	23
Birinci türevi, türevin gösterimi	16	53
Diferansiyelle geçiş	3	10
Fiziksel yorum	4	14
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 23'ü türev fonksiyonu ve türev arasındaki ilişkiyi yorumlamamışlardır.

Tablo 7'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 53'ü fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişkiyi fonksiyonun kendisi ve birinci türevi şeklinde açıklamışlardır. Bu açıklamalara bakıldığında gösterim olarak bilgi vermek dışında bir veri elde edilememiştir ve fonksiyonun türevini açıklamadaki yetersizlik görülmüştür. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 14: "f(x) fonksiyonun kendisi olup f '(x) o fonksiyonun birinci türevidir."

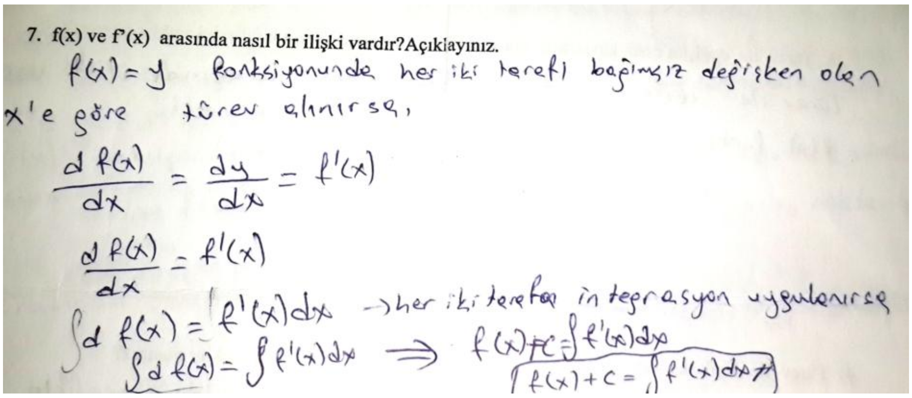
Öğretmen 23: " f(x) fonksiyonun herhangi bir x noktasındaki değeri, f '(x) fonksiyonun herhangi bir x noktasındaki birinci türevidir."

Öğretmen 20: " f(x) normal fonksiyon, f '(x) türevli fonksiyon."

Öğretmen 2: " f(x) fonksiyonun türevini aldığımızda, f '(x) fonksiyonunun türevini bulmuş oluruz."

Tablo 7'de belirtildiği gibi öğretmenlerin % 10'u fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişkiyi diferansiyelle açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 16:



7. f(x) ve f'(x) arasında nasıl bir ilişki vardır?Açıklayınız.

f(x) = y fonksiyonunda her iki tarafı bağımsız değişken olan x'e göre türev alınırsa,

$$\frac{d f(x)}{dx} = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

$$\frac{d f(x)}{dx} = f'(x)$$

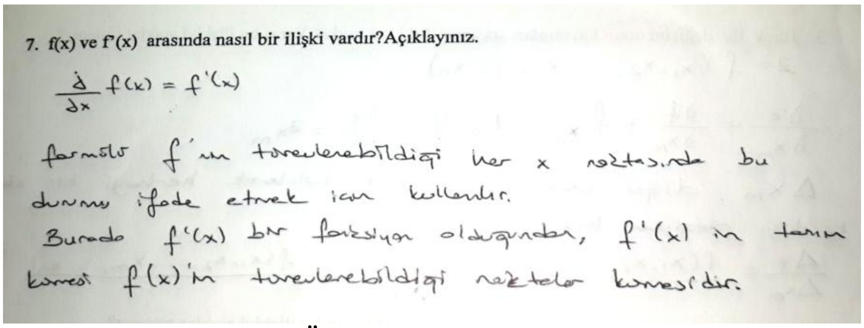
$$\int d f(x) = \int f'(x)dx$$ → her iki tarafa integrasyon uygulanırsa

$$\int d f(x) = \int f'(x)dx \Rightarrow f(x)+C = \int f'(x)dx$$

$$\boxed{f(x)+C = \int f'(x)dx}$$

Şekil 34. Ö-16'nın 7.soruya verdiği cevap

Öğretmen 1:



7. f(x) ve f'(x) arasında nasıl bir ilişki vardır?Açıklayınız.

$$\frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$$

formülü f'in türevlenebildiği her x noktasında bu durumu ifade etmek için kullanılır.
Burada f'(x) bir fonksiyon olduğundan, f'(x) in tanım kümesi f(x)'in türevlenebildiği noktalar kümesidir.

Şekil 35. Ö-1'in 7.soruya verdiği cevap

Tablo 7'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 14'ü fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişkiyi fiziksel olarak açıklamışlardır. Öğretmenlerin verdikleri bu cevaplar fonksiyon ve türevi arasındaki ilişkiyi açıklamak için eksik görülmüştür. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 17: " f(x) fonksiyonunun türevi f '(x) şeklinde gösterilir. Birçok ilişki vardır. Doğru için türev eğim, fonksiyon için ekstremum noktasını bulabiliriz. Yol denklemi için türev hızı verir."

Öğretmen 8: "f(x) bir hareketlinin x zamanına bağlı hız fonksiyonu ise f'(x) bu hareketlinin x anındaki ivmesidir."

Uygulama formundaki sekizinci soru öğretmenlerin türev ve türev fonksiyonu arasındaki ilişki hakkındaki kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 8: "$f(x)=x^2$ ve $f\,'(x)=2x$ arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız."

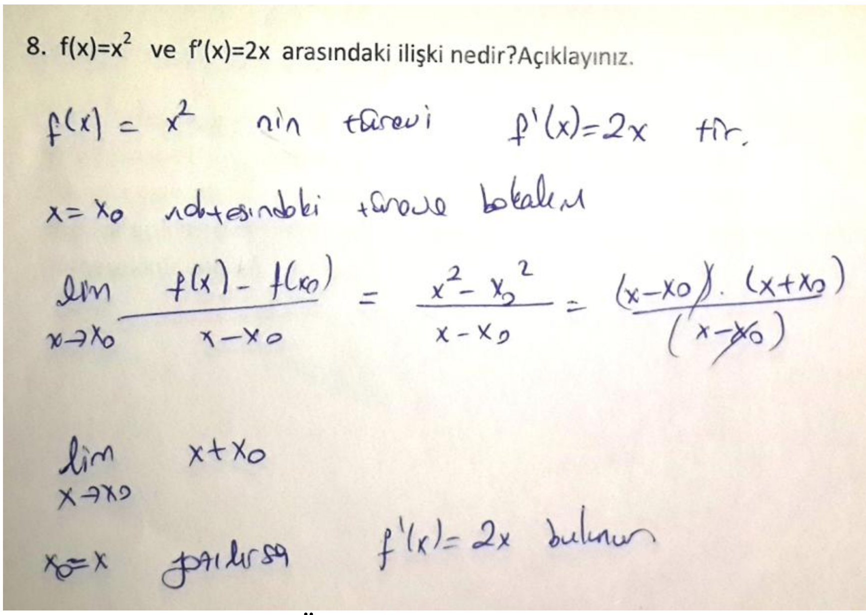
Tablo 8: Öğretmenlerin sekizinci soruya ait cevaplarının sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Boş	3	10
Limit	7	23
Eğim denklemi	3	10
Fonksiyon ve türevi	8	27
Türev alma kuralı	7	23
Değişim	2	7
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 10'u $f(x)=x^2$ ve $f\,'(x)=2x$ arasındaki ilişki hakkında açıklamada bulunmamıştır.

Tabloda 8'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 23'ü $f(x)=x^2$ ve $f\,'(x)=2x$ arasındaki ilişki hakkında türevin limitle alakalı tanımını kullanarak açıklamada bulunmuşlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 21:



8. $f(x)=x^2$ ve $f'(x)=2x$ arasındaki ilişki nedir?Açıklayınız.

$f(x) = x^2$ nin türevi $f'(x)=2x$ tir.

$x = x_0$ noktasındaki türeve bakalım

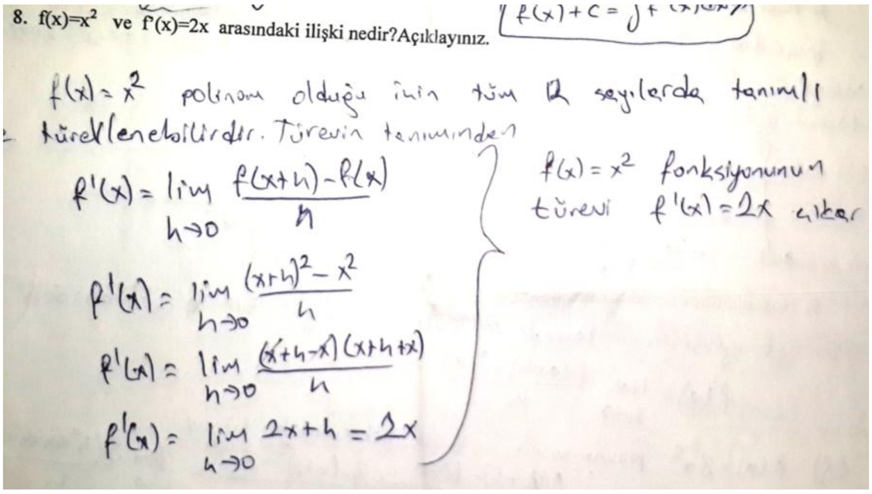
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \frac{x^2-x_0^2}{x-x_0} = \frac{\cancel{(x-x_0)}.(x+x_0)}{\cancel{(x-x_0)}}$$

$$\lim_{x \to x_0} x+x_0$$

$x_0=x$ yazılırsa $f'(x)=2x$ bulunur

Şekil 36. Ö-21'in 8.soruya verdiği cevap

Öğretmen 16:



8. $f(x)=x^2$ ve $f'(x)=2x$ arasındaki ilişki nedir?Açıklayınız.

$f(x)=x^2$ polinom olduğu için tüm $\mathbb{R}$ sayılarda tanımlı türevlenebilirdir. Türevin tanımından

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2-x^2}{h}$$

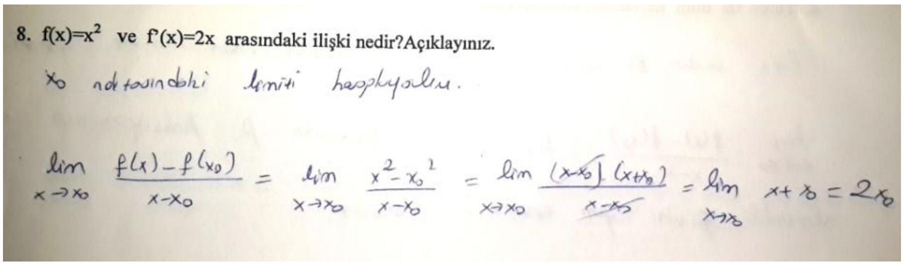
$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h-x)(x+h+x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} 2x+h = 2x$$

$f(x)=x^2$ fonksiyonunun türevi $f'(x)=2x$ çıkar

Şekil 37. Ö-16'nın 8.soruya verdiği cevap

Öğretmen 2:

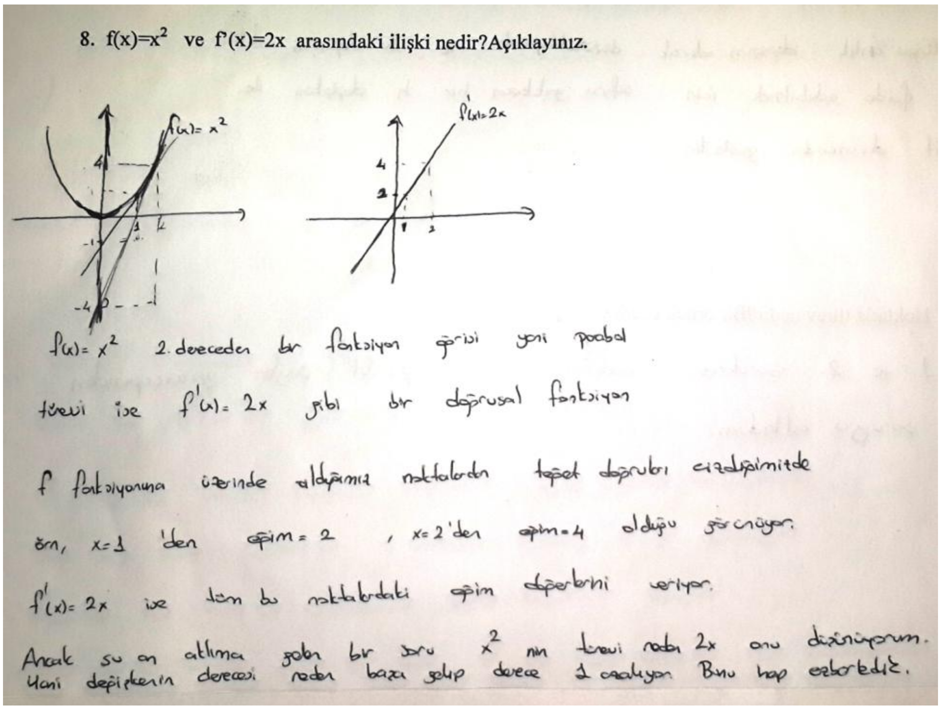


Şekil 38. Ö-2'nin 8.soruya verdiği cevap

Tablo 8'de belirtildiği gibi öğretmenlerin % 10'u f(x)=x^2 ve f '(x)=2x arasındaki ilişki hakkında teğet doğrusunun denklemini oluşturacak şekilde açıklamada bulunmuşlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 8: "Parabolün her bir noktasındaki teğetinin eğimi o noktadaki apsisinin 2 katına eşittir."

Öğretmen 6:



Şekil 39. Ö-6'nın 8.soruya verdiği cevap

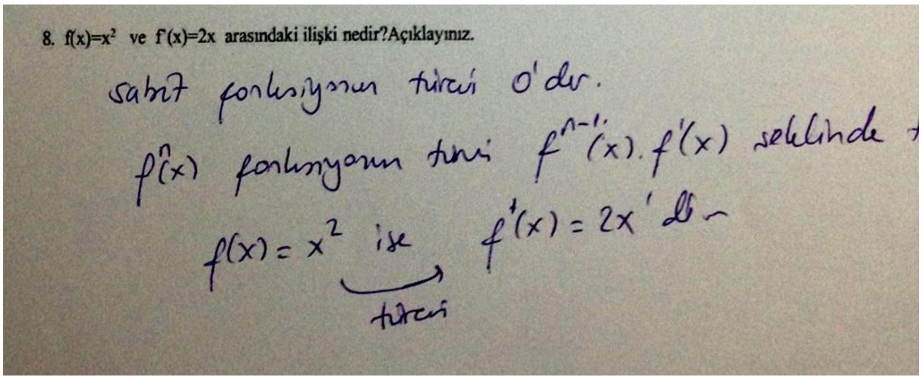
Tablo 8'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 27'si f(x)=x^2 ve f '(x)=2x arasındaki ilişki hakkında fonksiyon ve o fonksiyonun türevi şeklinde açıklamada bulunmuşlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 20: "f '(x)=2x, f(x)=x^2 'nin türev alınmış halidir."

Öğretmen 14: "f(x)=x^2 fonksiyonunun birinci türevi f '(x)=2x 'dir.

Tablo 8'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 23'ü f(x)=x^2 ve f '(x)=2x arasındaki ilişki hakkında türev alma kuralları ile alakalı açıklamada bulunmuşlardır. Bu açıklamalar formül yazıp uygulama yapmaktan, ezbere öğrenmekten kavram bilgisinin göz ardı edildiğini göstermektedir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 29:


8. f(x)=x^2 ve f'(x)=2x arasındaki ilişki nedir?Açıklayınız.

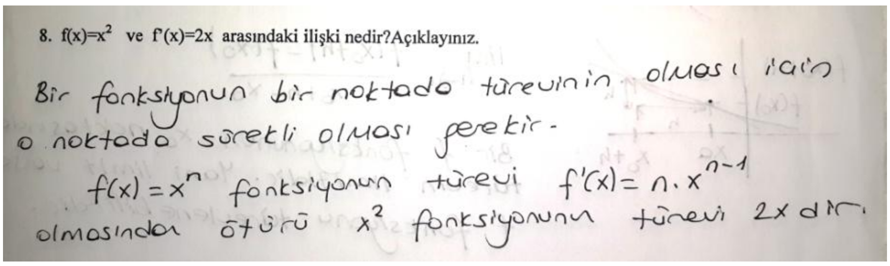
sabit fonksiyonun türevi 0'dır.

f(x) fonksiyonun türevi $f^{n-1}(x).f'(x)$ şeklinde

$f(x)=x^2$ ise $\underbrace{\quad}_{\text{türevi}}$ $f'(x)=2x$'dir.

Şekil 40. Ö-29'un 8.soruya verdiği cevap

Öğretmen 15:


8. f(x)=x^2 ve f'(x)=2x arasındaki ilişki nedir?Açıklayınız.

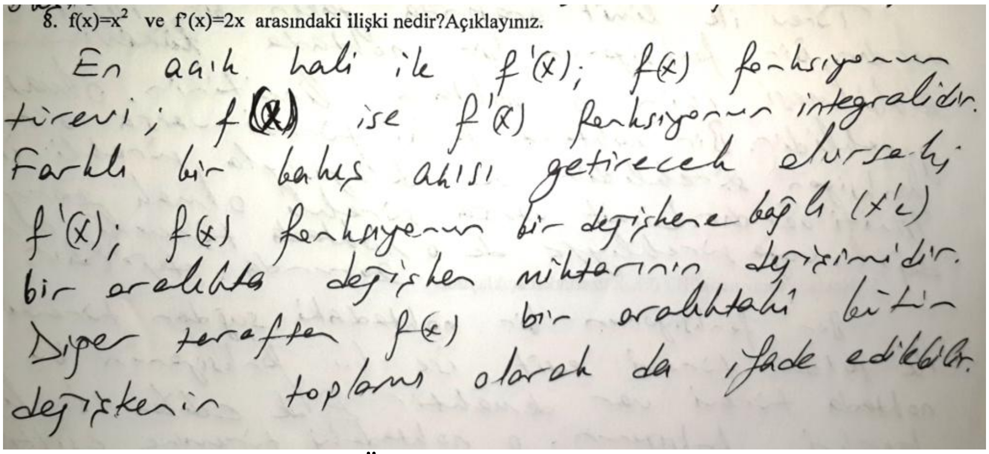
Bir fonksiyonun bir noktada türevinin olması için o noktada sürekli olması gerekir.

$f(x)=x^n$ fonksiyonun türevi $f'(x)=n.x^{n-1}$ olmasından ötürü x^2 fonksiyonunun türevi 2x dir.

Şekil 41. Ö-15'in 8.soruya verdiği cevap

Tablo 8'de belirtildiği gibi öğretmenlerin % 7'si $f(x)=x^2$ ve $f'(x)=2x$ arasındaki ilişki hakkında değişim oranı/değişim miktarı gibi açıklamalarda bulunmuşlardır. Bu açıklamada bulunan öğretmenler sözel olarak ezbere ifade edip aradaki ilişkiyi işlemsel olarak yazamamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 9:


8. $f(x)=x^2$ ve $f'(x)=2x$ arasındaki ilişki nedir?Açıklayınız.

En açık hali ile f'(x); f(x) fonksiyonunun türevi; f(x) ise f'(x) fonksiyonunun integralidir. Farklı bir bakış açısı getirecek olursak; f'(x); f(x) fonksiyonunun bir değişkene bağlı (x'e) bir aralıkta değişken miktarının değişimidir. Diğer taraftan f(x) bir aralıktaki bütün değişkenin toplamı olarak da ifade edilebilir.

Şekil 42. Ö-9'un 8.soruya verdiği cevap

3.2. Öğretmenlerle Yapılan Klinik Mülakatların Değerlendirilmesi

Öğretmenlerle yapılan klinik mülakatlarda araştırmaya gönüllü olarak katılan bu öğretmenlerin türev kavramı ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram tanımı ve kavram imajlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Uygulama formu uygulandıktan sonra belirlenen 6 öğretmen ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Bu öğretmenler, uygulanan uygulama formuna göre belirlenmiştir. Öğretmenlerden 6'sı seçilip, her bir öğretmen ile yaklaşık 30 dakikalık bir sürede görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlere uygulama formundaki verdikleri cevaplara yönelik sorulara verdikleri cevapları ayrıntısıyla aktarmalarını sağlamak amacıyla sorular sorulmuştur. Her bir görüşme dijital olarak kayda alınıp daha sonra bilgisayar ortamında yazıya dökülmüştür.

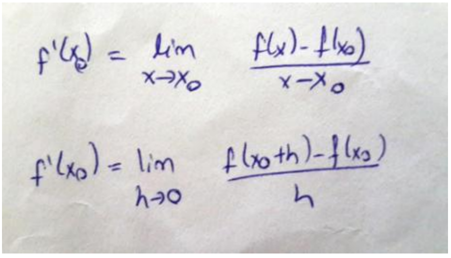
Görüşmenin birinci sorusu türev kavramına dair genel bir bakış açısını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda birinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev kavramı hakkında bilgi verir misiniz?*

Öğretmen 21: *Bir noktaya giderken limit değeri.*

Görüşmeci: *Daha farklı nasıl ifade edebilirsiniz?*

Öğretmen 21:



Şekil 43. Öğretmen21'in görüşmede sorulan 1. soruya ait yazımı

Görüşmeci: *Türev kavramı hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklar mısınız?*

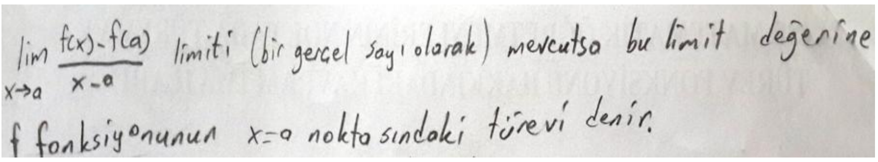
Öğretmen 14: *Türev kavramı fonksiyonlar üzerinde uygulanan basit türev alma işlemidir. Bir noktadaki türev değeri limit yardımıyla hesaplanır. Türevden önce işlenen limit konusu ile öğrencilerin etkileşim kurması sağlanır.*

Görüşmeci: *Türev kavramı nedir? Sizin için neler ifade ediyor?*

Öğretmen 4: *Türev kavramı soyut bir kavramdır. Zihnimizin ürettiği bir kavramdır. Dolayısıyla böyle matematiksel kavramlara doğadan somut karşılık aramak doğru değildir. Türev eğimdir diyerek ifade edebiliriz.*

Görüşmeci: *Türev kavramını matematiksel açıdan nasıl anlamlandırıyorsunuz?*

Öğretmen 4:



Şekil 44.Öğretmen 4'ün 1. soruya ait yazımı

Görüşme formundaki cevapları biraz daha irdelemek için yapılan görüşmede verilen cevaplar öğretmenlerin türevi bir limit alma işlemi ve kurallardan ibaret olarak gördükleri belirlenmiştir. Türev denilince noktada türev değerini limit yoluyla bulmayı anladıklarını belirtmişlerdir.

Görüşmenin ikinci sorusu türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda ikinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev ile eğim kavramları arasındaki ilişkiyi açıklar mısınız?*

Öğretmen 9: *Bir fonksiyonun türevi aynı fonksiyonun eğimini verdiğinden türev ile eğim arasında yakın bir ilişki vardır.*

Öğretmen 21: *Türev teğetin eğimi olduğu için bu iki kavram ilişkilidir.*

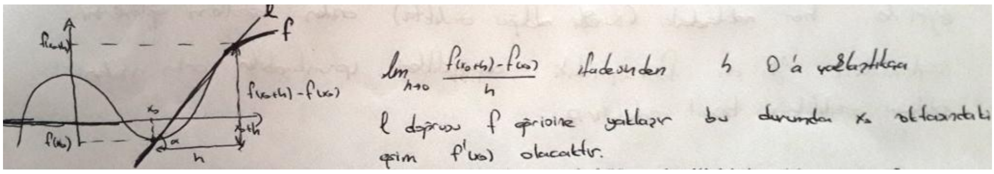
Öğretmen 12: *Bir fonksiyonun grafiğine çizilen teğetin eğiminin hesaplanabilmesi için türev fonksiyonu kullanılır.*

Görüşmeci: *Türev ile eğim kavramları arasındaki ilişkiyi açıklar mısınız?*

Öğretmen 6: *Türevin geometrik yorumunda kabaca, bir fonksiyona belirli bir noktadan çizilen teğetin eğimini veren bağıntı o noktanın birinci türevidir.*

Görüşmeci: *Daha farklı nasıl ifade edersiniz?*

Öğretmen 6:



Şekil 45. Öğretmen 6'nın 2.soruya ait yazımı

Yapılan görüşmede verilen cevaplara göre öğretmenler türev ile eğim arasındaki ilişkiyi belirtirken noktada türev üzerinden yorumlamışlardır. Bazı öğretmenlerin türev ile eğim arasındaki ilişkiyi teğetin eğimi türevi verir biçiminde algıladıklarını göstermektedir. Amit ve Vinner (1990) araştırmasında da öğrencilerin bir fonksiyonun türevini, verilen bir noktada fonksiyona çizilen teğet doğrusunun denklemi olarak gördüklerini ortaya çıkmış ve ayrıca çalışmalarına katılan öğrencinin türevle teğet doğruları arasındaki ilişkiyi biliyor gibi görünmesine rağmen teğet doğrusunun teğet noktasındaki denklemini sanki o noktada türevmiş gibi kullandığını görülmüştür.

Görüşmenin üçüncü sorusu türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda üçüncü soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev ile değişim oranı arasında bir ilişki var mıdır? Varsa açıklar mısınız?*

Öğretmen 21: *Değişim oranı bana diferansiyeli hatırlattı. Belki diferansiyelden türeve bir geçiş olabilir. Tam hatırlayamadım.*

Öğretmen 14: *Türevin fiziksel yorumunda değişim oranına ve grafiklere yer verilir. Artış, azalışlar incelenir.*

Öğretmen 12: *Türev aynı zamanda hız grafiklerinde kullanılır.*

Öğretmen 6: *Türev tanımında da söylediğim gibi anlık değişim oranı türevi verir.*

Yapılan görüşmede görüşmeci öğretmenlerden biraz daha açıklama yapmalarını belirttiğinde öğretmenler hatırlayamadıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin değişim oranı ile türev arasındaki ilişkiyi net ifade edemediği görülmüştür. Bu ise müfredattaki değişim oranı türev ilişkisine yeterince yer verilmediğinin göstergesidir. Thompson (1994)' a göre ortalama değişim oranını ilişkilendirerek anlamanın öğrencilerin türev kavramını ve analizdeki teoremleri anlamalarına yardımcı olacaktır.

Görüşmenin dördüncü sorusu türev kavramı ile limit kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda dördüncü soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev ile limit arasında bir ilişki var mıdır? Varsa açıklar mısınız?*

Öğretmen 6: *Türev anlık değişim oranı olarak düşünüldüğünde ve bu değişimi daha iyi ifade edebilmek için sıfıra yaklaşan bir h değişkeni ile limit durumunda gösterilir.*

Öğretmen 21: *Vardır. Türev hesaplarken o noktadaki limiti hesaplarız.*

Öğretmen 4: *Bir fonksiyonun türevi varsa, o noktada süreklidir. Sürekliyse o noktada mutlaka limiti vardır. Limit varsa sürekli olmak zorunda değil. Sürekliyse o noktada türevli olması şart değil.*

Görüşmeci: *Türev ile limit arasında bir ilişki var mıdır? Varsa açıklar mısınız?*

Öğretmen 10: *Belirsizliği gidermede türev kullanırız.*

Görüşmeci: *Biraz daha detaylandırabilir misiniz?*

Öğretmen 10: *Limit sorularında belirsizlik gidermek için L'hospital kuralı uygulanır. Bu kural gereği türev alınır.*

Yapılan görüşmelerde öğretmenlerin bazıları türev kavramı ile limit kavramı arasındaki ilişkiyi noktada türevin sonucunu bulmada limit işlemi yapıldığını belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler ise limit sorularındaki belirsizliği gidermede türev kullanıldığını belirmişlerdir. Bazı öğretmenler de limit-süreklilik-türev ilişkisini açıklamışlardır.

Görüşmenin beşinci sorusu öğretmenlerin noktada türevi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda beşinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Noktada türevi açıklar mısınız?*

Öğretmen 15: *Tanımlı olduğu noktadaki türev, o noktadaki teğet doğrusunun eğimidir.*

Öğretmen 9: *Bir fonksiyonun bir noktadaki sağdan türevi ile soldan türevi eşit ise bu fonksiyonun bu noktada türevi var demektir.*

Görüşmeci: *Noktada türevi bir örnek üzerinden açıklar mısınız?*

Öğretmen 4: *Noktada türev fonksiyonun o noktadaki eğimidir.* $f(x)=x^3+2x$ *fonksiyonunun* $x=2$ *noktasındaki türevi* $f'(x)=3x^2+2$ *ve* $f'(2)=14$*'tür. Bu bize fonksiyonun 2 noktasındaki teğetinin eğim değerinin 14 olduğunu ifade eder.*

Yapılan görüşmelerde öğretmenlerin noktada türevi o noktadaki eğim değerini bulma olarak algıladıkları görülmüştür. Örneklerin çoğu kuvveti 1 azaltıp katsayı olarak yazma kuralı üzerinden yani polinom fonksiyonların türevi üzerinden verilmiştir.

Görüşmenin altıncı sorusu öğretmenlerin türev fonksiyonunu nasıl kavradıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda altıncı soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu f'(x) sizin için ne anlam ifade ediyor?*

Öğretmen 12: *Eğim.*

Öğretmen 14: *Birinci türev.*

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu* $f'(x)$ *sizin için ne anlam ifade ediyor?*

Öğretmen 6: *Bir f fonksiyonunda sürekli olduğu aralıkta o fonksiyonun türev fonksiyonu* $f'(x)$ *'tir.*

Görüşmeci: *Peki türev fonksiyonunu geometrik olarak yorumlar mısınız?*

Öğretmen 6: *Bir türev fonksiyonuna bakarak fonksiyonun kendisine ait olan eğride her noktadaki ama sürekli olduğu aralıklarda. Her noktadaki çizilen teğetlerin eğimlerini söyleyebiliriz.*

Görüşmeci: *Ne işe yarar?*

Öğretmen 6: *Hmm… Türev fonksiyonu ile fonksiyon grafiğindeki artanlık azalanlık durumları yorumlanabilir diye hatırlıyorum.*

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu* $f'(x)$ *sizin için ne anlam ifade ediyor?*

Öğretmen 15: *f fonksiyonunun tanımlı olduğu aralıkta türevlenmesidir. Türev alma kurallarına göre türev fonksiyonu bulunur.*

Görüşmeci: *Biraz daha detaylandırabilir misiniz?*

Öğretmen 15: *Tanımlı olduğu noktalar için türev değeri bulunur. Bu değerlerin oluşturduğu fonksiyon* $f'(x)$ *türev fonksiyonudur. Bazı fonksiyonlar için tek tek değer bulup daha sonra türev fonksiyonu bulmak zor ve uzun olduğu için kısa yoldan yapmak için kurallar üretilmiştir.*

Yapılan görüşmelerde bazı öğretmenler birinci türev, eğim gibi ezberden cevaplar verirken bazı öğretmenler ise türevin noktasal yorumunu bırakıp artık değişken bir kavram olduğunu belirten ifadeler kullanmışlardır.

Görüşmenin yedinci sorusu öğretmenlerin türev ve türev fonksiyonu arasındaki ilişkiyi nasıl kavramlaştırdıklarını ortaya çıkarmak amacıyla sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda yedinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Sizce f(x) ve* $f'(x)$ *arasında nasıl bir ilişki vardır?*

Öğretmen 10: $f'(x)$ *, f(x)'in türevidir.*

***Öğretmen 14:** f(x) fonksiyonun kendisi olup, $f'(x)$ o fonksiyonun birinci türevidir.*

***Öğretmen 6:** Bir f(x) fonksiyonun sürekli olduğu aralıkta türev fonksiyonunun gösterimi f ‘(x)’tir.*

***Görüşmeci:** Sizce f(x) ve $f'(x)$ arasında nasıl bir ilişki vardır?*

***Öğretmen 9:** Türevin anlamını hatırlayacak olursak grafiksel olarak bir fonksiyonun belli bir noktasına çizilen teğet doğrusunun eğimi ile ifade edilir.*

***Görüşmeci:** Biraz daha detaylandırır mısınız?*

***Öğretmen 10:** Grafiksel olarak bakıldığında fonksiyonun grafiğinin bir noktasından başka bir noktasına geçerkenki değişim miktarıdır. O zaman teğet ne kadar yataysa değişim o kadar az, ne kadar çoksa değişim o kadar çoktur. Yani $f'(x)$'in grafiğini oluşturan noktalar ile sağlanan geçişler $f'(x)$ ile ilgilidir.*

Yapılan görüşmelerde çoğu öğretmenler f′(x)’ i birinci türevin gösterimi olarak belirtmişlerdir. Değişim ve eğimden bahseden öğretmenlerden fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişki hakkında net bir veri elde edilememiştir. Bu ise giderilmesi gereken bir eksiklik olarak yorumlanmıştır.

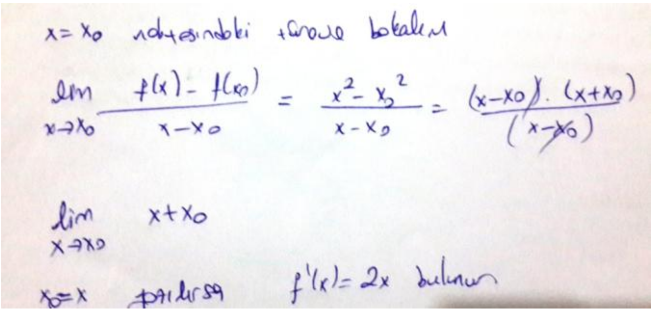
Görüşmenin sekizinci sorusu öğretmenlerin türev ve türev fonksiyonu arasındaki ilişkiyi nasıl kavramsallaştırdıklarını ortaya çıkarmak amacıyla bir örnek üzerinden sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda sekizinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

***Görüşmeci:** $f(x) = x^2$ ve $f'(x) = 2x$ arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız.*

***Öğretmen21:** $f(x) = x^2$'nin türevi $f'(x) = 2x$'tir.*

***Görüşmeci:** Türev fonksiyonu $f'(x) = 2x$’i nasıl elde ettiniz?*

***Öğretmen21:** Limit formülünden.*



Şekil 46. Öğretmen 21’in 8.soruya ait yazımı

Görüşmeci: $f(x) = x^2$ ve $f'(x) = 2x$ $arasındaki$ $ilişki$ $nedir?$ $Açıklayınız.$

Öğretmen15: $f(x) = x^2$ $'nin$ $türevi$ $f'(x) = 2x$ $'tir.$

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu* $f'(x) = 2x$*'i nasıl elde ettiniz?*

Öğretmen15: $f(x) = x^n$ *fonksiyonunun türevi* $f'(x) = n.x^{n-1}$ *olmasından ötürü.*

Görüşmeci: $f(x) = x^2$ ve $f'(x) = 2x$ $arasındaki$ $ilişki$ $nedir?$ $Açıklayınız.$

Öğretmen6: $f(x) = x^2$ $'nin$ $türevi$ $f'(x) = 2x$ $'tir.$

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu* $f'(x) = 2x$*'i nasıl elde ettiniz?*

Öğretmen6: *f fonksiyonu üzerinde aldığımız noktaların teğet doğrularını çizdiğimizde bulabiliriz. Örneğin x=1 için eğim 2 çıkıyor; x=2 için eğim 4 çıkıyor.* $f'(x) = 2x$ *fonksiyonu ise bu noktalardaki eğim değerlerini veriyor. Ama* $f(x) = x^2$ $'nin$ $türevi$ $f'(x) = 2x$ *.Bu şekilde şu an açıkladım ama tam olarak sebebini bilmiyorum. Açıkçası hep ezberledik.*

Yapılan görüşmelerde çoğu öğretmen limit yardımıyla ya da polinom fonksiyonların türev formülü ile sonucu bulmuşlardır. Bir öğretmen ise fonksiyonun tanımlı olduğu noktaların eğim değerlerinden ulaşılabileceğini açıklamıştır. Öğretmenlerin fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişkiyi ezberden açıkladıkları saptanmıştır. Bu ise lisans eğitim-öğretimi ve lise müfredatı için bir eksiklik olarak görülmüştür.

5.SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1.SONUÇLAR

Kavram imajı bireyden bireye değişiklik göstermektedir. Bireyin aldığı eğitim, geçmiş yaşantıları, edindiği tecrübeler ve sosyo – kültürel yapı bireylerin kavram imajlarını etkilemektedir. Türev hakkındaki kavram imajı araştırması olan bu çalışmanın sonucu gönüllü olarak çalışmaya katılmış 30 öğretmenin uygulama formuna verdiği cevaplar ve gönüllü 6 öğretmen ile yapılan klinik mülakatlar doğrultusunda oluşturulmuştur.

Zandieh'e (2000) göre türev kavramını anlamlandırmanın temelinde oran, fonksiyon ve limit kavramlarını bilmek büyük önem taşımaktadır. Bingölbali'ye (2008) göre ise bunlarla birlikte eğim, teğet, süreklilik gibi temel matematiksel kavramlara da ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın ilk sorusu öğretmenlerin türev kavramını nasıl tanımladıklarını belirlemek için sorulmuştur. Çoğu öğretmen türevi sadece teğet doğrusunun eğimi olarak cevaplamışlardır. Bu durum ise, türev kavramının kapsamını oldukça daraltmaktadır. Öğretmenlerin bazıları ise türevi limit yardımıyla açıklamışlardır fakat çoğu tanım noktada türev tanımıdır. Türevi bir hesaplama işlemi olarak gören bu öğretmenler limit işlemi ile bu hesabın yapılabileceğini belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler türev kavramını fonksiyon olarak algılamaktadırlar fakat açıklamayı bununla sınırlandırıp detaylı bir bilgi vermemişlerdir. En düşük oranda verilen yanıt ise, bir zaman aralığındaki değişim olup bunu belirten öğretmenler anlık değişim olarak belirtip sadece noktada türev olarak açıklamışlardır. Bu durum, öğretmenlerin değişim oranı ve türev kavramı arasındaki ilişkiyi açıklamakta kullandıkları bilgi eksikliklerini ortaya koymaktadır.

İkinci soru için türev ile eğim kavramları arasındaki ilişkiyi yorumlayan öğretmenler türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi bir noktadaki türev o noktadaki teğetin eğimini verir biçiminde açıklamaktadırlar. Bu öğretmenler, türev ile eğim arasındaki ilişkiye noktada türevi hesaplama olarak bakmaktadır. En yüksek oranda verilen bu cevap öğretmenlerin türev ile eğim ilişkisindeki kavramsal eksiklikleri ortaya koymaktadır. Bir fonksiyonun belli bir noktadaki türevi, fonksiyonun grafiğine o noktadan çizilen teğetin eğimini vermektedir. Açıkyıldız ve Gökçek' e (2013) göre, türev ve teğet/eğim ilişkisini ortaya koyan bu tanım her ne kadar kolay anlaşılabilir olarak görünse de, yapılan çalışmalar öğrencilerin bu tanımı uygun olmayan şekillerde kullandıkları ve yanlış anlamlar yüklediğini ortaya koymaktadır (Amit ve Vinner, 1990; Aspinwall ve Miller, 2001; Ubuz, 2001). Bulgularda belirtildiği gibi, bazı öğretmenler herhangi bir noktadaki teğet doğrusunun denkleminin türev fonksiyonunu verdiği yönünde görüşe sahiptir. Bingölbali' ye (2008) göre de birçok öğrenci teğet doğrusunun denklemiyle, bir noktadaki türevi veya türev fonksiyonunu aynı şey olarak düşünmektedir. Öğretici konumundaki bireylerin bile benzer hatalara düştüğü bu çalışma ile gözlemlenmiş olup bu bağlamda türev kavramının öğretiminde dinamik yazılım kullanmanın gerekliliği ve önemi açıkça ortaya çıkmaktadır. Bazı öğretmenler ise, eğimlerin limitinin türev fonksiyonunu vereceğini belirtmiştir. Bu öğretmenlerin çoğu noktada türev üzerinden limit yardımıyla yakınsamalardan bahsederek, teğet doğrusunun eğiminin bulunabileceğini belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler ise, açıklamalarına eğimi açıklamakla devam etmişlerdir. Türev ile eğim arasındaki ilişkiyi genel olarak ifade edemeyip, noktada türevi baz alarak açıklamalarda bulunan öğretmenlerin türev ile eğim arasındaki ilişkiyi açıklamakta güçlük çektikleri görülmektedir.

Üçüncü soruda türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasındaki ilişkiyi fiziksel anlamdaki hız ve ivme, anlık hız, artış oranı biçiminde açıklamaktadırlar. Klinik mülakatlarda detaylı bilgi istenildiğinde çoğu öğretmenden doyurucu cevaplar alınamamıştır. Müfredattaki çoğu kitapta yer alan bu bilgileri veren öğretmenlerin ezbere öğrenmeyle, klişeleşmiş sözlerle bu açıklamalarda bulundukları gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin bazıları cevap vermekten kaçmış çoğu ise türev ile değişim oranı arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlanmış, ezbere bilgi vermişlerdir. Benzer bir araştırmada; Açıkyıldız ve Gökçek (2013) öğretmen adayları türev alma kuralları ile ilgili işlemsel becerilere sahip olmasına rağmen değişim oranı kavramını türev ile ilişkilendirmekte zorlandıklarını açıklamıştır. Bu durum, bu araştırma sonucunu destekler niteliktedir. Bu durum, bu kavramın iyi anlaşılması türevi daha derinlemesine anlamanın önemli olduğuna işaret etmektedir.

Dördüncü soruda, türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişkiyi türevin belirsizlikleri gidermek için kullanıldığını ya da türevin limit içeren tanımını kullanarak açıklama yapan öğretmenlerden bazıları ise, süreklilik-limit-türev ilişkisini açıklamışlardır. Bir fonksiyonun bir noktadaki limitinin var olması ve o noktada sürekli olması fonksiyonun o noktada türevli olması için gerekliliktir. Bazı öğretmenler süreklilik ve limit kavramlarını türevle eşdeğer tutmuştur. Yapılan benzer çalışmalarda Selden (2000) ve Viholanen (2006) öğretmen adayları üzerinde yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin süreklilik ve türevlenebilme arasındaki ilişkiyi anlamalarının yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Bu kapsamda soru çözümünü kısa yoldan yapmanın yollarını öğrenen ve öğreten öğretmenlerin ezbere verilen bu cevaplar ile türev ile limit ilişkilendirilmesindeki eksiklikleri ortaya çıkmaktadır. Mülakatlarda cebirsel ifadeleri detaylandırmaları istenen öğretmenlerin çoğu “tanım gereği böyle” vb. ifadeler kullanmıştır. Duru’nun (2006) yaptığı çalışmanın bilgi testinde çalışmaya katılan öğrencilerin yarısından fazlası sürekli bir fonksiyonun türevli olduğunu söylemiş olmaları bu öğrencilerin bir fonksiyonun verilen bir noktada türevli olup olmadığını doğru yapma olasılığı ortadan kalkmıştır. Duru’ya (2006) göre süreklilikle türevlenebilme arasındaki ilişki öğrenciler tarafından genellikle karıştırılan veya yanlış anlaşılan bir konu olup üniversiteden mezun olan birçok öğrencide bile bu yanlış anlama görülmekte ve daha sonra bu yanlış anlama yanlış kavramsallaşmakta ve bir takım kavram yanılgılarına neden olmaktadır. Öğretmenlerin çoğunun cebirsel gösterimde başarılı olduğu belirlenmiştir. Daha önce yapılmış bazı çalışmalarda öğrencilerin bir fonksiyonun türevini bulmak için fonksiyonun cebirsel gösterimini bulmaya yöneldiklerini ortaya koymuştur (Park, 2011).

Öğretmenler beşinci soru için noktada türev örneklerini doğru bir şekilde vermişlerdir. Klinik mülakatlarda ise bu işlemin alt yapısını açıklamakta yetersizlikler saptanmıştır. Açıkyıldız ve Gökçek’ in de belirttiği gibi, bu durum kavramsal anlamalardan yoksun işlemsel öğrenmelerin bir göstergesi olabilir. Bir öğretmen adayı için hangi konu ya da kavramla ilişkili olursa olsun bir soruya doğru cevap vermesinden daha çok, soruyu doğru çözüme ulaştırma sürecinde ne yaptığının farkında olması, kullandığı ilişki, formül ve özelliklerin anlamını bilmesi ve açıklaması istendiğinde anlaşılır bir şekilde çözümünü desteklemesi önemlidir (Açıkyıldız ve Gökçek, 2013).

Diğer sorular ise, öğretmenlerin türev fonksiyonunu nasıl anlamlandırdıklarını yorumlamak amacıyla sorulmuştur. Özdemir ve Duru'ya (2006) göre öğrencilerin bir fonksiyon ve fonksiyonun türevini anlamlandırmakta zorluk çekmelerinin nedenleri ön şart durumundaki bilgileri eksik ya da yanlış bilmelerinden, çoklu gösterimler arasındaki ilişkiyi kuramamalarından, kısıtlı bir sürede çok kompleks olan kavram ve fikirleri özümseyememelerinden, kavramsal anlamanın yerine işlemsel anlamayı tercih etmelerinden ve fonksiyon ve türevle ilgili kavram hayallerinin sınırlı olmasından kaynaklanmaktadır. Kertil'e (2014) göre bir fonksiyon ile o fonksiyonun türevi arasındaki grafiksel ilişkiye dair bilgilerde yetersizlik görülmüştür. Bu araştırmada da öğretmenlerin bazıları türev fonksiyonunu kurallar ya da formüller dizini olarak gördükleri açıklanmıştır. Polinom fonksiyonların türev formülü ve limit içeren türev tanımı ile açıklama yapan öğretmenlerin türev fonksiyonu ile fonksiyon arasındaki ilişki hakkında net bir açıklama yapamadıkları görülmüştür. Bu ise, formül yazıp uygulama yapmaktan, ezbere öğrenmekten kavram bilgisinin göz ardı edildiğini göstermektedir. Türev fonksiyonunun dinamikliğini belirtmekte zorlanan öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavrayışlarının noktasal olduğu saptanmıştır. Gerçek hayat problemi üzerinden örnek verip ilişkilendirme yapmakta zorlanan öğretmenler bu konu hakkında gerek lise müfredatı gerek lisans eğitimindeki eksiklikleri gözler önüne sermektedir. Çalışmanın sonucunda literatür taramasındaki araştırmaların sonuçlarına paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

5.2.ÖNERİLER

Aşağıda verilen öneriler araştırmacılara fayda sağlaması ve gerek lise gerek lisans eğitimini geliştirmek amacıyla sunulmuştur.

Son yıllarda değişen ve gelişen eğitim sistemimizde öğretmenlerin öğretimdeki rolü rehber, koç olarak benimsenmiş ayrıca öğrenci merkezli eğitim-öğretim yapılmasının gerekliliği vurgulanmaktadır. Öğretmenlerin de bu bağlamda gelişmeye ve değişmeye açık bireyler haline gelmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin kendilerini geliştirebilmesi için etkinlikler düzenlenmelidir.

Eğitim-öğretimde işlem yapmaya ya da sonuç bulmaya odaklanılmamalı, kavramları anlamaya ve anlamlandırmaya önem verilmelidir. Bu işlemler, formüller ya da kuralları öğretmekten ziyade bu uygulamaların temelindeki matematiksel mantığı kavratmak gerekli görülmüştür.

Kavramlar öğretilirken tekdüzelikten vazgeçilmeli, bir kavram açıklanırken farklı temsillerden ve gösterimlerden faydalanılmalıdır. Bu temsiller, gösterimler arasında bağlantılar kurulmalı ve geçişler bağlantılara uygun olarak yapılmalıdır.

Çoğu matematik konusunda olduğu gibi türev öğretiminde de teknoloji kullanımına yer verilmesi gerekli görülmektedir. Türev öğretimi gerçek hayat problemi üzerinden görselleştirilerek öğrenciye kavratılmalıdır. Problemdeki verilerin resmedilmesi, grafikleştirilmesi ya da görselleştirilmesi öğrencinin kavramları öğrenmesine katkı sağlayacaktır.

Grafik programları ile temsiller arasındaki geçişler daha kolay kavratılabilir. Türev kavramı için noktada türev değeri, teğet doğrusu, teğet doğrusunun eğimi, fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişki kavratılabilir.

Bir fonksiyon ve o fonksiyonun türevi arasındaki ilişki görselleştirilerek kavratılmalı ve türev kavramının eğim, değişim oranı, limit kavramları ile olan ilişkisi aynı gerçek hayat problemi üzerinden kavramlar arasında bağlantı kurularak keşfettirilmelidir.

Çalışmada öğretmenlerin cevaplarına göre görülen en büyük eksikliklerin biri olan türev kavramının noktasal algılanmasının önüne geçilmeli, türev kavramının dinamik olduğu ile alakalı gerçek hayat problemlerine yer verilmeli ve bu durum vurgulanmalıdır.

Lisede matematiği işlem yapmaktan ibaret olarak gören öğrenciler üniversitedeki analiz dersleri ile karşılaşınca kavramsal anlamda boşluğa düşmektedirler. Lise müfredatında kavram öğretimine ağırlık verilmeli, ölçme değerlendirme yapılırken kavramlar sorgulanmalıdır.

KAYNAKÇA

Açıkyıldız, G. ve Gökçek, T. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının türev teğet ilişkisi ile ilgili yaptıkları hatalar. *Journal of Instructional Technologies & Teacher Education*, *4*(2).

Altıparmak, K. ve Acar, H. (2005). Birtakım matematiksel kavramların modellerinin Macromedia Flash MX programı yardımıyla oluşturulacak sonuçların öğrenciler üzerinde değerlendirilmesi. *Ege Üniversitesi*.

Amit, M. & Vinner, S. (1990). Some misconception in calculus: *Anecdotes or the tip of an iceberg?. In G. Booker ve T.N. Mendicuti (Eds.), Proceedings of the 14th Annual meeting of the International Group of Psychology of Mathematics Education*: Vol. 1 (pp. 3-10). Cinvestav, Mexico.

Aspinwall, L & Miller, L.D. (2001). Diagnosing conflict factors in calculus through students' writings: one teacher's reflections. *Journal of Mathematical Behavior*, 20(1), 89–107.

Arıkan, E. E., Özkan, E. M., ve Hasan, Ü. N. A. L. (2014). L'hospıtal kuralının uygulamasında incelenen kavram yanılgıları. *Journal Of Educational Science*, *2*(3).

Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı, (s. *VII). Ankara: MEB Yayınları*.

Balcı, M. (2007). *Genel Matematik 1*. Ankara: Balcı Yayınları

Bingölbali, E., Monaghan, J. & Roper, T.(2007) 'Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education', *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 38: 6, 763 — 777*

Bingölbali,E. ve Kurt S. ve Akkoç H. (2007) Öğretmen adaylarının bilgisayar destekli matematik öğretimi pratikleri: türev kavramı . *I. Uluslararası Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Sempozyumu,* 16-18 Mayıs 2007, Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale.

Bingölbali, E. (2008). Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde (s. 223-255). Ankara: PegemA.

Bingölbali, E., ve Özmantar, M. F. (2009). *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Çakıroğlu, E. (2015). Matematik kavramlarının tanımlanması (İkinci baskı). *Tanımlar ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. Ankara: Pegem A Akademi Yayınları.

Çepni, S. (2009). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (4. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Çetin, N. (2009). The Performans of Undergraduate Students in the Limit Concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40(3),* 323-330.

Çetinkaya, B. (2015). Matematik Kavramlarının Tanımlanması (İkinci Baskı). İsmail Özgür Zembat, Mehmet Fatih Özmantar, Erhan Bingölbali, Hakan Şandır, Ali Delice (Editörler). *Tanımlar ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. Ankara: Pegem A Akademi Yayınları.

Doğan, A., Sulak, H., ve Cihangir, A. (2002). İlköğretim matematik eğitimi anabilim dalı öğrencilerinin özel fonksiyonlar ile fonksiyonlarda limit, türev ve türev uygulamaları konularındaki yeterlikleri üzerine bir araştırma. *V. Ulusal Fen*

Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 125.

Duru, A. (2006). Bir fonksiyon ve onun türevi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaşılan zorluklar. *Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum*.

Fidan, N. (1985). *Okulda Öğrenme ve Öğretme*. Alkım Yayınevi. Ankara.

Gür, H., ve Barak, B. (2007). Ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin türev konusundaki hata örnekleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*,*7*(1), 453-480.

Gürbüz, R., Toprak, Z., Yapıcı, H., ve Doğan, S. (2011). Ortaöğretim matematik müfredatında zor olarak algılanan konular ve bunların nedenleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *10*(4), 1311-1323.

Kağızmanlı, T. B., ve Tatar, E. (2012). Matematik öğretmeni adaylarının bilgisayar destekli öğretim hakkındaki görüşleri: türevin uygulamaları örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *20*(3), 897-912.

Katz, V. J. (2009). *History of mathematics: An introduction*. New Jersey: Pearson Education.

Kertil, M. (2014). *Pre-Servıce Elementary Mathematıcs Teachers'understandıng Of Derıvatıve Through A Model Development Unıt* (Doctoral Dissertation), Mıddle East Technıcal Unıversıty, Ankara.

Likwambe, B. & Christiansen, I. M. (2008). A case study of the development of in-service teachers' concept images of the derivative. *Pythagoras*, 68, 22-31.

Nayir, Ö. (2013). İlköğretim matematik öğretmenliği adaylarının türevi kavrayışlarının bilişe iletişimsel yaklaşım açısından incelenmesi (Doktora Tezi), Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Özgen, K., ve Alkan, H. (2014). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinliklerinin akademik başarı ve tutuma etkileri: Fonksiyon ve türev kavramı örneklemesi.

Sağırlı, M. Ö., Kırmacı, U., ve Bulut, S. (2010). Türev Konusunda Uygulanan Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarılarına Ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi. *Erzincan University Journal of Science and Technology*, *3*(2), 221-247.

Özturan Sağırlı, M., Baş, F., Çetin, Ö. F., Çakmak, Z., Bekdemir, M., Okur, M., ve Dane, A. (2016). Türevin sembolik ve sözel temsillerinin kullanılabilme düzeyine ilişkin bir inceleme. *International Journal Of New Trends İn Arts, Sports & Science Education (Ijtase)*, *5*(1).

Park, J. (2011) Calculus instructors' and students' discourses on the derivative. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University.

Roorda, G., Vos, P., & Goedhart, M. (2009). Derivatives and applications; development of one student’s understanding. In *Proceedings of CERME* (Vol. 6).

Sağırlı, M. Ö., Kırmacı, U., ve Bulut, S. (2010). Türev Konusunda Uygulanan Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarılarına Ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*,*3*(2), 221-247.

Senemoğlu, N (1998). *Gelişim Öğrenme ve Öğretim. Kuramdan Uygulamaya* , Özsen matbaası, Ankara

Soğancı, Ö. (2006). *Öğreniminde Ve Öğretiminde Öğretmen Adaylarının Matematiksel Tanımlara Yaklaşımları Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma.* Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.

Süzer, V. (2011) Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramı İle İlgili Kavram Tanımı Ve İmajları Üzerine Bir Durum Çalışması, (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Şimşek, Ö., ve Arıkan, Y. D. (2012). Video derslerin öğrenenlerin türev başarısına etkisi. *Nwsa: Education Sciences*, *7*(2), 538-547.

Tall, D. and Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with Special Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12,* 151–169.

Tatar, E., ve Dikici, R. (2008). Matematik Eğitiminde Öğrenme Güçlükleri/Learning Difficulties İn Mathematics Education. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *5*(9).

Thomas, G. B., Weir, M. D., Hass, J. & Giordano, F. (2005). *Thomas' Calculus* (11th Edition). Pearson Education. Addison-Wesley.

Thomas, M.O. (2003). Representational Ability and Understanding of Derivative. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*, 325-332.

Thompson, P.W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. *Research in Collegiate Mathematics Education*, I, 21-44.

Ubuz, B. (2001). First year engineering students' learning of point of tangency, numerical calculation of gradients, and the approximate value of a function at a point through computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 20(1), 113-137.

Ubuz, B. (2007). Interpreting a graph and constructing its derivative graph: Stability and change in students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *38*(5), 609-637.

Ülgen, G. (2004). *Kavram Geliştirme.* Nobel Yayın Dağıtım. Ankara

Viholainen, A. (2006). Why is a discontinuous function differentiable?. *Proceeding 30th conference of the international group of the psychology of mathematics Education* (pp.329-336). Prague, Czech Republic

Vinner, S. (1991). The Role Of Definitions Ġn The Teaching And Learning Of Mathematics. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking (Pp. 65 – 81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2000). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayınevi.

Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing students understanding of the concept of derivative. *Conference Board of the Mathematical Sciences (CBMS) Issues in Mathematics Education*, 8, 103-127.

Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, H., & Delice, A. (2015). Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar. *Ankara: Pegem Akademi*.

Zengin, Y., ve Tatar, E. (2014). Türev uygulamaları konusunun öğretiminde geogebra yazılımının kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *22*(3), 1209.

EK.1.

“LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN NOKTADA TÜREV VE TÜREV FONKSİYONU HAKKINDAKİ KAVRAM İMAJLARI”

ÖĞRETMEN KİŞİSEL BİLGİ FORMU

AD SOYAD:

DOĞUM TARİHİ:

EĞİTİM DURUMU:

	OKUL ADI / BÖLÜM ADI	BAŞLANGIÇ VE BİTİŞ TARİHİ
Lise:		
Üniversite:		
Diğer:		

GÖREV YAPTIĞINIZ İL/İLÇE :

GÖREV YAPTIĞINIZ OKUL:

GÖREVE BAŞLADIĞINIZ YIL:

ÇALIŞMA SÜRENİZ: ( ) 1-5 YIL ( )5-10 YIL ( )10-…. YIL

Türev Konusunu Görev Süreniz Boyunca Kaç Kez Öğrencilere Anlattınız? ……

Tez çalışması için verdiğiniz tüm bilgilerin tümü gizli olup sizin isminiz veya söyleyeceğiniz herhangi bir şahsın ismi araştırma raporuna yazılmayacaktır. Çalışmada bulunan sorulara vereceğiniz cevaplar çalışmanın geçerliliği ve güvenilirliği açısından çok önemlidir. Kısa ve öz cevaplar yerine açıklayıcı ve detaylı cevaplar yazmanızı tercih ederiz. Çalışmamıza samimiyetle katıldığınız için teşekkür ederim.

Güneş ERDOĞAN
NEÜ Yüksek Lisans Öğrencisi
2016

Yukarıdaki bilgileri okudum ve bu çalışmaya tamamen gönüllü olarak katılıyorum.

Ad Soyad Tarih İmza

---/----/----

1. Türev kavramı nedir? Açıklayınız.
2. Türev ile eğim kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?
3. Türev ile değişim oranı kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?
4. Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?
5. Noktada türev nedir? Bir örnek üzerinden açıklayınız.
6. Türev fonksiyonu $f'(x)$ ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.
7. $f(x)\ ve\ f'(x)$ arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
8. $f(x) = x^2\ ve\ f'(x) = 2x$ arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız.