



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



İKİ TEKERLEKLİ BİR DENGE ROBOTUNUN
YÖRÜNGE KONTROLÜ İÇİN BULANIK
MANTIK TABANLI HİYERARŞİK KAYAN
KİP KONTROLÇÜ TASARIMI

Mustafa DOĞAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak-2024
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Mustafa Doğan tarafından hazırlanan “İki Tekerlekli Denge Robotunun Yörünge Kontrolü için Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kip Kontrolcü Tasarımı” adlı tez çalışması 30/01/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Başkan Doç. Dr. Mustafa TINKIR
Danışman Doç. Dr. Ümit ÖNEN
Üye Dr. Öğr. Üyesi Erdi GÜLBAHÇE
Üye Unvanı Adı SOYADI
Üye Unvanı Adı SOYADI

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun .../.../20.. gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Şerife Yurdagül KUMCU
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Mustafa DOĞAN

Tarih: 30/01/2024

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İKİ TEKERLEKLİ BİR DENGE ROBOTUNUN YÖRÜNGE TAKİBİ İÇİN BULANIK MANTIK TABANLI HİYERARŞİK KAYAN KİP KONTROLÇÜ TASARIMI

Mustafa DOĞAN

Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Ümit ÖNEN

Yıl, 2024 Sayfa 84

Jüri

Doç. Dr. Ümit ÖNEN

Doç. Dr. Mustafa TINKIR

Dr. Öğr Üyesi Erdi GÜLBAHÇE

Bu çalışmada Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol yöntemi kullanılarak İki Tekerlekli Kendini Dengeleyen bir Mobil Robotun yörünge takibi kontrolü gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın ilk aşamasında denge robotuna ait kinematik ve dinamik modeller elde edilmiştir. Ardından denge robotunun yörünge kontrolü için Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Tasarlanan kontrolcünün performansının kıyaslanabilmesi için ayrıca Klasik Kayan Kipli Kontrolcü, İntegral Kayan Kipli Kontrolcü, Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü, Doğrusal Kuadratik Regülatör Kontrolcü ve Oransal İntegral Türevsel Kontrolcü tasarımları gerçekleştirilmiş ve bu kontrolcülerin kararlılık analizleri yapılmıştır.

Farklı bozucuların ve parametre belirsizliklerinin bulunduğu altı farklı senaryo için benzetim çalışmaları yapılmış ve tasarlanan tüm kontrolcülerin performansları test edilmiştir. Matematiksel modelleme, kontrolcü tasarımları ve benzetim çalışmaları MATLAB/Simulink yazılımında gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın son aşamasında, önerilen Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli kontrolcü ve diğer beş kontrolcünün performansları, cevap hızı, takip hatası ve gürbüzlük açısından değerlendirilmiş ve karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Kontrolcü performanslarının değerlendirilmesinde, Zaman Ağırlıklı Mutlak Hatanın İntegrali ve oturma zamanı kriterleri kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Mantık, Denge Robotu, Hiyerarşik Kontrol, Kayan Kipli Kontrol, İki Tekerlekli Kendini Dengeleyen Robot

ABSTRACT

MS THESIS

FUZZY LOGIC BASED HIERARCHICAL SLIDING MODE CONTROLLER DESIGN FOR TRAJECTORY TRACKING OF A TWO-WHEELED SELF BALANCING ROBOT

Mustafa DOGAN

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN MECHATRONICS ENGINEERING**

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Umit ONEN

Year, 2024 Pages 84

Jury

Assoc. Prof. Dr. Umit ONEN

Assoc. Prof. Dr. Mustafa TINKIR

Asst Prof. Dr. Erdi GÜLBAHÇE

In this study, trajectory tracking control of a Two-Wheel Self-Balancing Mobile Robot was carried out using the Fuzzy Logic Based Hierarchical Sliding Mode Control method.

In the first stage of the study, kinematic and dynamic models of the balance robot were obtained. Then, a Fuzzy Logic Based Hierarchical Sliding Mode Controller was designed for the trajectory control of the mobile robot. In order to compare the performance of the designed controller, Classical Sliding Mode Controller, Integral Sliding Mode Controller, Hierarchical Sliding Mode Controller, Linear Quadratic Regulator Controller and Proportional Integral Derivative Controller were designed and stability analyzes of these controllers were made.

Simulation studies were carried out for six different scenarios with different disturbances and parameter uncertainties, and the performances of all designed controllers were tested. Mathematical modeling, controller designs and simulation studies were carried out in MATLAB/Simulink software.

In the final stage, the performances of the proposed Fuzzy Logic Based Hierarchical Sliding Mode controller and five other controllers were evaluated in terms of response speed, tracking error and robustness and presented comparatively. In the evaluation of the controller performances, Time Weighted Integral of Absolute Error and Settling Time criteria were used.

Keywords: Fuzzy Logic, Balancing Robot, Hierarchical Control, Sliding Mode Control, Two Wheeled Self Balancing Robot

ÖNSÖZ

Tarihsel süreç içinde, kontrol mühendisliği ve istikrarlı kontrol sistemlerine olan talep sürekli bir artış göstermiştir. Teknolojinin ve çevresel koşulların evrimiyle birlikte, kontrol sistemlerinin ihtiyaçları da paralel olarak artmıştır. Değişen koşullar, çeşitli ve karmaşık taleplerin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu sebeple günümüzde, gereksinimleri karşılayabilecek sistemlerin basit bir elektronik veya mekanik yapıdan oluşması düşünülemez. Ancak, bu talepleri karşılamak, birbirine ile uyum içinde çalışan entegre sistemlerle mümkündür. Farklı parametreler ve dinamiklere sahip sistemlerin bir arada ve istikrarlı bir şekilde işleyebilmesi ise yalnızca gürbüz kontrolcülerin kullanımıyla gerçekleştirilebilir.

Kayan Kipli Kontrol (KKK) yöntemi ortaya konulduğu zamanda bu günlere dek, farklı birçok alanda kendisini kanıtlamış gürbüz kontrolcülerden birisidir. Bozucu girişlere ve parametre belirsizliklerine karşı gürbüz yapısı ile bilinen KKK yöntemi İki Tekerlekli Kendini Dengeleyen Robotlar gibi eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde oldukça başarılı sonuçlar ortaya koyabilmektedir. Literatürde birçok KKK yaklaşımı bulunmasına karşın karmaşık sistemleri daha küçük alt sistemlere dönüştürebilen Hiyerarşik KKK (HKKK) yaklaşımı, modülerlik ve kontrol esnekliği avantajı sunmaktadır.

KKK yöntemleri her ne kadar gürbüz kontrolcüler olsalar da günümüze akıllı sistemlerin getirdiği birtakım avantajlar da mevcuttur. Adaptiflik, kolay ve uyarlanabilirlik gibi avantajları ile bilinen Bulanık Mantık Kontrolcüsü (FLC) birçok alanda sıklıkla kullanılmaktadır. FLC insan düşünme biçimine yakınlığı sayesinde karmaşık sistemlere yüksek uyarlanabilme yeteneğine sahiptir.

Bu tezde HKKK yaklaşımının modülerliği ve esnekliğinden ile FLC yönteminin adaptifliği birleştirilmiştir. İki Tekerlekli Denge Robotunun yörünge takibini gerçekleştirirken var olan yöntemlerden daha gürbüz ve iyi kontrol performansı sunan bir yaklaşım elde etmek amaçlanmıştır. Tez kapsamında öncelikle Değişken Yapılı Sistemlere (DYS) değinilmiş, DYS'nin KKK yöntemine evrimi incelenerek KKK yaklaşımının temelleri anlatılmıştır. Sistem modelleri elde edildikten sonra kontrolcüler tasarlanarak kararlılık analizleri gerçekleştirilmiştir. Çalışmada sunulan yöntemin başarısını test edebilmek için; Klasik KKK (K-KKK), İntegral KKK (IKKK), Hiyerarşik KKK (HKKK), LQR ve PID kontrolcüler tasarlanmıştır. Her bir kontrolcü için farklı bozucu giriş ve parametre belirsizliği içeren toplam altı senaryo altında simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar ITAE ve oturma zamanı kriterleri açısından değerlendirilmiştir.

Bu çalışmada beni her zaman destekleyip, yüreklendiren ve hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Ümit ÖNEN'e, tüm bu süreçte varlığını ve desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen kıymetli eşime ve aileme teşekkürlerimi borç bilirim.

Mustafa DOĞAN
KONYA-2024

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
Şekil Listesi.....	xi
1. GİRİŞ	1
2. Kaynak Araştırması	3
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	8
3.1. Değişken Yapılı Sistemler	8
3.2. Değişken Yapılı Sistemlerin Kayan Kipli Kontrole Evrimi	11
3.3. Kayan Kipli Kontrol	12
3.3.1. Çatırtı Problemi.....	15
3.3.2. Anahtarlama Fonksiyonları.....	16
3.4. Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol.....	19
3.4.1. Kümelenmiş HKKK	19
3.4.2. Artımlı HKKK	20
3.4.3. Bileşik HKKK.....	21
3.5. Bulanık Mantık Kontrol.....	22
3.6. Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol	23
3.7. İki Tekerlekli Kendini Dengeleyen Robotun Modellenmesi	24
3.7.1. Kinematik Model	25
3.7.2. Dinamik Model	26
3.8. Kontrolcü Tasarımı	30
3.8.1. Kinematik Kontrolcü	30
3.8.2. Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımının Temelleri.....	32
3.8.3. Klasik Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı	33
3.8.4. Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı	36
3.8.5. İntegral Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı	39
3.8.6. PID Kontrolcü Tasarımı.....	42
3.8.7. LQR Kontrolcü Tasarımı	43
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	46
4.1. Klasik Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar	47
4.2. İntegral Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar	51
4.3. Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar.....	55

4.4. Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar	59
4.5. LQR Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar	64
4.6. PID Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar	68
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	76
5.1. Sonuçlar	76
5.2. Öneriler	77
6. KAYNAKLAR	78



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

Simge	Adı	Değeri	Birimi
λ	Sistem özdeğeri		
b	DYS kontrol kazancı		
s	DYS kayma yüzeyi		
c	Kayma yüzeyi eğim katsayısı		
σ	Kayma yüzeyi		
L	Bozucu üst sınırı		
ρ	Kontrol kazancı		
t_r	Ulaşma zamanı		sn
u	Kontrol sinyali		
u_{eq}	Eşdeğer kontrol sinyali		
u_{sw}	Anahtarlama sinyali		
z	Düşük frekans bileşeni		
V	Lyapunov fonksiyonu		
v	Anahtarlama fonksiyonu		
ε	Sigmoid fonksiyon skala sabiti		
a	Katman ağırlığı		
S	Kayma yüzeyi		
k_i	IKKK integral kazancı		
$k_{v_{CSMC}}$	K-KKK T_v kontrolcü kazancı		
$k_{\omega_{CSMC}}$	K-KKK T_ω kontrolcü kazancı		
$k_{v_{HSMC}}$	HKKK T_v kontrolcü kazancı		
$k_{\omega_{HSMC}}$	HKKK T_ω kontrolcü kazancı		
$k_{v_{ISMC}}$	IKKK T_v kontrolcü kazancı		
$k_{\omega_{ISMC}}$	IKKK T_ω kontrolcü kazancı		
k_x, k_y	Kinematik kontrolcü kazancı		
I_x, I_y	Kinematik kontrolcü satürasyon sabiti		
R	Tekerlek çapı	0.1	m
L	Gövde uzunluğu	0.3	m
M_p	Gövde ağırlığı	3	kg
M_w	Tekerlek ağırlığı	0.5	kg
D	Tekerlekler arası mesafe	0.45	m
g	Yerçekimi ivmesi	9.8	m/s^2

Kısaltmalar

sign	Signum fonksiyonu
tanh	Tanjant hiperbolik eğri
KKK	Kayan kipli kontrol
K-KKK	Klasik kayan kip kontrol
HKKK	Hiyerarşik kayan kip kontrol
IKKK	İntegral kayan kip kontrol
FHKKK	Bulanık mantık tabanlı hiyerarşik kayan kip kontrol
ITAE	Zaman ağırlıklı mutlak hatanın integrali
FLC	Bulanık mantık kontrol
LQR	Doğrusal karesel regülatör
PID	Oransal – İntegral – Türevsel kontrol
DYS	Değişken yapıli sistemler



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1. Kararsız yapıların faz yörüngeleri	9
Şekil 2. Asimptotik kararlı DYS.....	10
Şekil 3. Asimptotik kararlı DYS.....	11
Şekil 4. Değişken yapıli sistemde bölgeler ve kayma hareketi	12
Şekil 5. Kayma yüzeyi üzerinde oluşan çatırtı sinyalleri	15
Şekil 6. Kontrol sinyali	16
Şekil 7. Farklı tip anahtarlama fonksiyonları	17
Şekil 8. Farklı anahtarlama fonksiyonlarına göre durum değışkenlerinin asimptotik yakınsaması.....	18
Şekil 9. Farklı tip anahtarlama fonksiyonlarının faz portresi	18
Şekil 10. Kümelenmiş HKKK Yaklaşımı.....	20
Şekil 11. Artımlı HKKK Yaklaşımı	21
Şekil 12. Bileşik HKKK Yaklaşımı.....	21
Şekil 13. Bulanık Mantık çıkarım sistemi	23
Şekil 14. Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol Şeması	23
Şekil 15. İki Tekerli Denge Robotunun Diyagramı.....	24
Şekil 16. TWSBR Sisteminin Şematığı ve Genelleştirilmiş Koordinatlar	25
Şekil 17. Tekerlerin Serbest Cisim Diyagramı	27
Şekil 18. İki tekerlekli denge robotu sisteminin blok diyagramı.....	29
Şekil 19. Kinematik kontrolcü blok diyagramı	32
Şekil 20. Klasik KKK kapalı çevrim sistem şeması.....	36
Şekil 21. Klasik KKK kontrol şeması	36
Şekil 22. HKKK kontrol şeması	39
Şekil 23. İKKK kontrol şeması.....	42
Şekil 24. İKKK kontrolcü bloğu.....	42
Şekil 25. Senaryo 1,2 ve 3'te kullanılan bozucular	47
Şekil 26. Klasik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında) ...	48
Şekil 27. Klasik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)	48
Şekil 28. Klasik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında).....	48
Şekil 29. Klasik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)	49
Şekil 30. Klasik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3).....	49
Şekil 31. Klasik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3).....	49
Şekil 32. Klasik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)	50
Şekil 33. Klasik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3).....	50
Şekil 34. Klasik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6).....	50
Şekil 35. Klasik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6).....	51
Şekil 36. Klasik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)	51
Şekil 37. İntegral KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında) .	52
Şekil 38. İntegral KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)	52
Şekil 39. İntegral KKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında).....	52
Şekil 40. İntegral KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)	53
Şekil 41. İntegral KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3).....	53
Şekil 42. İntegral KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3).....	53
Şekil 43. İntegral KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)	54
Şekil 44. İntegral KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3).....	54
Şekil 45. İntegral KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6).....	54
Şekil 46. İntegral KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6).....	55
Şekil 47. İntegral KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)	55

Şekil 48. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)	56
.....	56
Şekil 49. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)	56
Şekil 50. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)	56
Şekil 51. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)	57
Şekil 52. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)	57
Şekil 53. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)	57
Şekil 54. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)	58
Şekil 55. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)	58
Şekil 56. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)	58
Şekil 57. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)	59
Şekil 58. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)	59
Şekil 59. Bulanık Mantık Kontrolcü Üyelik Fonksiyonları	60
Şekil 60. FHKKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)	60
Şekil 61. FHKKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)	61
Şekil 62. FHKKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)	61
Şekil 63. FHKKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)	61
Şekil 64. FHKKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)	62
Şekil 65. FHKKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)	62
Şekil 66. FHKKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)	62
Şekil 67. FHKKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)	63
Şekil 68. FHKKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)	63
Şekil 69. FHKKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)	63
Şekil 70. FHKKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)	64
Şekil 71. LQR Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)	64
Şekil 72. LQR Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)	65
Şekil 73. LQR Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)	65
Şekil 74. LQR Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)	65
Şekil 75. LQR Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)	66
Şekil 76. LQR Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)	66
Şekil 77. LQR Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)	66
Şekil 78. LQR Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)	67
Şekil 79. LQR Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)	67
Şekil 80. LQR Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)	67
Şekil 81. LQR Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)	68
Şekil 82. PID Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)	68
Şekil 83. PID Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)	69
Şekil 84. PID Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)	69
Şekil 85. PID Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)	69
Şekil 86. PID Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)	70
Şekil 87. PID Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)	70
Şekil 88. PID Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)	70
Şekil 89. PID Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)	71
Şekil 90. PID Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)	71
Şekil 91. PID Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)	71
Şekil 92. PID Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)	72

1. GİRİŞ

Eksik tahrikli (underactuated) sistemler, sınırlı sayıda eyleyici veya sensörle donatılmış olan sistemleri ifade eder. Diğer bir deyişle, sistemdeki serbestlik derecesi sayısı, kullanılan eyleyici veya sensör sayısından daha fazladır. Bu durum, sistemdeki bilgi ve/veya tahrik eksikliğinden kaynaklanan belirsizliklere ve kontrol zorluklarına neden olmaktadır. Eksik tahrikli sistemler, düşük maliyet, enerji tasarrufu ve basitlik gibi birtakım avantajlara sahip olmasına karşın, bu tür sistemlerin kontrolü oldukça zor ve karmaşıktır.

Günümüzde yoğun olarak kullanılan eksik tahrikli sistemlerden birisi olan iki tekerlekli kendini dengeleyen robotlar, global literatürde "Two-wheeled self-balancing robot" (TWSBR) olarak bilinmektedir. Bu robotlar, iki tekerlek üzerinde duran bir platforma sahiptir. Taşıdıkları sensörler, kontrol sistemleri ve motorlar sayesinde iki tekerlek üzerinde kendi dengesini koruyabilen ve aynı zamanda belirli bir hedefe veya yöne hareket edebilen robot sistemlerdir.

Tez çalışmasında iki tekerlekli kendini dengeleyen bir mobil robotun yörünge takibi kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda öncelikle geniş bir literatür araştırması yapılarak problemin çözümü için sunulmuş olan yöntemler detaylı olarak incelenmiş ve elde edilen bulgulara "2. Kaynak Araştırması" başlığı altında yer verilmiştir.

"3. Materyal ve Yöntem" başlığı altında öncelikle çalışmada kullanılan denge robotunun ve kontrolcülerin temel bilgileri ve tasarımlarına yer verilmiştir. Değişken Yapılı Sistemler (DYS), Kayan Kipli Kontrol (KKK) yönteminin temelini oluşturmaktadır. Literatürdeki diğer tez çalışmalarının aksine bu çalışmada, DHS konusu detaylıca ele alınmıştır. Daha sonra DHS'nin KKK yaklaşımına evrimi incelenmiş ve KKK yaklaşımının temelleri detaylandırılmıştır. Farklı tipteki Hiyerarşik KKK (HKKK) yaklaşımları incelenmiştir. Daha sonra Bulanık Mantık Kontrolcü (FLC) ve çalışmada sunulan Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kontrol (FHKKK) yöntemi detaylı olarak açıklanmıştır. Ele alınan sistemin kinematik ve dinamik modellemesi yapılmıştır. Ardından robotik sistemlerin yörünge takibi problemlerinde kullanılan kinematik kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir. Daha sonra çalışmada kullanılacak olan Klasik KKK (K-KKK), İntegral KKK (IKKK), Hiyerarşik KKK (HKKK), Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik KKK (FHKKK), Doğrusal Kuadratik Regülatör (LQR) ve Orantısall-İntegral-Türevsel (PID) kontrolcülerin tasarımları gerçekleştirilerek kararlılık analizleri yapılmıştır.

“4. Araştırma Bulguları ve Tartışma” bölümünde tasarlanan kontrolcülerin performanslarını test edebilmek amacıyla benzetim çalışmaları yapılmıştır. Kontrolcülerin cevap hızı ve takip hatası performanslarının yanında gürbüzlüklerinin de incelenebilmesi için benzetim çalışmalarında her birisi farklı bozucu giriş ve parametre değişimleri içeren altı farklı senaryo kullanılmıştır. Benzetim sonuçları Zaman Ağırlıklı Mutlak Hatanın İntegrali (ITAE) ve oturma zamanı kriterleri kullanılarak değerlendirilmiş ve kontrolcü performansları kıyaslamalı olarak verilmiştir.

“5. Sonuçlar ve Öneriler” başlığı altında elde edilen sonuçlar objektif şekilde değerlendirilerek, sunulan yöntem için iyileştirilmesi gereken noktalara değinilmiştir.



2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

İki tekerlekli kendini dengeleyen robotlar doğrusal olmayan ve oldukça kararsız bir yapıya sahiptir. Bu gibi sistemlerin kontrolün sırasında; kütle değişimleri, aktüatör doygunluğu, parametre belirsizlikleri, sönümleme, sürtünme ve bozucu dış kuvvetler gibi birtakım zorlu etkenlerle karşılaşılır. Bu etkenler kontrolcüler için oldukça zorlayıcıdır. Bu nedenle eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde kullanılacak kontrolcüler, güçlü ve sistem belirsizliklerine karşı gürbüz olmalıdır. Bugüne kadar literatürde, iki tekerlekli kendini dengeleyen robotların kontrolü için birçok farklı yaklaşım yapılmıştır. Bu yaklaşımları genel çerçevede; doğrusal yöntemler, meta-sezgisel, adaptif yöntemler, akıllı kontrolcüler, doğrusal olmayan yöntemler olarak sınıflandırmak mümkündür.

Doğrusal yöntemlerinden olan PID (Liu, Bai, ve Ni 2011), (Azar vd. 2019), (Nemec vd. 2021), LQR (Karkoub ve Parent 2004), (Kwak vd. 2003), (Santo ve Garcia 2019), Linear Quadratic Gaussian (LQG), (Lupián ve Avila 2008), Durum Geribesleme (Grasser vd. 2002), (Junfeng ve Wanying 2011a) ve Kaskat (Velazquez vd. 2016) gibi kontrolcüler, genel olarak basit bir matematiksel modele sahiptirler ve uygulanmaları kolaydır. Belirli sistemlerde oldukça başarılı kontrol performansı sunabilirler. Fakat bu kontrolcüler doğrusallaştırılmış sistem modelleri ile çalışır. Doğrusallaştırılmış modeller, sistem dinamiklerini bütünüyle ifade edemez. Doğrusal kontrolcüler tasarlanırken, optimum kontrolcü parametrelerinin elde edilmesi önemlidir çünkü kontrolcü performansları bu parametrelerle doğrudan ilişkilidir. Literatürde, Genetik Algoritma (Goher ve Tokhi 2010), (Gong, Wu, ve Ma 2016), Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) (Mendez-Flores vd. 2020), (Yu, Leu, ve Huang 2017), Yapay Arı Kolonisi (ABC) (Olmez, Koca, ve Akpolat 2022) gibi meta-sezgisel optimizasyon yöntemlerin kontrolcü kazançları, ağırlık matrisleri gibi parametrelerin belirlenmesinde kullanıldıkları görülmektedir. Bununla birlikte parametre belirsizliklerine ve dış bozuculara karşı oldukça hassas olan doğrusal kontrolcüler, sistemi kolaylıkla kararsızlığa götürebilir. Dolayısıyla, bu kontrolcüler, karmaşık ve eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde özellikle de parametre belirsizlikleri ve bozucu girişler olması durumunda yetersiz kalabilmektedir.

Uyarlanabilir (adaptif) Kontrol Yöntemleri, sistem parametrelerindeki değişikliklere ve belirsizliklere karşı etkili bir kontrol sağlayabilmektedirler. Bu yöntemler, sistem parametrelerindeki değişikliklere hızlı bir şekilde uyum sağlayabilme yeteneği ile öne çıkarlar. Uyarlanabilir kontrolcüler, gerçek zamanlı olarak sistem

parametrelerini tahmin edebilir ve sistem cevabına bağılı olarak kontrol girişini otomatik olarak ayarlayabilirler.

Literatürde ayrıca Pekiştirmeli Öğrenme (Guo, Rizvi, ve Lin 2021), (Chang ve Chang 2017), (Chang ve Liou 2019), Makine Öğrenmesi (Unluturk ve Aydogdu 2022), Yapay Sinir Ağları (ANN) (Tsai, Huang, ve Lin 2010), (Omar, Elalawy, ve Ammar 2019), Bulanık Mantık Sinir Ağları NN-FLC (Wu ve Jia 2011) gibi yaklaşımlar sunulmuştur. Bu yöntemler, diğer kontrol yaklaşımlarına göre daha az model bağımlıdır ve zaman içerisinde oluşan değişimlere daha esnek bir şekilde adapte olabilirler. Aynı zamanda, adaptif bir öğrenme süreci izleyerek deneyim kazanma yeteneğine sahiptirler. Ancak, bu sistemleri eğitmek için geniş ve detaylı veri setlerine ihtiyaç vardır. Büyük ağları tasarlamak ve eğitmek oldukça karmaşıktır ve yüksek hesaplama gücü gerektirir. Ayrıca, aşırı öğrenme ve kararların şeffaflığı gibi bazı diğer dezavantajlara da sahiptirler.

Aktif Bozucu Reddetme Kontrolü (ADRC) (Jiang vd. 2016), yapısında bulunan bozucu ve durum gözlemcisi sayesinde sistemdeki belirsizlikleri ve bozucuları sürekli olarak izler ve adaptif güncellemeler yapar. Yüksek kararlılığa sahip bir kontrolcü olmasına karşın tasarım zorluğu ise en büyük dezavantajıdır.

Akıllı kontrolcüler kontrol parametrelerini kestirebilmek için sıklıkla kullanılmaktadır. Bulanık Mantık Kontrolcü (FLC) (Huang, Wang, ve Chiu 2011), (Xu, Guo, ve Lee 2012), FLC-PID (El-Bardini ve El-Nagar 2014), (Wu, Zhang, ve Wang 2012), FLC -Lineer Regülatör (Begovich, Sanchez, ve Maldonado 2002), FLC State-Feedback (Wu ve Zhang 2011), gibi hibrit doğrusal yöntemler, doğrusal olmayan kontrolcülere kıyasla daha adaptif yanıtlar verebilmekte ve sistem modellerine çok fazla ihtiyaç duymamaktadır. Bulanık mantık tabanlı kontrolcüler insan düşünce tarzına yakın yapısı sayesinde, tasarım ve uyarlaması diğer kontrolcülere göre daha kolaydır. Karmaşık sistemlere uyarlanabilir ve bazı belirsizliklerle başa çıkabilir. Bulanık mantık kontrolcülerini tasarım aşamasında detaylı kural tabanlarına ve iyi bir sistem bilgisine ihtiyaç duyar. Doğrusal hibrit bulanık mantık yaklaşımlarının yanı sıra; Fuzzy-Backstepping (Xiaogang ve Cai 2009), Fuzzy-Lyapunov (Blazic 2017) gibi doğrusal olmayan hibrit yaklaşımlar da vardır.

Model Öngörülü Kontrol (MPC) (Xiao vd. 2017), (Önkol ve Kasnakoğlu 2018) ve Fuzzy-MPC (Jiang, Motai, ve Zhu 2005) çok değişkenli ve karmaşık sistemlerin kontrolünde başarılı sonuçlar veren yöntemlerdir. Bu yöntemler, sistem modellerini kullanarak, sistemin gelecekteki davranışlarını tahmin eder ve kendisini buna göre adapte eder. Bu sayede belirsizliklere karşı gürbüzlük sağlayabilmektedir. Fakat bu yaklaşımın

başarılı olabilmesi için sistemin çok iyi modellenmesi gerekmektedir. Doğrusal olmayan ve karmaşık sistemlerin modellerinin elde edilmesindeki karşılaşılan zorluklar, bu yaklaşımın başarı potansiyelini sınırlayabilir.

Optimizasyon tabanlı yöntemlerden olan H^2 (Mahmoud ve Nasir 2017), (Kanada ve Watanabe 2011), H^∞ (Raffo, Madero, ve Ortega 2010) iyi bir model ile sistem belirsizlikleri ve dış etkenlere karşı oldukça gürbüz bir performans göstermektedir. Fakat optimal çalışma alanı yalnızca tanımlı olduğu maliyet fonksiyonu ile sınırlı kalmaktadır.

Lyapunov Kontrolcüler (Udkin 2017) (Li ve Luo 2009), kararlılık konusunda başarılı olsa da hassas kontrol istenen sistemler için performans beklentilerini karşılama konusunda yeterince tatmin edici olamayabilir. Bununla birlikte yüksek hesaplama gücüne ihtiyaç duyabilmektedir.

Backstepping (Nomura vd. 2009), Adaptif NN-Backstepping (Cheng, Liu, ve Yao 2021), ve Kayan Kipli Kontrol yöntemi (KKK) iç ve dış bozuculara karşı gürbüz davranış sergiler. Bu yüzden doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde sıklıkla tercih edilen kontrolcülerdendir.

KKK üzerine literatürde birçok farklı yaklaşım bulunmaktadır. KKK yaklaşımı parametre belirsizliklerine ve bozucu iç & dış kuvvetlere karşı oldukça gürbüz kontrolcülerdir. KKK oldukça hızlı tepki sürelerine sahip olması sebebiyle, hassas ve hızlı kontrol ihtiyacı gerektiren problemlerinde başarılı sonuçlar verebilmektedir. Bununla birlikte Klasik KKK yaklaşımlarının birçoğu yalnızca eşleşmiş bozucular (matched disturbances) karşı duyarsızdır ve eşleşmemiş bozucular (mismatched disturbances) üzerinde çok etkili değildir. Bu sorunu aşmak için Yüksek Mertebeli Bozucu Gözlemcili KKK (High Order Disturbance Observer Based SMC) (Huang vd. 2020) ve Adaptif Gözlemci temelli KKK (Jmel vd. 2021) gibi yöntemler önerilmiştir. Bununla birlikte çatırtıyı tamamen ortadan kaldıran ve modele ihtiyaç duymayan Durum Gözlemcili KKK (Onen 2023) yaklaşımı, sistem belirsizliklerine ve bozuculara karşı oldukça gürbüz bir kontrol imkânı sunmaktadır.

KKK yönteminin diğer bir dezavantajı ise çatırtı (chattering) problemidir. Çatırtı problemi KKK'nın yapısındaki anahtarlama fonksiyonunun bir neticesidir. Literatürde bulunan (Parra-Vega ve Hirzinger 2001), (Alihosseini, Dehkordi, ve Sajjadi 2023) gibi çalışmalar çatırtı problemine karşı çözüm bulmayı hedeflemiştir.

Matematiksel modeller özellikle orijin noktalarında tanımsız ya da sonsuz (singularity) olabilmektedir. Böyle bir durum KKK kontrolcüyü kolaylıkla kararsızlığa götürebilmektedir. Bu tarz tanımsızlıkların üstesinden gelebilmek için Fast Terminal

Kayan Kipli Kontrol FT-SMC (Mobayen, Yazdanpanah, ve Majd 2011) yaklaşımı sunulmuştur.

Sinir ağları tabanlı KKK yaklaşımı, çatırtı problemini (Nguyen vd. 2019) ve sistem belirsizliklerini (Nghia vd. 2021) ortadan kaldıracaktır. Bulanık mantık ile birleştirilmiş bir yaklaşım olan Bulanık Sinir Ağları Tabanlı Kayan Kipli Kontrol (Bo ve Yan 2011), (Su 2012,) (Su, Chen, ve Su 2010) yöntemiyle iyi bir kontrol performansı elde edilebilmiştir. Sinir ağlarının kayan kipli kontrolcülerle entegrasyonu, bir dizi avantaj sunmasına rağmen; bu yaklaşımın uygulanması, yüksek hesaplama gücü ve sinir ağlarının eğitimi için geniş bir veri kümesine duyulan ihtiyaç nedeniyle oldukça zor olabilmektedir.

Klasik KKK'leri daha adaptif bir yapıya evirebilmek için Bulanık Mantık tabanlı öneriler sunulmuştur. Bu yaklaşım ile, çatırtı probleminin önlenmesi (Nafia vd. 2018), (Yan vd. 2016), ve daha iyi bir kontrol performansı elde etmek mümkün olmaktadır (Chen vd. 2015), (Lin, Chang, ve Hsu 2012). Fakat, kontrol sinyallerinin önem derecesine göre ağırlıklandırılmasına ihtiyaç duyulan, karmaşık ve eksik tahrikli sistemlerde yetersiz kalabilmektedir.

Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol (HKKK), karmaşık ve eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde tercih edilen bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım, büyük ve karmaşık sistemleri küçük alt sistemlere indirgeyebildiği için tasarım kolaylığı avantajına sahiptir (Wang, Liu, ve Yi 2007). Modüler yapısı sayesinde farklı birçok sistem için geniş uyarlanabilirlik alanı sağlamaktadır. Kontrol sinyallerinin önem derecesine göre ağırlıklandırılması gereken problemler için oldukça etkili sonuçlar verebilmektedir. Hiyerarşik Kayan kipli Kontrol için farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Bu kontrolcüler, eşleşmeyen bozuculara (Qian, Liu, ve Yi 2009) ve kütle değişimi gibi bozuculara karşı (He vd. 2017) gürbüzlük sağlayabilmektedir. Çatırtı probleminin önlenmesinde Fast Terminal Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol (FT-HKKK) (Zheng vd. 2017) ve belirsizliklere karşı İntegral Backstepping Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol (Do, Lee, ve Kim 2020) gibi yöntemler sunulmuştur. Bu yaklaşımlar oldukça kararlı ve gürbüz bir kontrol yanıtı üretebilse de değişen koşullara karşı adaptif davranış sergileme konusunda yetersiz kalabilmektedir.

Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcülerin değişen koşullara karşı kendini uyarlayabilmesi arayışında, bu kontrolcülerini akıllı sistemlerle hibrit etme fikri ortaya çıkmıştır. Adaptif Sinir Ağları Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol (Nguyen, Vu, ve Giap 2022), Yapay Sinir Ağları tabanlı Adaptif Backstepping Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol (Dang vd. 2023) gibi yöntemler çatırtı probleminin önlenmesinde ve gürbüz

adaptif kontrol stratejisi konusunda başarılı bir performans göstermektedir. Fakat sinir ağlarının eğitimi, yüksek hesaplama gücü gereksinimi, büyük veri seti ihtiyacı gibi nedenlerden dolayı zor olabilmektedir.

Diğer bir adaptif yaklaşım ise Bulanık Mantık tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol yöntemidir. Bulanık mantık, yapısı gereği oldukça modülerdir ve farklı sistemlere kolayca uygulanabilmektedir. Bununla birlikte, değişen koşullara karşı adaptif bir kontrol stratejisi geliştirilmesi konusunda yardımcı olur. Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol, kontrol çıktılarını önem derecesine göre ağırlıklandırabilme avantajına sahiptir. Bu ise eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde oldukça büyük önem teşkil etmektedir.

Literatürde, Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü ile ilgili ters sarkaç tabanlı sistemler üzerine çalışmalar yapıldığı görülmüştür. Bu çalışmalarda hata sinyaline göre hiyerarşi katman ağırlıklarının Bulanık Mantık ile belirlenmesi (Lin ve Mon 2005), çatırtı sorununu azaltmak için hata sinyaline göre katman ağırlıklarının belirleyen bir Bulanık Mantık entegrasyonu (Hoang vd. 2022) (Tao vd. 2008), kontrolcü parametrelerinin adaptif olarak Bulanık Mantık destekli kestirilmesi ile dış bozuculara karşı daha gürbüz bir kontrolcü tasarımı (Abedzadeh Maafi, Etemadi Haghghi, ve Mahmoodabadi 2023) gibi problemler ele alınmıştır.

Bu çalışmada, literatürde çoğunlukla ters sarkaç sistemleri için kullanılmış olan Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol yönteminin, İki Tekerlekli Kendini Dengeleyen bir Robotun yörünge takibi problemi için kullanılması amaçlanmıştır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu başlık altında öncelikle Değişken Yapılı sistemler ele alınacaktır. Değişken yapılı sistemlerin temelleri ve Kayan Kipli Kontrol (KKK) evrimi incelendikten sonra KKK yöntemine giriş yapılacaktır. KKK yöntemindeki Çatırtı (Chattering) problemine değinilerek bu problemin Sigmoid Anahtarlama Fonksiyonları ile nasıl çözülebileceği konusu üzerinde durulacaktır. Sistem modellenmesinin ardından çalışmada kullanılacak olan kontrolcülerin tasarımları gerçekleştirilerek kararlılık analizleri yapılacaktır.

3.1. Değişken Yapılı Sistemler

Kayan Kipli Kontrol yaklaşımının temelleri Variable Structure System (VSS) olarak bilinen, Değişken Yapılı Sistemlere (DYS) dayanır. Bu yüzden Kayan Kipli Kontrol yaklaşımına geçmeden önce değişken yapılı sistemleri anlamak önemlidir.

Tarihi 1950'li yıllara kadar uzanan DYS, Filippov (Filippov 1960) ve Popovski'nin (Popovski 1950) çalışmaları ile Sovyet Rusya'sında ortaya çıkmıştır. Filippov ve Popovski'nin bu çalışmaları o dönem Rusça olarak yayınlanması sebebiyle, uzunca bir süre dünya literatürü tarafından keşfedilmeyi beklemiştir. Nihayetinde 1977 yılında Vadim Utkin tarafından İngilizce olarak yayınlanan bir makale (Utkin 1977) sayesinde DYS yaklaşımı dünya literatürüne kazandırılmıştır.

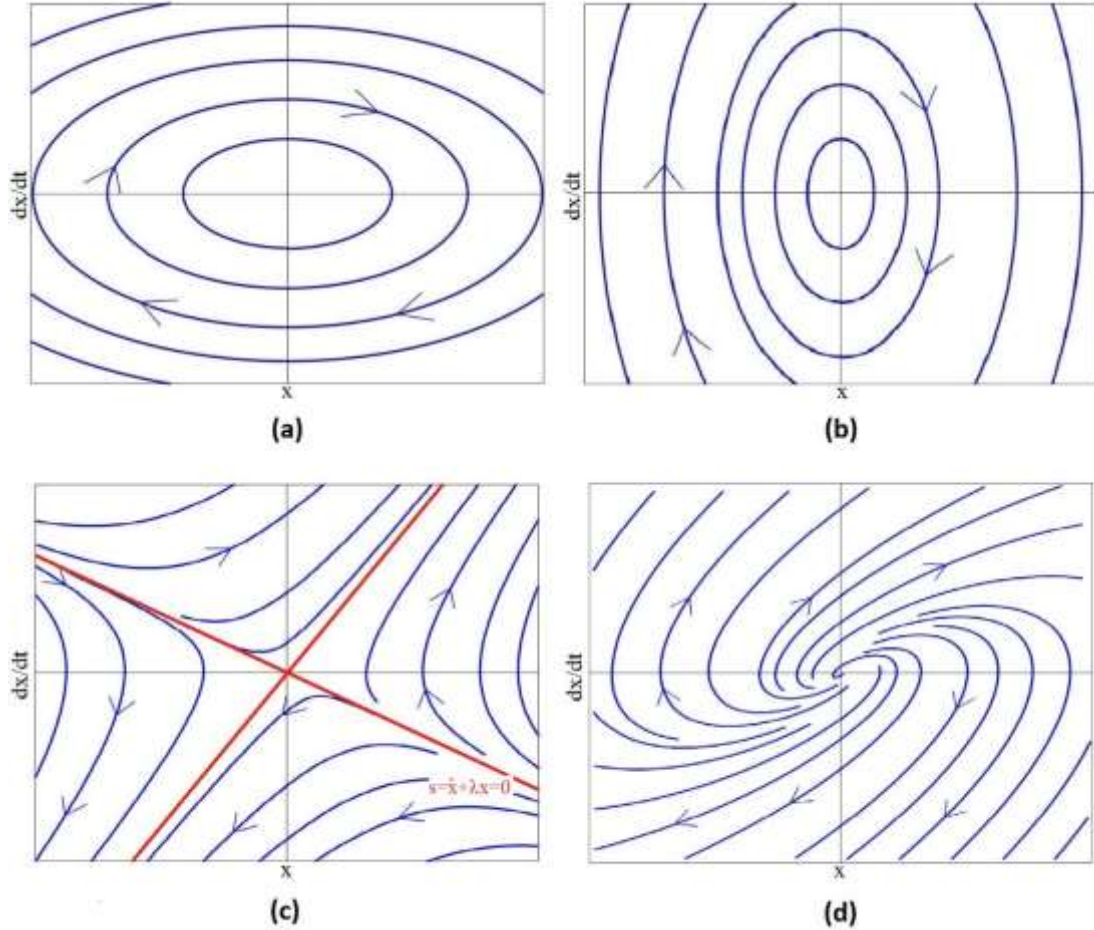
Utkin'in tanımına göre değişken yapılı sistemler; sürekli formdaki alt sistemlerden oluşur ve uygun şekilde belirlenen süreksiz bir anahtarlama fonksiyonu ile alt sistemler arasında geçiş yaparlar (Utkin 1977). Utkin'in tanımından yola çıkarak değişken yapılı sistemleri anlatmak için eşitlik (3.1.1) ile tanımlanan basit bir sistemi ele alalım.

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= a\dot{x} + u \\ u &= -kx\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

Bu sisteme ait kökler,

$$\lambda_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}\tag{3.1.2}$$

ifadesi ile elde edilecektir. Denklem (3.1.1)'deki k ve a parametrelerine bağlı olarak, faz yörüngeleri ve asimptotlar da değişecektir. $|k| = b$, $b > \frac{a^2}{4}$ koşulunu sağlayacak farklı k değerleri için sistemin faz portreleri Şekil 1'deki gibi olacaktır.

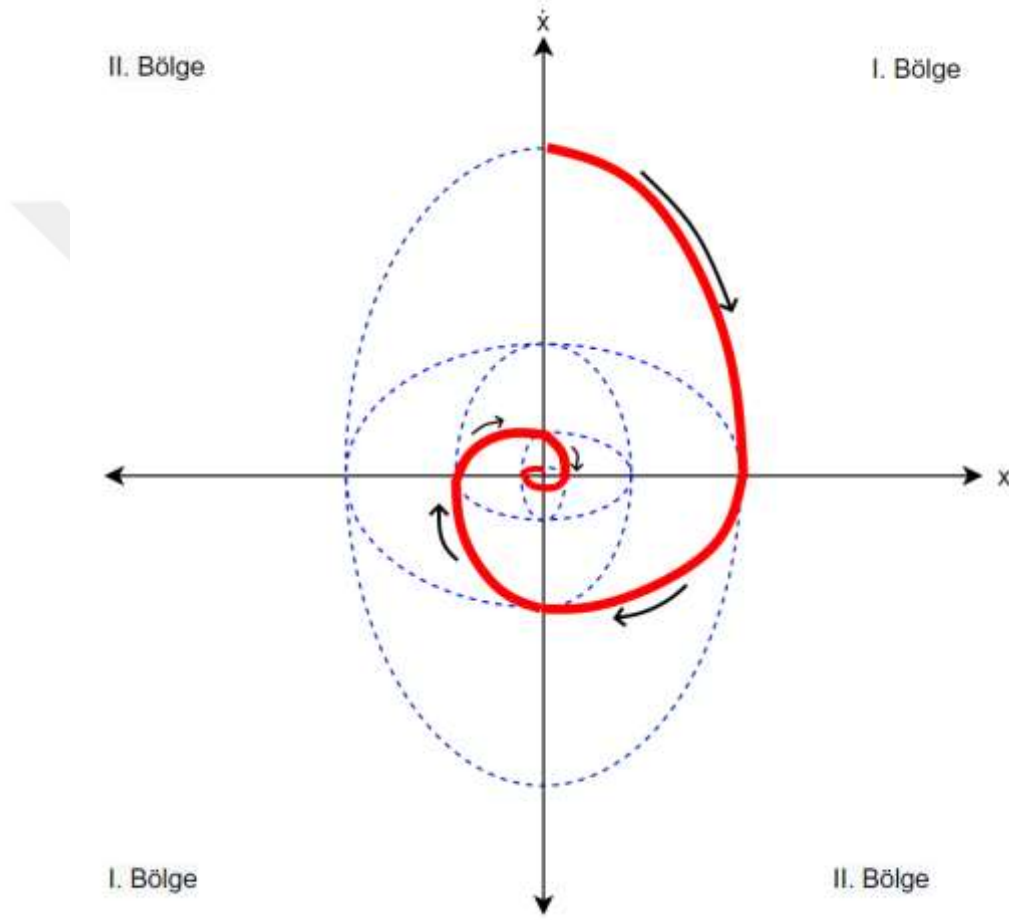


Şekil 1. Kararsız yapıların faz yörüngeleri
(a) $a = 0$, $k = 0.5$, **(b)** $a = 0$, $k = 5$, **(c)** $a = 1$, $k < 0$, **(d)** $a = 1$, $k > 0$

Şekil 1.'deki faz portrelerinde (a) ve (b) ile (c) ve (d)'yi iki ayrı sistem olarak düşünebiliriz. Denklem (3.1.1)'deki sistem denkleminde, $a = 0$ olarak düşünülürse; Şekil 1.deki (a) ve (b) yapıları ortaya çıkacaktır. Sistem denkleminde $a > 0$ iken k parametresine bağlı olarak, (c) ve (d)'de görülen faz yörüngeleri oluşacaktır. Bu dört yapı da asimptotik kararlılığa sahip değildir. Fakat (a) ve (b) ya da (c) ve (d) yapıları arasında belirli bir kurala göre geçiş yapılabilirse kararlı bir yapı elde etmek mümkündür. DYS bu noktada devreye girmektedir. Tanımı gereği DYS, kararsız yapılar arasında belirli bir anahtarlama kuralına göre geçiş yapabilmektedir. Bu sayede kararsız yapılardan kararlı bir sistem oluşturabilmektedir. Anahtarlama kuralını şu şekilde tanımlayalım.

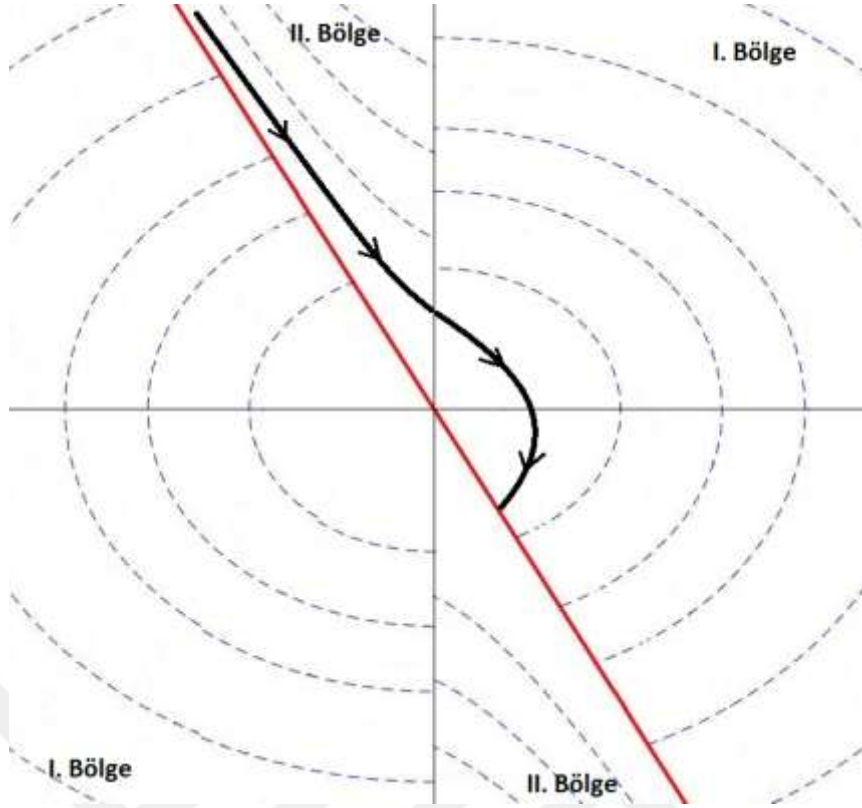
$$k = \begin{cases} b, & x\dot{x} > 0 \\ -b, & x\dot{x} < 0 \end{cases} \quad (3.1.3)$$

Tanımlanan bu anahtarlama kuralı ile Şekil 1.deki (a) ve (b) kararsız yapıları arasındaki geçiş Şekil 2’de gösterilmiştir. Tanımlanan anahtarlama kuralı sayesinde sistem; I. Bölgelerde dikey elipslere (b), II. Bölgelerde ise yatay elipslere (a) geçiş yaparak orijine ulaşmaktadır.



Şekil 2. Asimptotik kararlı DYS

Aynı durum Şekil 1.deki (c) ve (d) kararsız yapılar için de söylenebilir. Şekil 3.te kararsız durumlar arasındaki geçiş görülebilir. Tanımlanan anahtarlama kuralı sayesinde sistem; I. Bölgelerde spiral yapılar (d), II. Bölgelerde ise eyer (saddle) tipi eğrilere (c) geçiş yaparak orijine ulaşmaktadır.



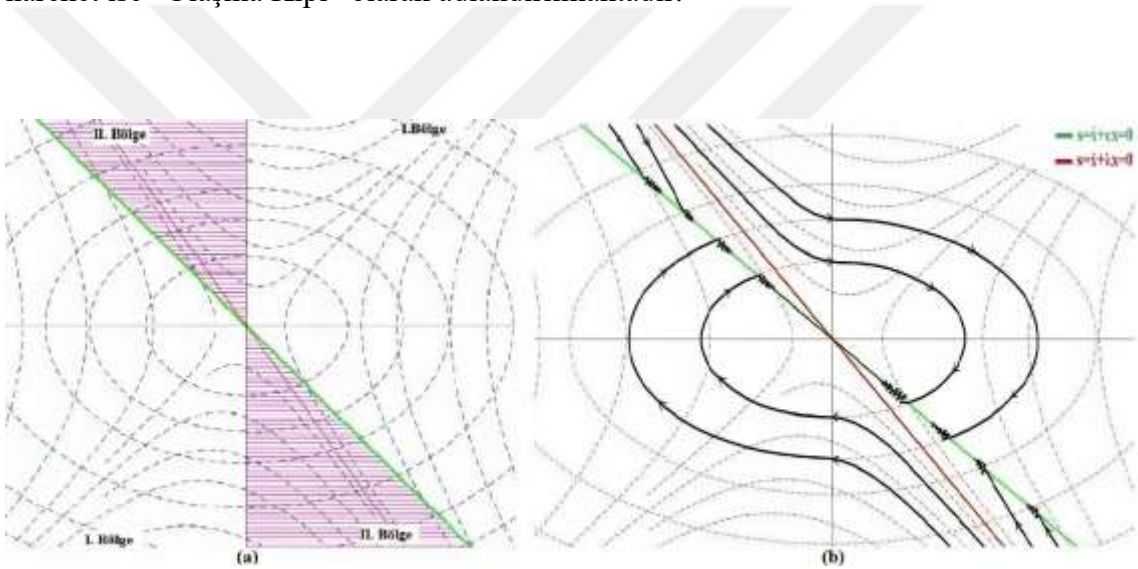
Şekil 3. Asimptotik kararlı DYS

3.2. Değişken Yapılı Sistemlerin Kayan Kipli Kontrol Evrimi

Değişken yapılu sistemler Kayan Kipli Kontrolle evrilirken sistematik bir yapıya bürünmüş ve kendine özgü belli başlı bazı temel terimleri kazanmıştır. Bu başlık altına bunlara değinilecektir. Bunlardan biri olan “Kayma Yüzeyi” ya da “Kayma Doğrusu” terimi, sistemi orijine taşıyan doğruyu veya yüzeyi ifade eder. Değişken yapılu sistemlerdeki amaç; kontrol edilecek sistemi, kayma yüzeyi üzerine oturtmaktır. Bu nedenle sisteme uygun bir kayma yüzeyi seçilmelidir. Kayma yüzeyinin, kararsız sisteme ait asimptotlardan ($s = \dot{x} + \lambda x$) farklı seçilmesi gerekir. Bunun sebebi kısaca şöyle açıklanabilir: Şekil 1.(c)'de görülen yapı, orijinden geçen iki adet asimptota sahiptir. Eğer kayma yüzeyi olarak bu asimptotlardan birisi seçilirse, yalnızca Şekil 1. (d)'deki eğriler kayma doğrusu ile kesişecektir. Bu durum, kayma doğrusuna ulaşma süresini geciktirecektir. Sistemimiz kayma doğrusuna ne kadar çabuk ulaşırsa, o kadar çabuk kararlı hale gelecektir. $0 < c < \lambda$ olacak şekilde kayma yüzeyi $s = \dot{x} + cx$ denklemine sahip bir doğru olarak seçilebilir. Anahtarlama kuralı aşağıdaki gibi yeniden oluşturulabilir.

$$k = \begin{cases} b, & xs > 0 \\ -b, & xs < 0 \end{cases} \quad (3.2.1)$$

Oluşturulan anahtarlama fonksiyonu ile birlikte sistem, her iki kararsız durum arasında geçiş yaparak kararlı bir yapı haline gelecektir. Geçiş bölgeleri, Şekil 4. (a)'da gösterilmiştir. Anahtarlama kuralı I. bölgelerde elips yapılar, II. bölgelerde ise hiperbol yapılar geçiş yapar. Sistem kayma yüzeyine oturduğu zaman, yani diğer bir deyişle $s = \dot{x} + cx = 0$ iken, kayma doğrusu üzerinde kayma hareketine başlayacaktır (Şekil 4. (b)). Bu kayma hareketi “Kayma Kipi” olarak adlandırılır ve “Kayan Kip” terimi buradan gelmektedir. Kararsız yapılar arasında geçişlerin yapıldığı, kayma kipine kadar olan hareket ise “Ulaşma Kipi” olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 4. Değişken yapıli sistemde bölgeler ve kayma hareketi
(a) Faz planında bölgeler, (b) Kararsız yapılar arası geçişler ve kayma hareketi

3.3. Kayan Kipli Kontrol

Uygulamalı kontrol problemlerinde kontrol edilecek gerçek sistem ile bu sistemin matematiksel modeli arasında mutlaka belli bir miktar uyumsuzluk bulunur. Bu uyumsuzluklar; modellenemeyen sistem dinamikleri, sistem parametrelerindeki belirsizlikler ve bozucu dış kuvvetler gibi etkenlerden kaynaklanmaktadır. Model uyumsuzluklarının yanında eğer sistem yoğun şekilde bozucu kuvvetlere de maruz kalıyorsa, bu sistemin klasik kapalı çevrim yöntemlerle kontrolü oldukça güçleşecektir. Bu noktada gürbüz kontrolcüler devreye girmektedir (Qian ve Yi 2015). Gürbüz

kontrolcüler sistem uyumsuzluklarına ve bozucu girişlere karşı oldukça başarılı sonuçlar verebilmektedir. Etkili gürbüz kontrol yöntemlerinden birisi olan Kayan Kipli Kontrol (KKK) yöntemi bu başlık altında anlatılacaktır. Değişken Yapılı Sistemler başlığı altında KKK yönteminin temelleri anlatılmıştı. Bu başlıkta KKK hakkında daha detaylı bilgiler verilecektir.

Konum ve hız ifadeleri sırasıyla $x_1 = x$ ve $x_2 = \dot{x}$ şeklinde olan basit bir sistemin, durum değişkenleri cinsinden gösterimi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u\end{aligned}\tag{3.3.1}$$

Burada u kontrol kuvvetini ifade eder. Sistemi asimptotik olarak orijine götürebilmek için uygun bir kayma yüzeyi tanımlanması gerekir. Kayma yüzeyi, aynı zamanda kayma doğrusu, kayma değişkeni gibi farklı isimlerle de bilinmektedir. Kayma yüzeyi denklemi aşağıdaki gibi seçilebilir

$$\sigma = x_2 + cx_1, \quad c > 0\tag{3.3.2}$$

KKK sinyali, temel olarak bir anahtarlama (switching) fonksiyonu ve bir eşdeğer (equivalent) fonksiyona sahiptir ve şu şekilde gösterilebilir.

$$u = u_{eq} + u_{sw}\tag{3.3.4}$$

Anahtarlama fonksiyonu farklı sistemler arasında geçişi yöneten ve sistem değişkenlerini kayma doğrusuna oturtan kontrol sinyalini üretir ve $sign(\sigma)$ şeklinde tanımlanabilir. Anahtarlama fonksiyonu aynı zamanda kayma yüzeyinin türevine eşittir.

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= cx_2 + \dot{x}_2 \\ u_{sw} &= \dot{\sigma} = -\rho sign(\sigma)\end{aligned}\tag{3.3.5}$$

Süreksiz bir fonksiyon olan anahtarlama fonksiyonu KKK yönteminin ana bileşenidir. Bu fonksiyon ile farklı alt sistemler arasında geçiş mümkün olabilmektedir. Temelde “signum”, yani işaret fonksiyonu kullanılarak tanımlanır. Bununla birlikte literatürde, *sigmoid tanh* vb gibi birçok farklı yöntemle anahtarlama fonksiyonu tanımlamak

mümkündür. Bu yöntemlere 3.3.2. Anahtarlama Fonksiyonları başlığı altında değinilmiştir. İşaret fonksiyonu kuralı $sign(\sigma)$ şu şekilde tanımlanabilir.

$$sign(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \text{ için} \\ -1 & x < 0 \text{ için} \end{cases} \quad (3.3.6)$$

Sistem kayma kipine geçtiği zaman devreye giren sinyal eşdeğer kontrol sinyali olarak adlandırılmaktadır. Diğer bir deyişle sistem $\dot{\sigma} = 0$ iken bu sinyal ile kontrol edilecektir. Eşdeğer kontrol sinyali aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= cx_2 + u = 0 \\ u_{eq} &= -cx_2 \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

Sonuç olarak kontrol sinyali olan u şu şekilde yeniden yazılabilir.

$$u = -cx_2 - \rho sign(\sigma) \quad (3.3.8)$$

Bu noktadan sonra kontrolcünün kararlılık analizinin yapılması gerekir. Kararlılık analizi için Lyapunov yöntemi kullanılır. Lyapunov kararlılık analizi en genel tanımıyla, bir sistemdeki denge noktalarının kararlılığını değerlendirmek için kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Analizi gerçekleştirmek için öncelikle uygun bir Lyapunov fonksiyonu seçilmelidir. Bu fonksiyon sistemdeki durum değişkenlerinin bir kombinasyonu şeklindedir. Denklem (3.3.1)'de tanımlanan sistem için uygun Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (3.3.9)$$

Lyapunov kararlılık analizine göre sistemin, $\sigma = 0$ denge noktası etrafında asimptotik kararlı olabilmesi için aşağıdaki iki şartı sağlanması gerekir.

- (a) $\dot{V} < 0$, $\sigma \neq 0$ için,
- (b) $\lim_{|\sigma| \rightarrow \infty} V = \infty$

Denklem (3.3.9)'de $|\sigma| \rightarrow \infty$ iken V ifadesinin sonsuza gittiği görülmektedir. Dolayısıyla koşul (b) sağlanmaktadır. Koşul (a)'yı analiz etmek için \dot{V} , aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} \quad (3.3.10)$$

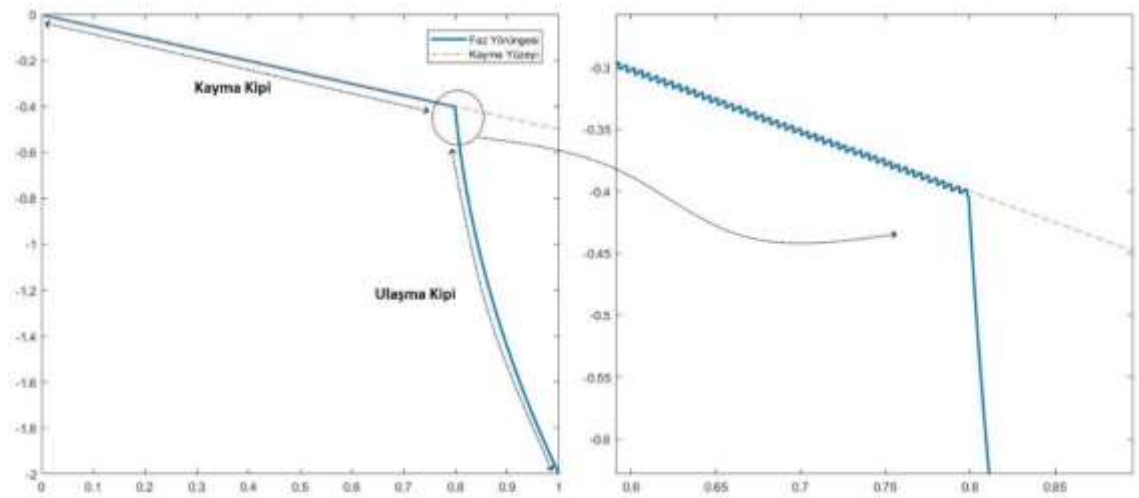
Elde ettiğimiz ifade, Denklem (3.3.5) kullanılarak yeniden düzenlenirse,

$$\dot{V} = -\sigma \rho \text{sign}(\sigma) \quad (3.3.11)$$

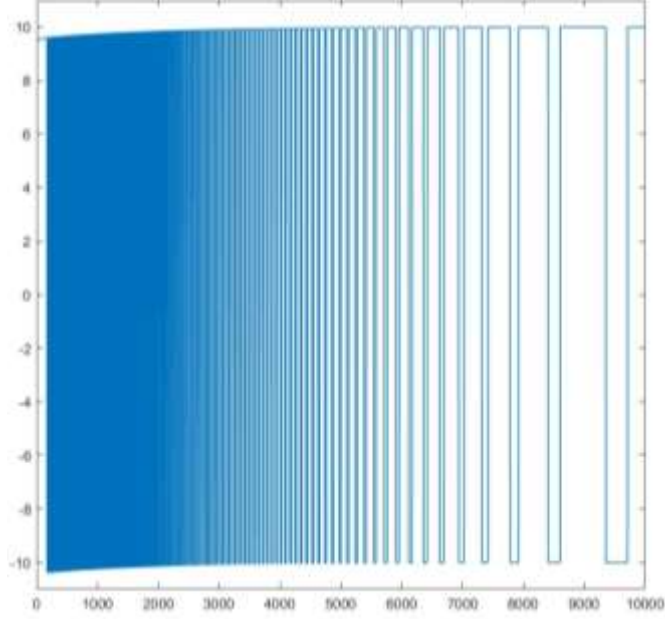
elde edilir. Elde ettiğimiz ifadenin $\dot{V} < 0$ olduğu görülmektedir. Böylece her iki Lyapunov kararlılık koşulun sağlanmış ve sistemin kararlılığı temin edilmiştir. Diğer bir deyişle sistem, Denklem (3.3.8)'de bulunan KKK sinyali ile kararlı bir şekilde kontrol edilebilmektedir.

3.3.1. Çatırtı Problemi

Çatırtı yani chattering problemi, KKK yönteminin en büyük dezavantajlardan birisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Çatırtı terimi, kontrol sinyalindeki ani ve sürekli değişimleri ifade etmektedir. Bu durum, sistemde istenmeyen titreşimlere, enerji kaybına ve elektromekanik yapıların zarar görmesine neden olabilir. Çatırtı durumu Şekil 5. de gösterilmiştir. Şekil 6. da KKK tarafından üretilen kontrol sinyali verilmiştir. Yüksek frekanslı çatırtılar kontrol sinyalinde görülmektedir.



Şekil 5. Kayma yüzeyi üzerinde oluşan çatırtı sinyalleri



Şekil 6. Kontrol sinyali

Literatürde çatırtı sorununa karşı bazı temel yaklaşımlar vardır. Çeşitli filtreleme yöntemleri kullanılarak yüksek frekanslı çatırtıların filtrelenmesi ile çatırtılar önlenmektedir (Jin vd. 2020) (Tseng ve Chen 2010). Bununla birlikte çatırtı azaltmak için kullanılan diğer bir yöntem ise sınırlayıcı bölge (boundary layer) yöntemidir (El Makrini vd. 2017). Bu yöntemde amaç anahtarlama fonksiyonunun etkinliğini belirli bölgeler ile sınırlayarak istenmeyen çatırtıların önüne geçmektir. Çatırtıların önlenmesi konusunda sıklıkla kullanılan yöntemlerden birisi de farklı tip anahtarlama fonksiyonları kullanmaktır. Bu yöneme diğer başlıkta değinilmiştir.

3.3.2. Anahtarlama Fonksiyonları

KKK yönteminde kullanılan en temel anahtarlama fonksiyonu “signum” yani işaret fonksiyonudur. İşaret fonksiyonu süreksiz bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \text{ için} \\ 0, & x = 0 \text{ için} \\ -1, & x < 0 \text{ için} \end{cases} \quad (3.3.2.1)$$

İşaret fonksiyonu çok sert ve zıt işaretli sinyaller üretir. Bu durum çatırtı problemine neden olmaktadır. Bu sorunun önüne geçmek için farklı tip anahtarlama fonksiyonları kullanılmaktadır. Bunlardan biri de tanh fonksiyondur.

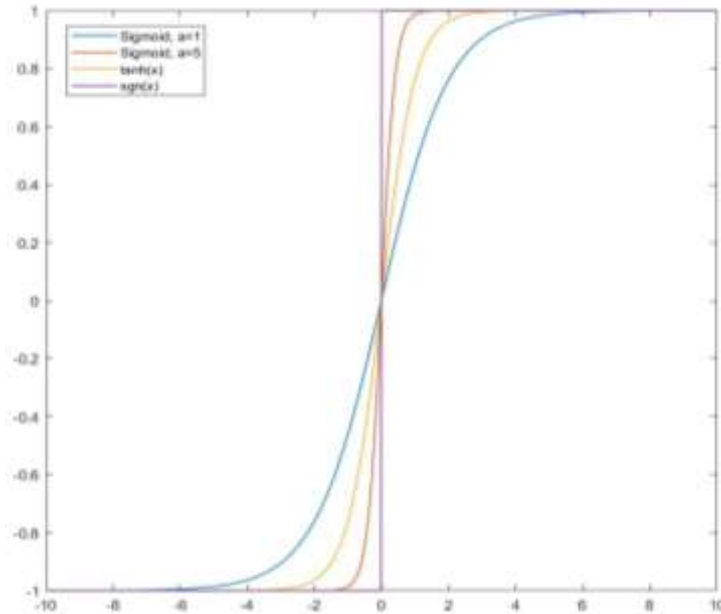
Tanjant hiperbolik yani \tanh fonksiyonu, işaret fonksiyonundan farklı olarak çıktısı -1 ile 1 arasında değerler alabilen bir anahtarlama fonksiyonudur. Bu sayede daha esnek ve yumuşak çıkışlar üretebilmektedir. Aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (3.3.2.2)$$

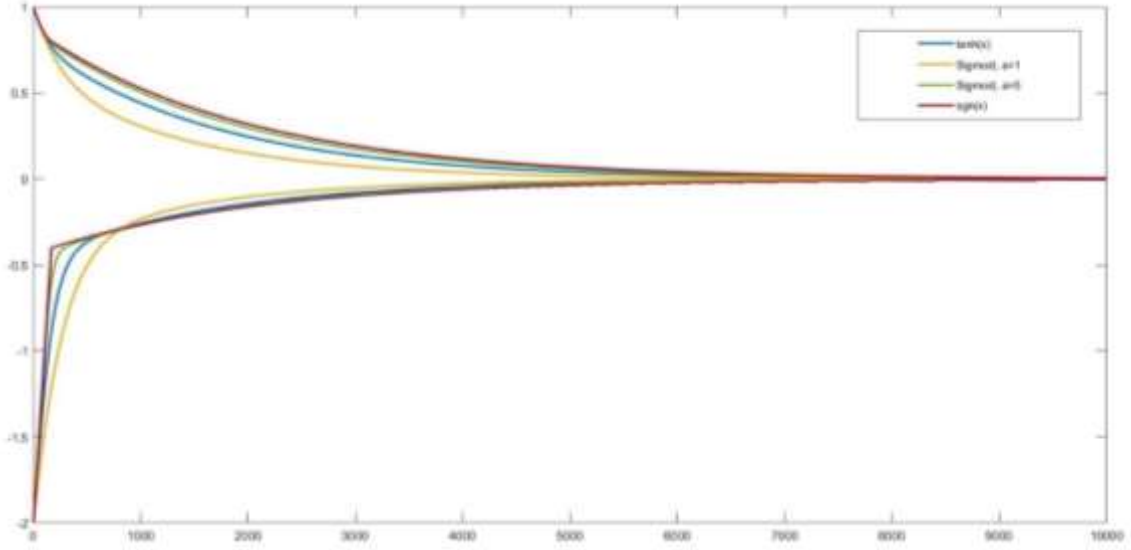
Diğer bir sigmoid fonksiyon ise aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Buradaki a ifadesi pozitif bir sabiti temsil eder ve eğrilerin yakınsama karakteristiğini belirler(Li vd. 2022).

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{2}{1 + \exp(-ax)} - 1 \quad (3.3.2.3)$$

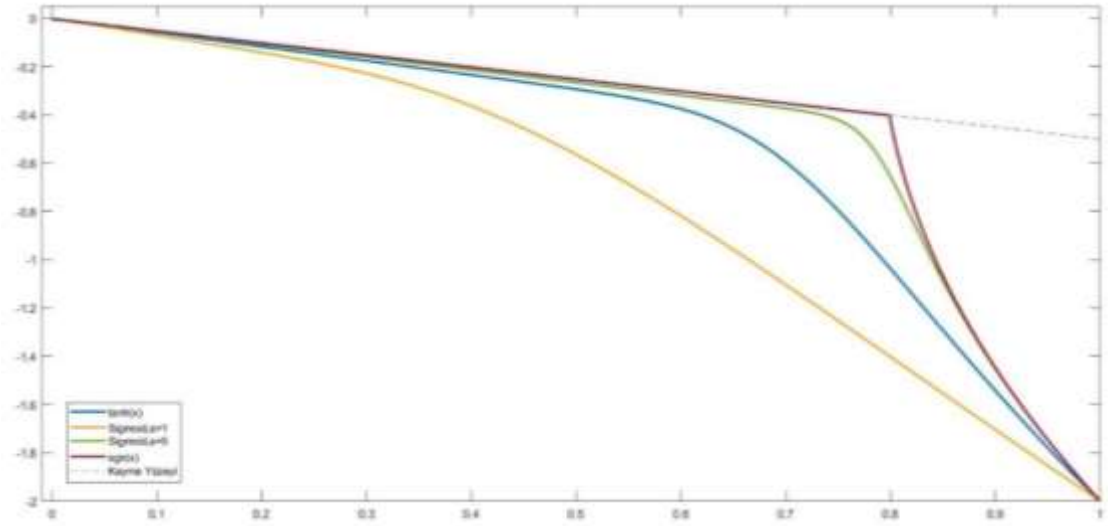
Tanımlanan üç farklı anahtarlama fonksiyonuna ait eğriler Şekil 7’de gösterilmiştir. Sigmoid yaklaşımındaki a sabitinin artması ile eğri daha yumuşak bir hale gelmektedir. Böylece çatırtı problemi azaltılabilmektedir. Sigmoid fonksiyonların dezavantajı ise durum değişkenlerini orijine daha geç yakınsamalarıdır. Bu durum Şekil 8’de gösterilmiştir. Bununla birlikte sigmoid fonksiyonların, işaret fonksiyonuna kıyasla, kayma yüzeyine daha geç ulaştığı Şekil 9’da görülebilir.



Şekil 7. Farklı tip anahtarlama fonksiyonları



Şekil 8. Farklı anahtarlama fonksiyonlarına göre durum değişkenlerinin asimptotik yakınsaması



Şekil 9. Farklı tip anahtarlama fonksiyonlarının faz portresi

Bu yaklaşımlara ek olarak, $sign(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma|+\varepsilon}$ şeklinde kayma yüzeyi ile entegre edilmiş sigmoid fonksiyonu yaklaşımı da bulunmaktadır (Shtessel vd. 2014). Bu yaklaşımda ε sayısı, pozitif ve küçük bir sayıyı temsil etmektedir ve anahtarlama eğrilerinin karakteristiğini belirler. KKK tekniği için literatürde buna benzer birçok farklı tip anahtarlama fonksiyonu önerilmiştir. Başlık altında bu yaklaşımların bazılarında değinilmeye çalışılmıştır. Uygun anahtarlama fonksiyonu, her zaman kontrol probleminin yapısına ve beklenen sistem performansına göre seçilmelidir.

3.4. Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol

Literatürde farklı tiplerde KKK yöntemleri mevcuttur. Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol (HKKK) de bu yöntemlerden birisidir. HKKK yöntemi ile karmaşık sistemler küçük alt sistemler şeklinde ele alınabilmektedir. Modüler bir yapıya sahip olan HKKK yönteminin en önemli özelliklerinden birisi; diğer KKK yöntemlerinin aksine ilgili olduğu kontrol değişkenlerinin önem derecesine göre ağırlıklandırma yeteneğine sahip olmasıdır. Bu yetenek HKKK yöntemine çok geniş uygulama alanı tanır. Bununla birlikte özellikle eksik tahrikli sistemlerin kontrolünde hiyerarşi tabanlı stratejiler yapmaya olanak tanır. Hiyerarşik kayan kipli kontrolde her katmanın ağırlık katsayısı farklıdır. Bu durum kontrolcü tasarımında bazı durum değişkenlerinin daha etkin bazılarınsa daha pasif olarak kontrol edilebilmesine imkânı tanır. Örneğin denge robotunda gövdenin dik pozisyonda kalması, yörünge yüksek hassasiyetle takip edilmesinden daha önemlidir. Böyle bir kontrol probleminde, gövdeyi dengeleyen parametreler kontrolcünün hiyerarşi katmanında daha baskın hale getirilebilir ve yörünge takibine yönelik parametrelerin bulunduğu katman görece olarak önemsizleştirilebilir. Bunun yanında daha karmaşık ve adaptif stratejiler de geliştirmek mümkündür. Örneğin robot denge konumun yakınen yörünge parametrelerinin kazançları artırılarak hassas yörünge takibi önceliklendirilebilir; robotun gövde dengesinin bozulduğu durumlarda ise yörünge takibi baskılanarak gövdenin hızlı ve etkin dengelenmesi sağlanabilir. Bu ve bunun gibi farklı birçok strateji HKKK yönteminin esnekliği sayesinde türetilebilir. Bu esneklik diğer KKK yöntemlerine göre daha etkin bir kontrol performansı sunmaktadır.

HKKK yöntemleri günümüzde bazı farklı alt yaklaşıma sahiptir. İlerleyen başlıklar altında bu yaklaşımlara değinilmeye çalışılmıştır.

3.4.1. Kümelenmiş HKKK

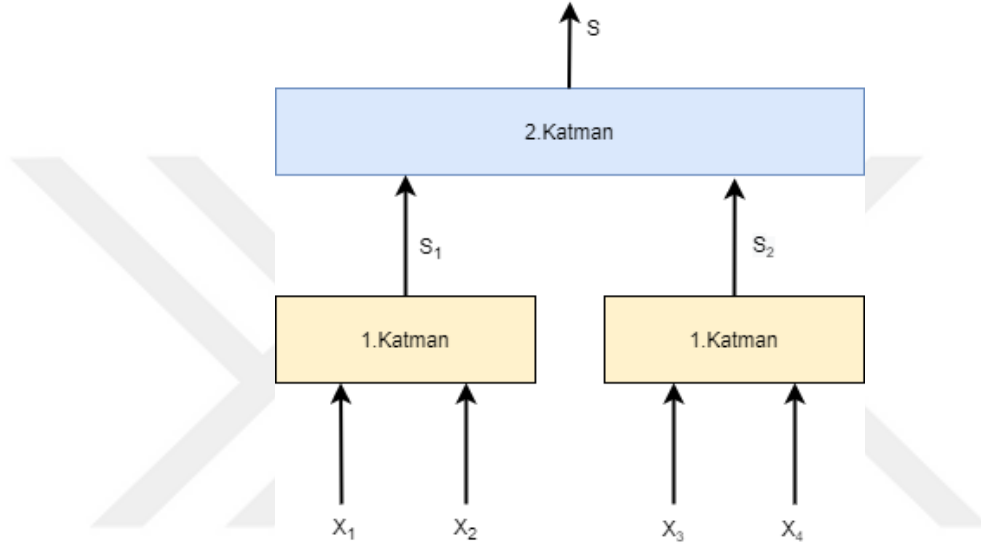
Klasik KKK yapısının aksine Kümelenmiş HKKK'de eşit derecedeki farklı kayma yüzeyleri kullanılarak yeni yüzeyler elde edilebilir. Elde edilen bu yeni kayma yüzeyi diğer kayma yüzeylerinin hiyerarşik bir bütünüdür (Qian ve Yi 2015). Kontrol etmek istenilen sisteme ait kayma yüzeyleri şu şekilde tanımlı olsun.

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1 x_1 + x_2, & c_1 > 0 \\ s_2 &= c_2 x_3 + x_4, & c_2 > 0 \end{aligned} \quad (3.4.1.1)$$

Kümelenmiş yaklaşım ile, bir α katsayısı kullanılarak s_1 ve s_2 yüzeylerinden aşağıdaki gibi yeni bir kayma yüzeyi elde edilebilir.

$$S = \alpha s_1 + s_2 \quad (3.4.1.2)$$

Elde edilen Kümelenmiş formdaki bu HKKK yapısı, Şekil 10'daki gibi gösterilebilir.



Şekil 10. Kümelenmiş HKKK Yaklaşımı

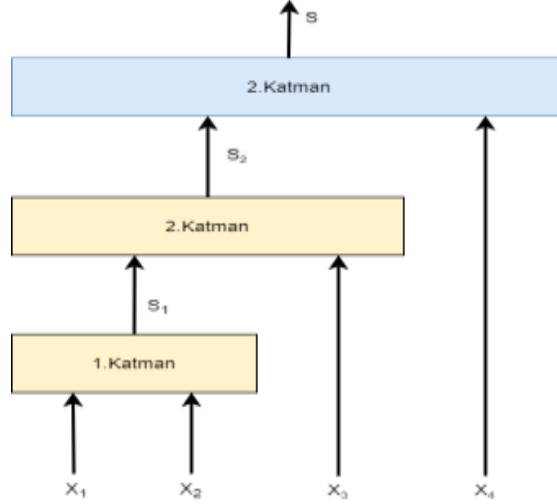
3.4.2. Artımlı HKKK

Kümelenmiş yaklaşımın aksine bu yaklaşımda her bir kayma yüzeyi farklı ağırlıklara sahiptir (Qian ve Yi 2015). Artımlı HKKK yaklaşımında, kontrol edilmek istenen sisteme ait tüm değişkenler kullanılarak aşağıdaki gibi kayma yüzeyleri tanımlanır.

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1 x_1 + x_2 \\ s_2 &= c_2 x_3 + s_1 \\ s_3 &= c_3 x_4 + s_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.4.2.1)$$

$$s_n = c_n x_{n+1} + s_{n-1}$$

Buna göre Artımlı HKKK yapısı Şekil 11'deki gibi elde edilecektir.



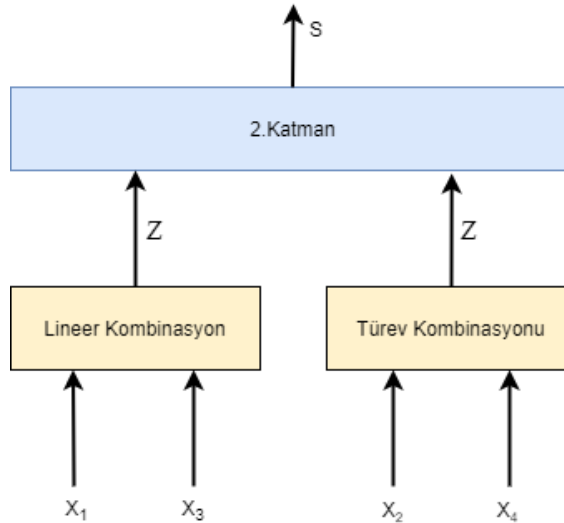
Şekil 11. Artımlı HKKK Yaklaşımı

3.4.3. Bileşik HKKK

Bileşik HKKK, birbirlerinin türevleri olarak ifade edilebilen sistem değişkenlerini farklı katmanlar altında toplamayı amaçlayan bir yaklaşımdır (Qian ve Yi 2015). Durum değişkenleri $\dot{x}_1 = x_2$ ve $\dot{x}_3 = x_4$ şeklinde olan bir sistem ele alınırsa, bileşik yapı aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\begin{aligned} z &= cx_3 + x_1, & c > 0 \\ s &= \alpha z + \dot{z}, & c_2 > 0 \end{aligned} \quad (3.4.3.1)$$

Elde edilen Bileşik HKKK yapısı Şekil 12'deki gibi olacaktır.



Şekil 12. Bileşik HKKK Yaklaşımı

3.5. Bulanık Mantık Kontrol

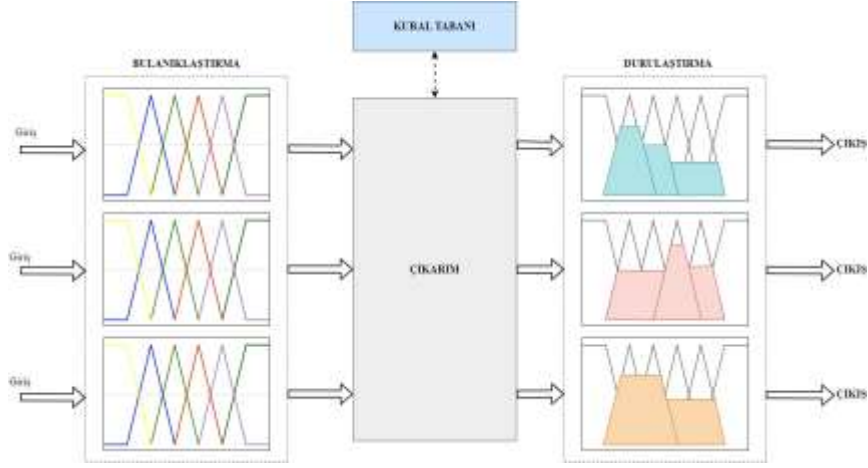
Bulanık Mantık Kontrolcüler (FLC) günümüzde birçok alanda oldukça sık olarak kullanılan ve bulanık küme mantığına dayanan kontrolcülerdir. Modüler yapısı sayesinde farklı sistemlere kolay uyarlanabilmektedir. İnsan düşünme sistemine yakınlığı ile karmaşık sistemlerin kontrolünde kolaylık sağlamaktadır.

Bulanık mantık en temel tanımıyla, insan bilgi tecrübelerinden yararlanarak, bunların kural tabanları halinde işleyip her bir kural tabanının belirli bir matematik fonksiyona karşılık gelecek şekilde sonuç çıkarılmasıdır. Bulanık mantığı klasik mantıktan ayıran en önemli özelliği, ara değerler alabilmesidir. Klasik mantıkta sınıflandırmalar kesindir, yani bir eleman bir kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Diğer bir deyişle kısmi üyelik diye bir durum söz konusu değildir. Fakat bulanık mantık, belirsiz ve yaklaşık durumlarda da işlem yapabilir. Bulanık mantıkta bir eleman birden fazla kümenin belirli bir dereceden elemanı olabilir. Bu üyelik derecesi olarak adlandırılır. Üyelik derecesi, üyelik fonksiyonu olarak adlandırılan genelleştirilmiş bir karakteristik fonksiyonu ile tanımlanır.

Bulanık mantık çıkarım sisteminin yapısı Şekil 13.'te görülmektedir. Temel olarak, bulanıklaştırma, çıkarım ve durulaştırma adı verilen üç sürece sahiptir. Bulanıklaştırma, sistemin giriş setini, dilsel niteleyiciler olarak adlandırılan sembolik değerlere dönüştürme işlemidir. Sistem için seçilen üyelik fonksiyonlarını kullanarak giriş değerlerinin ait olduğu bulanık küme/kümeler ve üyelik derecesi tespit edildikten sonra giriş değerleri küçük, orta, büyük gibi dilsel değişkenler halini alır. Sistemin giriş ve çıkış değişkenleri belirlenip, değişkenler için ifade kümeleri (küçük, orta, büyük vb.) belirlendikten sonra kural tabanı kullanılarak giriş ve çıkış arasındaki bağlantılar sağlanır. Bu aşama çıkarım aşamasıdır. Bulanık mantıktaki giriş ve çıkışlar arasındaki ilişkiyi basit bir örnekle göstermek gerekirse; girişlerinin A ve B, çıkışının ise C olduğu bir sistemin için aşağıdaki gibi bir kural tanımlanabilir.

EĞER $A = x$ ve $B = y$ ise O HALDE $C = z$

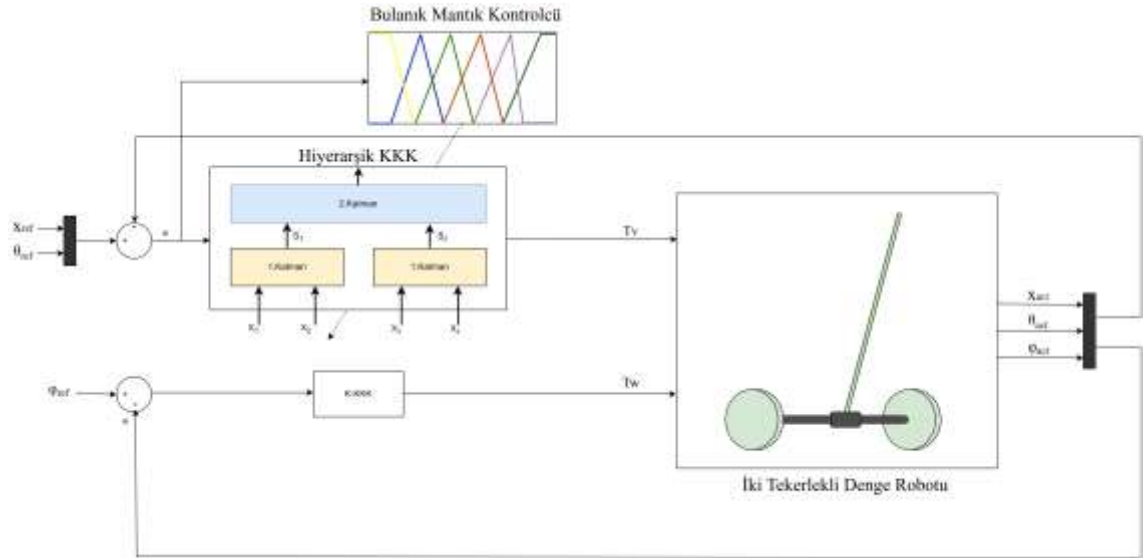
Tanımlanan bu kural ile A ve B giriş değerlerine göre C çıkışının bulanık değeri tanımlanmış olur. Son aşama olan durulaştırma aşamasında ise bulanık çıkışlar, gerçek sistemde kullanılacak gerçek değerlere dönüştürülür.



Şekil 13. Bulanık Mantık çıkarım sistemi

3.6. Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol

Tez çalışmasında kullanılacak Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol (FHKKK) şeması Şekil 14’de görülmektedir. Sistemde 3 adet kontrolcü girişi bulunmaktadır. Bunlardan ikisi, yörünge hatalarına karşılık gelen; " x " eksenindeki hata değeri ve robotun yatay düzlem (yaw) açısındaki " φ " hata değeridir. Diğer kontrol giriş sinyali ise gövdenin dikey düzlem (pitch) açısındaki " θ " hata değeridir. Kontrolcü çıkışları sağ ve sol tekerlere uygulanan momentlerdir.



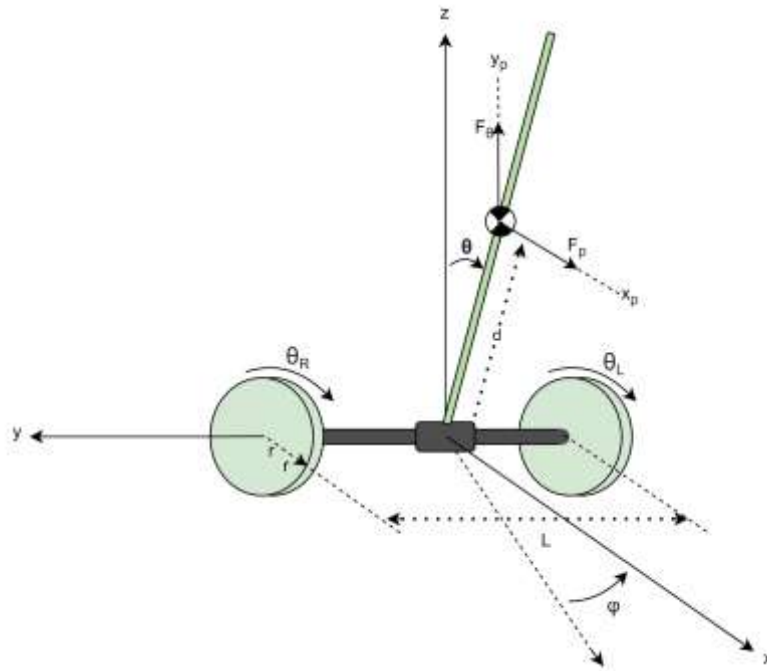
Şekil 14. Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kip Kontrol Şeması

Ana kontrolcü olarak Kümelenmiş Tip Kayan Kipli Kontrolcü kullanılacaktır. Kayma yüzeyi ağırlıkları c_1 ve c_2 parametreleri hata değerlerine göre bulanık mantık yöntemi ile bulunacaktır. Denge Robotunun modellenmesi, kontrolcü tasarımları ve

simülasyon çalışmaları MATLAB/Simulink ortamında gerçekleştirilecektir. Her bir kontrolcü; eşleşmiş (matched) bozuculara ve parametre değişimleri altında simülasyonları gerçekleştirilecektir. Robotun farklı tip kontrolcüler ile yörünge takibine yönelik gerçekleştirilen bu simülasyon çalışmalarından elde edilen veriler birbirleriyle karşılaştırılarak, bulgular değerlendirilecektir.

3.7. İki Tekerlekli Kendini Dengeleyen Robotun Modellenmesi

Tez çalışması kapsamında kullanılacak olan İki Tekerli bir Denge Robotunun (TWSBR) yapısı Şekil 15'te görülmektedir. TWSBR sisteminde robot, sadece istenen yörünge ve hızda hareket etmekte kalmayıp aynı zamanda ters sarkaç olarak modellenebilen gövdeyi dikey konumda dengede tutmalıdır. Bu durumda kontrol edilmesi gereken değişkenler, robotun x-y düzlemindeki konumu, ilerleme yönü ve gövdenin düşey doğrultudaki (z eksen) açısıdır. Kontrol girişleri ise iki tekere uygulanan motor momentleridir. Bu tür sistemlere eksik tahrikli (underactuated) sistemler denir ve bu sistemler için kontrol problemi oldukça zordur. Bu başlık altında çalışması yapılacak olan kontrol problemi için öncelikle sistemin kinematik modeli elde edilecek, ardından dinamik model denklemleri çıkartılacaktır. Daha sonra tez kapsamında kullanılacak kontrolcülerin tasarımları yapılarak ve kararlılık analizleri gerçekleştirilecektir.



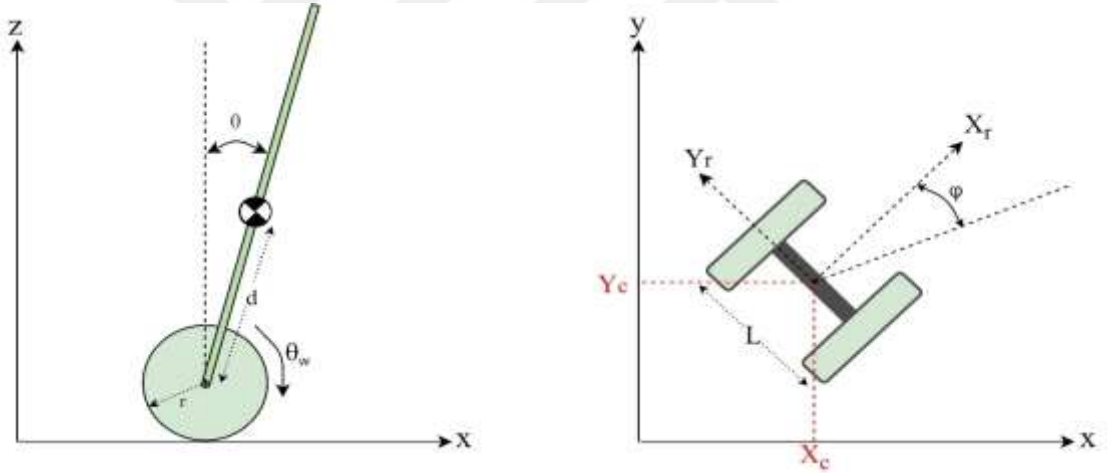
Şekil 15. İki Tekerli Denge Robotunun Diyagramı

3.7.1. Kinematik Model

Kinematik model, bir sistemdeki nesnelerin hareketini tanımlayan, ancak kuvvet ve hareket denklemleri içermeyen bir matematiksel modeldir. Kinematik model elde edilirken geliştirilmiş koordinatlar kullanılır. Sisteme ait şema ve geliştirilmiş koordinatlar Şekil 16'da görülmektedir. Sisteme ait geliştirilmiş koordinatlar aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$q = [X_c \ Y_c \ \varphi \ \theta \ \theta_R \ \theta_L]^T \quad (3.7.1)$$

Burada X_c , kütle merkezinin x eksenindeki konumunu, Y_c kütle merkezinin y eksenindeki konumunu, φ hareket doğrultusunun x-y düzlemindeki açısını, θ ise gövdenin z eksenini yaptığı açıyı ifade etmektedir.



Şekil 16. TWSBR Sisteminin Şematığı ve Genelleştirilmiş Koordinatlar

Robotun yanal kayma yapmadığını kabul edersek robotun hareketine ait kısıt denklemi

$$\dot{y} \cos\varphi - \dot{x} \sin\varphi = 0 \quad (3.7.2)$$

şeklinde bulunacaktır. Bununla birlikte tekerlerin sadece dönme hareketi yaptığını kabul edebiliriz. $l = L/2$ tanımı yapılırsa diğer kısıt denklemleri,

$$\begin{aligned} \dot{x} \cos\varphi - \dot{y} \sin\varphi + l\dot{\varphi} - r\dot{\theta}_r &= 0 \\ \dot{x} \cos\varphi - \dot{y} \sin\varphi - l\dot{\varphi} - r\dot{\theta}_l &= 0 \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

olarak elde edilecektir. θ_r ve θ_l tekerlerin açısai yer değıştirme değeriini ifade etmektedir. Bu bilgiler ile Denklem (3.7.3) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir,

$$\begin{aligned} v + l\omega &= r\dot{\theta}_r \\ v - l\omega &= r\dot{\theta}_l \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

Kinematik bağıntıyı elde etmek için denklemler düzenlenirse,

$$\begin{aligned} v &= \dot{x} \cos\varphi + \dot{y} \sin\varphi \\ \omega &= \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (3.7.5)$$

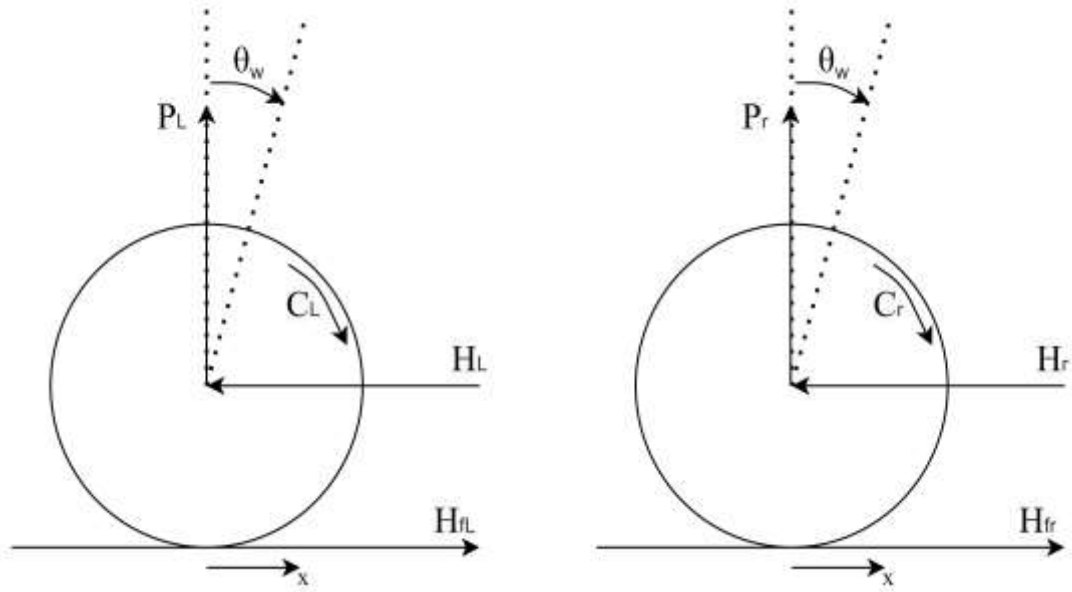
$v = (V_r + V_l)/2$ ve $\omega = (V_r - V_l)/L$ olmak üzere kinematik bağıntı matris formunda şu şekilde elde edilecektir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 \\ \sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.7.6)$$

3.7.2. Dinamik Model

Sistemin dinamik modeli için Junfeng ve Wanying'in sunduğı model kullanılmıştır (Junfeng ve Wanying 2011b). Robotun ileri yönlü hız ve konumu sırasıyla \dot{x} ve x ile ifade edilir. Aynı zamanda robotun dikey eksenindeki (pitch) açısai hızı ve konumu $\dot{\theta}$ ve θ . Robotun kendi eksenine yaptığı (yaw) hareketine ait açısai hız ve konumu $\dot{\varphi}$ ve φ olarak ifade edilecektir. M_p gövde ağırlığını ve M_r teker ağırlığlarına, R tekerlek çapına ve D tekerlekler arası mesafeye ve L sarkaç kütle merkezinin gövdeye olan uzaklığına karşılık gelmektedir.

şekil 17.'de tekerlerin serbest cisim diyagramı görölmektedir. Buna göre sol ve sağ tekerlere ait denklemler şu şekilde elde edilecektir,



Şekil 17. Tekerlerin Serbest Cisim Diyagramı

$$\sum F_x = ma$$

$$M_w \ddot{x}_l = H_{fl} - H_l$$

$$M_w \ddot{x}_l = H_{fl} - H_l$$

$$\sum M = J\alpha$$

$$J_w \ddot{\theta}_l = C_l - H_{fl}R$$

$$\frac{J_w}{R} \ddot{x}_l = C_l - H_{fl}R$$

(3.7.7)

$$\sum F_x = ma$$

$$M_w \ddot{x}_r = H_{fr} - H_r$$

$$M_w \ddot{x}_r = H_{fr} - H_r$$

$$\sum M = J\alpha$$

$$J_w \ddot{\theta}_r = C_r - H_{fr}R$$

$$\frac{J_w}{R} \ddot{x}_r = C_r - H_{fr}R$$

(3.7.8)

Sarkaç denge noktasına ait koordinat ifadesi olan x_p, y_p olmak üzere hız ifadeleri \dot{x}_p, \dot{y}_p ve $\dot{\phi}$ şu şekilde olacaktır,

$$\begin{aligned}
 x_p &= x + d \sin\theta \\
 y_p &= d \cos\theta \\
 \dot{y}_p &= -\dot{\theta} d \sin\theta \\
 \dot{x}_p &= \dot{\theta} d \cos\theta + \frac{x_r + x_l}{2} \\
 \dot{\phi} &= \frac{x_r + x_l}{L}
 \end{aligned} \tag{3.7.9}$$

Gövdeye ait dinamik denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilecektir.

$$\begin{aligned}
 M_p \ddot{x}_p &= (H_l + H_r) + f_p \\
 J_p \ddot{\theta} &= (P_l + P_r) d \sin\theta - (H_l + H_r) d \cos\theta - (C_l + C_r) \\
 M_p \ddot{y}_p &= P_l + P_r - M_p g + f_\theta \\
 J_\varphi \ddot{\phi} &= \frac{L}{2} (H_l - H_r)
 \end{aligned} \tag{3.7.10}$$

Yukarıdaki denklemlerde gösterilen H_l, H_r, P_l, P_r değerleri, serbest cisimler arasındaki tepki kuvvetlerini ifade eder. M_p gövde ağırlığına, C_l ve C_r ise tekerlek torklarına karşılık gelmektedir. J_p ve J_φ değerleri sırasıyla; sarkaç denge noktasının z eksenine göre atalet momenti ve gövdenin y eksenine göre atalet momentini ifade etmektedir. Denklem (3.7.10)'daki ifadeler $\theta = 0, x_r = 0, \varphi = 0$ etrafında $\sin\theta = \theta, \cos\theta = 1$ şeklinde lineerleştirilirse, durum-uzay modeli şu şekilde ifade edilebilir,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_r \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ x_r \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \varphi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \\ 0 \\ B_4 \\ 0 \\ B_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_l \\ C_r \end{bmatrix} \tag{3.7.11}$$

Elde edilen dinamik modelde denkleminde sağ ve sol tekerlere uygulanan tork ifadeleri aşağıdaki gibi bulunacaktır.

$$\begin{bmatrix} C_l \\ C_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\theta \\ C_\phi \end{bmatrix} \quad (3.7.12)$$

Sistemin dinamik denkleminin olan (3.7.11)'deki değişkenler şu şekilde ifade edilebilir,

$$A_{23} = g \left(1 - \frac{4}{3} d \frac{M_p}{X} \right), \quad A_{43} = g \frac{M_p}{X}$$

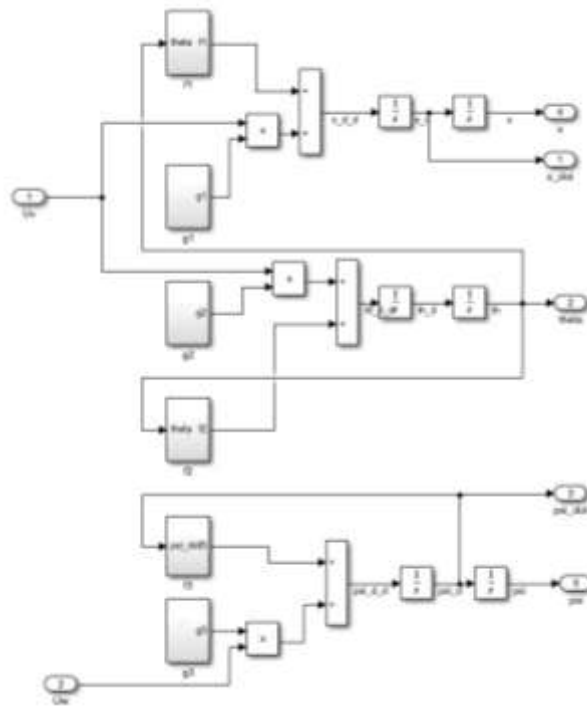
$$B_2 = \frac{4dY}{3X} - \frac{1}{M_p d}, \quad B_4 = -\frac{Y}{X}$$

$$B_6 = \frac{6}{(9M_r + M_p)R d}$$

(3.7.13)

$$X = \frac{1}{3} \frac{M_p(M_p + 6M_r)d}{(M_p + \frac{3}{2}M_r)R}, \quad Y = \frac{1}{d} + \frac{M_p}{M_p + \frac{3}{2}M_r}$$

Sistemin blok diyagramı Şekil 18'deki gibidir.



Şekil 18. İki tekerlekli denge robotu sisteminin blok diyagramı

3.8. Kontrolcü Tasarımı

Bu başlık altında sırasıyla Kinematik Kontrolcü, Klasik Kayan Kipli Kontrolcü, Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü, İntegral Kayan Kipli Kontrolcü, LQR ve PID kontrolcü tasarımları gerçekleştirilecektir.

3.8.1. Kinematik Kontrolcü

Lieratürde çeşitli kinematik kontrolcü tasarımları bulunmaktadır. Tezde, Martins ve arkadaşlarının sunduğu kinematik kontrolcü kullanılmıştır (Martins, Sarcinelli-Filho, ve Carelli 2017). Kinematik kontrolcü tasarlanırken kinematik model temel alınmaktadır. Denklem (3.7.6)'da elde ettiğimiz kinematik modelde $h = [x \ y]^T$ olarak tanımlarsak denklemi aşağıdaki formda yeniden yazabiliriz,

$$\dot{h} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -d \sin\varphi \\ \sin\varphi & d \cos\varphi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.8.1)$$

Sistemin ters kinematik ifadesi A 'nın ters matrisi kullanılarak şu şekilde elde edilebilir

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\frac{1}{d} \sin\varphi & \frac{1}{d} \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (3.8.2)$$

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\frac{1}{d} \sin\varphi & \frac{1}{d} \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (3.8.3)$$

İstenilen yörünge koordinatları x_d ve y_d , kontrolcü kazancı $k_x, k_y > 0$, satürasyon sabiti $I_x, I_y \in \mathbb{R}$ olmak üzere kinematik kontrolcü tasarımı aşağıdaki gibi elde edebiliriz,

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x_d - x \\ \tilde{y} &= y_d - y \end{aligned} \quad (3.8.4)$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ \omega_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\frac{1}{d} \sin\varphi & \frac{1}{d} \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d + I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ \dot{y}_d + I_y \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} \quad (3.8.5)$$

Kinematik kontrolcü, konum hatalarına karşılık istenilen hız çıktıları olan v_d ve ω_d değerlerini üretmektedir. Kontrolcü denklemindeki \tanh ifadesi, aktüatörlerin büyük konum hataları yüzünden satürasyona gitmesini önlemek amacıyla hız değerlerini sınırlamak için kullanılmaktadır.

Kontrolcünün kararlılık analizi yapılırken Denklem (3.8.3) ve (3.8.5)'deki hız ifadelerinin birbirine eşit olduğu kabulüne dayanır. $\omega = \omega_d$, $v = v_d$ kabulü yapılırsa şu kapalı çevrim denklemi elde ederiz (Martins vd. 2008).

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_x & 0 \\ 0 & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ \tanh\left(\frac{k_y}{y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8.6)$$

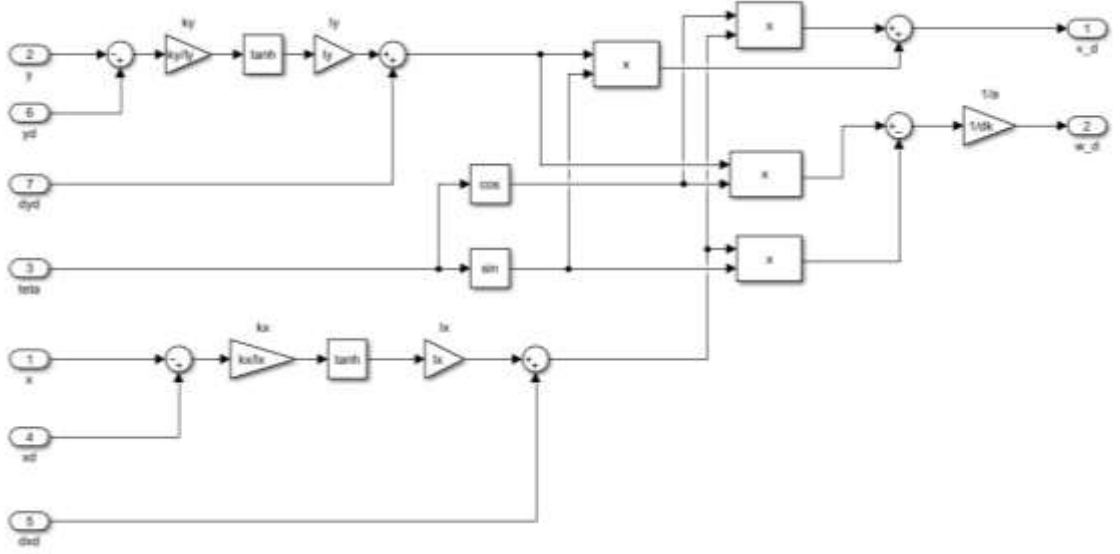
Hata vektörünü $\dot{\tilde{h}} = [\tilde{x} \ \tilde{y}]^T$ olarak tanımlarsak Denklem (3.8.6) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\dot{\tilde{h}} = - \begin{bmatrix} I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) & I_y \tanh\left(\frac{k_y}{y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix}^T \quad (3.8.7)$$

Kararlılık analizinin bu aşamasında Lyapunov fonksiyonuna ihtiyaç vardır. Lyapunov fonksiyonu $V = \frac{1}{2} \tilde{h}^T \tilde{h} > 0$ olarak tanımlanabilir. Kontrolcünün kararlı olabilmesi için $\dot{V} = \frac{1}{2} \tilde{h}^T \dot{\tilde{h}} < 0$ eşitsizliğinin sağlanması gereklidir.

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \tilde{h}^T \dot{\tilde{h}} = -\tilde{x} I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) - \tilde{y} I_y \tanh\left(\frac{k_y}{y} \tilde{y}\right) < 0 \quad (3.8.8)$$

(3.8.8)'de elde edilen denklem incelenirse, kullanılacak olan kinematik kontrolcünün $t \rightarrow \infty$ iken $\tilde{x} = 0$, $\tilde{y} = 0$ değerlerine ulaştığı yani diğer bir deyişle orijinde asimptotik kararlılığa sahip olduğu görülecektir. Kinematik kontrolcünün blok diyagramı Şekil 19'da gösterilmiştir.



Şekil 19. Kinematik kontrolcü blok diyagramı

3.8.2. Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımının Temelleri

Kayan kipli kontrolcü tasarımı yapılırken sistemin dinamik modeli baz alınmaktadır. Denklem (3.7.11)'de elde edilen dinamik model, $f_1 = A_{23}$, $f_2 = A_{43}$, $f_3 = \dot{\varphi}$, $g_1 = B_2$, $g_2 = B_4$, $g_3 = B_6$, $T_v = C_\theta$, $T_\omega = C_\varphi$ tanımlamaları yapılarak şu şekilde yeniden yazılabilir,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_1\theta + g_1T_v \\ \ddot{\theta}_p &= f_2\theta + g_2T_v \\ \ddot{\varphi} &= f_3 + g_3T_\omega \end{aligned} \quad (3.8.9)$$

TWSBR yörünge takibinde kontrol edilmek istenen 3 parametre bulunmaktadır. Problemimiz için bu parametreler x , θ_p ve φ olarak ifade edilebilir. x ve θ_p parametreleri robotun x eksenindeki hızı ile, φ parametresi ise robotun z eksenindeki açısal hızı ile ilişkilidir. Bu bağlamda robotun hata denklemleri $e_1 = x - x_d$, $e_2 = \dot{x} - \dot{x}_d$, $e_3 = \theta - \theta_d$, $e_4 = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$, $e_5 = \varphi - \varphi_d$, $e_5 = \dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d$ şeklinde elde edilecektir. Hata dinamikleri,

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= e_2 \\
\dot{e}_2 &= \ddot{x} - \ddot{x}_d = u_{v1} - \ddot{x}_d \\
\dot{e}_3 &= e_4 \\
\dot{e}_4 &= \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d = u_{v2} - \ddot{\theta}_d \\
\dot{e}_5 &= e_6 \\
\dot{e}_6 &= \ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_d = u_\omega - \ddot{\varphi}_d
\end{aligned} \tag{3.8.10}$$

Kayan kipli kontrolcü tasarımında hata dinamiklerinin belirlenmesinden sonra kayma yüzeylerinin oluşturulması ve kararlılık analizlerinin yapılması gerekmektedir. Bu noktada, tezde ele alınan farklı tip KKK yöntemleri için farklı kayma yüzeylerinin tasarımı ve kararlılık analizleri gerçekleştirilecektir.

3.8.3. Klasik Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı

Klasik kayan kipli kontrolcü (KKK) literatürde Conventional Sliding Mode Controller (CSMC) ya da Sliding Mode Controller (SMC) olarak bilinmektedir. En sık kullanılan KKK türlerinden biridir. $c_1, c_2, c_3 > 0$ olmak üzere CSMC'nin $t \rightarrow \infty$ iken e_1, e_2 ve e_3 hatalarını sıfıra götürecek kayma yüzeyleri,

$$\begin{aligned}
s_1 &= c_1 e_1 + e_2 \\
s_2 &= c_2 e_3 + e_4 \\
s_3 &= c_3 e_5 + e_6
\end{aligned} \tag{3.8.11}$$

şeklinde tasarlanabilir. Kayan kip kontrol teorisinde kontrolcü sinyali, anahtarlama fonksiyonu ve eşdeğer kontrol fonksiyonundan oluşur. Bu bilgi ışığında kontrolcülerin genel denklemini şu şekilde yazabiliriz,

$$\begin{aligned}
u_{v1} &= u_{v_{eq1}} + u_{v_{sw1}} \\
u_{v2} &= u_{v_{eq2}} + u_{v_{sw2}} \\
u_\omega &= u_{\omega_{eq}} + u_{\omega_{sw}}
\end{aligned} \tag{3.8.12}$$

Eşdeğer kontrol sinyalini ve anahtarlama fonksiyonunu bulabilmek için Denklem (3.8.11)'ün türevi alınır ve Denklem (3.8.10) kullanılarak aşağıdaki gibi yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
\dot{s}_1 &= c_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2 = u_{v1} - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_1 \\
\dot{s}_2 &= c_2 \dot{e}_3 + \dot{e}_4 = u_{v2} - \ddot{\theta}_d + c_2 \dot{e}_3 \\
\dot{s}_3 &= c_3 \dot{e}_5 + \dot{e}_6 = u_\omega - \ddot{\varphi}_d + c_3 \dot{e}_5
\end{aligned} \tag{3.8.13}$$

Elde ettiğimiz denklemlerdeki $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3$ ifadeleri, anahtarlama fonksiyonu olan $sgn(s)$ terimine karşılık gelmektedir. $\eta_1, \eta_2, \eta_3 > 0$ olmak üzere kontrolcülerin anahtarlama fonksiyonları,

$$\begin{aligned} u_{v_{sw1}} &= \dot{s}_1 = -\eta_1 sgn(s_1) \\ u_{v_{sw2}} &= \dot{s}_2 = -\eta_2 sgn(s_2) \\ u_{\omega_{sw}} &= \dot{s}_3 = -\eta_3 sgn(s_3) \end{aligned} \quad (3.8.14)$$

şeklinde bulunacaktır. Kontrolcülerin eşdeğer kontrol sinyalini elde etmek için $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3 = 0$ olduğu, yani sistemin kayma kipine geçtiği bölgenin incelenmesi gerekir. Bunun için Denklem (3.8.13) kullanılarak,

$$\begin{aligned} c_1 \dot{e}_1 + \ddot{x} - \ddot{x}_d &= 0 \\ c_1 \dot{e}_1 + f_1 \theta + g_1 T_v - \ddot{x}_d &= 0 \\ u_{v_{eq1}} &= \frac{\ddot{x}_d - c_1 \dot{e}_1 - f_1 \theta}{g_1} \end{aligned} \quad (3.8.15)$$

$$\begin{aligned} c_2 \dot{e}_3 + \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d &= 0 \\ c_2 \dot{e}_3 + f_2 \theta + g_2 T_v - \ddot{\theta}_d &= 0 \\ u_{v_{eq2}} &= \frac{\ddot{\theta}_d - c_2 \dot{e}_3 - f_2 \theta}{g_2} \end{aligned} \quad (3.8.16)$$

$$\begin{aligned} c_3 \dot{e}_5 + \ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_d &= 0 \\ c_3 \dot{e}_5 + f_3 \varphi + g_3 T_\omega - \ddot{\varphi}_d &= 0 \\ u_{\omega_{eq}} &= \frac{\ddot{\varphi}_d - c_3 \dot{e}_5 - f_3 \varphi}{g_3} \end{aligned} \quad (3.8.17)$$

Denklem (3.8.13)'teki $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3$ ifadeleri (3.8.14) kullanılarak şu şekilde yeniden düzenlenebilir,

$$\begin{aligned} u_{v1} &= \ddot{x}_d - c_1 \dot{e}_1 - \eta_1 sgn(s_1) \\ u_{v2} &= \ddot{\theta}_d - c_2 \dot{e}_3 - \eta_2 sgn(s_2) \\ u_\omega &= \ddot{\varphi}_d - c_3 \dot{e}_5 - \eta_3 sgn(s_3) \end{aligned} \quad (3.8.18)$$

Son aşamada Denklem (3.8.9) ve Denklem (3.8.18) kullanılarak kontrol giriş sinyalleri şu şekilde elde edilecektir.

$$\begin{aligned}
T_{v1} &= \frac{u_{v1} - f_1 \theta}{g_1} \\
T_{v2} &= \frac{u_{v2} - f_2 \theta}{g_2} \\
T_\omega &= \frac{u_\omega - f_3 \dot{\psi}}{g_3}
\end{aligned} \tag{3.8.19}$$

Kontrol girişleri T_{v1} ve T_{v2} sırasıyla; robotun yörüngesel hareketindeki X_C parametresini ve robotun dikey eksenindeki dengesini kontrol etmektedir. Kontrol girişi T_ω ise robotun yörüngesel hareketindeki Y_C parametresini kontrol etmektedir. $T_v = k_{V_{CSMC}}(T_{v2} - T_{v1})$ ve $T_\omega = k_{\omega_{CSMC}} T_\omega$ ifade edilebilir ve $k_{V_{CSMC}}$ ve $k_{\omega_{CSMC}}$ kontrolcü kazancı sabitleridir. Kontrol girişlerinin bulunmasını ardından elde ettiğimiz kontrol denklemlerine kararlılık analizinin yapılması gerekmektedir. Lyapunov kararlılık kuramına göre bir sistemin kararlılığı $\dot{V} \leq 0$ ve $\lim_{|s| \rightarrow \infty} V = \infty$ koşullarına bağlı olarak incelenebilmektedir. Kararlılık analizi yapmak için Lyapunov fonksiyonlarını şu şekilde yazabiliriz,

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{2} s_1^2 \\
V_2 &= \frac{1}{2} s_2^2 \\
V_3 &= \frac{1}{2} s_3^2
\end{aligned} \tag{3.8.20}$$

Lyapunov fonksiyonlarının türevi alınırsa,

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= s_1 \dot{s}_1 = s_1(\ddot{x} - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_1) = -\eta_1 |s_1| \leq 0 \\
\dot{V}_2 &= s_2 \dot{s}_2 = s_2(\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d + c_2 \dot{e}_3) = -\eta_2 |s_2| \leq 0 \\
\dot{V}_3 &= s_3 \dot{s}_3 = s_3(\ddot{\psi} - \ddot{\psi}_d + c_3 \dot{e}_5) = -\eta_3 |s_3| \leq 0
\end{aligned} \tag{3.8.21}$$

Elde ettiğimiz denklemler incelenirse Lyapunov teoreminin sağlandığı görülmektedir. Diğer bir deyişle $t \rightarrow \infty$ iken e_1, e_2 ve e_3 hataları sifira yakınsayacaktır. Klasik KKK yönteminin blok diyagramı ve kontrol şeması Şekil 20 ve 21'de verilmiştir.

$k_1, k_2 > 0$ olmak üzere katman ağırlıklarına karşılık gelmektedir. s_1 ve s_2 iki farklı kayma yüzeyini ifade etmektedir ve sırasıyla X_C ve θ_p parametrelerini kontrol etmeye yönelik tasarlanmıştır. X_C ve θ_p parametreleri doğrusal hız ile doğrudan ilişkilidir. Bu nedenle Denklem (3.8.22)'teki gibi farklı ağırlıklar kullanılarak tek bir kayma yüzeyi elde edilebilir. Kayma yüzeylerinin türevini alırsak,

$$\begin{aligned}\dot{S}_1 &= k_1(u_{v1} - \ddot{x}_d + c_1\dot{e}_1) + k_2(u_{v2} - \ddot{\theta}_d + c_2\dot{e}_3) \\ \dot{S}_2 &= u_\omega - \ddot{\varphi}_d + c_3\dot{e}_5\end{aligned}\quad (3.8.23)$$

Elde ettiğimiz denklemlerdeki \dot{S}_1, \dot{S}_2 ifadeleri, anahtarlama fonksiyonu olan $sgn(s)$ terimine karşılık gelmektedir. $\eta_1, \eta_3 > 0$ olmak üzere kontrolcülerin anahtarlama fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned}u_{v_{sw}} &= \dot{S}_1 = -\eta_1 sgn(S_1) \\ u_{\omega_{sw}} &= \dot{S}_2 = -\eta_3 sgn(S_2)\end{aligned}\quad (3.8.24)$$

Kontrolcülerin eşdeğer kontrol sinyalini elde etmek için $\dot{S}_1, \dot{S}_2 = 0$ olduğu, yani sistemin kayma kipine geçtiği bölgenin incelenmesi gerekir. Bunun için Denklem (3.8.23) kullanılarak,

$$\begin{aligned}k_1c_1\dot{e}_1 + k_1\ddot{x} - k_1\ddot{x}_d + k_2c_2\dot{e}_3 + k_2\ddot{\theta} - k_2\ddot{\theta}_d &= 0 \\ k_1c_1\dot{e}_1 + k_1(f_1\theta + g_1T_v) - k_1\ddot{x}_d + k_2c_1\dot{e}_3 + k_1(f_2\theta + g_2T_v) - k_2\ddot{\theta}_d &= 0 \\ u_{v_{eq}} &= \frac{k_1\ddot{x}_d + k_2\ddot{\theta} - k_1c_1\dot{e}_1 - k_2c_1\dot{e}_3 - k_1f_1\theta}{k_1g_1}\end{aligned}\quad (3.8.25)$$

$$\begin{aligned}c_3\dot{e}_5 + \ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_d &= 0 \\ c_3\dot{e}_5 + f_3\varphi + g_3T_\omega - \ddot{\varphi}_d &= 0 \\ u_{\omega_{eq}} &= \frac{\ddot{\varphi}_d - c_3\dot{e}_5 - f_3\varphi}{g_3}\end{aligned}\quad (3.8.26)$$

Şeklinde elde edilecektir. Denklem (3.8.23)'teki $\dot{S}_1, \dot{S}_2, \dot{S}_3$ ifadeleri (3.8.24) kullanılarak ve $u_v = k_1u_{v1} + k_2u_{v2}$ tanımlaması ile şu şekilde yeniden düzenlenebilir,

$$\begin{aligned} u_v &= k_1 \ddot{x}_d - k_1 c_1 \dot{e}_1 + k_2 \ddot{\theta}_d - k_2 c_2 \dot{e}_3 - \eta_1 \operatorname{sgn}(S_1) \\ u_\omega &= \dot{\varphi}_d - c_3 \dot{e}_5 - \eta_3 \operatorname{sgn}(S_2) \end{aligned} \quad (3.8.27)$$

Son aşamada Denklem (3.8.10) ve Denklem (3.8.27) kullanılarak kontrol giriş sinyalleri şu şekilde elde edilecektir.

$$\begin{aligned} T_v &= \frac{u_v - f_1 \theta - f_2 \dot{\theta}}{k_1 g_1 + k_2 g_2} \\ T_\omega &= \frac{u_\omega - f_3 \dot{\varphi}}{g_3} \end{aligned} \quad (3.8.28)$$

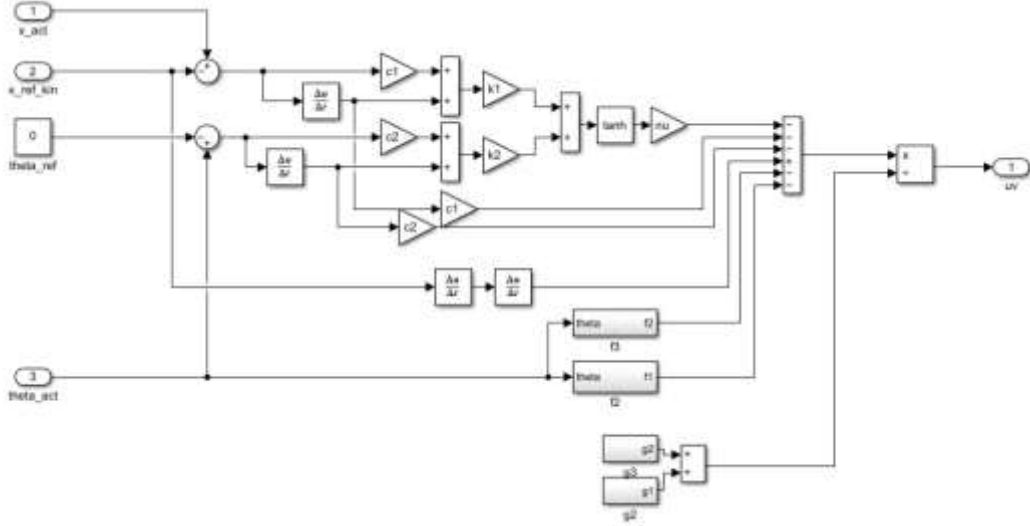
$T_v = k_{V_{HSMC}} T_{v2}$ ve $T_\omega = k_{\omega_{HSMC}} T_\omega$ ifade edilebilir ve $k_{V_{HSMC}}$ ve $k_{\omega_{HSMC}}$ kontrolcü kazancı sabitleridir. Kararlılık analizi yapmak için Lyapunov fonksiyonlarını şu şekilde yazabiliriz,

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} S_1^2 \\ V_2 &= \frac{1}{2} S_2^2 \end{aligned} \quad (3.8.29)$$

Lyapunov fonksiyonlarının türevi alınır,

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= S_1 \dot{S}_1 = S_1 (k_1 (\ddot{x} - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_1) + k_2 (\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d + c_2 \dot{e}_3)) = -\eta_1 |S_1| \leq 0 \\ \dot{V}_2 &= S_2 \dot{S}_2 = S_2 (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_d + c_3 \dot{e}_5) = -\eta_3 |S_2| \leq 0 \end{aligned} \quad (3.8.30)$$

Elde edilen denklemler incelenirse Lyapunov teoreminin sağlandığı görülmektedir. Diğer bir deyişle $t \rightarrow \infty$ iken e_1, e_2 ve e_3 hataları sıfıra yakınsayacaktır. Şekil 22'de HKKK yönteminin kontrol şeması verilmiştir



Şekil 22. HKKK kontrol şeması

3.8.5. İntegral Kayan Kipli Kontrolcü Tasarımı

İntegral KKK (IKKK) yöntemi, yapısında bulunan integral terimi sayesinde ulaşma kipini ortadan kaldırarak, hareketi doğrudan kayma kipinden başlatır. Bu durum kararlılığı ve gürbüzlüğü artırmaktadır (Utkin ve Shi 1996). k_{i_1} , k_{i_2} ve k_{i_3} integral kazançları olmak üzere, IKKK için integral terimini şu şekilde tanımlayabiliriz,

$$\begin{aligned} Z_1 &= -k_{i_1} \int (c_1 e_1 + e_2) \\ Z_2 &= -k_{i_2} \int (c_2 e_3 + e_4) \\ Z_3 &= -k_{i_3} \int (c_3 e_5 + e_6) \end{aligned} \quad (3.8.31)$$

İntegral terimleri kullanılarak kayma yüzeyleri

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1 e_1 + e_2 - Z_1 \\ s_2 &= c_2 e_3 + e_4 - Z_2 \\ s_3 &= c_3 e_5 + e_6 - Z_3 \end{aligned} \quad (3.8.32)$$

şeklinde bulunacaktır. Eşdeğer kontrol sinyalini ve anahtarlama fonksiyonunu bulabilmek için Denklem (3.8.32)'ün türevi alınır ve Denklem (3.8.10) kullanılarak aşağıdaki gibi yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
\dot{s}_1 &= c_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2 - k_{i_1}(c_1 e_1 + e_2) = u_{v1} - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_1 + k_{i_1}(c_1 e_1 + e_2) \\
\dot{s}_2 &= c_2 \dot{e}_3 + \dot{e}_4 - k_{i_2}(c_2 e_3 + e_4) = u_{v2} - \ddot{\theta}_d + c_2 \dot{e}_3 + k_{i_2}(c_2 e_3 + e_4) \\
\dot{s}_3 &= c_3 \dot{e}_5 + \dot{e}_6 - k_{i_3}(c_3 e_5 + e_6) = u_\omega - \ddot{\varphi}_d + c_3 \dot{e}_5 + k_{i_3}(c_3 e_5 + e_6)
\end{aligned} \tag{3.8.33}$$

Elde ettiğimiz denklemlerdeki $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3$ ifadeleri, anahtarlama fonksiyonu olan $sgn(s)$ terimine karşılık gelmektedir. $\eta_1, \eta_2, \eta_3 > 0$ olmak üzere kontrolcülerin anahtarlama fonksiyonları,

$$\begin{aligned}
u_{v_{sw1}} &= \dot{s}_1 = -\eta_1 sgn(s_1) \\
u_{v_{sw2}} &= \dot{s}_2 = -\eta_2 sgn(s_2) \\
u_{\omega_{sw}} &= \dot{s}_3 = -\eta_3 sgn(s_3)
\end{aligned} \tag{3.8.34}$$

şeklinde bulunacaktır. Kontrolcülerin eşdeğer kontrol sinyalini elde etmek için $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3 = 0$ olduğu, yani sistemin kayma kipine geçtiği bölgenin incelenmesi gerekir. Bunun için Denklem (3.8.32) kullanılarak,

$$\begin{aligned}
c_1 \dot{e}_1 + k_{i_1}(c_1 e_1 + e_2) + \ddot{x} - \ddot{x}_d &= 0 \\
c_1 \dot{e}_1 + k_{i_1}(c_1 e_1 + e_2) + f_1 \theta + g_1 T_v - \ddot{x}_d &= 0 \\
u_{v_{eq1}} &= \frac{\ddot{x}_d - c_1 \dot{e}_1 - k_{i_1}(c_1 e_1 + e_2) - f_1 \theta}{g_1}
\end{aligned} \tag{3.8.35}$$

$$\begin{aligned}
c_2 \dot{e}_3 + k_{i_2}(c_2 e_3 + e_4) + \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d &= 0 \\
c_2 \dot{e}_3 + k_{i_2}(c_2 e_3 + e_4) + f_2 \theta + g_2 T_v - \ddot{\theta}_d &= 0 \\
u_{v_{eq2}} &= \frac{\ddot{\theta}_d - c_2 \dot{e}_3 - k_{i_2}(c_2 e_3 + e_4) - f_2 \theta}{g_2}
\end{aligned} \tag{3.8.36}$$

$$\begin{aligned}
c_3 \dot{e}_5 + k_{i_3}(c_3 e_5 + e_6) + \ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_d &= 0 \\
c_3 \dot{e}_5 + k_{i_3}(c_3 e_5 + e_6) + f_3 \varphi + g_3 T_\omega - \ddot{\varphi}_d &= 0 \\
u_{\omega_{eq}} &= \frac{\ddot{\varphi}_d - c_3 \dot{e}_5 - k_{i_3}(c_3 e_5 + e_6) - f_3 \varphi}{g_3}
\end{aligned} \tag{3.8.37}$$

Denklem (3.8.32)'teki $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3$ ifadeleri (3.8.33) kullanılarak şu şekilde yeniden düzenlenebilir,

$$\begin{aligned}
u_{v1} &= \ddot{x}_d - c_1 \dot{e}_1 - k_{i_1}(c_1 e_1 + e_2) - \eta_1 sgn(s_1) \\
u_{v2} &= \ddot{\theta}_d - c_2 \dot{e}_3 - k_{i_2}(c_2 e_3 + e_4) - \eta_2 sgn(s_2) \\
u_\omega &= \ddot{\varphi}_d - c_3 \dot{e}_5 - k_{i_3}(c_3 e_5 + e_6) - \eta_3 sgn(s_3)
\end{aligned} \tag{3.8.38}$$

Denklem (3.8.10) ve Denklem (3.8.18) kullanılarak kontrol giriş sinyalleri şu şekilde elde edilecektir.

$$\begin{aligned}
T_{v1} &= \frac{u_{v1} - f_1 \theta}{g_1} \\
T_{v2} &= \frac{u_{v2} - f_2 \theta}{g_2} \\
T_\omega &= \frac{u_\omega - f_3 \dot{\psi}}{g_3}
\end{aligned} \tag{3.8.39}$$

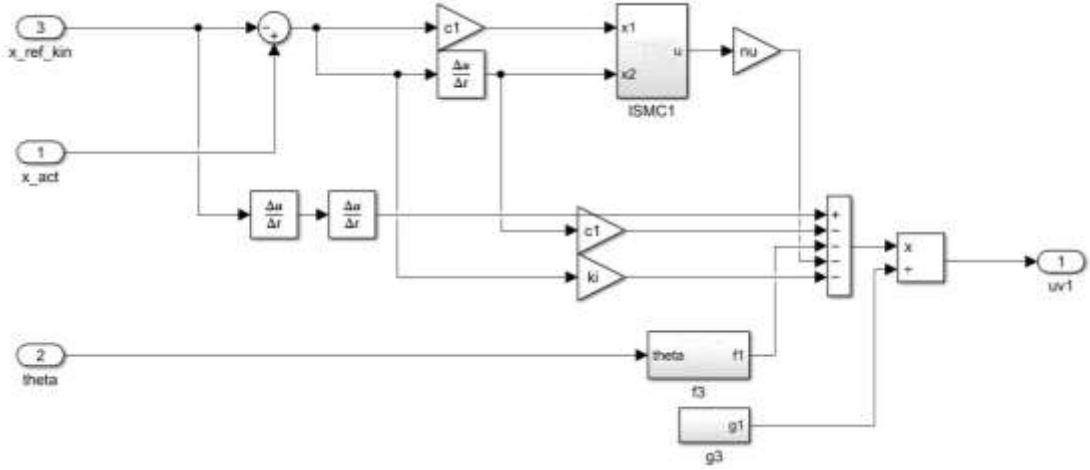
$T_v = k_{VISM C}(T_{v2} - T_{v1})$ ve $T_\omega = k_{\omega ISM C} T_\omega$ ifade edilebilir ve $k_{VISM C}$ ve $k_{\omega ISM C}$ kontrolcü kazancı sabitleridir. Kontrol girişlerinin bulunmasını ardından elde ettiğimiz kontrol denklemlerine kararlılık analizi yapmak için Lyapunov fonksiyonlarını şu şekilde yazabiliriz,

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{2} s_1^2 \\
V_2 &= \frac{1}{2} s_2^2 \\
V_3 &= \frac{1}{2} s_3^2
\end{aligned} \tag{3.8.40}$$

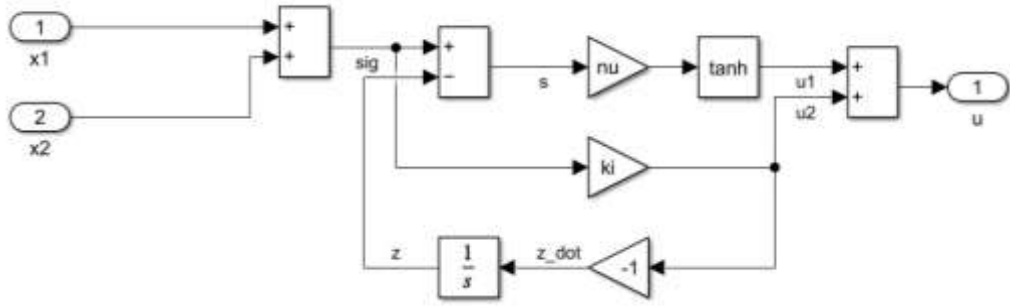
Lyapunov fonksiyonlarının türevi alınır,

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= s_1 \dot{s}_1 = s_1 (u_{v1} - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_1 + k_{i_1} (c_1 e_1 + e_2)) = -\eta_1 |s_1| \leq 0 \\
\dot{V}_2 &= s_2 \dot{s}_2 = s_2 (u_{v2} - \ddot{\theta}_d + c_2 \dot{e}_3 + k_{i_2} (c_2 e_3 + e_4)) = -\eta_2 |s_2| \leq 0 \\
\dot{V}_3 &= s_3 \dot{s}_3 = s_3 (u_\omega - \ddot{\psi}_d + c_3 \dot{e}_5 + k_{i_3} (c_3 e_5 + e_6)) = -\eta_3 |s_3| \leq 0
\end{aligned} \tag{3.8.41}$$

Elde ettiğimiz denklemler incelenirse Lyapunov teoreminin sağlandığı görülmektedir. Diğer bir deyişle $t \rightarrow \infty$ iken e_1, e_2 ve e_3 hataları sıfıra yakınsayacaktır. Şekil 23 ve 24'te IKKK yöntemine ait kontrol şeması ve kontrolcü yapısı gösterilmiştir.



Şekil 23. IKKK kontrol şeması



Şekil 24. IKKK kontrolcü bloğu

3.8.6. PID Kontrolcü Tasarımı

PID kontrolcü, “Proportional-Integral-Derivative” (Oransal-İntegral-Türevsel) kontrolcününün kısaltmasıdır. Tarihi 1800’lü yılların sonuna kadar uzanmaktadır. Pratik kullanımı ve uygulama alanının genişliği sayesinde günümüzde en çok tanınan ve kullanılan kontrolcüler arasındadır. PID kontrol, doğrusal sistemlerin kontrolünde oldukça başarılı sonuçlar verebilmektedir. PID kontrolcünün matematiksek gösterimi şu şekilde ifade edilebilir.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (3.8.42)$$

Burada $u(t)$ kontrol sinyalini, $e(t) = e_r - e_d$ hata sinyalini, K_p, K_i ve K_d ise sırasıyla oransal, integral ve türevsel kazançları ifade eder.

PID kontrolcü temel olarak üç bileşene sahiptir. Bu terimler oransal, integral ve türevsel olarak sıralanabilir. Oransal terim, mevcut hatanın büyüklüğüne doğru orantılı

bir kontrol sinyali üretir. İntegral terimi, hata değerinin integraline karşılık gelir ve toplam hatayı düzelten bir kontrol sinyali üretir. Türev terimi, hata değerinin türevine karşılık gelir ve hızlı değişen hatalara tepki veren bir kontrol sinyali üretir. Diğer bir deyişle oransal terim mevcut hatayı, integral terimi geçmiş hataların toplamını, türevsel terim ise gelecekteki hataların kestirimini ifade eder (Makalesi, Çakır, ve Tekin 2021).

Oransal terim (P), büyük hata değerlerine karşı güçlü kontrol sinyalleri üretilmesini sağlar. Oransal kontrol sistem cevabını hızlandırmasına karşın tek başına kullanıldığında sürekli hal hatalarına sebep olacaktır.

İntegral terimi (I), mevcut hatayı zaman içinde entegre eder. Kontrolcü integral terimi sayesinde zaman içinde biriken hatalara tepki verebilir. Aynı zamanda sürekli hal hatası varlığında kontrol sinyalini artırarak sistemin stabil hale gelmesine yardımcı olur.

Türev terimi (D), mevcut hatanın türevini kullanarak gelecekteki hatanın kestirilmesini sağlar. Türev terimi hatanın değişimi ile orantılı olarak kontrol sinyali üretir. İyi ayarlanmış türev terimi sistemdeki aşırı tepkilerin önüne geçer.

3.8.7. LQR Kontrolcü Tasarımı

“LQR (Linear Quadratic Regulator),” optimum kontrol teorisi altında incelenen ve günümüzde yaygın olarak kullanılan bir kontrolcü türüdür. Bu kontrolcü, model tabanlı bir yaklaşımı benimser. Temel olarak, LQR kontrolcüsü lineer dinamik sistemin davranışını belirli bir hedefe yönlendirmek amacıyla bir maliyet fonksiyonunu en aza indirmeye çalışır. Bu maliyet fonksiyonu genellikle bir karesel formda ifade edilir.

LQR kontrolcüsü model tabanlı bir kontrolcü olması nedeniyle sistem dinamiklerini içeren matematiksel bir modele ihtiyaç duyar. Kontrolcü genel olarak sistem değişkenleri, maliyet fonksiyonu ve ağırlık sabitleri kullanılarak tanımlanır. Temel hedef, maliyet fonksiyonunu en aza indiren matematiksel bir algoritma kullanarak kontrolcüye ait optimum kazanç matrisini bulmaktır. Bu algoritma, Riccati diferansiyel denkleminin çözümü olarak ortaya çıkan matematiksel hesaplamalara dayanır. Elde edilecek olan kazanç matrisi, kontrol sinyalinin karakteristiğini belirleyerek sistemi en iyi şekilde kontrol etmeyi amaçlar.

Sisteme ait durum-uzay modeli $\dot{x} = Ax + Bu$ olarak tanımlanır. Sistem değişkenlerinin kazanç matrisi ile çarpılması ile elde edilen kontrol sinyalini aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$u = -Kx \quad (3.8.43)$$

Bu ifadede K kazanç matrisini ifade etmektedir. Q pozitif yarı tanımlı bir matris ve R pozitif bir sabittir. Maliyet fonksiyonu,

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.8.44)$$

Şeklinde elde edilecektir. Temel amaç elde edilen maliyet fonksiyonunu en aza indirmektir. Bunun için uygun Q ve R parametreleri ile optimum çıktıyı verecek kazanç matrisi elde edilmelidir. K kazanç matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$K = R^{-1} B^T P \quad (3.8.45)$$

Bu ifadedeki P değeri Riccati denklemleri ile türetilmektedir ve matematiksel ifadesi şu şekildedir.

$$PA + A^T - PBR^{-1}P + Q = 0 \quad (3.8.46)$$

LQR kontrolcüsüne ait K parametresini bulmak için MATLAB uygulaması sıklıkla tercih edilmektedir ve oldukça etkili bir yöntemdir. LQR(A, B, Q, R) komutu sayesinde karmaşık hesapları hızlıca çözerek K kazancının elde edilmesini sağlamaktadır. Bunun için öncelikle A, B, Q ve R tanımlamalarının yapılması gerekmektedir. Sisteme ait A ve B matrisleri Denklem (3.7.11) de tanımlanmıştır ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8.47)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_6 \end{bmatrix} \quad (3.8.48)$$

Q ve R parametrelerin seçimi, kontrolcünün davranışını, kararlılığını ve performansını doğrudan etkiler. Bu parametreler; harcanacak enerji miktarı ile referansa ulaşma hızının ödünleşmesi ile seçilmektedir. Q matrisi referansa ulaşma hızı R parametresi ise işin maliyetini temsil eder.

Q matrisi, kontrolcünün performansını doğrudan etkiler ve durum değişkenlerinin önem sıralarını belirlemek için kullanılır. Büyük Q değerleri, ilgili olduğu durum değişkenlerini daha güçlü kontrol etmeye çalışır. Küçük Q değerleri ise ilgili durum değişkenlerine daha düşük ağırlık verilmesi emektir. Diğer bir deyişle küçük Q değerine sahip değişkenlerin kontrol sinyali üzerindeki etkisi daha azdır.

R matrisi, kontrol sinyalinin enerji maliyetini temsil eder. Genel anlamda kontrol sinyalinin gücü R değeri ile ters orantılı bir görünüm sergiler. Eğer R matrisi büyük seçilirse, kontrol sinyalinin enerjisi düşük olacaktır. Bu durum sistem cevabının yavaşlaması demektir. Eğer R matrisi küçük seçilirse kontrol sinyalinin enerjisi yüksek olacaktır. Sistem daha çok enerji tüketecek ve kontrolcü agresifleşecektir (Yaren vd. 2020).

Özetle;

- $Q > R$: Referansa ulaşma hızının enerji tüketiminden daha önemli olduğu durumlarda belirginleşir. Başka bir deyişle, hızlı sistem cevabı adına yapılan ödünleşmede, enerji tüketiminin önemi azalmış ve hızlı sistem cevabı önceliklendirilmiştir. Bu bağlamda, referansa hızlı ulaşmak için yapılan enerji tüketimi arttıkça, Q ve R arasındaki farkın aynı oranda büyüyeceği söylenebilir.
- $Q = R$: Enerji maliyeti ile referansa ulaşma hızı arasında eşit bir ödünleşme söz konusu olduğunda, bu duruma uygun bir seçim yapılabilir.
- $Q < R$: Enerji tüketiminin referansa ulaşma hızından daha önemli olduğu durumlarda belirginleşir. Enerji tüketiminin azaltılması önceliklendirilmiş ve hızlı sistem cevabının önemi azaltılmıştır. Diğer bir deyişle daha düşük enerji tüketimi için referansa ulaşma hızından ödün verilebileceği anlamına gelmektedir.

TWSBR ile yörünge takibi probleminde, robotun dikey eksenindeki açısı olan θ değişkeninin yüksek öncelikli olduğu görülecektir. Robotun x ve y koordinatlarındaki hareketi ile ilişkili olan değişkenler eşit öncelikli olarak ele alınmıştır. Sistemin referansa

ulaşma hızı ve enerji tüketimi ödünleşmesinde $Q > R$ durumu seçilmiştir. Bu bağlamda Q ve R parametreleri aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$Q = \begin{bmatrix} 750 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8.49)$$

$$R = 1$$

Bu durumda kazanç matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K = \begin{bmatrix} -27.39 & -51.26 & -334.45 & -23.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 1.1 \end{bmatrix} \quad (3.8.50)$$

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Tezde sunulan yöntemin gürbüzlüğü test edebilmek için farklı eşleşmiş bozucular ve parametre belirsizliklerini içeren 6 farklı senaryo kullanılmıştır.

Senaryo 1 → Eşleşmiş bozucu durumu, 0.1 Nm

Senaryo 2 → Eşleşmiş bozucu durumu, 0.3 Nm

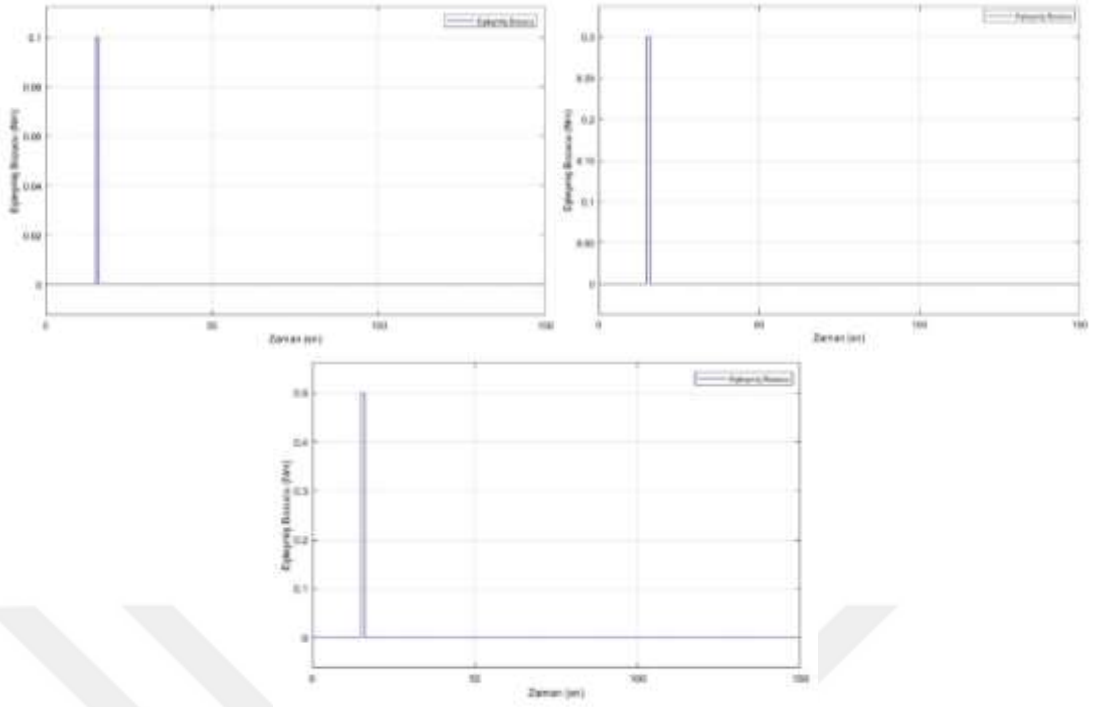
Senaryo 3 → Eşleşmiş bozucu durumu, 0.5 Nm

Senaryo 4 → Parametre belirsizliği durumu, $M_p=6$ kg

Senaryo 5 → Parametre belirsizliği durumu, $M_p=10$ kg

Senaryo 6 → Parametre belirsizliği durumu, $M_p=50$ kg

Bozucu sinyaller Şekil 25'te gösterilmiştir. Bozucu sinyaller sistemin T_v girişine uygulanmıştır. Sistem parametreleri $R = 0.1$ m, $L = 0.3$ m, $M_p = 3$ kg, $M_r = 0.5$ kg, $D = 0.45$ m, $g = 9.8$ m/s² şeklinde belirlenmiştir.



Şekil 25. Senaryo 1,2 ve 3'te kullanılan bozucular

Simülasyonlarda kullanılan Kinematik kontrolcü parametreleri aşağıdaki gibidir;

KKK yaklaşımları için $\rightarrow kx = 4; ky = 4; lx = 0.025; ly = 0.025; dk = D$

PID için $\rightarrow kx = 4; ky = 2.5; lx = 0.025; ly = 0.03; dk = D$

PID için $\rightarrow kx = 4; ky = 8; lx = 0.025; ly = 0.125; dk = D$

Tüm simülasyonlar MATLAB/Simulink yazılımında, 0.005 adım aralığında Fixed Step – ode4 (Runge-Kutta) çözümcüsü kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

4.1. Klasik Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

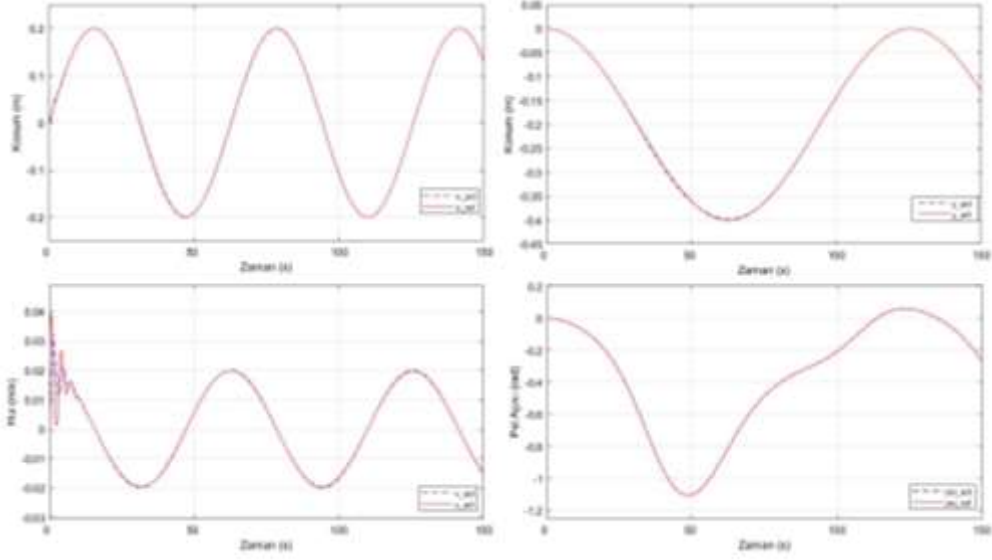
Klasik Kayan Kipli Kontrolcü parametreleri Tablo 1'de verilmiştir.

$C_1=1$	$\eta_1=3.5$	$k_{V_{SMC}}=25$
$C_2=10$	$\eta_2=11$	$k_{\omega_{SMC}}=1$
$C_3=5$	$\eta_3=1$	

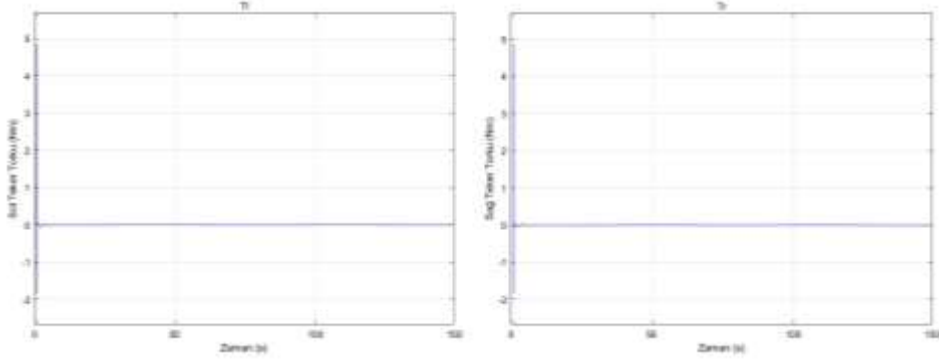
Tablo 1. Klasik KKK Kontrolcü Parametreleri

Herhangi bozucu giriş olmadan ideal koşullar altında K-KKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (26 – 29)'da verilmiştir. Senaryo 1, 2 ve 3 için K-KKK yaklaşımına ait sonuçlar

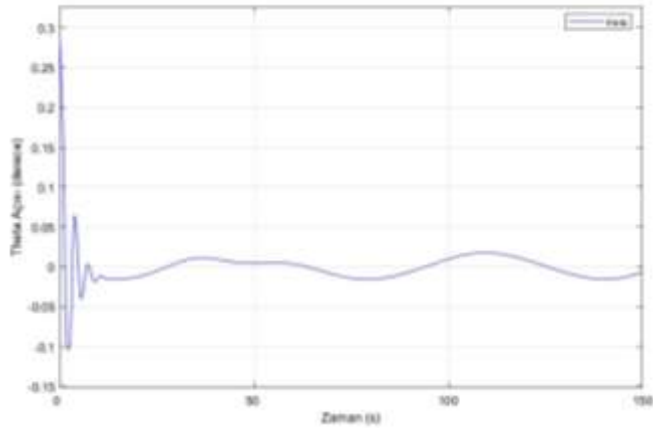
Şekil (30 – 33)'de verilmiştir. Senaryo 4, 5 ve 6 için K-KKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (34 – 36)'da verilmiştir.



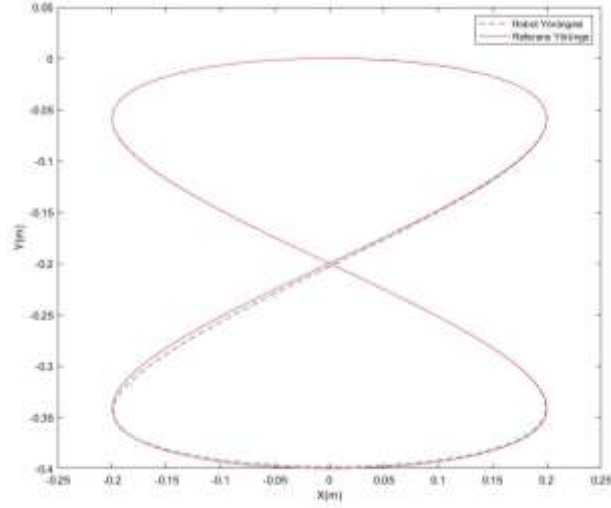
Şekil 26. Klasik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)



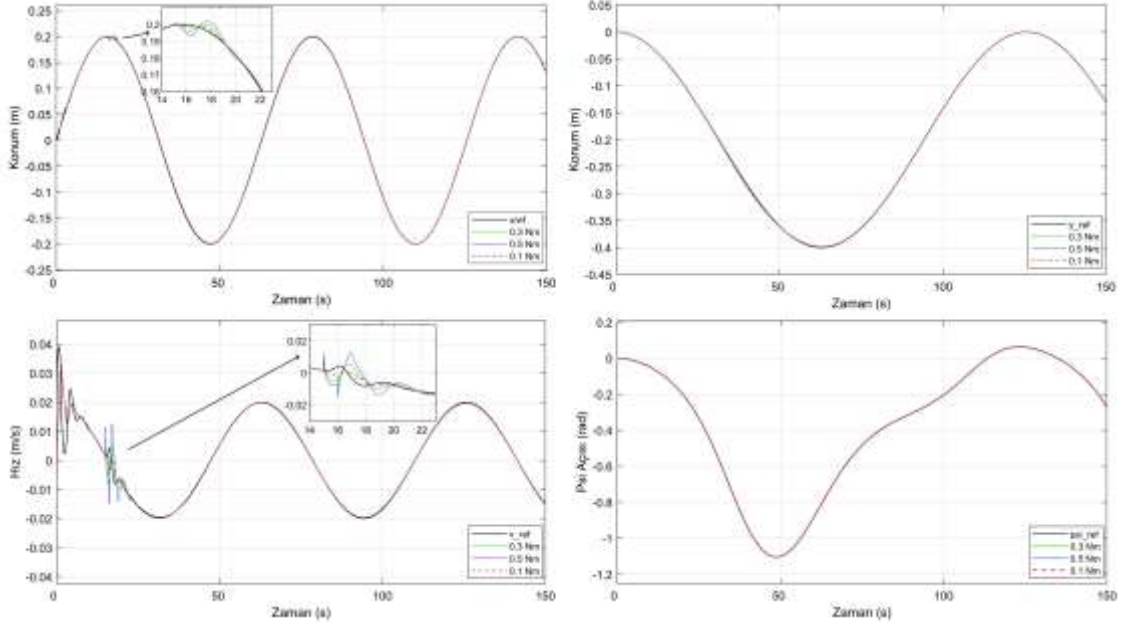
Şekil 27. Klasik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)



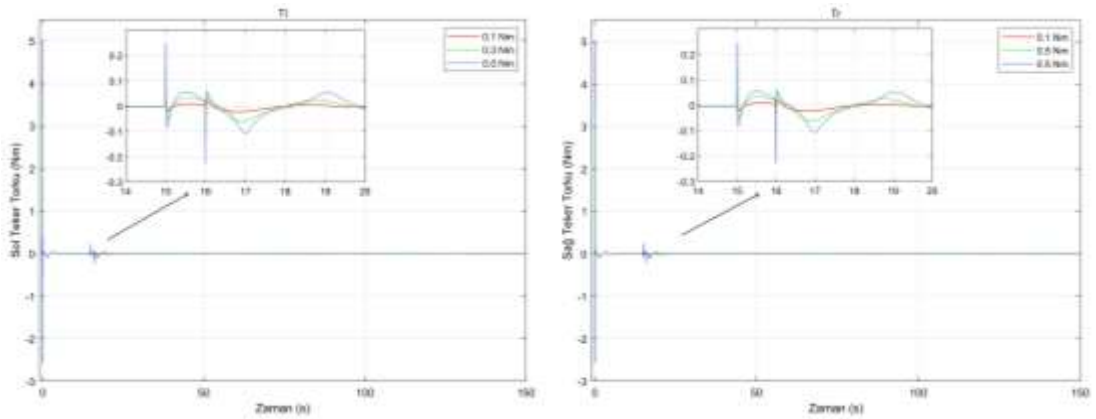
Şekil 28. Klasik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)



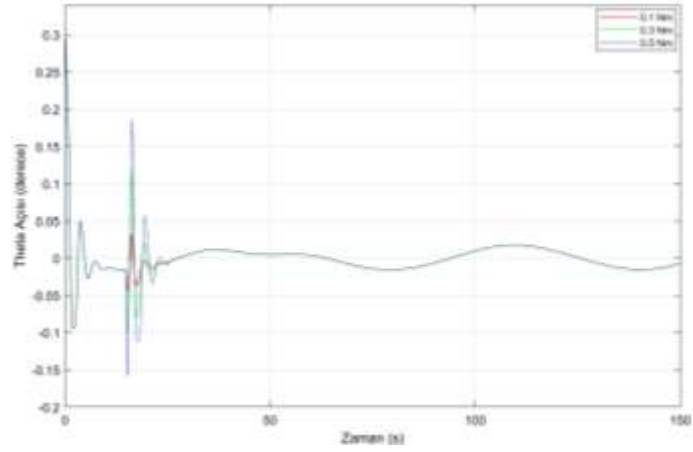
Şekil 29. Klasik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)



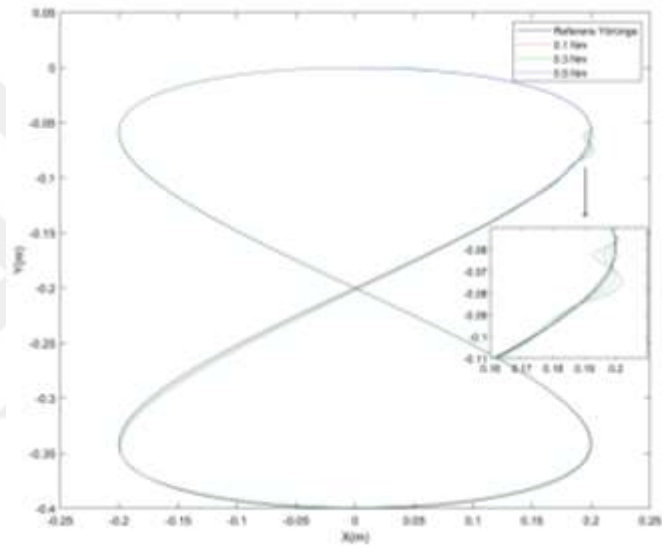
Şekil 30. Klasik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)



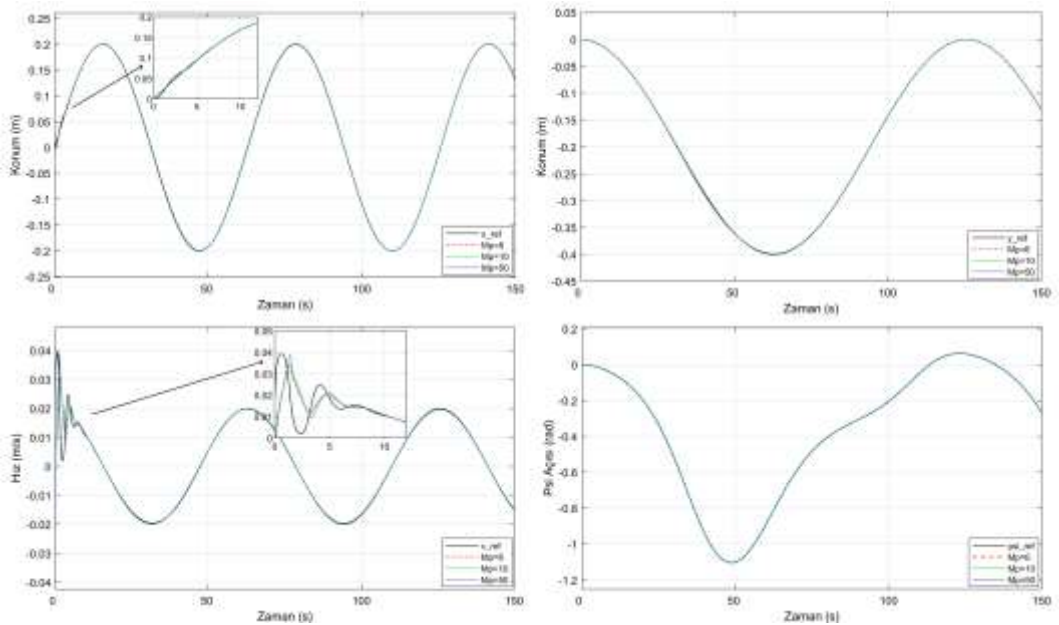
Şekil 31. Klasik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)



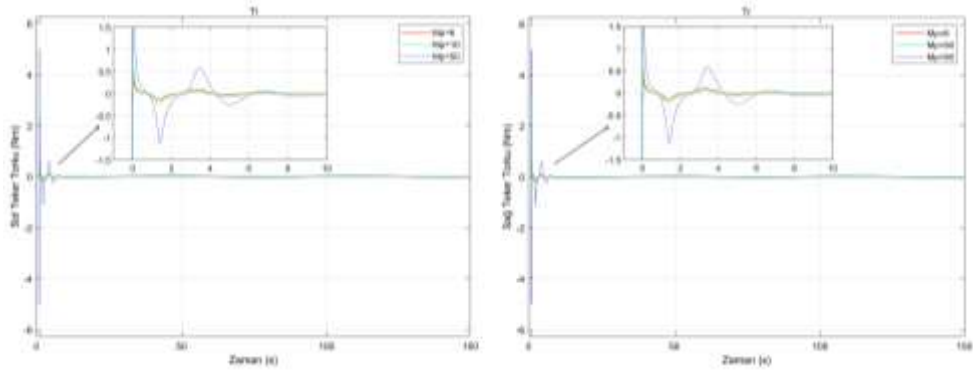
Şekil 32. Klasik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)



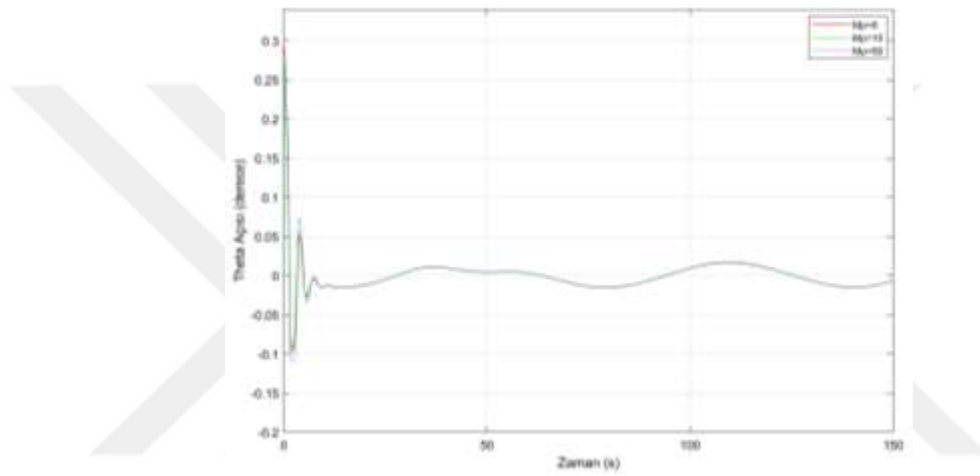
Şekil 33. Klasik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)



Şekil 34. Klasik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 35. Klasik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 36. Klasik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)

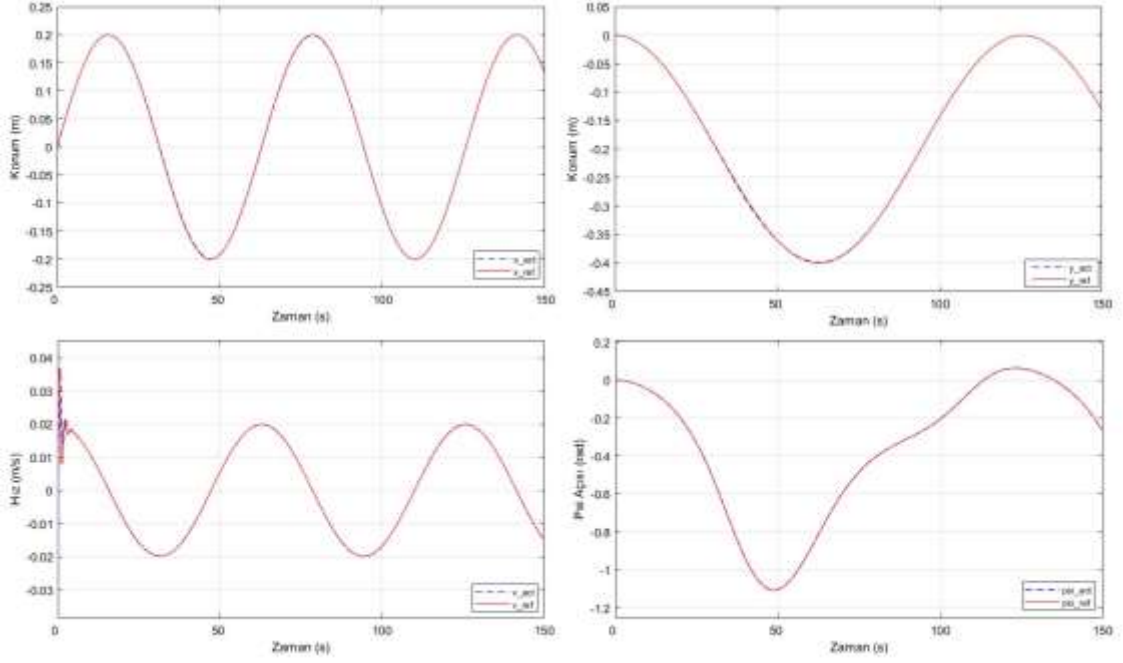
4.2. İntegral Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

İntegral Kayan Kipli Kontrolcü için parametreleri Tablo 2’de verilmiştir.

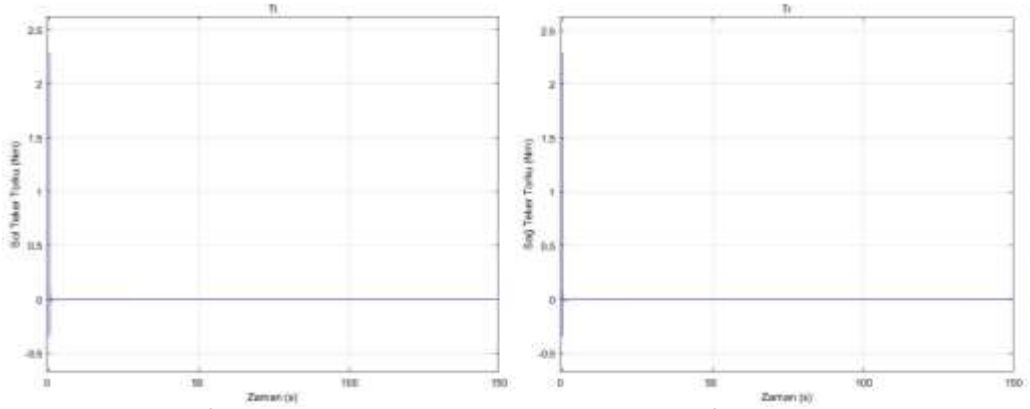
$C_1=0.7$	$\eta_1=5$	$k_{VISM C}=10$
$C_2=25$	$\eta_2=11$	$k_{\omega ISM C}=1$
$C_3=1$	$\eta_3=1$	$ki_1=0.1$

Tablo 2. İntegral KKK Kontrolcü Parametreleri

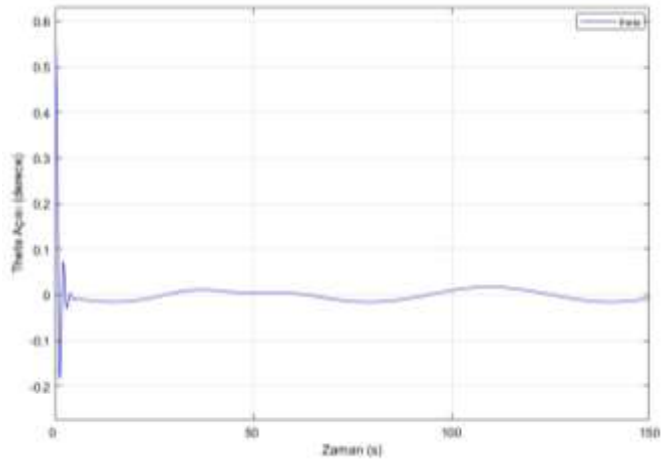
Herhangi bozucu giriş olmadan ideal koşullar altında İntegral-KKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (37 – 40)’da verilmiştir. Senaryo 1, 2 ve 3 için İntegral -KKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (41 – 44)’de verilmiştir. Senaryo 4, 5 ve 6 için İntegral-KKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (45 – 47)’de verilmiştir.



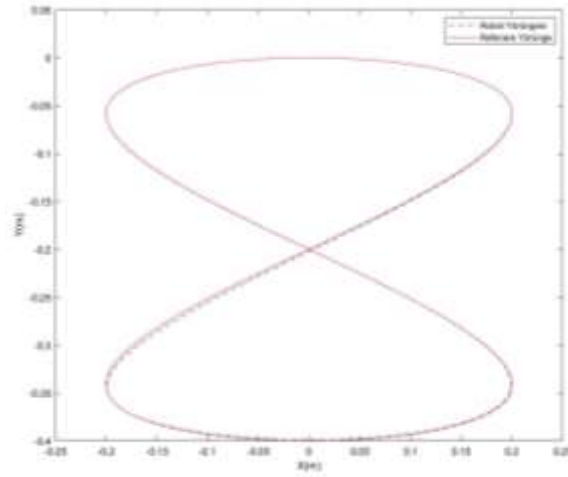
Şekil 37. İntegral KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)



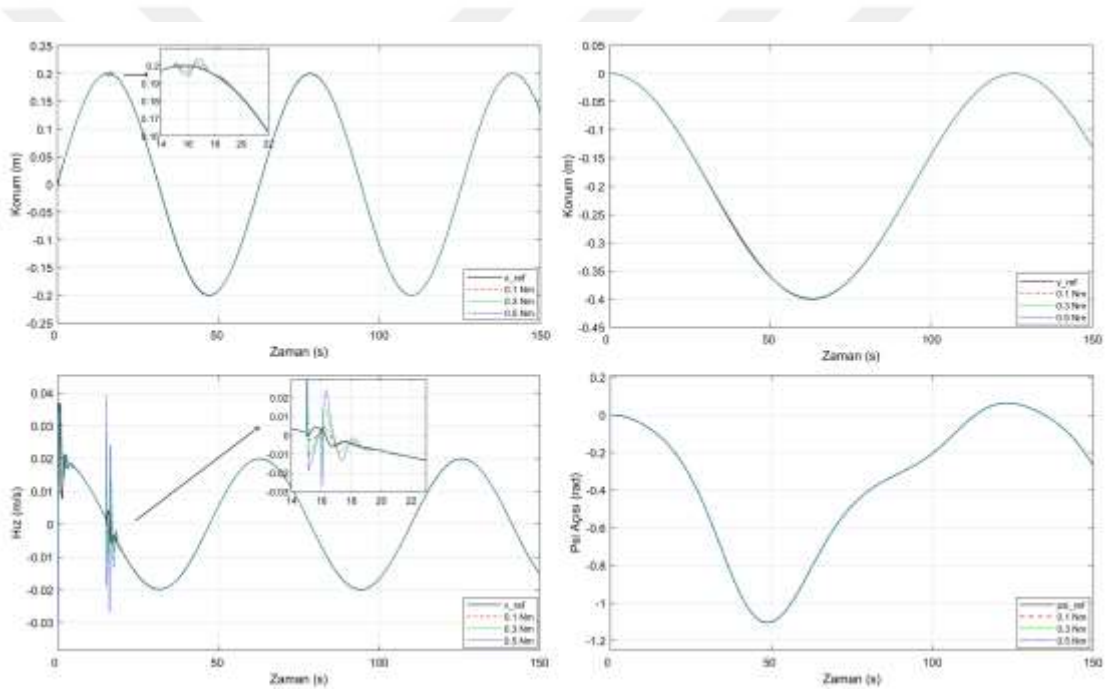
Şekil 38. İntegral KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)



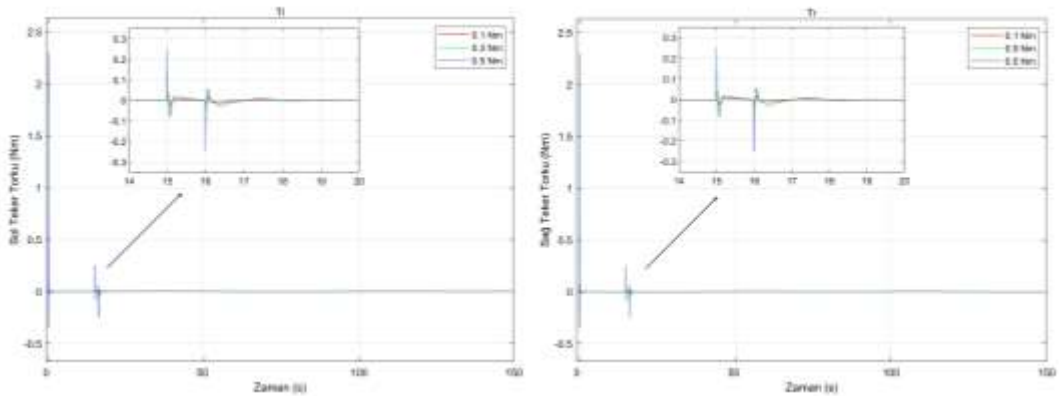
Şekil 39. İntegral KKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)



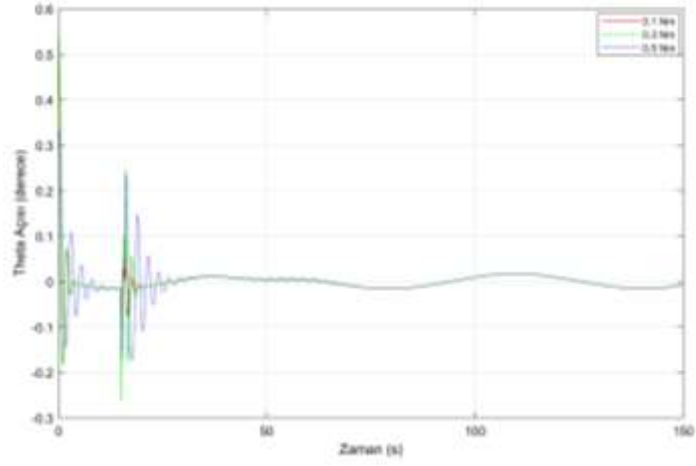
Şekil 40. İntegral KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)



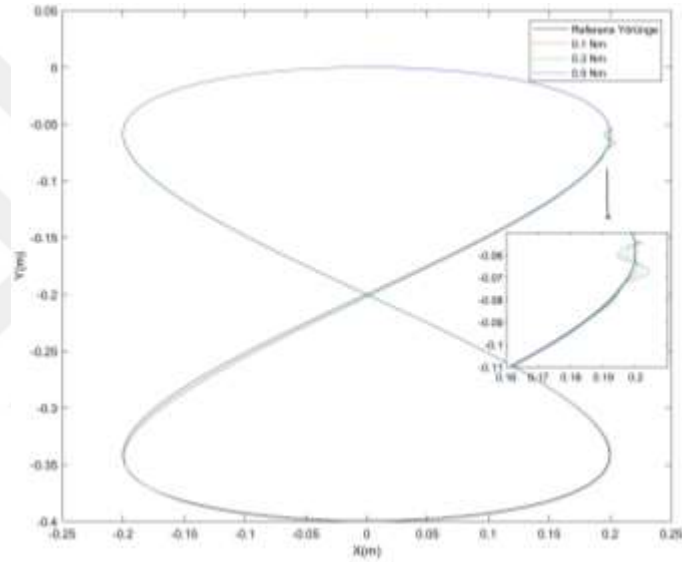
Şekil 41. İntegral KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)



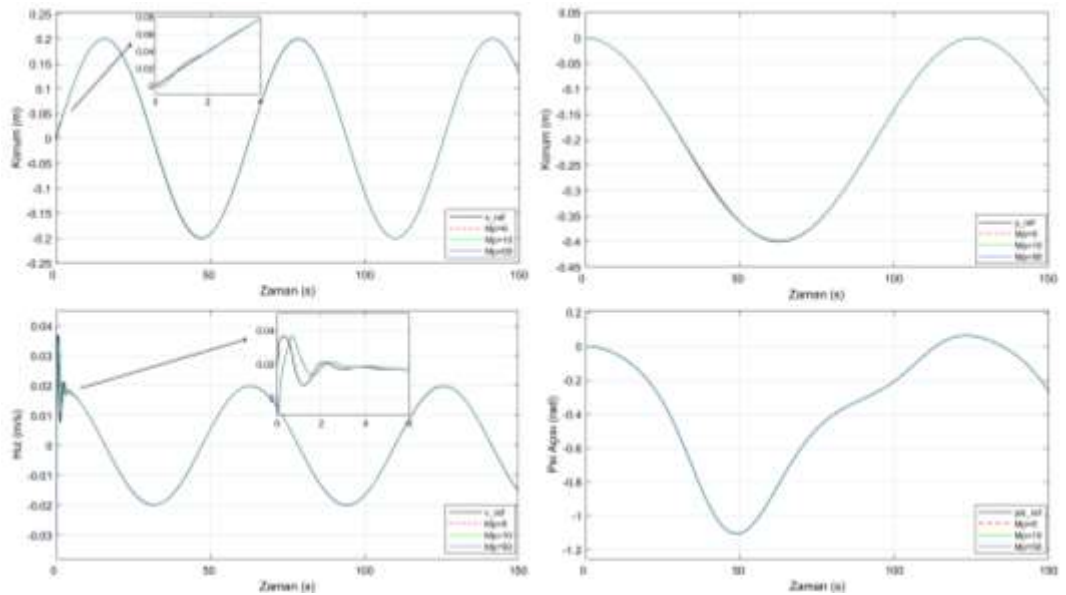
Şekil 42. İntegral KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)



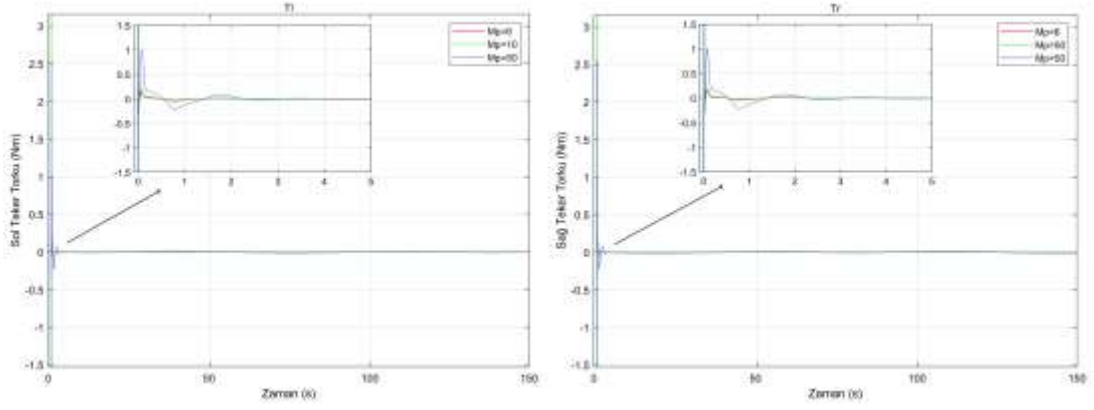
Şekil 43. İntegral KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)



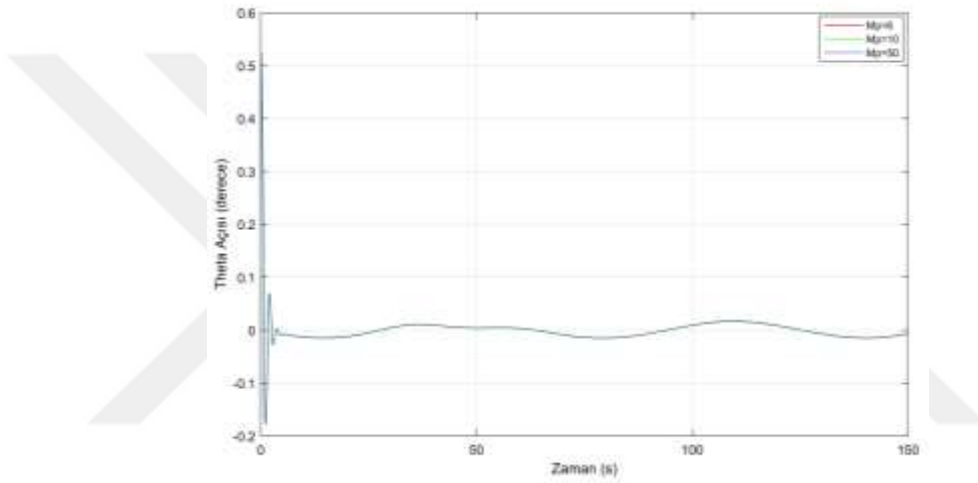
Şekil 44. İntegral KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)



Şekil 45. İntegral KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 46. İntegral KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 47. İntegral KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)

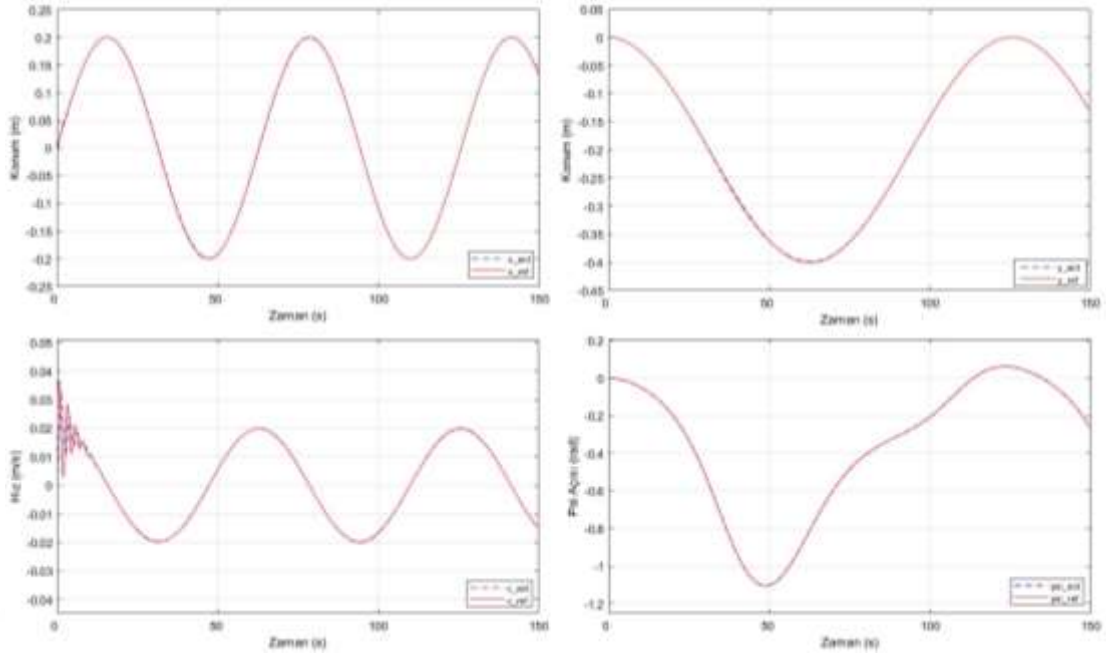
4.3. Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü parametreleri Tablo 3'te verilmiştir.

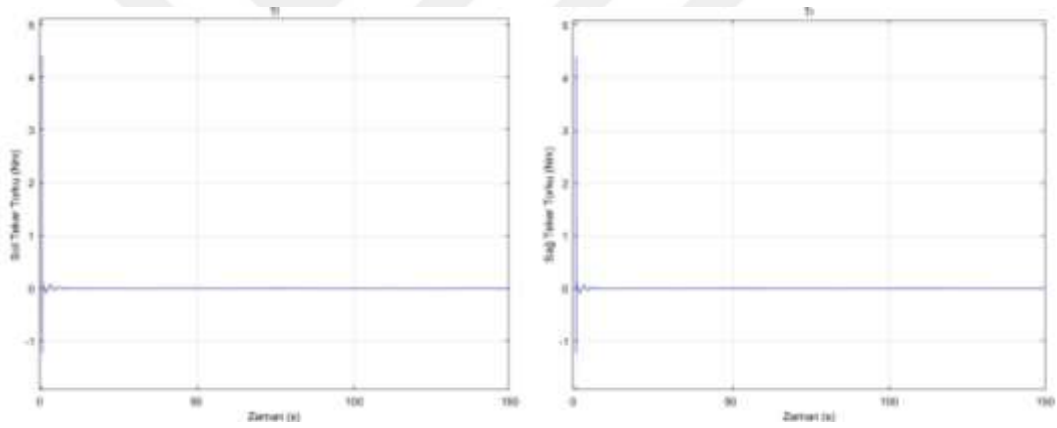
$C_1=6$	$\eta_1=0.1$	$k_{V_{HSMC}}=50$
$C_2=10$	$\eta_3=1$	$k_{\omega_{JSMC}}=1$
$C_3=1$	$k_1=12$	$k_2=5$

Tablo 3. HKKK Kontrolcü Parametreleri

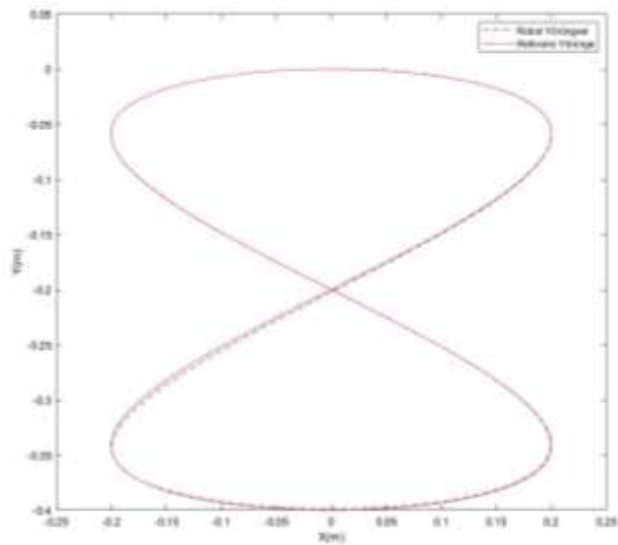
Herhangi bozucu giriş olmadan ideal koşullar altında HKKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (48 – 51)'de verilmiştir. Senaryo 1, 2 ve 3 için HKKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (52 – 55)'de verilmiştir. Senaryo 4, 5 ve 6 için HKKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (56 – 58)'de verilmiştir.



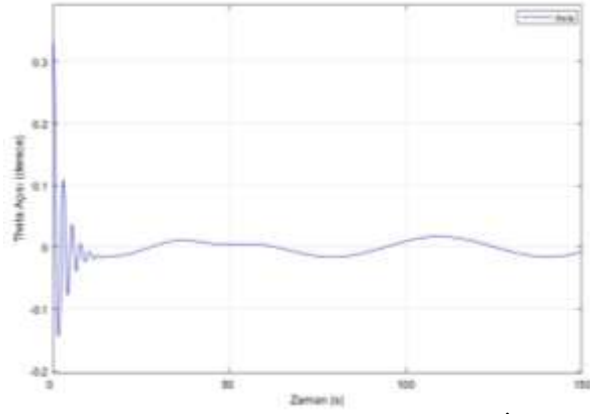
Şekil 48. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)



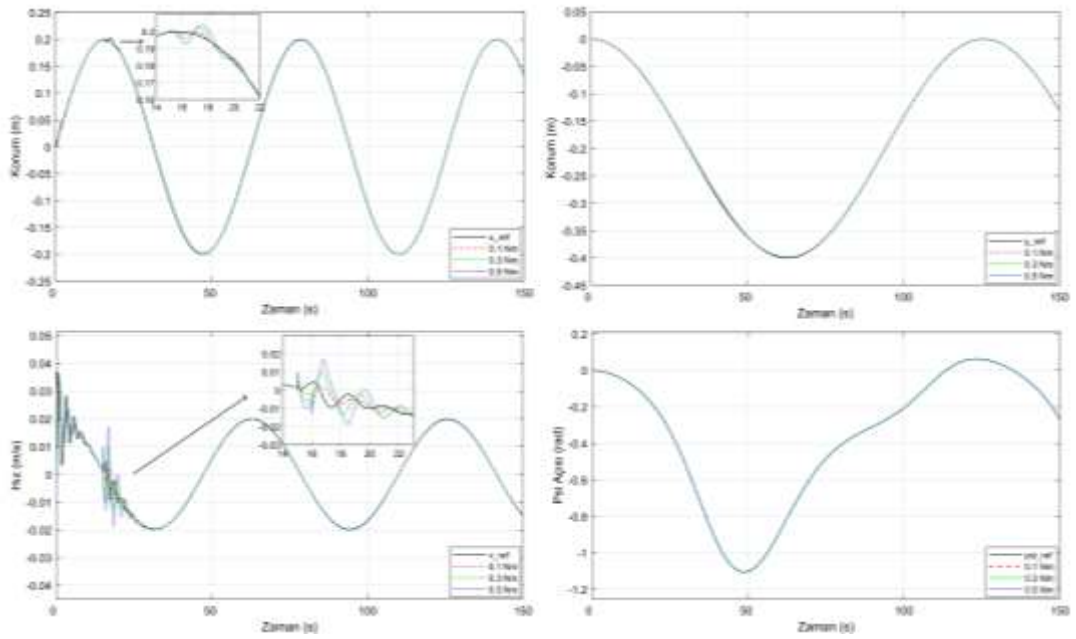
Şekil 49. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)



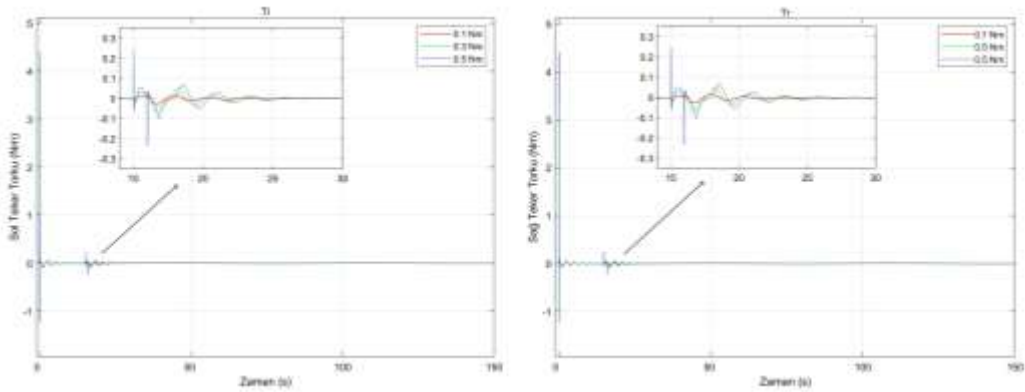
Şekil 50. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)



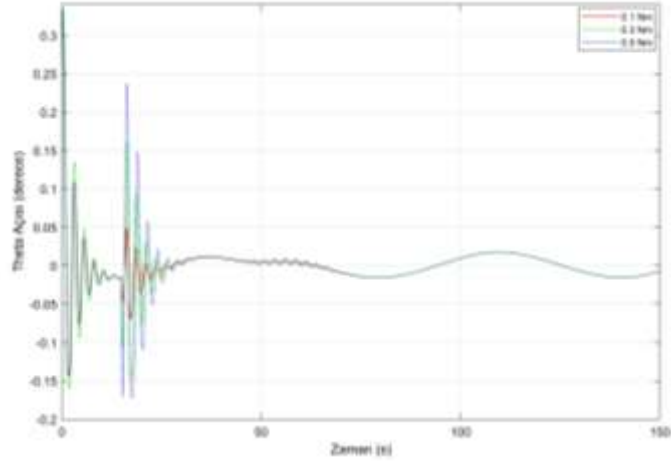
Şekil 51. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)



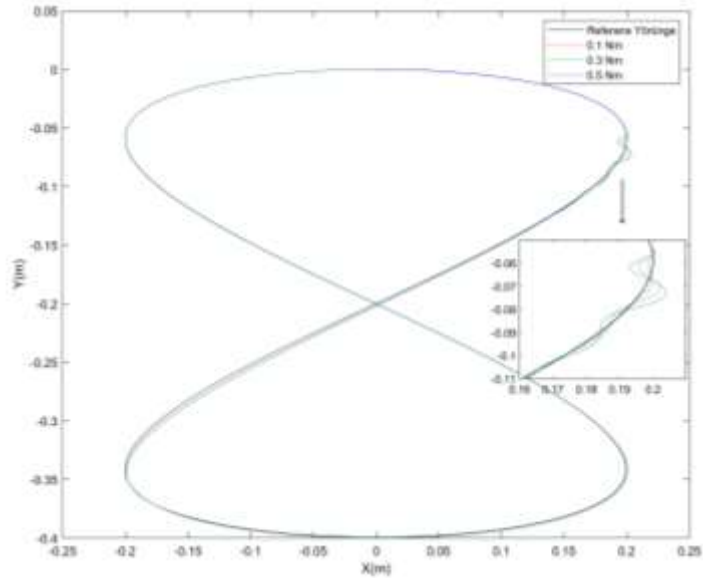
Şekil 52. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)



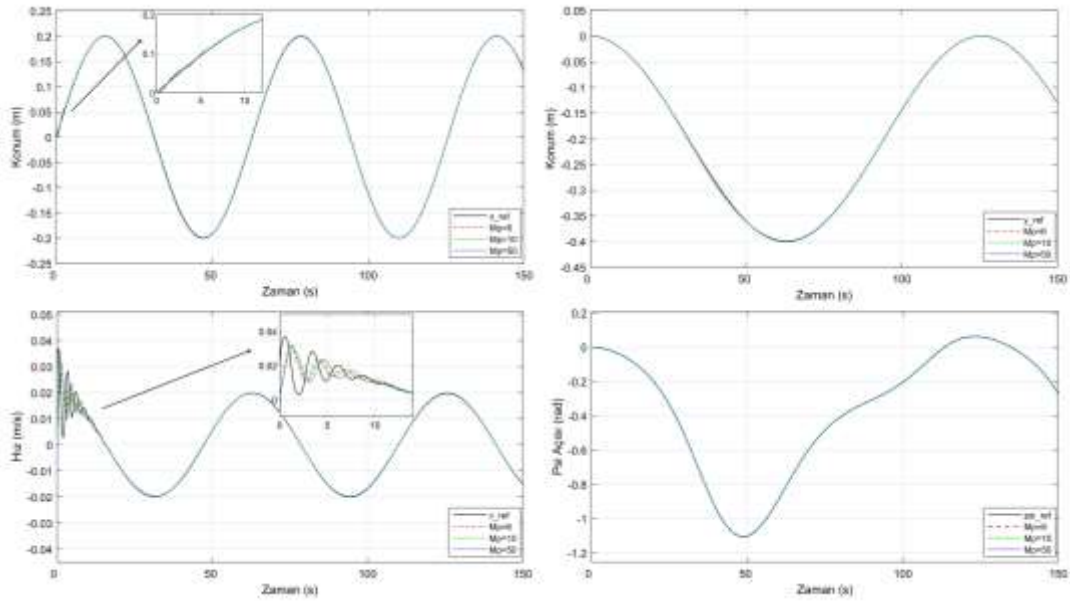
Şekil 53. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)



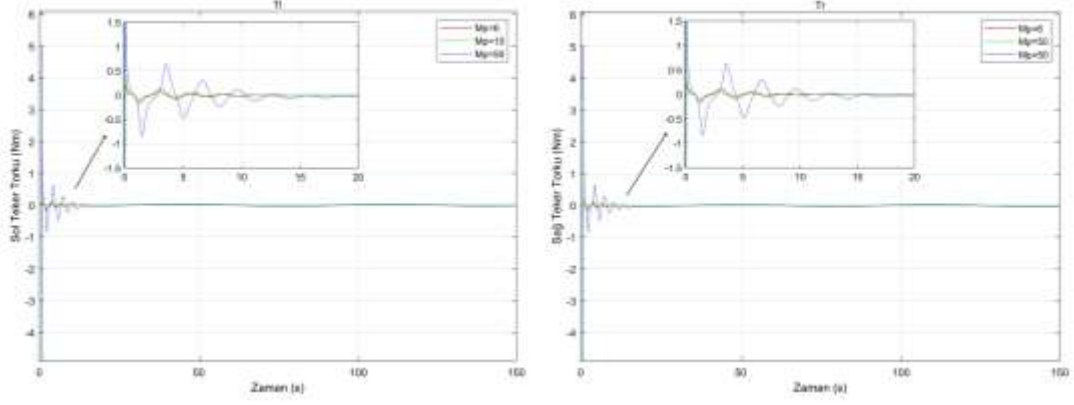
Şekil 54. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)



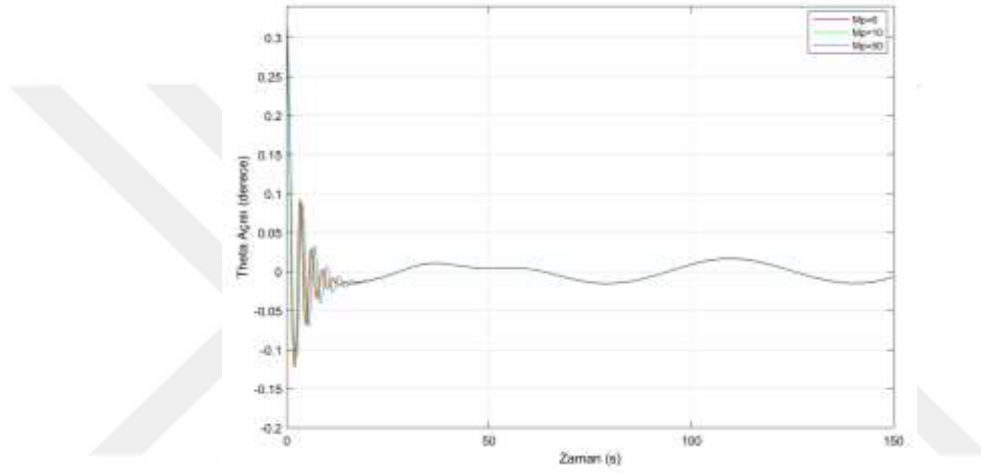
Şekil 55. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)



Şekil 56. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 57. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 58. Hiyerarşik KKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)

4.4. Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

$C_1=10$	$\eta_1=0.1$	$k_{V_{HSMC}}=50$
$C_2=10$	$\eta_3=1$	$k_{\omega_{JSMC}}=1$
$C_3=1$	$k_1=12$	$k_2=5$

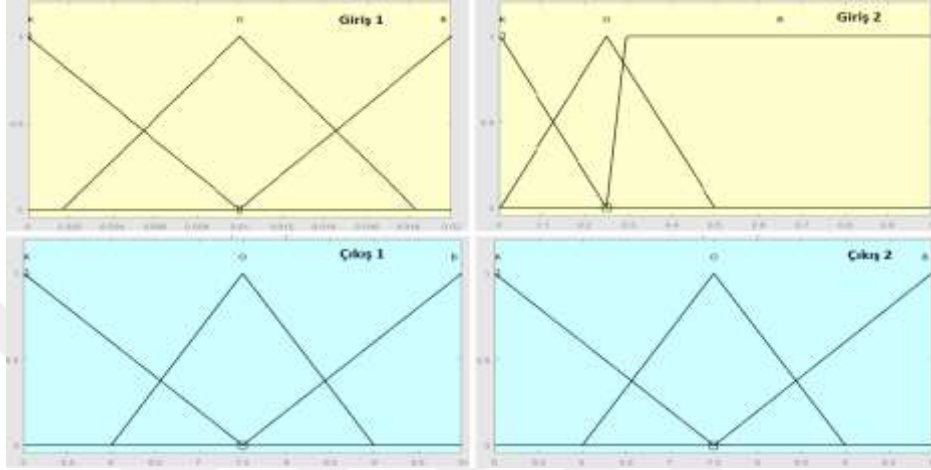
Tablo 4. HKKK Kontrolcü Parametreleri

Çıkış 1			
$\begin{matrix} \dot{e} \\ e \end{matrix}$	K	O	B
K	O	K	K
O	B	O	K
B	B	B	O

Çıkış 2			
$\begin{matrix} \dot{e} \\ e \end{matrix}$	K	O	B
K	K	K	O
O	K	O	B
B	O	B	B

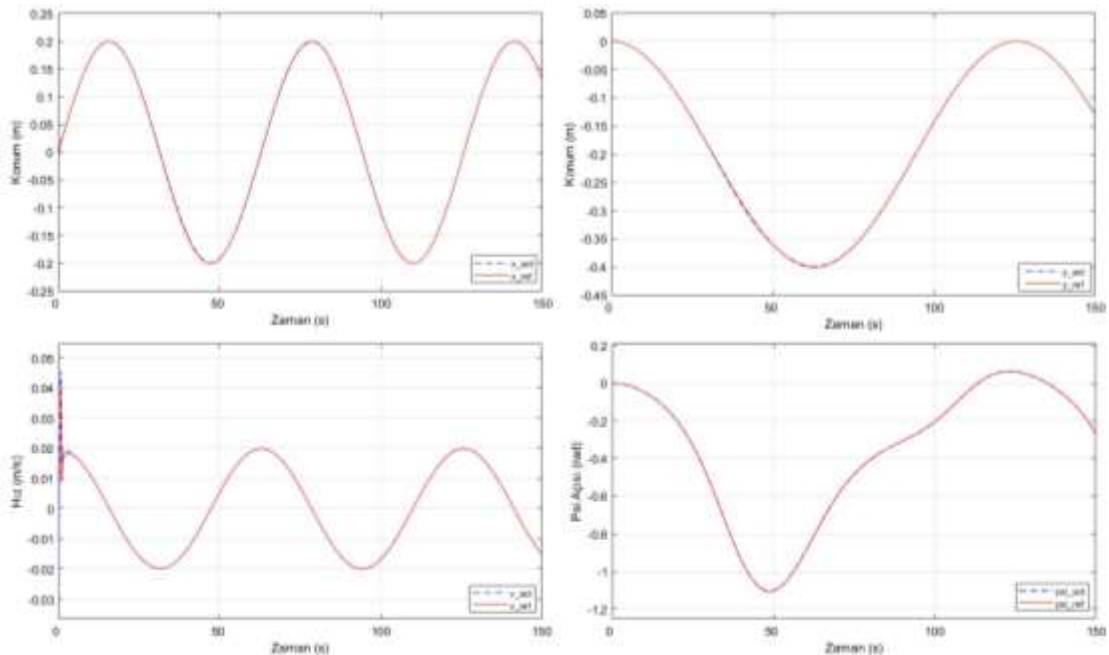
Tablo 5. Bulanık Mantık Kontrolcü Kural Tablosu

Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrolcü parametreleri Tablo 4'te Kural Tabloları Tablo 5'te verilmiştir. Kural tabanı Tablo 5'da verilen Bulanık Mantık Kontrolcüsü için Giriş 1 \rightarrow x eksenindeki hata miktarının değişimi ve Giriş 2 \rightarrow gövde açısındaki hata miktarının değişimi olmak üzere üyelik fonksiyonları Şekil 59'deki gibidir.

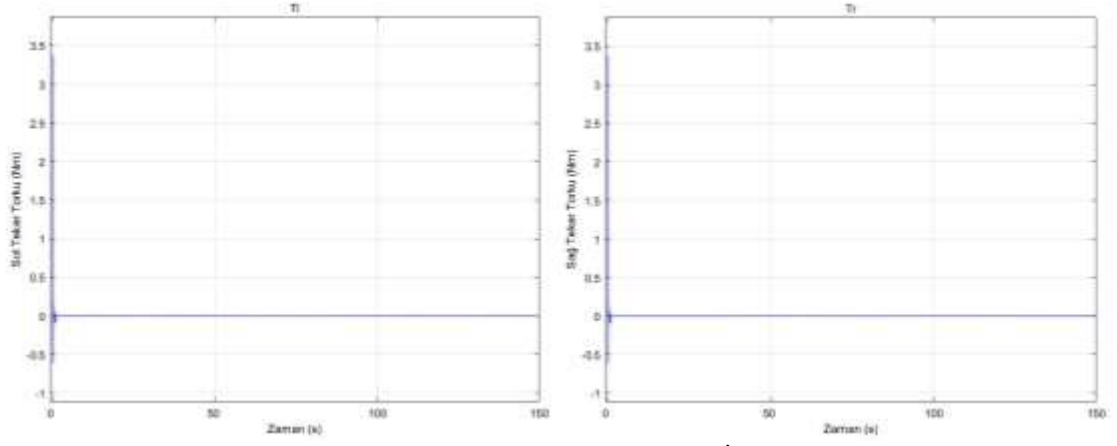


Şekil 59. Bulanık Mantık Kontrolcü Üyelik Fonksiyonları

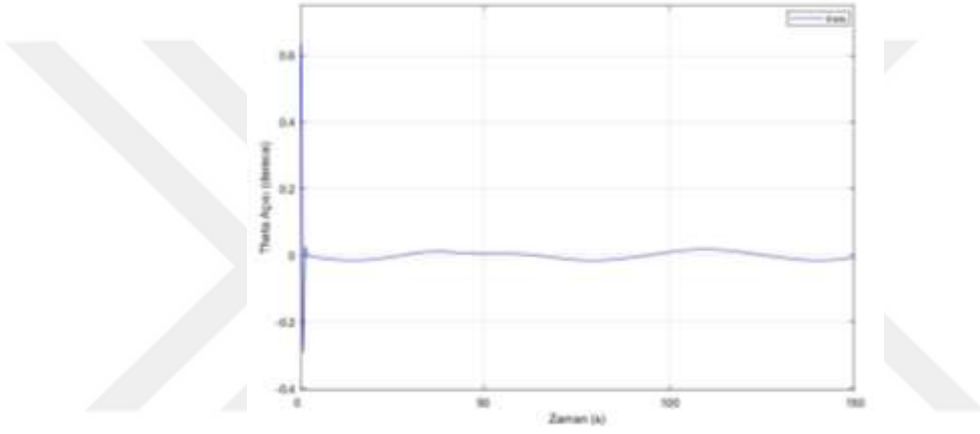
Herhangi bozucu giriş olmadan ideal koşullar altında FHKKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (60 – 63)'de verilmiştir. Senaryo 1, 2 ve 3 için FHKKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (64 – 67)'de verilmiştir. Senaryo 4, 5 ve 6 için FHKKK yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (68 – 70)'da verilmiştir.



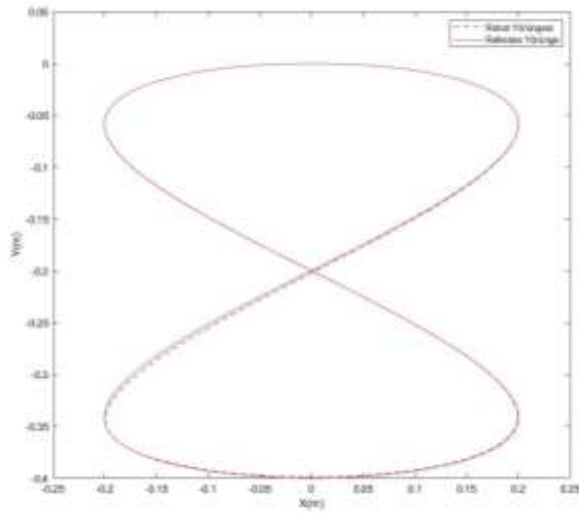
Şekil 60. FHKKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)



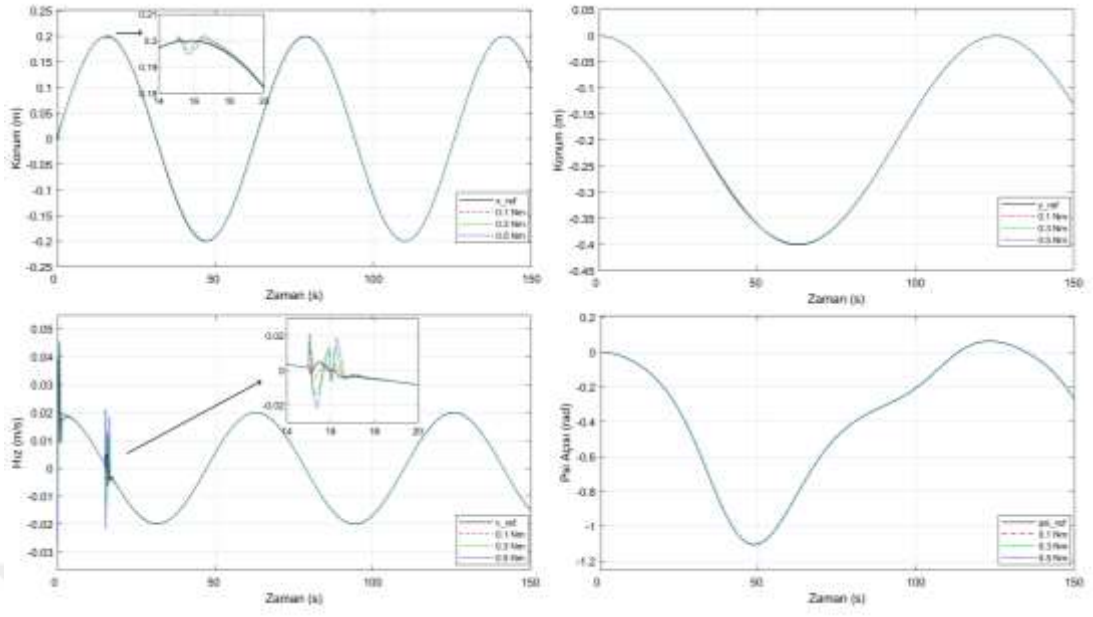
Şekil 61. FHKKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)



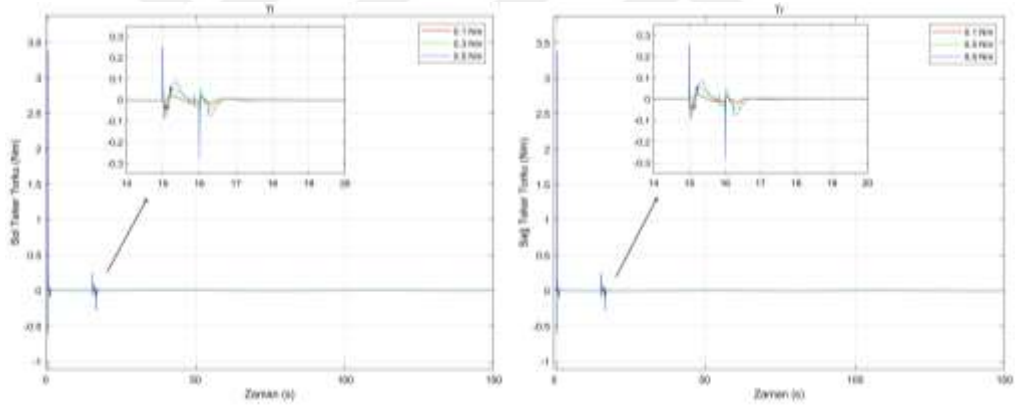
Şekil 62. FHKKK Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)



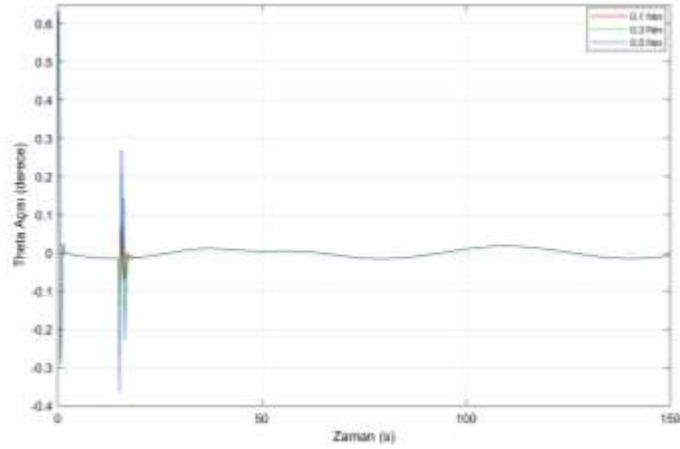
Şekil 63. FHKKK Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)



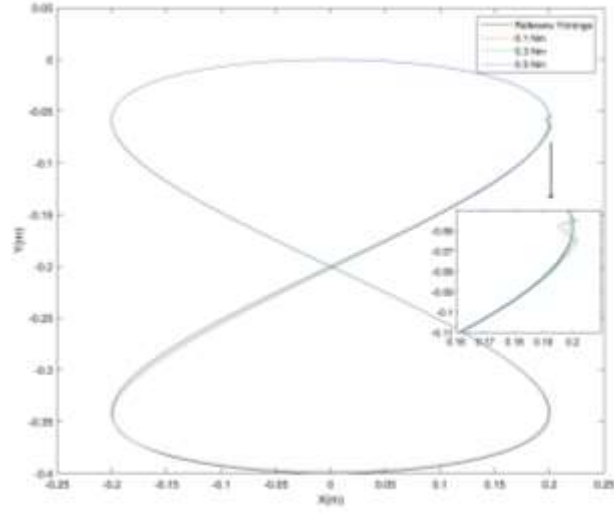
Şekil 64. FHKKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)



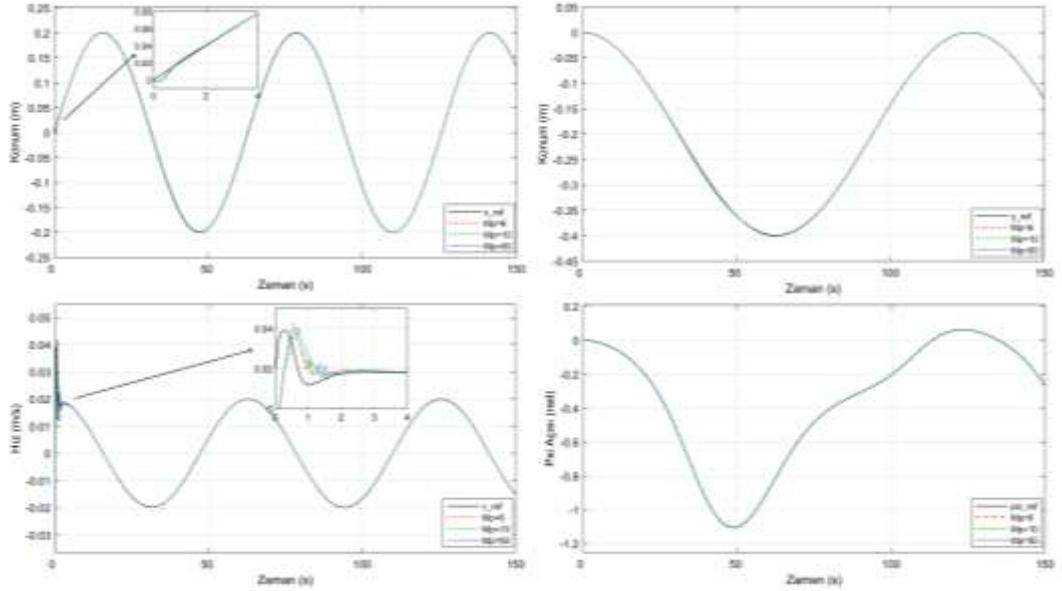
Şekil 65. FHKKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)



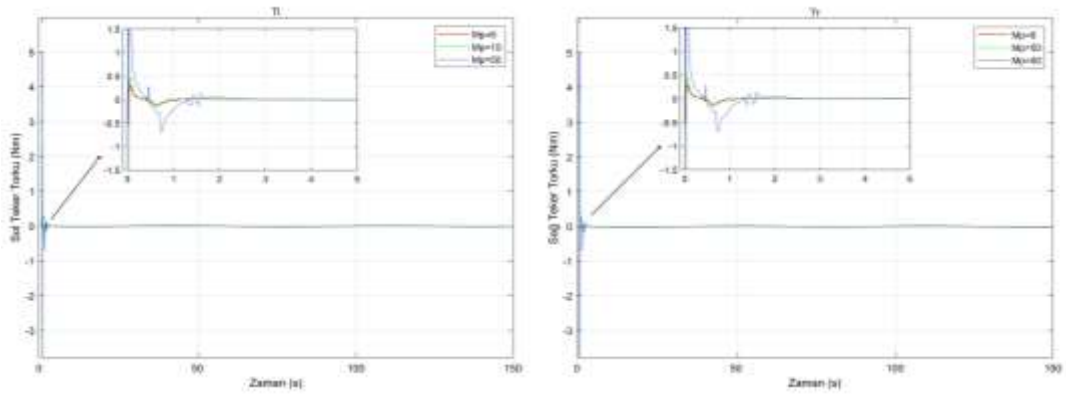
Şekil 66. FHKKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)



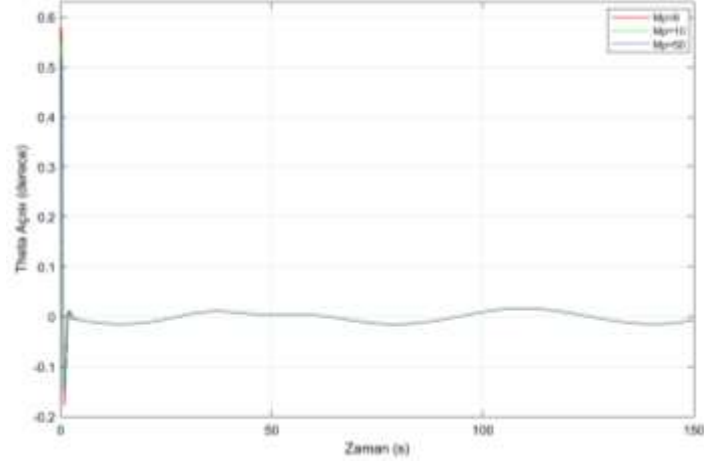
Şekil 67. FHKKK Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)



Şekil 68. FHKKK Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 69. FHKKK Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)



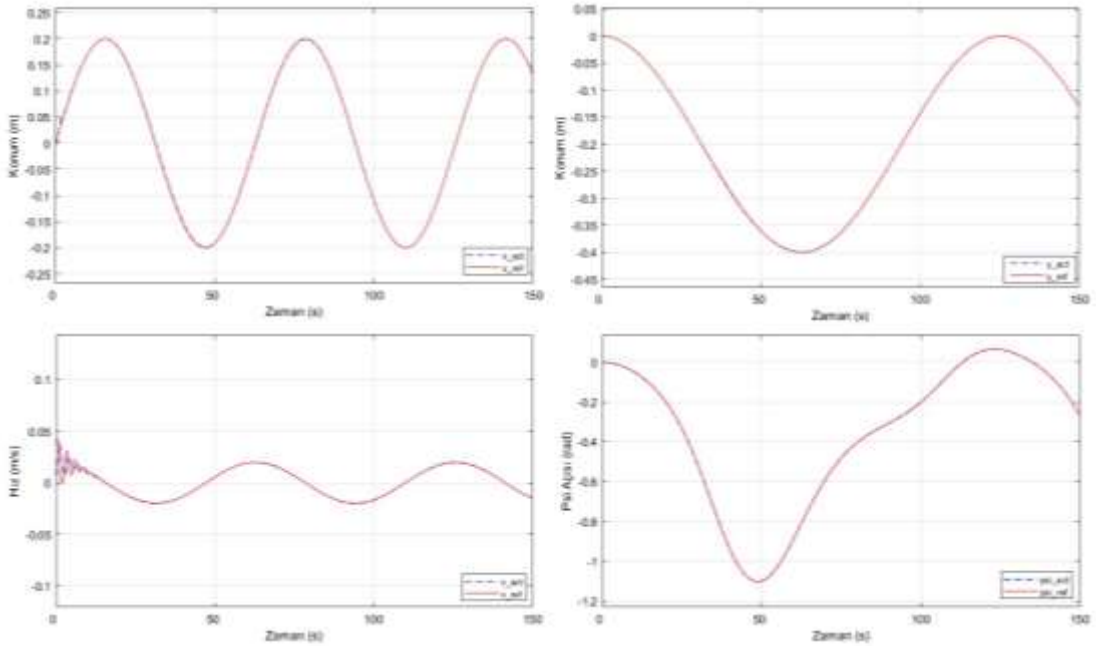
Şekil 70. FHKKK Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)

4.5. LQR Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

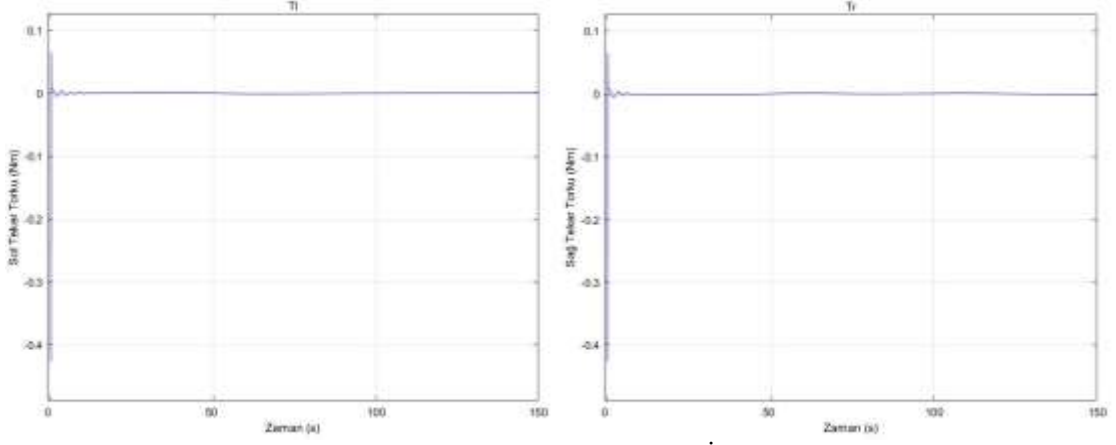
LQR kazanç matrisi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$K = \begin{bmatrix} -27.39 & -51.26 & -334.45 & -23.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 1.1 \end{bmatrix}$$

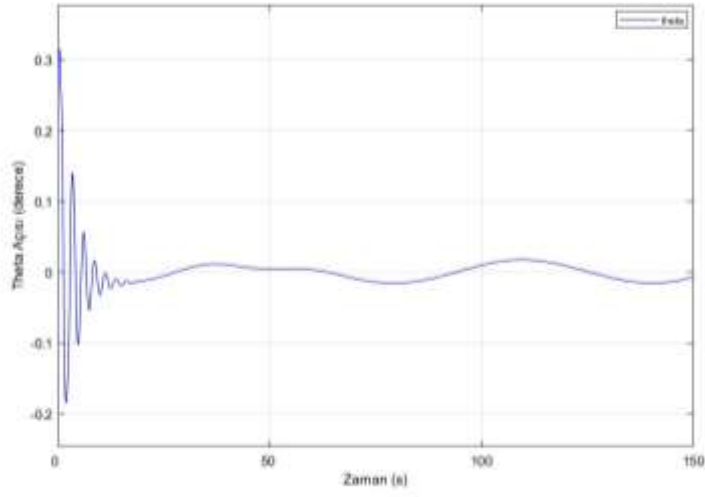
Herhangi bozucu giriş olmadan ideal koşullar altında LQR yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (71 – 74)'de verilmiştir. Senaryo 1, 2 ve 3 için LQR yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (75 – 78)'de verilmiştir. Senaryo 4, 5 ve 6 için LQR yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (79 – 81)'de verilmiştir.



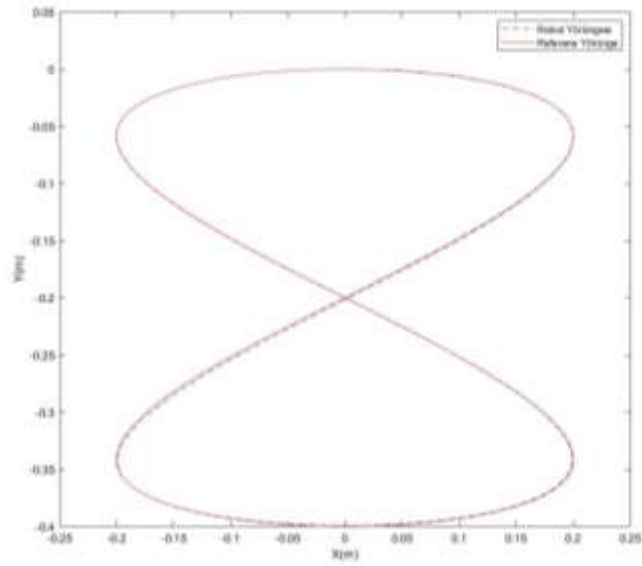
Şekil 71. LQR Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)



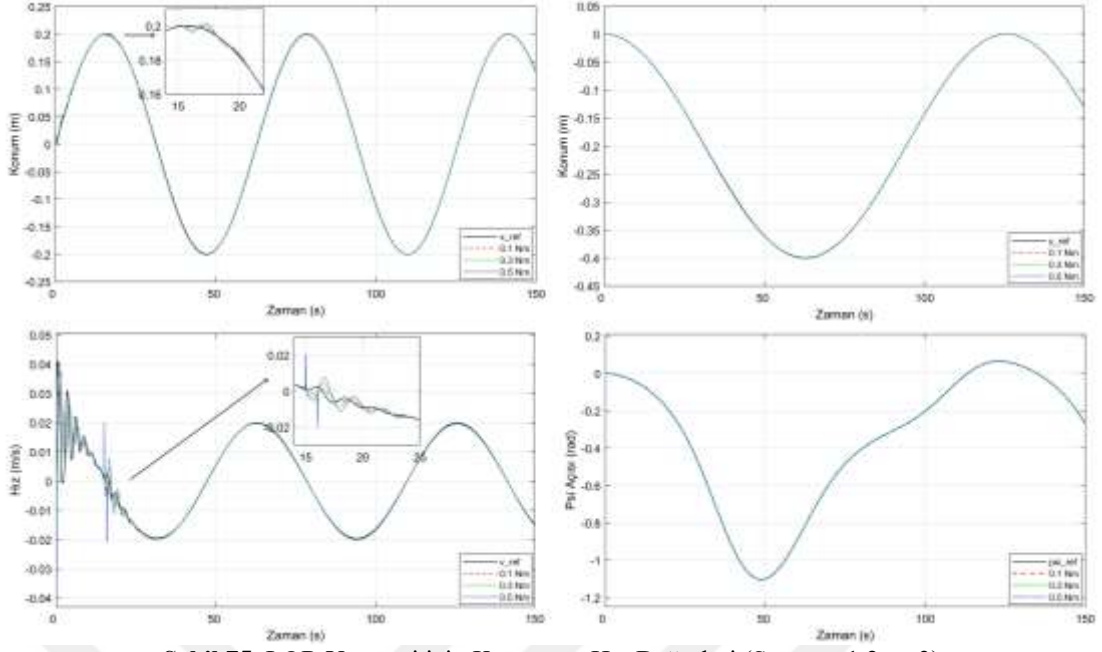
Şekil 72. LQR Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)



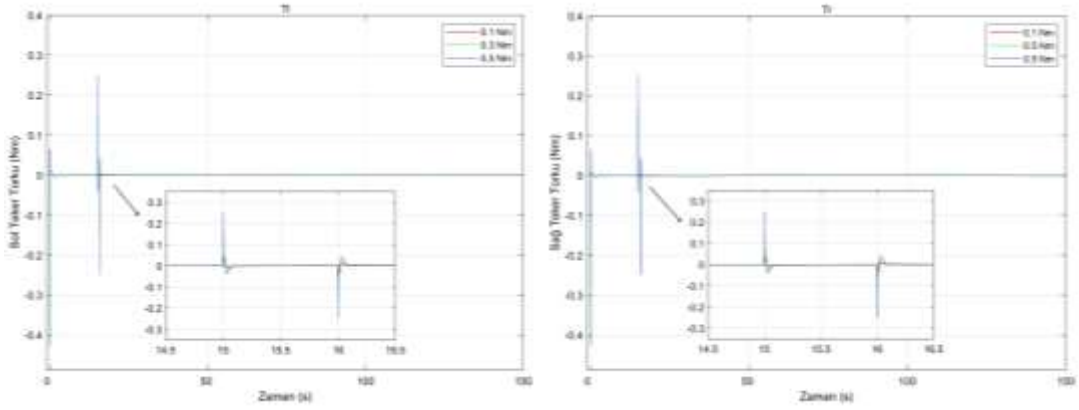
Şekil 73. LQR Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)



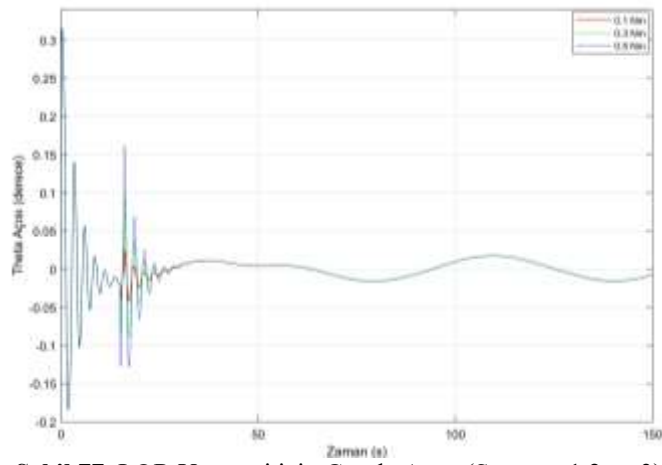
Şekil 74. LQR Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)



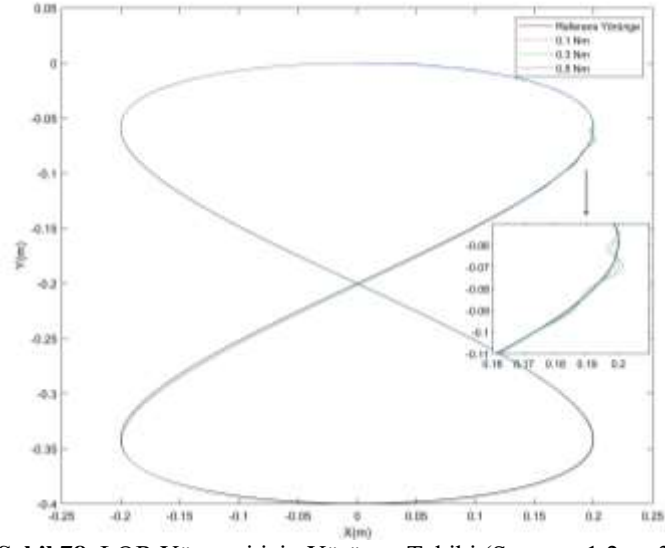
Şekil 75. LQR Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)



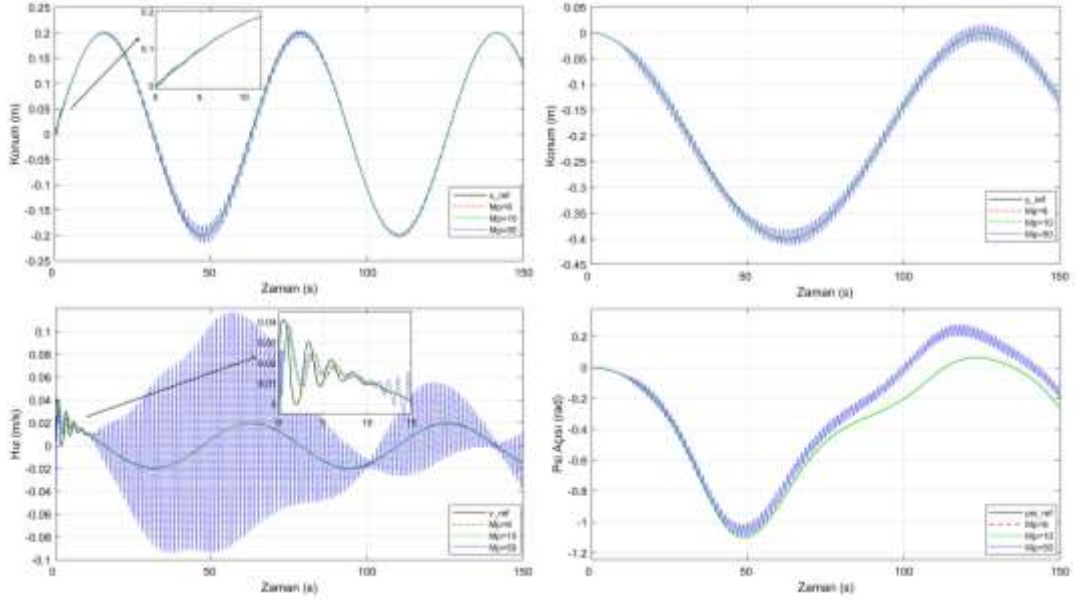
Şekil 76. LQR Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)



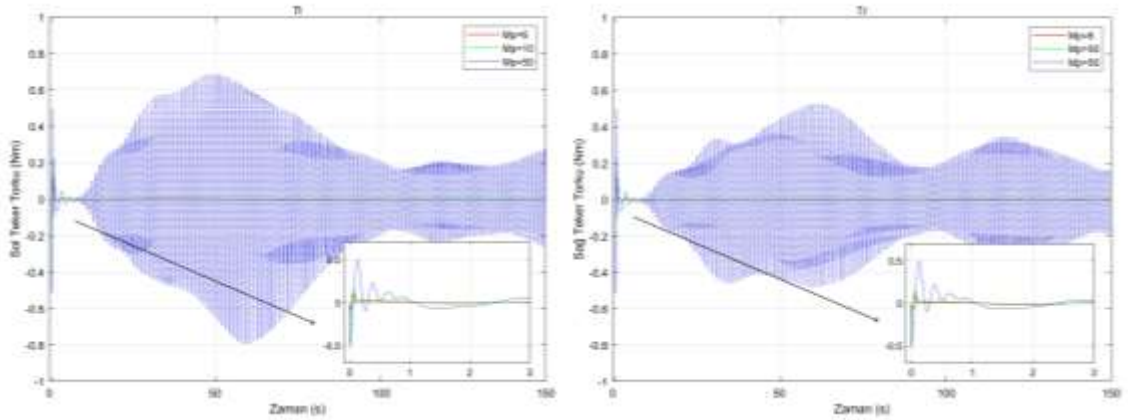
Şekil 77. LQR Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)



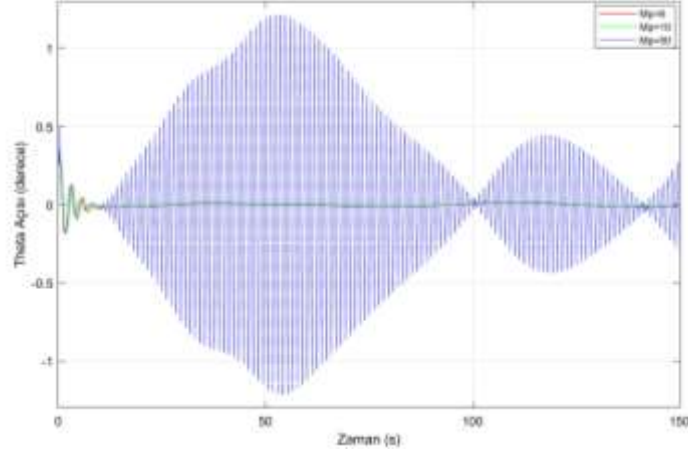
Şekil 78. LQR Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)



Şekil 79. LQR Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)



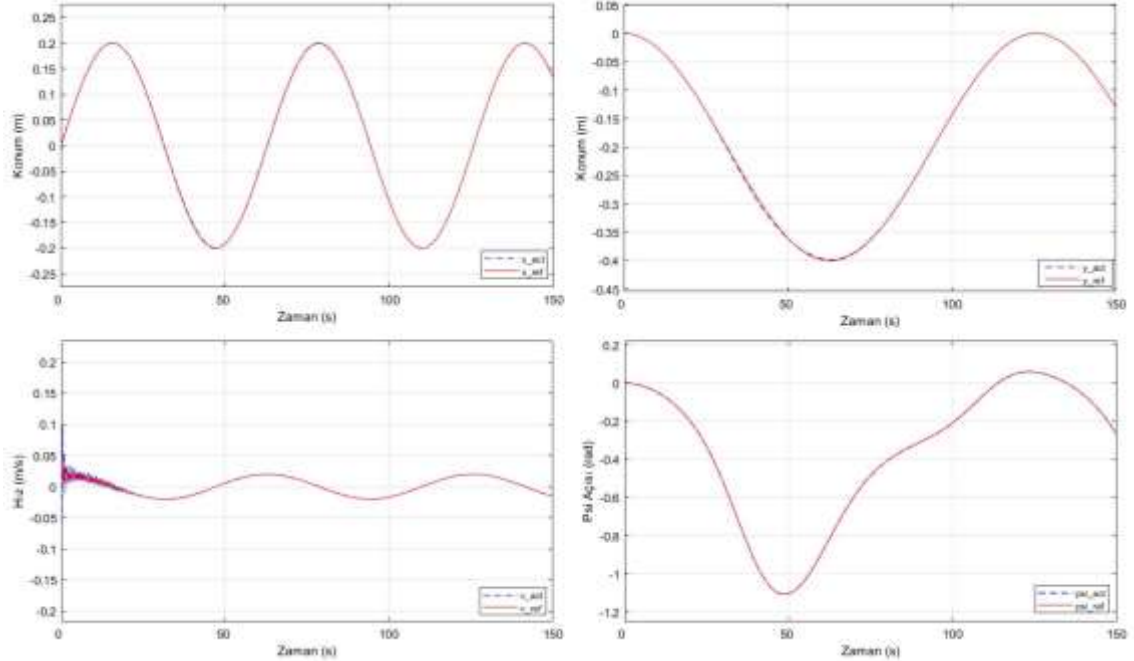
Şekil 80. LQR Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)



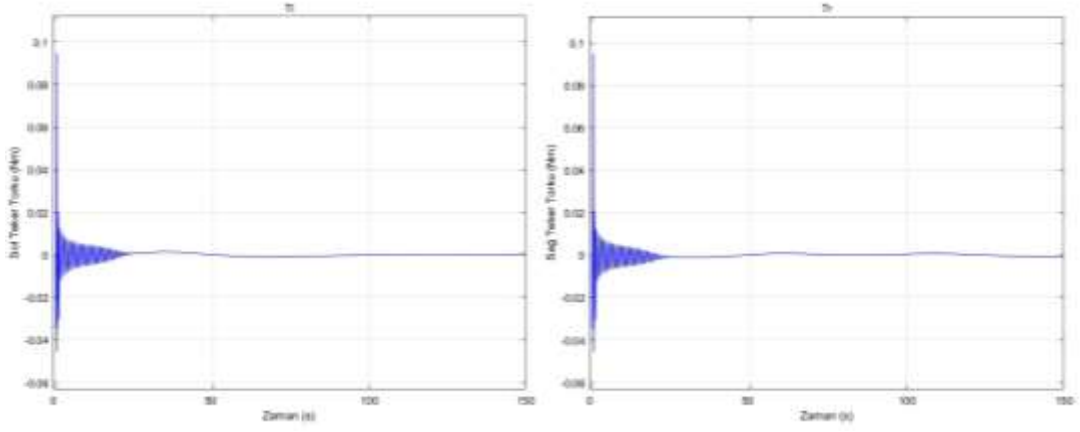
Şekil 81. LQR Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)

4.6. PID Yönteminden Elde Edilen Sonuçlar

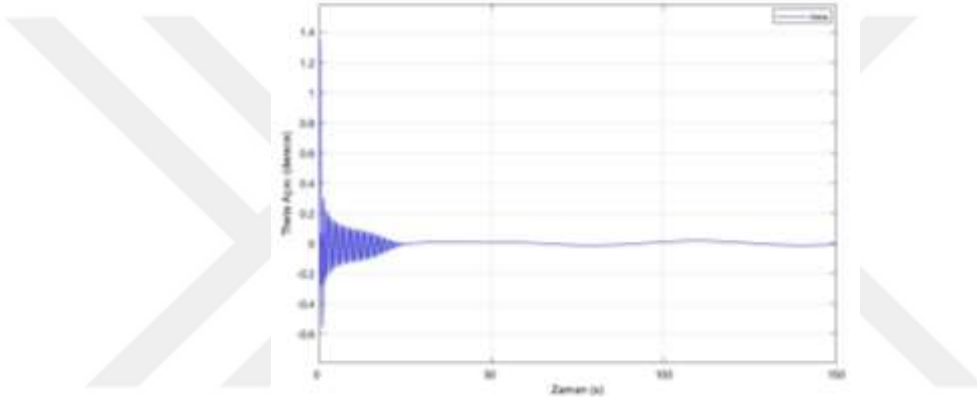
PID kontrolcü parametreleri deneme yanılma yöntemiyle; $K_{P1}=-2$, $K_{I1}=-4$, $K_{D1}=-4$, $K_{P2}=50$, $K_{I2}=0.5$, $K_{D2}=0.5$, $K_{P3}=-10$, $K_{I3}=-1$, $K_{D3}=-1$, şeklinde belirlenmiştir. Herhangi bozucu giriş olmadan ideal koşullar altında PID yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (82 – 85)'de verilmiştir. Senaryo 1, 2 ve 3 için PID yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (86 – 89)'de verilmiştir. Senaryo 4, 5 ve 6 için PID yaklaşımına ait sonuçlar Şekil (90 – 92)'de verilmiştir.



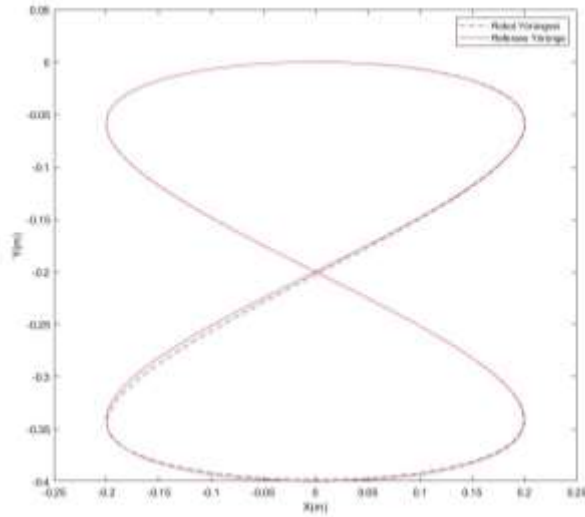
Şekil 82. PID Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (İdeal Koşul Altında)



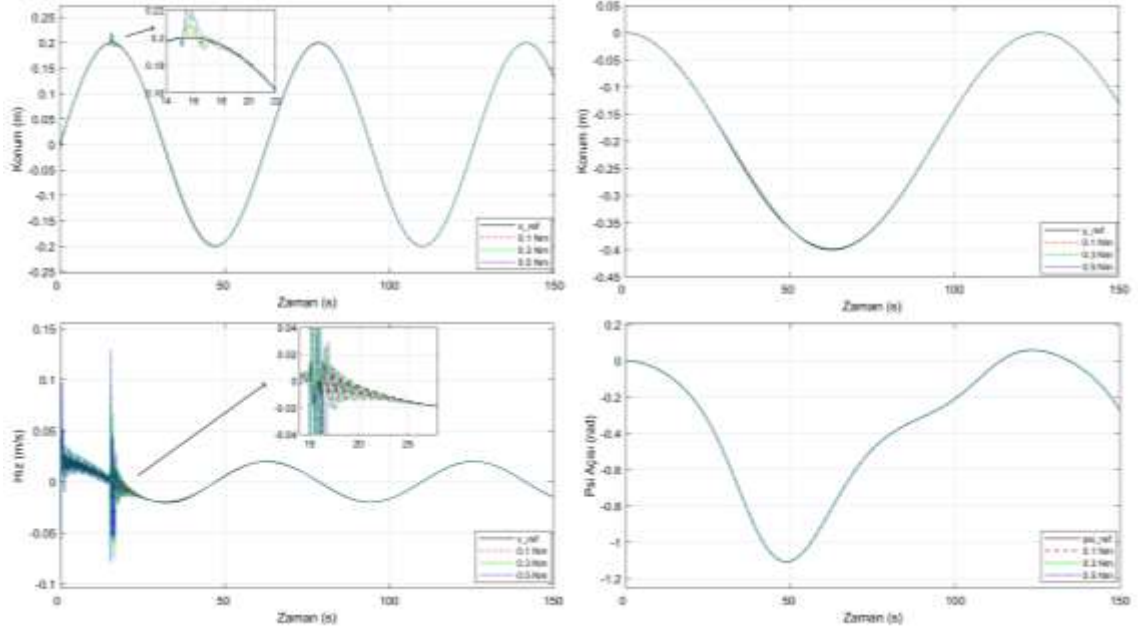
Şekil 83. PID Yöntemi için Tekerlek Torkları (İdeal Koşul Altında)



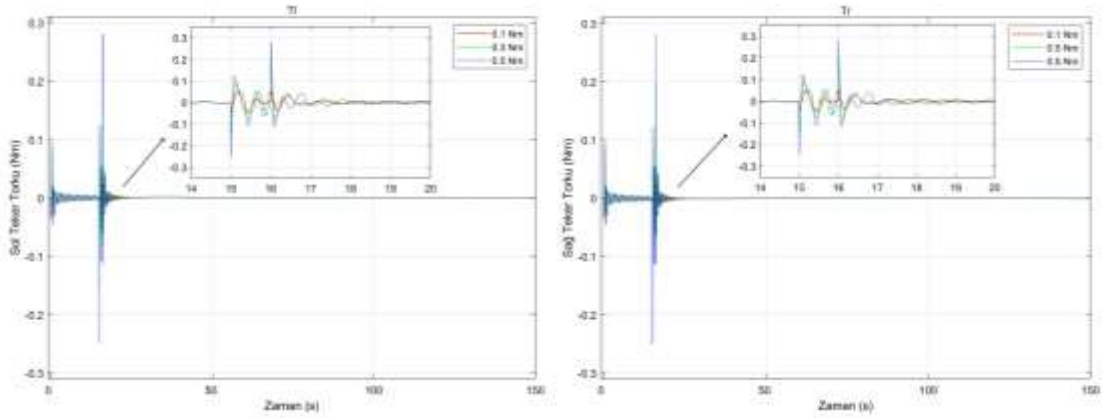
Şekil 84. PID Yöntemi için Gövde Açısı (İdeal Koşul Altında)



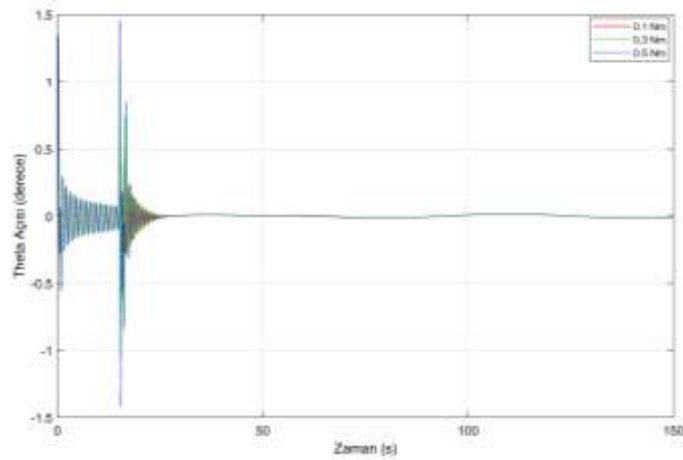
Şekil 85. PID Yöntemi için Yörünge Takibi (İdeal Koşul Altında)



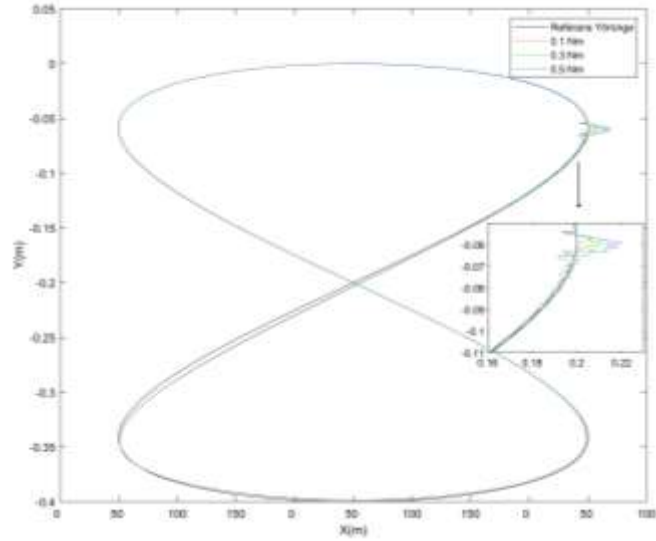
Şekil 86. PID Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 1,2 ve 3)



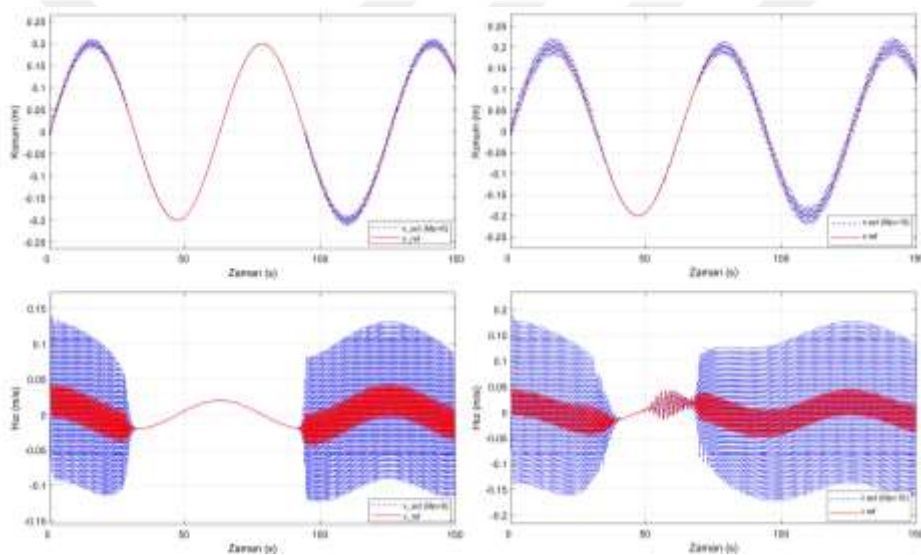
Şekil 87. PID Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 1,2 ve 3)



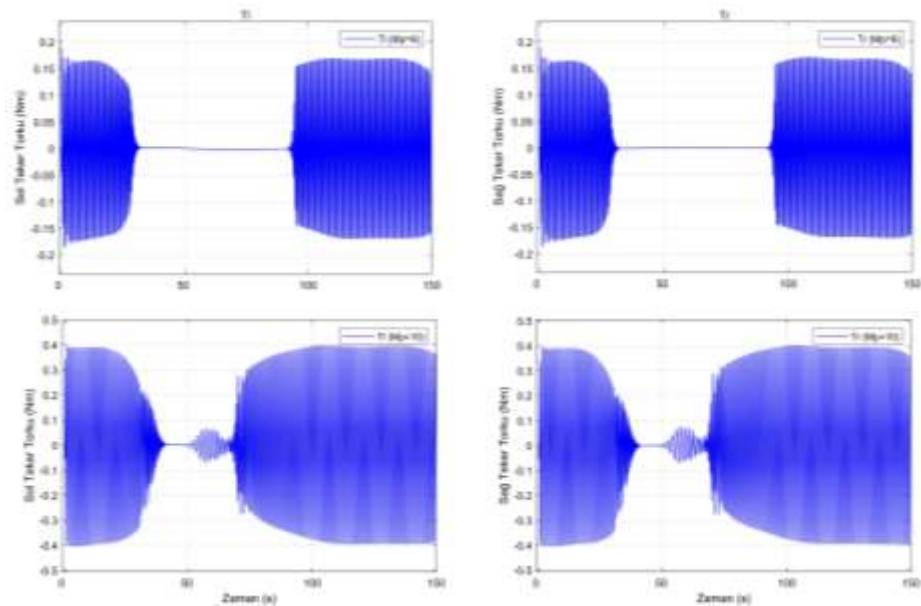
Şekil 88. PID Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 1,2 ve 3)



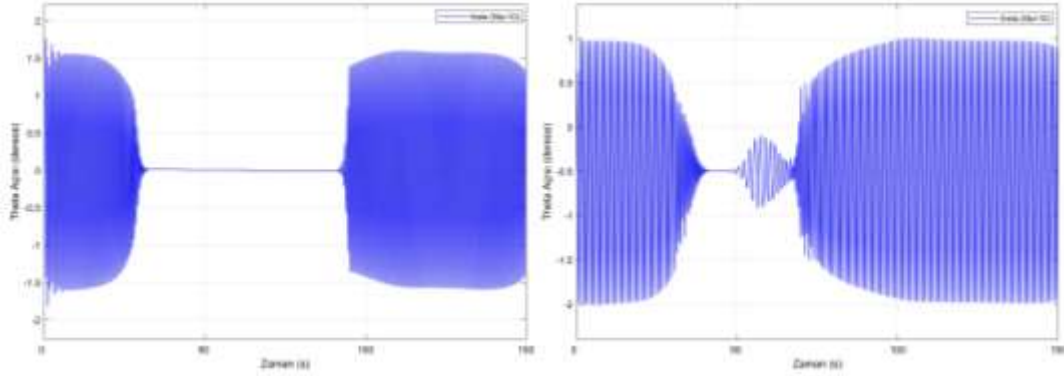
Şekil 89. PID Yöntemi için Yörünge Takibi (Senaryo 1,2 ve 3)



Şekil 90. PID Yöntemi için Konum ve Hız Değerleri (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 91. PID Yöntemi için Tekerlek Torkları (Senaryo 4,5 ve 6)



Şekil 92. PID Yöntemi için Gövde Açısı (Senaryo 4,5 ve 6)

Çalışmada benzetimi yapılan yaklaşımların performanslarının değerlendirilebilmesi için yörünge takip performansı ve oturma zamanı olmak üzere iki farklı kriter ele alınmıştır. Yörünge takip performansı ITAE yöntemi kullanılarak belirlenmiştir.

ITAE yöntemi, kontrol sistemlerinin performansının değerlendirilmesi için sıklıkla kullanılan yöntemlerden birisidir. Bu yöntem ile kontrolcünün bir referans değerini takip etme yeteneği ölçülebilir. ITAE yöntemi, sistem hatasının zaman içindeki değişimini dikkate alır ve hataların büyüklüğünü zaman ifadesi ile çarparak integre eder. $ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt$ şeklinde formüle edilir. Kontrolcülerin takip performansı için ITAE yöntemi kullanılmıştır. ITAE ile elde edilen değer 0'a ne kadar yakınsa sistemin takip performansının da o kadar iyi olduğu anlamına gelmektedir. Diğer bir deyişle takip performansı arttıkça ITAE değeri de küçülecektir.

Oturma zamanının tespiti için, $x_{act} - x_{ref} \leq 0.0005$ koşulunun $t = 0.8$ sn boyunca sağlandığı nokta belirlenmiştir. Tüm yöntemlerin oturma zamanları aynı koşul altında incelenebilir. Bu sayede objektif bir değerlendirme fırsatı elde edilebilmektedir.

Bozucu giriş varlığında yapılan simülasyonlardan elde edilen sonuçlar oturma zamanlarına ve ITAE kriterine göre değerlendirilmiştir. Çalışmada ele alınan kontrolcülere ait performans değerlendirme sonuçları Tablo 6'da verilmiştir. Bozucu sinyaller tüm simülasyonlar için $t=15$ sn anında uygulanmıştır. Uygulanan bozucu kuvvetlere ait grafikler Şekil 25'te verilmiştir.

ITAE (x ekseni) ve ITAE (y ekseni) kriterleri sırasıyla x ve y eksenlerindeki takip performanslarını ifade etmektedir.

Oturma zamanı;

- Parametre belirsizliği senaryolarında: Hareketin başlangıcından itibaren istenilen yörüngeye oturma süresini ifade eder.
- Bozucu giriş senaryolarında: Bozucu sinyalin uygulandığı 15. saniyeden itibaren istenilen yörüngeye oturma süresini ifade eder.

Oturma süresi, bozucu girişin uygulandığı andan itibaren oturma zamanına kadar geçen zamanı ifade etmektedir.

Yöntem	Bozucu (Nm)	ITAE (x eksen)	ITAE (y eksen)	Oturma zamanı (s)	Oturma süresi (s)
K-KKK	0.1	4,9935	3,4115	19,61	4,61
	0.3	5,0966	3,4257	20,67	5,675
	0.5	5,2543	3,4458	23,72	8,72
HKKK	0.1	4,9298	3,4046	18,79	3,79
	0.3	5,0640	3,4236	21,51	6,515
	0.5	5,2210	3,4416	24,48	9,48
IKKK	0.1	4,8260	3,4032	18,05	3,05
	0.3	4,8807	3,4085	19,91	4,915
	0.5	4,9477	3,4145	20,04	5,04
FHKKK	0.1	4,8236	3,3956	17,52	2,52
	0.3	4,8707	3,4017	18,29	3,29
	0.5	4,9197	3,407	19,32	4,32
LQR	0.1	5,0649	3,3855	21,28	6,28
	0.3	5,1245	3,3952	21,40	6,407
	0.5	5,1952	3,4069	21,51	6,518
PID	0.1	4,9680	5,4997	22,03	7,03
	0.3	5,0815	5,5271	22,67	7,67
	0.5	5,2716	5,5733	23,17	8,175

Tablo 6. Farklı Kontrol Yöntemlerinin Bozucu Girişlere Karşı Performansları

Bozucu giriş altında elde edilen değerlendirme sonuçlarına göre; sisteme uygulanan bozucunun büyüklüğü arttıkça, takip performanslarını (ITAE) ve oturma zamanlarını artırdığı görülmüştür. Oturma zamanına göre kontrolcülerin performansı sırasıyla: FHKKK, IKKK, K-KKK, LQR, HKKK ve PID kontrol olarak belirlenmiştir.

FHKKK ve IKKK yaklaşımları, bozucu girişlere karşı çok daha agresif tork çıktıkları üretmektedir. Her iki yaklaşımı, diğer KKK yaklaşımlarına göre daha hızlı tepki sürelerine sahiptir. Bu sayede iki yaklaşım da hızlı gövde dengesi ve daha başarılı

bir yörünge takibi sağlamaktadır. K-KKK ve HKKK yaklaşımlarının daha yumuşak bir kontrol gerçekleştirdiği söylenebilir. Bununla birlikte test edilen KKK yaklaşımlarından HKKK yöntemi, oturma zamanı konusunda LQR yönteminin gerisinde kalmıştır. Çalışmada sunulan FHKKK yaklaşımının, en hızlı tepki süresine sahip olduğu bu sayede oturma zamanı konusunda diğer yöntemlerden daha başarılı olduğu görülmüştür.

Bozucu giriş altında yörünge takip performanslarının değerlendirilebilmesi için ITAE yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre test edilen yaklaşımlar ITAE kriterine göre: FHKKK, IKKK, HKKK, LQR, K-KKK ve PID şeklinde sıralanmaktadır. Elde edilen değerlendirme sonuçları, FHKKK yaklaşımının diğer yöntemlerden daha iyi bir takip performansına sahip olduğunu göstermiştir. Diğer bir deyişle uygulanan bozucu girişe karşılık referans yörüngeye çok daha hızlı geri dönmüş ve kararlılığını koruyabilmiştir.

Bozucu girişler altında simülasyonu gerçekleştirilen yaklaşımlardan tamamı kararlı davranış sergilemiştir. Bununla birlikte test edilen yöntemler içerisindeki en etkili yaklaşımın FHKKK olduğu açıkça görülmektedir. FHKKK, hem oturma zamanı hem de yörünge takip performansı açısından diğer yöntemlere göre daha üstün sonuçlar vermektedir. Buna karşın FHKKK, daha agresif ve keskin tork çıkışlarına olduğu görülmektedir.

Kontrolcülerin parametre belirsizliklerine karşı gürbüzlüklerini sınavabilmek için farklı parametre belirsizlikleri altında çeşitli simülasyonlar yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar ITAE kriterine ve oturma zamanlarına göre değerlendirilmiştir. Değerlendirme sonuçları Tablo 7’de verilmiştir. $M_p=3$ koşulu sistemin ilk halidir. Sistemin kapalı çevrim tepkilerini değerlendirebilmek ve parametre değişimlerinin sistem üzerindeki etkisini daha net görebilmek için $M_p=3$ koşuluna ait sonuçlar tabloya eklenmiştir.

Doğrusal yaklaşımlardan olan LQR ve PID yöntemleri, artan M_p değerine karşılık kararlılıklarını yitirmektedir. LQR yaklaşımı $M_p=6$ ve $M_p=10$ değerlerinde kararlı bir performans sergilerken, M_p parametresi 50’ye artırıldığı zaman kararsız hale gelmektedir.

PID kontrol, $M_p=6$ ile kısmi kararlı bir yapıda başarısız bir kontrol performansı göstermektedir. Bununla birlikte M_p parametrelerinin 10 ve 50’ye artırılması, PID yöntemini tamamen kararsız hale getirmektedir.

KKK yaklaşımlarının tamamı parametre değişimleri altında oldukça başarılı performans sergilemiş ve kararlılıklarını koruyabilmiştir. KKK yaklaşımları parametre değişimine tork çıkışlarını artırarak tepki vermektedir. Diğer bir deyişle parametre değeri

artırıldıkça, kontrolcünün ürettiği torklar da artmaktadır. Böylece kararlılık temin edilmektedir.

Yöntem	Mp (kg)	ITAE (X eksen)	ITAE (Y eksen)	Oturma zamanı (s)
K-KKK	3	4,981	3,404	7,3
	6	4,9809	3,404	7,4
	10	4,9863	3,4041	7,4
	50	5,0019	3,4044	8,8
HKKK	3	4,9056	3,3995	8,2
	6	4,9283	3,3992	8,8
	10	4,9506	3,3992	9,3
	50	5,012	3,3998	13,1
IKKK	3	4,806	3,4013	2,6
	6	4,8061	3,4013	2,6
	10	4,8062	3,4013	3,9
	50	4,8065	3,4013	4,0
FHKKK	3	4,8154	3,3947	2,8
	6	4,8188	3,3945	2,8
	10	4,8212	3,3944	2,9
	50	4,8273	3,3942	3,4
LQR	3	5,0524	3,3887	9,6
	6	5,0334	3,3838	8,4
	10	5,0237	3,3837	8,3
	50	46,2679	108,3905	-
PID	3	4,8664	5,4813	17,2
	6	54,0541	9,9547	49,1 (Kısmi)
	10	124,4646	25,3655	-
	50	-	-	-

Tablo 7. Farklı Kontrol Yöntemlerinin Parametre Değişimlerine Karşı Performansları

Elde edilen sonuçlarda; IKKK yönteminin gövde ağırlığı 3 ve 6 kg olduğu senaryolarda en hızlı oturma süresine sahip olduğu buna karşın gövde ağırlığının 10 ve 50 kg değerine çıkartıldığı zaman FHKKK yönteminin öne geçtiği görülmüştür. Parametre değişimi koşulunda ortalama oturma zamanları ele alındığında kontrolcülerin performansı sırasıyla: FHKKK, IKKK, K-KKK, HKKK, LQR ve PID şeklinde olduğu görülmektedir. Bununla birlikte test edilen yaklaşımların parametre değişimlerine karşı yörünge takip performansları ITAE kriterine göre sırasıyla: IKKK, FHKKK, HKKK, K-KKK, LQR ve PID şeklinde sıralanmaktadır. FHKK ve IKKK yaklaşımlarının ikisi de parametre değişimi altında yörünge takibinde birbirlerine oldukça yakın performans

sergilemiş olsa da; IKKK yaklaşımının aynı senaryo altında yörünge takip performansında öne geçtiği söylenebilir.

Yapılan simülasyonlar, FHKKK ve IKKK yaklaşımlarının her ikisi de oldukça hızlı tepki sürelerine sahip olduğunu göstermektedir. Bu sayede bozucu girişlere ve parametre değişimlerine karşı diğer yöntemlere kıyasla çok daha iyi bir performans sergileyebilmektedir. Test edilen senaryoların tamamı ele alındığı zaman en iyi performansa sahip yaklaşımın, çalışmada sunulan FHKKK olduğu görülmüştür. Bununla birlikte yapılan simülasyon çalışmaları KKK yöntemlerinin parametre değişimlerine karşı gürbüz olduğunu göstermiştir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

Bu çalışmada iki tekerlekli bir denge robotunun yörünge takibi için Bulanık Mantık Tabanlı Hiyerarşik Kayan Kipli Kontrol yaklaşımı çalışılmıştır. Çalışmada sunulan yöntem adaptif yapısı sayesinde hata sinyallerine karşılık yeni kayma yüzeylerinin oluşturulabilmesine olanak tanımaktadır. Bu sayede kontrol performansının iyileştirilmesi ve kontrolcünün gürbüzlüğünün artırılması hedeflenmiştir. Çatırtı problemine karşı Tanjant Hiperbolik (tanh) anahtarlama fonksiyonu kullanılarak çatırtı sorunu tamamen ortadan kaldırılmıştır.

Sunulan yöntemin başarısını test edebilmek için K-KKK, IKKK ve HKKK olmak üzere farklı dört tip KKK tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bununla birlikte LQR ve PID yöntemleri de tasarlanarak test ortamının objektifliği güçlendirilmiştir. Tasarlanan tüm kontrolcüler farklı büyüklükteki bozucular ve parametre belirsizliklerini içeren altı farklı senaryoda simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Simülasyonlardan elde edilen sonuçlar yörünge takip performansı ve oturma zamanı açısından değerlendirilmiştir.

Bozucu girişler altında yapılan simülasyonlarda tüm yöntemlerin kararlı tepkiler verdiği görülmüştür. Değerlendirme sonuçları incelendiğinde oturma zamanına göre kontrolcülerin performansı sırasıyla: FHKKK, IKKK, K-KKK, LQR, HKKK ve PID şeklinde ortaya çıkmaktadır. Kontrolcülerin yörünge takip performansı ITAE kriterine göre sırasıyla: FHKKK, IKKK, HKKK, LQR, K-KKK ve PID şeklindedir. Bununla birlikte bozucu girişler altında elde edilen sonuçlar yörünge takibi ve oturma zamanı

açısından değerlendirildiğinde, FHKKK yönteminin en başarılı performansa sahip yaklaşım olduğu ortaya çıkmaktadır.

Parametre değişikliklerini test etmek için yapılan simülasyonlarda, LQR ve PID yöntemlerinin parametre belirsizliklerine oldukça hassas olduğu görülmüştür. LQR kontrolcü, M_p parametresinin 6 ve 10 değerlerini tolere edebilirken; parametre 50 değerine çıkartıldığında kararsız hale gelmektedir. PID kontrolcü M_p parametresi 6 iken yarı kararlı halde başarısız bir performans sergilemekte; parametre 10 ve 50'ye yükseltildiğinde ise tamamen kararsız hale geçmektedir.

KKK yaklaşımlarının tamamının parametre değişimlerine karşı gürbüz olduğu görülmüştür. Farklı parametre değişimleri için oturma zamanları sıralaması FHKKK, IKKK, K-KKK, HKKK, LQR ve PID şeklindedir. Aynı koşul altında ITAE kriterine göre yörünge takip performansı sıralaması: IKKK, FHKKK, HKKK, K-KKK, LQR ve PID şeklinde elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar FHKKK ve IKKK yaklaşımlarının oldukça hızlı tepki sürelerine sahip olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte FHKKK yaklaşımı adaptif yapısı sayesinde IKKK yaklaşımına ve diğer yaklaşımlara göre çok daha iyi bir performans sergilemiştir.

Sonuç olarak FHKKK yaklaşımı, adaptif yapısı ile değişen koşullara karşı daha hızlı tepkiler verebilmektedir. Sunulan yaklaşım ile bozuculara ve parametre belirsizliklerine karşı gürbüz ve etkili bir kontrol performansı elde edilebilmiştir.

5.2. Öneriler

Tezde çalışılan FHKKK yaklaşımı oldukça başarılı kontrol performansı sunmaktadır. Bununla birlikte FHKKK yaklaşımı agresif ve keskin tork çıkışları üretmektedir. Çalışmada kullanılan Bulanık Mantık Kontrolcüsü (FLC) ile kayma yüzeyleri adaptif olarak değiştirilmektedir. Tork çıkışlarını daha yumuşak hale getirebilmek için ikinci bir FLC kullanılarak kontrolcü kazançları adaptif olarak değiştirilebilir. Ayrıca, IKKK yaklaşımının parametre belirsizlikleri altında yörünge takip performansı ele alındığında, FHKKK yöntemi ile IKKK yöntemlerinin birleştirilmesi, çok daha etkili ve yüksek performanslı bir kontrolcü elde edilmesine olanak tanıyabilir.

6. KAYNAKLAR

- Abedzadeh Maafi, R., S. Etemadi Haghghi, ve M. J. Mahmoodabadi. 2023. "Pareto Optimal Design of a Fuzzy Adaptive Hierarchical Sliding-mode Controller for an X-Z Inverted Pendulum System". *IETE Journal of Research* 69(5):3052-69. doi: 10.1080/03772063.2021.1910578.
- Alihosseini, Amir, Nima Mahdian Dehkordi, ve Mohammadreza Sajjadi. 2023. "Designing a free chattering robust nonlinear sliding mode control for underactuated two wheels mobile robots with disturbances and uncertainties". <https://doi.org/10.1177/10775463221149769>. doi: 10.1177/10775463221149769.
- Azar, Ahmad Taher, Hossam Hassan Ammar, Mohamed Hesham Barakat, Mahmood Abdallah Saleh, ve Mohamed Abdallah Abdelwahed. 2019. "Self-balancing Robot Modeling and Control Using Two Degree of Freedom PID Controller". *Advances in Intelligent Systems and Computing* 845:64-76. doi: 10.1007/978-3-319-99010-1_6.
- Begovich, Ofelia, Edgar N. Sanchez, ve Marcos Maldonado. 2002. "Takagi-Sugeno fuzzy scheme for real-time trajectory tracking of an underactuated robot". *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 10(1):14-20. doi: 10.1109/87.974334.
- Blazic, S. 2017. "Two approaches for nonlinear control of wheeled mobile robots". *IEEE International Conference on Control and Automation, ICCA* 946-51. doi: 10.1109/ICCA.2017.8003188.
- Bo, Liu, ve Zheng Yan. 2011. "Research on fuzzy neural network-based sliding mode balance control of Acrobot". *Proceedings of the 2011 Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2011* 3416-21. doi: 10.1109/CCDC.2011.5968706.
- Chang, Ching Lung, ve Shih Yu Chang. 2017. "Using Reinforcement Learning to Achieve Two Wheeled Self Balancing Control". *Proceedings - 2016 International Computer Symposium, ICS 2016* 104-7. doi: 10.1109/ICS.2016.0029.
- Chang, Ching Lung, ve Kang Hao Liou. 2019. "Reinforcement learning-based two-wheel robot control". *Smart Innovation, Systems and Technologies* 110:324-31. doi: 10.1007/978-3-030-03748-2_40/COVER.
- Chen, Bing, Chong Lin, Xiaoping Liu, ve Kefu Liu. 2015. "Adaptive Fuzzy Tracking Control for a Class of MIMO Nonlinear Systems in Nonstrict-Feedback Form". *IEEE Transactions on Cybernetics* 45(12):2744-55. doi: 10.1109/TCYB.2014.2383378.
- Cheng, Song, Haoming Liu, ve Meibao Yao. 2021. "An Adaptive Backstepping-Based Controller for Trajectory Tracking of Wheeled Robots". *2021 4th IEEE International Conference on Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS)* 539-44. doi: 10.1109/ICPS49255.2021.9468124.
- Dang, Son Tung, Xuan Minh Dinh, Thai Dinh Kim, Hai Le Xuan, ve Manh Hung Ha. 2023. "Adaptive Backstepping Hierarchical Sliding Mode Control for 3-Wheeled Mobile Robots Based on RBF Neural Networks". *Electronics* 2023, Vol. 12, Page 2345 12(11):2345. doi: 10.3390/ELECTRONICS12112345.
- Do, Van Thach, Soon Geul Lee, ve Jong Han Kim. 2020. "Robust integral backstepping hierarchical sliding mode controller for a ballbot system". *Mechanical Systems and Signal Processing* 144:106866. doi: 10.1016/J.YMSSP.2020.106866.
- El-Bardini, Mohammad, ve Ahmad M. El-Nagar. 2014. "Interval type-2 fuzzy PID controller for uncertain nonlinear inverted pendulum system". *ISA Transactions* 53(3):732-43. doi: 10.1016/J.ISATRA.2014.02.007.
- Filippov, A. 1960. "Equations différentielles à second membre discontinu." *Journal de mathématiques* 51(1):99-128.

- Goher, K., ve M. Tokhi. 2010. "Modeling and Control of a Two Wheeled Machine: A Genetic Algorithm-Based Optimization Approach".
- Gong, Yulei, Xiao Wu, ve Huijiao Ma. 2016. "Research on Control Strategy of Two-Wheeled Self-Balancing Robot". *Proceedings - 2015 International Conference on Computer Science and Mechanical Automation, CSMA 2015* 281-84. doi: 10.1109/CSMA.2015.63.
- Grasser, F., A. D'Arrigo, S. Colombi, ve A. C. Rufer. 2002. "JOE: A mobile, inverted pendulum". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 49(1):107-14. doi: 10.1109/41.982254.
- Guo, Linyuan, Syed Ali Asad Rizvi, ve Zongli Lin. 2021. "Optimal control of a two-wheeled self-balancing robot by reinforcement learning". *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 31(6):1885-1904. doi: 10.1002/RNC.5058.
- He, Ping, Hai Wang, Linfeng Liu, Huifang Kong, Ming Yu, Canghua Jiang, ve Zhihong Man. 2017. "A novel hierarchical sliding mode control strategy for a two-wheeled self-balancing vehicle". *Chinese Control Conference, CCC* 3731-36. doi: 10.23919/CHICC.2017.8027940.
- Hoang, U. T. T., T. D. Kim, H. X. Le, D. X. Pham, M. X. Phan, ve T. V. Nguyen. 2022. "Adaptive Fuzzy Hierarchical Sliding Mode Control for Ball Segway". *Automatic Control and Computer Sciences* 56(6):519-32. doi: 10.3103/S0146411622060050/METRICS.
- Huang, Cheng Hao, Wen June Wang, ve Chih Hui Chiu. 2011. "Design and implementation of fuzzy control on a two-wheel inverted pendulum". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58(7):2988-3001. doi: 10.1109/TIE.2010.2069076.
- Huang, Jian, Mengshi Zhang, Songhyok Ri, Caihua Xiong, Zhijun Li, ve Yu Kang. 2020. "High-Order Disturbance-Observer-Based Sliding Mode Control for Mobile Wheeled Inverted Pendulum Systems". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 67(3):2030-41. doi: 10.1109/TIE.2019.2903778.
- Jiang, Libiao, Huachuan Qiu, Zhongwei Wu, ve Jiashou He. 2016. "Active disturbance rejection control based on adaptive differential evolution for two-wheeled self-balancing robot". *Proceedings of the 28th Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2016* 6761-66. doi: 10.1109/CCDC.2016.7532214.
- Jiang, Xianhua, Yuichi Motai, ve Xingquan Zhu. 2005. "Predictive fuzzy logic controller for trajectory tracking of a mobile robot". *SMCia/05 - Proceedings of the 2005 IEEE Mid-Summer Workshop on Soft Computing in Industrial Applications* 2005:29-32. doi: 10.1109/SMCIA.2005.1466943.
- Jin, Shanhai, Zhengxiang Lv, Xiaogang Xiong, ve Jingdong Yu. 2020. "A Chattering-Free Sliding Mode Filter Enhanced by First Order Derivative Feedforward". *IEEE Access* 8:41175-85. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2976737.
- Jmel, Ines, Habib Dimassi, Salim Hadj-Said, ve Faouzi M'Sahli. 2021. "Adaptive Observer-Based Sliding Mode Control for a Two-Wheeled Self-Balancing Robot under Terrain Inclination and Disturbances". *Mathematical Problems in Engineering* 2021. doi: 10.1155/2021/8853441.
- Junfeng, Wu, ve Zhang Wanying. 2011a. "Research on control method of two-wheeled self-balancing robot". *Proceedings - 4th International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, ICICTA 2011* 1:476-79. doi: 10.1109/ICICTA.2011.132.
- Junfeng, Wu, ve Zhang Wanying. 2011b. "Research on control method of two-wheeled self-balancing robot". *Proceedings - 4th International Conference on Intelligent*

- Computation Technology and Automation, ICICTA 2011* 1:476-79. doi: 10.1109/ICICTA.2011.132.
- Kanada, T., ve Y. Watanabe. 2011. "Robust H2 control for two-wheeled inverted pendulum using LEGO Mindstorms". Ss. 136-41 içinde *2011 Australian Control Conference* .
- Karkoub, M. A., ve M. Parent. 2004. "Modelling and non-linear feedback stabilization of a two-wheel vehicle". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 218(8):675-86. doi: 10.1177/095965180421800807.
- Kwak, Y. K., D. Y. Lee, Y. H. Kim, ve B. S. Kim. 2003. "Dynamics and Control of Non-holonomic Two Wheeled Inverted Pendulum Robot". içinde *International Symposium on Artificial Life and Robotics (AROB)*.
- Li, Xiangfeng, Shengqiang Zhan, Fang Guo, Zidan Zhuang, Huitao Zhang, Hui Liao, ve Lili Qu. 2022. "Chattering suppression of the sliding mode observer for marine electric propulsion motor based on piecewise power function". *Frontiers in Energy Research* 10:994180. doi: 10.3389/FENRG.2022.994180/BIBTEX.
- Li, Zhijun, ve Jun Luo. 2009. "Adaptive robust dynamic balance and motion controls of mobile wheeled inverted pendulums". *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 17(1):233-41. doi: 10.1109/TCST.2008.924579.
- Lin, Chih Min, ve Yi Jen Mon. 2005. "Decoupling Control by Hierarchical Fuzzy Sliding-Mode Controller". *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 13(4):593-98. doi: 10.1109/TCST.2004.843130.
- Lin, T. C., S. W. Chang, ve C. H. Hsu. 2012. "Robust adaptive fuzzy sliding mode control for a class of uncertain discrete-time nonlinear systems". *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* 8(1):347-59.
- Liu, Kun, Ming Bai, ve Yuhua Ni. 2011. "Two-wheel self-balanced car based on Kalman filtering and PID algorithm". 281-85. doi: 10.1109/ICIEEM.2011.6035158.
- Lupián, Luis F., ve Rodrigo Avila. 2008. "Stabilization of a wheeled inverted pendulum by a continuous-time infinite-horizon LQG optimal controller". *5th Latin American Robotic Symposium, LARS 2008* 65-70. doi: 10.1109/LARS.2008.33.
- Mahmoud, Magdi S., ve Mohammad T. Nasir. 2017. "Robust control design of wheeled inverted pendulum assistant robot". *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica* 4(4):628-38. doi: 10.1109/JAS.2017.7510613.
- Makalesi, Araştırma, Oğuzhan Çakır, ve Sinan Tekin. 2021. "Oransal İntegral Türevsel Denetleyici Parametrelerinin Sezgisel Optimizasyon Yöntemleri ile Ayarlanması". *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi* (23):9-21. doi: 10.31590/EJOSAT.830467.
- El Makrini, Ilias, Carlos Rodriguez-Guerrero, Dirk Lefeber, ve Bram Vanderborght. 2017. "The variable boundary layer sliding mode control: A safe and performant control for compliant joint manipulators". *IEEE Robotics and Automation Letters* 2(1):187-92. doi: 10.1109/LRA.2016.2587059.
- Martins, Felipe N., Wanderley C. Celeste, Ricardo Carelli, Mário Sarcinelli-Filho, ve Teodiano F. Bastos-Filho. 2008. "An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking". *Control Engineering Practice* 16(11):1354-63. doi: 10.1016/J.CONENGPRACT.2008.03.004.
- Martins, Felipe N., Mário Sarcinelli-Filho, ve Ricardo Carelli. 2017. "A Velocity-Based Dynamic Model and Its Properties for Differential Drive Mobile Robots". *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications* 85(2):277-92. doi: 10.1007/S10846-016-0381-9/METRICALS.
- Mendez-Flores, Efrain, E. Mauricio Martinez-Galicia, Jorge De J. Lozoya-Santos, Ricardo Ramirez-Mendoza, Ruben Morales-Menendez, Israel Macías-Hidalgo,

- Adriana Vargas-Martinez, ve Arturo Molina-Gutierrez. 2020. "Self-Balancing Robot Control Optimization Using PSO". *2020 5th International Conference on Control and Robotics Engineering, ICCRE 2020* 7-10. doi: 10.1109/ICCRE49379.2020.9096470.
- Mobayen, Saleh, Mohammad Javad Yazdanpanah, ve Vahid Johari Majd. 2011. "A finite-time tracker for nonholonomic systems using recursive singularity-free FTSM". Ss. 1720-25 içinde *Proceedings of the American Control Conference*. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- Nafia, Nabil, Abdeljalil El Kari, Hassan Ayad, ve Mostafa Mjahed. 2018. "A robust type-2 fuzzy sliding mode controller for disturbed MIMO nonlinear systems with unknown dynamics". *Automatika* 59(2):194-207. doi: 10.1080/00051144.2018.1521568.
- Nemec, Dusan, Daniel Adamkovic, Marian Hrubos, Rastislav Pirnik, ve Michal Mihalik. 2021. "Fast Two-Wheeled Balancing Robot". 1-9. doi: 10.1109/ICCC51557.2021.9454659.
- Nghia, Vo Ba Viet, Tran Van Thien, Nguyen Ngoc Son, ve Mai Thang Long. 2021. "Adaptive neural sliding mode control for two wheel self balancing robot". *International Journal of Dynamics and Control 2021* 1-14. doi: 10.1007/S40435-021-00832-1.
- Nguyen, Van Truong, Chyi Yeu Lin, Shun Feng Su, ve Quoc Viet Tran. 2019. "Adaptive Chattering Free Neural Network Based Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Redundant Parallel Manipulators". *Asian Journal of Control* 21(3):1-16. doi: 10.1002/ASJC.1789.
- Nguyen, Van Truong, Xuan Thang Vu, ve Hai Binh Giap. 2022. "Adaptive Neural Network Hierarchical Sliding-Mode Control for Pendubot Based Genetic Algorithm Optimization". *Lecture Notes in Networks and Systems* 471 LNNS:574-80. doi: 10.1007/978-981-19-3394-3_66/COVER.
- Nomura, T., Y. Kitsuka, H. Suemitsu, ve T. Matsuo. 2009. "Adaptive backstepping control for a two-wheeled autonomous robot". Ss. 4687-92 içinde *2009 ICCAS-SICE*.
- Olmez, Yagmur, Gonca Ozmen Koca, ve Zuhtu Hakan Akpolat. 2022. "Clonal selection algorithm based control for two-wheeled self-balancing mobile robot". *Simulation Modelling Practice and Theory* 118:102552. doi: 10.1016/J.SIMPAT.2022.102552.
- Omar, Hagar Marzouk, Amro Mohamed Elalawy, ve Hossam Hassan Ammar. 2019. "Two-wheeled Self balancing robot Modeling and Control using Artificial Neural Networks (ANN)". *NILES 2019 - Novel Intelligent and Leading Emerging Sciences Conference* 196-200. doi: 10.1109/NILES.2019.8909311.
- Onen, Umit. 2023. "Model-Free Controller Design for Nonlinear Underactuated Systems with Uncertainties and Disturbances by Using Extended State Observer Based Chattering-Free Sliding Mode Control". *IEEE Access* 11:2875-85. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3234864.
- Önkol, Mert, ve Coşku Kasnakoğlu. 2018. "Adaptive model predictive control of a two-wheeled robot manipulator with varying mass". *Measurement and Control (United Kingdom)* 51(1-2):38-56. doi: 10.1177/0020294018758527/ASSET/IMAGES/LARGE/10.1177_0020294018758527-FIG20.JPEG.
- Parra-Vega, Vicente, ve Gerd Hirzinger. 2001. "Chattering-free sliding mode control for a class of nonlinear mechanical systems". *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 11(12):1161-78. doi: 10.1002/RNC.598.

- Popovski, A. M. 1950. "Linearization of sliding operation mode for a constant speed controller". *Automation and Remote Control* 11(3).
- Qian, D. W., X. J. Liu, ve J. Q. Yi. 2009. "Robust sliding mode control for a class of underactuated systems with mismatched uncertainties". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 223(6):785-95. doi: 10.1243/09596518JSCE734.
- Qian, Dianwei, ve Jianqiang Yi. 2015. *Hierarchical Sliding Mode Control for Underactuated Cranes*. Springer Berlin Heidelberg.
- Raffo, G. V., V. Madero, ve M. G. Ortega. 2010. "An application of the underactuated nonlinear \mathcal{H}_∞ controller to two-wheeled self-balanced vehicles". *Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, ETFA 2010*. doi: 10.1109/ETFA.2010.5641024.
- Santo, G. C. M., ve C. Garcia. 2019. "Construction, Control Design and Bluetooth Trajectory Control of a Self-Balancing Robot". içinde *SBAI 2019*.
- Shtessel, Yuri, Christopher Edwards, Leonid Fridman, ve Arie Levant. 2014. *Sliding mode control and observation*. Springer New York.
- Su, Kuo Ho. 2012. "Adaptive fuzzy balance controller for two-wheeled robot". *Proceedings 2012 International Conference on System Science and Engineering, ICSSE 2012* 30-33. doi: 10.1109/ICSSE.2012.6257143.
- Su, Kuo Ho, Yih Young Chen, ve Shun Feng Su. 2010. "Design of neural-fuzzy-based controller for two autonomously driven wheeled robot". *Neurocomputing* 73(13-15):2478-88. doi: 10.1016/J.NEUCOM.2010.05.005.
- Tao, C. W., J. S. Taur, C. M. Wang, ve U. S. Chen. 2008. "Fuzzy hierarchical swing-up and sliding position controller for the inverted pendulum–cart system". *Fuzzy Sets and Systems* 159(20):2763-84. doi: 10.1016/J.FSS.2008.02.005.
- Tsai, Ching Chih, Hsu Chih Huang, ve Shui Chun Lin. 2010. "Adaptive neural network control of a self-balancing two-wheeled scooter". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57(4):1420-28. doi: 10.1109/TIE.2009.2039452.
- Tseng, Ming Lei, ve Min Shin Chen. 2010. "Chattering reduction of sliding mode control by low-pass filtering the control signal". *Asian Journal of Control* 12(3):392-98. doi: 10.1002/ASJC.195.
- Uddin, Nur. 2017. "Lyapunov-based control system design of two-wheeled robot". *Proceedings - 2017 International Conference on Computer, Control, Informatics and its Applications: Emerging Trends In Computational Science and Engineering, IC3INA 2017* 2018-January:121-25. doi: 10.1109/IC3INA.2017.8251752.
- Unluturk, Ali, ve Omer Aydogdu. 2022. "Machine Learning Based Self-Balancing and Motion Control of the Underactuated Mobile Inverted Pendulum with Variable Load". *IEEE Access* 10:104706-18. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3210540.
- Utkin, Vadim I. 1977. "Survey Paper: Variable Structure Systems with Sliding Modes". *IEEE Transactions on Automatic Control* 22(2):212-22. doi: 10.1109/TAC.1977.1101446.
- Utkin, Vadim, ve Jingxin Shi. 1996. "Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions". *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control* 4:4591-96. doi: 10.1109/CDC.1996.577594.
- Velazquez, Miguel, David Cruz, Salatiel Garcia, ve Manuel Bandala. 2016. "Velocity and Motion Control of a Self-Balancing Vehicle Based on a Cascade Control Strategy". *International Journal of Advanced Robotic Systems* 13(3). doi: 10.5772/63933.
- Wang, W., X. D. Liu, ve J. Q. Yi. 2007. "Structure design of two types of sliding-mode controllers for a class of under-actuated mechanical systems". *IET Control Theory and Applications* 1(1):163-72. doi: 10.1049/IET-CTA:20050435.

- Wu, Junfeng, ve Shengwei Jia. 2011. "T-S adaptive neural network fuzzy control applied in two-wheeled self-balancing robot". *Proceedings of the 6th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2011* 2:1023-26. doi: 10.1109/IFOST.2011.6021194.
- Wu, Junfeng, ve Wanying Zhang. 2011. "Design of fuzzy logic controller for two-wheeled self-balancing robot". *Proceedings of the 6th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2011* 2:1266-70. doi: 10.1109/IFOST.2011.6021250.
- Wu, Junfeng, Wanying Zhang, ve Shengda Wang. 2012. "A two-wheeled self-balancing robot with the fuzzy PD control method". *Mathematical Problems in Engineering* 2012. doi: 10.1155/2012/469491.
- Xiao, Hanzhen, Zhijun Li, Chenguang Yang, Lixian Zhang, Peijiang Yuan, Liang Ding, ve Tianmiao Wang. 2017. "Robust Stabilization of a Wheeled Mobile Robot Using Model Predictive Control Based on Neurodynamics Optimization". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64(1):505-16. doi: 10.1109/TIE.2016.2606358.
- Xiaogang, Ruan, ve Jianxian Cai. 2009. "Fuzzy backstepping controllers for two-wheeled self-balancing robot". *Proceedings - 2009 International Asia Conference on Informatics in Control, Automation, and Robotics, CAR 2009* 166-69. doi: 10.1109/CAR.2009.42.
- Xu, Jian Xin, Zhao Qin Guo, ve Tong Heng Lee. 2012. "Design and implementation of a takagi-sugeno-type fuzzy logic controller on a two-wheeled mobile robot". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60(12):5717-28. doi: 10.1109/TIE.2012.2230600.
- Yan, T. H., B. Wu, B. He, W. H. Li, ve R. B. Wang. 2016. "A Novel Fuzzy Sliding-Mode Control for Discrete-Time Uncertain System". *Mathematical Problems in Engineering* 2016. doi: 10.1155/2016/1530760.
- Yaren, Tuğçe, Selçuk KIZIR Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, ve Mekatronik Mühendisliği Bölümü. 2020. "LQR KONTROLÜ PARAMETRELERİNİN SİSTEM DAVRANIŞINA ETKİ ANALİZİ: ÇİFT ÇUBUKLU TERS SARKAÇ SİSTEMİ". *Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi* 8(1):175-91. doi: 10.36306/KONJES.586958.
- Yu, Gwo Ruey, Yuan Kai Leu, ve H. T. Huang. 2017. "PSO-based fuzzy control of a self-balancing two-wheeled robot". *IFSA-SCIS 2017 - Joint 17th World Congress of International Fuzzy Systems Association and 9th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems*. doi: 10.1109/IFSA-SCIS.2017.8023296.
- Zheng, Naijia, Yu Zhang, Yuanbo Guo, ve Xiaohua Zhang. 2017. "Hierarchical fast terminal sliding mode control for a self-balancing two-wheeled robot on uneven terrains". *Chinese Control Conference, CCC* 4762-67. doi: 10.23919/CHICC.2017.8028105.