



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL İLE
DİFERANSİYEL TAHRİKLİ BİR MOBİL
ROBOTUN YÖRÜNGE TAKİBİ KONTROLÜ

Kübra KOÇ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak-2024
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Kübra KOÇ tarafından hazırlanan “MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL İLE DİFERANSİYEL TAHRİKLİ BİR MOBİL ROBOTUN YÖRÜNGE TAKİBİ KONTROLÜ” adlı tez çalışması 30/01/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan

Doç. Dr. Mustafa TINKIR

Danışman

Doç. Dr. Ümit ÖNEN

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Erdi GÜLBAHÇE

İmza

.....

.....

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun/.../20.. gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Şerife Yurdağül KUMCU
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Kübra KOÇ

Tarih: 09.12.2023

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL İLE DİFERANSİYEL TAHRIKLİ BİR MOBİL ROBOTUN YÖRÜNGE TAKİBİ KONTROLÜ

Kübra KOÇ

Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman
Doç. Dr. Ümit ÖNEN

2024, 56 Sayfa

Jüri
Doç. Dr. Ümit ÖNEN
Doç. Dr. Mustafa TINKIR
Dr. Öğr. Üyesi Erdi GÜLBAHÇE

Özet: Bu tez çalışmasında diferansiyel tahrikli bir mobil robotun yörünge takibi kontrolü yapılmıştır. Tez çalışmasının ilk aşamasında mobil robotun kinematik ve dinamik modelleri matematiksel olarak elde edilmiştir. Daha hassas bir yörünge kontrolü sağlayabilmek için aktüatör dinamikleri de robotun dinamik modeline dahil edilmiştir. Mobil robotun yörünge takibi kontrolü için Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrol (KTGAK) ve Model Öngörülü Kontrolün (MPC) birlikte kullanıldığı bir kontrol şeması tasarlanmıştır. Önerilen kontrolcünün performansının kıyaslanabilmesi için KTGAK ile Oransal İntegral Türevsel (PID) kontrolün birleşiminden oluşan başka bir kontrol şeması tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcülerin performansları, benzetim çalışmaları yapılarak test edilmiştir. Robota ait kinematik ve dinamik modeller, kontrolcü tasarımları ve benzetim çalışmaları MATLAB/Simulink yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Kontrolcülerin yörünge takip performansları, daire, kare ve sonsuz tip referans yörüngeler kullanılarak cevap hızı ve takip hatası bakımından incelenmiş ve kıyaslamalı olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca kontrolcülerin bozucu giriş ve parametre değişimlerine karşı gürbüzlükleri, robot kütlelerinin kademeli olarak artırıldığı ve bozucu tork girişinin uygulandığı farklı senaryolar için test edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Diferansiyel tahrikli mobil robot, kinematik tabanlı geri adımlamalı kontrol, model öngörülü kontrol, yörünge takibi kontrolü.

ABSTRACT

MS THESIS

**TRAJECTORY TRACKING CONTROL OF A DIFFERENTIAL DRIVE
MOBILE ROBOT WITH MODEL PREDICTIVE CONTROL**

Kübra KOÇ

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN MECHATRONICS ENGINEERING**

**Advisor
Assoc. Prof. Dr. Ümit ÖNEN**

2024, 56 Pages

**Jury
Assoc. Prof. Dr. Ümit ÖNEN
Assoc. Prof. Dr. Ümit ÖNEN
Assist. Prof. Dr. Erdi GÜLBAHÇE**

In this thesis, trajectory tracking control of a differentially driven mobile robot was performed. Firstly, kinematic and dynamic models of the mobile robot were obtained. Actuator dynamics are also included in the dynamic model to provide more precise trajectory control. A hybrid controller using Kinematics Based Backstepping Control (KTGAK) and Model Predictive Control (MPC) was designed to control the trajectory tracking of the mobile robot. In order to compare the performance of the proposed controller, another controller consisting of the combination of KTGAK and Proportional Integral Derivative (PID) controller was designed. The performances of the designed controllers were tested by simulation studies. Kinematic and dynamic models of the robot, controller designs and simulation studies were carried out using MATLAB/Simulink software. The trajectory tracking performances of the controllers were examined and comparatively evaluated in terms of response speed and tracking error using circle, square and infinite type reference trajectories. Additionally, the robustness of the controllers against disturbance input and parameter changes has been tested for different scenarios where the robot mass is gradually increased and disturbance torque input is applied.

Keywords: Differential drive mobile robot, kinematics based backstepping control, model predictive control, trajectory tracking control.

ÖNSÖZ

Tez çalışmamın ortaya çıkışında, değerli öneri ve tecrübeleriyle bana yol gösteren danışman hocam Doç. Dr. Ümit ÖNEN' e, her koşulda maddi ve manevi desteğini esirgemeyen, beni cesaretlendiren sevgili eşim Makina Mühendisi Orhan KOÇ'a teşekkür ederim.

Kübra KOÇ
KONYA-2024



İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	viii
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı.....	1
1.2. Mobil Robotlar.....	2
1.2.1. Tekerlekli Mobil Robotlar	4
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	6
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	12
3.1. Diferansiyel Tahrikli Mobil Robotun Matematiksel Modellemesi.....	12
3.1.1. Kinematik Model	12
3.1.2. Dinamik Model	17
3.2. Kontrolcü Tasarımı	28
3.2.1. Model Öngörülü Kontrol (MPC)	28
3.2.2 Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrolcü (KTGAK)	36
3.2.3. Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrol + Model Öngörülü Kontrol (KTGAK+MPC) Şeması.....	40
4. BENZETİM ÇALIŞMALARI ve SONUÇLAR.....	41
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	50
5.1 Sonuçlar	50
5.2 Öneriler	51
6. KAYNAKLAR	52

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

X_g	: Global X koordinatı
Y_g	: Global Y koordinatı
X_r	: Yerel (Robot) X koordinatı
Y_r	: Yerel (Robot) Y koordinatı
Φ_r	: Sağ teker açısal hızı
Φ_l	: Sol teker açısal hızı
L	: Tekerlerin orta noktaya olan uzaklığı
R	: Tekerlek yarıçapı
D	: Robotun ağırlık merkezi
A	: İki teker arası orta nokta
q^g	: Global koordinat sistemindeki konum vektörü
x^g	: Global koordinat sistemindeki X konum ifadesi
y^g	: Global koordinat sistemindeki Y konum ifadesi
θ^g	: Global koordinat sistemindeki θ konum ifadesi
q^r	: Yerel (robot) koordinat sistemindeki konum vektörü
x^r	: Yerel (robot) koordinat sistemindeki X konum ifadesi
y^r	: Yerel (robot) koordinat sistemindeki Y konum ifadesi
θ^r	: Yerel (robot) koordinat sistemindeki θ konum ifadesi
$R(\theta)$: Rotasyon matrisi
v	: Robot doğrusal hızı
$\dot{\phi}_r$: Sağ teker açısal hızı
$\dot{\phi}_l$: Sol teker açısal hızı
ω	: Robot açısal hızı
v_{pR}	: Sağ teker tam yuvarlanma hızı (Pure rolling velocities)
v_{pL}	: Sol teker tam yuvarlanma hızı (Pure rolling velocities)
v_{wr}	: Sağ teker doğrusal hız
v_{wl}	: Sol teker doğrusal hız
v_x	: Robotun x koordinatındaki doğrusal hızı

v_y	: Robotun y koordinatındaki doğrusal hızı
$\dot{\theta}$: Robot açısal hızı (ω)
x	: Robotun x koordinatındaki konumu
y	: Robotun y koordinatındaki konumu
φ	: Robotun açısal konumu
\dot{y}	: Robotun x koordinatındaki hızı
\dot{x}	: Robotun y koordinatındaki hızı
\dot{x}_a^r	: Yerel (robot) koordinat sisteminde, robotun A noktasındaki hızının x koordinatındaki ifadesi
\dot{y}_a^r	: Yerel (robot) koordinat sisteminde, robotun A noktasındaki hızının y koordinatındaki ifadesi
\dot{x}_a^g	: Global koordinat sisteminde, robotun, A noktasındaki hızının x koordinatındaki ifadesi
\dot{y}_a^g	: Global koordinat sisteminde, robotun, A noktasındaki hızının y koordinatındaki ifadesi
$A(q)$: Kısıt matrisi
q	: Genelleştirilmiş koordinat vektörü
$M(q)$: Pozitif tanımlı kütleler ve eylemsizlik matrisi
$V(q, \dot{q})$: İndirgenmiş dinamik denklem elemanı olan
$F(\dot{q})$: Sürtünme ve sönümlenme kuvvetleri vektörü
$G(q)$: Sürtünme ve sönümlenme kuvvetleri vektörü
τ_d	: Modellenmemiş dinamikler dahil bilinmeyen bozulmaların vektörü
$B(q)$: Giriş matrisi
τ	: Giriş vektörü
$A^T(q)$: Kinematik kısıt matrisi
λ	: Lagrange çarpan vektörü
L	: Lagrange ifadesi
T	: Kinematik enerji
U	: Potansiyel enerji
T_c	: Robotun toplam kinetik enerjisi
m_d	: Robotun tekerleksiz kütlesi
v_d	: Robotun D noktasındaki hızı
I_d	: Robotun D noktasındaki eylemsizlik momenti

T_{wr}	: Sağ teker kinetik enerjisi
T_{wl}	: Sol teker kinetik enerjisi
m_w	: Teker kütlesi
I_m	: Motorların momenti
I_w	: Tekerlek momenti
m	: Toplam robot kütlesi
I	: Toplam robot eylemsizlik momenti
$C_1...C_5$: Genelleştirilmiş koordinatlar için kinematik kısıtla ilgili denklemler
$S(q)$: Dönüşüm matrisi
η	: İndirgenmiş vektör
$\bar{M}(q)$: İndirgenmiş dinamik denklem elemanı olan pozitif tanımlı kütleler ve eylemsizlik matrisi
$\bar{V}(q)$: İndirgenmiş dinamik denklem elemanı olan İndirgenmiş dinamik denklem elemanı olan
$\bar{B}(q)$: İndirgenmiş dinamik denklem elemanı olan giriş matrisi
k	: İşlem karmaşasından kurtulmak için belirlenen eylemsizlik momenti
m_c	: İşlem karmaşasından kurtulmak için belirlenen robot kütlesi
τ_r	: Sağ teker torku
τ_l	: Sol teker torku
$V(t)$: DC motor voltajı
$I(t)$: DC motor akımı
R_a	: DC motor direnci
L_a	: DC motor armatür endüktansı
K_b	: DC motor ters elektromotif kuvvet sabitini
K_t	: Tork sabitini
τ	: DC motor torku
N	: Öngörü ufku
h_i	: Darbe girişi kat sayısı
g_i	: Basamak girişi kat sayısı
$G(z^{-1})$: Sistemin ayrık transfer fonksiyonunu
z^{-1}	: Geciktirme operatörünü
Ax	: Sistem matrisi

Bu	: Giriş matrisi
Cx	: Çıkış matrisi
$\delta(j)$: MPC ağırlık ifadesi
$\lambda(j)$: MPC ağırlık ifadesi
N_1	: Minimum öngörü ufku
N_2	: Maksimum öngörü ufku
N_u	: Kontrol ufku
q_r	: Referans durum
e_p	: Hata matrisi
e_x	: X eksenindeki hata
e_y	: Y eksenindeki hata
e_θ	: Açısal hata
K_x, K_y, K_θ	: KTGAK parametreleri
Tr	: Yükselme zamanı
Ts	: Örnekleme zamanı
H_p	: Öngörü ufku
H_c	: Kontrol Ufku

Kısaltmalar

KTGAK	: Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrol
MPC	: Model Predictive Control
GPC	: Generalized Predictive Control
PFC	: Predictive Functional Control
DMC	: Dynamic Matrix Control
LQR	: Lineer Quadratik Regulator
PID	: Proportional Integral Derivative
DC	: Direct Current

1. GİRİŞ

1.1. Tezin Amacı

Basit yapısı, yüksek manevra kabiliyeti ve düşük enerji tüketimi gibi avantajları sebebiyle diferansiyel tahrikli mobil robotlar (DTMR) son yıllarda oldukça yaygın şekilde kullanılmaya başlanmıştır. Bu tip robotlar, araştırmacılar için iyi bir test düzeneği olmasının yanında, zorlu arazilerde arama-kurtarma operasyonları, depo ve lojistik sektöründe malzeme taşıma ve envanter yönetimi, kapalı ve geniş alanların temizliği, tarım alanlarında verimliliğin artırılması gibi amaçlarla birçok farklı sektörde kullanılmaktadır. Ancak diferansiyel tahrikli mobil robotlar bahsedilen bu avantajların yanında birçok zorluğu da barındırmaktadır. Mobil robotlarla ilgili çalışmalarda en zorlanılan ve üzerinde en çok yoğunlaşılan kısım kontrolcü tasarımıdır. Çünkü mobil robotlarda kullanılan kontrolcüler, hassas bir yörünge takibi sağlayabilmenin yanında, değişen çevre ve çalışma koşullarına ayak uydurabilecek şekilde kararlı ve gürbüz olmak zorundadır.

DTMR'lar çok giriş-çok çıkışlı doğrusal olmayan sistemlerdir ve holonomik olmayan bir yapıdadırlar. Holonomik olmayan sistemlerde, kontrol edilecek serbestlik derecelerinin sayısı, kontrol girdilerinin sayısından daha fazladır. Bu durum, holonomik olmayan sistemlerin kontrolünü, holonomik sistemlere kıyasla çok daha zor bir hale getirir. DDMR'ların kontrolünde sadece kinematik kontrolcüler kullanılabileceği gibi kinematik ve dinamik kontrolcülerin birleştirildiği çok daha hassas kontrolcüler de kullanılabilmektedir.

Bu tez çalışmasının amacı; holonomik olmayan diferansiyel tahrikli bir mobil robota ait matematiksel modelin doğru bir şekilde elde edilmesi ve bu robotun, bozucu giriş ve parametre değişimlerine maruz kalması durumunda bile hassas yörünge takibi yapabilmesini sağlayacak, kinematik ve dinamik kontrolcülerin birlikte kullanıldığı bir kontrol metodunun geliştirilmesidir. Bu çalışmada kinematik kontrolcü olarak Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrolcü (KTGAK), dinamik kontrolcü olarak da Model Öngörülü Kontrol (MPC) kullanılmıştır. MPC kontrolün başarısı büyük oranda sistemin matematiksel modeline bağlı olduğu için, robotta kullanılan aktüatörlerin dinamiği de modele dahil edilerek daha gerçekçi bir matematiksel model elde edilmeye çalışılmıştır.

Geliştirilen kontrolcünün performansını değerlendirebilmek amacıyla, Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrolcü ile PID kontrolcünün birleşiminden oluşan ikinci bir

kontrolcü tasarlanmıştır. Her iki kontrolcü de daire, kare ve sonsuz tip referans yörüngeler kullanılarak cevap hızı ve yörünge takip performansları açısından test edilmişlerdir. Tasarlanan kontrolcülerin parametre değişimleri ve bozucu girişlere karşı gürbüzlüklerinin incelenmesi amacıyla çok sayıda benzetim çalışması yapılmış ve sonuçlar değerlendirilmiştir.

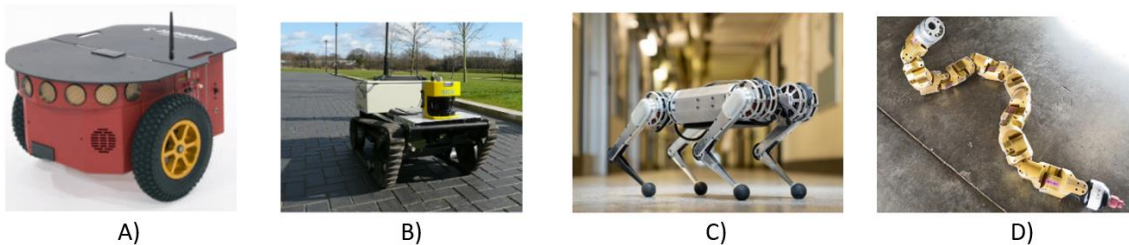
1.2. Mobil Robotlar

Kelime olarak ilk kez Çek dilinde kullanılan “robot” kelimesi, zorunlu işçi, kul ya da köle anlamına gelmektedir. Mobil kelimesi ise Latince “m-obilis” kelimesinden türemiştir (Klančar ve ark., 2017). Mobil robotlar, taşınabilir robotlar olarak da adlandırılabilir. Hedefe varmak amacıyla belirli bir hareket alanında serbest bir şekilde hareket edebilirler. Bu hareket, bir operatör tarafından uzaktan kontrol edilebileceği gibi operatörden bağımsız bir şekilde tamamen otonom da olabilir. Günümüzde kullanılan mobil robotlar, taşıdıkları sensörler, kullandıkları yörünge takip ve engelden kaçma algoritmalarıyla son derece karmaşık ortamlarda tamamen otonom olarak hareket edebilme yeteneğine sahiptir.

Mobil robotlar çalışma ortamlarına göre aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir. (Klančar ve ark., 2017)

Kara Mobil Sistemleri

- Tekerlekli
- Paletli
- Bacaklı
- Sürüngen Hayvanları Taklit Eden



Şekil 1.1 Kara Mobil Sistemleri (A)Tekerlekli Mobil Robot, B) Paletli Mobil Robot, C) Bacaklı Mobil Robot, D) Sürüngen Mobil Robot)

Hava Mobil Sistemleri

- İnsansız Hava Araçları
- Dron
- Roket vb.



A)



B)



C)

Şekil 1.2 Hava Mobil Sistemleri ((A) İHA, B) Dron, C) Roket)

Su ve Su Altı Mobil Sistemleri

- Gemi
- Tekne
- Denizaltı
- Otonom Su Araçları



A)



B)



C)

Şekil 1.3 Su Mobil Sistemleri (A) Otonom Gemi, B) Otonom Tekne, C) Otonom Denizaltı)

Bir mobil robotun otonomluk özelliği gösterebilmesi için bazı şartları sağlaması gerekmektedir. Bu şartlardan ilki, robotun sürekli olarak herhangi bir operatör yardımına ihtiyaç duymadan verilen görevi başarıyla yerine getirebilmesidir. İkincisi robotun enerji kaynağını üzerinde taşıması, üçüncüsü ise robotun bazı durumlarda kendi kararını alabilmesi ve uygulamasıdır. Operatörden alacağı komutlar robotun otonomluk seviyesine göre farklılık gösterebilir. Örneğin robot, operatörden aldığı komut doğrultusunda teker hızlarını ayarlayabiliyorsa bu durumda “Kısmi Otonom” olarak adlandırılabilir. Diğer taraftan bir temizlik robotu, batarya şarj seviyesini takip edip, bulunduğu nokta ile şarj istasyonu arasındaki mesafeyi ölçerek duruma göre şarj

istasyonuna gidip bataryasını şarj etmesi veya görevini devam etmesine karar verebiliyor ise “Tam Otonom” olarak adlandırılabilir.

1.2.1. Tekerlekli Mobil Robotlar

Tekerlekli mobil robotlar enerji verimliliği açısından oldukça avantajlı sistemlerdir. Ancak bunun sağlanabilmesi için robotun tasarımı ve hareket elemanlarının seçimi önemlidir. Kara mobil sistemleri kategorisinde değerlendirilen tekerlekli mobil robotlar, genellikle düz zeminlerde çalışırlar. Bu tip robotların arama kurtarma operasyonları gibi özel amaçlarla engebeli arazilerde çalışabilmeleri için tekerleklerinin ve hareket aktarım organlarının tasarımlarının buna uygun şekilde yapılması gerekmektedir. Ayrıca merdiven çıkması beklenen mobil robotların da palet vb. özel hareket organlarına sahip olması şarttır.

Tekerlekli mobil robotlar, insanların yapması gereken zorlayıcı işleri kolaylıkla yapabildikleri için farklı amaçlarla birçok farklı sektörde kullanılmaktadır. Diğer taraftan tekerlekli mobil robotlar, üretim kapasitesi ile hizmet kalitesinin artırılması ve çalışan maliyetlerinin azaltılmasında da önemli bir rol oynamaktadır. Tekerlekli mobil robotların uygulama alanlarına şu şekilde özetlenebilir (Klančar ve ark., 2017).

- Hastanelerde: Tıbbi hizmet, operasyonel destek veya bulaşıcılığı yüksek hastalıklara sahip hastalara ilaç dağıtımı.
- Temizlik Uygulamalarında: Süpürme, ıslak temizlik, cam silme vb.
- Tarım Uygulamalarında: Otomatik meyve toplama, tohum dikme, çim biçme.
- Savunma Sanayinde: Mayın tarama, gözetleme ve bomba imha.
- Belediyede Hizmetlerinde: Kanalizasyon borularının temizliği, karayolu hasar tespiti.
- Uzay Görevlerinde: Gezegen keşfi veya uydu denetimi.

Listeden de anlaşılacağı üzere tekerlekli mobil robotlar bazı ufak tasarım değişiklikleri ile birçok alanda insanlığa hizmet etmek için kullanılmaktadır. Son dönemlerde araştırmacılar tarafından yoğun olarak ilgi gören ticarileşmiş robotlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (Tzafestas, 2014).

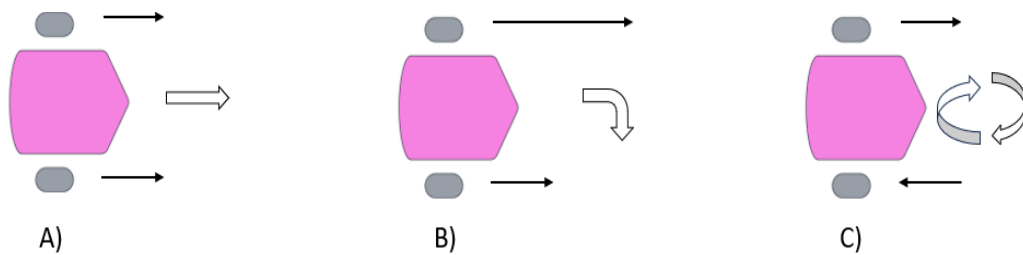
- Seekur
- Pioneer 3-DX
- PowerBot

Tekerlekli mobil robotlar, tahrik sistemlerine göre aşağıdaki şekilde sınıflandırılmaktadır.

- Diferansiyel Tahrik
- Üç Tekerlekli Tahrik
- Römorklu Üç Tekerlekli Tahrik
- Araç (Ackermann) Tahrik
- Senkron Tahrik
- Omni Yönlü Tahrik
- Palet Tahrik

1.2.1.1 Diferansiyel Tahrikli Mobil Robotlar

Diferansiyel, kelime olarak fark veya değişiklik anlamındadır. Mobil robotlarda tekerlerin farklı hızlarda dönmesini sağlayan tahrik mekanizmasına “Diferansiyel Tahrik Mekanizması” denir. Diferansiyel tahrikli mobil robotlarda, iki adet tahrik tekerine ilaveten genellikle serbest olarak hareket edebilen bir tane de avare teker bulunur. Avare tekerin kullanım amacı robotun dengesini sağlamaktır ve robotun hareketine herhangi bir etkisi yoktur. Diferansiyel tahrik mekanizmasına sahip bir mobil robotun tahrik tekerleri aynı yönde ve hızda döndürülürse, robot dönme hareketi yapmadan sadece ötelenir. Bu öteleme hareketi tekerlerin dönüş yönüne bağlı olarak ileri veya geri yönlü olabilir. Eğer tahrik tekerleri aynı yönde ama birbirinden farklı hızlarda döndürülürse robot ötelenme hareketine ek olarak tekerlerin hız farkıyla orantılı şekilde dönmeye başlar. Robotun her iki tahrik tekeri de aynı hızda ters yönlü olarak döndürülürse robot öteleme hareketi yapmadan olduğu yerde döner. Şekil 1.4’te görüldüğü gibi bir mobil robotun hem çizgisel hızı hem de açısal hızı, tahrik tekerlerinin birbirinden bağımsız olarak döndürülmesiyle rahatlıkla kontrol edilebilir.



Şekil 1.4 Diferansiyel Tahrikli Mobil Robotun Teker Hızlarına Göre Hareketleri

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Farklı çevre ve çalışma koşullarında görev alan diferansiyel tahrikli mobil robotların, bozucu giriş ve parametre değişimlerinden etkilenmeden istenilen yörüngeyi yüksek bir doğrulukla takip edebilmesi temel bir gerekliliktir. Bunun için tasarlanan kontrolcünün yüksek bir cevap hızına sahip olmasının yanında kararlı ve gürbüz bir yapıda olması da şarttır.

Bu bölümde diferansiyel tahrikli mobil robotların yörünge kontrolü ile ilgili olarak yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde incelenmiş, mobil robot teknolojisindeki gelişmeler ve gelişmeye açık olan noktalar vurgulanarak gelecekteki çalışmalara ışık tutulmaya çalışılmıştır.

Diferansiyel tahrikli mobil robotların (DTMR) dinamik modelinin elde edilmesinde birçok farklı yöntem kullanılmasına karşın bunlardan en yaygın olanları Lagrange ve Newton-Euler yöntemleridir. Ahmad Abu Hatab (2013a) yaptığı çalışmada Lagrange ve Newton-Euler yöntemlerini kullanarak bir DTMR'un dinamik modelini elde etmiş ve bu modelin yörünge kontrolü için kullanılabilirliğini incelenmiştir.

DTMR'ların dinamik modeli elde edilirken geliştirilmiş koordinatların seçimi ve hangi referans noktasının kullanıldığı oldukça önemlidir. Mao ve Dai (2022) yaptıkları çalışmada diferansiyel tahrikli bir mobil robot için birisinde kütle merkezinin diğerindeyse tahrik tekerleri arasındaki eksenin orta noktasının referans olarak alındığı iki ayrı dinamik model elde etmiş ve bu modellerin farklılıklarını ortaya koymuşlardır. Daha sonra kinematik tabanlı geri adımlamalı bir kontrolcü kullanılarak kütle merkezinin referans alındığı dinamik modelin yörünge kontrolü gerçekleştirilmiştir.

Bir diğer çalışmada Pioneer 3DX mobil robotunun dinamik modelinin elde edilmesi için fiziksel modellemeye ve deneysel tanımlamaya dayalı iki farklı metot sunulmuştur (Ivanjko ve ark., 2010). Dinamik model daha sonra navigasyon sistemini, yörünge planlama ve yerleştirme modüllerini geliştirmek için kullanılmıştır. Lokalizasyon modülü, kinematik odometri modeli ve ek sensör ölçümleri kullanılarak mobil robotun pozunu tahmin edilmiştir. Kinematik odometri modelleri basit olup, mobil robotun düşük hız, düşük ivme ve hafif yüklerle hareket etmesi durumunda iyi sonuçlar vermiştir. Ancak dinamik kısıtlamaları hesaba katmadığı için özellikle önemli kontrol sinyali değişiklikleri meydana geldiğinde, poz tahmininde hatalı sonuçlar vermiştir. Sonuç olarak dinamik modelin yörünge takip kontrolünde kullanılması önerilmiştir.

Salem, (2013) mobil robotların tasarım sürecini basitleştirmek ve hızlandırmak amacıyla diferansiyel tahrikli bir mobil robotun; tasarım, matematiksel modelleme ve kontrolcü tasarımıyla ilgili farklı yöntemler sunmuştur.

Martins ve ark. (2017) yaptıkları çalışmada, diferansiyel tahrikli mobil robotlar için robot aktüatör dinamiklerini de içeren hız tabanlı bir dinamik model elde etmiş ve modelin kararlılık analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Daha sonra benzetim çalışmaları ve deneysel çalışmalar ile modelin başarısı kanıtlanmıştır.

Tzafestas (2014), mobil robotik alanında yapılan çalışmaların kısa bir tarihçesini, farklı teker yapılarına sahip mobil robotların dinamik ve kinematik modellerini ve farklı kontrolcülerle yapılan benzetim çalışmalarını sunmuştur.

Bir başka çalışmada, pil gibi sınırlı enerji kaynaklarına sahip mobil robotlar için, robotun dinamik parametrelerine ve motor dinamiklerine dayalı bir güç modeli önerilmiştir. Bu modeldeki amaç, robotun farklı yük ve hız altında tüketeceği enerjiyi tahmin etmektir. İki tekerlekli diferansiyel tahrikli bir mobil robot kullanılarak model deneysel olarak doğrulanmıştır (Jaramillo-Morales ve ark., 2019).

Diferansiyel tahrikli mobil robotlar holonomik ve holonomik olmayan şeklinde ikiye ayrılmıştır. Holonomik olmayan mobil robotlarda yanal yönde hareket kısıtlıdır. Gerçek uygulamalarda ise teker ve yüzey arasındaki sürtünme ilişkisi göz önüne alındığında, kaygan zeminde tekerin yanal yönde kayma yapabileceği öngörülen bir durumdur. Demick Boyden ve Velinsky (1994), yaptıkları çalışmada zemin ile lastik arasındaki temas modelini de içeren bir dinamik model geliştirerek bu problemin çözümünü amaçlamışlardır.

Tekerlekli mobil robotların yörünge kontrolü ile ilgili çalışmaların çoğunda kontrolcü tasarımları yalnızca robotun kinematiğine dayanmaktadır. Ancak yüksek hızlı hareketlerin yapılması ve/veya ağır yüklerin taşınması durumunda, robot dinamiğinin dikkate alınması zorunlu hale gelir. Frederico ve Coradini (2019) tarafından Pioneer 3-DX mobil robotu kullanılarak yapılan çalışmada, kinematik ve uyarlanabilir dinamik kontrolcülerin yük ve hız değişimlerine karşı gösterdikleri tepkiler incelenmiştir. Sonuçların değerlendirilmesinde IAE ile ITAE fonksiyonları kullanılmıştır. Deneysel sonuçlar, yüksek hız ve ağırlıklarda uyarlanabilir dinamik kontrolcülerin daha iyi bir performans sunduğunu göstermiştir.

Diferansiyel tahrikli mobil robotların kontrolünde en iyi kontrolcüyü seçmek için genellikle yörünge takibi uygulaması yapılır. Yörünge takibi sırasında robotun sarf ettiği enerjinin de kontrolcü seçiminde önemli bir etken olduğunu ileri süren başka bir çalışmada Stefek ve ark. (2020) birçok farklı kontrolcüyü test ederek enerji verimliliklerini karşılaştırmış ve bir grup kontrolcünün daha az enerjiyle hassas bir yörünge takibi sağlayabildiğini ortaya çıkarmışlardır.

Bir başka çalışmada DTMR'un dinamik ve kinematik modelleri elde edilmiş ve yörünge takip kontrolü yapılmıştır (Yigit ve Sezgin, 2023). Kinematik kontrolcü olarak KTGAK, dinamik kontrolcü olarak da Kayan Kipli Kontrol (SMC) kullanılmıştır. SMC kontrolcü performansını değerlendirebilmek amacıyla dinamik kontrolcü olarak PID kontrolün kullanıldığı başka bir kontrolcü tasarlanmıştır. Kontrolcülerin parametre değişimlerine karşı gürbüzlüğünü inceleyebilmek için robotun kütlesi artırılarak benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Khai ve ark. (2020) bir mobil robotun yörünge kontrolü için doğrusal olmayan kinematik model kullanan bir kontrolcü tasarlamışlardır. Yörünge kontrolü sırasında hızların ani değişimi ile baş edebilmek için kinematik kontrolcüye bulanık mantık eklenmiş ve benzetim çalışmaları yapılmıştır.

Diferansiyel tahrikli mobil robotların yörünge takip kontrolünde, parametre belirsizlikleri kontrol performansını büyük oranda azaltmaktadır. Bu problemin üstesinden gelebilmek için Shojaei ve ark. (2011) uyarlamalı bir yörünge takip kontrolcüsü tasarlamışlar ve kontrolcü performansını deneysel olarak incelemişlerdir.

Bir başka çalışmada bir DTMR'a ait kinematik model ve aktüatör modelini de içeren dinamik model elde edilmiştir. Bu modeller baz alınarak robotun kontrol edilebilirlik analizi yapılmıştır. Yörünge takibi için KTGAK, PID ve bulanık mantık kontrolcü tasarımları yapılmıştır. Bu çalışmada ayrıca mobil robot için bir engelden kaçma algoritması geliştirilmiş ve benzetim çalışmalarıyla kontrolcülerin ve engelden kaçma algoritmasının performansları değerlendirilmiştir (Faik Demirbaş, 2017).

Gökhan Özdemir (2021) tarafından yapılan çalışmada bir DTMR'un kinematik ve dinamik modelleri elde edilmiş ve robotun yörünge takibi için KTGAK ve uyarlamalı dinamik kontrolcü tasarımları yapılmıştır. Benzetim çalışmaları, kinematik ve dinamik kontrolcülerin bir arada kullanılması durumunda çok daha iyi sonuçlar elde edildiğini göstermiştir. Geliştirilen kontrolcü ayrıca MATLAB Simscape ortamında oluşturulan bir fiziksel robot modeli üzerinde de test edilmiştir.

Diferansiyel tahrikli mobil robotlar doğrusal olmayan dinamiklere sahiptir ve bu durum yörünge kontrolünde bazı belirsizliklere yol açmaktadır. Nascimento ve ark. (2018) tarafından yapılan çalışmada yörünge kontrolüne belirsizliklerden kurtulmak için yeni bir yaklaşım önerilmiştir. Bu yaklaşımda, referans yörüngeyi takip etmek amacıyla doğrusal olmayan model öngörülü kontrol (MPC) kullanılmıştır. Doğrusal olmayan MPC ile sürekli durum hatasını hızlı bir şekilde minimize etmek için yeni bir amaç fonksiyonu ile optimizasyonun sağlanması önerilmiştir. Sanal ve gerçek robotlarla deneyler yapılarak önerilen yaklaşımın doğruluğu onaylanmıştır.

Quanser Qbot, öğrenci ve araştırmacılar tarafından kontrolcü geliştirmek amacıyla yoğun olarak kullanılan diferansiyel tahrikli bir mobil robottur. Bir başka çalışmada Quanser Qbot'un yörünge takibi için Bulanık PD tabanlı bir kontrolcü olan Takagy–Sugeno Trajektuar Takip (ZTS-TT) kontrolcüsü geliştirilmiştir (Alouache ve Wu, 2018). Robotun çizgisel ve açsal hızları, robot yörüngesi ile referans yörünge arasında oluşan hataların sıfıra asimptotik olarak yaklaşmasını sağlamak üzere formüle edilmiştir. Kontrolcü tasarımı, MATLAB/Simulink ve QUARC ortamlarında yapılmıştır. Geliştirilen kontrolcünün geleneksel PD kontrolcüye kıyasla çok daha iyi bir takip performansı sunduğu ve daha kararlı olduğu görülmüştür.

Bir başka çalışmada Pioneer 3D-X robotunun yörünge takibi için Z-Sayı temelli bir Bulanık Mantık Kontrolcü tasarlanmıştır (Abdelwahab ve ark., 2020). Kontrol algoritmasının çalışma prensibi, robotun hedefe olan Öklid mesafesine ve yönelme açısına dayanmaktadır. Önerilen kontrolcünün performansı hem benzetim hem de deneysel çalışmalar ile incelenmiş ve başarılı bir yörünge takibi sağladığı gösterilmiştir.

Pacheco ve Luo (2015), mobil robotların yörünge takibi için PID ve MPC kontrolcülerin performanslarını karşılaştırmışlardır. Mobil robotun dinamik ve kinematik modelleri deneysel veriler kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmada MPC'nin düz yörüngelerde daha iyi, dönüşlerde ise PID ile benzer sonuçlar verdiği görülmüştür. Ayrıca yörünge takibinde PID kontrolcünün daha hızlı cevap verdiği ancak MPC'nin daha az bir hatayla yörüngeyi takip ettiği ifade edilmiştir.

Bai ve ark. (2019) yaptıkları çalışmada tekerlekli mobil robotların dinamik ve kinematik kısıtlarına rağmen dönme hareketi esnasında merkezkaç kuvveti nedeniyle kayma yapabileceğini, bu kayma neticesinde kontrolsüz ve tehlikeli sonuçlarla karşılaşabileceğini göstermişlerdir. Bu sorunun çözümü için lastik mekaniğine dayalı MPC tabanlı bir dinamik kontrolcü önerilmiştir. Önerilen kontrolcük kinematik tabanlı MPC ile karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçları, dinamik tabanlı MPC'nin kinematik

tabanlı MPC'ye göre daha iyi bir yörünge takibi kontrolü yaptığını ve yörünge takibi esnasında kaymayı önleyebildiğini kanıtlanmıştır.

Bir başka çalışmada bir DTMR'un yörünge takibi için doğrusal MPC (LMPC) ve doğrusal olmayan MPC (NLMPC) kontrolcüler tasarlanmıştır. NLMPC için konveks olmayan bir amaç fonksiyonu, LMPC için ise ikinci dereceden bir amaç fonksiyonu seçilmiştir. Benzetim sonuçları, LMPC'nin NLMPC'ye göre daha iyi bir takip performansı sunduğunu ve daha düşük bir hesaplama yüküne sahip olduğunu göstermiştir (Kühne ve ark., 2005).

Bir başka çalışmada ise Bouzoualegh ve ark. (2018) diferansiyel tahrikli bir mobil robotun kontrolü için yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Bu yaklaşımda öncelikle giriş-çıkış doğrusallaştırma tekniği kullanılarak robotun doğrusal olmayan dinamik modeli doğrusallaştırılmıştır. Ardından doğrusal dinamik modele dayalı bir model öngörülü kontrol algoritması geliştirilmiştir. Geliştirilen kontrolcü ile PD kontrol performansları karşılaştırılmış ve dinamik modele dayalı MPC kontrolcünün daha iyi bir performans sergilediği görülmüştür.

Bemporad ve ark. (2005) yaptıkları çalışmada hassas, sağlıklı ve hızlı bir kontrolün sağlanması için MPC kontrolcü parametrelerinin seçiminde uyulması tavsiye edilen bazı kurallar sunmuşlardır.

Başka bir çalışmada mobil robot yörünge kontrolü için MPC tabanlı bir kontrolcünün tasarımı sunulmuştur (Argtim Tika ve ark., 2023). Bu çalışmada aynı zamanda tasarlanan MPC kontrolcü için uygun parametreleri otomatik olarak seçen Bayesian optimizasyon tabanlı bir algoritma önerilmiştir. Bu algoritmanın, hızı maksimize ederken yörünge takip hatasını da minimize eden uygun parametreleri otomatik olarak seçebildiği vurgulanmıştır. Tasarlanan kontrolcü omni-yönlü bir mobil robota uygulanmış ve farklı referans yörüngeler ile denenerek doğrulanmıştır. Son olarak, robotun performansını manuel ayarlama durumunda ve otomatik ayarlama durumunda elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

DTMR'un yörünge takibi kontrolünün daha hassas olabilmesi için aktüatör dinamikleri de içeren daha gerçekçi bir matematiksel model kullanılması gerekmektedir. Mobil robot aktüatörleri genellikle DC motorlardır. DC motorların hızı mobil robot dinamiğine doğrudan etki etmektedir. Dolayısıyla DC motorların kontrolü mobil robot yörünge kontrolü için oldukça önemlidir. (ILafta E. J. Alkurawy ve ark. (2018) tarafından yapılan çalışmada DC motorların elektriksel ve mekanik kısımlarının dikkate alındığı detaylı bir matematiksel model, transfer fonksiyonu şeklinde elde edilmiştir. Daha sonra

bu motorun kontrolü için geleneksel PI kontrolcü ile MPC tabanlı DMC kontrol kullanılmıştır. Çalışma sonucunda PI kontrolcünün daha hızlı bir cevap sağladığı ancak DMC kontrolcünün daha yavaş bir cevap sunmasına karşın maksimum aşma yapmadığı belirtilmiştir.

Bir başka çalışmada DC motorun hız kontrolü için bir MPC kontrolcü tasarımı yapılmıştır (Kaya ve Bawdaka, 2019). Bunun için öncelikle DC motora ait transfer fonksiyonu elde etmiştir. Matlab/Simulink ortamında doğrusal MPC araç kutusu kullanılarak kontrolcü tasarımı yapılmış ve benzetim çalışmaları gerçekleştirilerek kontrolcü parametrelerinin seçiminin kontrol performansına etkileri tartışılmıştır. MPC kontrol sonuçları PID kontrolcü ile kıyaslanarak performansı değerlendirilmiştir.

Son olarak Flores-Morán ve ark. (2022) tarafından yapılan çalışmada DC motor konum kontrolünde Genetik Algoritma (GA) tabanlı PID kontrolcü ile MPC kontrolcü performansları kıyaslanmıştır. Çalışmada ilk olarak DC motorun transfer fonksiyonu elde edilmiştir. PID kontrolcü parametreleri hem manuel hem de GA ile optimum bir şekilde belirlenmiştir. Simülasyon sonuçlarına göre GA ile parametre seçimi yapılan PID kontrolcünün manuel olarak parametre seçimi yapılan PID'den daha iyi olduğu belirtilmiştir. MPC'nin ise her iki PIS kontrolcüden de daha iyi bir sonuç verdiği belirtilmiştir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Diferansiyel Tahrikli Mobil Robotun Matematiksel Modellemesi

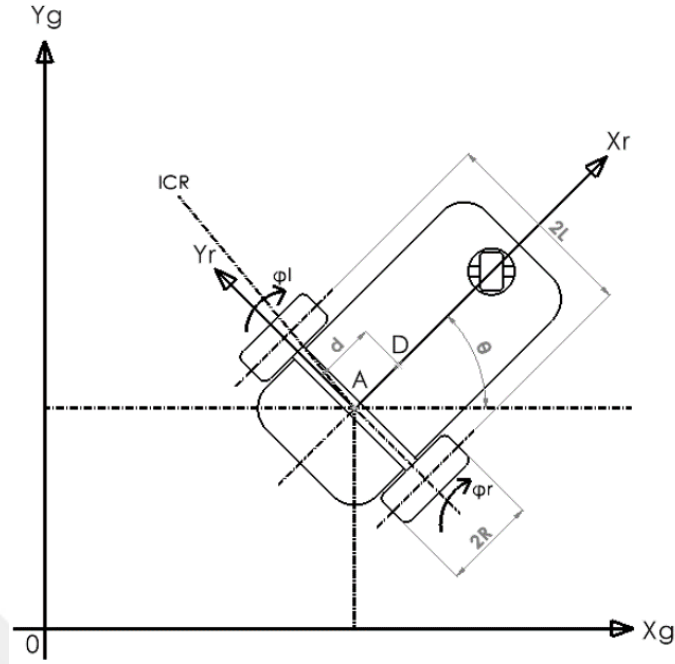
Bir sistemin matematiksel modeli, sistemin giriş ve çıkışları arasındaki ilişkiyi ifade eden ve sistemin davranışı hakkında bilgi veren en temel araçlardan birisidir. Mobil robotların yörünge kontrolünde sadece kinematik model kullanılabileceği gibi kinematik model ile birlikte dinamik model de kullanılabilir. Kinematik model, belirli bir çalışma alanında robotun anlık olarak konum ve hız bilgilerini matematiksel olarak tanımlamaya yarar. Dinamik model ise robotun hareketi ile bu harekete sebep olan kuvvet, moment gibi etkenleri matematiksel olarak ilişkilendirir. Özellikle ağır ve yüksek ivmeli hareket yapan robotların yörünge kontrolünde dinamik modelin dikkate alınmaması sonuçların hatalı olmasına sebep olacaktır. Dolayısıyla mobil robotlarda başarılı bir yörünge kontrolü sağlanabilmesi için ilk adım robota ait kinematik ve dinamik modellerin doğru bir biçimde elde edilmesidir.

Bu bölümde diferansiyel tahrikli mobil robotların kinematik ve dinamik modellerinin elde edilişi ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

3.1.1. Kinematik Model

Diferansiyel tahrikli, üç tekerli bir mobil robotun şematik gösterimi ve koordinat sistemlerinin yerleşimi Şekil 3.1’de gösterilmiştir. Robotun iki yanına yerleştirilmiş, aynı dönme eksenine sahip ve farklı hızlarda dönebilen iki adet tahrik tekeri, robotun ötelenmesini ve dönmesini sağlamaktadır. Tahrik tekerlerinin merkezlerini birleştiren eksenin orta noktasına (Şekil 3.1’de görülen A noktası) Ani Dönme Merkezi (Instantaneous Center Rotation) adı verilir. Robotun ön tarafında bulunan avare teker ise robotun dengesini sağlamak için kullanılmaktadır.

Şekil 3.1. de görüldüğü gibi robotun konumunu ifade etmek için iki farklı koordinat sistemi kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi sabit olan global koordinat sistemidir (X_g-Y_g) ve robotun yeryüzündeki mutlak konumunu belirtir. İkincisi ise robot gövdesi ile ilişkilendirilmiş yerel koordinat sistemidir (X_r-Y_r). Yerel koordinat sistemi robotla birlikte hareket ettiği için hareketli koordinat sistemi olarak da adlandırılır.



Şekil 3.1 Robot Koordinat Sistemleri

Şekil 3.1’de görüldüğü gibi A noktası robotun anlık dönme merkezini, φ_r ve φ_l sırasıyla sağ ve sol tekerin açisal hızını, L tekerlerin anlık dönme merkezine uzaklığını, R tekerleklerin yarıçapını, D robotun kütle merkezini, d ise kütle merkezi ile anlık dönme merkezi arasındaki mesafeyi ifade etmektedir. Buna göre robotun global ve yerel koordinat sistemlerindeki konum vektörleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$q^g = \begin{bmatrix} x^g \\ y^g \\ \theta^g \end{bmatrix}, \quad q^r = \begin{bmatrix} x^r \\ y^r \\ \theta^r \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Global ve yerel koordinat vektörleri arasındaki ilişki bir $R(\theta)$ dönme matrisiyle aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$q^g = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x^r \\ y^r \\ \theta^r \end{bmatrix}$$

Tekerlek hızları ile robotun çizgisel ve açısal hızı arasındaki ilişkiler ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$v = \frac{v_R + v_L}{2L} = R \cdot \frac{(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l)}{2} \quad (3.3)$$

$$\omega = \frac{v_R - v_L}{2L} = R \cdot \frac{(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l)}{2L} \quad (3.4)$$

Sağ ve sol tekerlerin çizgisel hızları ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$v_{wr} = v + \dot{\theta}L \quad (3.5)$$

$$v_{wl} = v - \dot{\theta}L \quad (3.6)$$

Herhangi bir t anında robotun global koordinat sistemindeki konumu ve yönelimi aşağıdaki denklemler kullanılarak bulunabilir.

$$v_x = v(t) \cos(\theta(t)) \quad (3.7)$$

$$v_y = v(t) \sin(\theta(t)) \quad (3.8)$$

$$x(t) = \int v(t) \cos(\theta(t)) dt \quad (3.9)$$

$$y(t) = \int v(t) \sin(\theta(t)) dt \quad (3.10)$$

$$\theta(t) = \int \omega(t) dt \quad (3.11)$$

Robotun herhangi bir t anındaki hızı ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v(t) = \pm \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \quad (3.12)$$

Burada \pm işareti yön bildirmek için kullanılır. + ileri yönü, - ise geri yönü ifade etmektedir. Yol üzerinde bulunan her bir noktanın teğet açısı ise aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\varphi(t) = \arctan2(\dot{y}(t), \dot{x}(t)) \quad (3.13)$$

$$\omega(t) = \frac{\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \dot{y}(t)\ddot{x}(t)}{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \quad (3.14)$$

x_a ve y_a robotun ani dönme merkezi olan A noktasının koordinatları olmak üzere robotun yerel koordinat sistemine göre hızı ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v = \dot{x}_a^r \cos \theta + \dot{y}_a^r \sin \theta \quad (3.15)$$

$$\dot{x}_a^r = R \frac{(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l)}{2} \quad (3.16)$$

$$\dot{y}_a^r = 0 \quad (3.17)$$

Sonuç olarak robotun yerel koordinat sistemi ve global koordinat sistemine göre hızları matris formunda aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a^r \\ \dot{y}_a^r \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ 0 & 0 \\ R/2L & -R/2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a^g \\ \dot{y}_a^g \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 \cos(\theta) & R/2 \cos(\theta) \\ R/2 \sin(\theta) & R/2 \sin(\theta) \\ R/2L & -R/2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

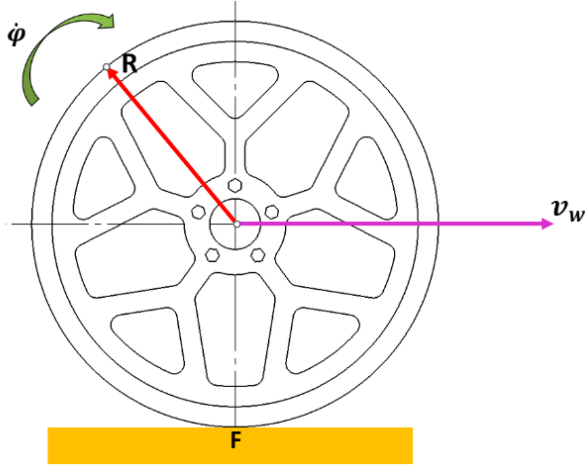
3.1.1.1. Kinematik Kısıtlar

Diferansiyel tahrikli bir mobil robotun hareketi, iki holonomik olmayan kısıt denklemi ile karakterize edilir. Bu denklemler, iki ana varsayıma dayanarak elde edilir (Ahmad Abu Hatab, 2013b).

Holonomik olmayan diferansiyel tahrikli mobil robotlar, yanal yönde hareket edemezler. Dolayısıyla robotun A noktasının yanal hareketi aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\dot{y}_a^r = 0 \quad (3.20)$$

Şekil 3.2’de görüldüğü üzere tekerleklerin zemine sadece F noktasından temas ettiği ve zemin ile teker arasında patinaj olmadığı varsayılır. Yani tekerleklerin dönme hareketi tümüyle doğrusal hıza dönüşmektedir.



Şekil 3.2 Tekerleklerin Dönme Hareketi

Dönme matrisi kullanılarak yerel koordinatlardaki hız ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\dot{x}_a^r}{\dot{y}_a^r} \quad (3.21)$$

$$-\dot{x}_a^r \cos\theta + \dot{y}_a^r \sin\theta = 0 \quad (3.22)$$

Denklem (3.5), (3.6) ve (3.21) bir araya getirildiğinde aşağıdaki matematiksel ifadeler elde edilir.

$$\dot{x}_a^r \cos\theta + \dot{y}_a^r \sin\theta + \dot{\theta}L - R\dot{\varphi}_r = 0 \quad (3.23)$$

$$\dot{x}_a^r \cos\theta + \dot{y}_a^r \sin\theta - \dot{\theta}L - R\dot{\varphi}_l = 0 \quad (3.24)$$

(3.22), (3.23) ve (3.24) numaralı denklemler matris halinde ifade edildiklerinde kısıt matrisi $A(q)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & -d & 0 & 0 \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & L & -R & 0 \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & L & 0 & -R \end{bmatrix}, \quad A(q)\dot{q} = 0 \quad (3.25)$$

3.1.2. Dinamik Model

DTMR dinamik modeli, kinematik modelden farklı olarak robotun üzerine etki eden kuvvet ve torkları da dikkate alır. Holonomik olmayan diferansiyel tahrikli mobil robotlar n adet genelleştirilmiş koordinata (q_1, q_2, \dots, q_n) ve m adet kısıta sahiptirler. DTMR'a ait dinamik denklemin genel hali aşağıdaki gibidir (Ahmad Abu Hatab, 2013b).

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3.26)$$

Bu eşitlikte yer alan terimler Tablo 3.1'de açıklanmıştır.

Terim	Açıklama
q	Genelleştirilmiş koordinatların vektörü
$M(q)$	Pozitif tanımlı kütleler ve eylemsizlik matrisi
$V(q, \dot{q})$	Coriolis vektörü ve merkezkaç kuvvetleri
$F(\dot{q})$	Sürtünme ve sönümleme kuvvetleri vektörü
$G(q)$	Yer çekimine bağlı kuvvet ve tork vektörü
τd	Modellenmemiş dinamikler dahil bilinmeyen bozulmaların vektörü
$B(q)$	Giriş matrisi
τ	Giriş vektörü
$A^T(q)$	Kinematik kısıt matrisi
λ	Lagrange çarpan vektörü

Tablo 3.1 Dinamik Modelde Bulunan Matrislerin Anlamları[K]

3.1.2.1. Lagrange Metodu ile Dinamik Modelleme

n adet genelleştirilmiş koordinat ile ifade edilen bir sistem için Lagrange formülasyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.27)$$

Bu denklemde L Lagrange operatörünü, q_i genelleştirilmiş koordinatları, Q_i genelleştirilmiş kuvvetleri ve n genelleştirilmiş koordinat sayısını ifade etmektedir. Lagrange operatörü L aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$L = T - U \quad (3.28)$$

Bu eşitlikte T sistemin toplam kinetik enerjisini, U ise sistemin toplam potansiyel enerjisini ifade etmektedir.

Bu çalışmada diferansiyel tahrikli bir mobil robota ait dinamik modelin elde edilmesi için Lagrange formülasyonu kullanılmıştır. Bunun için öncelikle robota ait genelleştirilmiş koordinatların belirlenmesi ve sistemin toplam kinetik ve potansiyel enerjilerin elde edilmesi gerekmektedir.

Şekil 3.1'de verilen diferansiyel tahrikli mobil robot için genelleştirilmiş koordinatlar aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$q = [x_a \ y_a \ \theta \ \varphi_r \ \varphi_l]^T \quad (3.29)$$

Burada x_a ve y_a robotun A noktasının x ve y koordinatlarını, θ gövde açısını, φ_r ve φ_l ise sırasıyla sağ ve sol teker açılarını ifade etmektedir. Robotun gövdesine ait kinetik enerji aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T_c = \frac{1}{2} m_d v_d^2 + \frac{1}{2} I_d \dot{\theta}^2 \quad (3.30)$$

Sağ ve sol tekerleklerin kinetik enerjisi ise aşağıdaki gibidir.

$$T_{wr} = \frac{1}{2} m_w v_{wR}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\varphi}_r \quad (3.31)$$

$$T_{wl} = \frac{1}{2} m_w v_{wL}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\varphi}_l \quad (3.32)$$

(3.30), (3.31) ve (3.32) denklemlerinde bulunan m_d tekerleksiz robot kütesini, m_w tekerlek kütesini, I_m motorların dönme eksenlerindeki eylemsizlik momentini, I_d robot platformunun D noktasına göre eylemsizlik momentini, I_w ise tekerleklerin

eylemsizlik momentini ifade etmektedir. Sistemin toplam kinetik enerjisi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$T = T_c + T_{wR} + T_{wL} \quad (3.33)$$

Tüm hızlar, global koordinatlardaki genel hız denklemleri kullanılarak aşağıdaki gibi türetilmiştir.

$$v_g^2 = \dot{x}_g^2 + \dot{y}_g^2 \quad (3.34)$$

(3.34) denkleminde bulunan hız ifadesini elde etmek için, robotun ağırlık merkezi olan D noktasının, ani dönme merkezi olan A noktasına göre konumu ve hızı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x_d = x_a + d \cos \theta \quad (3.35)$$

$$y_d = y_a + d \sin \theta \quad (3.36)$$

$$\dot{x}_d = \dot{x}_a - d \dot{\theta} \sin \theta \quad (3.37)$$

$$\dot{y}_d = \dot{y}_a + d \dot{\theta} \cos \theta \quad (3.38)$$

(3.37) ve (3.38) denklemleri kullanılarak robotun D noktasının hızı aşağıdaki gibi bulunur.

$$v_d^2 = \dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2 \quad (3.39)$$

$$v_d^2 = (\dot{x}_a - d \dot{\theta} \sin \theta)^2 + (\dot{y}_a + d \dot{\theta} \cos \theta)^2 \quad (3.40)$$

$$v_d^2 = \dot{x}_a^2 - 2\dot{x}_a d \dot{\theta} \sin \theta + d^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta + \dot{y}_a^2 + 2\dot{y}_a d \dot{\theta} \cos \theta + d^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta \quad (3.41)$$

$$v_d^2 = \dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2 + 2d \dot{\theta} (-\dot{x}_a \sin \theta + \dot{y}_a \cos \theta) + d^2 \dot{\theta}^2 \quad (3.42)$$

Denklemler (3.31)'de yer alan sağ tekerleğe ait hız ve konum ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x_{wR} = x_a - L \sin \theta \quad (3.43)$$

$$y_{wR} = y_a + L \cos \theta \quad (3.44)$$

$$\dot{x}_{wR} = \dot{x}_a - L \dot{\theta} \cos \theta \quad (3.45)$$

$$\dot{y}_{wR} = \dot{y}_a - L \dot{\theta} \sin \theta \quad (3.46)$$

Denklem (3.32)'de yer alan sol tekeri ait hız ve konum ifadeleri ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x_{wL} = x_a + L \sin \theta \quad (3.47)$$

$$y_{wL} = y_a - L \cos \theta \quad (3.48)$$

$$\dot{x}_{wL} = \dot{x}_a + L \dot{\theta} \cos \theta \quad (3.49)$$

$$\dot{y}_{wL} = \dot{y}_a + L \dot{\theta} \sin \theta \quad (3.50)$$

Denklemlerle (3.45) ve (3.46) kullanılarak sağ tekerin doğrusal hızı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v_{wR}^2 = \dot{x}_{wR}^2 + \dot{y}_{wR}^2 \quad (3.51)$$

$$v_{wR}^2 = \dot{x}_a^2 - 2\dot{x}_a L \dot{\theta} \cos \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{y}_a^2 - 2\dot{y}_a L \dot{\theta} \sin \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta \quad (3.52)$$

Benzer şekilde denklem (3.49) ve (3.50) kullanılarak sol tekerin doğrusal hızı da aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v_{wL}^2 = \dot{x}_a^2 + 2\dot{x}_a L \dot{\theta} \cos \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{y}_a^2 + 2\dot{y}_a L \dot{\theta} \sin \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta \quad (3.53)$$

Yukarıda elde edilen hız ifadeleri kinetik enerji denklemlerinde yerlerine yazılırsa sisteme ait kinetik enerjiler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T_c = \frac{1}{2} m_d (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2 + 2d\dot{\theta}(-\dot{x}_a \sin \theta + \dot{y}_a \cos \theta) + d^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I_d \dot{\theta}^2 \quad (3.54)$$

$$T_{wr} = \frac{1}{2} m_w (\dot{x}_a^2 - 2\dot{x}_a L \dot{\theta} \cos \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + \dot{y}_a^2 - 2\dot{y}_a L \dot{\theta} \sin \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\phi}_r \quad (3.55)$$

$$T_{wl} = \frac{1}{2}m_w(\dot{x}_a^2 + 2\dot{x}_aL\dot{\theta}\cos\theta + L^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta + \dot{y}_a^2 + 2\dot{y}_aL\dot{\theta}\sin\theta + L^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta) + \frac{1}{2}I_m\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w\dot{\phi}_l \quad (3.56)$$

Sistemin toplam kinetik enerjisi yazılırken işlem karmaşasının azaltılması için aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

$$m = m_d + 2m_w \quad (3.57)$$

$$I = I_d + m_d d^2 + 2m_w L^2 + 2I_m \quad (3.58)$$

Bu durumda sistemin toplam kinetik enerjisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T = T_c + T_{wR} + T_{wL} \quad (3.59)$$

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) + m_d d \dot{\theta} (\dot{y}_a \cos\theta - \dot{x}_a \sin\theta) + \frac{1}{2}I_w(\dot{\phi}_r^2 + \dot{\phi}_l^2) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (3.60)$$

Robotun yatay düzlemde hareket ettiği kabul edilerek sisteme ait toplam potansiyel enerji U sıfır alınmıştır. Bu durumda sistemin Lagrange operatörü L, sistemin toplam kinetik enerjisine eşittir. $q = [x_a \ y_a \ \theta \ \phi_r \ \phi_l]^T$ genelleştirilmiş koordinatlarının her birisi için, denklem (3.27)'de tanımlanan Lagrange formülasyonu aşağıdaki gibi uygulanmıştır.

x_a değişkeni için Lagrange formülasyonu uygulanırsa,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x_a} \right) = C_1 \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} = m\dot{x}_a - m_d d \dot{\theta} \sin\theta \quad (3.62)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) = m\ddot{x}_a - m_d d \ddot{\theta} \sin\theta - m_d d \dot{\theta}^2 \cos\theta \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_a} = 0 \quad (3.64)$$

$$C_1 = m\ddot{x}_a - m_d d\ddot{\theta}\sin\theta - m_d d\dot{\theta}^2\cos\theta \quad (3.65)$$

y_a değişkeni için Lagrange formülasyonu uygulanırsa,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_a}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial y_a}\right) = C_2 \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_a} = m\dot{y}_a + m_d d\dot{\theta}\cos\theta \quad (3.67)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_a}\right) = m\ddot{y}_a + m_d d\ddot{\theta}\cos\theta - m_d d\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_a} = 0 \quad (3.69)$$

$$C_2 = m\ddot{y}_a + m_d d\ddot{\theta}\cos\theta - m_d d\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (3.70)$$

θ değişkeni için Lagrange formülasyonu uygulanırsa,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta}\right) = C_3 \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m_d d(\dot{y}_a\cos\theta - \dot{x}_a\sin\theta) + I\dot{\theta} \quad (3.72)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = I\ddot{\theta} + m_d d(\ddot{y}_a\cos\theta - \ddot{x}_a\sin\theta - \dot{y}_a\dot{\theta}\sin\theta - \dot{x}_a\dot{\theta}\cos\theta) \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -m_d d\dot{\theta}\dot{y}_a\sin\theta - m_d d\dot{\theta}\dot{x}_a\cos\theta \quad (3.74)$$

$$C_3 = I\ddot{\theta} + m_d d(\ddot{y}_a\cos\theta - \ddot{x}_a\sin\theta) \quad (3.75)$$

φ_r değişkeni için Lagrange formülasyonu uygulanırsa,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_r}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_r}\right) = C_4 \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_r} = Iw\dot{\varphi}_r \quad (3.77)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_r} \right) = Iw\ddot{\varphi}_r \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_r} = 0 \quad (3.79)$$

$$C_4 + \tau_r = Iw\ddot{\varphi}_r \quad (3.80)$$

φ_l değişkeni için Lagrange formülasyonu uygulanırsa,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_l} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_l} \right) = C_5 \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_l} = Iw\dot{\varphi}_l \quad (3.82)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_l} \right) = Iw\ddot{\varphi}_l \quad (3.83)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_l} = 0 \quad (3.84)$$

$$C_5 + \tau_l = Iw\ddot{\varphi}_l \quad (3.85)$$

Elde edilen hareket denklemlerinde bulunan C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 terimleri sistemin kısıtlarından kaynaklanmaktadır ve matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$A(q) = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5] \quad (3.86)$$

Lagrange formülasyonu kullanılarak elde edilen ve denklem (3.65), (3.70), (3.75), (3.80) ve (3.85)'de verilen hareket denklemleri matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3.87)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & -m_d d \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & m & m_d d \sin \theta & 0 & 0 \\ -m_d d \sin \theta & m_d d \cos \theta & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

$$V(q\dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_d d \dot{\theta} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_d d \dot{\theta} \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

$$A^T(q)\lambda = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & \sin \theta \\ -d & L & -L \\ 0 & -R & 0 \\ 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

Burada λ Lagrange çarpanlarını ifade etmektedir. Lagrange çarpanları bilinmediği için hareket denklemlerindeki $A^T(q)\lambda$ kısıt terimlerinden kurtulmamız gerekmektedir. Bunun için öncelikle teker açısız hızlarından oluşan indirgenmiş bir vektör aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Ahmad Abu Hatab, 2013b).

$$\eta = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

Daha sonra genelleştirilmiş hızlar, denklem (3.19) kullanılarak tekerlek açısız hızları (indirgenmiş vektör) cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a^g \\ \dot{y}_a^g \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 \cos(\theta) & R/2 \cos(\theta) \\ R/2 \sin(\theta) & R/2 \sin(\theta) \\ R/2L & -R/2L \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

Bu denklem kısaca aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{q} = S(q)\eta \quad (3.94)$$

Burada S matrisi genelleştirilmiş hızları tekerlek açısal hızları cinsinden ifade etmeyi sağlamaktadır. Denklem (3.94)'ün türevi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\ddot{q} = \dot{S}(q)\eta + S(q)\dot{\eta} \quad (3.95)$$

Denklem (3.25) de belirtilen kısıt matrisini, genelleştirilmiş koordinatların türev ifadesi olan denklem (3.94) ile ilişkilendirerek aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (3.96)$$

$$A(q)S(q)\eta = 0 \quad (3.97)$$

(3.87) denkleminde bulunan kısıt matrisinin devriğini elde etmek için denklem (3.97)'nin devriğini alırsak,

$$A^T(q)S^T(q)\eta = 0 \quad (3.98)$$

Elde edilen (3.98) denklemi ve (3.97) denklemi, (3.87) denkleminde yerine yazılırsa denklem aşağıdaki hali alır.

$$M(q)(\dot{S}(q)\eta + S(q)\dot{\eta}) + V(q, \dot{q})S(q)\eta = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3.99)$$

Lagrange çarpanı ve kısıt matrisi dinamik denklemden elenerek denklem indirgenmiş şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$S^T(q)M(q)\dot{S}(q)\eta + S^T(q)M(q)S(q)\dot{\eta} + S^T(q)V(q, \dot{q})S(q)\eta = S^T(q)B(q)\tau \quad (3.100)$$

Elde edilen (3.100) denklemi düzenlenerek daha sade hale getirilirse, denklemde bulunan yeni matrisler aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\bar{M}(q)\dot{\eta} + \bar{V}(q, \dot{q})\eta = \bar{B}(q)\tau \quad (3.101)$$

$$\bar{M}(q) = S^T(q)M(q)S(q) \quad (3.102)$$

$$\bar{V}(q) = S^T(q)M(q)\dot{S}(q) + S^T(q)V(q, \dot{q})S(q) \quad (3.103)$$

$$\bar{B}(q) = S^T(q)B(q) \quad (3.104)$$

İndirgenmiş yeni denklemin matris formunda gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + k) & \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - k) \\ \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - k) & I + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + k) \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R^2}{2L}m_c d\dot{\theta} \\ -\frac{R^2}{2L}m_c d\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

$$\bar{B}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

$$\begin{bmatrix} I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + k) & \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - k) \\ \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - k) & I + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_r \\ \ddot{\varphi}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{R^2}{2L}m_c d\dot{\theta} \\ -\frac{R^2}{2L}m_c d\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_r \\ \dot{\varphi}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

İşlem karmaşasından kurtulmak için yukarıdaki denklemlerde aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

$$k = d^2(m + 2m_d) + I \quad (3.109)$$

$$m_c = m + m_d \quad (3.110)$$

Denklem (3.108) kullanılarak tork değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left[I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + k) \right] \ddot{\phi}_r + \left[\frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - k) \right] \ddot{\phi}_l + \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \right] \dot{\phi}_r = \tau_r \quad (3.111)$$

$$\left[I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + k) \right] \ddot{\phi}_r + \left[\frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - k) \right] \ddot{\phi}_l - \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \right] \dot{\phi}_r = \tau_l \quad (3.112)$$

(3.111) ve (3.112) denklemleri taraf tarafa toplayıp-çıkılarak ve aynı zamanda (3.3) ve (3.4) kinematik denklemleriyle ilişkilendirilerek robotun sağ ve sol teker torkları, robotun doğrusal ve açısal hızları cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\left[I_w + \frac{R^2}{4L^2}(2mL^2) \right] \ddot{\phi}_r + \left[\frac{R^2}{4L^2}(2mL^2) \right] \ddot{\phi}_l + \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \right] \dot{\phi}_r - \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \right] \dot{\phi}_r = \tau_r + \tau_l \quad (3.113)$$

$$\frac{2}{R} \left[I_w + \frac{mR^2}{2} \right] R \frac{(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l)}{2} + \frac{2}{RL} \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \right] R \frac{(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l)}{2L} = \tau_r + \tau_l \quad (3.114)$$

$$\frac{2}{R} \left[I_w + \frac{mR^2}{2} \right] \dot{v} + \frac{2}{RL} \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \omega \right] \omega = \tau_r + \tau_l \quad (3.115)$$

$$\left(m + \frac{2I_w}{R^2} \right) \dot{v} - m_c d \omega^2 = \frac{1}{R} (\tau_r + \tau_l) \quad (3.116)$$

$$\frac{2}{R} \left[I_w + \frac{R^2}{4L^2}(2k) \right] R \frac{(\dot{\phi}_r - \dot{\phi}_l)}{2L} + \frac{2}{R} \left[\frac{R^2}{2L} m_c d \dot{\theta} \right] R \frac{(\dot{\phi}_r + \dot{\phi}_l)}{2L} = \tau_r - \tau_l \quad (3.117)$$

$$\frac{2}{R} \left[I_w + \frac{R^2}{4L^2} (2k) \right] \dot{\omega} + \frac{2}{R} \left[\frac{R^2}{2L} m_c d\dot{\theta} \right] v = \tau_r - \tau_l \quad (3.118)$$

$$\left(k + \frac{2L^2}{R^2} I_w \right) \dot{\omega} + m_c d\omega v = \frac{L}{R} (\tau_r - \tau_l) \quad (3.119)$$

3.1.2.2. DC Motor Modeli

Diferansiyel tahrikli mobil robotların hareketini sağlayan DC motorlar, elektromekanik bir yapıya sahiptir. Motorların kontrolü yapılırken kontrol girişi genellikle armatür gerilimi çıkış ise torktur. Tez çalışmasında kullandığımız motora ait matematiksel model aşağıdaki gibidir.

$$V(t) = R_a \cdot i(t) + L_a \cdot di(t)/dt + E_a \quad (3.120)$$

$$E_a = K_b \omega(t) \quad (3.121)$$

$$\tau_m = K_t \cdot i(t) \quad (3.122)$$

$$\tau = N \cdot \tau_m \quad (3.123)$$

Burada V giriş voltajını, R_a armatür direncini, i elektrik akımını, L_a armatür endüktansını, E_a zıt emk, K_b zıt emk sabitini, ω motorun açısal hızını, τ_m motor torkunu, K_t tork sabitini, N aktarma oranını, τ çıktı torkunu, belirtmektedir.

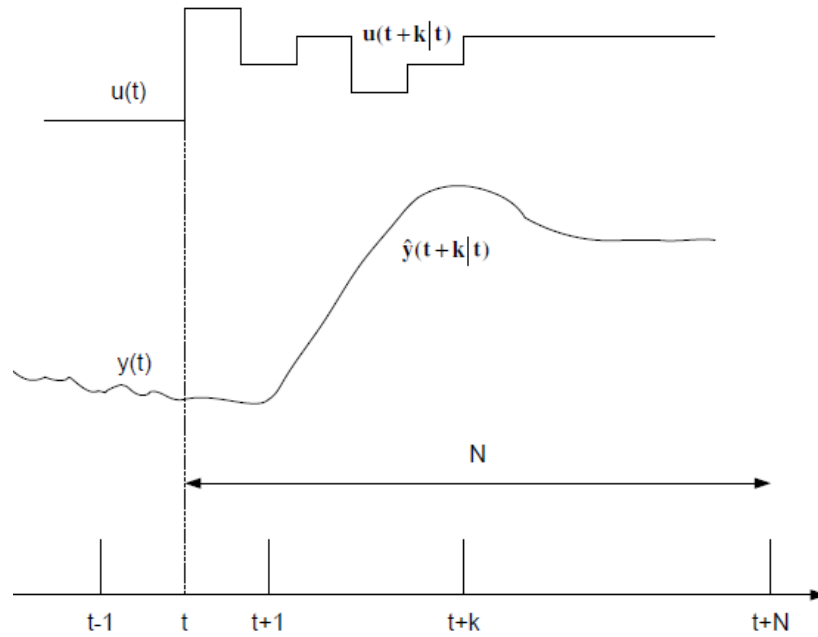
3.2. Kontrolcü Tasarımı

3.2.1. Model Öngörülü Kontrol (MPC)

Model Öngörülü Kontrol stratejisi, ilk olarak kimya prosesleri gibi endüstriyel sistemlerin kontrolünde kullanılmak amacıyla ortaya atılmıştır. Bu kontrol stratejisi 1960'lı yıllardan bu yana gelişmekte ve gelişimiyle birlikte farklı sistemlerin kontrolünde de kullanılmaya devam etmektedir. Gelişim sürecine göre kullanıldığı alanlar şöyle örneklendirilebilir.

- Kimya Proses Kontrolü
- Petrol ve Doğalgaz Süreç Kontrolü
- Otomotiv Kontrolü
- Havacılık ve Uzay Sistemleri Kontrolü
- Finansal Hizmetlerde Risk Kontrolü

Geri beslemeli kontrolcülerden olan MPC, kontrol ettiği sistemin gelecekteki çıkışlarını öngörmek için sistemin matematiksel modelini kullanır. Sistemin gelecekteki öngörülen durumları, öngörü ufku denilen bir zaman aralığındadır. Bu zaman aralığı, kontrol algoritmasının gelecekteki olayları öngörmek için ne kadar ileri bakacağını belirler. Öngörü ufkunda gerçekleşen tahminler, kontrolcü içerisinde bulunan optimizasyon probleminde kullanılır. Kontrolcü, bir amaç fonksiyonunu minimize veya maksimize etmek amacıyla kontrol sinyallerini optimize eder. “Model Öngörülü Kontrol” ifadesi, gelecekteki sistem çıkışlarını tahmin edebilmek için, sistemin modelini kullanan ve kontrol çıkışı ile referans değerleri arasındaki farkı (hatayı) en aza indirmek için bir amaç fonksiyonu kullanan bütün metotların genel adıdır. Bu metotlar kullanılan amaç fonksiyonuna göre çeşitlenmektedir. Şekil 3.3 ile Model Öngörülü Kontrol ailesine ait tüm kontrolcülerin ana fikri gösterilmektedir (Camacho ve ark., 1999).

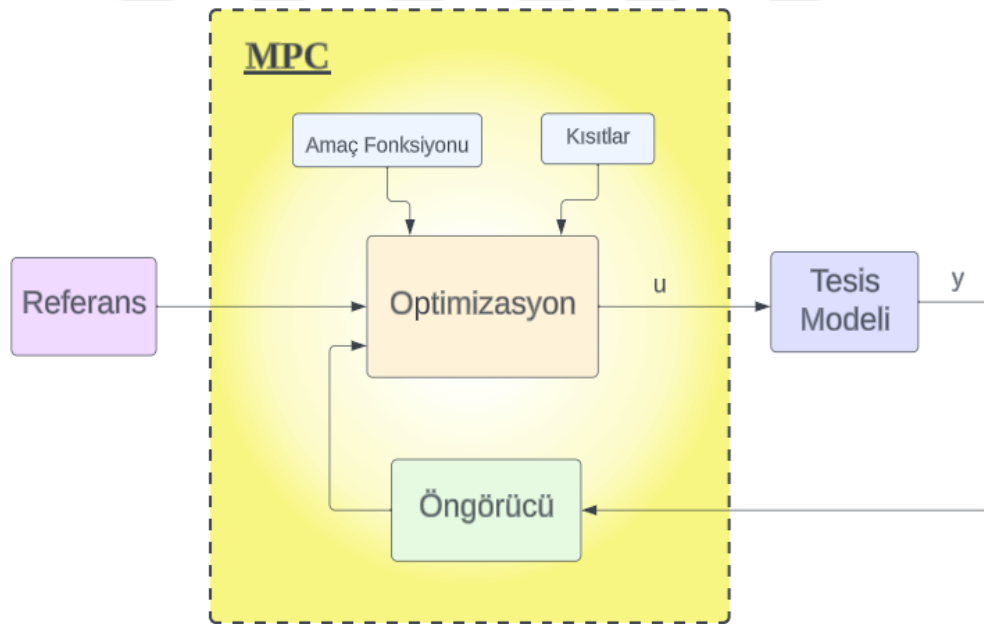


Şekil 3.3 Model Öngörülü Kontrol Stratejisi (Camacho ve ark., 1999)

N , tahmin ufkudur ve MPC'nin ne kadar ileri baktığı ile ilgilidir. Yani gelecekteki zaman adımlarının sayısını temsil eder. $\hat{y}(t+k|t) = 1 \dots N$; gelecekte öngörülen çıkışlar, öngörü ufku boyunca sistem modelini kullanarak hesaplanır. Bu öngörülen çıkışlar hesaplanırken, geçmişteki girişler, çıkışlar ile o anki sistem çıkışları ve gelecekteki kontrol çıkışları kullanılır.

Gelecekteki kontrol çıkışları dizisini referans değerlerine yaklaştırmak için önceden belirlenmiş bir amaç fonksiyonu optimize edilir. Bu amaç fonksiyonu da genellikle bir karesel fonksiyondur. MPC amaç fonksiyonunu minimize ederken belirtilen kısıtlamaları ve ağırlıkları da dikkate alarak referansı yakalamaya çalışır.

Gelecekteki kontrol çıkışları, kontrol ufku olarak adlandırılan bir dizi halinde bir arada bulunur. Kontrol ufku öngörü ufkundan küçük olmalıdır. Kontrol ufku ve öngörü ufkundan oluşan bir dizi meydana getirilir. O an ki zaman adımında bu dizinin sadece ilk elemanı sisteme uygulanır ve mevcut zaman adımında tahmin ufku bir adım ileri kayar ve belirtilen adımlar tekrarlanır. Tahmin ufkunun bir adım ileri kayması sebebiyle MPC kontrolcüsüne gerileyen ufuk kontrolü de denir.



Şekil 3.4 Model Öngörülü Kontrolün Temel Yapısı

3.2.1.1 Model Öngörülü Kontrol Tarihçesi

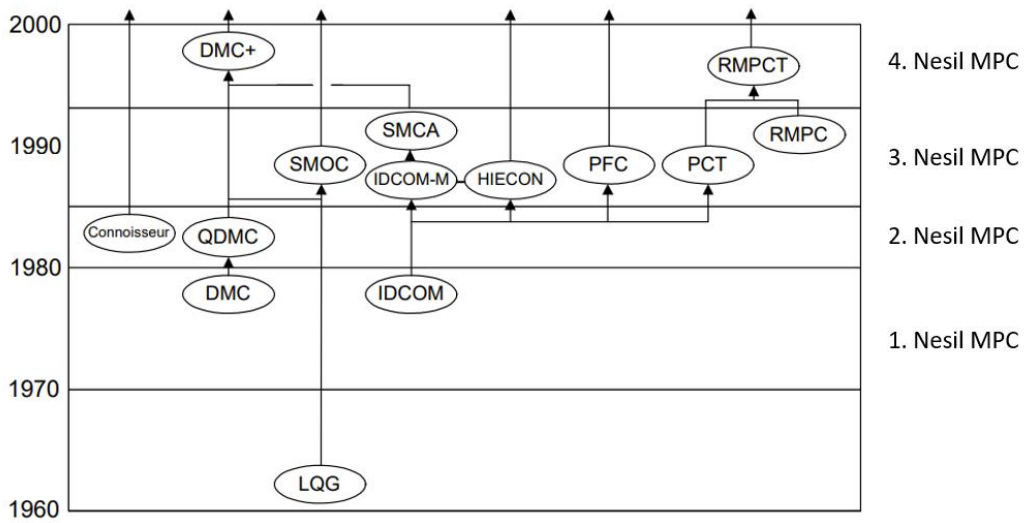
Bu bölümde Model Öngörülü kontrol algoritmasının tarihine değinilmiş olup bazı popüler MPC yöntemleri kısaca anlatılmıştır.

MPC kontrolün temel taşları 1960'lı yıllarda Kalman tarafından atılmıştır. Daha sonra MPC kontrolün, Doğrusal İkinci Dereceden Regülatör (LQR)'nin yetersiz kaldığı bazı noktaların üstesinden gelebileceğini savunan kontrol mühendisleri, diğerlerinden ayrılarak MPC'yi geliştirmeye devam etmişlerdir (Richalet ve ark.,1978).

1973 yılında ünlü petrol firması olan Shell'in proses kontrolünde kullanılmak üzere geliştirilen ve kimya enstitüsünde popüler olan DMC kontrolcüsü ortaya atılmıştır. DMC yani Dinamik Matris Kontrol (Dynamic Matrix Control), model olarak basamak yanıt modelini kullanmaktadır. Bu kontrolcü, kısıtlamaları olmayan sistemler için uygundur. (Qin ve Badgwell, 2003).

1970'lerin sonlarına doğru geliştirilen bir diğer MPC kontrol türü olan Model Algoritmik Kontrol (MAC), model olarak darbe modelini kullanır. Bu algoritma da DMC gibi kısıtları olmayan sistemlere uygulanarak, sistem çıkışını referansa yaklaştırmak için amaç fonksiyonunu minimize eder (Camacho ve ark., 1999).

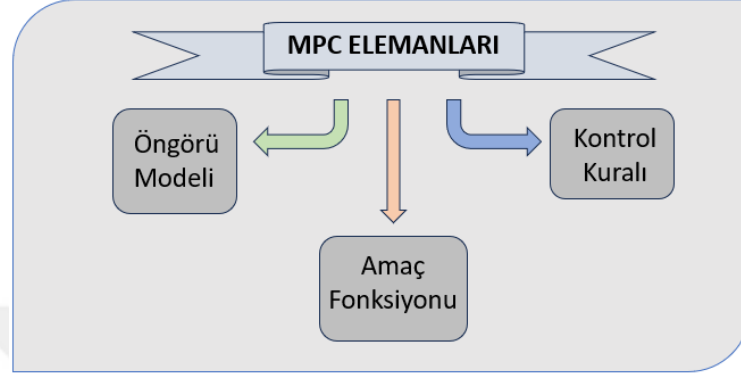
Endüstriyel sistemlerin yanında akademik çalışmalarda da rağbet gören Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (GMC), 1987 yılında geliştirilen bir MPC kontrol türüdür. GMC aynı zamanda Genelleştirilmiş Minimum Varyans yönteminin temelini atmıştır.



Şekil 3.5 MPC Algoritmalarının Soyağacı (Qin ve Badgwell, 2003).

3.2.1.2 Model Öngörülü Kontrol Elemanları

Model öngörülü algoritmaların tümü ortak elemanlara sahiptir. Her eleman için birçok farklı seçenek vardır. Bu seçenekler farklı algoritmalar oluşmasına sebep olur (Camacho ve ark., 2003) . MPC elemanları Şekil 3.6’da gösterilmiştir.



Şekil 3.6 MPC Algoritmalarının Ortak Elemanları

3.2.1.2.1 Öngörü Modeli

MPC, sistem modelini dikkate alarak kontrol sağlar. Öngörü modeli, gelecekteki çıkışları hakkında tahminde bulunabilmek için sistem dinamiğini dikkate alan ve sistem için en uygun öngörülerini elde etmeye imkân tanıyan model olmalıdır. Sistemin durumuna göre çeşitli öngörü modelleri vardır (Camacho ve ark., 2003).

- Darbe Cevabı Modeli
- Basamak Cevabı Modeli
- Transfer Fonksiyonu Modeli
- Durum-Uzay Modeli

Darbe Cevabı Modeli: Bu model genellikle MAC ve GPC algoritmalarında kullanılan bir modeldir. Darbe cevabı modelinde giriş çıkış arasındaki ilişki (3.124) gibi verilir ve h_i değerleri, sisteme darbe girişi uygulandığı takdirde elde edilen çıkışın ayrık (örneklenmiş) değerleridir.

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^N h_i u(t-i) = H(z^{-1})u(t) \quad (3.124)$$

Burada $H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_N z^{-N}$ şeklindedir. Buna bağlı olarak öngörü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^N h_i u(t+k-i|t) = H(z^{-1})u(t+k|t) \quad (3.125)$$

Basamak Cevabı Modeli: Bu model DMC algoritmalarında kullanılan bir modeldir. Basamak cevabı modelinde giriş-çıkış arasındaki ilişki eşitlik (3.126)'daki gibi verilir ve g_i değerleri sisteme basamak girişi uygulandığı takdirde elde edilen çıkışın ayırık (örneklenmiş) değerleridir.

$$\hat{y}(t) = y_0 + \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t-i) = y_0 + G(z^{-1})(1-z^{-1})u(t) \quad (3.126)$$

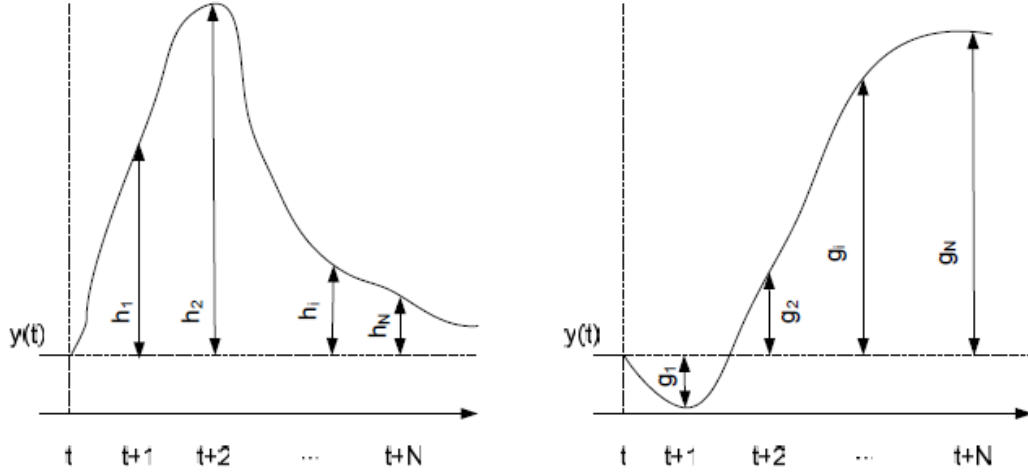
Burada $G(z^{-1})$, sistemin ayırık transfer fonksiyonunu ifade eder. z^{-1} ise geciktirme operatörünü temsil eder. Denklem (3.126) kullanılarak öngörü modeli eşitlik (3.127) deki gibi yazılır.

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t+k-i|t) \quad (3.127)$$

Darbe yanıtı modelinin katsayıları ile basamak yanıtı modelinin katsayıları arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$h_i = g_i - g_{i-1} \quad (3.128)$$

$$g_i = \sum_{j=1}^i h_j \quad (3.129)$$



Şekil 3.7 Darbe Cevabı ve Basamak Cevabı Grafikleri (Camacho ve ark., 2003)

Transfer Fonksiyonu Modeli: Transfer fonksiyonu modelinin diğer modellere göre avantajı öncelikle bütün doğrusal sistemlerle uyumlu olması ve parametre sayısının az olmasıdır. Bu model GPC algoritmasında kullanılmaktadır.

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_naz^{-na} \quad (3.130)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nbz^{-nb} \quad (3.131)$$

(3.130) ve (3.131) eşitlikleri ile sistem girişi $y(t)$ ve sistem çıkışı $u(t)$ arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t - 1) \quad (3.132)$$

(3.132) eşitliğinde modelin yani transfer fonksiyonun öngörü modeli ise eşitlik (3.133)'deki gibi ifade edilir.

$$\hat{y}(t + k|t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t + k|t) \quad (3.133)$$

Durum Uzay Modeli: Bu model, MPC algoritmalarından olan Öngörüsül Fonksiyonel Kontrol (PFC) algoritmasında kullanılmaktadır. Çok değişkenli sistemlerde kullanılabilir olması durum uzay modelini diğer modellerden daha avantajlı kılmaktadır. Model aşağıdaki bağıntılar ile ifade edilir.

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) \quad (3.134)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3.135)$$

$$\hat{y}(t+k|t) = C\hat{x}(t+k|t) = C \left[A^k x(t) + \sum_{i=1}^k A^{i-1} Bu(t+k-i|t) \right] \quad (3.136)$$

Burada x durum değişkenleri matrisini, A sistem matrisini, B giriş matrisini, C çıkış matrisini ifade etmektedir. Öngörü modeli (3.136) eşitliğinde ifade edilmektedir.

3.2.1.2.2 Amaç Fonksiyonu

MPC algoritmasının ikinci elemanı amaç fonksiyonudur. Amaç fonksiyonu ile kontrol kuralı belirlenir. Amaç fonksiyonu, sistem kısıt ve ağırlıklarını dikkate alarak referans sinyalini takip eder. Bunu yaparken aynı zamanda kontrol sinyalini de belirli aralıkta tutarak cezalandırır. Amaç fonksiyonunun genel ifadesi eşitlik (3.137)'de verilmiştir (Camacho ve ark., 2003).

$$J(N_1, N_u, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t-j)]^2 + \sum_{j=N_1}^{N_2} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.137)$$

Burada N_1 , N_u , N_u ifadeleri sırasıyla; minimum öngörü ufku, maksimum öngörü ufku ve kontrol ufkunu ifade etmektedirler. $\lambda(j)$ ve $\delta(j)$ ifadeleri ise ağırlık katsayılarıdır.

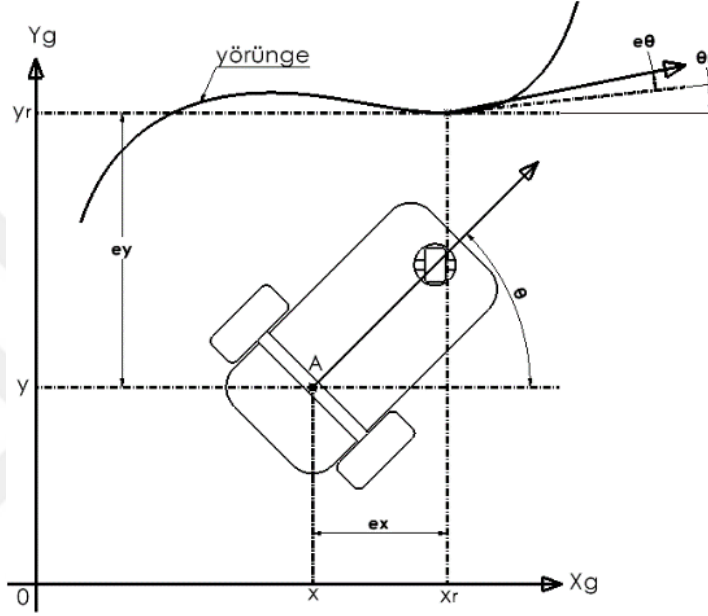
3.2.1.2.3 Kontrol Kuralı

MPC algoritmasının 3. elemanı kontrol kuralıdır. Geçmişte elde edilen kontrol çıkışları, referanslar ve öngörü modelinin çıkışı ile amaç fonksiyonu minimize edilerek kontrol kuralı elde edilir.

3.2.2 Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrolcü (KTGAK)

KTGAK stratejisinde referans durum ve mevcut durum olmak üzere iki durum kullanılmıştır. Referans durum robotun hedeflenen durumunu, mevcut durum ise o anki durumunu tanımlar (Kimura ve ark.,1990).

$$q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T \quad q = [x \ y \ \theta]^T \quad (3.138)$$



Şekil 3.8 Yörünge İzleme Hataları

Hata durumunun, referans durum ve dönme matrisi ile gösterimi (3.139) eşitliğindeki gibidir.

$$e_p = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

Kanayama ve arkadaşları tarafından önerilen KTGAK kontrol kuralı aşağıdaki gibidir. Burada kontrol hızları robotun açısal ve çizgisel hızlarıdır (Kimura ve ark., 1990).

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x e_x + v_r \cos(e_\theta) \\ \omega_r + K_y v_r e_y + K_\theta v_r \sin(e_\theta) \end{bmatrix} \quad (3.140)$$

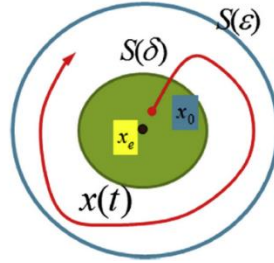
Belirtilen KTGAK'nün kararlılığının analizi için Lyapunov kararlılık analiz yöntemi kullanılmıştır.

3.2.2.1. Lyapunov Kararlılık Analizi

Lyapunov kararlılık analizi, 1892 yılında Rus matematikçi Alexandr LYAPUNOV 'un "Hareketin Kararlılığının Genel Sorunu" başlıklı doktora tezi ile ortaya çıkmıştır. Bu zamana kadar olan neredeyse tüm kontrol tasarımlarının teorik temeli olarak başvurulmaktadır (Basic Concepts, 2019). Lyapunov fonksiyonu doğrusal olmayan sistemlerin kararlılığının incelemesinde kullanılır. Doğrusal olmayan bir sistemi aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.141)$$

Denge durumu, herhangi bir dış müdahale olmadığında sistemin sabit olduğu durumdur. Bir sistemde denge durumu söz konusuysa, ya sistemde zamana göre bir değişim yoktur, ya da zamana göre değişim sıfırdır. Eşitlik (3.141)'de x ifadesinin zamana göre değişimi $f(x)$ 'dir. $f(x) = 0$ ifadesi sistemin dengede olduğunu gösterir. Bu eşitliği sağlayan x ifadesine sistemin denge noktası denir.



Şekil 3.9 Lyapunov Kararlılığı Tanımı (Basic Concepts, 2019)

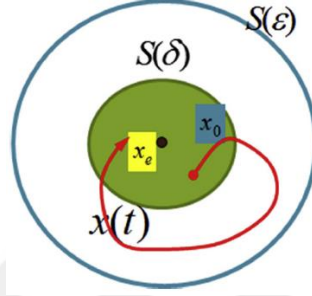
Sistemin denge noktası x_e olarak ifade edilirse ve başlangıç durumu x_0 olduğunda Lyapunov kararlılığı Şekil 3.9'daki gibi tanımlanabilir. x_0 , x_e 'nin merkez olduğu ve yarıçapı δ olan kapalı bir daire bölgesinde yer alır. Öyle ki zaman (t) sonsuza gittikçe, sistem durumu, x_e 'nin merkez olduğu ve yarıçapı ϵ olan kapalı bir top içinde kalır, bu durumda sistem Lyapunov kararlılığındadır. Lyapunov kararlılığı, yüksek matematikteki limit kavramına benzer. Bu durum aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Basic Concepts, 2019).

$x = 0$, $\dot{x} = f(x)$ denkleminin denge noktası olarak kabul edilirse ve aşağıdaki şart sağlanıyorsa sistem kararlıdır.

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon \forall t \geq 0 \quad (3.142)$$

(3.142) eşitliğinde ifade edildiği gibi kararlı bir sistem için δ aşağıdaki şartı sağlıyorsa sistem asimptotik olarak kararlıdır.

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (3.143)$$



Şekil 3.10 Lyapunov Asimptotik Kararlılığı (Basic Concepts, 2019)

KTGAK kontrol kuralının Lyapunov kararlılık analizi aşağıdaki gibi ifade edilir. (Kimura ve ark., 1990). Önerme 1 aşağıda gösterilmiştir.

$$\dot{e}_p = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_d e_y - v + v_r \cos(e_\theta) \\ -\omega_d e_x + v_r \sin(e_\theta) \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix} \quad (3.144)$$

Bu sonuç ifadesi aşağıdaki gibi ispatlanmıştır.

$$e_p = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (x_r - x)\cos\theta + (y_r - y)\sin\theta \\ -(x_r - x)\sin\theta + (y_r - y)\cos\theta \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= (\dot{x}_r - \dot{x})\cos\theta + (\dot{y}_r - \dot{y})\sin\theta - (x_r - x)\dot{\theta}\sin\theta + (y_r - y)\dot{\theta}\cos\theta \\ &= \omega_d e_y - v + v_r \cos(e_\theta) \end{aligned} \quad (3.146)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_y &= -(\dot{x}_r - \dot{x})\sin\theta + (\dot{y}_r - \dot{y})\cos\theta - (x_r - x)\dot{\theta}\cos\theta + (y_r - y)\dot{\theta}\sin\theta \\ &= -\omega_d e_x + v_r \sin(e_\theta) \end{aligned} \quad (3.147)$$

$$\dot{e}_\theta = \dot{\theta}_r - \dot{\theta} = \omega_{r-} \omega \quad (3.148)$$

Önerme 2 aşağıda sunulmuştur.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \dot{e}_p = f(t, \dot{e}_p) = \begin{bmatrix} (\omega_r - v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta)) e_y + K_x e_x \\ -(\omega_r - v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta)) e_x + v_r \sin e_\theta \\ -v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta) \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

Verilen kontrol kuralının gürbüzlüğünü belirtmek için (3.140) eşitliğinde verilen $v_r > 0$ ise $e_p = 0$ 'dır ve dolayısıyla sistem dengededir.

Bir Lyapunov fonksiyonu aday olarak, bir skalar fonksiyon V önererek kontrol kuralının asimptotik olarak dengede olup olmadığını aşağıdaki gibi inceleyebiliriz (Kimura ve ark., 1990).

$$V = \frac{(e_x^2 + e_y^2)}{2} + \frac{1 - \cos(e_\theta)}{K_y} \quad (3.150)$$

Burada $K_y > 0$ dır ve dolayısıyla $V > 0$ olduğu görülmektedir. V fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi ifade edilir.

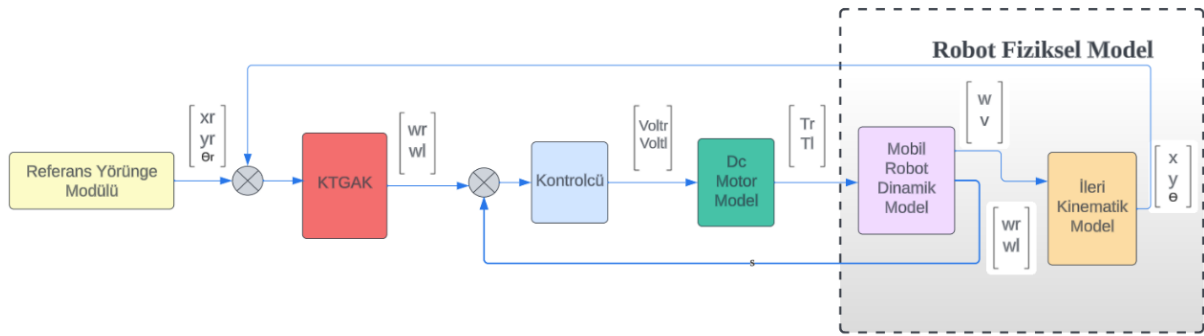
$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}_x e_x + \dot{e}_y e_y + \frac{\dot{e}_\theta \sin(e_\theta)}{K_y} + \frac{[-v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta)] \sin e_\theta}{K_y} \\ &= [(\omega_r - v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta)) e_y - K_x e_x] e_x \\ &\quad + [-(\omega_r - v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta)) e_x + v_r \sin e_\theta] e_y \\ &\quad + \frac{[-v_r (K_y e_y + K_\theta \sin e_\theta)] \sin e_\theta}{K_y} \\ &= -K_x e_x^2 - \frac{v_r K_\theta \sin^2 e_\theta}{K_y} \end{aligned} \quad (3.151)$$

$$\dot{V} = -K_x e_x^2 - \frac{v_r K_\theta \sin^2 e_\theta}{K_y} \leq 0 \quad (3.152)$$

V , Lyapunov aday fonksiyonunun türevi pozitif olamayacağından seçilen fonksiyon için kontrol kuralı asimptotik olarak kararlıdır.

3.2.3. Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrol + Model Öngörülü Kontrol (KTGAK+MPC) Şeması

Tez çalışmasında ele alınan diferansiyel tahrikli mobil robota ait KTGAK+MPC kontrol şeması Şekil 3.11’de görülmektedir. Mobil robota ait dinamik modelin girişleri sağ ve sol teker torkları T_r ve T_l , çıkışları ise robotun çizgisel hızı v , açısal hızı w ve sağ ve sol tekerin açısal hızları w_r ve w_l ’dir. İleri kinematik model, robotun çizgisel ve açısal hızından o anki global koordinatları olan x , y ve θ değerlerini hesaplayıp geri beslemektedir. Referans ve anlık x , y , θ değerleri arasındaki hata KTGAK’nin girişidir. KTGAK bu hatayı sıfırlayacak sağ ve sol teker açısal hızlarını hesaplar. KTGAK’nın hesapladığı teker açısal hızları dinamik kontrolcü için referans hızlar olarak kabul edilir. Referans hızlar ile anlık hızlar arasındaki hata dinamik kontrolcünün (MPC) girişidir. MPC bu hatayı minimize edecek motor voltajlarını hesaplar. DC motor modeli bu voltaj değerlerinden gerekli motor torlarını hesaplar ve robota ait dinamik modele giriş olarak gönderir. Şekil 3.11’de verilen genel kontrol şemasında yer alan KTGAK, DC Motor Modeli ve Mobil Robot Dinamik Modelinin detaylı Simulink modelleri Tezin Ekler kısmında verilmiştir.



Şekil 3.11 Diferansiyel Tahrikli Mobil Robot Genel Kontrol Şeması

4. BENZETİM ÇALIŞMALARI ve SONUÇLAR

Mobil robota ait dinamik model, DC motor modeli, Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrolcü tasarımı ve Model Öngörülü Kontrolcü tasarımı çalışmalarının tamamı MATLAB/Simulink yazılımında gerçekleştirilmiştir. MPC kontrolcü tasarımında MATLAB/Simulink yazılımının Model Öngörülü Kontrol Araç kutusundan faydalanılmıştır. Geliştirilen MPC tabanlı kontrolcünün yörünge takip kontrol performansını değerlendirebilmek amacıyla kinematik kontrolcü aynı kalmak üzere dinamik kontrolcü olarak PID kontrol kullanılan ikinci bir kontrolcü tasarlanmıştır. Benzetim çalışmalarında KTGAK+PID ve KTGAK+MPC kontrolcülerin yörünge takip performansları daire, sonsuz ve kare yörüngeler kullanılarak test edilmiştir. Ayrıca dört farklı senaryo kullanılarak kontrolcülerin parametre değişimlerine ve bozucu girişe karşı dayanımları da incelenmiştir. 1. Senaryoda herhangi bir kütle değişimi veya bozucu giriş uygulanmamıştır, 2. senaryoda robot kütlesi 27 kg'dan 40 kg'a artırılmıştır, 3. senaryoda robot kütlesi 27 kg'dan 100 kg'a artırılmıştır, 4. ve son senaryoda ise robotun sağ motoruna 1 sn boyunca 1 Nm şiddetinde darbe fonksiyonu şeklinde bozucu tork girişi uygulanmıştır.

Benzetim modelinde, literatürde sıklıkla kullanılan Pioneer 3-DX diferansiyel tahrikli mobil robotu temel alınmıştır. Pioneer 3-DX robotunda kullanılan DC motorlar göz önünde bulundurularak kontrolcü çıkışları ± 12 volt, motor açısal hızları da ± 6640 d/dk ile sınırlandırılmıştır. Kullanılan robot parametreleri Tablo 4.1'de, DC motor parametreleri ise Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Robot Parametreleri

Parametre	m_d	m_w	I_d	I_w	I_m	d	R	L	N
Değer	27 (kg)	0.5 (kg)	0.732 (kg.m ²)	0.0025 (kg.m ²)	0.0012 (kg.m ²)	0.05 (m)	0.0975 (m)	0.164 (m)	53

Tablo 4.2. DC Motor Parametreleri

Parametre	$V(t)$	$i(t)$	R_a	L_a	K_b	K_t	τ	$\omega(t)$
Değer	12 (V)	2.85 (A)	1.01 Ω	0.088.10 ⁻³ H	12.94.10 ⁻³ (V.s)	12.94.10 ⁻³ (V.s)	0.1537 N.m	6640 (d/dk)

Kinematik kontrolcü ve PID kontrolcü parametreleri deneme yanılma yoluyla belirlenmiştir. MPC kontrolcü parametreleri olan örnekleme zamanı T_s , öngörü ufku H_p ve kontrol ufku H_c , öncelikle Bemporad ve ark. (2005) tarafından önerilen yöntem

kullanılarak DC motorun açık çevrim cevabından elde edilen yerleşme zamanı ($T_{yerleşme}$) ve yükselme zamanı (T_r) parametreleri göz önüne alınarak aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{T_r}{20} \leq T_s \leq \frac{T_r}{10} \quad (3.153)$$

$$H_p * T_s \geq T_{yerleşme} \quad (3.154)$$

$$0.1 * H_p \leq H_c \leq 0.2 * H_p \quad (3.155)$$

Fakat örnekleme zamanının aşırı küçük olmasından dolayı hesaplama yükü oldukça artmış ve kontrolcüden istenen performans alınamamıştır. Bu sebeple MPC parametreleri tavsiye edilen parametre seçme yöntemi ile elde edilen değerler üzerinden deneme yanılma yöntemiyle belirlenmiştir. Benzetim çalışmalarında kullanılan kinematik tabanlı geri adımlamalı kontrolcü parametreleri Tablo 4.3'te, PID ve MPC parametreleri ise Tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4.3. Kinematik Geri Adımlamalı Kontrolcü Parametreleri

Parametre	Sonsuz Yörünge			Kare ve Daire Yörünge		
	K_x	K_y	K_θ	K_x	K_y	K_θ
Değer	0.7	80	0.7	0.5	68	0.5

Tablo 4.4. MPC ve PID Kontrolcü Parametreleri

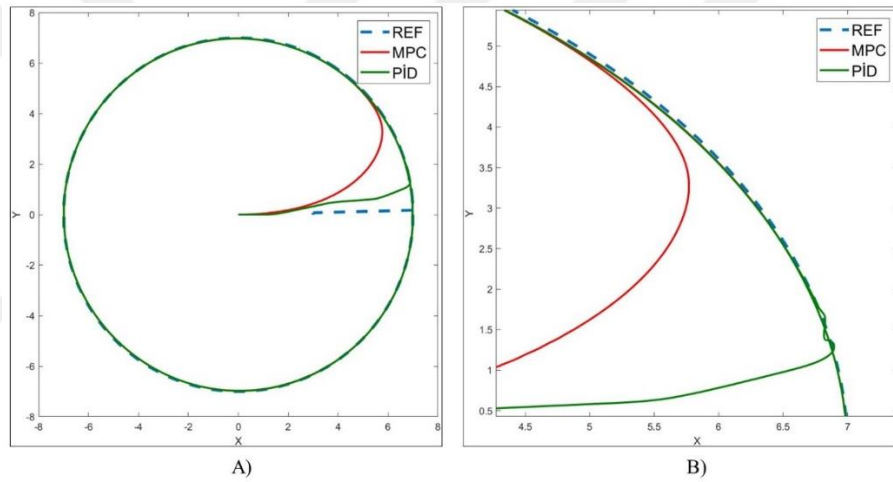
Parametre	MPC			PID		
	T_s	H_p	H_c	K_p	K_i	K_d
Değer	0.002	20	1	50	1	1

Daire şekilli yörünge için simülasyon süresi $t = 300$ saniye olarak belirlenmiştir. Şekil 4.1'de görüldüğü gibi robot, KTGAK+PID kontrolcü ile 14,3 saniyede, KTGAK+MPC kontrolcüyle ise 23,2. saniyede referans yörüngeye oturmuştur. Şekil 4.1 B'de verilen detay görüntü incelendiğinde, PID kontrolcünün sistemi daha hızlı yörüngeye oturttuğu ancak bir miktar aşma ve salınım meydana geldiği görülmektedir. MPC kontrolcü ise kısıtları göz önünde bulundurarak kontrol sağladığı için yörüngeye oturmada daha yavaş ama aşmanın olmadığı düzgün bir cevap sağlamıştır.

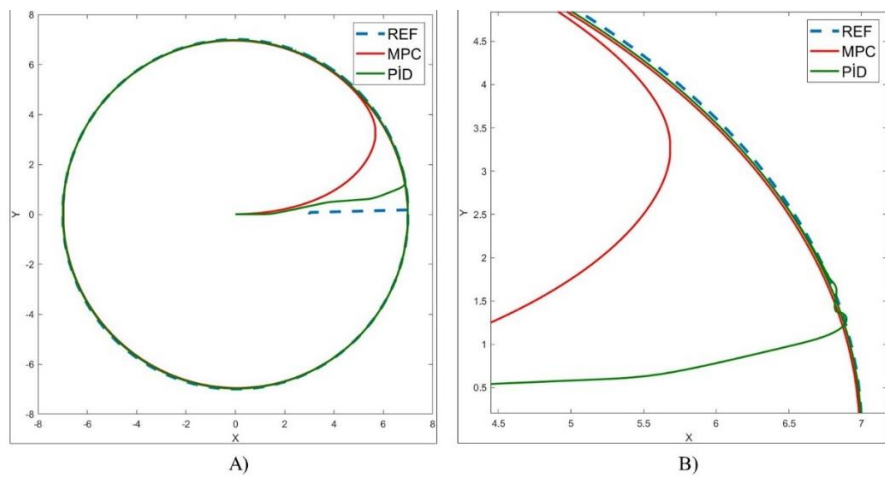
Şekil 4.2'de 27 kg olan robot kütesinin 40 kg'a çıkarılması sonucu elde edilen dairesel yörünge grafiği verilmiştir. Grafik incelendiğinde KTGAK+PID kontrolcü yaklaşık 35,2 saniyede KTGAK+MPC ise 23,7 saniyede sistemi yörüngeye oturtmuştur. Bu sonuçlardan her iki kontrolcünün de bu kütle artışından neredeyse hiç etkilenmediği görülmektedir.

Şekil 4.3'te robot kütlesinin 100 kg'a çıkarılması durumunda elde edilen yörünge grafikleri görülmektedir. Buna göre sistem KTGAK+PID kontrolcü ile 21,2 saniyede KTGAK+MPC kontrolcü ile 23,7 saniyede yörüngeye oturmuştur. Bu sonuçlardan, sistem yörüngeye otururken PID kontrolcünün kütle artışından etkilenerek büyük salınımlar yaptığı ancak MPC kontrolcünün neredeyse hiç etkilenmeden düğün bir hareket sağladığı görülmektedir.

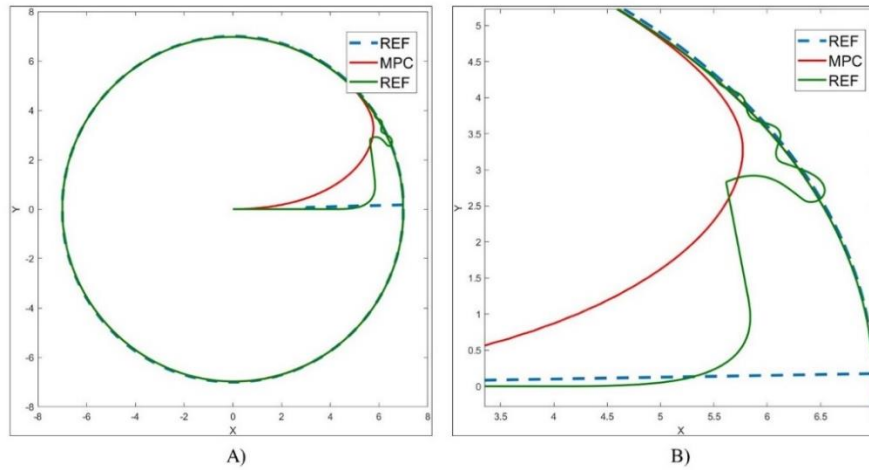
Şekil 4.4'te robotun sağ tekerine bağlı DC motora 205. saniyede 1 saniye süresince 1 Nm'lik bir tork uygulanmıştır. Robotun bozucu girişten sonra yörüngeye tekrar oturması KTGAK+PID ile 23 saniye, KTGAK+MPC ile 10 saniye sürmüştür. Sonuçlara göre bozucu girişin ardından MPC kontrolcünün PID'ye göre hem daha hızlı hem de daha düğün (salınımsız) bir cevap verdiği görülmüştür.



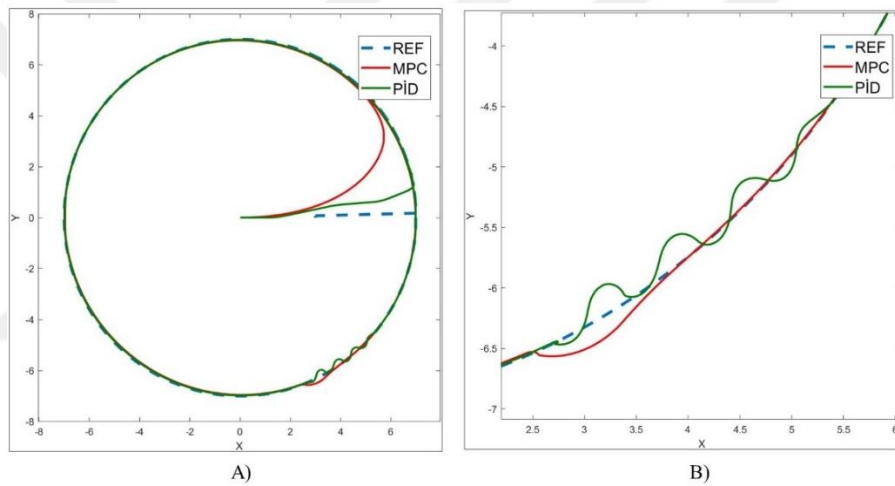
Şekil 4.1 Daire şekli için A) KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü



Şekil 4.2 Daire şekli için A) Arttırılmış kütle (40Kg) ile KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü



Şekil 4.3 Daire şekli için A) Arttırılmış kütle (100Kg) ile KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü



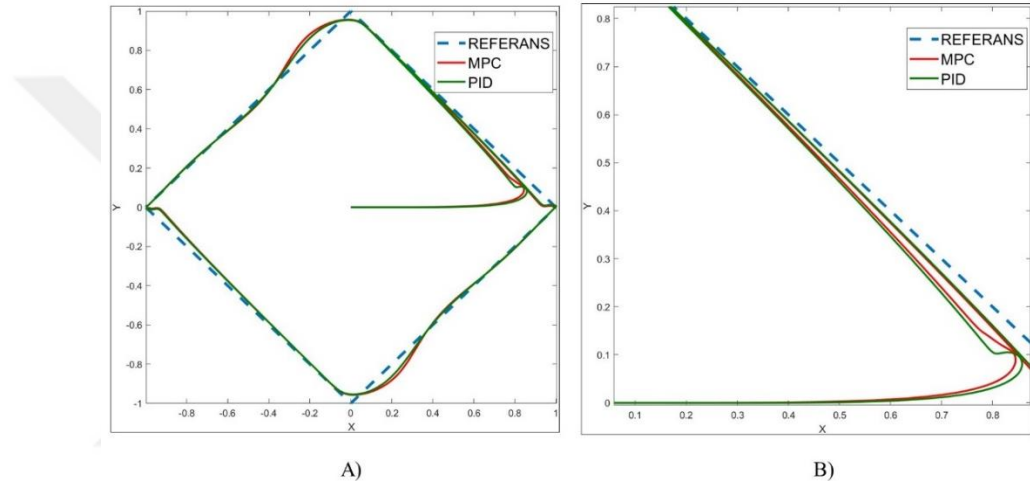
Şekil 4.4 Daire şekli için A) KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile bozucu giriş altında yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü

Kare şekilli yörünge için simülasyon süresi $t = 100$ saniye olarak belirlenmiştir. Şekil 4.5'te herhangi bir kütle değişimi veya bozucu giriş olmadığı durumdaki kontrol sonuçları verilmiştir. Buna göre robotun, KTGAK+PID kontrolcü ile 11,8 saniyede KTGAK+MPC ile 8,5 saniyede yörüngeye oturduğu ve MPC kontrolcününün kare yörünge için daha hızlı bir sonuç verdiği görülmektedir.

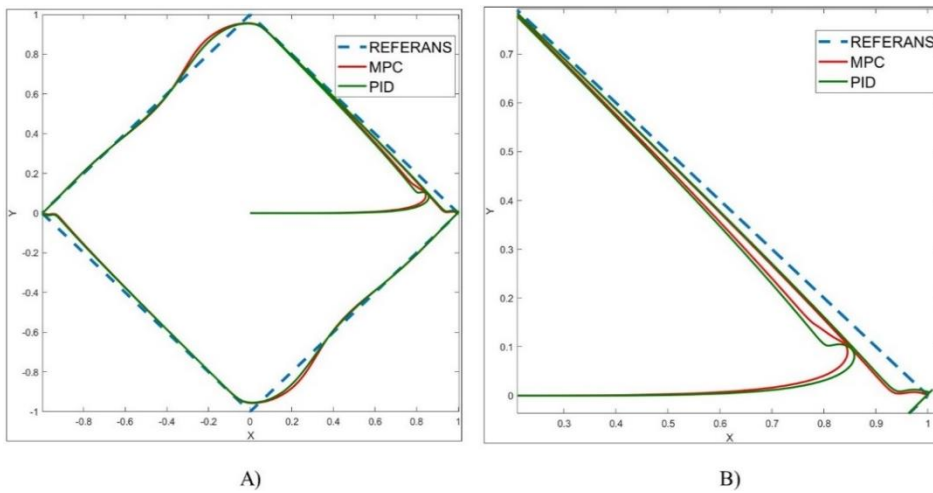
Şekil 4.6'da görüldüğü gibi kütlein 40 kg'a çıkarılması durumunda robot, KTGAK+PID kontrolcü ile yaklaşık 12,2 saniyede, KTGAK+MPC kontrolcü ile 8,5 saniyede yörüngeye oturmaktadır. Bu sonuçlara göre PID kontrolcününün bu kütle artışından çok az, MPC kontrolcününün ise hiç etkilenmediği söylenebilir.

Şekil 4.7’de robot kütlesinin 100 kg’a çıkarılması sonucu elde edilen yörünge grafikleri görülmektedir. Bu durumda robot KTGAK+PID kontrolcü ile yaklaşık 12,9 saniyede KTGAK+MPC kontrolcü ile yine 8,5. saniyede yörüngeye oturduğu görülmektedir. Bu sonuçlara göre MPC kontrolcünün kütle artışından hiç etkilenmediği, PID’nin ise çok az etkilendiği söylenebilir.

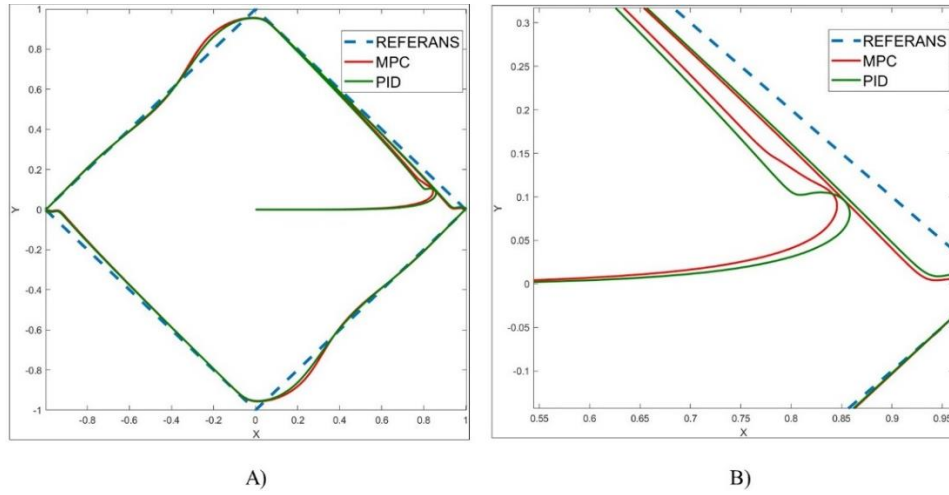
Şekil 4.8’de bozucu giriş durumundaki yörünge grafikleri görülmektedir. Buna göre KTGAK+PID kontrolcü robotu 58,9. saniyede yörüngeye tekrar otururken KTGAK+MPC kontrolcü ise 58,8. saniyede oturmuştur. Buna göre her iki kontrolcü de birbirine çok yakın bir performans göstermiştir.



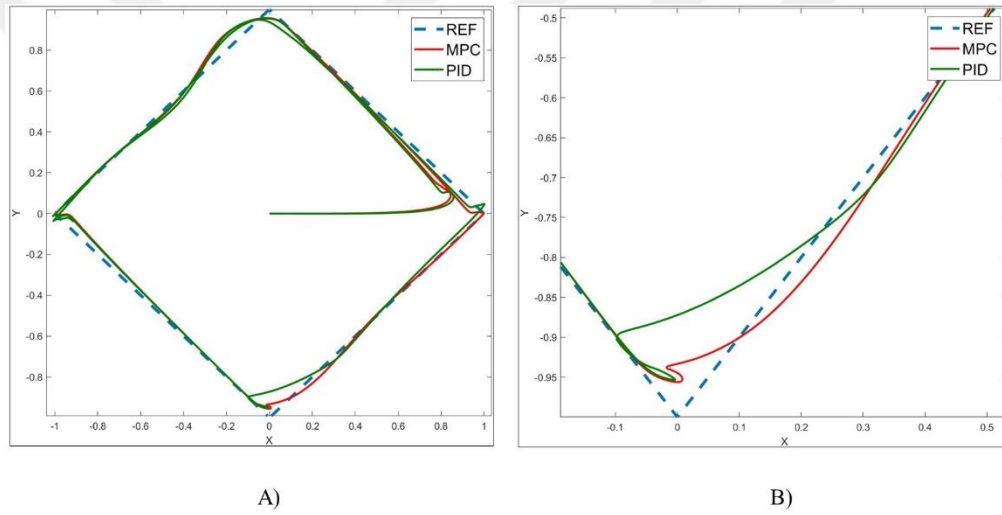
Şekil 4.5 Kare şekli için A) KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü B) A grafiğinin detay görüntüsü



Şekil 4.6 Kare şekli için A) Arttırılmış kütle (40Kg) ile KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü



Şekil 4.7 Kare şekli için A) Arttırılmış kütle (100Kg) ile KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü



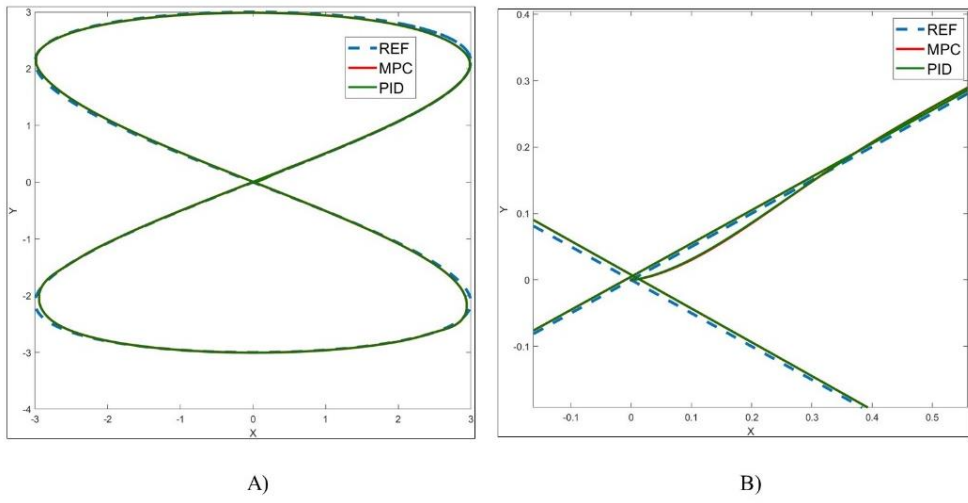
Şekil 4.8 Kare şekli için A) KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile bozucu giriş altında yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü

Sonsuz şekilli yörünge için simülasyon süresi $t = 255$ saniye olarak belirlenmiştir. Hiçbir bozucu giriş ve kütle değişiminin olmadığı durum için benzetim sonuçları Şekil 4.9'da verilmiştir. Buna göre robot, KTGAK+PID kontrolcü ile 4,2. saniyede, KTGAK+MPC denetçisiyle ise 2,5. saniyede yörüngeye oturmuştur. Sonsuz şekilli yörüngede MPC, robotun referans yörüngeye daha hızlı oturmasını sağlamıştır.

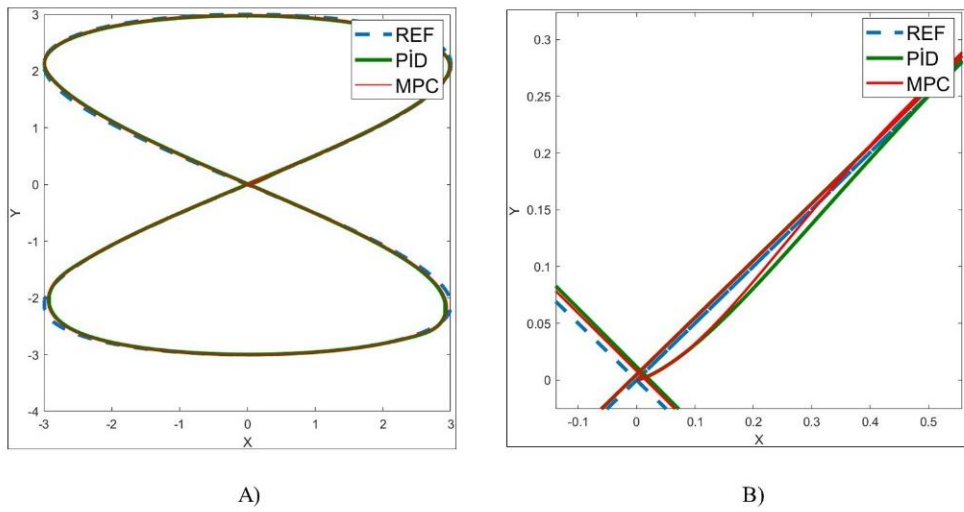
Şekil 4.10'da robot kütlelerinin 40 kg'a çıkarılması durumunda, Şekil 4.11 de ise 100 kg'a çıkarılması durumunda elde edilen yörünge grafikleri görülmektedir. Şekil 4.10'dan robotun KTGAK+PID ile 4,6. saniyede, KTAGK+MPC ile 2,5. saniyede yörüngeye oturduğu görülmektedir. Şekil 4.11'den ise robotun KTGAK+PID kontrolcü ile 5,6. saniyede, KTGAK+MPC kontrolcü ile ise yine 2,5. saniyede yörüngeye oturduğu

görülmektedir. Bu sonuçlara göre daire ve kare şekilli yörüngelerde olduğu gibi sonsuz yörünge için de PID kontrolcü kütle artışından çok az etkilenirken MPC neredeyse hiç etkilenmemiştir.

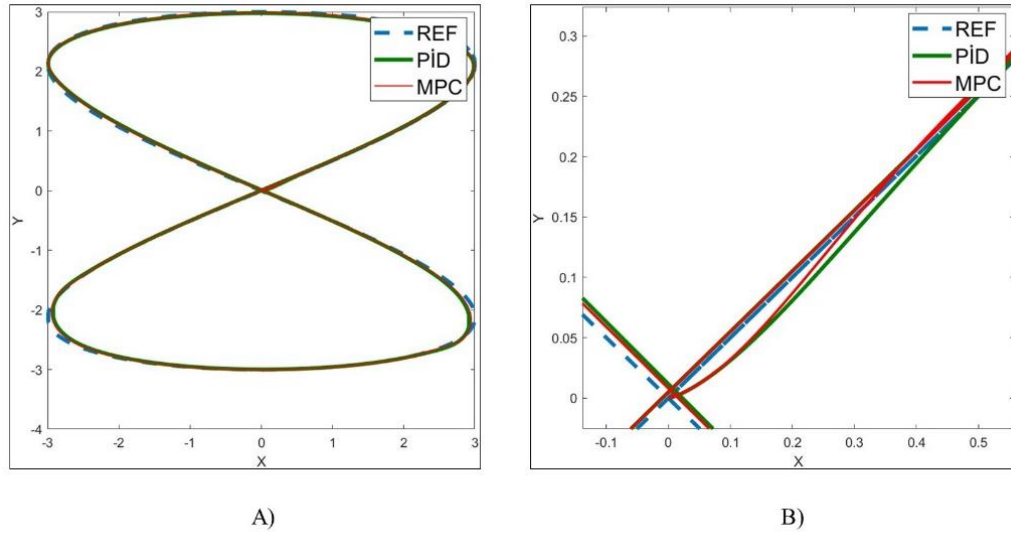
Şekil 4.12’de bozucu giriş durumunda yörünge takip performansları görülmektedir. Robot, KTGAK+PID ile bozucu giriş uygulandıktan yaklaşık 16 saniye sonra, KTGAK+MPC ile bozucu giriş uygulandıktan yaklaşık 8 saniye sonra yörüngeyi yakalmayı başarmıştır. Sonuçlara göre bozucu girişin ardından MPC nin PID’den daha hızlı verdiği görülmektedir.



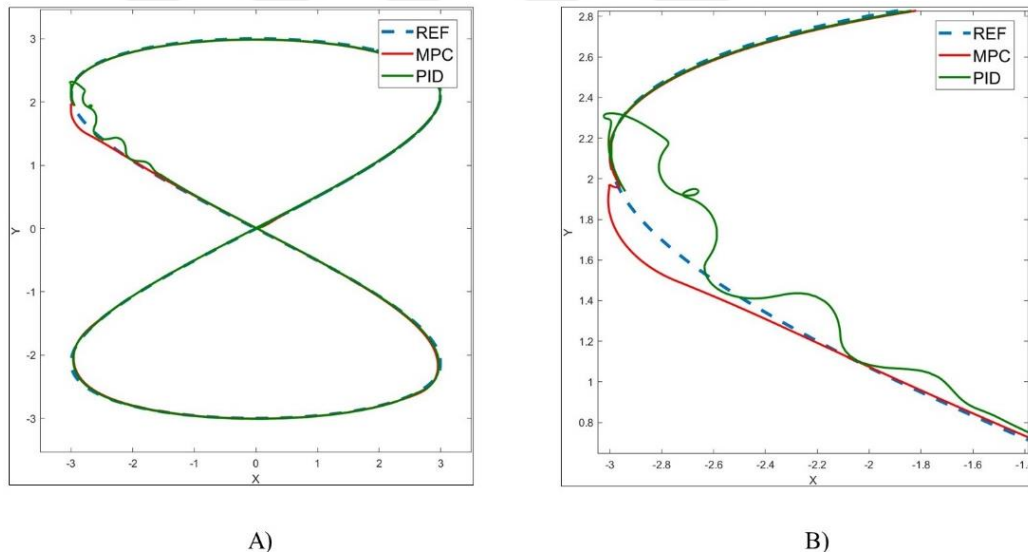
Şekil 4.9 Sonsuz şekli için A) KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü B) A grafiğinin detay görüntüsü



Şekil 4.10 Sonsuz şekli için A) Arttırılmış kütle (40Kg) ile KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü

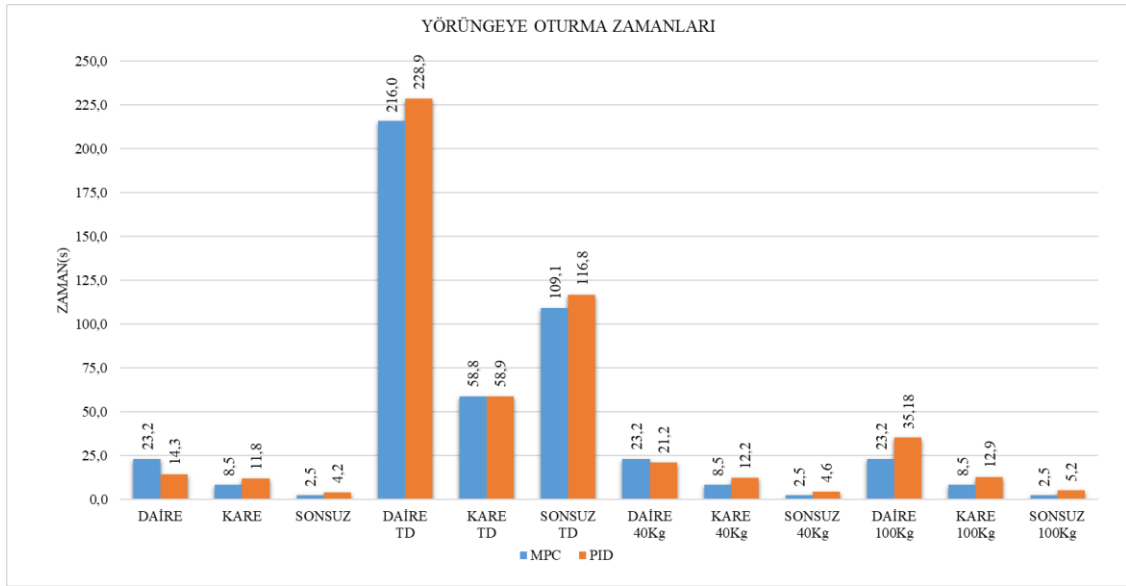


Şekil 4.11 Sonsuz şekli için A) Arttırılmış kütle (100Kg) ile KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü



Şekil 4.12 Sonsuz şekli için A) KTGAK+PID ve KTGAK+MPC ile bozucu giriş altında yörünge takibi kontrolü, B) A grafiğinin detay görüntüsü

Şekil 4.13'te her yörünge ve durum için benzetim çalışmaları sonucu elde edilen yörüngeye oturma zamanları kıyaslamalı olarak çubuk grafik şeklinde verilmiştir. Grafikte 'DAİRE, KARE ve SONSUZ' sütunları ideal şartlardaki sonuçları, 'DAİRE TD, KARE TD ve SONSUZ TD' sütunları bozucu giriş durumundaki sonuçları, 'DAİRE 40Kg, KARE 40Kg, SONSUZ40 Kg' ve 'DAİRE 100Kg, KARE 100Kg, SONSUZ 100Kg' sütunları ise sırasıyla robotun kütesinin 40 kg ve 100 kg'a çıkarılması durumundaki sonuçları göstermektedir.



Şekil 4.13 Robotun her durum için yürüme için oturma zamanı

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Bu tez çalışmasında Diferansiyel Tahrikli Bir Mobil Robotun yörünge takip kontrolü için kinematik ve dinamik kontrolcülerin bir arada kullanıldığı iki farklı kontrol şeması tasarlanmıştır. Her iki şemada da kinematik kontrolcü olarak kinematik tabanlı geri adımlamalı kontrolcü kullanılırken dinamik kontrolcü olarak PID ve MPC kullanılmıştır. Tasarlanan kontrolcülerin performansları bozucu giriş ve parametre değişimlerinin uygulandığı dört farklı senaryo için daire, kare ve sonsuz tip yörüngelerde test edilmiş, kontrolcü performansları cevap hızı ve gürbüzlük bakımından değerlendirilebilmek amacıyla kıyaslamalı olarak verilmiştir.

Bozucu girişin ve kütle değişiminin olmadığı ideal şartlar altında PID kontrolcü daire yörüngede çok daha iyi bir cevap hızı sunarken kare ve sonsuz yörüngelerde MPC kontrolcü biraz daha iyi bir cevap hızı sunmuştur. Genel olarak PID kontrolcünün daha agresif olduğu ve bu sebeple bazı durumlarda aşma ve salınımlı bir cevap sunduğu görülürken MPC kontrolcü ise her şartta kısıtlamalar uygun şekilde daha düzgün ve salınımsız bir cevap sunmuştur.

Benzetim çalışmalarında robot kütlesi 1,5 ve 3,7 kat artırılarak kontrolcülerin kütle değişimlerine karşı gürbüzlüğü incelendi. Genel olarak her iki kontrolcünün de büyük kütle artışlarında bile başarılı sonuçlar verdiği ve kararlılıklarını korudukları görülmüştür. Daha detaylı olarak incelendiğinde kütle artışıyla birlikte PID kontrolcünün oturma zamanında çok az da olsa bir artış görülürken, MPC kontrolcünün performansında hiçbir değişim olmamıştır.

Kontrolcülerin bozuculara karşı gürbüzlüğünü incelemek için robotun sağ tekerine 1 sn boyunca 1 Nm şiddetinde darbe fonksiyonu şeklinde bozucu tork girişi uygulanmıştır. İki kontrolcü arasındaki en büyük performans farkı bozucu giriş durumunda görülmüştür. Tüm yörüngeler için, bozucu giriş sonrasında MPC kontrol PID'ye göre daha hızlı bir cevap sunarak daha kısa bir oturma zamanı sağlamıştır. Ayrıca bozucu giriş sonrasında PID kontrol salınımlı bir hareket gösterirken MPC kontrol çok daha düzgün ve salınımsız bir hareket sunmuştur.

5.2 Öneriler

Bu çalışmada MPC kontrolcü tasarımında tek bir amaç fonksiyonu kullanılmıştır. Gelecekteki çalışmalarda amaç fonksiyonunun kontrolcü performansına etkilerinin incelenebilmesi adına farklı amaç fonksiyonları kullanılan MPC kontrolcülerin performansları birbirleriyle kıyaslanabilir.

Bu çalışmada kontrolcü parametrelerinin belirlenmesinde deneme-yanılma yöntemi kullanıldı. Gelecekteki çalışmalarda hem kinematik hem de dinamik kontrolcü parametrelerinin belirlenmesinde farklı optimizasyon algoritmalarından faydalanılabilir.

Bu çalışmada modellenen DTMR doğrusal olmayan bir dinamik modele sahiptir. Bir başka öneri olarak dinamik model doğrusallaştırılarak doğrusal dinamik model tabanlı bir MPC tasarlanıp, doğrusal olmayan MPC ile karşılaştırma yapılabilir.

Mobil robot çalışmalarının genelinde tekerlekler modellenirken bu çalışmada olduğu gibi yanal kayma ve patinaj olmadığı kabul edilmektedir. Ama bazı arazi şartları için bu çok da uygun bir kabul değildir. Gelecekteki çalışmalarda yanal kayma ve patinajında tekerlek modeline katıldığı bir mobil robot modeli kullanılabilir.

Son olarak bu çalışmaya ek olarak aynı model kullanılarak uyarlamalı bir MPC tasarımı yapılarak uyarlamalı ve uyarlamasız MCP kontrolcülerin parametre değişimleri ve bozuculara karşı gösterdikleri performanslar incelenip kıyaslamalı olarak verilebilir.

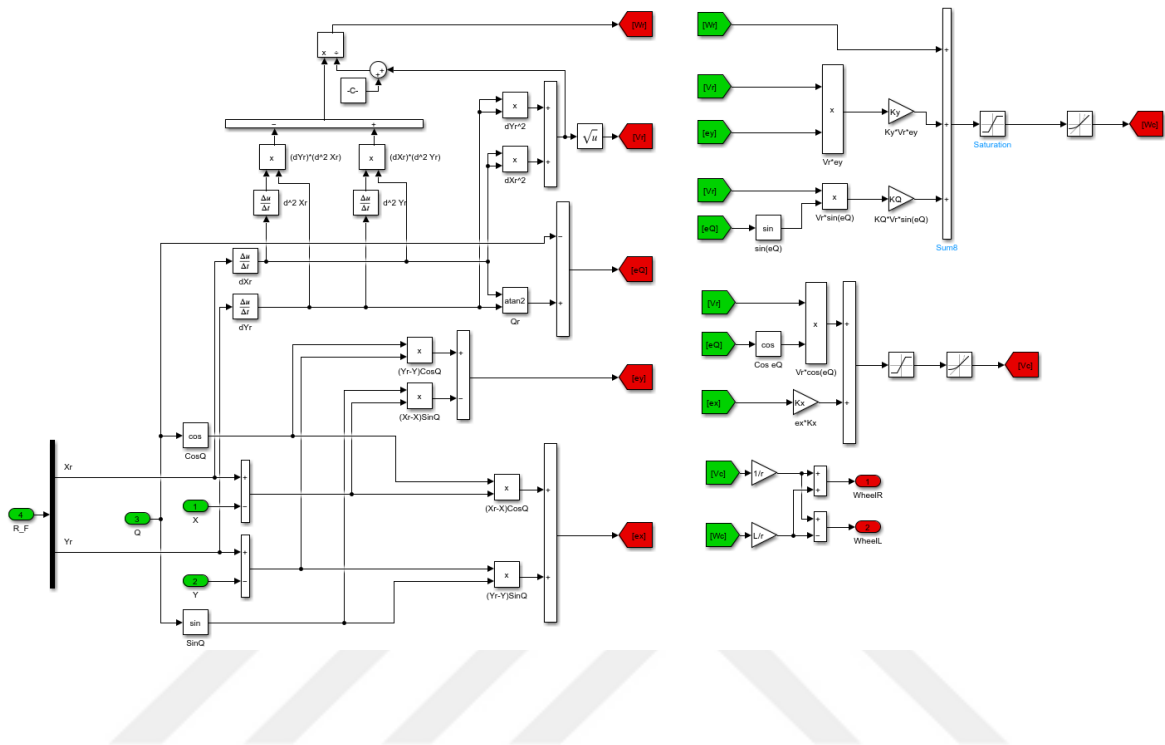
6. KAYNAKLAR

- Abdelwahab, M., Parque, V., Fath Elbab, A. M. R., Abouelsoud, A. A. ve Sugano, S. (2020) "Trajectory tracking of wheeled mobile robots using Z-Number based fuzzy logic", *IEEE Access*, 8, 18426-18441.
- Ahmad Abu Hatab, R. D. (2013a) "Dynamic Modelling of Differential-Drive Mobile Robots using Lagrange and Newton-Euler Methodologies: A Unified Framework", *Advances in Robotics & Automation*, 02(02).
- Ahmad Abu Hatab, R. D. (2013b) "Dynamic Modelling of Differential-Drive Mobile Robots using Lagrange and Newton-Euler Methodologies: A Unified Framework", *Advances in Robotics & Automation*, 02(02).
- Alouache, A. ve Wu, Q. (2018) "Fuzzy logic PD controller for trajectory tracking of an autonomous differential drive mobile robot (i.e. Quanser Qbot)", *Industrial Robot*, 45(1), 23-33.
- Bai, G., Liu, L., Meng, Y., Luo, W., Gu, Q. ve Wang, J. (2019) "Path Tracking of Wheeled Mobile Robots Based on Dynamic Prediction Model", *IEEE Access*, 7, 39690-39701.
- "Basic Concepts" (2019) *Adaptive Sliding Mode Neural Network Control for Nonlinear Systems*, 1-16.
- Bemporad, A., Ricker, N. L. ve Morari, M. (2005) *Model Predictive Control Toolbox™ Getting Started Guide*.
- Bouzoualegh, S., Guechi, E.-H. ve Kelaiaia, R. (2018) "Model Predictive Control of a Differential-Drive Mobile Robot", *Acta Universitatis Sapientiae Electrical and Mechanical Engineering*, 10(1), 20-41.
- Camacho, E. F., Bordons, C. ve Normey-Rico, J. E. (2003) "Model predictive control springer, Berlin, 1999, ISBN 3540762418, 280 pages", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 13(11), 1091-1093.
- "[Camacho,Bordons]-model_predictive_control" (tarih yok).
- Demick Boyden, F. ve Velinsky, S. A. (tarih yok) *Dynamic Modeling of Wheeled Mobile Robots for High Load Applications*.
- Flores-Morán, E., Yanez-Pazmiño, W., Espin-Pazmiño, L., Carrera-Manosalvas, I. ve Barzola-Monteses, J. (2022) "Model Predictive Control and Genetic Algorithm PID for DC Motor position", *Proceedings of the 2022 IEEE 40th Central America and Panama Convention, CONCAPAN 2022*.
- Frederico, W. ve Coradini, Z. (tarih yok) *An evaluation of kinematic and dynamic compensation control for an unicycle-like mobile robot subject to load and velocity variations*.
- "HOLONOMİK OLMAYAN DİFERANSİYEL SÜRÜŞLÜ BİR MOBİL ROBOTUN UYARLAMALI KONTROLÜ" (tarih yok).
- IEEE Staff (2018) *2018 1st International Scientific Conference of Engineering Sciences 3rd Scientific Conference of Engineering Science (ISCES)*.
- Ivanjko, E., Petrovic, I., Petrini'c, T. ve Petrovi'c, I. P. (2010) *Modelling of Mobile Robot Dynamics Application of deep learning in intelligent traffic control View project EuRoC-European Robotics Challenges View project MODELLING OF MOBILE ROBOT DYNAMICS*.
- Jaramillo-Morales, M. F., Dogru, S., Marques, L. ve Gomez-Mendoza, J. B. (2019) "Predictive Power Estimation for a Differential Drive Mobile Robot Based on Motor and Robot Dynamic Models", *Proceedings - 3rd IEEE International Conference on Robotic Computing, IRC 2019*, 301-307.

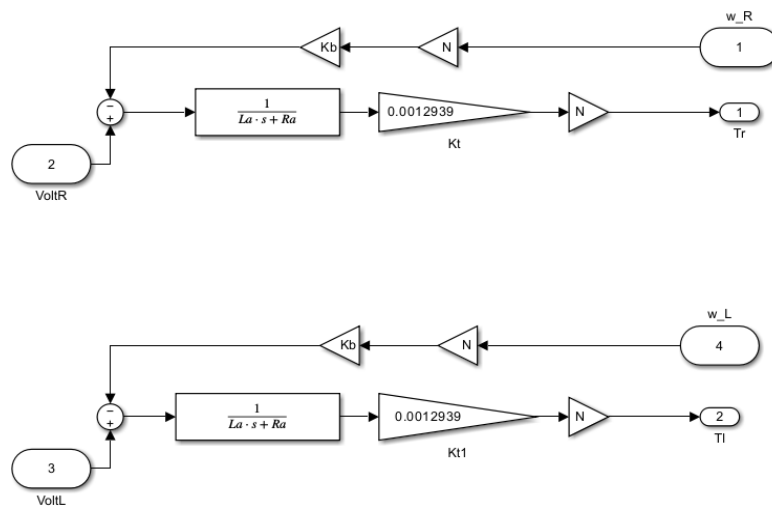
- Kaya, İ. ve BAWDAKA, A. (2019) “DC Motor Sürücüsü İçin Model Öngörülü Denetleyici Tasarımı”, *DÜMF Mühendislik Dergisi*, 10(3), 899-910.
- Khai, T. Q., Ryoo, Y. J., Gill, W. R. ve Im, D. Y. (2020) “Design of Kinematic Controller Based on Parameter Tuning by Fuzzy Inference System for Trajectory Tracking of Differential-Drive Mobile Robot”, *International Journal of Fuzzy Systems*, 22(6), 1972-1978.
- Kimura, Y., Miyazaki, F. ve Noguchi, T. (tarih yok) *A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot*.
- Klančar, G., Zdešar, A., Blažič, S. ve Škrjanc, I. (tarih yok) *Wheeled mobile robotics : from fundamentals towards autonomous systems*.
- Kühne, F., Manoel Gomes da Silva Jr, J. ve Fetter Lages, W. (tarih yok) *MOBILE ROBOT TRAJECTORY TRACKING USING MODEL PREDICTIVE CONTROL*.
- Mao, R. ve Dai, H. (2022) *Dynamic Modelling and Control of Differential-Drive Mobile Robot*.
- Martins, F. N., Sarcinelli-Filho, M. ve Carelli, R. (2017) “A Velocity-Based Dynamic Model and Its Properties for Differential Drive Mobile Robots”, *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 85(2), 277-292.
- Nascimento, T. P., Dórea, C. E. T. ve Gonçalves, L. M. G. (2018) “Nonlinear model predictive control for trajectory tracking of nonholonomic mobile robots: A modified approach”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 15(1).
- Pacheco, L. ve Luo, N. (2015) “Testing PID and MPC Performance for Mobile Robot Local Path-Following”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 12(11).
- Qin, S. J. ve Badgwell, T. A. (2003) “A survey of industrial model predictive control technology”, *Control Engineering Practice*, 11(7), 733-764.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L. ve Papon, J. (tarih yok) *Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes**, *Automatica*.
- Salem, F. A. (2013) *Dynamic and Kinematic Models and Control for Differential Drive Mobile Robots*, *Research Article International Journal of Current Engineering and Technology Accepted*.
- SELÇUK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ ENGELDEN KAÇAN BİR MOBİL ROBOTUN YÖRÜNGE TAKİBİ KONTROLÜ Faik DEMİRBAŞ YÜKSEK LİSANS Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Kasım-2017 KONYA Her Hakkı Saklıdır** (tarih yok).
- Shojaei, K., Shahri, A. M., Tarakameh, A. ve Tabibian, B. (2011) “Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot”, *Robotica*, 29(3), 391-402.
- Stefek, A., van Pham, T., Krivanek, V. ve Pham, K. L. (2020) “Energy comparison of controllers used for a differential drive wheeled mobile robot”, *IEEE Access*, 8, 170915-170927.
- Tzafestas, S. G. (tarih yok) *Mobile Robot Control*.
- YİĞİT, S. ve SEZGİN, A. (2023) “Trajectory Tracking via Backstepping Controller with PID or SMC for Mobile Robots”, *Sakarya University Journal of Science*, 27(1), 120-134.

EKLER

Diferansiyel Tahrikli Mobil Robota ait Kinematik Tabanlı Geri Adımlamalı Kontrolcüye ait MATLAB/Simulink Modeli



Sağ ve sol tahrik tekerine bağlı DC Motorlara ait MATLAB/Simulink Modeli



Diferansiyel Tahrikli Mobil Robotun Dinamik Modeli

