

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİMDALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

SOYUT CEBİR DERSİ VEREN ÖĞRETİM
ELEMANLARININ ÖĞRETİM UYGULAMALARI

Fatma Sümeyye UÇAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman

Doç. Dr. Tuğba HORZUM

Konya-2019

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİMDALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

SOYUT CEBİR DERSİ VEREN ÖĞRETİM
ELEMANLARININ ÖĞRETİM UYGULAMALARI

Fatma Sümeyye UÇAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman

Doç. Dr. Tuğba HORZUM

Konya-2019

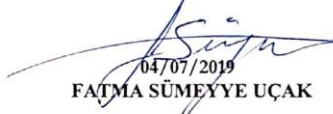
BİLİMSEL ETİK SAYFASI

 KONYA	T.C. NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü	 NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
--	---	---


BİLİMSEL ETİK SAYFASI

Öğrencinin	Adı Soyadı	Fatma Sümeyye UÇAK
	Numarası	148302051002
	Ana Bilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı
	Bilim Dalı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tezin Adı	Soyut Cebir Dersi Veren Öğretim Elemanlarının Öğretim Uygulamaları

Bu tezin proje safhasından sonuçlanmasına kadarki bütün süreçlerde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını bildiririm.


 04/07/2019
FATMA SÜMEYYE UÇAK

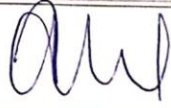

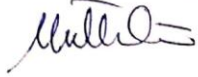
YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU

 KONYA	T.C. NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü	 NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
--	---	---

YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU

Öğrencinin	Adı Soyadı	Fatma Sümeyye UÇAK
	Numarası	148302051002
	Ana Bilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı
	Bilim Dalı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Doç. Dr. Tuğba HORZUM
	Tezin Adı	Soyut Cebir Dersi Veren Öğretim Elemanlarının Öğretim Uygulamaları

Yukarıda adı geçen öğrenci tarafından hazırlanan Soyut Cebir Dersi Veren Öğretim Elemanlarının Öğretim Uygulamaları başlıklı bu çalışma 04/07/2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunarak, jürimiz tarafından yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	Ünvanı Adı Soyadı	İmza
Danışman	Doç. Dr. Tuğba HORZUM	
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi Ahmet CİHANGİR	
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi Melihan ÜNLÜ	

TEŞEKKÜR

Böyle güzel bir konuyu seçip bana yol gösteren, üç yıllık süreç boyunca bu çalışmanın oluşmasında en büyük katkıyı sağlayan, tez çalışmam süresince gecesini gündüzüne katarak her türlü yardımda bulunan, hoşgörüsünü, içtenliğini, bilgi birikimini ve tecrübelerini benimle paylaşan, bu uzun ve zorlu süreç boyunca azmine ve sabrına hayran kaldığım sevgili danışmanım, saygıdeğer hocam Doç. Dr. Tuğba HORZUM'a teşekkürü borç bilirim.

Doğduğum andan beri hep yanımda olan, mutlu olmam için her zaman elinden gelenin fazlasını yapan, karamsarlığa düştüğüm anlarda beni yeniden umutlandıran canım annem Nezaket APAN'a, her zaman yanımda olan, her daim en büyük destekçilerim olan kardeşlerim Rumeysa Nur, Feyza Gül ve Erva Beyza APAN'a, doğduğum andan beri desteklerini esirgemeyen, karşılaştığım zorlukların üstesinden gelmemde bana rehberlik eden teyzelerim Nadide Songül GÜMÜŞ ve Gümüş AKDENİZ'e sonsuz teşekkür ederim.

Yüksek Lisans eğitimim sırasında tanıştığım, çalışma süreci boyunca her zaman yanımda hissettiğim, her zaman destekçim ve ilk eleştirmenim olan can dostum Goncagül YILDIRIM'a sonsuz teşekkür ederim.

Tezin düzenlenmesinde emeği geçen, Ereğli Eğitim Fakültesi'nde öğrenim gören Deniz UĞUR'a teşekkürü borç bilirim.

Hayatıma girdiği andan itibaren her kararımdayanımda olan, beni destekleyen, oğlumuzaya en güzel şekilde bakarak çalışmamı tamamlamamda en büyük yardımcım olan sevgili eşim Ferit UÇAK'a sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak çalışma sürecimde kendisiyle vakit geçiremediğim zamanlara rağmen beni üzmeyen, bir bakışıyla beni canlandıran biricik oğlum Eymen Kaan UÇAK seni seviyorum.

Fatma Sümeyye UÇAK



T. C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Öğrencinin	Adı Soyadı	Fatma Sümeyye UÇAK
	Numarası	148302051002
	Ana Bilim / Bilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı/ Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Doç. Dr. Tuğba HORZUM
Tezin Adı	Soyut Cebir Dersi Veren Öğretim Elemanlarının Öğretim Uygulamaları	

ÖZET

Bu çalışmada Soyut Cebir dersi veren öğretim elemanlarının derslerinde kullandıkları kendilerine özgü öğretim uygulamalarını belirlemek amaçlanmıştır. Nitel bir doğaya sahip olan bu araştırmanın deseni durum çalışmasıdır. Cebire Giriş dersi veren 4 öğretim elemanı ile görüşme yapılarak elde edilen veriler için içerik analizi kullanılmıştır.

Öğretim elemanlarının tamamı öğrencilerini tanımaya gereksinim duyduğunu, öğrencilerinin Cebire Giriş dersinde zorluklar yaşadıklarını, bu dersi zor ve soyut olarak algıladıklarını ifade etseler de bu durumun aşılabileceğini belirtmişlerdir. Öğretim elemanları anlatacakları/anlattıkları konuya ilişkin ders içeriğinin sunumu ile ilgili olarak basit örnekleri kullanarak kavramların veya teorinin anlaşılabilirliğini artırmaya çalıştıklarını, derslerinde kavramsal bağlantıların kurulması gerektiğini, bağlantılar kurulmadığı takdirde öğrenmenin gerçekleşmeyeceğini, kavram yanlışlarının, yanlış öğrenmelerin gerçekleşeceğini ve bu yanlış öğrenmelerin düzeltilmesinin zor olduğunu vurgulamışlardır.

Öğretim elemanlarının tamamı Cebire Giriş dersini genellikle sunuş yoluyla anlattıklarını, çoğunluğu ise soru-cevap yöntemini kullandıklarını belirtmiştir. Öğretim elemanları; öğrencilerin hatalarını ve yanlışlarını belirlemek için tahtada

soruları yanlış çözümlerle nerede hata olduğunu buldurma, kilit soruları sorma, verilen örneklerden bazılarını soru olarak öğrenciler için sınıf ortamında tartışma konusu yapma ve kavramsal anlamayı kolaylaştıracak bol-farklı soru örneklerini kullanma gibi uygulamaları sıklıkla kullandıklarını belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının tamamı; YÖK'ün belirlediği müfredatı ele aldıklarını, çeşitli kaynaklardan veya önceden hazırladıkları ders notlarından yararlanarak anlatacakları konuyu biçimlendirdiklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretim elemanlarının çoğu mevcut müfredat için ders kredisinin ve derse ayrılan saatin yetersiz kaldığını, derste kullandıkları örneklerin konuya ilişkin olarak sınıfın genelini hedef alarak, öğrencileri de cesaretlendirmek adına kolaydan zora gidilecek şekilde seçtiklerini belirtmişlerdir.

Anahtar Kelimeler: matematik eğitimi, cebir öğretimi, öğretim uygulamaları, soyut cebir, pedagojik alan bilgisi



T. C.

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Adı Soyadı	Fatma Sümeyye UÇAK	
Numarası	148302051002	
Öğrencinin	Ana Bilim / Bilim Dalı	İlköğretim Anabilim Dalı/ Matematik Eğitimi Bilim Dalı
	Programı	Tezli Yüksek Lisans
	Tez Danışmanı	Doç. Dr. Tuğba HORZUM
Tezin İngilizce Adı	Abstract Algebra Instructors' Teaching Practices	

SUMMARY

In this study, it is aimed to determine the teaching practices of instructors who teach Abstract Algebra. The design of this study, which has a qualitative nature, is case study. Four instructors were interviewed and content analysis was used.

All instructors stated that they needed to know their students, that their students had difficulties in the Introduction to Algebra course and that they perceived this course as difficult and abstract but this situation could be overcome. The instructors emphasized that they tried to increase the comprehensibility of concepts and theory by using simple examples related to the course content, that conceptual connections should be established in their courses, that cannot be realized if these connections are not established and misconceptions and misleadings take place, and that it is difficult to correct these misleadings.

All instructors stated that they explained the Introduction to Algebra course by presentation, the majority of them stated that they used question-answer method. In order to determine students' mistakes and errors related to the measurement and evaluation used by the lecturers during the Introduction to Algebra course, finding

wrong whereabouts by asking questions on the board, asking the key questions, making some of the examples given as a question for students in the classroom and making conceptual understanding easier they use applications such as using different and many questions. All of the instructors stated that they used homework, instant questions and open-ended questions.

All instructors stated that they followed the curriculum determined by YÖK (Council of Higher Education) and form the subject to be taught by using various sources or lecture notes and that the course credit and the time allocated to the course were insufficient for the current curriculum. Instructors stated that the examples they used in the course were chosen in an easy to difficult way to encourage students by targeting the general class.

Keywords: mathematics education, algebra teaching, teaching practices, abstract algebra, pedagogical content knowledge

İÇİNDEKİLER

BİLİMSEL ETİK SAYFASI	i
YÜKSEK LİSANS TEZİ KABUL FORMU	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
SUMMARY	vi
KISALTMALAR.....	xiii
PAB: Pedagojik Alan Bilgisi	xiii
PISA: The Programme for International Student Assessment	xiii
TIMMS: Trends in International Mathematics and Science Study	xiii
YÖK: Yüksek Öğretim Kurumu	xiii
BİRİNCİ BÖLÜM	1
1. GİRİŞ	1
İKİNCİ BÖLÜM.....	8
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE LİTERATÜR TARAMASI.....	8
2.3. Cebirin Tanımı ve Yapısı.....	21
2.4. Neden Soyut Cebir?	22
2.5. Cebirde ve Soyut Cebirde Yaşanan Zorluklar.....	25
2.6. Soyut Cebirde Yaşanan Zorluklar Nasıl Aşılabilir?.....	27
2.7. Soyut Cebirde Kullanılan Geleneksel ve Alternatif Öğretim Yöntemleri	29
2.7.1. Geleneksel Öğretim Yöntemleri	30
2.7.2. Alternatif Öğretim Yöntemleri.....	31
2.7.2.1. IBL (Inquiry-Based Learning, Sorgulamaya Dayalı Öğrenme).....	31
2.7.2.2. BDÖ (Bilgisayar Destekli Öğretim).....	33
2.7.2.3. FGB : (Finite Group Behavior - Sınırlı Grup Tutumu).....	33
2.7.2.4. GAP: (Gruplar, Algoritmalar ve Programlama).....	38
2.7.2.5. ISETL: (Interactive SET Language - Etkileşimli KÜME Dili)	39
2.8. Pedagojik Alan Bilgisi	40
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	44
3. YÖNTEM.....	44
3.1. Araştırma Modeli	44
3.2. Çalışma Grubu	44
3.3. Veri Toplama Araçları	46
3.4. Görüşme Sorularında Yer Alan Soruların Kullanılma Amaçları	47
3.5. Veri Toplama Süreci	49

3.5. Verilerin Analizi	50
3. 6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması	51
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM.....	54
4. BULGULAR.....	54
4. 1. Öğretim Elemanlarının Öğrencilerini Tanımaya Yönelik Uygulamaları.....	54
BEŞİNCİ BÖLÜM.....	84
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	84
KAYNAKÇA.....	99



TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo-1. Görüşme Sorularının Kullanılma Amaçları</u>	47
<u>Tablo-2. Görüşme Soruları için Görüşleri Alınan Uzmanların Nitelikleri</u>	48
<u>Tablo-3. Öğrenciyi Tanımaya Yönelik Uygulamalar</u>	54
<u>Tablo-4. İçeriğin Sunumuna İlişkin Uygulamalar</u>	61
<u>Tablo-5. Öğretim, Yöntem ve Tekniğe İlişkin Uygulamalar</u>	70
<u>Tablo-6. Ölçme-Değerlendirmeye İlişkin Uygulamalar</u>	75
<u>Tablo-7. Müfredata İlişkin Uygulamalar</u>	78



ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil-1: H grubu için grup aksiyonlarının kontrolü</u>	34
<u>Şekil-2: H grubu elemanlarının incelenmesi</u>	34
<u>Şekil-3: H için grup tablosu</u>	35
<u>Şekil-4: H grubu için kosetlerin hesaplanması</u>	35
<u>Şekil-5: H grubunun alt gruplarını bulma</u>	36
<u>Şekil-6: H grubu için bölüm grubu belirleme</u>	36
<u>Şekil-7: H grubu için merkez ve merkezleyici hesaplama</u>	37
<u>Şekil-8: H ve G grupları için homomorfizma</u>	37
<u>Şekil-9: H grubu için bulunan bilgilerin kaydedilmesi</u>	38
<u>Şekil-10: Polinom Halkalarıyla İlgili Bir GAP Uygulaması</u>	39
<u>Şekil-11: Bir Kuvvet Grupları Uygulaması</u>	40
<u>Şekil-12: Bulgular Bölümünde Yer Alan Başlıklar</u>	54
<u>Şekil-13. ÖE-3'ün Cebire Giriş Dersinde Kullandığı Bir Grafik</u>	64

EKLER LİSTESİ

EK-1. Görüşme Soruları

115



KISALTMALAR

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

PAB: Pedagojik Alan Bilgisi

PISA: The Programme for International Student Assessment

TIMMS: Trends in International Mathematics and Science Study

YÖK: Yüksek Öğretim Kurumu



BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, araştırmanın önemi, araştırmanın amacı, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlar üzerinde durulmuştur.

1.1. Problem Durumu

Cebir, matematik dersi öğretim programlarında geniş yer tutan matematiğin en önemli alanlarından biridir. Yaklaşık son 40 yılda okullarda öğretimi yapılan cebirin; içeriği, anlamı, öğretimi, öğrenimi ve teknolojinin cebir öğretimine etkileri gibi konularda yapılan pek çok çalışma sonucu birçok ülkede cebir öğretim programlarının yeniden düzenlenmesi sağlanmıştır. Cebir öğretiminin iyileştirilmesine yönelik uğraşlara ve öğretim programlarındaki düzeltmelere rağmen, öğrencilerin cebirde yeteri kadar başarılı olamadıkları (The Programme for International Student Assessment [PISA], 2015; Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS], 2016) ve cebir konusundaki zorluklarının devam ettiği (Kieran, 2007) rapor edilmiştir. Ülkemizde yapılan akademik çalışmalar da benzer durumu işaret etmektedir (Dede ve Argün, 2003; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Ersoy ve Erbaş, 2002). Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların pek çok nedeni olabilir. Bunlardan biri öğretmenler, diğeri cebir derslerinde öğrencilerin düşünme yapılarının (kavram yanılgıları, karşılaştıkları zorluklar, farklı yaklaşımları vs.) bilinmemesi ve bir diğeri ise öğretmenlerin öğrencilerinin düşünme yapıları hakkında sahip oldukları bu bilgiler doğrultusunda kendi öğretim yaklaşımlarını şekillendirememeleri olabilir. Nitekim cebir ve cebirsel düşünme, günümüz eğitim anlayışı, amaç ve beklentileri bakımından, matematik okuryazarlığının vazgeçilmez ve ayrılmaz bir parçası, temel bilgiler demeti ve birleştirici ögesidir (Ersoy ve Erbaş, 2002). Sağladığı soyut

düşünce yapısıyla cebir; birçok açıdan, matematiğin alt alanları ve diğer bilim dallarının öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal açılardan ortak bir köprü ve dil görevi üstlenmektedir (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Bu durum ise cebirin bireyler tarafından öğrenilmesinin bir ihtiyaçtan öte bir zorunluluk olduğunu gündeme getirmektedir. Dolayısıyla cebir öğrenimi ve öğretiminin önemi yadsınamaz (Chapin, O'Connor ve Anderson, 2003). Genel olarak matematiksel bilgi özel olarak da cebirsel bilgi; kesin, düzenli, teorem, ispat ve kurallardan oluşan mükemmel bir bilgi topluluğu olarak algılanmaktadır (Arcavi, 1991; Bidwell, 1993). Bu algı öğrencilerin cebiri öğrenme biçimleri ve başarıları üzerinde olumsuz etkiler yaratmaktadır (Carlson, 1999; Cifarelli and Goodson, 2001; Franke ve Carey, 1997). Söz konusu olan soyut cebirde ise bu olumsuz algının boyutu daha da artmaktadır. Soyut cebir, cebirsel akıl yürütme için gerekli olan cebirsel yapıların çalışılması ve genelleştirilmesidir (Wasserman, 2016). Bu nedenle soyut cebir, matematik öğrenen insanların en azından giriş düzeyinde bilmesi gereken en önemli alanlardan biridir. Aslında matematiğin her düzeyinde soyut cebirle ilgili kavramları içeren bir ders bulmak mümkündür. Ne yazık ki soyut cebir, çok soyut olduğundan fazlasıyla zor bir alan olarak düşünülmektedir.

Soyut cebirde bir ders, öğrencilerin önceki matematik derslerinde kullandıkları birçok matematik sisteminden ortak özellikler çıkarabilecekleri yerdir; örneğin, hesap, lineer cebir ve okul cebri gibi. Öğrenciler; özdeşlik (birim), ters, eşdeğerlik (denklik) ve fonksiyon gibi kavramların daha derin anlamlarını geliştirme fırsatlarına sahiptir. Örneğin, gerçek (reel) sayıların çarpımı için birim, birim matris ve birim fonksiyon tarafından paylaşılan nedir? Bir fonksiyonun tersi, bir matrisin tersi ve bir sayının çarpımsal tersi arkasındaki ortak düşünce nedir? Bu soruların cevapları ile soyut cebirde, öğrenciler aynı zamanda matematiğin kesin dilinin önemi ve bu kesinliğin desteklenmesindeki tanımların rolü hakkında da bilgi edinebilirler. Matematik aynı zamanda durumların ne zaman fark edileceğiyle ve bunların nasıl farklı olduklarının açıklanabilmesiyle ilgilidir. Soyut cebir, bu naif kavram “aynılık” izomorfizm kavramında somut bir hal alır. Böylece, soyut cebirdeki kavramların matematiğe yön veren temaları, ilkeleri ve duyarlılıkları yönlendirdiği açıktır

(Findell, 2001). Bu nedenle matematiğin bir alt dalı olan soyut cebirin öğretimi ve öğrenilmesi önem arz etmektedir. Dolayısıyla soyut cebirin öğretilmesinden sorumlu olan öğretim elemanlarının da önemi yadsınamaz.

Bu doğrultuda araştırmanın temel problemi genel olarak Soyut Cebir öğretimi yapan öğretim elemanlarının derslerindeki kendilerine özgü uygulamaları, daha spesifik olarak ise soyut cebir öğretimine ve öğrenmeye yönelik yönelimlerini belirlemektir. Ancak uluslararası bakış açısının aksine Türkiye’de lisans öğretiminde Soyut Cebir adında bir ders bulunmamakta, bunun yerine Cebire Giriş dersi yer almaktadır. Bu nedenle uluslararası bakış açısı göz önüne alınarak bundan sonraki ifadelerde Cebire Giriş dersi ile Soyut Cebir dersi ifadeleri birbirinin yerine kullanılacaktır.

1.2. Problem Cümlesi

Soyut cebir dersi veren öğretim elemanlarının Soyut Cebir dersinde kullandıkları kendilerine özgü öğretim uygulamaları nasıldır?

1.3. Alt Problemler

Araştırmanın amacı doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranacaktır.

- 1) Soyut Cebir dersini veren öğretim elemanları öğrencilerini tanımak için ne tür uygulamalar yapmaktadırlar?
- 2) Soyut Cebir dersini veren öğretim elemanları anlatacakları ya da anlattıkları konuya ilişkin içerik sunumu nasıl şekillendirmektedirler?
- 3) Soyut Cebir dersini veren öğretim elemanları kullandıkları öğretim yöntemleri ve teknikleri nasıldır?
- 4) Soyut Cebir dersini veren öğretim elemanları öğretim uygulamalarının etkinliğini nasıl ölçmekte ve değerlendirmektedirler?
- 5) Soyut Cebir dersini veren öğretim elemanları müfredatı nasıl ele almaktadırlar?

1.4. Araştırmanın Amacı

Bu çalışma da Soyut Cebir dersi veren öğretim elemanlarının Soyut Cebir

dersinde kullandıkları kendilerine özgü öğretim uygulamalarını belirlemek amaçlanmıştır.

1.5. Araştırmanın Önemi

Son yıllarda matematik eğitiminin geliştirilmesine yönelik okul öncesinden lisansüstü eğitime kadar her öğretim düzeyine ait çalışmalar artarak devam etmektedir. Ancak üniversite düzeyinde matematik eğitime yönelik çalışmalar istenilen boyutlara ulaşamamıştır (Dreyfus, 1990, 1995; Selden ve Selden, 1993; Thompson, 1993). Üniversite düzeyindeki çalışmalara bakıldığında ise çoğunun analiz, lineer cebir, ayrık matematik ile ilgili (Hazzan, 1999) olduğu görülebilir. Ancak yaklaşık son kırk yıl içerisinde dünya genelinde soyut cebir öğrenimi ve öğretimi ile ilgili ciddi çalışmalar yapılmaktadır. Bunun sebebi Gallian'ın (1990) da belirttiği gibi matematik eğitimi alan bir kişi için soyut cebir öğrenmenin çok önemli olması düşüncesinin araştırmacılar tarafından kabul edilmiş olması olabilir. Nitekim soyut cebir konuları; bilgisayar bilimlerinde, fizikte, kimyada, bilgi iletiminde, ileri matematikte, mühendislikte ve hala merkezi role sahip olan cebirin kendisi içinde de yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Yine de yapılan çalışmaların niceliği incelendiğinde soyut cebir öğretimi üzerine yeterli çalışmanın yapılmadığı görülmüştür. Bununla birlikte ülkemizde soyut cebir öğrenimi ve öğretimi hakkında sınırlı sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Var olan bu çalışmalar ise ikili işlem (Tatar, 2006), izomorfizm (Okur, 2006) ve bazı sonlu doğrulmuş gruplar (Konyalıoğlu, 2005) gibi bazı soyut cebir kavramlarının öğretimi üzerine hazırlanmış doktora tezleridir.

Üniversite hayatına başlamadan önce matematiği seven, matematik yapabilen ve bu nedenle üniversite öğreniminde matematik veya matematik öğretmenliği bölümlerini tercih eden çoğu öğrenci, soyut cebir dersinde büyük zorluklarla karşılaşmaktadır. Daha da kötü olanı, branşları matematik olmasına rağmen, bu öğrencilerin çoğu soyut cebir dersi yüzünden matematikten hoşlanmamaya başladıklarını ifade etmektedirler (Clark, DeVries, Hemenway, John, Toliaş ve Vakıl, 1997). Bu durumun farklı sebepleri olabilir. Ancak alanyazında böyle bir durumun ortaya çıkmasını etkileyen hatta en temel sebeplerden birisinin öğretmen

faktörü olduğu belirtilmektedir (Allinder, 1994). Bu düşünceyle yurt dışındaki bazı araştırmacıların soyut cebir öğretiminde, “Öğrencilerin tümü kavramları daha anlamlı öğrenebilirler mi?, Öğretim için kullanılabilir en iyi yöntem hangisidir?” gibi zihinlerini meşgul eden sorularla uğraştıkları bilinmektedir. Bu tarz sorular matematik eğitimcilerini soyut cebir öğrenimi üzerine araştırma yapmaya sevk etmiştir (Krishnamani ve Kimmins 2001). Bu aşamada soyut cebir öğretimi yapan öğretim elemanlarının önemi göz ardı edilemez. Bu nedenle soyut cebir dersi veren veya vermiş öğretim elemanlarının sınıf ortamında veya sınıf dışında kullandıkları öğretim pratikleri, pedagojik yöntemleri, değerlendirme yöntemleri gelecekteki soyut matematik dersi verecek öğretim elemanlarına yol gösterebileceği gibi, bu uygulamaların nasıl geliştirilebileceği hakkında araştırmalar yapılmasında öncü olabilme kapasitesi bakımından önemlidir.

Ayrıca rehber konumunda olan öğretim elemanları tarafından soyut cebiri öğrenmenin yolları ve bu yolda ilerlemede engel olacak davranışlar bilinirse, lisans öğrencilerin edindiklerini matematiksel bilginin içyapısı, nasıl zihinde depolandığı, nasıl genellendiği ve nasıl desteklenerek geliştirilebileceği konusunda da fikir sahibi olunabilir (Yeşildere, 2006). Bu nedenle bu çalışmada genel olarak soyut cebir dersi veren öğretim elemanlarının soyut cebir dersindeki kendilerine özgü uygulamaları daha spesifik olarak ise soyut cebir öğretimine ve öğrenmeye yönelik yönelimlerini sistematik bir şekilde incelemek ve yorumlamak amaçlanmıştır.

1.6. Varsayımlar (Sayıtlar)

Araştırmada aşağıdaki durumlar varsayım olarak kabul edilmiştir.

- 1) Araştırmaya katılan öğretim elemanlarının görüşmelerde samimi oldukları, bilgileri ve düşünceleri dâhilinde sorulara samimiyetle ve açık cevaplar verecekleri kabul edilmiştir.
- 2) Araştırmada kullanılan ölçme araçlarının ölçülmek istenen davranışları doğru olarak ölçtüğü kabul edilmiştir.
- 3) Araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturmak için taranacak kaynakların güvenilir ve yeterli bilgi verdikleri varsayılmıştır.

1.7. Sınırlılıklar

Bu araştırmada her araştırmada olduğu gibi çeşitli sınırlılıklar bulunmaktadır. Bu sınırlılıklar aşağıda yer almaktadır.

1. Araştırma Túrkiye’de bulunan üniversitelerde Soyut Cebir dersi veren öğretim elemanları ile sınırlıdır. Ancak araştırma nitel araştırma desenine sahip olduğu için katılımcı sayısı 4 öğretim elemanı ile sınırlıdır. Bu araştırma, öğretim elemanlarının öğretim uygulamalarının ele alınmasını içermektedir. Bu sürecin karmaşık yapısından ötürü az sayıda kişiyle çalışmak uygun bulunmuştur. Bununla birlikte daha fazla (8-10 öğretim elemanı) katılımcıya ulaşılmak istense de gönüllük esasına dayalı olarak katılımcı bulunmasında sıkıntılar yaşanmıştır.
2. Araştırmanın amacı ve araştırmada kullanılan metot, sınıf ortamından farklı bir ortamda gerçekteştirilmesini mecbur kılmaktadır. Bireysel görüşmelerin yapılması esnasında öğretim elemanlarının rahat hissedememesi gibi durumların oluşabilme ihtimali, araştırma için bir sınırlılık teşkil etmektedir. Fakat bu durum, katılımcıların kendilerini rahat hissetmeleri sağlanarak aşılmaya çalışılmıştır.
3. Araştırmada verilerin toplanması amacıyla ses kaydedicisi kullanılmıştır. Katılımcıların ses kayıt işlemini daha önceden tecrübe etmemiş olduğu varsayılarak bazı sıkıntılı söz konusu olabileceği düşünöldüğu için katılımcılar ve araştırmacı arasında ılımlı bir atmosfer oluşturulmaya çalışılmıştır. Bununla birlikte ses kaydının alınmasını istemeyen öğretim elemanlarının kendilerini rahat hissedebilmeleri için ses kaydı alınmamış bunun yerine öğretim elemanlarının ifadeleri yazılarak alınmıştır. Bu durum, araştırmanın bir sınırlılığıdır.
4. Ayrıca bu araştırmada veri toplama yöntemi olarak yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Araştırmanın tasarlanma sürecinde gözlemlerin de görüşmelerle birlikte gerçekteştirilmesi planlanmıştır ancak Cebire Giriş dersinin verildiği 2019-2020 eğitim-öğretim yılı güz döneminde görüşme sorularının ve gözlem formlarının yetiştirilememesi nedeniyle bu dönemde sınıf içi gözlemler gerçekteştirilememiştir. Bu durum araştırmanın bir sınırlılığıdır.

1.8. Tanımlar

Araştırmada yer alan temel ifadelerden bazılarının açıklamaları aşağıda belirtilmektedir.

Soyut Cebir: Soyut cebir, cebirsel akıl yürütme için gerekli olan cebirsel yapıların çalışılması ve geliştirilmesidir (Wasserman, 2016). Cebir kelimesinin kullanımlarından ilki “grup, halka, invaryant teori, kohomoloji gibi ileri seviyede konuları içeren sayı sistemleri ile bunların üzerindeki işlemleri inceleyen soyut çalışma” şeklindedir. Bu matematikçilerdeki cebir kelimesinin anlamıdır ve muhtemelen bir karıştırma olduğunda matematiğin bu alanı sık sık soyut cebir olarak isimlendirilmektedir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014).

Öğretme Stratejileri: Dersin amaçlarına ulaşmak için öğretmenler tarafından kullanılan her türlü yöntem ve teknik olarak adlandırılabilir (Güven, 2008).

Öğretim Elemanı: Yükseköğretim Kanununa göre (1981), yükseköğretim kurumlarında görevli öğretim üyeleri, öğretim görevlileri ve araştırma görevlileridir.

Örnek: Sınıfın bir dizi kriterle tanımlandığı, matematiksel nesnelerin bir sınıfının somut bir temsilcisidir. (Mills, 2006).

İKİNCİ BÖLÜM

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde çalışma ile ilgili kavramsal çerçeveye ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Cebir

Cebir, matematik dersi öğretim programlarında geniş yer tutan matematiğin en önemli alanlarından biridir. Yaklaşık son 40 yılda, okullarda öğretimi yapılan cebirin içeriği, anlamı, öğretimi, öğrenimi ve teknolojinin cebir öğretimine etkileri gibi konularda yapılan pek çok çalışma sonucu birçok ülkede cebir öğretim programlarının yeniden düzenlenmesi sağlanmıştır. Cebir öğretiminin iyileştirilmesine yönelik uğraşlara ve öğretim programlarındaki düzeltmelere rağmen, öğrencilerin cebirde yeteri kadar başarılı olamadıkları (TIMSS, 2016; PISA, 2015) ve cebir konusundaki zorluklarının devam ettiği (Kieran, 2007) rapor edilmiştir. Ülkemizde yapılan akademik çalışmalar da benzer durumu işaret etmektedir (Dede ve Argün, 2003; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Ersoy ve Erbaş, 2002). Öğrencilerin yaşadıkları zorlukların pek çok nedeni olabilir. Bunlardan biri öğretmenler, diğeri cebir derslerinde öğrencilerin düşünme yapılarının (kavram yanılgıları, karşılaştıkları zorluklar, farklı yaklaşımları vs.) bilinmemesi ve bir diğeri ise öğretmenlerin öğrencilerinin düşünme yapıları hakkında sahip oldukları bu bilgiler doğrultusunda kendi öğretim yaklaşımlarını şekillendirememeleri olabilir. Nitekim cebir ve cebirsel düşünme, günümüz eğitim anlayışı, amaç ve beklentileri bakımından, matematik okuryazarlığının vazgeçilmez ve ayrılmaz bir parçası, temel bilgiler demeti ve birleştirici ögesidir (Ersoy ve Erbaş, 2002). Sağladığı soyut düşünce yapısıyla cebir, birçok açıdan, matematiğin alt alanları ve diğeri bilim dallarının öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal açılardan ortak bir köprü ve dil görevi üstlenmektedir (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Bu durum ise, cebirin bireyler tarafından öğrenilmesinin bir ihtiyaçtan öte bir zorunluluk olduğunu gündeme getirmektedir. Dolayısıyla cebir öğrenimi ve öğretiminin önemi

yadsınamaz (Chapin, O'Connor ve Anderson, 2003). Ancak ne yazık ki, eğitim sistemi içerisinde cebirin, eski ve zengin bir tarihe sahip olduğunu öğrenci ve öğretmen çoğu zaman yeterince görememektedir. Benzer şekilde öğretmen ve öğrenciler, matematiğin sürekli gelişim gösterdiğini, insan emeğinin ürünü olduğunu ve farklı zamanlarda farklı kültürlerin yaptıkları matematiğin farklı olduğunu değerlendirmede başarısız olmaktadır (Tzanakis ve Arcavi, 2000). Bu bağlamda genel olarak matematiksel bilgi özel olarak da cebirsel bilgi; kesin, düzenli, teorem, ispat ve kurallardan oluşan mükemmel bir bilgi topluluğu olarak algılanmaktadır (Arcavi, 1991; Bidwell, 1993). Bu algı öğrencilerin cebiri öğrenme biçimleri ve başarıları üzerinde olumsuz etkiler yaratmaktadır (Carlson, 1999; Cifarelli ve Goodson, 2001; Franke ve Carey, 1997). Söz konusu olan soyut cebir olduğunda ise bu olumsuz algının boyutu daha da artmaktadır. Soyut cebir, cebirsel akıl yürütme için gerekli olan cebirsel yapıların çalışılması ve genelleştirilmesidir (Wasserman, 2016). Bu nedenle soyut cebir, matematik öğrenen insanların en azından giriş düzeyinde bilmesi gereken en önemli alanlardan biridir. Aslında matematiğin her düzeyinde soyut cebirle ilgili kavramları içeren bir ders bulmak mümkündür. Ne yazık ki soyut cebir, çok soyut olduğundan fazlasıyla zor bir alan olarak düşünülmektedir. Nitekim Leron ve Dubinsky (1995), soyut cebirle ilgili öğretmen ve öğrencilerin sıklıkla yaptığı yorumların birbirine zıt iki maddede toplandığını ifade etmektedir. Bunlardan ilki, soyut cebir öğretimi tam bir felakettir, anlatılacak dersler ne kadar kaliteli olursa olsun sonuç aynı olmaktadır. İkincisi ise konular gerçekten çok zor ancak öğrenciler de derslere iyi hazırlanmamakta ve soyut cebiri öğrenmek için çaba harcamaya gönülsüz davranmaktadırlar. Leron ve Dubinsky (1995) öğrencilerin soyut cebiri öğrenmedeki zorluklarının esasen temel işlemler ve nesnelere anlamaktaki yetersizliklerinden kaynaklı olduğunu ileri sürmektedir. Dahası düz anlatım metodunun bu zorlukları aşmakta yetersiz olduğunu iddia ederler ki, çoğu öğrenciye “matematiksel işlemleri, nesnelere ve ilişkileri anlatmak” anlamlı bir matematik öğrenmesi için yeterli değildir. Ayrıca, aynı çalışmada çoğu öğretmen adayının lisans matematiği ile öğretilen matematik birbirinden tamamen farklı gördüğü tespit edilmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorluklar göz önüne alınarak gerçekleştirilen çalışmalarda, yapılandırmacı yaklaşımın öğrencilerin soyut cebiri

öğrenmesinde başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür. Soyut cebir öğretiminde bilgisayar uygulamalarının kullanılması, anlaşılabilmesi zor olan kavramları anlamlı öğrenmeyi arttırılabilir. Uygun öğretim teknikleriyle birleştirilen soyut cebir yazılımları; öğrencilerin keşfetme, öğrenmelerini kontrol etme ve işbirlikli gruplarda çalışmalarıyla öğrenme ortamları sunabilir. Ancak soyut cebir öğrenimi ve öğretimini daha iyi anlayabilmek adına bu kadar önemli bir kavram olan cebirin tarihine, cebir ve soyut cebirin tanımına, yapısına, cebirde ve soyut cebirde yaşanan zorluklara değinilmesi uygun olacaktır.

2. 2. Cebirin Tarihi

Cebir; yapı, bağıntı ve miktar üzerine uğraşan matematiğin önemli bir dalıdır. Bilinmeyen değerlerin, işaret ve harflerle sembolize edilerek kurulan denklemlerle bulunması ya da bilinmeyenlerin arasındaki bağıntıların belirlenmesi esasına dayanır. Cebir'in temelleri Ebu Abdullah Muhammed bin Musa el-Harezmi'ye (780-850) dayanmaktadır. "Cebir" ismi Harezmi'nin El-Kitab'ül-Muhtasar fi Hıساب'ül – Cebri ve'l Mukabele adlı eserinden gelmektedir. El Harezmi'den bu yana cebir çok değişmiş ve aritmetik ve geometrinin çözemediği pek çok problemi çözmüş ve çözmeye devam etmektedir (Argün vd., 2014).

Aşağıda verilen cebirin tanımı, iyi bilinen bütün cebirsel yapıları içerdiği gibi tanınmayan cebirsel yapıları da kapsamaktadır. 1898'de Alfred North Whitehead (1861-1947) ve daha sonra Noether gibi pek çok matematikçi tarafından böyle bir tanıma gereksinim duyulduğu not edilmesine karşın, bu amacın fark edilmesi George David Birkoff (1884-1944)'a kadar uzanır. Ancak yakın zamanlarda bilgisayar biliminde yapılan araştırmalar, Birkoff'un tanımladığı cebir kavramının kısmi cebirlere, heterojen cebirlere genişlemeleri ile yapılabilmıştır (Argün vd., 2014).

Cebir kelimesinin kullanımlarından ilki "grup, halka, invaryant teori, kohomoloji gibi ileri seviyede konuları içeren sayı sistemleri ile bunların üzerindeki işlemleri inceleyen soyut çalışma" şeklindedir. Bu matematikçilerdeki cebir kelimesinin anlamıdır ve muhtemelen bir karıştırma olduğunda matematiğin bu alanı sık sık soyut cebir olarak isimlendirilmektedir (Argün vd. 2014).

Cebir kelimesinin kullanımlarından ikincisi, genel olarak ortaokul ve liselerde öğretilen okul cebiridir. Matematikçilerin basit cebir, ortaokul cebiri, lise cebiri adını

verdikleri okul cebiri, bir veya daha fazla değişkenli polinom denklemlerin çözümlerini, fonksiyonlar ve onların grafiklerinin temel özelliklerini içerir. Matematikçiler cebir kelimesini ise, bu tür konuların daha ileri yönleri için kullanmaktadırlar (Argün vd. 2014).

Son olarak bu kelime, bir konu alanından daha ziyade özel tipteki cebirsel yapılar için kullanılmaktadır. Eğer $(V, +, \cdot)$ halkası F cismi üzerinde bir vektör uzayı, her bir $\alpha \in F$ ve her $x, y \in V$ için

$$\alpha(xy) = (\alpha x)y = x(\alpha y)$$

eşitlikleri sağlanırsa V 'ye bir F –cebir adı verilir (Argün vd., 2014).

Çoğu tarihi metinde, cebirin gelişiminin üç dönemde gerçekleştiği belirtilmektedir. Bu dönemler sırasıyla, cebirsel ifadelerin, cebirsel problemlerin ve çözümlerinin düz yazı biçiminde yazıldığı dönem, cebirsel ifadelerin gösterimlerinde kısaltmaların kullanıldığı dönem ve sembollerin kullanıldığı dönem olarak ifade edilmektedir. (Baki ve Bütüner, 2011). Buna göre cebirin tarihçesini yazılı kayıtlara göre antik Mısır ve Babil de başladığını ifade edebiliriz ve o çağdaki insanlar $ax = b$ şeklindeki lineer denklemler ile $ax^2 + bx = c$ şeklindeki ikinci dereceden denklemlerin çözümlerini öğrenebiliyorlardı. Üstelik $x^2 + y^2 = z^2$ gibi çok bilinmeyenli polinom biçimindeki denklemlerin çözümleriyle uğraşıyorlardı. Antik Babilde ikinci dereceden denklemlerin çözümünde bugünkü öğretilen yollar kullanılıyordu. Hatta o çağda bilinmedik bazı denklemleri de çözebiliyorlardı (Argün vd. 2014).

Eski Mısır'dan günümüze ulaşan iki önemli matematik yapıtı Golenişev papirüsü (M. Ö. 1900) ile Rhind papirüsüdür (M. Ö. 2000– 1000). Rhind papirüsünde çok sayıda birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve çözümleri yer almaktadır. Mısırlılar (M. Ö. 2000–1000), birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümlerinde yanlış deneme yolunu kullanmışlardır. Bu yöntem; 15. ve 16. yüzyıllarda eski Mısır dışında, Hintliler ve İslam dünyası matematikçileri tarafından da kullanılmıştır. Ayrıca bu yöntemin 16. yüzyıl İtalyan matematikçilerinden Nicole Tartalia, Philipo Calandri ve İspanyol matematikçi Tosca tarafından da kullanıldığı bilinmektedir. Eski Mısır'da cebirsel denklemlerin çözümlerinde bugün

kullandığımız (x, y, x^2, \dots) gibi semboller kullanılmamıştır. Her şey düzyazı biçiminde yazılmıştır (Baki ve Bütüner, 2011).

Eski Mısır'daki insanların, doğrusal olmayan denklemleri çözerken orantısal düşünme ve yanlış deneme yolları dışında, karekök alma işlemini de kullandıkları görülecektir (Lumpkin, 1997). Sonuç olarak, çeşitli denklemlere ve çözüm yöntemlerine rastlansa da, Eski Mısır'da bugünkü anlamda cebirin bir bilim olarak var olduğunu söylemek oldukça zordur (Smith, 1925). Eski Mısır'da olduğu gibi cebir üzerine çalışmaları Babillilerde de görmekteyiz. Eski Mısır'da cebir üzerine yürütülen çalışmalar yanlış deneme ve orantısal düşünme üzerine dayalı iken Babillilerde geometrik bir düşünce yapısıyla ikinci derece denklemlerin ve doğrusal denklem sistemlerinin çözümünün yapıldığı görülmektedir (Baki ve Bütüner, 2011).

Babilliler, eski Mısır'daki cebir anlayışından daha ileri giderek, ikinci dereceden denklemler ve doğrusal denklem sistemlerinin çözümleriyle uğraşmışlardır (Baki ve Bütüner, 2011). Babilliler, eski Mısır'da olduğu gibi çözümlerini düz yazı biçiminde yapmışlardır. Ancak yaptıkları çözümlerin oranlama yönteminin yanında geometrik bir düşünce yapısına dayandığı düşünülmektedir (Baki ve Bütüner, 2011; Swetz, 1994).

M.Ö. 2000 – 1000'li yıllarda Babilliler ikinci dereceden denklemleri çözmek dışında, $x + y = b$ ve $x \cdot y = c$ (b, c sabitler) şeklindeki denklem sistemlerini de düz yazı formatında ancak geometrik bir düşünce biçimiyle çözmüşlerdir (Baki ve Bütüner, 2011). Sonuç olarak, Babillilerin lineer denklem sistemlerini ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri düz yazı formatında ancak geometrik bir düşünce yapısıyla çözdükleri söylenebilir. Bunun yanında Babilliler; en, boy, alan gibi kavramları içeren cebirsel problemlerle uğraşmışlardır. Sonuçta Babillilerin bilinmeyen olarak geometrik şekillerin kenar uzunluklarını tanımladıkları düşünülebilir (Baki ve Bütüner, 2011).

Cebirle uğraşan diğer bir uygarlığın adresi olan Çin'de kullanılan sayı sistemi on tabanlıdır. Ayrıca, işlem yapmalarını kolaylaştıran, abaküs ve çarpım cetveli gibi bazı basit aletler de kullanmışlardır. Diğer uygarlıklardan farklı olarak Çin'de daha çok aritmetik ve cebir bilimleri gelişme göstermiş ve hatta geometri problemleri bile

bu iki disiplinden yararlanılarak çözülmeye çalışılmıştır (URL-1). Çinli matematikçi Zhu Shijie birçok küplü denklemin çözümünde etkili olmuştur (URL-2).

Cebir uğraşı Eski Yunan'daki matematik bilginleriyle devam ettirilmiştir. Eski Yunan'da cebir dendiğinde akla gelen ilk isim Euclid'dir. Euclid'in (M. Ö. 300) en önemli yapıtı olan Elementler, 13 kitaptan oluşmaktadır. İkinci kitabında Euclid'in cebiri geometrik inşalar üzerine kurduğu anlaşılmaktadır. (Baki ve Bütüner, 2011). Euclid'in ortaya koyduğu önerme modelleri, Babillilerin geometrik düşünce yapısına benzemektedir. Bu durum, Eski Yunan'daki matematik bilginlerinin Babillilerden etkilenmiş olma olasılığını arttırmaktadır (Katz, 2007; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2006). Eski Yunan'da, Euclid ve Apollonius zamanının cebirinin de Babil tabletlerinde olduğu gibi geometrik bir düşünceyle yapıldığı, Euclid'in Elementler kitabındaki önermeleri ile gösterilmiştir. Kısacası Babillilerin ve Euclid'in döneminde cebir kavramının henüz ortaya çıkmadığı, cebirin geometrikselleştirildiği söylenebilir (Cajori, 2007; Katz, 1998).

İskenderiyeli matematikçiler Büyük İskender ve Diophantus (215 – 299) denk çözüm yollarıyla ilgili Mısır'daki ve Babildeki gelenekleri sürdürdüler; fakat Diophantus'un Arithmetica adındaki kitabının seviyesi daha ilerideydi ve belirli olmayan zor denklemlerin çözümleri ile ilgili sürpriz çözüm yolları sunmaktaydı (Argün vd. 2014).

Euclid cebiri geometrikleştirirken, Diophantus sembolleştirmeye ve analitik hale sokmaya çalışmıştır (Cajori, 2007; Smith, 1925). Pisagor üçlülerinin ($2mn, n^2 - m^2, n^2 + m^2$) bulunması ve Diophantus'tan önce yaşamış olan Yunanlı matematikçi Archimedes'in (M. Ö. 287 – 212) büyük baş hayvan problemi, bu tip denklemlerle ilk defa Diophantus'un uğraşmadığını göstermektedir (Horn ve Zakeri, 1998; Swift, 1956). Bugün Pell denklemleri olarak bildiğimiz ve Archimedes'in de uğraştığı $y^2 = ax^2 + 1$ tipindeki denklemler için Hintli matematikçi Brahmagupta ve Bhaskara ilk defa genel çözüm yöntemleri ortaya koymuşlardır. Bu durum, Diophantus'tan önce ve sonra bu tip denklemlerle uğraşıldığını, denklemlerin doğru ve genel çözümlerinin yapıldığını ortaya koymaktadır. Diophantus, genel bir çözüm algoritması ve sistematik bir yöntem geliştirmemiştir. Diophantus, birden fazla

bilinmeyi tanımlayamamıştır. Buna paralel olarak, Babillilerin yaptıkları gibi, tüm bilinmeyenleri bir parametre cinsinden ifade ederek çözüme ulaşmaya çalışmıştır (Katz, 1998; NCTM, 2006). Bununla birlikte Diophantus bazı problemlerin çözümlerinde, Eski Mısırda kullanılan yanlış deneme yolunu da kullanmıştır. Diophantus, negatif bir sayı ile negatif bir sayının çarpımının pozitif, negatif bir sayı ile pozitif bir sayının çarpımının negatif olduğunun farkında olmasına rağmen, denklem çözümlerinde negatif köklerin varlığını ortaya koyamamıştır. Diophantus'un cebir alanına yaptığı en büyük katkı cebirsel gösterimlerde kısaltmaları kullanmasıdır (Baki ve Bütüner, 2011). Diophantus'tan sonraki süreçte de Hintli matematikçiler cebirsel ifadelerin gösterilişlerinde kısaltmaları kullanmışlardır. 500'lerden itibaren Hint matematiğinde önemli gelişmeler yaşanmıştır. Hintli matematikçiler, Aryabhata (525), Brahmagupta (628), Mahavira (850) ve Bhaskara (1150) aritmetik ve cebir alanında önemli çalışmalar yapmışlardır. Ancak Bhaskara'dan sonraki süreçte Hint matematiği bir duraklama sürecine girmiştir. Cebirsel gösterimlerde kısaltmalara başvurulması Diophantus'la başlamış, Hintli Matematikçi Brahmagupta (M.S. 628) ile devam ettirilmiştir. Hintli matematikçi Bhaskara, $[ax]^2 + bx = c$ tipindeki denklemleri çözerken Babillilerin, Brahmagupta'nın ve Harezmi'nin yaptığı gibi kareye tamamlama tekniğini kullanmıştır (Baki ve Bütüner, 2011).

Hint cebirinde cebirsel denklemler ifade edilirken kısaltmalar kullanılmış olsa da, Hint cebirinin büyük ölçüde düz yazı formunda sunulduğu söylenebilir. Dikkate değer olan şey negatif sayıların doğru şekilde kullanılmasıdır. Negatif sayıların ve irrasyonel sayıların varlığını ilk defa Hintli matematik bilginleri ortaya koymuşlardır (Baki ve Bütüner, 2011).

Eski Mısır'daki yanlış deneme yolu, Babilliler, Eski Yunan ve Hintlilerdeki cebirsel denklemlerin geometrik düşünce biçimi ile çözümünü cebir kavramının ortaya çıkmasında etkili olmuş olsa da, Cebir kavramı İslam dünyasıyla anlam kazanmış ve Batı dünyasına aktarılmıştır (Baki ve Bütüner, 2011).

İslam dünyasına bakıldığında, İslam dünyasının cebir alanındaki en önemli matematik bilgininin 780-847 yılları arasında yaşamış olan Harezmi olduğu söylenebilir. Matematik alanlarından Cebir'in mucidi Harezmi'dir. Sayı sisteminin

ilk şeklini Hindistan'dan alarak Arap sayı sistemini geliştirmiştir. Batının ve dolayısıyla bugünün matematiğinin kullandığı sayılar Harezmi'nin dokuzuncu yüzyılda kullandığı sayıların bir çeşit uyarlamasıdır. Harezmi, Hindistan'dan o günün astronomi bilgilerini de Bağdat'a taşıdı. Harezmi, "Darül-Hikme'deki ilk dönemlerinde saray çevresine ve tüccarlara dört işlemi içeren aritmetiği öğretmiştir. Bunun yanında İslam'a göre miras hukukunu yürütmekte olan kadınlara bu konuyla ilgili bazı hesaplamalar öğretmiştir. Özel miras problemlerinin ortaya çıkardığı denklemleri çözme durumunda kalan Harezmi, bugünkü bildiğimiz anlamda cebire yönelmiştir. Bu alanda yaptığı çalışmaları, daha sonra matematiğin bir kolu olarak bildiğimiz cebirin adını alacağı "Al Kitab Fi Hisab Al Cabr wal Muqabalah" (Tamamlama ve Dengeleme Yoluyla Hesaplama) adlı kitabında toplamıştır. Bu kitap üç bölümden oluşmaktadır. Harezmi kitabının birinci bölümünde cebirsel denklemleri çözme sürecini açıklamıştır. Harezmi tüm lineer ve ikinci derecen denklemlerin $ax^2 = bx$, $ax = b$, $ax^2 + bx = c$, $ax^2 + c = bx$, $ax^2 = bx + c$ olacak şekilde altı biçime indirgenebileceğini ifade etmiştir. "Al Kitab Fi Hisab Al Cabr wal Muqabalah" Rönesans dönemi cebir çalışmaları için en önemli kaynak olmuştur. Buradaki Al Cabr terimi İngilizce ve Fransızcaya algebra olarak geçmiş ve Türkçe'de de cebir olarak kullanılmıştır. Ayrıca Harezmi'nin bu kitapta kullanmış olduğu çözüm yöntemleri ve işlem yönergeleri Arapçada isminin Al Khwarizm olarak telaffuz edilmesi nedeniyle Avrupa'daki matematikçiler Harezmi'nin yöntemleri anlamında "algorithm" deyimini kullanmışlardır (Arndt, 1983; Baki, 1992, 2008).

Harizmi, 825 yılında yazmış olduğu "*Al Kitab Fi Hisab Al Cabr wal Muqabalah*" isimli kitabında, denklemlerin çözümlerini Babil'de, Euclid'in Eski Yunanında ve Hintlilerde görülmemiş bir şekilde yapmıştır (Arndt, 1983; Brezina, 2006; Katz, 1998; NCTM, 2006). Harezmi'nin en büyük başarılarından biri, cebiri geometriden kurtarması ve matematiğin bir dalı olarak ortaya koymasındadır. Nitekim geometrik bir düşünce yapısıyla yapılan cebirsel çözümler, Harezmi'den önce vardı (Brezina, 2006). Harezmi, denklemleri "Al-jabr" ve "Al-muqabala" denilen iki işlem kullanarak çözmüştür. Al-jabr (Cebir) tamamlama anlamına gelmektedir. Bir

denkleme negatif terimlerin ortadan kaldırılması işlemini ifade etmektedir (Baki ve Bütüner, 2011).

İslam dünyasında Harezmi'den sonra Ibn Türk, Thabit Ibn Kurra, Abu Kamil, Al-Karaji, Al-Samaw'al, Ömer Hayyam, Şerafeddin Tusi cebirle uğraşan diğer matematik bilginleridir. Ibn Turk, Kitab Al-jabr Wa'l Muqabalah isimli kitabında, Harezmi'nin kitabındaki 1, 4, 5 ve 6. tiplerdeki denklemlerin çözümündeki geometrik düşünce biçimini geliştirerek çözümler yapmıştır. Thabit ibn Kurra (830 – 890) ve Abu Kamil (850 – 930), yaptıkları çözümlerin geometrik olarak doğrulanmasında Euclid'in Elementler II kitabından esinlenmişlerdir (Katz, 1998). Abu-Kamil, cebir üzerine, "Kitab Fi Al-jabr Wa'l Muqabala" isimli bir kitap yazmıştır. Abu Kamil cebirsel problemlerde irrasyonel sayılarla da uğraşmıştır (Baki ve Bütüner, 2011).

İslam dünyasında üçüncü dereceden denklemlerin çözümleriyle uğraşan ilk matematikçi 1048-1131 arasında yaşamış olan Ömer Hayyam'dır. Hayyam, üçüncü dereceden denklemleri sınıflandırmış ve çözümlerini geometrik yolla yapmıştır. x, x^2, x^3 gibi günümüz cebirsel sembollerini kullanmamış ve bu yöntemde uzunluk söz konusu olduğu için negatif çözümler düşünülmemiştir (Baki ve Bütüner, 2011).

İslam dünyasının diğer bir matematik bilgini 1200'lerde yaşamış olan Şerafeddin Tusi'dir. Ömer Hayyam gibi o da, üçüncü dereceden denklemlerin çözümleriyle ilgilenmiştir (Baki ve Bütüner, 2011). Ancak yaptığı çözümü bir algoritmaya dayandırmamıştır. Şerafeddin Tusi tarafından yapılan çözüm daha sonra ne İslam dünyasında ne de Avrupa'da devam ettirilmiştir (Katz, 2007).

Avrupa 1200-1300'lü yıllar arasında Euclid'in, Archimedes'in, Harezmi'nin, El Biruni'nin, İbn-i Sinan'ın eserlerini öğrenmeye yönelmiştir. Avrupa'ya cebirin geçişi Harezmi'nin eserleri sayesinde 12. ve 13. yüzyıllarda olmuştur. Avrupa'nın ilk matematikçilerinden olan, İtalyan matematikçi Fibonacci'nin 1202 yılında yazdığı kitapta, başta Harezmi olmak üzere İslam dünyasının matematik bilgilerinin yaptıkları çalışmalarından etkilendiği belirtilmektedir (Ifraan, 2003; Katz, 1998).

Fibonacci, Liber Abaci isimli kitabında, Harezmi, Abu-Kamil ve Al-Karaji'nin kitaplarında çözmüş oldukları problemleri aynen alıp, bu problemler üzerine çalışmıştır. Fibonacci, problem çözümlerinde çeşitli çözüm yöntemleri

kullanmıştır. Kullanmış olduğu çözüm yöntemlerinden biri Eski Mısırda kullanılan yanlış deneme yoludur (Katz, 1998). Fibonacci'nin kullandığı diğer bir çözüm yolu ise iki bilinmeyen olduğu bir problemde yeni bir bilinmeyen tanımlayarak çözüme ulaşmaya çalışmasıdır (Baki ve Bütüner, 2011).

Genel olarak o dönem abaküsçülerinin tümü, Harezmi'nin denklemleri sınıflandırmasını ve çözüm yöntemini dikkate alarak cebir ile uğraşmaya yönelmişlerdir. Ancak Maestro Dardi 1344 yılında yazmış olduğu kitapta, bu sınıflandırmayı genişletmiştir. Dardi, $x^3 + bx^2 + cx = d$ tipindeki denklemleri çözerken eşitliğin sol tarafını, iki sayının toplamının parantez küpü olarak ifade etmeye çalışmıştır. Benzer şekilde Pierro Della Francesca (1420 – 1429), Dardi'den daha ileri giderek, beşinci ve altıncı dereceden denklemlerin çözümü ile uğraşmıştır. Abaküsçülük akımı, son abaküsçü Pacioli ile son bulmuştur. Pacioli cebirsel problemlerinin büyük bir kısmını, Pierro'nun çalışmalarından almıştır. Avrupa'da 16. yüzyıla kadar denklemlerin çözümleri sözel olarak yapılmıştır. İslam dünyasının etkisiyle İtalya'da sürdürülen cebirin gelişimi, ilerleyen süreçlerde devam etmiştir. 14. ve 15. yüzyıllar arasında Fransa, Almanya, İngiltere ve Portekiz'de cebir üzerine yapılan çalışmalar yapılmıştır. (Katz, 1998).

Üçüncü dereceden denklemlerin çözümü, 15. yüzyıl ile 16. yüzyılın başına kadar çoğu matematik bilgini için bir uğraş alanı olmuştur. 1500 – 1515 yılları arasında Bologna üniversitesinde profesör olan Scipione del Ferro (1465 – 1526), $x^3 + cx = d$ tipindeki denklemlerin çözümleri için cebirsel bir yöntem geliştirmiştir. Bilindiği gibi İslam dünyasında sadece pozitif katsayılı denklemler geometrik bir yolla çözülmüş, negatif çözümler dikkate alınmamıştır. Ferro'nun üçüncü dereceden denklemleri doğrusal, pozitif katsayılı ve sabit terimden oluşmaktadır. Ferro ölmeden önce yaptığı çözümleri öğrencisi olan Antonio Marie Fiore (16. yüzyılın ilk yarısı) açıklamıştır. O dönemin İtalyan matematikçilerinden Niccolo Tartaglia (1499 – 1557), $x^3 + bx^2 = d$ tipindeki denklemlerin çözümlerini ilk kendisinin keşfettiğini iddia etmiştir. Fiore, halkın huzurunda Tartaglia'ya meydan okumuş, ancak Tartaglia, Fiore'nin yapamadığı üçüncü dereceden denklem çözümlerini doğru olarak yaparak, halkın huzurunda kazandığını ilan etmiştir (Cajori, 2007).

Bir diğ er İtalyan matematikçi Gerolamo Cardano (1501 – 1576), Tartaglia'dan yaptığı çözümleri kendisine anlatmasını istemiştir. Tartaglia, Cardano'ya yaptığı çözümleri yayımlamaması koşuluyla anlatacağını söylemiştir. Tartaglia, üç farklı üçüncü dereceden denklem formunun çözümlerini şiir formatında Cardano'ya açıklamıştır. İlerleyen süreçlerde Cardano, denklem çözümlerinin Tartaglia'dan önce del Ferro tarafından yapıldığını öğrenmiştir. Bu duruma sinirlenen Tartaglia, 1545 yılında yayımladığı *Ars Magna sive de Regulis Algebracis* isimli eserinde $x^3 + bx = c$ tipindeki denklemlerin çözümlerini sözel olarak yapmış ve çözümü veren formülü açıklamıştır (Katz, 1998).

Cardano üçüncü dereceden denklemlerle uğraşırken, öğrencisi olan Lodovica Ferrari, dördüncü dereceden denklemlerin çözümlerini yapmayı başarmıştır. Çözümü yaparken öncelikle denklemdeki x^3 'lü terimleri yok etmiş, ardından eşitliğin sol tarafını iki terimin toplamının karesi şeklinde yazmaya çalışmıştır. Cardano, öğrencisinin yapmış olduğu çözümlere *Ars Magna* isimli kitabının son bölümünde yer vermiştir (Katz, 1998).

Cardano'dan sonra gelen diğ er önemli batılı matematikçi Rafael Bombelli (1526 – 1572)'dir. Bombelli; Cardano'nun formülünden gelen negatif sayıların karekökleri ile uğraşmış, kompleks sayıları özel sembollerle göstermiştir. Bombelli, ikinci dereceden denklemlerin çözümlerinin yapılmasında karmaşık sayıların nasıl kullanılabileceğini de göstermiştir. Kompleks sayıların kullanımı ile ilgili tüm sorulara cevap verememesine karşın, problem çözümlerinde kompleks sayıları kullanma yeteneği, kendinden sonra gelen matematikçiler için ilham kaynağı olmuştur. 15. yüzyılın sonlarına gelindiğinde negatif sayıların kullanımında yaşanan sıkıntılar, Cardano'nun negatif sayılar için “gerçek olmayan” kavramını kullanması, Bombelli'nin negatif sayıları kök olarak kabul etmemesi, kompleks sayıların matematiğe girişinin uzun zaman almasına neden olmuştur (Katz, 1998).

Newton, Descartes ve Euler zamanında, kompleks sayılarla cebirsel şekilde uğraşılmaya devam edilmiştir (Cajori, 2007). Descartes, 1637 yılında kompleks sayıların isimlendirmesine katkıları sağlayarak, gerçek (real) ve sanal (imaginary) kavramlarını ortaya atmıştır (Green, 1976). Euler, 1748 yılında $\sqrt{-1}$ sayısını “i” ile göstermiştir. Kompleks sayıların grafiksel gösterimlerini yapan ilk matematikçiler

ise, Caspar Wessel ve Jean Robert Argant olmuştur. Ancak yaptıkları gösterimler matematikçiler arasında çok da ilgi uyandırmamıştır (Cajori, 2007; NCTM, 2006). Kompleks sayılar Gauss'la birlikte sistematik bir yapıya kavuşmuştur. Gauss; kompleks sayıların günümüz şekliyle özelliklerini tanımlayarak işlemler yapmış, kompleks sayıları koordinat ekseninde göstermiştir. Gauss 1831 yılında, kompleks sayıları sıralı ikililerle göstererek, $(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ eşitliğini ortaya koymuştur. Gauss, x – eksenini reel eksen, y – eksenini sanal eksen olarak ifade ederek, karmaşık sayıları tanımlamış ve karmaşık sayıları $a + bi$ biçiminde göstermiştir (Baki ve Bütüner, 2011).

İslam dünyasında cebir üzerine ortaya koyulan eserleri inceledikten ve özümstedikten sonra, Avrupa'da cebirsel gösterimlerde sembolik döneme geçişin adımlarının atıldığı görülmektedir. Ancak bu geçiş bir anda olmamıştır (Kvasz, 2006). Cebirsel gösterimlerde sembolik döneme 15. yüzyılın sonlarında Fransız matematikçi Viète (1540 – 1603) ile geçilmiştir. Viète 1591 yılında bilinmeyenleri göstermek için büyük ünlü harflerden A, E, I, O ve U'yu kullanmıştır (Baki ve Bütüner, 2011).

Descartes (1596– 1650), 1637 yılında bugün bizim kullandığımıza benzer semboller kullanmıştır. Descartes, bilinmeyenleri x , y ve z olarak ifade etmiş, x^2 'yi xx , x^3 'ü ise xxx olarak yazmış, eşittir sembolünü ise günümüzden farklı göstermiştir. Bir polinomun $x - a$ ile bölümünün standart yönteminin ayrıntılı açıklaması ilk defa Descartes'in Geometri kitabında yer almaktadır. Descartes'in matematiğe en büyük katkısı koordinat düzlemini tanımlaması olmuştur. Descartes ayrıca denklemlerin çözümleri kullanılarak, denklemlerin nasıl yazılacağını açıklamıştır. Descartes ayrıca bugün bildiğimiz işaretler kuralını, ispatını yapmadan açıklamıştır. Descartes, üçüncü kitabının son bölümünde üçüncü ve dördüncü dereceli denklemlerin çözümlerini parabol ve çemberin kesişim noktalarından hareketle İslam dünyası matematikçilerinden Ömer Hayyam'a benzer şekilde yapmıştır. Ancak Descartes denklemlerin negatif köklerinin de olabileceğini fark etmiştir. (Groza, 1968; Heffer, 2008; Katz, 1998).

Artı (+) ve Eksi (–) işaretleri, ilk defa Alman matematikçi Widman'ın 1489 yılında yayımladığı Commercial Arithmetic adlı eserinde görülmüştür. Çarpım

sembolü (x) ilk defa 1600'lü yıllarda İngiliz matematikçi William Oughtred tarafından gösterilmiştir. Aynı matematikçi oranı : şeklinde göstermiştir. Eşittir (=), sembolü 1557 yılında İngiliz matematikçi Recorde'nin kitabı The Whetstone of Witte isimli kitabında tanıtılmıştır. Karekök sembolü ($\sqrt{\quad}$) ise ilk defa 1525 yılında Christoff Rudolff tarafından Die Coss isimli cebir kitabında gösterilmiştir. Kök sembolü, Latince kök anlamına gelen radix sözcüğünün ilk harfi olan r harfine benzemektedir (Cajori, 2007; Groza, 1968; NCTM, 2006).

On yedinci yüzyılda Fermat'ın sayılar teorisi üzerine yaptığı çalışmalar ile Newton'un analiz üzerine yaptığı çalışmalar, sözel problemleri sembolik dilde yazarak çözümü ve Binom teoremi; Maclaurin'in lineer denklem sistemlerini yok etme metoduyla çözülmüştür. Bu yöntem bugün Cramer kuralı olarak bilinmektedir. Gabriel Cramer (1704 – 1752), Lagrange'ın (1736 – 1813) denklemler teorisi, Galois'in (1811 – 1832) cebirsel denklemler teorisi, Euler'in (1707 – 1783) ve Gauss'un (1777 – 1855) karmaşık sayıları düzlemde noktalar olarak göstermesi ve analiz üzerine yaptıkları çalışmalar cebirin günümüzdeki şekline kavuşmasında yardımcı olmuştur (Baki ve Bütüner, 2011). Nitekim Asar, Arıkan ve Arıkan'ın (2009: 51) belirttiği gibi, grup kavramının ilk izleri Lagrange'ın cebirsel denklemler üzerindeki çalışmalarına kadar gitmektedir. Aynı eserde Lagrange'ın bir cebirsel denklemin köklerini belirleyebilmek amacıyla kökler üzerinde tanımlı permütasyonların özelliklerinin araştırmasını başlattığı ve bu yöndeki çalışmalarla köklerin belirlenebileceğini tahmin ettiği belirtilmektedir. Bu bağlamda Lagrange'ın 1770'deki çalışmasında permütasyonların, her ne kadar kapalılık özelliğinden söz edilmese de grup oluşturduğunu sezme mümkün olacaktır.

On sekizinci yüzyılın sonuna kadar, cebir kapsamı altında esas olarak polinom denklemleri ele alınmıştır ve cebir aritmetiğin genelleşmesi olarak kabul edilmiştir. Cebir için bir geçiş dönemi olan 19. yüzyıl, reformların yapıldığı bir dönem olmuştur. Çünkü on dokuzuncu yüzyıl matematiğinde aksiyomlaştırmaya ihtiyaç duyularak soyutlamanın doğuşu sağlanmıştır. Geometrinin ardından cebir, matematikçilerin aksiyomlaştırmaya çalıştığı bir diğer matematik dalı olmuştur. Bu aşamadan sonra çoğu matematikçinin dikkatini soyut cebiri ortaya çıkaran yapı ve oluşumların çalışmasını sağlayan vektörler, matrisler, dönüşümler vb. ve onların

üzerinde gerçekleşen çeşitli işlemler çekmiştir. Bu yüzyılda Galois (1811 – 1832), Cayley (1821 – 1895) ve Dedekind (1831 – 1916) gibi pek çok matematikçinin eserlerinde çalıştıkları grup, halka ve cismin temel kavramlarının açık bir formülü elde edilmiştir. Nitekim Asar, Arıkan ve Arıkan (2009), ilk kez grup terimini permütasyon grubu anlamında kullanan Galois'in çalışmalarının Liouville tarafından 1846'da yayımlandıktan sonra grup kavramı yayılmaya başladığını ifade etmişlerdir. Yine aynı eserde ilk sonlu grup tanımının Cayley tarafından 1854'te verildiği belirtilmektedir.

Bourbaki (1910) cebirin aksiyomlaştırılmasının Dedekind ve Hilbert tarafından başlatıldığını ve daha sonra istekli bir biçimde Steinitz tarafından takip edildiğini belirtmiştir. Ondan sonra, 1920 yılını takip eden yıllarda Artin, Nöther ve Göttingen'deki diğer meslektaşları (Hasse, Krull, Schreier, Van der Waerden) tarafından tamamlanmıştır. Tam şekliyle 1930 yılında Van der Waerden'in kitabı aracılığıyla dünyaya sunulmuştur.

Sonuç olarak modern cebir kavramları, soyutlaştırma amacıyla çalışan matematikçiler vasıtasıyla -asla- başlamamıştır. Bunun yerine, tamamen somut problemlerle uğraşan cebirciler, bu problemlerin çözümleriyle ilgili araştırmalarına yardım edebilecek araçlar icat etmeye çalışmışlar ve yavaş yavaş aynı mantıksal öğelerin farklı örneklerde tekrar tekrar ortaya çıktığını fark etmeye başlamışlardır (URL-3).

2.3. Cebirin Tanımı ve Yapısı

Matematiğin bir alt alanı olan cebir için alanyazında birçok tanım bulunmaktadır. Kieran (1992); cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir dalı olduğunu ve sadece harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil, aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araç olduğunu belirtmiştir. Sutherland ve Rojana'ya (1993) göre cebir, matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir matematik dilidir. Sfard (1995) cebiri, genel hesaplama bilimi olarak tanımlamıştır. Cebir için Usiskin (1997: 5), "Cebir matematiğin dilidir. Bu dil bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular

ve ilişkiler olmak üzere beş ana bileşenden oluşur” demiştir. Baga (2012) ise cebiri, aritmetiksel işlemler vasıtasıyla denklemdeki bilinen nicelikleri kullanarak bilinmeyen niceliklerin çıkarılması yöntemini öğreten ilim olarak tanımlamaktadır. Sonuç olarak cebir; genelleştirilmiş sayılarla, değişkenlerle ve fonksiyonlarla ilgilenmekte (Carragher, Brizuela ve Earnest, 2006), aynı zamanda bilinmeyen veya değişken niceliklerle ilgili muhakeme yapmayı, özel ve genel durumlar arasındaki farklılıkları tanımlamayı gerektirmektedir (Amerom, 2003).

Soyut cebir ise, cebirsel muhakeme için gerekli olan cebirsel yapıların çalışılması ve genelleştirilmesidir (Wasserman, 2016). Nitekim soyut cebir; fonksiyonlara, modüler aritmetiğe ve karmaşık sayılara çok temel bir giriş ile desteklenen grup, halka ve cisim kavramlarını içermektedir (Agathocleous, 2011). Soyut cebir, birçok farklı matematiksel sistemi aynı soyut yapının özel durumları olarak görme fırsatları sağlayan aksiyomatik teorilerden oluşur. Kuramlara aksiyomatik denir; çünkü yapılar aksiyomlarla tanımlanır. Grup teorisi “en eski (ve aynı zamanda en basitlerinden biri olan) aksiyomatik kuramlardan biridir” (Bourbaki, 1950: 224). Özellikle grup, halka ve cisim, soyut cebirde en sık çalışılan yapılardan bazılarıdır. Soyut cebir dersleri aksiyomların etkisini göstermek için bazı yaygın örneklerin ardından sıklıkla aksiyomatik tanımlarla başlamaktadır. Küçük sonlu kümeler başlangıçta daha temel ve yaygın sayı kümeleri ve tanıdık aritmetik işlemler (örneğin; tamsayılarda toplama) ile olan ilişkisiyle tartışılmaktadır. Bununla birlikte bu tür aksiyomların mantığının cebir için önemi ve cebirle olan ilişkisi çoğunlukla belirsiz olarak kalmıştır veya belirtilmemiştir (Wasserman, 2016).

2.4. Neden Soyut Cebir?

On dokuzuncu yüzyıl sonunda açık formülleri elde edilen ve Soyut Cebir içeriğinde ele alınan grup, halka ve cisim gibi temel kavramlar, tanımları aracılığıyla birleştirici bir doğaya sahiptirler. Nitekim Herstein (1999) kitabının önsözünde, Soyut Cebirin konularının rollerinden birisinin "matematiğin farklı parçaları arasında birleştirici bir bağlantı kurmak" olduğunu ifade etmiştir ve ayrıca Robert (1987) grup teorisinin "birleştirici ve genelleyici kavramlar" olduğunu belirtmiştir (Dorier de, 1995: 175). Bununla birlikte grup teorisine böylesine birleştirici güçleri veren şeyi

anlayabilmek için öncelikle grup, halka ve cisim kavramlarının tanımlarını hatırlamak gerekecektir.

Tanım 1 (Grup): G boş olmayan bir küme ve G üzerinde tanımlı bir $*$ işlemi için;

- (i) Eğer $a, b \in G$ iken $a * b \in G$ olur ise $G, *$ işleminde kapalıdır.
- (ii) $a, b, c \in G$ olsun. Eğer $a * (b * c) = (a * b) * c$ ise G de birleşme özelliği vardır.
- (iii) Her $a \in G$ için $a * e = e * a = a$ olacak biçimde bir $e \in G$ varsa e 'ye G nin birim elemanı denir.
- (iv) Her $a \in G$ için $a * a' = a' * a = e$ olacak biçimde bir $a' \in G$ varsa a' ne a nin tersi denir ve $(G, *)$ sıralı ikilisine bir grup denir.
- (v) Eğer $(G, *)$ grubunda fazladan her $a, b \in G$ için, $a * b = b * a$ ise bu gruba değişmeli veya abelyan denir (Asar, Arıkan ve Arıkan, 2009: 51-52)

Tek başına tanımdan, dikkatin belirli nesnelere ve işlemlerden bir işlem altında oluşan yeni nesnelere arasındaki etkileşimlere kaydığı görülebilmektedir.

Soyut Cebir içeriğinde bulunan bir diğer önemli kavram halka kavramıdır.

Tanım 2 (Halka): R boş olmayan bir küme olsun. R üzerinde her $a, b \in R$ için

$$+ : (a, b) \rightarrow a + b, \text{ ve } \cdot : (a, b) \rightarrow a \cdot b$$

biçiminde tanımlı ve sırasıyla, toplama ve çarpma denilen “+” ve “.” ikili işlemleri verilsin.

- (i) $(R, +)$ bir abelyan grup ise
- (ii) çarpma birleşme özelliğini sağlarsa; yani her $a, b \in R$ için $a \cdot b \in R$,
 $a, b, c \in R$ için $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ ise
- (iii) R üzerinde dağılma özellikleri sağlanırsa; yani $a, b \in R$ için
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ (sol sağılma özelliği)
 $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ (sağ sağılma özelliği) var ise

$(R, +, \cdot)$ sıralı üçlüsüne bir halka denir.

(iv) Ek olarak eğer, her $a, b, c \in R$ için $a \cdot b = b \cdot a$ ise, R değişmeli halka denir.

(v) Eğer her $a \in R$ için $a \cdot 1_R = 1_R \cdot a = a$ olacak biçimde $1_R \in R$ varsa 1_R elemanına halkanın birim elemanı (birimi) ve halkaya da birimli halka denir (Asar, Arıkan ve Arıkan, 2009: 150-151).

Bir halkanın aksiyomları, tamsayılara olanların bir genellemesi olduklarından dolayı bilindik/benzer görünebilir. Halkaların rasyonel ya da gerçek (reel) sayılardan farkı çarpıma göre tersler, çarpımsal terslerin eşiti olarak adlandırılan ve 1 ile gösterilen çarpımsal özdeşlik elemanıdır.

Tanım 3 (Cisim): En az iki elemanı içeren ve sıfırdan farklı her elemanının çarpımsal tersi olan birimli ve değişmeli halkaya cisim denir (Asar, Arıkan ve Arıkan, 2009: 235). Bir başka ifadeyle boş olmayan bir F kümesi olmak üzere, F üzerinde tanımlanan “+” ve “.” işlemleri tanımlansın. Buna göre; $(F, +, \cdot)$ birimli değişmeli halka olmak üzere, sıfırdan farklı her $a \in F$ için $a \cdot a^{-1} = 1$ olacak şekilde $a^{-1} \in F$ var ise F 'ye cisim denir.

Bu tanımdan sonra bir öğretmen $(Q, +, \cdot)$ sıralı üçlününün bir cisim olduğunu söyleyebilir. Bu bilgilerle aslında Ma'nın (1999) belirttiği "derinlik", "genişlik" ve "bütünlük" olarak isimlendirilen öğretmenlerin matematiksel bilgisinin üç özelliği açık bir şekilde görülebilmektedir. Yani burada elde olan $(q, -q)$ çiftini daha büyük daha güçlü ters eleman fikrine bağlanmaktadır ya da elde olan 1 daha güçlü olan birim eleman fikrine bağlanmaktadır. Bu tür bağlantılar "derinlik" kavramı ile ilişkilidir. Ayrıca, görünürde farklı olan $(q, -q)$ ve (q, q^{-1}) çiftleri ters eleman kategorisine bağlanmakta ya da 1 ve 0'ı birim elemanları olarak adlandırılmaktadır. Başka bir ifadeyle, $(q, -q)$ ve (q, q^{-1}) ya da 1 ve 0'ın benzer kavramsal bir güce sahip oldukları anlaşılmaktadır. Bu bağlantılar "genişlik" göstergesidir. Son olarak, bütün bu aksiyomları bir cisim için doğrularak rasyonel sayılar hakkında bilinen her şeyi $(Q, +, \cdot)$ sembolünün ardında bir araya getirebilmektedir. Bu sayede ise "bütünlük" elde edilmektedir (Agathocleous, 2011).

Soyut cebirde bir ders, öğrencilerin önceki matematik derslerinde kullandıkları birçok matematik sisteminden ortak özellikler çıkarabilecekleri yerdir; örneğin, hesap, lineer cebir ve okul cebri gibi. Öğrenciler; özdeşlik (birim), ters, eşdeğerlik (denklik) ve fonksiyon gibi kavramların daha derin anlamlarını geliştirme fırsatlarına sahiptir. Örneğin, gerçek (reel) sayıların çarpımı için birim, birim matris ve birim fonksiyon tarafından paylaşılan nedir? Bir fonksiyonun tersi, bir matrisin tersi ve bir sayının çarpımsal tersi arkasındaki ortak düşünce nedir? Bu soruların cevapları ile soyut cebirde, öğrenciler aynı zamanda matematiğin kesin dilinin önemi ve bu kesinliğin desteklenmesindeki tanımların rolü hakkında da bilgi edinebilirler. Matematik aynı zamanda durumların ne zaman fark edileceğiyle ve bunların nasıl farklı olduklarını açıklanabilmesiyle ilgilidir. Soyut cebir, bu naif kavram “aynılık” izomorfizm kavramında somut bir hal alır. Böylece, soyut cebirdeki kavramların matematiğe yön veren temaları, ilkeleri ve duyarlılıkları yönlendirdiği açıktır (Findell, 2001). Bu nedenle matematiğin bir alt dalı olan soyut cebirin öğretimi ve öğrenilmesi önem arz etmektedir.

2.5. Cebirde ve Soyut Cebirde Yaşanan Zorluklar

Cebir, sadece anlamı kavramlar yüklemek değil, ayrıca matematiksel bir işlemi uygulamanın hemen ardından sonuçları kolayca elde etmede ve mantık argümanlarının genelleştirilmesinde önemli rol oynamaktadır (Hacısalıhoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2003). Ancak araştırmalara göre cebir bireylere zor gelen konular arasındadır. Cebirin bireylere zor gelmesinin sebebi bazı başlıklar altında sıralanabilir: cebirin dili, cebirin içeriği, cebirin yapısı (epistemolojik zorluk), öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazır bulunuşlukları, cebirin öğretimindeki eksikliklerdir (didaktik zorluk) (Dede ve Argün, 2003; Ersoy ve Erbaş, 2002). Dede, Yalın ve Argün (2002) cebir öğretiminde öğrencilerin zorlanmalarının nedenlerini; değişkenlerin farklı kullanımlarını bilememe, değişkenlerin genelleme yapmadaki rolünü bilememe, değişkenleri yorumlayamama ve değişkenlerle işlem yapamama olarak ortaya koymuşlardır. Öğrencilerin cebirde zorlanmalarının bir diğer sebebi de öğrencilerin kullanılan harfleri anlayamamaları olmuştur (Kieran, 1992; Küchemann, 1978).

Üniversite düzeyinde öğretimi yapılan lineer cebir dersinde de öğrencilerin zorlandığı araştırmalarda belirtilmiştir. Örneğin; Harel (1989) lineer cebir öğrenmenin öğrenciler için zor olmasının çeşitli nedenlerini ortaya koymuş ve bunu soyut cebirde karşılaşılan sorunların temeli olarak yorumlamıştır. Harel'e göre geniş ve çeşitli örnekler için kategori görevi gören soyut yapılar olan kavramlar nesne özellikleriyle tanımlandığı için ve örneklerden ziyade özellikler birincil olduğu için, öğrencilerin onları düşünmesini zorlaştırmaktadır. Harel ikinci olarak birçok örneğin öğrencilere yabancı gelmesine değinmiştir. Harel (1989) üçüncü olarak ise çok sayıda öğrencinin henüz ispat ve aksiyomatik yöntemi kullanırken rahat olamadıklarını belirtmiştir. Son olarak, lineer cebirin genellikle soyut cebirden önce öğrencilere ders olarak verilmesine değinmiştir. Fakat bazı matematik programlarının, Harel'in tanımladığı soyut yaklaşımdan farklı olarak, lineer cebire yaklaşımı oldukça somuttur. Ayrıca, bazı matematik programları soyut cebir almadan önce öğrencilerin "matematiksels ispat" içeren bir ders almasını gerektirmektedir. Bu tür deneyimler olsa bile öğrencilerin henüz ispat ile zorlukları aşamamış olmaları bilinmektedir (Findell, 2001). Alanyazında öğrencilerin genellikle üçüncü sınıfta karşılaştıkları soyut cebir dersinde başarılı olamamalarının çeşitli nedenleri olduğu belirtilmektedir. İlk defa verilen soyut cebir dersi ile yaşanan sorunun önemli bir yönü, öğretmenlerin öğrencilerin yeni materyal üzerine düşünmeleri için yeterli zaman verme gereksinimini çoğunlukla dikkate almamalarıdır. Geometrinin olası bir şekilde dışlanmasıyla soyut cebirden önce gelen matematik derslerinde ilkökul öğrencisinin yaşadığı deneyim, geometrinin ezberlenmiş kuralları veya işlemleri içermektedir. Öğrenciler genellikle bu kuralların altında yatan, yapılarla uğraşan veya teoremleri kanıtlayan kavramları düşünmek konusunda çok az deneyime sahiptir (Clark, Devries, Hemenway, John, Tolias ve Vakıl; 1997).

Soyut cebir dersi ile yaşanan sorunun diğer önemli bir yönü ise öğrenciler ile ilişkilidir. Grassl ve Mingus'un (2007) belirttiğine göre öğrencilerin ev ödevlerini yapmaması veya önkoşul malzeme veya becerilerini hatırlamaması gibi nedenler öğrencilerin herhangi bir matematik dersinde başarılı olup olmamalarında rol oynamaktadır. Bununla birlikte, disiplinli ve soyut cebir için iyi hazırlanmış görünen

öğrenciler bile kavramları tam olarak anlamakta zorluk yaşamaktadırlar. Grassl ve Mingus (2007) tipik bir öğrencinin, üzerine inşa edilmesi gereken güçlü temellerden yoksun olduğunu vurgulayarak, Lagrange Teoreminden kosetler ve normallikten bölüm gruplarına geçiş yolculuğunu tipik soyut cebir müfredatında yer alan bir aşamanın yalnızca bir örneği olduğunu belirtmişlerdir. Bununla birlikte lise matematiği ile ilgilenenlerde ve öğretmen eğitimi üzerine yapılan araştırmalarda öğrencilerin konular arasında bağlantı kuramadıkları ve gelecekte öğretilecek matematikle tamamen ilgisiz olarak gördükleri gözlenmiştir (URL-4).

Soyut cebir dersi ile yaşanan sorunun diğer önemli bir yönü ise dersin içeriği ile ilişkilidir. Nitekim Grassl ve Mingus (2007) soyut cebirde ders programının yoğun/acımasız olduğunu belirtmişlerdir. Grassl ve Mingus'un (2007) belirttiğine göre bir öğrenci genellikle bir gün kosetleri bir sonraki sınıf döneminde alt grupların normalliğini ve sonra da bölüm gruplarını görebilmektedir. Esas itibariyle, yıllarca zor kazanılmış matematik bilgisi bir hafta içine yoğunlaştırılmıştır. Bu baş döndürücü ilerleme hızı yanında, soyut cebir matematiğinin doğası, öğrencilerin analiz, lineer cebir ve ayrık matematik gibi derslerde öğrendiklerinden kesinlikle farklıdır. Soyut cebirden önce gelen çoğu lisans dersi güçlü bir hesaplama bileşenine sahiptir ve ispata önem vermiyor gibi görünmektedir (Grassl ve Mingus, 2007).

Tüm bunlara ek olarak Leron ve Dubinsky (1995) soyut cebir öğretiminin bir felaket olduğunu beyan etmiş ve hem öğretmenler hem de öğrenciler arasında bu görüşte geniş uzlaşma olduğunu iddia etmişlerdir. Bu görüş, daha büyük bir sorunun göstergesi olarak görülebilir.

2.6. Soyut Cebirde Yaşanan Zorluklar Nasıl Aşılabilir?

Lisans matematik derslerinde kavramların geliştirilmesi ve kavranması pek çok öğrenci için zor bir görevdir. Tall'un (1992) belirttiği gibi; İleri matematikte kavramsal anlayış, sıklıkla öğrencilerin kavram imajı ve kavram tanımı aracılığıyla çeşitli kavramlar arasındaki ilişkileri oluşturan bilişsel yapıları incelemelerini ve anlamalarını gerektirir. Lisans soyut cebirinin öğrenilmesi ile ilgili geçmiş araştırmalar ağırlıklı olarak kavram gelişimi üzerine odaklanırken aynı zamanda bir

ylem, süreç, nesne ve şema çerçevesini de içermektedir (Dubinsky, Dautermann, Leron ve Zazkis 1994; Schubert, Gfeller ve Donohue, 2013).

Lisans soyut cebirinin öğretilmesi ve öğrenilmesinde göze çarpan en önemli özelliklerden biri, öğrencilerin dersin soyut niteliğini ve kavramlarını kavrayamamalarıdır. Bazı araştırmacılar; gruplar, alt gruplar ve bölüm grupları gibi kavramları genellikle nasıl anladıklarına dikkat çekerek, bu kavramların geliştirilmesi için yollar önermişlerdir. Bu araştırmaların bünyesinde, lisans soyut cebir öğretiminde ve öğreniminde teknoloji de rol oynamıştır (Leron ve Dubinsky, 1995; Schubert, Gfeller, ve Donohue, 2013). Benzer şekilde soyut cebir dersinin soyut niteliğini ve kavramların kavranamaması gibi sorunlara değinen Grassl ve Mingus (2007) de öğrenciler bire-bir ve örten fonksiyonlara, kombinatoryal sayma, mantıksal argümanlar ve önceki derslerdeki ispatlara hâkim olmaları gerektiğini, böylece bu ispat bilgilerinin soyut cebirde tartışılan yeni kavramlar için bir temel ve sıçrama tahtası görevi görebileceğini belirtmişlerdir.

Edwards ve Brenton (1999), Klein Vier grubu tanıtmak için 2×2 dama tahtası üzerinde hareket eden bir kuruş gibi yeni bir kavramı motive etmek için somut örnekler kullanarak olağan teorem-ispata-sonuç yaklaşımından ziyade soyut cebir öğretimi için alternatif bir yöntem tanımlamışlardır. Bunlar bir sınıfta hayata geçirilerek ders sonunda öğrencilerden bu yöntemlerin yararlı olup olmadığı hakkında anket doldurmaları istenmiştir. Sonuçta öğrencilerin bu yöntemlerin yararlı olduğunu açıkladıkları ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte yazarlar; matematiksel kavramların aşırı basitleştirilmesinin, süreçleri nesnelere dönüştürmek için gerekli uygulamaları uygulamadan mahrum bırakabileceği konusunda uyarıda bulunmaktadır. (Schubert vd., 2013).

Leron ve Dubinsky (1995), soyut cebir kavramlarını ve öğrencinin öğrenmesine nasıl faydalı olduğunu öğretmek için geleneksel dersler yerine ISETL programlama dili (Etkileşimli Küme Dili) kullanmayı açıklamaktadır. Öğrenciler ekipler halinde bilgisayar egzersizleri üzerine çalışmışlar ve kavramlara ve sonuçlara bu şekilde yol göstermişlerdir. Yazarlar, bu ortamın, süreçlere ve nesnelere karşılık gelen zihinsel yapıların gelişimine daha elverişli olduğunu iddia etmektedirler ve

kısa tartışmaların ve özetlerin yanı sıra geleneksel ev ödevleri de halen kullanılmasına rağmen geleneksel dersin tamamen yerini alması gerektiğini belirtmişlerdir (Schubert vd. ,2013).

Findell (2001) çalışmasında; ortaöğretim matematik öğretmenleri için soyut cebirde ileri derecede pek çok sertifika programında bir kurs gerekli olduğunu belirtmiştir. Böylece öğrencilerin soyut cebir dersinde ne öğrendiklerini araştırarak, bu çalışma önerileri uygulamak ve iyileştirmenin yolları için bazı deneysel ve teorik destek sağlanabileceğine değinmiştir. Soyut cebir dersindeki öğrencilerin nüfusu gelecekteki öğretmenleri içerdiğinden (ki bu neredeyse her zaman olabilir), ters ve birim gibi bu büyük fikirler özellikle önemlidir; çünkü öğretmenler ileri matematiği lisedeki matematiğe bağlayarak öğrenecekleri matematik anlayışlarını güçlendirmekte ve derinleştirmektedirler (Findell, 2001).

2.7. Soyut Cebirde Kullanılan Geleneksel ve Alternatif Öğretim Yöntemleri

Soyut cebir öğretimi ile ilgili yapılmış çalışmalarını inceleme amacıyla yapılan çalışmalarda, çoğu öğrencinin düz anlatım metoduyla işlenen soyut cebirden başarısız olduğu (Boyd, 2003) ve yapılandırmacı yaklaşımlarla işlenen derslerin diğer konularda olduğu gibi soyut cebir öğretiminde de başarıyı artırdığı belirtilmektedir (Boyd, 2003; Larsen, Johnson, ve Bartlo, 2013; Okur, Dikici, Sanalan ve Tatar, 2011).

Leron ve Dubinsky'e (1995) göre, soyut cebirle ilgili öğretmen ve öğrencilerin sıklıkla yaptığı yorumlar birbirine zıt iki maddede toplanabilir: (1) soyut cebir öğretimi tam bir felakettir, anlatılacak dersler ne kadar kaliteli olursa olsun sonuç aynıdır ve (2) konular gerçekten çok zordur ama öğrenciler de derslere iyi hazırlanmıyor ve soyut cebiri öğrenmek için çaba harcamaya gönülsüz davranıyorlar. Gerçekten de literatür incelendiğinde cebirde karşılaşılan zorlukları Leron ve Dubinsky'nin (1995) ifadeleriyle özetleyebiliriz.

Öğrencilerin bu zorlukları aşabilmeleri için bazı yöntemler önerilmektedir. IBL ile öğretimin; öğrenileni anlamlandırma, ilişkilendirme, diğer bireylerle iletişim

kurma ve alan bilgisine faydası vardır. Bu yöntemle öğrencilere; kavram ve tanımları geliştirirken ve genellerken bir matematikçi gibi davranma, fikirlerini arkadaşları ile paylaşma, problem veya teoremleri ispatlama, çürütme veya test etme ve bulduğu sonuçları paylaşma imkânı sağlar. Böylece öğrenciler zor gördükleri cebire karşı daha rahat davranabilirler ve matematiksel düşünceleri yapılandırabilirler.

GAP, ISETL ve FGB gibi yazılım programları görsel olarak grup bağıntılarını, elemanların sıralanmasını tanımlamada ve alt grupların elemanların göstermede faydalıdır. Bu yazılım paketlerini kullanan öğrenciler eşlenik olmayan grup türlerini de inceleme şansına sahiptir. Öğrenciler ayrıca bir grup kurup sonra cebirsel özellikleri: sıra, kosetler, bölümler, homomorflar ve izomorfları keşfetmek için elemanlar üzerinde mantıksal koşullar kurabilirler. Bilgisayar programlarını kullanmak öğrencilerine öğrendiğini test etmek için aktif öğrenme ortamları ve fırsatları oluşturabilir. Sınıflar bireysel öğrenciler ya da gruplar halinde soyut cebir kavramlarını keşfetmek için yapılandırılabilir. Literatürden anladığımız üzere, bilgisayar uygulamaları, öz-düzenleme ve işbirlikçi öğrenme becerilerinin yanı sıra, problem çözmeyi ve daha yüksek sıra düşünme becerilerini geliştirmek gibi daha geniş hedefleri elde etmede çok önemli olabilir. Bilgisayar Destekli Öğretim, süreç sonunda ezberden ziyade kavramayı artırarak öğrencinin başarısını geliştirebilir.

Konu soyut olduğunda bilinen şeylerle anlamlı bağlantılar kurmak bile zordur. Uygun öğretme teknikleriyle birleştirilen soyut cebir yazılımı öğrencilerin keşif, öğrenmelerini kontrol etme ve gruplarda işbirlikli olarak çalışmayla meşgul oldukları zengin öğrenme ortamları sunabilir.

Aşağıda alanyazında soyut cebirde kullanıldığı belirtilen geleneksel ve alternatif öğretim yöntemleri ele alınmıştır.

2.7.1. Geleneksel Öğretim Yöntemleri

“*Soyut cebirdeki kavramlar doğaları gereği soyuttur.*” Ortaokul precalculus (genel matematik-analiz öncesi), analiz ve lineer cebirdeki reform çabalarıyla uyumlu olarak, öğrencilerin soyut kavramlarına ilişkin anlayışlarını görselleştirmelerine ve sözel olarak ifade edebilmelerine büyük bir ihtiyaç vardır.

Ne yazık ki soyut cebir almadan önce, hem sözlü hem de yazılı olarak matematiksel fikirler arasında ilişki kurma fırsatları neredeyse bulunmamaktadır. Bu ihtiyaçla daha tutarsızca geleneksel olarak (yani harfi harfine verilen katı bir ders) öğretilen bir soyut cebir dersi, öğrencilerin içeriğe yönelik anlayışlarını birbirleriyle veya eğitmenle tekrarlamak için sınırlı imkanlar sağlamaktadır. Zamanla onlar ve dersi alan hedef kitle değişmektedir. Otuz yıl önce en iyi matematik dalı uzmanları, bir soyut cebir dersinin sınıf listelerinden oluşmaktaydı. Şu anda dersi alan öğrenciler son otuz yılda büyük ölçüde değişirken, öğretim yöntemleri ve dersin içeriği esas olarak sabit kalmıştır. Bir süredir reform yapılmakta olan üniversitelerde, ortalama matematik uzmanlarının arka planları 1960'lı yıllarla karşılaştırıldığında oldukça farklıdır. Yine de birkaç istisna dışında, öğretilen soyut cebir derslerinin yanyana karşılaştırılması, o zaman öğretilenlerden çok az farklılık ortaya koyacaktır. (Grassl ve Mingus, 2007).

Dubinsky ve arkadaşları (1994) şu şekilde ifade etmektedir: "...Soyut cebir ile algoritmaların öğrenilmesinden kavramları anlamaya kadar matematiksel stildeki ani değişme ve konunun genel karmaşıklığı bu dersin geleneksel bir şekilde öğretilmesi durumunda başarılı olamayacağını göstermektedir. Nitekim soyut cebir çoğu üniversitelerde çok başarılı olmayan bir durumdadır. Hiçbir çalışma olmasa da, anekdot niteliğinde kanıtlar bu varsayımı destekleme eğilimindedir. Bu nedenle, alternatif, yenilikçi öğretim stratejilerini dikkate almanın önemli olabileceği bir duruma sahibiz" (Grassl ve Mingus, 2007).

2.7.2. Alternatif Öğretim Yöntemleri

2.7.2.1. IBL (Inquiry-Based Learning, Sorgulamaya Dayalı Öğrenme)

IBL, grup çalışmasına dayanan ve öğrencilerin matematiksel düşünceleri yapılandırmasına dayanan, düz anlatım yöntemine alternatif olarak geliştirilen son zamanlarda popüleritesi artan bir yöntemdir (Capaldi, 2014).

Capaldi (2014) "Non-Traditional Methods of Teaching Abstract Algebra" adlı çalışmasında; daha önce geleneksel yöntemlerle öğrettiğini belirttiği soyut cebirin IBL ile öğretilbileceğini ifade etmiştir. 23 seans süren uygulamalar sonrasında;

öğrencilerin cebirsel konulara karşı daha istekli hale geldiği, kaygı düzeylerinin azaldığı, grup çalışmaları sayesinde iletişim ve ilişkilendirme becerilerinin geliştiği, alan bilgilerinin önceki yıllara göre görülür derecede arttığı ve kendilerini ifade edebilme yeteneklerinin geliştiği gözlenmiştir. Ayrıca; sözlü sınavlar sayesinde öğrencilerin kendilerini daha iyi ifade edebildikleri ve portfolyolar sayesinde de matematiksel dili daha etkili kullandıkları ve bireyselliklerinin de geliştiği tespit edilmiştir.

Capaldi (2014)'ye göre IBL'nin matematik eğitimine şu katkıları vardır:

1. Kavram ve tanımları geliştirirken ve genellerken bir matematikçi gibi davranmak (Anlamlandırma ve Alan Bilgisine katkısı vardır.).
2. Bu fikirleri arkadaşlarla paylaşmak (İletişim, Anlamlandırma, İlişkilendirme).
3. Problem veya teoremleri ispatlama, çürütme veya test etme.(Anlamlandırma, Alan Bilgisi).
4. Sonuçları paylaşmak (İletişim, İlişkilendirme).

Bu yönetime göre dörder kişilik gruplar oluşturulur, grupların birer temsilcisi olur. Gruba bir cebir problemi verilir ve çözmeleri istenir. Sonra grup temsilcisi çözümünü tahtada yapar. Bu sayede öğrencilerin iletişim ve ilişkilendirme becerileri gelişir ve zor gördükleri cebire karşı daha olumlu olabilirler.

Bazı çalışmalarda öğrencilere bazı tanım ve örneklerin yer aldığı çalışma yaprakları dağıtılır ve ipuçları yardımıyla cebirsel ispatlar yapmaları istenir. Öğrencilerden sık sık örnekler vermeleri istenir, bu sayede öğrencilerin bireysel öğrenmesi de desteklenmiş olur. Öğretmen yerinde oturmasına rağmen ara sıra grupları gezer ek ipuçları ve yeni sorularla öğrencilerin çözüme-ispata ulaşmasını kolaylaştırır.

Bazı uygulamalardan sonra ev ödevleri verilir ve bir sonraki uygulamada ödevler kontrol edilir. Bazı uygulamalar sözlü sınav şeklinde olur. Burada öğretmen yönlendirici ve cesaretlendirici olmak durumundadır.

Öğrenciler dönem boyunca yaptıkları çalışmalarını bir portfolyo haline getirirler ve öğretmen bazen portfolyolarını inceler.

2.7.2.2. BDÖ (Bilgisayar Destekli Öğretim)

Çoğu matematiksel kavram soyuttur ve bu kavramlar ileri seviyede bir öğrenci aktivitesi gerektirir. Bu tür kavramsal öğrenme karmaşıktır ve daha çok öğrenci çabası gerektirir. Soyut kavramların çoğunu uygun bilgisayar teknolojileriyle açıklamak ve göstermek git gide daha mümkün hale gelmektedir.

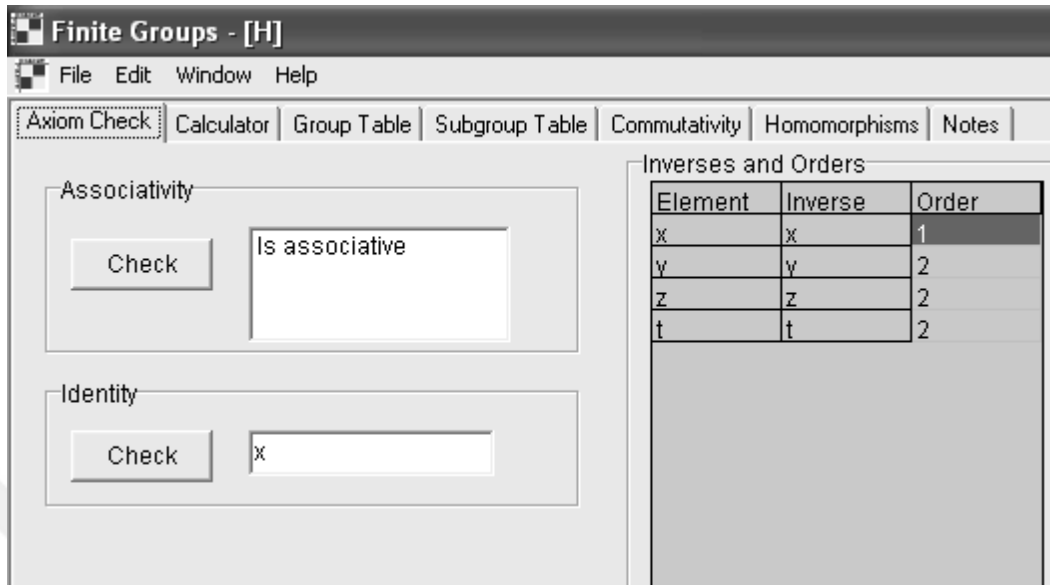
Soyut cebir kavramlarının çoğu bilgisayar teknolojisi kullanılarak sunulabilir olup öğrencilerin üst düzey öğrenmeleri için uygun hale getirilebilmektedir. Bu yaklaşımı kullanarak, çoğu soyut kavram somutlaştırılabilir ve bu kavramlar öğrencilerin anlaması için daha kolay hale gelmektedir (Baki, 2002). Ayrıca ESG, FGB, GAP, ISETL gibi diğer bilgisayar yazılımları, sadece Soyut cebir öğretmek için geliştirilmişlerdir.

2.7.2.3. FGB : (Finite Group Behavior - Sınırlı Grup Tutumu)

ESG'nin (Küçük Grupları Keşfetme) ilk Windows versiyonu olarak Edward Keppelmann tarafından (1996) yazılmıştır. Grup teorisinin grup, alt grup, normal alt grup, bölüm grupları ve eleman mertebeleri gibi temel özelliklerini öğretmek için kullanılmaktadır. İşlem tabloları sayesinde cebirsel bir yapının grup özelliklerini gösterip göstermediği kontrol edilir. Öğrenciler bir grubun alt grup ve bölüm gruplarını tablolarda renk yardımıyla görebilmektedirler (Perry, 2004).

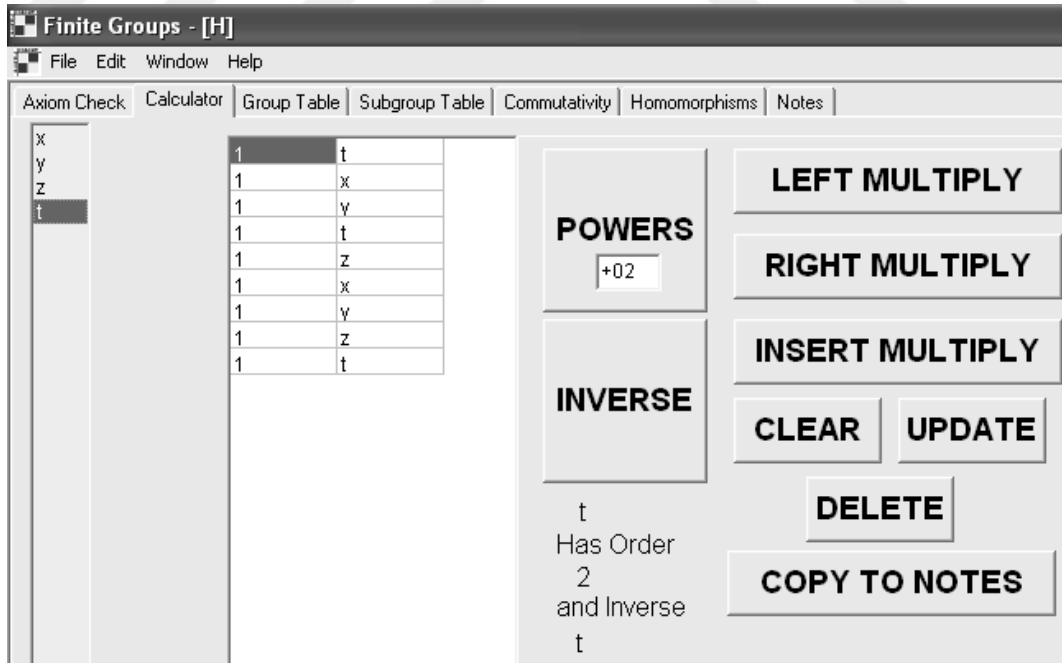
FGB' de bir grubun sahip olduğu özellikler 7 farklı tabloda sunulmaktadır:

1. Grup aksiyomlarının kontrolü: Birleşme, birim eleman, ters eleman ve mertebeler. Grup aksiyomlarının kontrolüne ilişkin bilgisayar programı çıktısı Şekil-1'de gösterilmiştir.



Şekil-1: H grubu için grup aksiyomlarının kontrolü

2. Hesap makinesi: Grup elemanlarının kuvvetleri, sağ ve sol işlemler, ters elemanlar vs. Buna ilişkin bilgisayar programı çıktısı Şekil-2'de gösterilmiştir.



Şekil-2: H grubu elemanlarının incelenmesi

3. Grup tablosu: Bu tablo grup için *Cayley*[™] tablosunu göstermektedir. Grup tablosuna ilişkin bilgisayar programı çıktısı Şekil-3'te gösterilmiştir.

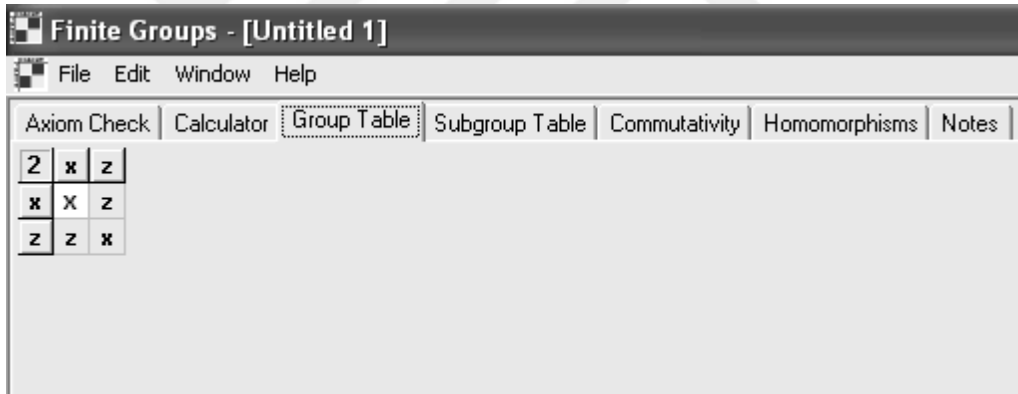
Şekil-3: H için grup tablosu

4. Alt grup tablosu: Bir grubun alt grupları, bölüm grupları ve kosetleri verilmektedir. Kosetler (yan kümeler) renkli gösterilmektedir. Alt grup tablosuna ait bilgisayar programı çıktısı Şekil-4, Şekil-5, Şekil-6 'da gösterilmiştir.

Şekil-4: H grubu için kosetlerin hesaplanması

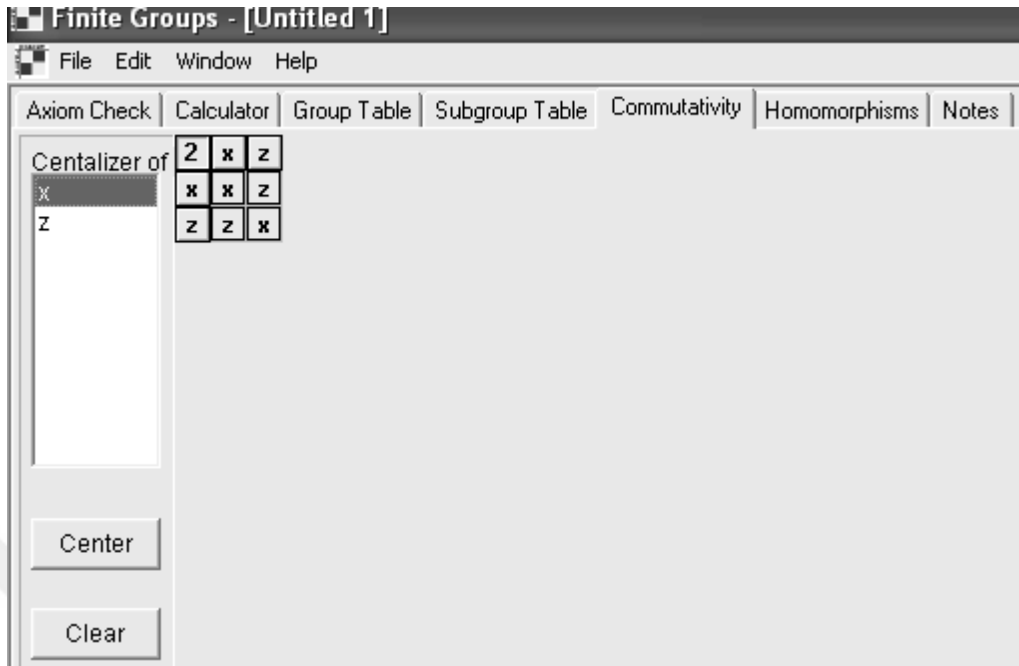


Şekil-5: H grubunun alt gruplarını bulma



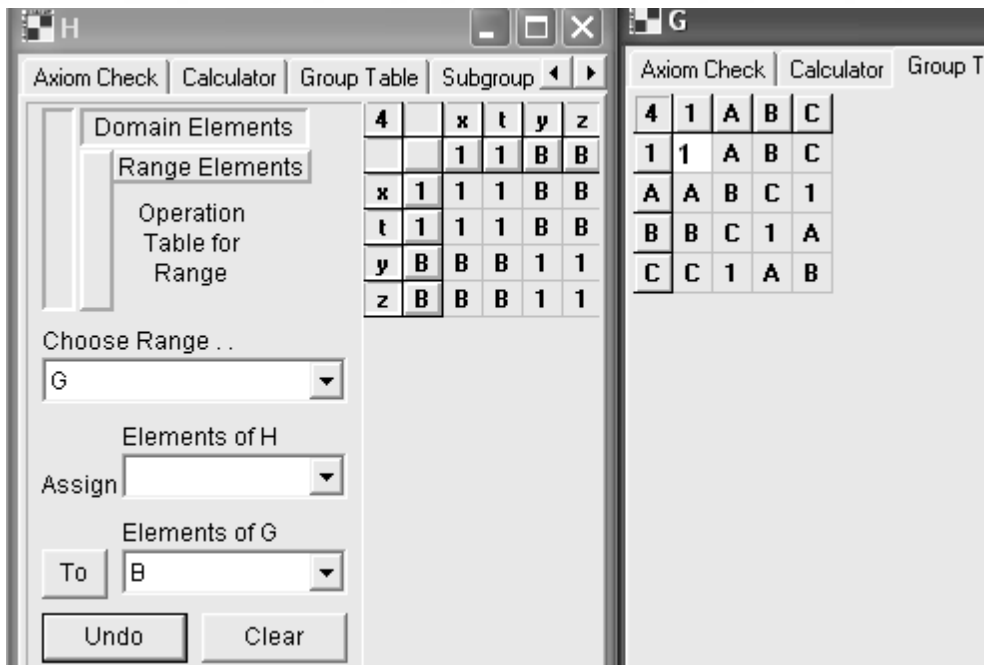
Şekil-6: H grubu için bölüm grubu belirleme

5. Değişmelilik (Commutativity) tablosu: Grubun değişmeli olup olmadığı, grubun merkezi ve merkezleyici elemanları kolaylıkla bulunabilmektedir. Merkez ve merkezleyici hesaplamaya ilişkin bilgisayar programı çıktısı Şekil-7'de verilmiştir.



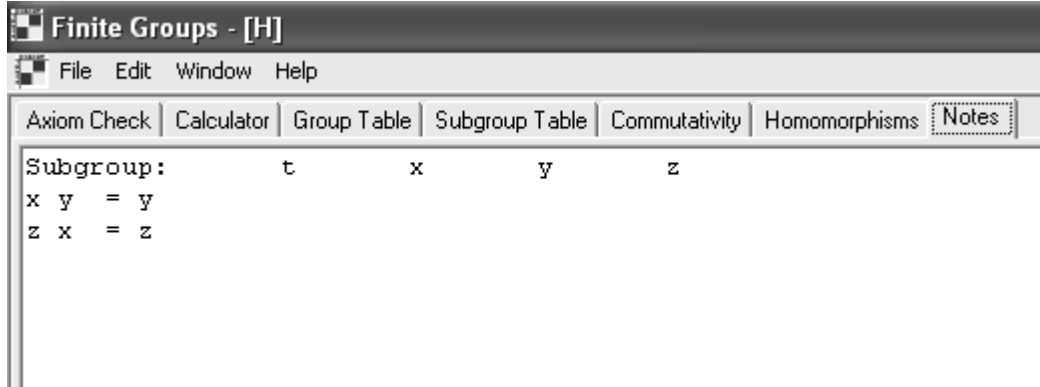
Şekil-7: H grubu için merkez ve merkezleyici hesaplama

6. Homomorfizmalar: İki grup arasındaki homomorfizmaları göstermektedir. Homomorfizmaya ilişkin bilgisayar programı çıktısı Şekil-8'de verilmiştir.



Şekil-8: H ve G grupları için homomorfizma

7. Notlar: Grupların özellikleri burada kaydedilmektedir. Grup özelliklerinin kaydedilmesine ilişkin bilgisayar programı çıktısı Şekil-9'da verilmiştir.



Şekil-9: H grubu için bulunan bilgilerin kaydedilmesi

2.7.2.4. GAP: (Gruplar, Algoritmalar ve Programlama)

GAP çoğunlukla matematik araştırmacıları tarafından kullanılmaktadır. Rainbolt'a (2002) göre, öğrenciler GAP sayesinde cebirsel kavramları daha hızlı öğrenmektedirler (URL-5). Ayrıca öğrencilere, öğrendikleri şeyi test etme ve bazı grup kavramlarını araştırma imkânı sunmaktadır.

GAP yazılımı,

1. Normalde uzun hesaplamalar gerektiren işlemlerin kısa sürede yapılmasına imkân sağlamaktadır. Örneğin, büyük bir gruptaki bir elemanın tüm eşlenikleri hesaplanabilmektedir.

2. Öğrencilerin basit bilgisayar algoritmaları yazmaları için uygundur. Bu durum, öğrencilerin soyut cebir kavramlarını somutlaştırmasını kolaylaştırmaktadır.

3. Öğrencilerin varsayımlarını test etmek için kullanacakları büyük veriler oluşturabilmektedir.

4. Bilgisayar projeleri doğal olarak öğrencilere işbirliği içinde çalışma imkânı sunmaktadır.

Şekil-10'da polinom halkalarıyla ilgili bir GAP uygulamasının çıktısı verilmiştir.

GAP will allow you to set up polynomials rings. For example the following GAP commands create the polynomial ring $P1 = \mathbf{Z}_7[x]$:

```
gap> R1:= Integers mod 7;
GF(7)
gap> P1:= PolynomialRing(R1);
PolynomialRing(..., [ x_1 ])
```

Suppose we want to factor the polynomial $x^2 - 2 \in \mathbf{Z}_7[x]$. Recall from Chapter 12 of this manual that the nonzero elements in \mathbf{Z}_7 are denoted in GAP by powers of $Z(7)$ where $Z(7)$ denotes a generator of the cyclic group of nonzero elements:

```
gap> Elements(R1);
[ 0*Z(7), Z(7)^0, Z(7), Z(7)^2, Z(7)^3, Z(7)^4, Z(7)^5 ]
```

To see what integer $Z(7)$ represents (mod 7) type:

```
gap> Int(Z(7));
3
```

The command:

```
gap> x:= X(R1, "x");
x
```

creates the indeterminate x over the ring $R1$. We can now set up a polynomial in the ring $P1$ and factor it:

```
gap> g:= x^2-2;
x^2+Z(7)^5
gap> Factors(g);
[ x+Z(7), x+Z(7)^4 ]
```

Note that even though we entered the polynomial as $x^2 - 2$, GAP echoed the polynomial $x^2 + Z(7)^5$. But $Z(7)^5 = 3^5 = 5 = -2$. So $x^2 + Z(7)^5 = x^2 - 2$. Notice the above GAP output tells us the factors of $x^2 - 2$ over \mathbf{Z}_7 are $x + Z(7) = x + 3$ and $x + Z(7)^4 = x + 4$.

Şekil-10: Polinom Halkalarıyla İlgili Bir GAP Uygulaması

2.7.2.5. ISETL: (Interactive SET Language - Etkileşimli KÜME Dili)

Teorik analizde ön görülen aşamaların öğrenciler tarafından inşa edilebilmesi amacıyla geliştirilmiş ve bu dilde programlama etkinlikleri düzenlenmiştir. Bu yazılım; öğrencilere cebirsel elemanlar üstünde mantıksal koşullar oluşturma, grup oluşturma ve sonra mertebe, koset, bölüm grubu, normal alt grup, homomorf ve izomorf gibi cebirsel özellikleri araştırma fırsatı vermektedir.

Kullanımına örnek olarak, öğrenciler grup aksiyomlarını yöneten bir program yazarlar. O zaman grup olarak düşündüklerini girebilirler ve bilgisayar öğrencilere doğru ya da yanlış cevap olarak geri dönüt verecektir. Aynı işlemi önerdikleri grubun kapalı olup olmadığını ve grubun elemanının bir özdeşi olup olmadığını vb. belirlemek için de kullanabilirler. Cevaplarını seçip bilgisayardan yanıt beklerler. Bu

yolla, öğrenciler grup işlemlerini "yapılandırır". Öğrenciler grup teorisini öğrenmeye dayalı bir tecrübe edinirler (URL-6).

```

ISETLJ
File Edit Format Options Run Help
Exec Text Text Text
> S := {1..5};
> pow(S);
{{4, 5, 2}, {5, 4, 1}, {2, 3, 5},
{1, 3, 5}, {4, 5, 3}, {1, 2, 3,
4}, {2, 1, 5, 3}, {2, 1, 3, 4, 5},
{3, 2, 5, 4}, {4, 5, 3, 1}, {5, 4,
2, 1}, {4, 1}, {2, 4}, {5, 2}, {4,
3}, {5, 1}, {5, 3}, {4, 5},
{1, 3, 2}, {1, 2, 4}, {2, 3, 4},
{5, 2, 1}, {3, 4, 1}, {4}, {5},
{1}, {}, {3}, {2}, {2, 1}, {3, 1},
{3, 2}};
>
Status:

```

Şekil-11: Bir Kuvvet Grupları Uygulaması

Tüm öğrenmelerin zihindeki bir yapılanma sonucu oluştuğu varsayımı üzerine temellendirilen yapılandırmacılık, bireylerin öğrenme sürecinde daha fazla sorumluluk almalarını ve etkin olmalarını gerektirmektedir (Kılıç, Karadeniz ve Karataş, 2003). Öğrenmenin işlevsel ve kalıcı olabilmesi için öğrenci kendi bilgisini oluşturma sürecinde aktif olarak rol almalıdır (Baki, 2008). Yapılandırmacı yaklaşımların, cebirsel kavramları öğrenmeyi kolaylaştırdığı tespit edilmiştir.

2.8. Pedagojik Alan Bilgisi

Değişen dünya düzeniyle birlikte çeşitli ülkelerde eğitimin kalitesini arttırmak için, öğretmen eğitiminde yeniden yapılanmalar gerçekleştirilmiştir. Birçok gelişmiş ülkede olduğu gibi ülkemizde de daha nitelikli öğretmen yetiştirmek amacıyla, son 30 yılda öğretmen eğitiminde önemli değişiklikler yaşanmıştır (Yıldırım, 2011). Öğretmenlik mesleğinin niteliğinin yükseltilmesi, öncelikle öğretmenlerin sahip olması gereken genel ve özel alan yeterliklerin bilinmesi, daha sonra bu yeterliklerin, hizmet öncesi ve hizmet içi eğitim programlarıyla, öğretmen adaylarına ve

öğretmenlere kazandırılması ile mümkündür (MEB, 2017). Ancak Yıldırım'a (2011) göre; gerçekleştirilen bu programların uygulanmasında bir takım çatışma alanları gözlenmiştir. Bunlardan birisi konu alanı-öğretmenlik meslek bilgisi çatışmasıdır. Literatür incelendiğinde de bu çatışmaların açıkça görüldüğü bilinmektedir. Yani bir yandan, meslek öncesi öğretmen eğitimi sürecinde öğrencilerin alan bilgisini genişliğine ve derinliğine öğrenmeleri, öte yandan öğretmenlik meslek bilgisinin önemi savunulmaktadır. Bir de bunların her ikisini de kapsayan bir görüş var ki bu da alan bilgisinin tek başına yeterli olmadığı (McDiarmid, Ball, ve Anderson, 1989; Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones ve Agard, 1992; Ma, 1999) öğretmenlik meslek bilgisini (pedagojik bilgi) de içerisinde barındıran pedagojik alan bilgisidir. Peki, nedir bu pedagojik alan bilgisi?

Shulman (1986) ilk defa öğretmen bilgisine yönelik çalışmalar yapan kişi olarak öğretmen eğitimi ile ilişkili olarak gerçekleştirilen çalışmalarda genellikle öğretmen davranışları, öğretmenlerin sahip olması gereken bilgiler, bu bilgilerin öğretim sürecinde nasıl işlediğini araştırmıştır. Shulman (1986, 1987) ilk defa pedagojik alan bilgisi kavramından bahsederek öğretmen eğitimi çalışmalarına bambaşka bir yön tayin etmiştir. Bununla birlikte Shulman (1986, 1987), bir öğretmenin sahip olması gereken bilgi türleri konusunda kendinden önceki araştırmalarda kapalı olarak belirtilen boyutlara dikkat çeken ilk sistematik çalışmaları gerçekleştirmiştir. Buna göre Shulman (1987) bir öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerini yedi grupta topladığı "Öğretim İçin Bilgi Temeli" modelini sunmuştur. Bu bilgi temelleri şu şekildedir:

- ✓ Genel pedagoji bilgisi,
- ✓ Eğitim ortamı bilgisi,
- ✓ Öğrenci bilgisi,
- ✓ Eğitimin amaçları ve değerleri ile onların tarihi ve felsefi yapısı bilgisi,
- ✓ İçerik bilgisi,
- ✓ Öğretim programı bilgisi,
- ✓ Pedagojik alan bilgisi (PAB)

Shulman'a göre pedagojik alan bilgisi eğitimin genel ilkelerini değil daha çok

özel alanlardaki (matematik, fen, dil vb.) konuların hangi tekniklerle öğretilmesi gerektiğini incelemektedir. Yani PAB belli bir konuyu öğretmede faydalı olacak sunumların, resimlerin, örneklerin, analogilerin, modellemelerin ve stratejilerin bilgisidir. Bu yönüyle PAB, öğrencilerin konuyu anlayabilmelerine olanak sağlayacak formlara dönüştürme kapasitesine dayanan bir bilgidir (Shulman, 1987). Bu nedenle Shulman öğretmenlerin etkili bir öğretici olabilmeleri için güçlü bir PAB'ne ihtiyaçları olduğunu belirtmiştir.

Shulman'dan sonra PAB ile ilgili sürekli değişik çalışmalar yapılmıştır ve hala da yapılmaktadır. Yapılan bu araştırmalarda pek çok araştırmacı pedagojik alan bilgisini farklı bakış açılarıyla değerlendirmişler ve farklı bileşenleri olduğunu ileri sürmüşlerdir (Fernandez-Balboa ve Stiehl, 1995; Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999; Marks, 1990; Shulman, 1987; Smith ve Neale, 1989; Tuan, 1996). Örneğin Shulman (1987) pedagojik alan bilgisinin bileşenleri olarak sadece gösterimleri ve öğrenci bilgisini kabul etmiş, konu alan bilgisini PAB'ne dâhil etmemiştir. Araştırmalarda PAB'in bileşenleri; konu alan bilgisi, konu alanı gösterim bilgisi, öğrencilerin öğrenmesi ve kavraması, müfredat bilgisi, yapı bilgisi ve amaç bilgisi olarak ortaya konmuştur (Grossman, 1990; Fernandez- Balboa ve Stiehl, 1995; Magnusson vd., 1999; Marks, 1990; Shulman, 1987; Smith ve Neale, 1989; Tuan, 1996). Farklı eğitimcilerin bu farklı bakış açıları PAB kavramının tekrar formüle edilmesine yol açmıştır. Sonuç olarak; PAB'in Shulman modeli, Grossman modeli, Marks modeli ve Cochran-DeRuiter-King modeli gibi farklı modelleri oluşturulmuştur. Ancak burada bu modellerin ayrıntıları incelenmeyecektir.

Alanyazında öğretmen yeterliğini ve yeterliği oluşturan farklı bilgi türlerini tanımlamaya yönelik olarak çalışmalar bulunmaktadır (Ball, Thames, ve Phelps, 2008; Blömeke, Gustafsson, ve Shavelson, 2015; Cochran, DeRuiter, ve King, 1993; Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990; Shulman, 1986, 1987). Ancak bu çalışmalarda pedagojik alan bilgisi öğretmen yeterliğini oluşturan farklı bilgi türlerinin ortak noktası olarak merkezde yer almaktadır. Başka bir ifadeyle araştırmacılar öğretmen yeterliğinin en önemli bileşenlerinden birisinin pedagojik alan bilgisi olduğunda hemfikirdirler. Her ne kadar araştırmacılar pedagojik alan

bilgisinin farklı bileşenlerini ön plana çıkarmış gibi görünse de üzerinde ortak fikir yürütülen bileşenler; öğrenciyi tanıma bilgisi, içeriğin sunumu bilgisi, öğretim yöntem ve teknik bilgisi, ölçme-değerlendirme bilgisi ve müfredat bilgisi şeklindedir.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli

Araştırmanın amacı, soyut cebir eğitimi veren öğretim elemanlarının kullandıkları öğretim uygulamalarını belirlemektir. Bu durum öğretim elemanlarının yaşamış deneyimlerini içermekle birlikte araştırma süreci içerisinde görüşmeler yapmayı da gerektirmektedir. Bu nedenle öğretim elemanlarının öğretim uygulamalarına yönelik deneyimlerini ortaya koymayı amaçlayan çalışmalarda nitel araştırma yöntemleri tercih edilmiştir. Çünkü nitel araştırma, araştırılan problemin miktarı, sayısı, sıklığı ve yoğunluğundan ziyade problemin süreci ve anlamıyla yakından ilgilenir (Denzin ve Lincoln, 1998). Bu nedenler ve araştırmanın yapısı dikkate alındığında bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır.

Durum çalışması; güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde çalışan, içinde bulunduğu içerik ve olgu arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı, birden fazla kanıtın veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, deney ve gözlem üzerine kurulu bir araştırma yöntemidir (Yin, 1984). Ek olarak durum çalışmasının “nasıl”, “niçin” ve “ne” sorularını temel alan, araştırmanın kontrol edemediği olgu ya da olayı derinlemesine inceleyerek bilgi edinilmesine imkân tanıyan bir yöntem olduğu söylenebilir. Bu araştırmanın problemi ve amacı dikkate alındığında, durum çalışması, ortaya atılan probleme cevap sunma açısından en etkin yöntem olarak düşünülmüştür.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın katılımcıları üniversitelerde Soyut Cebir dersi veren 4 öğretim elemanıdır. Bu katılımcılar gönüllülük esasına dikkat edilerek seçilmiştir. Nitekim, Yıldırım ve Şimşek (2016: 108) katılımcıların bir araştırmaya fiziksel veya psikolojik baskı olmaksızın kendi rızalarıyla ve gönüllü olarak katılmaları gerektiğini

belirtmiştir. Öte yandan etik ilkelerin en temel ve klasik olanlarından bir diğeri de gizlilik, özel hayata saygı ve zarar görmemedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016: 108). Bu nedenle bu süreçte üniversite isimlerinin ve öğretim elemanlarının kimliklerinin gizli tutulması öncelikli esaslardan biri olacaktır. Bu nedenle katılımcılara ÖE-1, ÖE-2, ÖE-3 ve ÖE-4 şeklinde kodlar verilmiştir.

ÖE-1: Profesör ünvanına sahiptir. Lisans eğitimini matematik öğretmenliği programında tamamlayan ÖE-1, yüksek lisans ve doktora eğitimlerini teorik matematik alanında tamamlamıştır. Uzmanlık alanı Cebir ve Sayılar Teorisi olan ÖE-1, 24 yıllık mesleki deneyime sahip olmakla birlikte 7 yıldır Cebire Giriş dersi vermektedir. Ayrıca lisans düzeyinde Lineer Cebir I, Lineer Cebir II, Sayı Sistemleri ve Cebirsel Yapılar, Lineer Cebirin Uygulamaları, yüksek lisans düzeyinde Maple Paket Programı Destekli Lineer Cebir Öğretimi, Cebirsel Kavramların Öğretimi, Lineer Cebirin Uygulamaları, doktora düzeyinde ise Cebirsel Kavramların Öğretimi, Matris Teori ve Maple Paket Programı derslerini yürütmüştür. Lisans düzeyinde matematik eğitimi ile ilişkili herhangi bir derse girmedigini belirten ÖE-1, Matematik Eğitimi ile ilgili yüksek lisans öğrencisi yetiştirmemiş ancak Matematik Eğitimi alan yüksek lisans öğrencilerini destekleyici çalışmalar yapmıştır.

ÖE-2: Doktor Öğretim Üyesi ünvanına sahiptir. Lisans, yüksek lisans ve doktora eğitimini teorik matematik alanında tamamlamıştır. 1 yıl Milli Eğitim Bakanlığı'nda görev yapmış ve 10 yıldır da üniversitede ders vermektedir. Uzmanlık alanı Cebir ve Sayılar Teorisidir. Son 4 yıldır Cebire Giriş dersi vermektedir. Ayrıca lisans düzeyinde matematik öğretmenliği programında Lineer Cebir I, Lineer Cebir II, Elemanter Sayı Kuramı, Analitik Geometri, Diferansiyel Denklemler derslerini yürütmüştür. Lisansüstü düzeyde ise Pell ve Pell-Lucas Sayı Dizisi dersini yürütmüştür. Matematik eğitimi ile ilişkili herhangi bir derse girmeyen ÖE-2, matematik eğitimi ile ilgili yüksek lisans öğrencisi de yetiştirmemiştir.

ÖE-3: Cebir ve Sayılar Teorisi alanında doçent ünvanına sahiptir. Lisans eğitimini matematik öğretmenliği programında tamamlayan ÖE-3, yüksek lisans ve

analizi ve diğer tekniklerle birlikte kullanılabilir (Bogdan ve Biklen, 1998).

Stewart ve Cash (1985) görüşmeyi, "önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci" olarak tanımlamıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda görüşmenin amacı, insanların zihninde var olan ve doğrudan gözlemleyemediğimiz şeyleri ortaya çıkarmaktır (Patton, 1990). Bu nedenle Cebire Giriş dersi veren öğretim elemanlarının öğretim uygulamalarına yönelik olarak yapılan bu çalışmada, öğretim elemanları ile önceden belirlenen araştırma soruları üzerinden görüşmeler yürütülmüştür. Bu görüşmeler EK-1 ile verilen Görüşme Soruları ile gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada görüşmeler haricinde araştırmacı tarafından tutulan notlar ve görüşme esnasında öğretim elemanlarından elde edilen yazılı veriler, görüşmeleri destekleyen veri toplama araçları olarak kullanılmışlardır.

3.4. Görüşme Sorularında Yer Alan Soruların Kullanılma Amaçları

Araştırmaya başlamadan önce Cebire Giriş dersi veren öğretim elemanlarının öğretim uygulamalarını sorgulayan açık uçlu sorular hazırlanmıştır. Çalışmada yer alan soruların hangi amaçla kullanıldığı Tablo-1 ile sunulmuştur.

Tablo-1. Görüşme Sorularının Kullanılma Amaçları

Amaç	Sorular
Öğrencilerini tanıma	1. Alt Problem 1. Soru
	1. Alt Problem 2. Soru
	1. Alt Problem 3. Soru
	1. Alt Problem 4. Soru
Müfredat	2. Alt Problem 1. Soru
İçerik sunumu	3. Alt Problem 1. Soru
	3. Alt Problem 2. Soru
	3. Alt Problem 3. Soru
	3. Alt Problem 4. Soru
	3. Alt Problem 5. Soru
	3. Alt Problem 6. Soru
	3. Alt Problem 7. Soru
	3. Alt Problem 8. Soru
Öğretim yöntemleri ve teknikleri	4. Alt Problem 1. Soru
	4. Alt Problem 2. Soru
	4. Alt Problem 3. Soru
	4. Alt Problem 4. Soru
Ölçme ve değerlendirme	5. Alt Problem 1. Soru
	5. Alt Problem 2. Soru

Tablo-1 den görülebileceği gibi EK-1 de yer alan görüşme soruları araştırma problemleri doğrultusunda 5 başlıkta ele alınmıştır. Buna göre ilk araştırma problemi öğrencileri tanıma, ikinci araştırma problem müfredat, üçüncü araştırma problem içerik sunumu, dördüncü araştırma problemi öğretim yöntemleri ve teknikleri ve son olarak beşinci araştırma problem ölçme ve değerlendirme ile ilişkili öğretim elemanlarının uygulamalarını araştırmak için kullanılmıştır. Öğretim elemanlarının öğrencileri tanımak için kullandıkları öğretim uygulamaları 4 soru ile, müfredata ilişkin uygulamaları 1 soru ile, içerik sunumuna ilişkin uygulamaları 8 soru ile, öğretim yöntem ve tekniklerine ilişkin uygulamaları 4 soru ile ve son olarak ölçme ve değerlendirme uygulamaları 2 soru ile irdelenmiştir.

EK-1 ile verilen bu görüşme sorularına son halini vermeden önce geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları kapsamında uzman görüşleri alınmıştır. Aşağıda görüşleri alınan uzmanlara ilişkin ayrıntılı bilgiler Tablo-2 ile verilmiştir.

Tablo-2. Görüşme Soruları için Görüşleri Alınan Uzmanların Nitelikleri

	Mezun olunan			
	Lisans	Yüksek Lisans	Doktora	Mesleki Tecrübe
1	Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği	Matematik eğitimi alanında yüksek lisans	Matematik Eğitimi alanında doktora	*1 yıl devlet okulu *21 yıl üniversite *Profesör (halen çalışmakta)
2	Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	İlköğretim matematik eğitimi alanında yüksek lisans	İlköğretim matematik eğitimi alanında doktora	*5 yıl devlet okulu *10 yıl üniversite *Doktor Öğretim Üyesi (halen çalışmakta)
3	Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Teorik matematik (Cebir) alanında yüksek lisans	Ortaöğretim matematik eğitimi alanında doktora	*4 yıl devlet okulu *10 yıl üniversite *Doçent doktor (halen çalışmakta)
4	Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	-	Ortaöğretim matematik eğitimi alanında bütünleşik doktora	*1 yıl devlet okulu *15 yıl üniversite *Doktor öğretim üyesi (halen çalışmakta)

Tablo-2'den görülebileceği gibi görüşme sorularının hazırlanması sürecinde görüşleri alınan uzmanların uzmanlık alanları matematik eğitimi olan öğretim üyeleridir. Uzmanlardan biri devlet üniversitesinde profesör, diğeri doçent ve diğeri ikisi ise farklı devlet üniversitelerinde doktor öğretim üyesi olarak görev yapan öğretim üyeleridir.

3.5. Veri Toplama Süreci

Görüşme sorularına son hali verildikten sonra görüşme yapılacak öğretim elemanları belirlenmiştir. Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanları gönüllülük esasına göre belirlendikten sonra, müsait oldukları zaman için kendilerinden randevu alınarak görüşme saatleri ayarlanmıştır. Görüşmeler öğretim elemanlarının uygun gördüğü sessiz ortamlar olan ve kendilerini rahat hissettikleri ofis odalarında gerçekleştirilmiştir.

Görüşmelere başlamadan ve sorular sorulmadan önce katılımcı tarafından incelenmesine müsaade edilmiştir ve daha sonra sorular sorulmuştur. Görüşme başladıktan sonra ise görüşülen öğretim elemanlarına görüşmenin amacı açıklanarak olabildiğince ayrıntılı cevap vermeleri, uygulama ve deneyimlerini ayrıntılı bir şekilde anlatmaları istenmiştir. Görüşmede ilk olarak katılımcının kendisini tanımasına yönelik sorular sorulmuştur. Böylece öğretim elemanını konuşmaya teşvik etmeye ve iletişime açık hale getirmeye çalışılmıştır. Görüşülen öğretim elemanını konuşmaya teşvik etmek için ilk olarak "Uzmanlık alanınız nedir?", " Kaç yıllık mesleki deneyime sahipsiniz?" gibi EK-1 ile verilen soruların en sonunda yer alan TAMAMLAYICI SORULAR başlığı altında yer alan sorularla görüşmeye başlanmıştır. Görüşmeler sırasında öğretim elemanlarından cevap verirken yüksek sesli düşünceleri istenmiştir ve sorulan sorular, "sorgulayıcı" bir tutumla değil; bilgi vermeye davet edici biçimde sorulmuştur. Konuşma tarzında görüşmeler aracılığıyla katılımcının rahat olması sağlanmaya çalışılmıştır.

Görüşme sırasında iki öğretim elemanının ses kaydı alınmıştır. İki öğretim elemanı ise ses kayıtlarının alınmasına müsaade etmeyerek sorulan sorulara ilişkin cevaplarının araştırmacı tarafından not tutulmasını istemişlerdir. Bu nedenle öğretim elemanlarının yanıtları ayrıntılı olarak not alınmıştır. Ses kaydı alındığı sırada kayıt

cihazı sesi rahatça algılayacak şekilde yerleştirilmiştir. Ayrıca katılımcılara ses kayıtlarının güvenli bir yerde tutulduğuna ve araştırmacının kendisinden ve danışmanından başka kimsenin bu ses kayıtlarını dinlemeyeceği konusunda bilgiler verilmiştir. Not alma işlemi sırasında ise yer yer tutulan notlar katılımcıya tekrarlanmış varsa eksik olan veya eklemek istediği ifadeyi belirtmesi istenmiştir.

Görüşmede önceden kestirilebilen ve kısa yanıtlara ortam hazırlayan sorulardan ziyade, katılımcıları açıklama yapmaya ve ayrıntılı konuşmaya teşvik eden “nasıl”, “neden” ve “ne” türü sorulara yer verilmiş ve uygulamaların ne şekilde yapıldığını daha iyi anlamak için öğretim elemanlarının deneyimlerinden bahsetmeleri istenmiştir. Böylece bireyin uygulamaları ve elde ettiği deneyimler hakkında daha ayrıntılı bilgi vermesi sağlanarak, araştırma sorusuna cevap oluşturacak verilere ulaşılmaya çalışılmıştır. Soruların tam olarak anlaşılmadığı durumlarda, Yıldırım ve Şimşek’in (2016) de belirttiği gibi; hazırlanan alternatif sorular sorularak bireyin soruyu anlamasına yardımcı olunmuştur. Sorulan alternatif sorularla yönlendirmelerden kaçınılarak görüşülen bireyin belirteceği görüşlere ve deneyimlerine farklı yollardan ulaşılmaya ve sorulara ayrıntılı yanıt alınmaya çalışılmıştır. Ek olarak, görüşme esnasında problemle ilgili özel alanlar keşfedildiğinde daha ayrıntılı sorularla derinlemesine irdelemeler yapılmıştır. Bu şekilde cevaplarda eksik kalan veya tam anlaşılmayan kısımlar tamamlanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle katılımcılar, düşüncelerini sözel olarak ifade etmekte zorlandıkları zaman çalışmaya küçük aralar verilerek düşünmelerine fırsat tanınmıştır. Süreçte ilgili alternatif sorular sürekli yöneltmiş yine de uzun süren sessizlikler olduğunda ise, araştırmacı katılımcıya önceki cevaplarını hatırlatarak “Evet, başka eklemek istediğiniz bir şey var mı?” veya “... demiştiniz, burada neyi kastediyordunuz?” şeklinde sorular sorulmuş ve bunun dışında uygulama sürecine herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Görüşme süreleri katılımcıdan katılımcıya değişmesine rağmen ortalama 65 dakika sürmüştür.

3.5. Verilerin Analizi

Veri analizi; ne gördüğünü, ne duyduğunu, ne okuduğunu organize etmeyi amaçlayan böylece ne öğrendiğini yorumlama süreci olarak tanımlanabilir” (Glesne

ve Peshkin, 1992). Ayrıca veri analizi somut veri parçaları ve soyut kavramlar arasında, tümevarım ve tümdengelim arasında, açıklama ve yorumlama arasında ileri ve geri hareketi içeren karmaşık bir süreçtir (Meriam, 1998). Bu bağlamda bu araştırmanın veri analizini gerçekleştirmek için öncelikle elde edilen veriler biraraya getirilmiştir. Bunun için ise görüşmeye ilişkin ses kayıtları ve bu ses kayıtlarına ilişkin kelimesi kelimesine dijital ortama aktarılarak elde edilen transkriptler ve araştırmacı tarafından tutulan notlar, katılımcılardan elde edilen yazılı veriler birleştirilmiştir. Birleştirilen veriler tekrar tekrar okunarak herhangi bir eksik olmaması ve bu sayede araştırmacının verilere aşına olması sağlanmıştır.

Patton (2002) nitel veri analizinin ilk aşamasını bir kodlama sistemi geliştirme ve kategorileri veya çalışılan olguyla ilişkili temaları tanımlama olarak tarif etmiştir. Bu düşünceyle elde edilen veriler öğretim elemanlarının Soyut Cebir öğretim uygulamalarının doğasını tanımlayıcı bir model inşa etmek için içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. İçerik analizinde amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. İçerik analizinde yapılan temel işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada elde edilen verilerin analizinde, pedagojik alan bilgisi kuramsal çerçevesi için belirlenmiş olan öğrenciyi tanıma, içeriğin sunumu, öğretim yöntem ve teknikleri, ölçme-değerlendirme ve müfredat bilgisi bileşenleri araştırma problemlerinin şekillenmesinde kullanılmıştır. Ancak bu başlıklara ait alt temalar öğretim elemanlarıyla yapılan görüşme verilerinden, alan notlarından ve yazılı dokümanlardan ortaya çıkmıştır.

3. 6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Nitel araştırmalarda elde edilen sonuçların geçerliğinin teyidi için inandırıcılık ve aktarılabirliklerini, sonuçların güvenirlüğünün teyidi için tutarlık ve teyit edilebilirliklerini incelemek gerekmektedir (Lincoln ve Guba, 1985). İnandırıcılık için araştırma sürecinin ve ulaşılan sonuçların açık, tutarlı ve farklı araştırmacılar tarafından onaylanabilir olması gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Lincoln ve Guba (1985), inandırıcılığın teyit edilebilmesi için kullanılacak yöntemleri uzun

sürelili iletişim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi olarak özetlemiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Buna göre, araştırmanın inandırıcılığının sağlanması için alınan önlemler aşağıda verilmiştir;

1. Araştırmada uzman görüşüne başvuru ve Tablo-2’de verilen matematik eğitiminde uzman olan bir öğretim üyesine araştırma raporunun okutulması sağlanmış, dönütler alınıp düzenlemeler yapılmıştır.

2. Araştırma kapsamında incelenen görüşme transkriptlerinden elde edilen veriler özetlenmiş, eleştirel bir gözle bakılarak araştırma sorularının yanıtları açıklanmıştır.

Nitel araştırmalarda nicel araştırmalar gibi genelleme yapılamaz çünkü verinin elde edildiği benzer diğer örneklerle aynen temsil edilmesi mümkün değildir. Ayrıca nitel araştırmada olay ve olgular derinlemesine ve ayrıntılı incelemeye yöneldiği için de genellenmesi mümkün değildir, Nitel araştırmacının sorumluluğu elde edilen sonuçların benzer ortamlara aktarılabilirlik değerini ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırma sonuçlarının aktarılabilirliğini artırmak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemleri önerilmektedir. Ayrıntılı betimleme ham verilerin ortaya çıkan kavramlara ve temalara göre yeniden düzenlenmiş biçimde yorum eklemekten ve verinin doğasına olabildiğince sadık kalarak okuyucuya aktarılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmanın aktarılabilirliğinin sağlanması için alınan önlemler aşağıda verilmiştir:

1. Verileri ayrıntılı bir biçimde betimlemek için elde edilen bulguların yazılmasında tablolar ve şekiller kullanılmış, ayrıntılı şekilde betimlemeler yapıp yorumlanmıştır.

2. Araştırmada dört öğretim elemanının Cebire giriş dersinde kullandıkları öğretim uygulamaları görüşmeler kapsamında incelenmiş ve öğretim üyelerinin professor, docent ve doctor öğretim üyesi olmak üzere farklı ünvanlara sahip olması ile çeşitlik sağlanmaya çalışılarak bazı ölçütler kullanılarak asıl örneklem belirlenmiştir.

Nitel araştırmalarda asıl sorun bulguların tekrar elde edilip edilmeyeceği değil, sonuçların toplanan verilerle tutarlı olup olmadığıdır (Merriam, 2013). Bir nitel araştırmacının tutarlılığı sağlamak için kullanabileceği yöntemler üçgenleme, uzman

incelemesi, araştırmacının konumu (Merriam, 2013) ve tutarlık incelemesidir (Erlandson ve di., 1993'den aktaran: Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu bağlamda araştırma kapsamında kullanılan görüşme transkriptleri için kodlayıcılar arası puanlayıcı güvenilirliğini belirlemek amacıyla yazar ve danışmanı tarafından ayrı ayrı analiz edilmiş ve puanlayıcılar arasındaki farklılıkların olup olmadığını belirlemek için Miles ve Huberman'ın (2015) geliştirdiği uzlaşma katsayısı hesaplanmıştır.

$$\text{Güvenirlik} = \text{Uzlaşma sayısı} / (\text{Uzlaşma sayısı} + \text{Uzlaşmama sayısı})$$

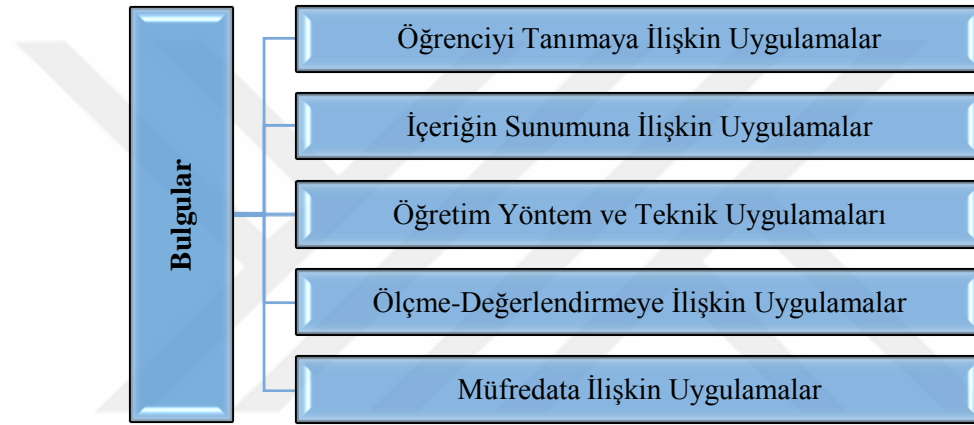
Elde edilen sonuç ile puanlayıcılar arası tutarlılık anlamındaki güvenilirliğinin sağlandığı görülmüştür. Bu bağlamda hesaplanan güvenilirlik katsayısı % 94 olarak bulunmuştur. Uyuşma sağlanmayan durumlar için ise üçüncü bir araştırmacının görüşleri alınarak very analizine son hali verilmiştir. Bu durumda puanlayıcılar arası uzlaşma anlamındaki güvenilirliğin de sağlandığı görülmüştür.

Araştırmanın teyit edilebilirliğinin değerlendirilebilmesi için teyit incelemesi yöntemi önerilmektedir. Araştırma dışındaki başka bir uzman araştırmada ortaya konulan sonuçların, yorumların ve önerilerin ham verilere geri dönüldüğü zaman teyit edilip edilmediğine yönelik bir değerlendirme yapar. Bundan dolayı araştırmacı tüm veri toplama araçlarını, ham verilerini, analiz aşamasında yaptığı kodlamaları saklamalı ve gerektiğinde böyle bir incelemeye sunabilmelidir (Erlandson ve diğ., 1993'den aktaran: Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu bağlamda araştırmada elde edilen veriler ve Word üzerinde yapılan kodlamalar, gerekli olduğu takdirde incelemeye sunulması için araştırmacı tarafından saklanmaktadır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR

Bu çalışmanın amacı Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanlarının öğretim uygulamalarını; öğrenciyi tanıma, içeriğin sunumu, öğretim yöntem ve teknikleri, ölçme değerlendirme, müfredat bilgisi bileşenleri bağlamında incelemektir. Bu bölümde yer alan başlıklar Şekil-12’te görülmektedir.



Şekil-12. Bulgular Bölümünde Yer Alan Başlıklar

4. 1. Öğretim Elemanlarının Öğrencilerini Tanımaya Yönelik Uygulamaları

Bu bölümde Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının öğrenciyi tanımak için kullandıkları öğretim uygulamalarına yer verilmiştir. Bu uygulamalara ilişkin temalar Tablo-3 ile verilmiştir.

Tablo-3. Öğrenciyi Tanımaya Yönelik Uygulamalar

Temalar	
Öğrenciyi tanıma	Öğrencinin sahip olması gereken ön bilgileri test etme
	Öğrenci hatalarını fark etme
	Öğrencilerin olası kavram yanlışlarını göz önünde bulundurma
	Öğrencinin öğrenmede zorluk yaşayabilecekleri noktaları dikkate alma
	Etkinliklerin öğrenci düzeyine uygunluğunu göz önünde bulundurma

Tablo-3’e göre; öğretim elemanlarının Cebire Giriş dersini yürütürken

öğrencilerini tanımaya yönelik beş farklı uygulama yaptıkları tespit edilmiştir. Bu uygulamalardan ilki; " *öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgileri test etme*" dir. Aşağıda öğretim elemanlarının öğrencilerin tanımaya yönelik uygulamalarını belirten ifadeleri verilmiştir:

ÖE-1: "*Öğrencilerin neredeyse her gün kavramları ($2x+1=5$ gibi) basit bir denklem çözümünde kullandıkları farkettilir. Temel kavramlardan konuşurken bir denklem çözümü üzerinde cebirsel yapı ve işlemlerin özellikleri bilgisine sahip olup olmadıkları araştırılır*".

ÖE-2: "*Her ders başında ya da daha yeni konu değiştiğinde biz de giriş yapıyoruz, hatta bu konunun temelini işte sayılar, fonksiyonlar şudur budur neyse girişini yaparak gittiğimiz için öğrenci de bunun temelini anlıyor. Onlara da soruyorum ben o giriş yaparken "bu konu hakkındaki bilginiz nedir?" ya da "ne kadar biliyorsunuz?" şeklinde. Ön bilgilerini yokluyorum yani*"

ÖE-3: "*Mecburen yokluyorum; çünkü birazcık sayılar teorisi bilmeleri gerekiyor... Biraz sayılar teorisi anlatıyorum çünkü bölünebilme kurallarını bilmezse eğer cebir yapamaz, soyut matematiği biliyor olması lazım en azından ispat yöntemlerini, onları biliyor mu diye bakmam gerekiyor. Bakıyorum, bilmiyorlarsa tamamlamam gerekiyor. Yani mecburen, yapacak bir şey yok zaten ilk birkaç hafta bununla geçiyor*".

ÖE-4: "*Soyut Matematiğin ve Lineer Cebirin devamı niteliğinde olduğu için ilk iki hafta özellikle temel bilgi eksikliğini gidermeye yönelik etkinlikler yapıyorum*"

Yukarıdaki ifadelerle göre öğretim elemanları Cebire Giriş dersinin Soyut Matematik ve Lineer Cebir dersinin devamı niteliğinde olduğunu, bu ders kapsamında öğrencilerin sayılar teorisini temel olarak bilmeleri gerektiğini, özellikle de temel kavramlar söz konusu olduğunda cebirsel yapı ve işlemlerin özellikleri bilgisine sahip olmalarının önem arz ettiğini belirtmişlerdir. Ayrıca öğretim

elemanları Cebire Giriş dersinde öğrencilerinin sahip olması gereken ön bilgilere dikkat çekerken, bu bilgilerin eksikliği durumunda da zaman kaybetme ihtimallerine rağmen gerekli ön bilgileri tamamlama yoluna gittiklerini vurgulamışlardır.

Öğretim elemanlarının öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamalarından; ikincisi "*öğrenci hatalarını fark etme*" olmuştur. Aşağıda öğretim elemanlarının öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamalarını belirten ifadeleri verilmiştir:

ÖE-1: "*Bazen ispat veya örnek çözerken bilinçli olarak öğrencilerin yapabilecekleri hataları yapar, sonra bu hatanın sebebini söyleyerek düzeltmeye geçeriz veya öğrenciye problemi tahtada çözdürerek olası hataları öğrencilerin görmesi sağlanır.*"

ÖE-2: "*Öğrencileri mümkün olduğunca derse katmaya çalışırım...Yazdığım örneklerden bazılarını bırakırım öğrencinin çözmesi için. Yani bunu yakalamanın en güzel yolu zaten o. Tahtaya kaldırırım ondan çözmesini isterim... tahtada öğrenci kendi kendini zaten ele veriyor ya hatasını, kavram yanlışlığı hepsini.*"

ÖE-2: "*Öğrenci dikkatini ölçmek için yazarken, mesela soruyu yanlış götürüp devam ettiğim ama hiç kimsenin bazen ses çıkarmadığı ya da direkt yakaladığı yerlerde oluyor bu şekilde deneyebiliyorum*"

ÖE-3: "*Genel anlamda zaten aynı yerlerde hata yaparlar cebirde, cebir böyle bir ders. Hani % 90-ı aynı hataya düşer, dolayısıyla zaten şöyle bir-iki soru sorduğun zaman düştükleri hatalar da netleştiği için onun üzerine etkinlik yapıyorsun zaten... Klasik böyle çok net bazı sorular var, onları sorduğun zaman, zaten hemen belli oluyor*"

Yukarıdaki ifadelerle göre öğretim elemanları öğrencilerin hatalarını birkaç uygulama ile fark ettiklerini ve bazı önlemler alma yoluna gittiklerini ifade etmişlerdir. Bunlardan ilki; öğrencilerin onları tahtaya soru çözmeleri için kaldırma, ikincisi soruların çözümünün yanlış bir şekilde devam ettirilerek öğrencinin fark etmesini bekleme, üçüncüsü klasik kilit soruları sorma ve dördüncüsü yazılan

örneklerden bazılarını öğrencilerin çözmesi için bırakma şeklindedir. Ek olarak öğretim elemanları bahsettikleri bu uygulamaların sonunda farkına vardıkları öğrenci hatalarının telafisi için de sınıf ortamında bazı uygulamalara yer verdiklerini belirtmişlerdir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu uygulamalarına yönelik ifadeleri bulunmaktadır:

ÖE-1: “Genel işlerken ders esnasında eksikliğini belli eden öğrenciler için o anki kavram ya da konu tekrar edilir.”

ÖE-2: “Sınav sonlarında her sınavımdan sonra da böyle böyle hatalarınız oluyor bakın şunları da yapmazsanız daha iyi olur gibi dönüşler veriyorum.”

ÖE-3: “Hataya düştükleri nokta da zaten kavramın oturmadığı nokta. Oturmadyısa da zaten yine alt yapıya dönük geriye dönük sorular sormaya başlıyorum.”

ÖE-4: “Hata ve kavram yanlışlarının temelinde anlamlı öğrenme vardır.”

Yukarıdaki ifadelerle göre bu uygulamalar; hataya temel teşkil eden kavramın veya konunun tekrarı, hatalara ilişkin doğruların belirtilmesi, geriye dönük soruların sorulması ve anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi şeklindedir.

Öğretim elemanlarının öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamalarından üçüncüsü “öğrencilerin olası kavram yanlışlarını göz önünde bulundurma” şeklindedir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu durumları ifade eden açıklamaları bulunmaktadır:

ÖE-1: “Genel olarak olası kavram yanlışlarını göz önünde bulundurmuyorum; ancak konuların devamı sırasında $a \cdot a^{-1} = e$ gibi buradaki işlemi öğrenciler farketmezler, genelde bu işlemi yalnızca çarpma olarak algırlarlar; öğrencilere buradaki çarpma işleminin aslında genel bir işlemi gösterdiği farkettilir. Cebir bir zincirin halkaları gibidir, kopmadan ilerlemesi gerekir, bunu bilmeyen öğrenemez.”

ÖE-2: “Soyut bir ders olduğu için o şekilde (olası kavram yanlışları göz

önünde bulundurarak) bir karşılıklı alışveriş gibi olmuyor.”

ÖE-3: *“Kilit bazı sorular var; mutlaka yani şöyle söyleyeyim, yanlış öğrenmiş olan mutlaka o hataya düşüyor. Tahtaya soruyu yazıyorum, sonra da sınıf ortamında dolaşıyorum açıkçası, herkes kendisi yapsın diyorum, sonra bakıyorum zaten düşüyorlar yani çok net.”*

ÖE-4: *“En çok yanlış yaşadıkları alan, matrislerde çarpma işleminin birleşme özelliğindedir.”*

Yukarıdaki ifadelere göre öğretim elemanları genelde kavram yanlışları üzerinden derslerini şekillendirmediklerini ancak yine de bazı olası kavram yanlışlarının dikkatlerini çektiğini ve bunun için neler yapılabileceğine ilişkin önerilerini belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamalarından; dördüncüsü "*öğrencinin öğrenmede zorluk yaşayabilecekleri noktaları dikkate alma*" dır. Öğretim elemanlarından ÖE-1'in Cebire Giriş dersinde öğrencilerinin yaşadıkları zorlukları belirten ifadesi aşağıdaki gibidir:

ÖE-1: *“Kalan sınıfları, bölüm grubu ve permütasyon grubu öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları kavramlar olup olabildiğince soyuttur”*

Öğretim elemanları "*öğrencinin öğrenmede zorluk yaşayabilecekleri noktaları dikkate alma*" teması kapsamında genel olarak öğrencilerinin öğrenmede zorluk yaşayabilecekleri noktaları göz önüne aldıklarını belirtmişlerdir. Bu bağlamda zorluk yaşanan örneklerle, zorluklarla karşılaşıldığında kullandıkları yöntemlere ve buna ilişkin öğrencilerine nasıl çalışacaklarına ilişkin gösterdikleri yollara değinmişlerdir. Öte yandan öğretim elemanlarının tamamı; Cebire Giriş dersinde öğrencilerinin zorluklar yaşadıklarını, bu dersi zor ve soyut olarak algıladıklarını ifade etseler de, bu durumun aşılabileceğini belirtmişlerdir. Bunun için öğrencilerine nasıl çalışılacağına ilişkin gösterdikleri yollar ve sınıf içerisinde yaptıkları uygulamalar olmak üzere iki uygulamadan bahsetmişlerdir. Aşağıda bu durumları örnekleyen ifadeler bulunmaktadır:

ÖE-1: “İlk haftalarda dersin hem soyut hem de ağır bir ders olduğu söylenir, sonrasında öğrenciler derse katılım sağlarlar; ancak Ali Nesin'in de dediği gibi; "Öğrenciler bir cebir kitabını ilk kez okuduklarında hiçbir şey anlamazlar bu normaldir, ikinci kez okuduklarında bir şeyler anlamaya başlarlar, üçüncü kez okuduklarında ise baya baya anlarlar.”

ÖE-2: “Öğrenci ... "bu konu çok zor hocam biz bunda çok zorlandık" diyerek direkt hocayı yıldırma çabalarına girişiyor; ama hocanın dik duruşu, kararlılığı ve o konuyu güzel anlatacağını hissettirmesiyle, öğrenci dinlediği zaman dersin sonundaki ayrılış bu tablonun tam tersi oluyor. "Tamam, iyi anlaşıldı, daha güzel anladık, biz bunu yaparız" havasına bürünüyor öğrenci.”

ÖE-2: “Hocam ben bunu yapamıyorum, nasıl yapabilirim?" dediği zaman "biraz daha fazla çalış, tekrar et ya da beni derste iyi dinle" bazen öyle yapıyorum çünkü bırakın yazma işini, bu soruyu çözerken beni dikkatle dinleyin, beraberce dikkatlice çözüyoruz....Zorlanmayı bilmesi lazım, o zorlandıktan sonra öğrenci yapıyorsa yapıyor, "yapamazsan bunu tekrar gel ben sana tekrar anlatacağım" diyorum, o şekilde de genelde aşıyoruz o problemi”

ÖE-3: “Ya aslında bu ders çok kolay, ezberlemeyin diye motive etmeye çalışıyorum, hani yapabileceklerine inandığımı belli ettiğim zaman motive oluyorlar...”

ÖE-3: “Olabildiğince basite indirgemeye çalışıyorum. Yani en en en alta indirgemeye çalışıyorum...ikili işlemden bahsedeksem bağıntıdan bahsediyorum. Bağıntıdan bahsediyorsam öğrencilerin en sevdiği fonksiyon şu bu tarzındaki şeyler, yani aşına oldukları yerden yukarıya doğru çıktığım zaman daha etkili oluyor. , "ben bunu yapabilirim" diyor ondan sonra uğraşmaya çalışıyor, sen bir tık zorunu sorduğun zaman da çünkü ilk sorudan zor sorduğun zaman zaten " aaa ben bunu yapamıyorum zaten" diyor, sonra çok kolay bile sorsan yapmıyor ama eğer ilk soruda kolay

sorarsan zaten "aaa ben yapabiliyorum" diyor bir tık zoruna uğraşiyor, en azından çaba sarf ediyor."

ÖE-4: *"Kolaydan zora doğru... Bu konunun metafor özelliği verilerek... Mesela halka deyince akla ilk Z gelsin."*

Yukarıdaki ifadeler incelendiğinde öğretim elemanları derslerini; bilinenen bilinmeyene, kolaydan zora doğru, metafor yaparak, konuyu tekrar anlatarak kendilerine düşen payı uyguladıklarını, öğrencilerine ise bol bol tekrar yapmalarını, ezber yapmamalarını, boş kağıt üzerine tekrarlı çözümler yapmalarını söyleyerek öğrencilerine yol gösterdiklerini belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamalarından yedincisi; *"etkinliklerin öğrenci düzeyine uygunluğunu göz önünde bulundurma"* dır. Öğretim elemanlarının öğrencilerinin düzeylerine uygun uygulamalar yaptıklarını ifade eden açıklamaları aşağıdaki gibidir:

ÖE-1: *"Kavramlara ilişkin zorluklarını ortadan kaldırmak için; teoriden sonra basit örneklerle bu kavramların anlaşılabilirliği sağlanır."*

ÖE-2: *"En zor örneği çözmezsiniz çocuğun anlayabileceği şekilde yani sınıfın geneline hitap edecek şekilde basit örneklerle başlarsın, zaten görürsün herkes hemen tamam hocam basitmiş çözdük ya da çözmeyin biz bunu hallederiz, sonra yavaştan çıtayı biraz arttırırsın, daha böyle tatlı sorular olmaya başlar ve sonrada güzel bir ödev bırakabilirsin mesela"*

ÖE-3: *"Ya olabildiğince basite indirgemeye çalışıyorum yani en en en en alta indirgemeye çalışıyorum.... yani aşına oldukları yerden yukarıya doğru çıktığım zaman daha etkili oluyor."*

ÖE-4: *"En iyi örnek, en mantıklı örnektir mantığı ile kolaydan zora doğru... Derste kullanılan alıştırmaların ve problemlerin farklı çözüm yollarının sunumunda; mümkün olan bütün çözüm yolları gösterilmeye çalışılıyor; ancak tercih edilen öğrencilerin öğrenmesinin kolay olacağı şekilde"*

seçiliyor.”

Yukarıdaki ifadelere göre öğretim elemanları Cebire Giriş dersindeki uygulamalarının genel olarak öğrenci düzeyine uygun olup olmadığına dikkat ettiklerini belirtmişlerdir. Bu bağlamda öncelikle basit örneklerin kullanımı ile kavramların veya teorinin anlaşılabilirliğini attırmaya çalıştıklarını vurgulamışlardır.

4. 2. Öğretim Elemanlarının İçeriğin Sunumuna İlişkin Uygulamaları

Bu bölümde Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının anlattıkları veya anlatacakları içeriğin sunumuna ilişkin öğretim uygulamalarına yer verilmiştir. Bu uygulamalara ilişkin temalar Tablo-4 ile verilmiştir.

Tablo-4. İçeriğin Sunumuna İlişkin Uygulamalar

İçeriğin sunumu	Konunun öğretiminde ve verilen örneklerde mantıksal bir sıra izleme
	Konu/kavrama ilişkin açıklamaların/kullanılan sembollerin matematiksel olarak doğru ve anlaşılır olması
	Öğretimi yapılacak konu/kavrama uygun farklı temsilleri kullanma
	Gerçek dünya arasında ilişkiler kurma
	Öğrencileri öğretilmek istenen temel matematiksel kavram ile ilgili kavramsal bağlantılar kurmaya teşvik etme
	Öğrencilerin arkadaşları ile etkileşimini destekleme
	Öğrencilerin matematiksel fikirlerini dikkate alma
	Soruların cevaplanması için yeterli süre verme
	Öğrencilerin yaşadığı zorluklar veya kavram yanlışları karşısında öğrenci anlamasını kolaylaştırıcı etkili yollar geliştirme

Tablo-4’e göre öğretim elemanlarının Cebire Giriş dersini yürütürken anlatacakları veya anlattıkları içeriğin sunumuna yönelik dokuz farklı uygulama yaptıkları tespit edilmiştir. Bu uygulamalardan ilki "*konunun öğretiminde ve verilen örneklerde mantıksal bir sıra izleme*" dir. Öğretim elemanlarının buna ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir:

ÖE-1: *“Teoriden sonra basit örneklerle bu kavramların anlaşılabilirliği sağlanır.”*

ÖE-2: *“Sınıfın geneline hitap edecek şekilde basit örneklerle başlarsın zaten... sonra yavaştan çıtayı biraz arttırırsın daha böyle tatlı sorular olmaya başlar ve sonrada güzel bir ödev bırakabilirsin mesela genelde yaparım.”*

ÖE-3: “Öğrencilerin aşına oldukları yerden yukarıya doğru çıktığım zaman daha etkili oluyor.”

ÖE-4: “En iyi örnek en mantıklı örnektir, mantığı ile kolaydan zora doğru...”

Yukarıdaki ifadelere göre öğretim elemanları konunun öğretiminde öncelikle teoriden sonra basit örneklere doğru, ardından basit örneklerden zor örneklere doğru bir sıra izlediklerini ifade etmişlerdir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından ikincisi "konu ve kavrama ilişkin açıklamaların /kullanılan sembollerin matematiksel olarak doğru ve anlaşılır olması" şeklindedir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu açıklamalarına örnekler verilmektedir:

ÖE-1: “Özellikle sembollerin izahında sembollerin doğru kullanılması gerektiği belirtilir ve bilgim olduğu kadarıyla da sembollerin çıkış noktasına değinirim.”

ÖE-2: “Yani matematikte α , alfadır α 'ya mesela başka birisi Hasan demez. Ya da işte β , betadır β 'ya Hüseyin denmez. Öğrenciye de en azından matematik kültürü olması açısından yaygın olan şeyler sembollerini kullanarak ve doğru isimleriyle öğretmek, yani bugün bir λ yı lamda olarak vermezsen öğrenciye yarın karşısında işte değişik yazılmış bir şey gördüğü zaman birisi buna lamda dese ona lamda der çocuk ama lamdanın nasıl yazıldığını ve bunun lamda olduğunu gösterirsen çocuğa en azından kavram yanlışlığına düşmez ki bu da matematiğin kültürüdür. Bunlar da en azından öğrenci hata yapmamalı.”

ÖE-3: “Sembollerin doğru kullanımına çok takıntılıyım, yani doğru kullanmaları gerektiği konusunda çok uyarırım, hatta bu konuda çok da kızarım. Mesela tamsayı, reel sayı, rasyonel sayı bir kere kavramları yani en başta kümeleri doğru göstermeleri gerekiyor. Gruptan bahsediyorsak grup yapısını doğru göstermeleri gerekir, halkadan bahsediyor, doğru göstermeleri gerekiyor, yani notasyonları doğru kullanmalarını

beklerim...matematik bir dil, senin yazdığın şeyi herkesin doğru anlaması gerekir, dolayısıyla dikkat etmek gerekir.”

ÖE-4: *“Sadece matematiksel terimler kullanmaya dikkat ederim, matematik diliyle bunun dışına çıkmamaya çalışarak.”*

Bu ifadelerle göre öğretim elemanları sembollerin doğru ve anlaşılır bir şekilde kullanılmasına dikkat ettiklerini, matematik terimlerini kullanarak derslerini şekillendirdiklerini hatta sembollerin çıkış noktasını dile getirdiklerini, sembollerin yanlış veya eksik kullanımına karşı toleranslarının olmadığını belirtmişlerdir.

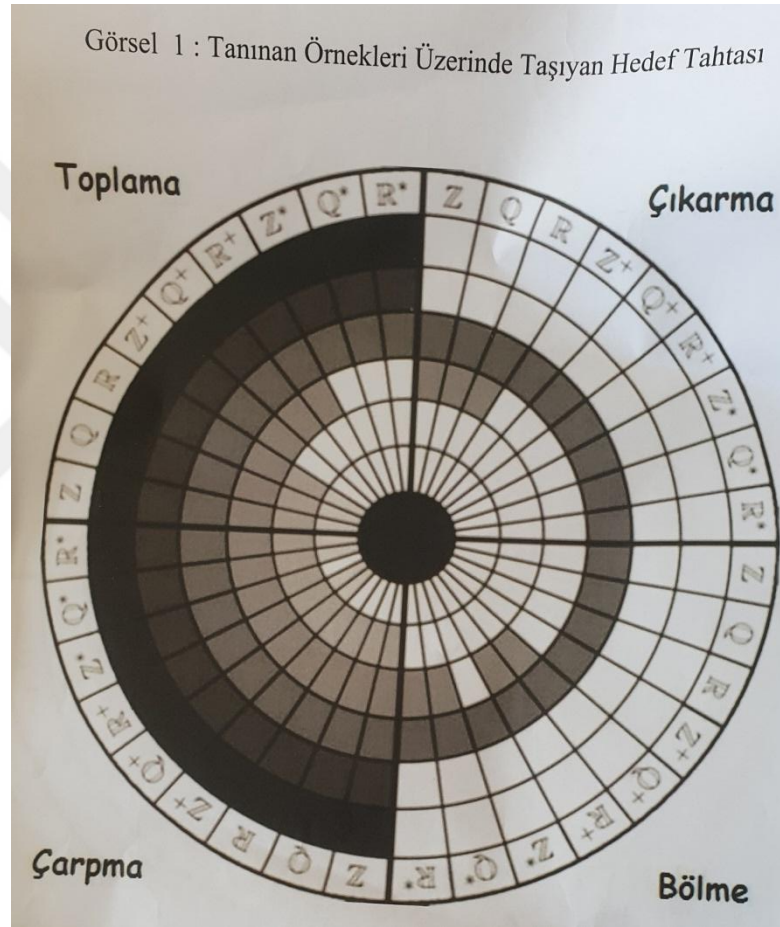
Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından üçüncüsü *"öğretimi yapılacak konu ve kavrama uygun farklı temsilleri kullanma"* olmuştur. Öğretim elemanlarından ÖE-1 ve ÖE-4'ün ayrıntılı açıklama yapmamış, Cayley tablosu ile ilgili olarak ÖE-2 ve ÖE-3 aşağıdaki ifadeleri kullanmışlardır:

ÖE-2: *“...anlamlandırmada dediğim gibi işte grafik çizebilirsin şemayla bu hem teoremi açıklamış olur hem öğrenciye daha iyi anlaşılır kılar yani.”*

ÖE-2: *“Mesela grup sorularında bazı soruları -madem dersten gidelim- grup tablosu verilen sorunun tablosunu yaparak grup olup olmadığını test edebiliriz, bu tabloya bakarak işte verilen özellikleri sağlayıp sağlamadığı, mesela simetrik bir tablo oluştuysa değişim özelliği sağlar diyebiliriz gibi. Bir de mesela direk verilen soru da bizim bu az önce saydığımız 4 aksiyomu da işte öğrenci cebirsel olarak yapabilir, bunun gibi çözüm yapabiliriz. hani bu ders için böyle örnek olabilir ama başka bir örnek olsaydı fonksiyonlar bilmem ne konuşmuş olsaydık, çok daha farklı şeyler söyledik. Yani konuya göre değişir tabii. Grafik yaparsın ne bileyim şema oluşturursun onun gibi küme yaparsın olur.”*

ÖE-3: *“Tablo, $(Z, Q, R, Z^+, Q^+, R^+, Z^*, Q^*, R^*$ cebirsel yapılarının grup özelliklerinin hangilerini sağlayıp hangilerini sağlamadığını gösteren tablo) grafik kullanıyorum.”*

Bu ifadelerle göre, öğretim elemanları Cebire Giriş dersinde konu veya kavramlarla ilişkili farklı temsilleri kullandıklarını ve bu temsillerden en çok kullanılanın ise tablolar ve grafikler olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda en çok kullanılan temsillerin işlem tablosu olarak da bilinen Cayley Tablosu ve grafik olduğunu ifade etmişlerdir. Öğretim elemanlarından ÖE-3'ün ifade ettiği ancak nasıl kullanıldığını açıklamadığı bu grafik aşağıda Şekil-13 ile sunulmuştur.



Şekil-13. ÖE-3'ün Cebire Giriş Dersinde Kullandığı Bir Grafik

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından dördüncüsü "*gerçek dünya arasında ilişkiler kurma*" dır. Aşağıda öğretim elemanlarının bu açıklamalarını örnekleyen ifadeler bulunmaktadır:

ÖE-1: "*Gerçek dünya ile ilişki kurmak genel anlamda kolay değildir... Cebirsel yapının özünü oluşturan birleşme özelliği farkında olmadan her gün*

bütün insanlığın kullandığı bir özelliktir. Örneğin $2+3+5$ işlemini yaparken $(2+3)+5$ veya $2+(3+5)$ şeklinde yaparız.”

ÖE-2: "...soyut bir çalışma yapıyorsun, uygulama alanı olmuyor. Yani bir teorem-ispata şeklinde gittiği için orada mesela bu şekilde bir cevap vererek ben hakemlere dönüş vermiştim. Dersin bazı konularında belki olur ama şu anda dedim ya, hani bir matris konuşuyor olsak da röportajın başında da söyledim, yani matris konuşuyor olsak o mesela matrisle ilgili bir şeyler söylenebilir. Yani bir mekatronikçi mesela bunu kullanır bir robot kolunun hareketinde işte bir x-y düzleminde dikey yatay gidecek şekilde bunlara algoritma yazıp kullanıyorlar. İşte orada yaptıkları işlem matris kullanmak ve matrislerle algoritma oluşturmak, söylersin işte bir matrisi anlatırken bakın bunun günlük hayatta kullanımı var bu şekildedir diyebilirsin ama direkt soyut cebirle ilgili şu anda aklıma gelmiyor... böyle şeyler geldiği zaman zaten direkt ben söylüyorum çünkü daha ilgi çekici oluyor. Kesinlikle öğrencilerin gözleri faltaşı gibi açılıyor.”

ÖE-3: “Gerçek dünya ile ilişkisi, şöyle diyebilirim; öğretmenlikte nerede geçiyor, nerede kullanıyorlar, biraz oraya gönderme yapmaya çalışıyorum. Mesela $a^0 = 1$ niye 1, a^0 nereden geliyor işte onu cebire bağlantılı anlatmaya çalışıyorum ya da bölüm gruplarını anlatırken bu hani saat hesapları falan yapılıyor ya mesela onunda ona bağlantılı olduğunu yani gönderme yapmaya çalışıyorum. Yani şey desinler istemiyorum, ben bunu öğrendim neye yarayacak demesinler diye genel anlamda gönderme yapmaya çalışıyorum.”

ÖE-4: “Vektör uzayları, bunların izofirmorfizmi boyut kavramında ilişki kurulur; Karadelik R^3 'ten 1, 2, 3 vektörünü çıkarmak karadeliktir; çünkü sonsuz vektörü yutar. İzofirmorfizma buğday-un özellikleri...”

Yukarıdaki ifadelerle göre öğretim elemanları Cebire Giriş dersindeki tüm konular ile gerçek dünya arasında bir ilişki kurmanın kolay olmadığını ancak yapılabilmesi mümkün olduğu durumlarda da gerçek dünya ile olan bu ilişkiyi kurma

yoluna gittiklerini ifade etmişlerdir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından beşincisi "öğrencileri öğretilmek istenen temel matematiksel kavram ile ilgili kavramsal bağlantılar kurmaya teşvik etme" şeklindedir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu durumu örnekleyen ifadeleri yer almaktadır:

ÖE-1: "Cebirdeki kavramlar bir zincirin halkaları gibidir içlerinden birinin kopması her şeyi alt-üst eder"

ÖE-2: "Şimdi grup tanımını vermişsin öğrenciye tabiki tanım olarak başladık, alt grubu da verdik, onunda tanımlarını yaptın işte tabiki grup özelliklerini ve alt grup özelliklerini yazdın kısa yolları da var yani kısa özellik olarak da, mesela kümeler kullanabilirsin yani orada bir kümenin alt kümesi gibi de kullanılabilir. Yani bir şeyler bağdaştırmaya çalışıyoruz genelde ama bizim dersin bu dersle ilgili öğrenci bu kavramları zaten iyi bilmezse geçişleri yapamaz."

ÖE-3: "Öğrencilerin daha önceden öğrendikleri, yani temel bazı şeyleri benim sıfırdan öğretmem daha kolay, yanlış olanı düzeltmek çok zor mesela. Öğrenci diyelim ki denklik bağlantısını yanlış öğrendiyse -ben denklik bağlantısını ders anlatırken çok kullanıyorum- ya da bölünebilmeyi yanlış öğrendiyse sürekli yanlış gidiyor o biraz sıkıntı oluyor. Şimdi bizim ders yığılmalı matematik yığılmalı bir ders biliyorsun ama soyut cebir daha da yığılmalı."

ÖE-4: "Öğrencileri kavramlar arasındaki bağlantıları kurmaya, ödevlendirerek teşvik ediyorum."

Yukarıdaki ifadelere göre öğretim elemanları Cebire Giriş dersinin yapısı gereği yığılmalı olmasından dolayı içerisinde yer alan kavramların birbirleriyle bağlantılı olduğunu, bu bağlantılar kurulmadığı takdirde öğrenmenin gerçekleşemeyeceğini, hatta kavram yanlışlarının, yanlış öğrenmelerin gerçekleşeceğini ve bu yanlış öğrenmelerin düzeltilmesinin zor olduğunu; bu nedenle

baştan bu kavramsal bağlantıların kurulması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından altıncısı "*öğrencilerin arkadaşları ile etkileşimini destekleme*" olmuştur. Aşağıda bu durumu örnekleyen ifadeler sunulmuştur:

ÖE-2: "*Genel öğrenci izlemim iyidir, karşıdaki öğrencinin mimikleri ele verir aslında konuyu anlamadığını ya da işte yanındaki arkadaşına sen tahtaya devam ederken mutlaka orayı sormaya başlar mesela. O esnada "anlamadığınız yer var mı? tekrar sorabilirsiniz." dersin, çoğu zaman öğrenci çekinir sormaz bakın burası önemli diye orayı işte vurgularsın."*

ÖE-3: "*Genelde sınavda yaptıklarımızla ilgili genel olarak konuşuruz, hani işte kim ne yaptı beklediğini aldı mı, almadı mı, nerede hata yaptı ve çıkınca üç aşağı beş yukarı kendi aralarında aslında onu hallediyorlar. Mesela sınıf ortamı da konuştuğum zaman diyor ki ben böyle bir hata yaptım ama sınavdan çıkınca arkadaşla konuştum, ben nerede hata yaptığımı biliyorum şundan dolayı diyor kendisi buluyor."*

Yukarıdaki ifadelerle göre öğretim elemanlarından sadece ÖE-2 ve ÖE-3, öğrencilerin genel olarak anlamadığı yerleri birbirlerine sormak için veya sınavda yaptıklarını tartışmak için sınıf ortamında birbirleriyle etkileşim halinde olduklarını, bu durumu sınıf ortamına yaymaya çalıştıklarını belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından yedincisi "*öğrencilerin matematiksel fikirlerini dikkate alma*" dır. Aşağıda öğretim elemanlarının bu durumu örnekleyen açıklamaları yer almaktadır:

ÖE-1: "*Bazen öğrenciye problemi tahtada çözdürerek, öğrencilerin olası hataları öğrencilerin görmesi sağlanır."*

ÖE-2: "*Tahtaya kaldırım ondan çözmesini isterim...öğrenci hata yapıyor orada zaten sıcakta düzeltiyoruz hataları, ayrıca her zaman; sınav da olsun ya da tahtaya kalktığınızda olsun mantıklı olan her çözümü kabul ederim."*

ÖE-3: “Öğrenciler enteresan çözüm yolları bulabiliyorlar. Öğrencilerin her çözüm yolunu tahtaya yazmaya çalışıyorum.”

ÖE-4: “İspatın birini kendim gösteririm devamı niteliğinde olan diğer ispat için öğrencilerin çözümünü beklerim, onlarla tartışarak birlikte çözüm yolu elde ederiz.”

Yukarıdaki açıklamalara göre, öğretim elemanlarının öğrencilerinin matematiksel fikirlerini dikkate alma işlemini onların ne kadar öğrendiklerini, sahip oldukları yanlış bilgileri veya orijinal çözümlerini veya ispatlarını tespit etmek amacıyla dikkate aldıkları söylenebilir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından sekizincisi "soruların cevaplanması için yeterli süre verme" olmuştur. Aşağıda bu durumu örnekleyen öğretim elemanlarının açıklamaları sunulmuştur:

ÖE-1: “Müfredatta yer alan konu içerikleri, bu bölümü okuyan öğrenciler için uygun; ancak mevcut müfredatın mevcut kredi ile bitirilmesi mümkün değil... planlanan yere geldiğinde ders tamamlanmış olur. Sonrasında verilen konunun tekrar edilmesi ve örneklerle pekiştirilmesi gerektiği belirtilerek sınıftan ayrılır.”

ÖE-2: “Ders saati 3 saat olduğu için yetişmez korkusuyla biz kitap takip ediyoruz. Daha çok konu işleyebilmek ve daha verimli olması açısından hem de öğrenciler yazarak vakit kaybetmesin diye. Böyle olunca da ders içeriği kitaba göre gitmiş oluyor. ...zaten dersi verimli geçirmişsek süreyi düzgün ayarlanmışsak konu bitmiş oluyor... yeterli örnek çözdüm ve ödev vermek istediğim bir soru vardı, öğrencilere sordum yani "bunu siz yapar mısınız?" "hocam çözssek daha iyi olur" dediler anladım daha iyi pekişmediğini mesela bırakmadım dersi de bitirmedim mesela o soruyu da çözdüm. O şekilde dersi bitirdim ama başka bir derste konu anlatıldı, bitti çoğu zaman örnek soru olarak da onlara ödev olsun diye sorular yazıyorum bir kaç tane.”

ÖE-3: “3 saat bizim dersimiz... zamanlama ile ilgili çok büyük sıkıntı var... ama mesela ben diferansiyel denklemler dersine de giriyorum 4 saat güzel güzel yetiştiriyorum ve strese girmiyorum, çok da örnek çözmüyorum ama cebirde öyle olmuyor işte zaman az. Ama yine de tahtaya soruyu yazıyorum, sonra da sınıf ortamında dolaşıyorum açıkçası, herkes kendisi yapсын diyorum.”

ÖE-4: “Müfredat yoğun, ders kredisi az bu nedenle sınıf genelini göz önüne alıyorum.”

Yukarıdaki ifadelerle göre öğretim elemanlarının tamamının Cebire Giriş dersinin haftada 3 ders saati içerisinde işlenmesinden dolayı yeterince zamanlarının olmadığını, hatta var olan müfredatı bile yetiştirmekte zorlandıklarını söylenebilir. Bu bağlamda ÖE-3 haricinde hiçbir öğretim elemanı soruların cevaplanması için yeterli süreyi verdiğini belirtmemiştir. Ancak öğretim elemanları farklı uygulamalar yaptıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin ÖE-1, konu sonunda konunun tekrar edilmesi ve pekiştirilmesi için örneklerin çoğunlukla öğrencilere ödev olarak bıraktığını, ÖE-2 öğrencilerin konuyu anlama durumlarına göre, eğer konu anlaşılırsa ödev olarak verdiğini anlaşılmıyorsa fazladan ders işleyerek soruları öğrencileriyle beraber çözdüğünü, ÖE-4 ise sınıfın genelini göz önüne aldığını belirtmiştir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından dokuzuncusu “öğrencilerin yaşadığı zorluklar veya kavram yanlışları karşısında öğrenci anlamasını kolaylaştırıcı etkili yollar geliştirme” dir. Aşağıda bu durumu açıklayan ifadeler bulunmaktadır:

ÖE-1: “Bazen ispat veya örnek çözerken bilinçli olarak öğrencilerin yapabilecekleri hataları yapar ardından bu hatanın sebebini söyleyerek düzeltmeye geçeriz veya öğrenciye problemi tahtada çözdürerek olası hataları öğrencilerin görmesi sağlanır.”

ÖE-2: “Yani burada kasıt bir materyal tasarımı ya da dersle ilgili bir şeylerse bunları yapmıyorum. Mümkün olduğunca aktif olarak anlatıyorum, anlatıyorum bir daha anlatıyorum gerekirse.... Birinci anlatışında çok farklı

anlatmışımdır öğrenci öyle bir soru sorar ki tam seni yakalar böyle orada işte dans başlar. İkinci olarak çok farklı anlatırsın tamam öğrencinin artık nabzına göre anlatırsın, o biraz daha sınıf ortamını isteyen bişey. Orada çok daha farklı işler burada belki sözlerle ifade edilmez ama öğrenciler anlayana kadar uğraşıyorum yani açıkçası vermeden geçmek istemiyorum.”

ÖE-3: *“Bir şeyi kolaylaştırmak zaten senin ne kadar bildiğini gösterir; çünkü eğer kolaylaştıramıyorsan da zaten anlatamıyorsundur, bir eksik sende de vardır zaten diye düşünüyorum.”*

ÖE-4: *“Bol örneklerle, farklı örneklerle, örnekleri çeşitlendirerek... mümkün olan bütün çözüm yolları gösterilmeye çalışılıyor; ancak tercih edilen öğrencilerin öğrenmesinin kolay olacağı şekilde seçiliyor.”*

Yukarıdaki ifadelere göre, öğretim elemanları öğrencilerin yaşadıkları zorlukları veya sahip oldukları kavram yanlışları söz konusu olduğunda hatalar üzerinden ders anlatımını yaparak, birden fazla aynı konuyu farklı şekillerde anlatarak, konuyu basit bir biçimde anlatarak, bol ve farklı çözümleri göstererek öğrencilerin anlamasını kolaylaştırıcı yolları geliştirdikleri söylenebilir.

4. 3. Öğretim Elemanlarının Öğretim, Yöntem ve Tekniğe İlişkin Uygulamaları

Bu bölümde Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının öğretimleri esnasında kullandıkları öğretilere, yöntemlere ve tekniklere ilişkin uygulamalarına yer verilmiştir. Bu uygulamalara ilişkin temalar Tablo-5 ile verilmiştir.

Tablo-5. Öğretim, Yöntem ve Tekniğe İlişkin Uygulamalar

Öğretim yöntem ve teknikleri	Farklı yöntem ve tekniklerle öğretimi destekleme
	Seçilen yöntem ve tekniği uygun bir şekilde kullanabilme
	Tasarlanan öğretim ortamının öğrenciyi aktif kılması
	Kavramsal anlamayı destekleyici öğretim materyali seçme ve kullanma
	Öğrencileri farklı matematiksel çözüm yapmaya cesaretlendirme

Tablo-5'e göre öğretim elemanlarının Cebire Giriş dersini yürütürken öğretimleri esnasında kullandıkları öğretim, yöntem ve tekniğe yönelik beş farklı

uygulama yaptıkları belirlenmiştir. Bu uygulamalardan ilki "*farklı yöntem ve tekniklerle öğretimi destekleme*" dir. Aşağıda bu durumu açıklayan ifadeler bulunmaktadır:

ÖE-1: "*Sunuş yoluyla öğretimi kullanıyorum... Teknolojiyi cebir dersi için uygun görmüyorum.*"

ÖE-2: "*Direkt konu anlatımı yapıp yani düz anlatım şeklinde de uyguluyoruz, çok soru cevap da uyguluyoruz. Mesela örnek üzerinden başlayıp da konuyu anlattığım şeyler de oluyor ya da ben işte ben öğrenciye gösteriyorum, o da ona benzer şekilde çözüyor.*"

ÖE-3: "*Ben çok soru-cevap kullanıyorum galiba çünkü birlikte sohbet gibi geçiyor. Soru-cevap çok kullanıyorum, ufak tefek şey ispat yaparken diyagramları çok kullanmaya çalışıyorum, yani eğitimciler kavram haritası falan diyor ya onları kullanıyorum özellikle, hani demin anlattım ya mesela normal alt grup için atıyorum hani böyle oluşturmaya çalışıyorum, normal alt grup; alt grup olması gerekiyor işte buraya alt grup olması gerekiyor, şuraya şu olması gerekiyor onları kullanmaya çalışıyorum.*"

ÖE-4: "*Sunuş yolunu kullanıyorum, değerlendirme kısmında ise buluş yolu kullanıyorum. Konu kavrandıktan sonra daha iyi kavranabilmesi için öğrencilerden algoritma yazmalarını bekliyorum. Daha sonraki aşamalarda bilgisayar programına aktarmaları bekliyorum. Aktif olarak ise soru-cevap yöntemini kullanıyorum.*"

Yukarıdaki açıklamalara gör, öğretim elemanlarının tamamı sunuş yoluyla Cebire Giriş dersini anlattıklarını ifade ederken, çoğunluğu soru-cevap yöntemini kullandıklarını, ÖE-2 gösterip yaptırma yöntemini, ÖE-3 ise soru-cevap yöntemine ek olarak kavram haritası yöntemini ve diyagramları kullandığını ifade etmiştir. Öte yandan öğretim elemanlarından ÖE-1 ve ÖE-4 cebir öğretiminde teknolojinin kullanımına değinmişlerdir. Ancak ÖE-1 teknolojinin cebir öğretimi için uygun olmadığını belirtirken, ÖE-4 teknolojiyi bizzat uyguladığını ifade etmiştir.

Öğretim elemanlarının öğretim, yöntem ve tekniğe yönelik uygulamalarından ikincisi "*seçilen yöntem ve tekniği uygun bir şekilde kullanabilme*" olmuştur. Aşağıda bu durumları örnekleyen ifadeler bulunmaktadır:

ÖE-3: "*Mesela çekirdek, grubun mutlaka normal alt grubudur normal şartlar altında. Mesela işte onu yazdığım zaman şimdi çekirdekle ilgili ne biliyorlar, yani aslında kendileri biraz şeyler oluştursun sonra ispat yapalım istiyorum. Normal grup olduğunu göstermek için ne gerekiyor? Kavram haritası çiziyorum, hani derinleştirirken de aynı öğrenci kendi kafasında bir şeyler oluşturuyor, ardından ispata geçtiğim zaman benim yazdıklarımı daha rahat algılıyor, derinlemesine de daha rahat oluyor. O yüzden kavram haritasını çok kullanıyorum.*"

ÖE-4: "*Aktif olarak soru-cevap yöntemi kullanıldığı için...*"

Yukarıdaki ifadelerle göre, bu tema ile ilgili açıklamaları öğretim elemanlarından sadece ÖE-3 ve ÖE-4 yapmıştır. Buna göre ÖE-3 kavram haritasını kavramsal anlamayı sağlamak amacıyla ve kavramlar arasındaki ilişkilerin anlaşılması için kullandığını örnek üzerinden anlatırken, ÖE-4 ise soru-cevap yöntemini öğrencilerin derse katılımını sağlamak amacıyla kullandığını belirtmiştir.

Öğretim elemanlarının öğretim, yöntem ve tekniğe yönelik uygulamalarından üçüncüsü "*tasarlanan öğretim ortamının öğrenciyi aktif kılması*" şeklindedir. Aşağıda bu durumları örnekleyen öğretim elemanlarının ifadeleri bulunmaktadır:

ÖE-1: "*Öğrencilerin düşünmelerini ve araştırmalarını sağlamada; bazen ilginç veya zor olabilecek araştırma sorularıyla gerçekleştirilir.*"

ÖE-2: "*Anlattığım konularda ya da bazen teoremlerde iç içe geçmiş ifadeler olur. Bunları açıklarım çoğu zaman, bir teorem içinde bir başka lemma geçer ya da bir ifade geçer; ama ifade aslında bir teoremdir, bir lemmadır. Onun nereden geldiğini anlatırım çoğu zaman ama bazen de niçin neden burayı siz göstereceksiniz diyerek orada soru işareti bırakırım ki öğrenci mutlaka araştırsın.*"

ÖE-3: “*Mesela birinci izomorfizm teoremini anlattım "ooo tamam bu oldu." demiyorum ne zaman izomorfizm teoremleri ile ilgili örnek veriyorum mesela eğer izomorfizm teoremini biliyorsa onu yapabilmesi gerekiyor, normal şartlar altında, işte en çok yaşadığım şey o oluyor teoremi sorduğum zaman herkes çatır çatır söylüyor, ispat edin desem herkes yapıyor; ama ona uygun bir şey söylendiği zaman işte uygulama noktasında aksaklıklar olabiliyor... Böyle hani nerelerde eksiklikler var; çünkü atıyorum benim izomorfizm teoremi ile ilgili bir soru sorduğum zaman grup bilmesi gerekiyor, bölüm grubu bilmesi gerekiyor, çekirdekten haberdar olması gerekiyor, imajinerden haberdar olması gerekiyor, her şeyden haberi olması gerekiyor. Dolayısıyla bu tarz sorular sorup da sınıftan böyle dönüt almak keyifli oluyor. Eksikleri tamamlaya tamamlaya gidebiliyorsun.”*

ÖE-4: “*Aktif olarak soru-cevap yöntemi kullanıldığı için derse katılım sağlanır.”*

Yukarıdaki açıklamalara göre öğretim elemanları öğrenciyi sınıf ortamında aktif kılan uygulamalarından bahsetmişlerdir. Buna göre öğrencilere ilginç ve zor soruların sorulması, hangi kuralın nereden geldiğinin sorgulanması, teoremin ifadesi ve ispatından çok kullanıldığı yerlerin ifade edilmesi, kavramlara-konulara ilişkin örnekler istenmesi, soru-cevap yönteminin kullanılması tasarlanan öğretim ortamında öğrencileri aktif kılan uygulamalardır.

Öğretim elemanlarının öğretim, yöntem ve tekniğe yönelik uygulamalarından dördüncüsü "*kavramsal anlamayı destekleyici öğretim materyali seçme ve kullanma*" dır. Öğretim elemanlarından sadece ÖE-3 kavramsal anlamayı desteklemek amacıyla afiş ve kavram haritası gibi materyalleri kullandığını ifade etmiştir.

ÖE-3: “*İspat yaparken kavram haritası kullanıyorum özellikle”*

ÖE-3: “*Afiş kullanıyorum, böyle şeyleri tahtaya yapıştırıyorum. Tahtaya yapıştırırsan bu tarz şeyleri öğrencilerin ilgisini çekiyor ve doldurma gayretine giriyorlar aksi taktirde hadi şunların grup mu, halka mı, cisim mi*

hadi bi bakın dediğim zaman kimsenin yapası gelmiyor açıkçası.”

Öğretim elemanlarının öğretim, yöntem ve tekniğe yönelik uygulamalarından beşincisi öğrencileri farklı matematiksel çözümlere cesaretlendirme şeklindedir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu ifadeleri verilmektedir:

ÖE-2 “Mantıklı olan herşeyi kabul ederim. Bunu en çok sınav kağıtlarını okurken yaşıyorum, yani bu aktiviteye tam karşılığı olsun diye söyleyeceğim sınavların yüzlük olur genelde ama bazen 105-110 a çıkabilir o da öğrencinin işte orada gösterdiği performansla bakıyor.”

ÖE-3: “Sınıfta soruyu yazdığım zaman genel itibariyle hemen çözmem. Öğrencilerden uğraşmalarını isterim, zaten sınıfta en azından 2-3 tane çözüm yolu çıkıyor, bazıları benim bile aklıma gelmeyebiliyor, öğrenciler enteresan çözüm yolları bulabiliyorlar. Dolayısıyla her birini de yazıyoruz.”

ÖE-4: “İspatın birini kendim gösteririm, devamı niteliğinde olan diğer ispat için öğrencilerin çözümünü beklerim, tartışarak birlikte çözüm yolu elde ederiz.”

Yukarıdaki açıklamalarına göre, öğretim elemanları öğrencilerini; ilk olarak sınav ortamında, ikincisi sınıf ortamında problem çözümünde, üçüncüsü ise yine sınıf ortamında teoremlerin ispatında farklı matematiksel çözümlere cesaretlendirdiklerini belirtmişlerdir. Öğretim elemanlarından ÖE-2 ayrıca performanslarına göre öğrencilerini ödüllendirme yoluna gittiğini vurgulamıştır.

4.4. Öğretim Elemanlarının Ölçme-Değerlendirmeye İlişkin Uygulamaları

Bu bölümde Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının öğretimleri esnasında kullandıkları ölçme-değerlendirmeye ilişkin uygulamalarına yer verilmiştir. Bu uygulamalara ilişkin temalar Tablo-6 ile verilmiştir.

Tablo-6. Ölçme-Değerlendirmeye İlişkin Uygulamalar

Ölçme değerlendirme	Öğrenci hata/yanılgılarını belirleyici sorular sorma
	Öğrenciyi üst düzey düşünmeye teşvik edici sorular sorma
	Öğrenci öğrenmelerini belirlemek için farklı ölçme yöntemlerini kullanma
	Öğrenci çalışmaları/cevaplarına uygun geri dönütler verme

Tablo-6'ya göre öğretim elemanlarının Cebire Giriş dersini yürütürken kullandıkları ölçme-değerlendirmeye ilişkin dört farklı uygulama yaptıkları belirlenmiştir. Bu uygulamalardan ilki "*öğrenci hata/yanılgılarını belirleyici sorular sorma*" dır. Aşağıda öğretim elemanlarının bu durumları örnekleyen açıklamaları bulunmaktadır:

ÖE-1: "*Bazen ispat veya örnek çözerken bilinçli olarak öğrencilerin yapabilecekleri hataları yapar sonra bu hatanın sebebini söyleyerek düzeltmeye geçeriz veya öğrenciye problemi tahtada çözdürerek olası hataları öğrencilerin görmesini sağlarız.*"

ÖE-2: "*Öğrencileri mümkün olduğunca derse katarak öğrencilerin hatalarını ve kavram yanılgılarını tespit edebiliriz. Yani yazdığım örneklerden bazılarını bırakırım, öğrencinin çözmesi için. Tahtaya kaldırıyorum, ondan çözmesini isterim. Zaten hem yazarken hem de çözerken öğrenci bu tarz hataları yapıyor, orada zaten sığağı sığağına düzeltiyoruz.*"

ÖE-3: "*Kilit bazı sorular var, yanlış öğrenmiş olan mutlaka o hataya düşüyor.*"

ÖE-4: "*En çok yanılgı yaşadıkları alan, matrislerde çarpma işleminin birleşme özelliğindedir... Öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları karşısında konuyu veya kavramı anlamalarını kolaylaştırıcı olarak, bol örnek, farklı örnek, örnekleri çeşitlendirmek...önemlidir.*"

Yukarıdaki ifadelerine göre, öğretim elemanları öğrencilerin hatalarını ve yanılgılarını belirlemek için tahtada soruları yanlış çözerek nerede hata olduğunu buldurma, kilit soruları sorma, verilen örneklerden bazılarını soru olarak öğrenciler

için sınıf ortamında tartışma konusu yapma ve kavramsal anlamayı kolaylaştıracak bol-farklı soru örneklerini kullanma gibi uygulamaları sıklıkla kullandıklarını belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının ölçme-değerlendirmeye ilişkin uygulamalarından ikincisi "*öğrenciyi üst düzey düşünmeye teşvik edici sorular sorma*" olmuştur. Aşağıda öğretim elemanlarının bu uygulamalarını destekleyecek açıklamaları bulunmaktadır:

ÖE-1: "*Çalışıp kavramsal bilgileri pekiştirmek gereklidir.... Üst düzey düşünmeye teşvik etmek için; kafa karıştırıcı soru ve ödevler soruyorum*"

ÖE-2: "*Öğrenciyi düşünmesine sevk ettiğim şey ders içinde olabiliyor, bazen ödüllü sorulabiliyor yapanın mesela vizesine artı 10 puan olur bu.... aslında konu bitiminde güzel sorular bırakarak ya da... öğrencilerin sorduğu sorulara hemen cevap vermek yerine öğrenciye biraz düşünün diyorum... bunu siz araştırıyorsunuz ve öbür derste sizden alıyorum bunun yorumunu ya da cevabı o şekilde bırakıyorum.*"

ÖE-3: "*Normalde öğrenciler grup, halka, cisimin ana kavramlarında düşünmüyorlar çok, ara kavramlarda düşüyorlar. Mesela normal alt grup, mesela bölüm grubu. Bölüm grubu var, ben mesela soruyorum "normal alt grup olmasa ne olurdu, çok mu lazım, alt grup var zaten? Normal alt grubu niye kullanırız, neden gerekli?" "bölüm grubunu kullanırken normal kullanırız" diyorlar hemen cevap olarak "tamam neden bölüm grubunu kullanırken normal alt grup kullanıyoruz da başka grup yapısı kullanamıyoruz" ya da "bölüm halkası kullanırken niye ideal kullanıyoruz?" direk böyle sorarım zaten oralarda işte düşülebiliyor, yoksa ana kavramlarda çok düşünmüyor.*"

ÖE-4: "*Üst düzey düşünmeye teşvik etmek için açık uçlu, ispatı yapılmamış sorular soruyorum*"

Yukarıdaki açıklamalarına göre, öğretim elemanları, kavramların sıklıkla

pekiştirilmesini sağlayarak, araştırmaya ve üst düzey düşünmeye teşvik ederek sağlanabileceğini belirtmişlerdir. Araştırmaya ve üst düzey düşünmeye teşvik etmek için ise ödevleri ve kafa karıştırıcı, ispatı yapılmamış, açık uçlu ve ödüllü soruları kullandıklarını ifade etmişlerdir.

Öğretim elemanlarının ölçme-değerlendirmeye ilişkin uygulamalarından üçüncüsü "*öğrenci öğrenmelerini belirlemek için farklı ölçme yöntemlerini kullanma*" şeklindedir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu açıklamaları bulunmaktadır.

ÖE-1: "*Ödevler değerlendirme amaçlı değil araştırmaya teşvik amaçlı verilir.*"

ÖE-4: "*O çünkü konu ile ilgili ödev verilir, ödev kontrolü sayesinde konu tekrarı yapılmış olur*"

Yukarıdaki ifadelerine göre öğretim elemanlarının tamamı ödevler kullandıklarını ek olarak ise yine öğretim elemanlarının tamamı anlık soruları, açık uçlu soruları kullandıklarını belirtmişlerdir. Bununla birlikte ÖE-1 ödevi değerlendirme amaçlı değil de araştırmaya teşvik amaçlı verdiğini ve ÖE-4 ise, ödevi konu tekrarı amacı verdiğini belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının ölçme-değerlendirmeye ilişkin uygulamalarından dördüncüsü "*öğrenci çalışmalarına/cevaplarına uygun geri dönütler verme*" dir. Aşağıda öğretim elemanlarının bu durumu örnekleyen ifadeleri yer almaktadır.

ÖE-1: "*Tespit ettiğiniz kavram yanlışlarının düzeltilmesi için; sınıf ortamında konuların işlenişi sırasında düzeltmeler ve sınav kağıtlarındaki örneklerle sınıf tartışması yapıyorum*"

ÖE-2: "*Sınav sonralarında her sınavımdan sonra da böyle böyle hatalarınız oluyor, bakın şunları da yapmazsanız daha iyi olur gibi dönüşler veriyorum*"

ÖE-3: "*Genelde sınavda yaptıklarımızla ilgili genel bi konuşuruz, hani işte kim ne yaptı beklediğini aldı mı, almadı mı, nerede hata yaptı ve çıkınca üç*

aşağı beş yukarı kendi aralarında aslında onu hallediyorlar, bana çok ihtiyaç kalmıyor. Mesela sınıf ortamı da konuştuğum zaman diyor ki ben böyle bir hata yaptım ama sınavdan çıkınca arkadaşla konuştum, ben nerede hata yaptığımı biliyorum şundan dolayı diyor kendisi buluyor.”

Yukarıdaki açıklamalarına göre, öğretim elemanları sınav soruları ile ilişkili olarak ve öğrencilerde tespit edilen kavram yanlışlarının düzeltilmesi adına sınıf ortamında sınıf tartışması aracılığıyla geri dönütler verdiklerini ifade etmişlerdir.

4. 5. Öğretim Elemanlarının Müfredata İlişkin Uygulamaları

Bu bölümde Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının öğretimleri esnasında kullandıkları müfredata ilişkin uygulamalarına yer verilmiştir. Bu uygulamalara ilişkin temalar Tablo-7 ile verilmiştir.

Tablo-7. Müfredata İlişkin Uygulamalar

Müfredat	Öğretimi yapılacak konunun veya kavramın sınırlarını dikkate alma
	Konu/kavram ile ilişkili kritik noktaları belirleme/vurgu yapma
	Derste kullanılan örneklerin konuya/kavrama dönük olması
	Derste kullanılan alıştırmalar ve problemlerin seçiminde veya farklı çözüm yollarının sunumunda önceki konuları/kavramları dikkate alma
	Öğretim programındaki temel bilgi ve becerilere dönük bir ders içeriğinin hazırlanması

Tablo-7’ye göre öğretim elemanlarının Cebire Giriş dersini yürütürken müfredata ilişkin beş farklı uygulama yaptıkları belirlenmiştir. Bu uygulamalardan ilki "*öğretimi yapılacak konunun veya kavramın sınırlarını dikkate alma*" dır. Aşağıda öğretim elemanlarının öğretimi yapılacak konunun veya kavramın sınırlarını dikkate almaya yönelik uygulamalarını belirten ifadeleri verilmiştir:

ÖE-1: *“YÖK’ ün müfredatını dikkate alıyorum... Konu ile ilgili önceden hazırlamış olduğum ders notlarını esas alıp kaynaklardan da özellikle teorem veya kavramlar için tarama yaparım. Çünkü, teorem ispatlarında bir kaynak çok soyutken başka bir kaynak da çok eksik verebiliyor.”*

ÖE-2: *“Bir ortak payda olması lazım. Bunun için de ben kendi müfredatlarımı belirlerken çoğu üniversitenin müfredatlarına baktım YÖK’ün müfredatına baktım ve hem ortak paydada buluşacak şekilde hem de*

öğrenciye maksimum verimi kazandırabileceğim şekilde kendi müfredatımı oluşturdum. Ha bu A, B, C kitaplar olur, farklı kitaplar olur, ama kesinlikle bir ortak payda olması lazım, bunun için de geniş bir müfredat incelemesi yapıyorum yani. Her girdiğim derste bunu bu şekilde uygulamaya çalışıyorum.”

ÖE-3: “Ana çerçeve belirgin, ana çerçeve evet, müfredata göre gidiyoruz, sadece bazen müfredattan öncesi sonrasını kendime göre belirliyorum, hani şu konu, şu konudan önce anlatılsa bence daha uygun dediğim şeylerin yerini değiştiriyorum, kendi açımdan kullanıyorum bunu.”

ÖE-4: "YÖK müfredatı, yerli ve yabancı kaynaklardan genel teamüller dikkate alınarak konu içeriği oluşturuyorum.”

Yukarıdaki açıklamalarına göre, öğretim elemanlarının tamamı YÖK'ün belirlediği müfredatı ele aldıklarını, çeşitli kaynaklardan veya daha önceden hazırladıkları ders notlarından yararlanarak anlatacakları konuyu şekillendirdiklerini ifade etmişlerdir. Bu ifadelere ek olarak öğretim elemanlarının çoğu mevcut müfredat için ders kredisinin ve derse ayrılan saatin yetersiz kaldığını ifade etmişlerdir. Aşağıda öğretim elemanlarının buna ilişkin ifadeleri verilmiştir:

ÖE-1: “Müfredatta yer alan konu içerikleri, bu bölümü okuyan öğrenciler için uygun ancak, mevcut müfredatın mevcut kredi ile bitirilmesi mümkün değildir.”

ÖE-3: “Zaman az konu çok, o büyük sıkıntı; çünkü 3 saat bizim dersimiz ve tüm cebiri neredeyse anlatmamız bekleniyor.”

ÖE-4: “Müfredat yoğun, ders kredisi az, bu nedenle sınıf genelini göz önüne alıyorum.”

Öğretim elemanlarının müfredata ilişkin uygulamalarından ikincisi "konu/kavram ile ilişkili kritik noktaları belirleme/vurgu yapma" şeklindedir. Aşağıda öğretim elemanlarının konu/kavram ile ilişkili kritik noktaları

belirleme/vurgu yapmaya yönelik uygulamalarını belirten ifadeleri verilmiştir:

ÖE-1: “*Matematiğin diğer dalları ile ilişkisi kurularak, önemli noktalar öğrencilere açıklanır.*”

ÖE-2: “*Gerek kitapta olsun altını çizdiririm, buraya mutlaka dikkat edin. Hatta bazen takip ettiğim kitaplar da baskı hatası ya da yanlış yazım olabiliyor, biz bunları düzelterek buralara vurgu yapıyoruz.*”

ÖE-2: “*İlla bir şeyi vurgulamak için kullanmaktan ziyade bazen sınıf dersten kopabiliyor görüyorsunuz, o zaman da ses tonunu gerek yükselterek gerek aman buraya dikkat falan gibi ani çıkışlar yaparak da hem sınıfı toplama adına hem de çocukların birden toplanıp burayı kaçırdım mı, ne oldu demesinden de anlıyorsunuz. Hani hem soruda, hem de sınıfı toplama adına vurguyu kullanıyorum yani.*”

ÖE-3: “*Özellikle yaparım, mesela denklik bağıntısı var "niye var?", denklik sınıfı var "niye var?" dedim ya "niye normal alt gruplar, olmasa olmaz mı?"*”

ÖE-4: “*Hem doğru hem de aksine örnekler göstererek kritik noktalar vurgulanır, özellikle farklı konularla ilişkili olan konularda vurgu yapılır.*”

Yukarıdaki açıklamalarına göre, öğretim elemanlarının tamamı kritik noktaları belirlediğini ve vurgu yaptığını ifade ederken ÖE-1 kritik noktaları vurgularken matematiğin diğer dallarıyla ilişki kurduğunu, ÖE-2 bazen düzeltmeler üzerinden giderek bazen de öğrencilerin derse ilgisini aktif tutmak için vurgulamalardan yararlandığını, ÖE-3 soru-cevap yönteminden yararlanarak kritik noktaları belirttiğini, ÖE-4 ise aksine örnek gösterme yönteminden yararlandığını ifade etmiştir.

Öğretim elemanlarının müfredata ilişkin uygulamalarından üçüncüsü "*derste kullanılan örneklerin konuya/kavrama dönük olması*" olmuştur. Bununla ilgili öğretim elemanlarının ifadeleri aşağıdaki gibidir:

ÖE-1: “*Bir kavramın öğretimini yaparken; genelde tanım-örnek-teorem veya*

tanım-teorem-örnek şeklinde nadiren de örnek-örnek-tanım-teorem sırası gözetilir.... Her bir örnek farklı bir içerikten oluştuğu için sınıfta çözülen her örnek içerik olarak farklıdır ve onlara ödev olarak verilen örnek de yine içerik olarak farklıdır (Örneğin; birinci örnek matrisler için uygulanmışsa ikinci örnek polinomlar için uygulanır.). Amaç öğrencinin kavramı tam olarak farklı alanlara uygulayabilmesi.”

ÖE-2: *“Yani konuyu anlatmışsın, artık öğrenci de birşeyler oluşmuş. Tabii ki hemen en zor örneği çözmezsiniz, çocuğun anlayabileceği şekilde. Yani sınıfın geneline hitap edecek şekilde basit örneklerle başlarsın zaten görürsün herkes hemen tamam hocam basitmiş çözdük ya da çözmeyin biz bunu hallederiz sonra yavaştan çıtayı biraz arttırırsın.”*

ÖE-3: *“İlk başta aslında kolaydan zora gidiyorum, ona dikkat ediyorum; çünkü ilk başta çok zorla başlarsam zaten dağılıyorlar olmuyor, önce böyle daha yapabilecekleri, sonra bir aşama belki bir aşama en son böyle bayağı yani biraz zor oluyor hani düşünmeye yönelik. Ayrıca genel itibariyle anlattığım konularla ilgili ödev de yazarım zaten araştırırsınlar diye.”*

ÖE-4: *“En iyi örnek en mantıklı örnektir...Mesela halka deyince akla ilk Z gelsin.”*

Bunun için öğretim elemanları derste kullandıkları örneklerin konuya ilişkin olarak sınıfın genelini hedef alarak, öğrencileri de cesaretlendirmek adına kolaydan zora gidilecek şekilde seçtiklerini ifade etmişlerdir.

Öğretim elemanlarının müfredata ilişkin uygulamalarından dördüncüsü *"derste kullanılan alıştırma ve problemlerin seçiminde veya farklı çözüm yollarının sunumunda önceki konuları/kavramları dikkate alma"* dır. Öğretim elemanlarının konuya ilişkin ifadeleri aşağıda verilmiştir:

ÖE-1: *“Öğrencilerin kavramları neredeyse her gün $2x + 1 = 5$ gibi basit bir denklem çözümünde bile kullandıkları farkettilir. Temel kavramlardan konuşurken bir denklem çözümü üzerinde cebirsel yapı ve işlemlerin*

özellikleri bilgisine sahip olup olmadığı araştırılır...”

ÖE-2: *“Dersle ilgili öğrenci bu kavramları zaten iyi bilmezse geçişleri yapamaz. Yani grubu bilmeyen alt grubu yapamaz, oradan işte normal alt gruba geçemez ordan üstüne işte bir çarpma işlemi daha koyup halkayı tanımlayamaz, bir cisime geçemez, o yüzden hepsi birbiriyle bağlantılı. Bağını da aslında iyi kurması lazım öğrencinin ki hepsini üst üste koyup birbirine bağlayabilsin. Genelde tanımla ve işte sağladığı özellikler ile gittiğimiz için bizim bağlantımız bu şekilde oluyor.”*

ÖE-3: *“Aslında öğrencilerin söylemesini istiyorum, alt grup değil de mesela alt küme diye düşünsen ne olması gerekir normal şartlar altında, o küme ile üzerindeki özellikleri üzerinde barındırıyor olması gerekir ve başka ne olması grup olması gerekir doğru mu, evet. O zaman grup özelliklerini sağlaması gerekir; ama işte atıyorum "her özelliği tek tek sağlaması gerekir mi?" diye soruyorum mesela öğrenciler önce gerekir falan diyor sonrasında da bakınca zaten otomatikman bazı özelliklerini sağladığını görüyorlar.”*

ÖE-4: *“Kavramlar arasındaki bağlantıları kurmaya ödevlendirerek teşvik ediyorum.”*

Yukarıdaki ifadeleri göz önüne alındığında öğretim elemanları, konular ve kavramlar arasında bağ kurduklarını, bu bağ kurulmadığı durumlarda öğrencilerin başarılı olamayacaklarını ifade etmişlerdir.

Öğretim elemanlarının müfredata ilişkin uygulamalarından beşincisi "öğretim programındaki temel bilgi ve becerilere dönük bir ders içeriğinin hazırlanması" olmuştur. Öğretim elemanlarının buna ilişkin ifadeleri aşağıdaki gibidir:

ÖE-1: *“O konu ile ilgili... özellikle teorem veya kavramlar için tarama yaparım.”*

ÖE-2: *“Ön hazırlığımız zaten yani ilk yıllarda daha çok yaptık bunu, çeşitli kitapları karıştırarak konuyu daha geniş çalışarak gidiyoruz genelde. Ama*

tabi işte bu bize geniş çalışma orada manevra şansı kazandırıyor...öğrenciye daha farklı şeyler verebilmek için.”

ÖE-3: *“Kaynak olarak da tek bir kaynaktan gidemezsin cebirde zaten; çünkü A kitabını alırsın sadece teorem ispat vardır, B kitabını alırsın sadece örnek vardır, dolayısıyla bizim onları harmanlamamız gerekiyor, ben zaten kendi ders notumu hazırlıyorum, bu belli bir kitaptan gitmiyorum yani.”*

ÖE-4: *“Yerli ve yabancı kaynaklardan genel teamüller dikkate alınarak, farklı konularla ilişkili olan konularda vurguların yapıldığı ve hem doğru hem de yanlış örnekler içeren konu içeriği oluşturulur.”*

Yukarıdaki ifadeleri göz önüne alındığında, öğretim elemanlarının tamamı özellikle kavramların ve kavramlar arasındaki hiyerarşinin öğretimine yönelik ve temel matematiksel becerilerden biri olan ispat becerilerine özellikle dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmada Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanlarının öğretim uygulamalarının; öğrenciyi tanıma, içeriğin sunumu, öğretim yöntem ve teknikleri, ölçme değerlendirme, müfredat bilgisi bileşenleri bağlamında araştırılmıştır. Sonuç ve tartışma bölümü bahsi geçen bileşenler bağlamında beş başlık altında ele alınmıştır.

5. 1. SONUÇ VE TARTIŞMA

5.1.1. Öğrencileri Tanımaya Yönelik Uygulamalara İlişkin Sonuç ve Tartışma

Öğretim yapan bireylerin öğretimlerini yapabilmeleri için öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamaları yapmaları büyük bir önem arz etmektedir (Park ve Oliver, 2008). Öğretim yapan bireyin bu bağlamda; öğrencilerinin ön bilgilerini, kavram yanlışlarını, yaşadıkları öğrenme güçlüklerini, yaşadıkları zorlukları hakkında bilgi sahibi olmaları gerekmektedir (Ball vd., 2008; Park ve Oliver, 2008; Shulman, 1986, 1987). Bu doğrultuda bu araştırmada Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanlarının öğrencilerini tanımaya yönelik uygulamaları; öğrencinin sahip olması gereken ön bilgileri test etme, öğrenci hatalarını fark etme, öğrencilerin olası kavram yanlışlarını göz önünde bulundurma, öğrencinin öğrenmede zorluk yaşayabilecekleri noktaları dikkate alma ve etkinliklerin öğrenci düzeyine uygunluğunu göz önünde bulundurma şeklinde beş başlık altında incelenmiştir.

Eğitim-öğretim ortamında öğrencinin öğrenmesini etkileyen en önemli unsurlardan biri öğrencinin sahip oldukları ön bilgileridir. Nitekim öğrenmenin gerçekleşebilmesi, yeni öğrenilen her bir bilginin bireyin zihninde önceden var olan bilgilerle ilişkili olmasıyla mümkündür (Cochran vd., 1993). Öğretim yapan bireylerin ön bilgileri yoklamasındaki amaç, yeni öğrenilenler veya öğrenilecekler için öğrencide farklı bir bilgi yapısına gerek duyulup duyulmadığını test etmektir.

Öğretim yapan bireyler de bu şekilde öğrencilerin var olan bilgi yapıları ve hedeflenen bilgi yapıları arasındaki farkı hesaplayarak öğretim faaliyetlerini planlayabilmektedirler (An, Kulm ve Wu, 2004). Bu araştırmada öğretim elemanlarının Cebire Giriş dersinin; Soyut Matematik ve Lineer Cebir dersinin devamı niteliğinde olduğunu, bu ders kapsamında öğrencilerin sayılar teorisini temel olarak bilmeleri gerektiğini, özellikle de temel kavramlar söz konusu olduğunda cebirsel yapı ve işlemlerin özellikleri bilgisine sahip olmalarının önem arz ettiğini düşündükleri ve derslerini bu düşüncelere göre şekillendirdikleri tespit edilmiştir. Nitekim öğretim elemanları Cebire Giriş dersinde öğrencilerinin sahip olması gereken ön bilgilere dikkat çekerken, bu bilgilerin eksikliği durumunda da zaman kaybetme ihtimallerine rağmen gerekli ön bilgileri tamamlama yoluna gittiklerini vurgulamışlardır.

Öğretim yapan bireylerin, öğrencilerinin öğrenmesini desteklemek amacıyla konu veya kavramların öğretimi esnasında öğrencilerin zorluk yaşayabilecekleri veya yaşadıkları noktalar ve yaptıkları hatalar hakkında farkındalıklarının olması gerekmektedir (Fennema ve Franke, 1992; Shulman, 1986, 1987). Eğer öğretim yapan kişi; öğrenci zorlukları ve hataları hakkında farkındalığa sahip değilse ve buna ilişkin gerekli olan önlemleri almazsa, bu hataların ve yaşanan bu zorlukların açığa çıkmayacağı tahmin edilebilir (Moss ve Case, 1999). Bu araştırmada öğretim elemanlarının öğrencilerin hatalarını birkaç uygulama ile fark ettiklerini ve bazı önlemler alma yoluna gittiklerini ifade etmişlerdir. Bunlardan ilki, öğrencileri onların tahtaya soru çözmeleri için kaldırma, ikincisi soruların çözümünün yanlış bir şekilde devam ettirilerek öğrencinin fark etmesini bekleme, üçüncüsü klasik kilit soruları sorma ve dördüncüsü yazılan örneklerden bazılarını öğrencilerin çözmesi için bırakma şeklindedir. Öğretim elemanları ayrıca farkındalıkları olduğunu ifade ettikleri öğrenci zorlukları ve hataları için, hataya temel teşkil eden kavramın veya konunun tekrarı, hatalara ilişkin doğruların belirtilmesi, geriye dönük soruların sorulması ve anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi şeklinde gerekli önlemleri alarak da bunların telafi etme yoluna gittiklerini ifade etmişlerdir.

Matematik yapısı itibariyle kavramların birbirleriyle ilişkili olduğu yığılmalı

bir ders olduğu için öğrenilmesi sürecinde kavram yanlışlarının olması kaçınılmazdır. Bu nedenle öğretim yapan bireylerin öğrencilerinin sahip olabilecekleri kavram yanlışlarını göz önünde bulundurmaları ve kavram yanlışlarını önlemek adına gerekli olan önlemleri bilmesi önem arz etmektedir (Shulman, 1986). Shulman'a göre öğretim yapan bireylerin, öğrencilerinde mevcut olan kavram yanlışlarını ve bu kavram yanlışlarını gidermeye yönelik kullanması gereken örnekleri, benzetimleri, açıklamaları bilmesi gerekmektedir. Bu araştırmada öğretim elemanlarının genelde kavram yanlışları üzerinden derslerini şekillendirmedikleri ancak yine de bazı olası kavram yanlışlarının dikkatlerini çektiği ve bunun için neler yapılabileceğine ilişkin bazı önerileri sıraladıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte öğretim elemanlarının genel olarak öğrencilerinin öğrenmede zorluk yaşayabilecekleri noktaları göz önüne aldıkları tespit edilmiştir. Buna göre öğretim elemanlarının bu zorluklarla karşılaştıklarında; bilinenden bilinmeyene, kolaydan zora doğru, metafor yaparak ve konuyu tekrar anlatarak kendi üzerlerine düşeni uyguladıkları; öğrencilerine ise bol bol tekrar yapmalarını, ezber yapmamalarını ve boş kağıt üzerine tekrarlı çözümler yapmalarını söyleyerek yol gösterdikleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğretim elemanlarına göre Cebire Giriş dersinde sıklıkla karşılaşılan zorlukların ve konuların başında kalan sınıfları, bölüm grubu, permütasyonu grubu, matrislerde çarpma işleminin birleşme özelliği, Cebire Giriş dersinde yer alan kavramlar arasındaki ilişkiler gelmektedir.

Öğrenciyi tanıma uygulamaları kapsamında ele alınan son tema etkinliklerin öğrenci düzeyine uygunluğunu göz önünde bulundurma olmuştur. Buna göre öğretim elemanları Cebire Giriş dersindeki uygulamalarının genel olarak öğrenci düzeyine uygun olup olmadığına dikkat ettiklerini, bu bağlamda öncelikle basit örneklerin kullanımı ile kavramların veya teoremin anlaşılabilirliğini attırmaya çalıştıklarını vurgulamışlardır.

5.1.2. İçeriğin Sunumuna Ait Uygulamalara İlişkin Sonuç ve Tartışma

Shulman (1986, 1987) öğretim yapan bireylerin öğretimini yaptığı konu ile ilişkili; temsil çeşitlerini, benzetimleri, etkili örnekleri ve öğretimsel açıklamaları bilmesi gerektiğini belirtmiştir. İçeriğin sunumuna ilişkin uygulamalar öğrenciyi

tanımaya yönelik uygulamalardan ayrı düşünülmemelidir. Nitekim öğretim yapan birey öğretim süreci içerisinde, anlatacağı konu veya kavram ile ilişkili olarak yapacağı açıklamaları, sunacağı örnekleri, kullanacağı temsil çeşitlerini ve benzetimleri seçerken öğrencilerinin özelliklerini ve ihtiyaçlarını baz almalıdır (Marks, 1990; Tirosh, Even ve Robinson, 1998). Bu araştırmada Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna ilişkin uygulamaları; konunun öğretiminde ve verilen örneklerde mantıksal sıranın izlenmesi, konu veya kavrama ilişkin açıklamaların veya kullanılan sembollerin matematiksel olarak doğru ve anlaşılır olması, öğretimi yapılacak konu veya kavrama uygun farklı temsillerin kullanılması, gerçek dünya ile ilişkiler kurulması, öğrencilerin öğretilmek istenen temel matematiksel kavram ile ilişkili kavramsal bağlantılar kurmaya teşvik edilmesi, öğrencilerin arkadaşları ile etkileşimini destekleme, öğrencilerin matematiksel fikirlerinin dikkate alınması, soruların cevaplanması için yeterli süre verilmesi, öğrencilerin yaşadığı zorluklar veya kavram yanılgıları karşısında öğrenci anlamasını kolaylaştırıcı etkili yollar geliştirilmesi şeklinde dokuz başlıkta incelenmiştir.

Öğretim yapan bireyin herhangi bir konunun öğretiminde nasıl bir yol izleyeceğini, hangi örnekle derse başlayacağını veya dersi derinleştireceğini bilmesi öğrencilerinde anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için önemlidir (Ball, vd., 2008). Bu araştırmada öğretim elemanları konunun öğretiminde öncelikle teoriden basit örneklere doğru, ardından basit örneklerden zor örneklere doğru bir sıra izlediklerini ifade etmişlerdir. Bu durum Kula'nın (2011) çalışmasında; öğretmen adaylarının yapılan görüşmelerde verdikleri örneklerde ve konunun öğretiminde öğrencilere karmaşık gelmeyecek şekilde uygun bir sırayı takip ederek derslerini planladıkları ve basitten karmaşığa ilkesini göz önünde bulundurdıkları sonucuyla örtüşmektedir.

Öğretim yapan bireylerin öğrencilerinin seviyesine uygun olacak şekilde anlaşılır açıklamaları kullanmaları gerekmektedir (Baki, 2018). Bu araştırmada öğretim elemanlarının sembollerin doğru ve anlaşılır bir şekilde kullanılmasına dikkat ettikleri, matematik terimlerini kullanarak derslerini şekillendirdikleri, hatta

sembollerin çıkış noktasını sınıf ortamında dile getirdikleri, sembollerin yanlış veya eksik kullanımına karşı toleranslarının olmadığı belirlenmiştir.

İlkokul, Ortaokul ve Ortaöğretim Matematik Öğretim Programları'nda (2018a, 2018b) farklı temsil biçimlerinin veya çoklu temsillerin kullanımının önemli olduğu belirtilmektedir. Öğretim yapan bireylerin öğretim sürecinde konulara veya kavramlara yönelik farklı temsillerin kullanılması öğrenme ortamını zenginleştirirken (Van De Walle, 2004) öğrencilerin o konuyu veya kavramı anlamalarını da olumlu yönde etkilemektedir (Shulman, 1987). Nitekim öğretim yapan bireylerin farklı temsilleri kullanımının kavramsal düzeyde öğrencilerin öğrenmelerini desteklemektedir (Harries ve Barbmy, 2008). Bu araştırmada öğretim elemanları farklı temsillerin tüm bu öneminin farkında olduklarını dolayısıyla Cebire Giriş dersinde konu veya kavramlarla ilişkili farklı temsilleri kullandıklarını ve bu temsillerden en çok kullanılanının ise tablolar olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda en çok kullanılan tablonun işlem tabloları ve Cayley Tablosu olduğunu ifade etmişlerdir. Nwabueze (2004) ise çok renkli Cayley tablolarının kullanılmasıyla Abelyan çarpımsal gruplarının, izomorfizm türlerinin keşfedilmesine yardımcı olabileceğini belirtmektedir.

İlkokul, Ortaokul ve Ortaöğretim Matematik Öğretim Programları'nda (2018a, 2018b) öğrencilere matematik ile gerçek hayat arasında ilişki kurabilme becerisinin kazandırılması üzerine etkinliklerin yapılması teşvik edilmektedir. İlkokul, ortaokul ve lise düzeyinde bu şekilde eğitim-öğretim sürecine dahil edilen öğrencilerin soyut bir ders olan Cebire Giriş dersinde de benzer etkinliklere ihtiyaç duymaları olasıdır. Bu nedenle Cebire Giriş dersinde gerçek dünya ile ilişkiler kurulması önem arz etmektedir. Ancak bu araştırmada öğretim elemanları Cebire Giriş dersindeki tüm konular ile gerçek dünya arasında bir ilişki kurmanın kolay olmadığını belirtmişlerdir. Öte yandan yapılabilmesi mümkün olduğu durumlarda da gerçek dünya ile olan bu ilişkiyi kurma yoluna gittiklerini ifade etmişlerdir. Nitekim Katz (2007) Avrupa'ya ulaşan tüm cebir metinlerinde ve daha sonra Avrupalıların yazdığı metinlerde, çözülen sorunların hemen hemen her zaman soyut problemler olduğunu ifade etmiştir.

Öğretim yapan bireyin öğretim sürecinde işlemsel bilginin yanı sıra kavramsal bilgiye de önem vermesi gerekmektedir (Skemp, 1986). Öğrencilerin gerekçelerini bilmeden kural ezberlemeye çalışmaması ve matematiğin kurallardan ibaret olan bir bilim dalı olduğunu düşünmemesi için kavramsal bilginin öğrenme ortamından ihmal edilmemesi gerekmektedir (Baki, 2008). Aksi takdirde öğrencilerde yanlış ve eksik öğrenmeler meydana gelebilmektedir. Benzer şekilde bu araştırmada da öğretim elemanları Cebire Giriş dersinin yapısı gereği öğrencilerin daha önce analiz, lineer cebir ve ayrık matematik gibi derslerde öğrendiklerinden farklı olmasından (Grassl ve Mingus, 2007) ve yığılmalı olmasından dolayı içerisinde yer alan kavramların birbirleriyle bağlantılı olduğunu, bu bağlantılar kurulmadığı takdirde öğrenmenin gerçekleşmeyeceğini, hatta kavram yanlışlarının, yanlış öğrenmelerin gerçekleşeceğini ve bu yanlış öğrenmelerin düzeltilmesinin zor olduğunu; bu nedenle baştan bu kavramsal bağlantıların kurulması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Öğretim yapan birey; öğrenme ortamında öğrencilerinin sahip oldukları fikirleri sunma ve arkadaşlarıyla bu fikirleri paylaşma fırsatı vererek, öğrencilerinin sahip oldukları fikirlerin değerli olduğunu hissettirmelidir. Bu araştırmada öğretim elemanlarından sadece ÖE-2 ve ÖE-3, öğrencilerin genel olarak anlamadığı yerleri birbirlerine sormak için veya sınavda yaptıklarını tartışmak için sınıf ortamında birbirleriyle etkileşim halinde olduklarını, bu durumu sınıf ortamına yaymaya çalıştıklarını belirtmişlerdir. Öte yandan öğretim elemanlarının, öğretim ortamındaki diğer şartlarda öğrencilerin arkadaşları ile etkileşimini desteklemedikleri ve çoğunlukla konuyu anlatma eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Öğretim elemanlarında çalışmalarında ortaya çıkan bu durum Özdemir ve Altaylı (2016) 'nın öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel fikirlerini tespit etme ve yorumlama becerilerini incelediği çalışmanın sonucuyla örtüşmektedir.

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından yedincisi öğrencilerin matematiksel fikirlerini dikkate almaz. Öğretim elemanlarının öğrencilerinin matematiksel fikirlerini dikkate alma işlemini; onların ne kadar öğrendiklerini, sahip oldukları yanlış bilgileri veya orijinal çözümlerini

veya ispatlarını tespit etmek amacıyla dikkate aldıkları belirlenmiştir. Bunun sebebi Harel'in (1989) de belirttiği gibi; öğrencilerin ispat ve aksiyomatik yöntemi kullanırken rahat olamamaları olabilir. Nitekim öğrencilerin henüz ispat ile ilgili zorlukları aşamadıkları bilinmektedir. (Findell, 2001)

Öğretim elemanlarının içeriğin sunumuna yönelik uygulamalarından sekizincisi, soruların cevaplanması için yeterli süre verme olmuştur. Öğretim elemanlarını tamamı Cebire Giriş dersinin haftada 3 ders saati içinde işlenmesinden dolayı yeterince zamanlarının olmadığını, hatta var olan müfredatı bile yetiştirmekte zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bu bağlamda ÖE-3 haricinde hiçbir öğretim elemanı soruların cevaplanması için yeterli süreyi verdiğini belirtmemiştir. Bu durum Clark ve arkadaşlarının (1997) "*eğitmenlerin öğrencilerine düşünmeleri için verilmesi gereken yeterli zaman gereksinimlerini çoğunlukla dikkate almadıkları*" sonucuyla paralellik göstermektedir. Bununla birlikte öğretim elemanları, zaman kısıtlılığı nedeniyle farklı uygulamaları yaptıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin; ÖE-1 konu sonunda konunun tekrar edilmesi ve pekiştirilmesi için örneklerin çoğunlukla öğrencilere ödev olarak bıraktığını, ÖE-2 öğrencilerin konuyu anlama durumlarına göre, eğer konu anlaşılırsa ödev olarak verdiğini, anlaşılmamışsa fazladan ders işleyerek soruları öğrencileriyle beraber çözdüğünü, ÖE-4 ise sınıfın genelini göz önüne aldığını belirtmiştir.

5.1.3. Öğretim, Yöntem ve Tekniğiyle İlgili Uygulamalara İlişkin Sonuç ve Tartışma

Öğretim, yöntem ve tekniğe ilişkin uygulamalar, öğretim veren bireyin öğrencilerini destekleyeceğini öngördüğü yaklaşımları seçip uygun bir şekilde bunları öğrenme ortamlarına uygulayabilmelerini içermektedir. Öğretim veren bireyin; öğrencilerinin özelliklerini ve ihtiyaçlarını göz önünde bulundurarak, onların öğrenmelerini kolaylaştırıcı ve etkili bir şekilde öğrenmelerini sağlayan öğrenme ortamlarını oluşturabilmeleri gerekmektedir. Bu doğrultuda bu araştırmada Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının öğretimleri esnasında kullandıkları öğretime, yöntemlere ve tekniklere ilişkin uygulamaları; farklı yöntem ve

tekniklerle öğretimin desteklenmesi, seçilen yöntem ve tekniğin uygun bir şekilde kullanılması, tasarlanan öğretim ortamının öğrenciyi aktif kılması, kavramsal anlamayı destekleyici öğretim materyalinin seçilmesi ve kullanılması, öğrencilerin farklı matematiksel çözüm yapmaya cesaretlendirilmesi şeklinde beş başlık altında incelenmiştir.

Öğretim yapan bireylerin; öğretim ortamlarında geleneksel yöntem ve tekniklerin haricinde öğrencilerin etkili ve kalıcı öğrenmelerini destekleyecek yöntem ve teknikleri kullanmaları beklenmektedir. Nitekim çoğu öğrencinin düz anlatım metoduyla veya sunuş yoluyla işlenen Soyut Cebir dersinden başarısız olduğu (Boyd, 2003, Dubinsky vd., 1994) ve yapılandırmacı yaklaşımlarla işlenen Soyut Cebir dersinde başarıyı artırdığı belirtilmektedir (Boyd, 2003; Larsen, Johnson ve Bartlo, 2013; Okur, Dikici, Sanalan ve Tatar, 2011). Bu bağlamda bu araştırmada; öğretim elemanlarının tamamı sunuş yoluyla Cebire Giriş dersini anlattıklarını ifade ederken, çoğunluğu soru-cevap yöntemini kullandıklarını belirtmişlerdir. Bununla birlikte öğretim elemanlarından ÖE-2 gösterip yaptırma yöntemini, ÖE-3 ise soru-cevap yöntemine ek olarak kavram haritası yöntemini ve diyagramları kullandığını ifade etmiştir. Bu sonuç alanyazında öğretmen ve öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen çalışmaların derslerde düz anlatım ve soru-cevap yöntemleriyle sınırlı kaldığı sonucuyla örtüşmemektedir (Gökkurt, 2014; Gökkurt vd., 2015; Temizöz ve Özgün-Koca, 2008). Bu aşamada öğretim elemanlarının kavramları sorgulatarak öğretim yapması, Capaldi'nin (2014) de belirttiği gibi, öğrencilerin cebirsel konulara karşı daha istekli hale gelmelerini ve kaygı düzeylerinin azalmasını sağlayabilir. Öte yandan öğretim elemanlarından ÖE-1 ve ÖE-4 cebir öğretiminde teknolojinin kullanımına değinmişlerdir. Ancak ÖE-1 teknolojinin cebir öğretimi için uygun olmadığını belirtirken, ÖE-4 teknolojiyi bizzat uyguladığını ifade etmiştir. Oysa ESG, FGB, GAP, ISETL gibi bilgisayar yazılımlarının, sadece Soyut Cebir öğretmek için geliştirildikleri bilinmektedir. Sonuç olarak öğretim elemanlarının farklı yöntem ve teknikler hakkında sahip oldukları ancak bu yöntem ve teknikleri kullanıp kullanmamada tercihlerinin söz konusu olduğu söylenebilir.

Öğretim yapan bireylerin öğrenme ortamlarında; öğretimi farklı yöntem ve

tekniklerle zenginleştirmesi kadar, bu yöntem ve teknikleri uygun bir şekilde kullanmaları da önem arz etmektedir. Öğretim elemanlarını tamamının; düz anlatım yöntemi ve soru-cevap yöntemiyle derslerini şekillendirdiklerine, bazılarının ise bunlara ek olarak gösterip yaptırma, kavram haritası, diyagramlar, teknoloji destekli öğretimi kullandıkları ifade edilmiştir. Ancak öğretim elemanlarından sadece ÖE-3 ve ÖE-4'ün yaptıkları bu uygulamaların süreç içerisinde nasıl uyguladıklarına değinmişlerdir. Buna göre ÖE-3 kavram haritasını kavramsal anlamayı sağlamak amacıyla ve kavramlar arasındaki ilişkilerin anlaşılması için kullandığını örnek üzerinden anlatırken, ÖE-4 ise soru-cevap yöntemini öğrencilerin derse katılımını sağlamak amacıyla kullandığını belirtmiştir. Bu da öğretim elemanlarından ÖE-3'ün, Ausubel'in öne sürdüğü anlamlı öğrenme teorisini temel alan kavram haritalarını, genelden özele doğru kavramları hiyerarşik bir şekilde organize ederek öğrenenlerin bilişsel yapılarını düzenlemelerine imkân tanımayı hedeflediğini göstermektedir (Afamasaga-Fuata'i, 2009)

Öğretim yapan bireylerin üzerine düşen görevlerden birisi de öğrencilerinin sınıf ortamında aktif olmasını sağlamaktır (Aykaç, 2007). Bu araştırmada öğretim elemanları öğrenciyi sınıf ortamında aktif kılan uygulamalarından bahsetmişlerdir. Buna göre; öğrencilere ilginç ve zor soruların sorulması, hangi kuralın nereden geldiğinin sorgulanması, teoremin ifadesi ve ispatından çok kullanıldığı yerlerin ifade edilmesi, kavramlara-konulara ilişkin örnekler istenmesi ve soru-cevap yönteminin kullanılması tasarlanan öğretim ortamında öğrencileri aktif kılan uygulamalardır.

Öğrenme ortamında öğretim yapan bireylerin, kavramsal anlamayı destekleyici öğretim materyallerini kullanmaları öğrencilerinin öğrenmeleri için önemlidir. Yapısı itibarıyla; soyut kavramlar, teoremler, ispatlar ve soyut konuların bulunduğu Cebire Giriş dersinde, bu konu bilgilerin somutlaştırılması adına daha da önemli hale gelmektedir. Bu sayede soyut kavramların öğrenilmesi kolaylaşmakta ve anlamlı öğrenmelerin oluşmasına zemin oluşturulmaktadır (Cameron ve Bennett, 2010). Ayrıca sadece amacına uygun bir şekilde seçilen ve kullanılan materyallerin öğrenmeyi destekleyeceği (Moyer, 2001) göz önünde bulundurulursa, öğretim

elemanlarından sadece ÖE-3'ün afiş ve kavram haritalarının kullanması Cebire Giriş dersinde kavramsal anlamayı düzenleyici öğretim materyalinin istenen seviyede kullanılmadığını düşündürmektedir. Bireylerin içerisinde buldukları problem durumlarında farklı çözüm yollarını üretme ve bu farklı çözümleri kullanma becerileri, onlara öğretim yapan bireylerin teşvik etmeleriyle mümkün olabilir. Bu araştırmada öğretim elemanları öğrencilerini; ilk olarak sınav ortamında, ikinci olarak sınıf ortamında problem çözümünde, üçüncü olarak ise yine sınıf ortamında teoremlerin ispatında farklı matematiksel çözüm yapmaya cesaretlendirdiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca öğretim elemanlarından birisi ise yaptıkları farklı çözümlerdeki performanslarına göre öğrencilerini ödüllendirme yoluna gittiğini vurgulamıştır.

5.1.4. Ölçme-Değerlendirme Uygulamalarına İlişkin Sonuç ve Tartışma

Ölçme-değerlendirme uygulamaları öğrencilerin hedeflenen öğrenme ürünlerini ne kadar kazandıklarını ortaya koymanın (Baki, 2008) yanı sıra, öğrenme sürecinin ne kadar verimli olduğunun değerlendirilmesini de içermektedir (Toptaş, 2011). Burada öğretim yapan bireylerden beklenen, öğrenme süreci içerisinde öğrencilerinin performanslarını takip ederek değerlendirmeleri ve uygun geribildirimleri vermeleri ve ayrıca süreç sonunda öğrencilerinin başarılarını değerlendirmeleridir. Bu süreçte, geleneksel değerlendirmelerin yanı sıra alternatif değerlendirmelerin yani farklı ölçme-değerlendirme yöntemlerinin kullanılması gerekmektedir. Bu doğrultuda bu araştırmada Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının ölçme-değerlendirmeye ilişkin uygulamaları; öğrenci hata/yanılgılarını belirleyici sorular sorma, öğrenciyi üst düzey düşünmeye teşvik edici sorular sorma, öğrenci öğrenmelerini belirlemek için farklı ölçme yöntemlerini kullanma ve öğrenci çalışmaları/cevaplarına uygun geri dönütler verme şeklinde dört başlıkta ele alınmıştır.

Öğrenciyi tanımaya yönelik uygulamaların, ölçme-değerlendirme uygulamalarından çok da ayrı tutulması mümkün değildir. Nitekim öğrenciyi tanımaya yönelik olan uygulamalardan olan; öğrencilerin ön bilgilerini, öğrenme zorluklarını, sahip olabilecekleri kavram yanılgılarını ve hatalarını tanıma

uygulamaları olduğu bilinmektedir (An vd., 2004). Bu nedenle öğretim yapan bir bireyin öğrenci hatalarını veya yanlışlarını belirleyici sorular sorabilmesi, onun bu hata ve yanlışlarının farkında olmasını gerektirmektedir. Nitekim Tanışlı (2013); öğretim yapan bireyin öğrencilerini iyi tanması durumunda, öğrencilerinin düşünce yapıları hakkında bilgi sahibi olduklarını ve buna uygun değerlendirme yollarını kullanarak uygun olan geribildirimleri verebileceğini belirtmektedir. Bu araştırmada Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanlarının; öğrencilerin hatalarını ve yanlışlarını belirlemek için tahtada soruları yanlış çözerek nerede hata olduğunu buldurma, kilit soruları sorma, verilen örneklerden bazılarını soru olarak öğrenciler için sınıf ortamında tartışma konusu yapma ve kavramsal anlamayı kolaylaştıracak bol-farklı soru örneklerini kullanma gibi uygulamaları sıklıkla kullandıklarını belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının, kavramların sıklıkla pekiştirilmesini sağlayarak, araştırmaya ve üst düzey düşünmeye teşvik ederek sağlanabileceğini belirtmişlerdir. Araştırmaya ve üst düzey düşünmeye teşvik etmek için ise ödevleri ve kafa karıştırıcı, ispatı yapılmamış, açık uçlu ve ödüllü soruları kullandıklarını ifade etmişlerdir. Bu açıdan bakıldığında öğretim elemanlarının Gökkurt'un (2014) çalışmasında ulaşılan matematik öğretmenlerinin üst düzey sorulara yer vermedikleri sonucuyla çelişmektedir. Bu durum öğretim elemanlarının lisans düzeyinde cebir dersini anlatıyor olmalarından kaynaklanmış olabilir.

Ülkemiz eğitim sisteminde -özellikle merkezi sınavlarda- öğrencilerin öğrenme ürünlerine geleneksel ölçme-değerlendirme yaklaşımları göz önünde bulundurularak çoktan seçmeli sınavlar, yazılı sınavlar gibi ölçme araçları ön plana çıkmaktadır. Ancak öğrencilerin öğrenme ürünlerinin sadece belirli bir zaman diliminde değil aynı zamanda süreci içerecek şekilde değerlendirilmesi eğitim araştırmacıları tarafından daha değerli bulunmaktadır. Bu nedenle öğretim yapan bireylerin sadece geleneksel değerlendirmeleri içeren yazılı sınavlar, testler ile değil aynı zamanda öğrenme sürecini de değerlendirebilecekleri farklı ölçme yöntemlerine de yer vermeleri gerekmektedir (Gelbal ve Kelecioğlu, 2007). Bu araştırmada öğretim elemanlarının tamamı ödevleri, anlık soruları ve açık uçlu soruları

kullandıklarını belirtmişlerdir. Bu sonuç -her ne kadar farklı ölçme yöntemlerini içerse de- öğretmen ve öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen çalışmalarda öğretimi yapan bireyin sınırlı ölçme yöntemlerini kullandıkları sonucuyla örtüşmektedir (Baştürk ve Dönmez, 2011; Gökkurt, 2014; Üner, 2016). Bununla birlikte öğretim elemanlarından biri, ödevi değerlendirme amaçlı değil de araştırmaya teşvik amaçlı verdiğini ve bir diğeri ise, ödevi konu tekrarı amacı verdiğini belirtmişlerdir. Bu da her durumda öğretim elemanlarının öğrencilere ait öğrenme ürünlerinin süreç içerisindeki gelişimine dikkat ettiklerini göstermektedir.

Bu araştırmada öğretim elemanları sınav soruları ile ilişkili olarak ve öğrencilerde tespit edilen kavram yanlışlarının düzeltilmesi adına sınıf ortamında sınıf tartışması aracılığıyla geri dönütler verdiklerini ifade etmişlerdir.

5.1.5. Müfredata Ait Uygulamalara İlişkin Sonuç ve Tartışma

Shulman (1986, 1987) öğretmen bilgisini araştırdığı çalışmalarında; öğretim yapan bireylerin sahip olması gereken bilgilerden birinin de müfredat bilgisi olduğunu ifade etmiştir. Ball ve arkadaşları (2008); öğretim yapan kişinin, öğretimi yaptığı veya yapacağı konunun bir önceki ve bir sonraki düzeylerindeki içeriğine hakim olması ve kazanımın diğer kazanımlarla ilişkisini kurabilmesi beklenmektedir. Bu araştırmada Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanlarının öğretimleri esnasında kullandıkları müfredata ilişkin uygulamaları, öğretimi yapılacak konunun veya kavramın sınırlarının dikkate alınması, konu/kavram ile ilişkili kritik noktaların belirlenmesi, derste kullanılan örneklerin konuya/kavrama dönük olması, derste kullanılan alıştırmalar ve problemlerin seçiminde veya farklı çözüm yollarının sunumunda önceki konuların/kavramların dikkate alınması ve öğretim programındaki temel bilgi ve becerilere dönük bir ders içeriğinin hazırlanması olacak şekilde beş başlık altında ele alınmıştır.

Öğretim elemanları müfredata ilişkin uygulamalarından öğretimi yapılacak konunun veya kavramın sınırlarını dikkate alma tüm öğretim elemanlarının hassasiyetle dikkat ettiği konular arasında yer almıştır. Nitekim öğretim elemanlarının tamamı; YÖK'ün belirlediği müfredatı ele aldıklarını, çeşitli

kaynaklardan veya daha önceden hazırladıkları ders notlarından yararlanarak anlatacakları veya anlattıkları konuyu şekillendirdiklerini ifade etmişlerdir. Ancak öğretim elemanlarının çoğu aynı zamanda mevcut müfredat için ders kredisinin ve derse ayrılan saatin yetersiz kaldığını da ifade etmişlerdir. Bu durum sadece Türkiye’de değil diğer ülkelerde de yaşanan bir sorundur. Nitekim Grassl ve Mingus (2007), Soyut Cebirde ders programının yoğun ve acımasız olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretim elemanlarının tamamı müfredata ilişkin uygulama olarak kritik noktaları belirlediğini ve vurgu yaptığını ifade ederken; ÖE-1 kritik noktaları vurgularken matematiğin diğer dallarıyla ilişki kurduğunu, ÖE-2 bazen düzeltmeler üzerinden giderek bazen de öğrencilerin derse ilgisini aktif tutmak için vurgulamalardan yararlandığını, ÖE-3 soru-cevap yönteminden yararlanarak kritik noktaları belirttiğini, ÖE-4 ise aksine örnek gösterme yönteminden yararlandığını ifade etmiştir. Ayrıca öğretim elemanları, derste kullandıkları örneklerin konuya ilişkin olarak sınıfın genelini hedef aldığını, öğrencileri de cesaretlendirmek adına kolaydan zora gidilecek şekilde seçtiklerini ifade etmişlerdir.

Matematikteki konu ve kavramların aralarındaki ilişkinin vurgulanması önemlidir (Özgen, 2013). Öğretim elemanlarının müfredata ilişkin olarak; *derste kullanılan alıştırma ve problemlerin seçiminde veya farklı çözüm yollarının sunumunda önceki konuları/kavramları dikkate alma* konusunu ele almışlardır. Öğretim elemanları bununla ilgili olarak öğretim sürecinde konular ve kavramlar arasında bağ kurduklarını, bu bağ kurulmadığı durumlarda öğrencilerin başarılı olamayacaklarını ifade etmişlerdir. Nitekim Findell’in (2001) de ifade ettiği gibi öğrencilerin daha önceki konulara ve derslere bağlantı kurularak öğrenilen matematik, öğrencilerin matematik anlayışlarını güçlendirmekte ve derinleştirmektedir.

Matematikte konular arasında ilişkileri kurmanın öğrencilerin konuları daha kolay ve daha anlamlı öğrenmesini sağlamaktadır (Bosse, 2003). Bu nedenle öğretim yapan bireyler öğretimini yaptığı kazanımın diğer kazanımlarla, konularla veya ilişkisini kurması öğrencilerde etkili öğrenmenin gerçekleşmesi için gereklidir. Öğretmen hem konunun öğretiminde hem soracağı sorularda diğer kazanımları

dikkate alınmalıdır. Bu bağlamda bu araştırmada öğretim elemanlarının tamamı özellikle kavramların ve kavramlar arasındaki hiyerarşinin öğretimine yönelik ve temel matematiksel becerilerden biri olan ispat becerilerine özellikle dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir.

5.2. ÖNERİLER

Bu araştırma Cebire Giriş dersini yürüten öğretim elemanlarının; öğrenciyi tanıma, içeriğın sunumu, öğretim yöntem ve teknik, ölçme-değerlendirme ve müfredat bilgisi kapsamında incelenmiştir. Bunun için Cebire Giriş dersi içeriğinde yer alan herhangi bir konu seçilmemiş, öğretim elemanlarının öğretimle ilgili ortaya koydukları öğretim uygulamaları ortaya konmaya çalışılmıştır. Başka araştırmacılar için belirli bir konu (grup, halka, cisim, normal alt grup, izomorfizm, vb.) seçip o konuya yönelik öğretim elemanlarının öğretim uygulamaları araştırılabilir.

Bu araştırma Cebir ve Sayılar Teorisi alanında uzman olan teorik matematikçi öğretim elemanları ile yürütülmüştür. Başka araştırmacılar matematik eğitimi alanında uzman olan öğretim elemanları ile çalışıp derslerde aynı öğretim uygulamalarının kullanılıp kullanılmadığı veya farklı ne tür uygulamaların gerçekleştirildiğı incelenebilir.

Bu araştırmada öğretim elemanları ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu sayede onların deneyimlerinden ve görüşlerinden faydalanılma yoluna gidilmiştir. Ancak sınıf gözlemleri yapılmamıştır. Bu nedenle Cebire Giriş dersinde öğretim elemanlarıyla hem görüşmelerin hem de gözlemlerin gerçekleştirildiğı bir çalışma ile daha derinlemesine ve daha net sonuçlar elde edilebilir.

Bu araştırma sadece 4 öğretim elemanı ile yürütülmüştür. Araştırma daha çok ve farklı eğitim geçmişine sahip öğretim elemanlarıyla uygulanabilir.

Bu araştırma nitel doğaya sahip bir araştırmadır. Deneysel çalışmaları bünyesinde barındıran uygulamalar gerçekleştirilerek Cebire Giriş dersinde öğrencilerin hangi öğretim yöntemleriyle daha başarılı olduğı araştırılabilir. Nitekim bu araştırmada öğretim elemanlarından birisi teknolojinin Cebire Giriş dersinde

kullanılmayacağını savunurken, diğeri teknolojiyi bu derste kullandığını ifade etmiştir. Bu bağlamda teknoloji destekli Cebire Giriş dersinin öğrencilerin başarısı üzerine etkisi araştırılabilir. Bu bağlamda uygulamaya dönük olarak sadece Soyut Cebir öğretmek için geliştirildikleri bilinen ESG, FGB, GAP, ISETL gibi bilgisayar yazılımlarının Türkçe'ye uyarlanması yapılarak, bu programlarla yapılan öğretimlerin Soyut Cebir veya Cebire Giriş derslerindeki etkililiği araştırılabilir.

Öğretim elemanlarının çoğunlukla alternatif ölçme değerlendirme yöntemlerini kullanmadıkları tespit edilmiştir. Bu bağlamda öğretim elemanlarına sınıf içerisinde uygulamaya dönük olarak alternatif ölçme değerlendirme yöntemlerinden biri olan portfolyo kullanımı önerilebilir. Nitekim Capaldi (2014) portfolyoların matematiksel dili daha etkili kullanmalarını ve öğrencilerin bireyselliklerinin gelişmesini sağladığını ifade etmiştir.

KAYNAKÇA

- Afamasaga-Fuata'i, K. (2009). Analysing the "Measurement" strand using concept maps and vee diagrams. In K. Afamasaga-Fuata'i (Ed.), *Concept mapping in mathematics* (pp. 19-46). New York: Springer
- Agathocleous, E. (2011). Why abstract algebra for pre-service primary school teachers. *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Rzeszów (Pologne), Université de Rzeszów*.
- Aiken, L. R. (1997). *Questionnaires and Inventories: Surveying Opinions and Assessing Personality*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Allinder, R. M. (1994). The relationship between efficacy and the instructional practices of special education teachers and consultants. *Teacher Education and Special Education, 17*(2), 86-95.
- Amerom, V. A. B. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics, 54*, 63-75.
- An, S., Kulm, G. and Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teacher in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education, 7*, 145-172.
- Arcavi, A. (1991). The experience of history in mathematics education: Two benefits of using history. *For the learning of mathematics, 11*(2). 7-10.
- Arndt, A. B. (1983). Al-Khawarizmi, *Mathematics Teacher, 76*(9), 668-670.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halicioğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramlarının künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Asar, A.O., Arıkan, A. ve Arıkan, A. (2009). *Cebir*. Ankara: Eflatun Yayınevi.

- Aykaç, N. (2007). İlköğretim programında yer alan etkinliklerin öğretmen görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi (Sinop ili örneği). *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 19-35.
- Baga, E. (2012). *Osmanlı klasik döneminde cebir*. Yayımlanmamış doktora tezi. MARMARA ÜNİVERSİTESİ Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Bailey, K.D. (1982). *Methods of Social Research* (2. Baskı). New York: The Free Press.
- Baki, A. (1992). Al- Khwarizmi's contributions to the science of mathematics: Al Kitab Al Jabr Wa'l Muquabalah. *Journal of Islamic Academy of Sciences*, 5(3), 225-228.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Baki, A. ve Bütüner, S. Ö. (2011). Historical development of algebra. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(3), 198-231.
- Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin ölçme ve değerlendirme bilgisi bileşeni bağlamında incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 17-37.
- Bidwell, J. (1993). Humanize your classroom with the history of mathematics. *The Mathematics Teacher*, 86(6), 461-464.
- Blömeke, S., Gustafsson, J. E. and Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3-13.

- Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (1992). *Qualitative Research for Education: An Introduction to Theory and Methods*. Boston: Allyn and Bacon.
- Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (1998). *Qualitative research in education: An introduction to theory and methods* (Third edition). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., and Agard, P. C. (1992). Learning to Teach Hard Mathematics: Do Novice Teachers and Their Instructors Give up Too Easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 194-222.
- Bosse, M. J. (2003). The beauty of “and” and “or”: Connections within mathematics for students with learning differences. *Mathematics and Computer Education*, 37(1), 105-114.
- Bourbaki, N. (1950). The architecture of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 57(4), 221-232.
- Brezina, C. (2006). *Great muslim philosophers and scientists of the middle Ages: Al-Khwarizmi, The inventor of algebra*. The Rosen Publishing Group: New York.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2010). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cajori, F. (2007). *A history of elementary mathematics*. Cosimo Classics: New York.
- Cameron, T. and Bennett, T. (2010). Learning objects in practice: The integration of reusable learning objects in primary education. *British Journal of Educational Technology*, 41(6), 897-908.
- Capaldi, M. (2014). Non-Traditional methods of teaching abstract algebra. *PRIMUS: Problem, Resources and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 24(1), 12-24, DOI: 10.1080/10511970.2013.821427

- Carlson, M. P. (1999). The mathematical behavior of six successful mathematics graduate students: Influences leading to mathematical success. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 237-258.
- Carlson, M. P., and Rasmussen, C. (Eds.). (2008). Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics education (No. 73). MAA.
- Carraher, W. D., Schliemann, D. A., Brizuela, M. B. and Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*. 37(2), 87-115.
- Chapin, S., O'Connor, C. and Anderson, N. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn*. Math Solutions Publications: Sausalito, CA
- Cifarelli, V. and Goodson-Espy, T. (2001). The role of mathematical beliefs in the problem solving actions of college algebra students. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Proceedings of the 25th Conference on the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, p.265). Utrecht, The Netherlands: Utrecht University.
- Clark, D., Hemenway, J. and Tolia, V. (1997). An investigation of students' understanding of abstract algebra (binary operations, groups and subgroups) and the use of abstract structures to build other structures (through cosets, normality and quotient groups). *Journal Of Mathematical Behavior*, 16(3), 181-185.
- Clark, J. M., DeVries, D. J., Hemenway, C., John, D., Tolia, G. and Vakil, R. (1997). An investigation of students' understanding of abstract algebra (binary operations, groups and subgroups) and the use of abstract structures to build other structures (through cosets, normality and quotient groups). *Journal of Mathematical Behavior*, 16(3), 181-185

- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A. and King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44, 263- 272.
- Çakıroğlu, E. (2013). *Matematik Kavramlarının Tanımlanması*. (Editörler: İsmail Özgür Zembat, Mehmet Fatih Özmantar, Erhan Bingölbali, Hakan Şandır, Ali Delice). *Tanımlar ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. Ankara: Pegem A Akademi Yayınları, 1-13.
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (3. baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül. Ankara: ODTÜ, 221-225
- Denzin, N. K., and Lincoln, Y.S. (1998). *The Landscape of Qualitative Research: Theories and Issues*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dreyfus, T. (1990). Advanced mathematical thinking, in P. Nesher and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics and Cognition: A research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, Cambridge University Press, pp. 113–134.
- Dreyfus, T. (1995). Guest editorial, special issue – Advanced mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 93–95.
- Dubinsky E., Dautermann, J., Leron, U. and Zazkis, R. (1994). On learning fundamental concepts of group theory. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 267-305.

- Edwards, T. G., and Brenton, L. (1999). An attempt to foster students' construction of knowledge during a semester course in abstract algebra. *The College Mathematics Journal*, 30(2), 120-128.
- Erbaş K., Çetinkaya, A. ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları. Paper presented at the V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.
- Fennema, E. and Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.147-164.) New York: Macmillan.
- Fernandez-Balboa, J. M., and Stiehl, J. (1995). The generic nature of pedagogical content knowledge among college professors. *Teaching and Teacher Education*, 11(3), 293-306.
- Findell, B.R. (2001). *Learning and understanding in abstract algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of New Hampshire, Durham—NH.
- Franke, M. L. and Carey, D. A. (1997). Young childrens' perceptions of mathematics in problem solving environments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 8-25.
- Gallian, J. A. (1990) *Contemporary Abstract Algebra* (Second edition). D. C. Heath and Company.
- Gelbal, S. ve Kelecioğlu, H. (2007). Öğretmenlerin ölçme ve değerlendirme yöntemleri hakkındaki yeterlik algıları ve karşılaştıkları sorunlar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 135-145.

- Glesne, C. and Peshkin, A. (1992). *Becoming Qualitative Researchers*. New York: Longman.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. ve Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Grassl, R. and Mingus, T. T. Y. (2007) Team teaching and cooperative groups in abstract algebra: nurturing a new generation of confident mathematics teachers, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(5), 581-597, DOI: 10.1080/00207390701256543
- Green, R. D. (1976). The historical development of complex numbers. *The Mathematical Gazette*, 60(412), 99-107.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teachers education*. New York: Teachers College Press.
- Groza, S.V. (1968). *A survey of mathematics elementary concepts and their historical development*. Holt: Rinehart and Winston.
- Güven, M. (2008). Programda Öğretme- Öğrenme Süreci. B. Duman (Ed) Öğretim ilke ve yöntemleri. Ankara: Maya Akademi.
- Hacısalıhoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş., ve Akpınar, A. (2003). *Matematik Öğretimi*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Harel, G. (1989). Learning and teaching linear algebra: Difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1-2), 139-148.

- Harries, T. and Barbmy, P. (2008). Representing multiplication. *Mathematics Teaching*, 9(1), 33-46.
- Hazzan, O. (1999). Reducing abstraction level when learning abstract algebra concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 71-90.
- Heeffer, A. (2008). The emergence of symbolic algebra as a shift in predominant models. *Foundations of science*, 13(2), 149-161.
- Hernstein, I. N. (1999). *Abstract Algebra* (3rd ed.). USA: John Wiley and Sons, Inc.
- Horn, W., and Zakeri, A. G. (1998). The pythagorean theorem and related topics a resource for geometry teachers, *PRİMUS*, 8(4),. 365-383.
- Ifran, G. (2003). *İslam Dünyasında Hint Rakamları*, (Çeviren: Kurtuluş Dinçer), Tübitak Yayınları, Yorum Matbaacılık: Ankara.
- Karasar, N. (2008). Bilimsel araştırma yöntemi (18. Baskı). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Katz, J. V. (1998). *A history of mathematics*. Addison-Wesley Educational Publishers, USA.
- Katz, J. V. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching, *Educational Studies in Mathematics*, 66, 185-201.
- Kılıç, E., Karadeniz, Ş., ve Karataş, S. (2003). İnternet destekli yapıcı öğrenme ortamları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2): 149-160.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390-419). New York: Macmillian.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of research in*

mathematics education (pp. 707–762). Greenwich: Information Age Publishing.

Konyalıoğlu, S. (2005). *Bazı sonlu doğrulmuş grupların öğretimine geometrik ve bilgisayar destekli yaklaşım*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Krishnamani, V. and Kimmins, D. (2001). *Using technology as a tool in abstract algebra and calculus: The MTSU experience*. <http://archives.math.utk.edu/ICTCM>.

Kula, S. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının dörtlü bilgi modeli ile alan ve alan öğretimi bilgilerinin incelenmesi: Limit örneği* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.

Kvasz, L. (2006). The history of algebra and the development of the form of its language. *Philosophia Mathematica*, 14, 287-317.

Larsen, S., Johnson, E. and Bartlo, J. (2013). Designing and scaling up an innovation in abstract algebra. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(4), 693-711.

Leron, U. and Dubinsky, E. (1995). An abstract algebra story. *The American Mathematical Monthly*, 102(3), 227-242.

Lincoln, Y.S., and Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.

Lodico, M. G., Spaulding, D. T. and Voegtler, K. H. (2006). *Methods In Educational Research from Theory to Practice*. San Francisco: Jossey-Bass.

Lumpkin, B. (1997). *Algebra activities from many cultures*. Portland, ME: J. Weston Walch Publishers.

- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Magnusson, S., Krajcik, L. and Borko, H. (1999). Nature, sources and development of pedagogical content knowledge. In J. Gess-Newsome and N. G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 95–132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41, 3–11.
- Marsh, L. G. and Rich, S. B. (2000). The role of history in a mathematics class, *The Mathematics Teacher*, 93(8), 704-707.
- McDiarmid, G. W., Ball, D. L., and Anderson, C. (1989). Why Staying One Chapter Ahead Doesn't Really Work: Subject-Specific Pedagogy. In M. C. Reynolds, *Knowledge Base for the Beginning Teacher* (pp. 193-205). Elmsford: NY: Pergamon Press.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, Çev. Ed.). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- (MEB) Milli Eğitim Bakanlığı (2017). *Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri*. Ankara: Öğretmen Yetiştirme ve Eğitim Genel Müdürlüğü.
- (MEB) Milli Eğitim Bakanlığı (2018a). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: MEB Yayınları.
- (MEB) Milli Eğitim Bakanlığı (2018b). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: MEB Yayınları.

- Mills, M. A. (2013). Case studies of instructional practices in proof-based mathematics lectures. Unpublished Doctoral Thesis. Oklahoma State University, USA.
- Moss, J. and Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122-147.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-197.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2006). *Historical topics for the mathematics classroom*, In J. K. Baumgart, D. E. Deal, B. R. Vogeli, and A. E. Hallerberg (Eds.), Reston, VA: NCTM.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Reston, VA: NCTM.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Nwabueze, K. K. (2004). Computers in abstract algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(1), 39-49, DOI:10.1080/00207390310001615552.
- Oktaç, A. ve Çetin, İ. (2016). *Matematik eğitiminde teoriler*. Ankara: Pegem Akademi.
- Okur, M. (2006). *Cebir paket programları vasıtasıyla izomorfizm kavramının öğretimi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Okur, M., Dikici, R., Sanalan, V.A. ve Tatar, E.. (2011). Computer applications in teaching abstract algebra. *International Journal of Applied Science and Technology*, 1(1), 20-27.

- Özdemir, E. Y. ve Altaylı, M. K. (2016). Sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarma ve yorumlama becerileri. *İlköğretim Online*, 15(1), 23-39.
- Park, S. and Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38(3), 261-284.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. Second Edition. California: Sage Publication.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research and Evaluation Methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Perry, A. B. (2004). A discovery oriented technology enhanced abstract algebra course. *Education*, 124(4), 694-698.
- PISA (2015). *PISA 2012 araştırması ulusal nihai raporu*. Retrieved January 30, 2017 from http://pisa.meb.gov.tr/?page_id=22 adresinden 30 Ocak 2017 tarihinde erişilmiştir.
- Robert, A. (1987). De quelques spécificités de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire. *Cahier de Didactique des Mathématiques*, 47, IREM de ParisVII.
- Schubert, C., Gfeller, M. and Donohue, C. (2013). Using group explorer in teaching abstract algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44 (3), 377-387.
- Selden, A. and Selden, J. (1993). Collegiate mathematics education research: What would that be like? *The College Mathematics Journal*, 24(5), 431-445.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Skemp, R. R. (1986). *The Psychology of learning mathematics*. (2nd ed.) London: Penguin Books.
- Smith, D. C. and Neale, D. C. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education*, 5, 1-20.
- Smith, E. D. (1925). *History of mathematics: Special topics of elementary mathematics*. Ginn and Company: UK.
- Stewart, C. J. and Cash, W. B. (1985). *Interviewing: Principles and practices* (4th ed.). Dubuque, IO: Wm. C. Brown Pub
- Sutherland, R. and Rojana, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 12(4), 351-383.
- Swetz, J. F. (1994). Using problems from the history of mathematics in classroom instruction. *Mathematics Teacher*, 82(5), 370-377.
- Swift, D. J. (1956). Diophantus of Alexandria, *The American Mathematical Monthly*, 63(3), 163-170.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 81-95.
- Tatar, E. (2006). *İkili işlem kavramı ile ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi ve Amat yönteminin başarıya etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Temizöz, Y. ve Özgün-Koca, S. A. (2008). Matematik öğretmenlerinin kullandıkları

öğretim yöntemleri ve buluş yoluyla öğrenme yaklaşımı konusundaki görüşleri. *Eğitim ve Bilim*, 33(149), 90-102.

Thompson, P. W. (1993). Yes, Virginia, some children do grow up to be mathematicians, *Journal for Research in Mathematics Education* 24(3), 279–284.

TIMSS (2016). *TIMSS 2015 Ulusal Matematik ve Fen ön raporu 4. ve 8. sınıflar*. http://timss.meb.gov.tr/wpcontent/uploads/Timss_2015_ulusal_fen_mat_rapo_ru.pdf adresinden 30 Ocak 2017 tarihinde erişilmiştir.

Tirosh, D., Even, R. and Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 51-64.

Toptaş, V. (2011). Sınıf öğretmenlerinin matematik dersinde alternatif ölçme ve değerlendirme yöntemlerinin kullanımı ile ilgili algıları. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 206-216.

Tzanakis, C. and Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey, (Eds. Fauvel, J., Maanen, V.J.), In: *History in Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers: Newyork/Boston/Dordrecht/London/Moscow.

URL-1, <http://www.guncelmeydan.com/pano/eski-cag-da-bilim-uzerine-t18612.html> (07.12.2017 tarihinde erişildi.)

URL-2, <http://www.erkutgulec.com.tr/cebirin-tarihcesi/> (07.12.2017 tarihinde erişildi.)

URL-3, <http://www.math.hawaii.edu/~lee/algebra/history.html> (The Origins of Abstract Algebra) (27.01.2016 tarihinde erişildi.)

URL-4, <http://server.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap128.pdf> (Connecting Undergraduate Number Theory to High School Algebra) (27.01.2016 tarihinde erişildi.)

URL-5, <http://archives.math.utk.edu/ICTCM/VOL16/A110/paper.pdf> (Teaching Abstract Algebra With Gap1) (27.01.2016 tarihinde erişildi.)

URL-6, <http://www.123helpme.com/view.asp?id=33347> (Effective Teaching of Abstract Algebra) (27.01.2016 tarihinde erişildi.)

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades k-4. In B. Moses (Eds.). *Algebraic Thinking, Grades K-12* (pp. 5-7). Reston, VA: NCTM..

Üner, S. (2016). *Kimya öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin konuya özgü doğasının incelenmesi ve öğrencilerin öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ilişkin algıları* (Yayınlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics* (5th ed.). America: Person Education.

Wasserman, N. H. (2016) Abstract algebra for algebra teaching: influencing school mathematics instruction. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 16(1), 28-47. DOI: 10.1080/14926156.2015.1093200

Yeşildere, S. (2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ, İzmir.

Yıldırım, A. (2011). Öğretmen Eğitiminde Çatışma Alanları ve Yeniden Yapılanma . *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi*, 1(1), 1-18.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde nitel araştırmalar* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal Bilimlerde nitel araştırmalar* (10. Baskı).
Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (1984). *Case Study Research: Design and Methods*. Beverly Hills, Calif:
Sage Publications.

Yükseköğretim Kanunu. (1981). T.C. Resmi Gazete, 17506, 6 Kasım 1981.



EK-1: GÖRÜŞME SORULARI

Görüşme yapılan kişi:

Uzmanlık alanı:

Mesleki deneyimi:

Matematik eğitimi ile ilişkili derslere girdi mi? Girdiyse hangi dersler?

Matematik eğitimi ile ilgili yüksek lisans öğrencisi yetiştirdi mi?

1) Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanları öğrencilerini tanımak için ne tür uygulamalar yapmaktadırlar?

Alt Problem 1 için Görüşme Soruları

- 1) Cebire Giriş dersini verirken öğrencilerinizin bireysel farklılıklarını tespit etmek için nasıl bir yöntem kullanıyorsunuz? Örnek vererek anlatabilir misiniz?
 - a) Dersinizi işlerken bireysel farklılıkları gözeteiyor musunuz?
 - Bireysel farklılıkları göz önüne alıyorsanız neden? Süreç nasıl işliyor? Örnek vererek anlatabilir misiniz?
 - Sınıfın genelini göz önüne alıyorsanız neden? Süreç nasıl işliyor? Örnek vererek anlatabilir misiniz?
- 2) Cebire Giriş dersinde öğrencilerinizin sahip olması gereken ön bilgileri yokluyor musunuz?
 - a) **Cevabınız evet ise:**
 - Öğrencilerinizin ön bilgilerini tespit etmenin gerekli olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?
 - Cebire Giriş dersini verirken öğrencilerinizin ön bilgilerini tespit etmek için nasıl bir yöntem kullanıyorsunuz? Örnek vererek anlatabilir misiniz?
 - b) **Cevabınız hayır ise:**
 - Neden?

- 3) Cebire Giriş dersinde öğrencilerinizin sahip olabilecekleri olası kavram yanlışlarını, yaşadıkları öğrenme güçlüklerini veya konu ile ilgili zorlukları belirlemek için neler yapıyorsunuz? Örnek vererek anlatabilir misiniz?
- a) Örneğin grup, halka, cisim kavramlarında (katılımcının cevabı yeterli olmadığına bu yönlendirme kullanılacak)
- 4) Cebire Giriş dersinde öğrencilerinizin derse katılımını içeren matematiksel çözümler, matematiksel tartışmalar, matematiksel açıklamalar ve çözüm yollarına ilişkin yaşadıklarınız hakkında deneyimlerinizden bahsedebilir misiniz?

2) Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanları müfredatı dikkate almaktalar mı? Alıyorlarsa nasıl almaktadırlar?

Alt Problem 2 için Görüşme Soruları

- 1) Cebire Giriş dersinin öğretiminde ele aldığınız kavramları veya konuları nasıl belirliyorsunuz?
- a) Dersin içeriğini nasıl hazırlıyorsunuz?
- b) Sizce müfredatta yer alan konu içerikleri uygun mu? Neden?
- c) Kavramlar veya konular ile ilişkili kritik noktaları vurguluyor musunuz? (örneğin rasyonel sayı ile kesir arasındaki ilişki, bir sayının sıfırcı kuvvetinin neden 1 olduğu gibi vb.)
- Vurguluyorsanız nasıl?
 - Vurguluyorsanız hangi durumlarda?
 - Vurgulamıyorsanız neden?

3) Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanları anlatacakları ya da anlattıkları konuya ilişkin içerik sunumunu nasıl şekillendirmektedirler?

Alt Problem 3 için Görüşme Soruları

- 1) Cebire Giriş dersinizde konu veya kavramları anlatmak için nasıl hazırlanıyorsunuz?

Eğer katılımcıdan detaylı cevap alınamaz ise aşağıdaki sorular sorulacak ya da cevaplarının içeriğinde aşağıdaki soruları karşılayan cevaplar olmadığı takdirde aşağıdaki sorular kullanılacaktır.

- 2) Cebire Giriş dersinde yeni bir kavramın öğretimini yaparken nasıl bir yol

izlersiniz?

- 3) Cebire Giriş dersinde konu veya kavrama ilişkin açıklamalar yaparken, örnekler verirken, sembolleri kullanırken nelere dikkat edersiniz?
- 4) Derste kullanılan alıştırmalar ve problemlerin seçiminde nelere dikkat ediyorsunuz?
- 5) Derste kullanılan alıştırmaların ve problemlerin farklı çözüm yollarının sunumunda nelere dikkat ediyorsunuz?
- 6) Cebire Giriş dersindeki konular ve kavramlarda gerçek dünya ile ilişkisi kurulacak konular nelerdir?
 - a) Konunun veya kavramın gerçek dünya ile ilişkisine değiniyor musunuz?
 - Cevabınız evet ise örnek vererek anlatabilir misiniz?
 - Cevabınız hayır ise neden?
- 7) Cebire Giriş dersinde kavramlar arasındaki bağlantıları kurmaya öğrencilerinizi nasıl teşvik ediyorsunuz? Deneyimlerinizden bahsedermisiniz?
- 8) Öğrencilerinizin Cebire Giriş dersinde yaşadıkları zorluklar, sahip oldukları kavram yanlışları karşısında konuyu veya kavramı anlamalarını kolaylaştırıcı ne gibi yollar geliştiriyorsunuz?

4) Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanları kullandıkları öğretim yöntemleri ve teknikleri nasıldır?

Alt Problem 4 için Görüşme Soruları

- 1) Cebire Giriş dersinin öğretiminde kullandığınız öğretim yöntemlerinden bahsedermisiniz?
 - a) Derse girişte? Konuya dikkat çekmede?
 - b) Konunun derinleştirilmesinde?
 - Kavramların öğretiminde?
 - Teoremlerin ispatında?
 - İspatların anlamlandırılmasında?
 - Öğrencilerin derse katılımını sağlamada?

- c) Dersin bitiminde? (veya dersi nasıl sonlandırıyorsunuz?)
- d) Öğrencilerin düşüncelerini ve araştırmalarını sağlamada?

Eğer katılımcıdan detaylı cevap alınmaz ise aşağıdaki sorular sorulacak ya da cevaplarının içeriğinde aşağıdaki soruları karşılayan cevaplar olmadığı takdirde aşağıdaki sorular kullanılacaktır.

- 2) Öğretim yönteminizi değiştirdiğiniz bir konu var mı? Açıklar mısınız?
- 3) Öğrencilerinizin hangi kavramlara veya konulara ilişkin bir zorluk algısı bulunmaktadır?
- 4) Öğrencilerin kavramlara ilişkin zorluklarını ortadan kaldırmak için nasıl bir yol izlersiniz?
- 5) Öğrencilerinizde Cebire Giriş dersinde tespit ettiğiniz kavram yanlışlarının düzeltilmesi için nasıl bir yol izlenebilir?
- 6) Cebire Giriş dersinde öğretim teknolojilerinden (akıllı tahta, bilgisayar cebiri sistemleri vb.) faydalaniyor musunuz?
 - a) Cevabınız evet ise:
 - Hangi konularda kullanıyorsunuz?
 - Hangi teknolojilerden faydalaniyorsunuz?
 - Nasıl?
 - b) Cevabınız hayır ise:
 - Neden?

5) Cebire Giriş dersini veren öğretim elemanları öğretim uygulamalarının etkinliğini nasıl ölçmekte ve değerlendirmektedirler?

Alt Problem 5 için Görüşme Soruları

- 1) Cebire Giriş dersinde hangi ölçme ve değerlendirme yaklaşımlarını kullanırsınız?
- 2) Hangi ölçme değerlendirme araçlarını kullanıyorsunuz? (ödev, anlık soru, küçük sınav, test, açık uçlu soru, alternatif ölçme değerlendirme yöntemleri vb.)
 - a) Neden bu ölçme-değerlendirme yöntemini tercih ediyorsunuz?
 - b) Öğrencilerin hata ve kavram yanlışlarını tespit etmek için hangi ölçme değerlendirme araçlarını kullanıyorsunuz?
 - c) Öğrencileri üst düzey düşünmeye teşvik etmek için hangi ölçme değerlendirme araçlarını kullanıyorsunuz?

- d) Öğrenmelerini belirlemek için hangi ölçme değerlendirme araçlarını kullanıyorsunuz?
- e) Sınav kâğıtlarını nasıl değerlendiriyorsunuz?

TAMAMLAYICI SORULAR

1. Kaç yıldır cebire giriş dersini veriyorsunuz?
 2. Cebire Giriş dersinin önemine ve gerekliliğine derslerinizde nasıl değiniyorsunuz?
 3. Cebire Giriş dersinin öğretiminde en yeterli gördüğünüz özellikleriniz nelerdir?
 4. Cebire Giriş dersinin öğretimi esnasında varsa kendinizi en yetersiz hissettiğiniz noktalar nelerdir?
 5. Cebire Giriş dersine girmeye başladığınızdan bu yana üstesinden gelemediğinizi düşündüğünüz sorunlar var mı? Varsa bunlar nelerdir?
 6. Cebire Giriş dersinin öğretiminde yaşadığınızı düşündüğünüz problemler nelerdir?
 7. Sizce öğrencilerin Cebire Giriş kavramlarına ilişkin hata ve kavram yanlışlarının temelinde neler vardır?
 8. Ortaokul ve ortaöğretim müfredatlarında yapılan değişiklikler sizi nasıl etkiledi?
-