T.C.
NECMETTİN ERBAKANÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

$\varphi-$TEKRARLAYAN HEMEN HEMEN $\alpha-$KOSİMPLEKTİK MANİFOLDLAR

Fatma KÜÇÜK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Anabilim Dalı

Nisan-2019
KONYA

TEZ KABUL VE ONAYI

Fatma KÜÇÜK tarafından hazırlanan "$\varphi-$Tekrarlayan Hemen Hemen $\alpha-$Kosimplektik Manifoldlar" adlı tez çalışması 19/04/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	**İmza**
Başkan Dr. Öğr. Üyesi Melek ERDOĞDU	
Danışman Prof. Dr. Nesip AKTAN	
Üye Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIRIM	

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Süleyman Savaş DURDURAN
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Fatma KÜÇÜK

Tarih: 19/04/2019

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

$\varphi-$TEKRARLAYAN HEMEN HEMEN $\alpha-$KOSİMPLEKTİK MANİFOLDLAR

Fatma KÜÇÜK

Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Nesip AKTAN

2019, 44 Sayfa

Jüri
Prof. Dr. Nesip AKTAN
Dr.Öğr.Üyesi Melek ERDOĞDU
Dr.Öğr.Üyesi Mustafa YILDIRIM

Bu tez çalışmasında, karakteristik vektör alanı $(k,\mu)'-$ nulluk dağılımına sahip φ-tekrarlayan hemen hemen α- kosimplektik manifoldlar incelenerek , bu tür manifoldların α^2 sabit kesitsel eğriliğine sahip oldukları gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Genelleştirilmiş nulluk dağılımı; Hemen hemen α- kosimplektik manifoldları; φ-tekrarlayan; φ-simetrik

ABSTRACT

MS THESIS

ON $\varphi-$RECURRENT ALMOST $\alpha-$ COSYMPLECTIC MANIFOLDS

Fatma KÜÇÜK

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN MATHEMATICS

Advisor: Prof. Dr. Nesip AKTAN

2019, 44 Pages

Jury
Prof. Dr. Nesip AKTAN
Asst.Prof.Dr. Melek ERDOĞDU
Asst.Prof.Dr. Mustafa YILDIRIM

In this thesis, by investigating of the φ-recurrent almost α-cosymplectic manifolds with the characteristic vector field belonging to $(k,\mu)'-$ nullity distribution, show that such type manifolds have constant sectional curvature α^2.

Keywords: Almost α-cosymplectic manifold; φ-recurrence; φ-symmetry; generalized nullity distribution.

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim ve bu tezin hazırlanması süresince gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı değerli hocam Prof. Dr. Nesip AKTAN’a en içten dileklerimle teşekkür ederim.

Bu çalışma boyunca yardımlarını ve desteklerini esirgemeyen sevgili aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Fatma KÜÇÜK
KONYA-2019

İÇİNDEKİLER

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

g	:	Metrik tensörü
ξ	:	Karakteristik vektör alanı
φ	:	Tensör alanı
η	:	1-form
M	:	Manifold
L	:	Lie türev operatörü
$[,]$	:	Lie parantez operatörü
Φ	:	Temel $2-$form
$\otimes$	:	Tensör çarpımı
D	:	Değme dağılımı
∇	:	Levi-Civita konneksiyonu
R	:	Riemann eğrilik tensörü
S	:	Ricci eğrilik tensörü
C	:	Weyl konformal eğrilik tensörü
K	:	Kesit eğriliği
Q	:	Ricci operatörü
N	:	Nijenhuis tensör alanı
$\chi(M)$	:	M üzerindeki C^∞ vektör alanları uzayı

1. GİRİŞ

Değme geometri bundan iki yüzyıl önce, Huygens, Hamilton ve Jakobi'nin geometrik optikler üzerindeki çalışmalarından doğmuştur. Sophus Lie, Elie Carton ve Darbox gibi pek çok önemli matematikçi bu alanda çalışmalar yapmıştır. Değme geometrinin köklerine 1872'de Lie'nin değme transormasyonu diferensiyel denklem sistemlerinin çalışılmasında geometrik bir araç olarak kullanılmasıyla rastlanır. Değme geometrinin uygulamalarına optik, mekanik ve termodinamik gibi alanlarda da rastlanmaktadır [28].

Manifold teorisinde hemen hemen değme manifoldları çok önemli bir yere sahiptir. İlk olarak, 1959 yılında J.Gray [4],[16] tek boyutlu manifoldlar üzerinde yaptığı çalışmada $U(n)\times 1$ yapısal grubun bir indirgenmesiyle hemen hemen değme yapıları tanımlamıştır. Buna göre, $(2n+1)$ boyutlu bir hemen hemen değme yapısı

$$\eta(\xi)=1$$
$$\varphi^2=-I+\eta\otimes\xi$$

denklemlerini sağlayan $(1,1)-$tipinde bir φ tensör alanı, bir ξ vektör alanı ve bir form η ile oluşturulan (φ,ξ,η) üçlüsüyle ifade edilir. 1960 yılında Sasaki (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısı üzerinde [4]

$$\eta(X)=g(X,\xi)$$
$$g(\varphi X,\varphi Y)=g(X,Y)-\eta(X)\eta(Y)$$

ifadeleriyle verilen uygun bir g metriği tanımlamış ve hemen hemen değme metrik yapıyı ifade etmiştir. 1961 yılında Sasaki ve Hatakeyama hemen hemen değme manifoldlar için normallik şartının J kompleks yapısının $\left(J^2=-I\right)$ integrallenebilmesi olduğunu ispatlamışlardır [39].

Hemen hemen değme metrik yapıya bağlı kalarak 1969 yılında Goldberg ve Yano tarafından kosimplektik manifold,

$$d\eta = 0, \quad d\Phi = 0$$

koşulunu sağlayan hemen hemen değme yapı olarak tanımlanmıştır $[38]$. Bu tanımlamayı takip eden yıllarda özellikle Olszak, Goldber ve Yano kosimplektik manifoldlar üzerinde birçok çalışmaya imza atmıştır $([29],[38])$.

1972 yılında Kenmotsu hemen hemen değme metrik manifoldlar üzerinde yeni bir karakterizasyon ve sınıflama ortaya koymuştur.

$$d\eta = 0, \quad d\Phi = 2\eta \wedge \Phi$$

koşulunu sağlayan bu sınıflama Kenmotsu manifold olarak adlandırılmıştır$[26]$. Kenmotsu ayrıca, lokal simetrik kenmotsu manifoldunun sabit kesit eğriliğinin değerinin -1 olduğunu kanıtlamıştır$[26]$.

1981 yılında Vanhecke hemen hemen değme yapılarını ele aldığı çalışmasında hemen hemen Kenmotsu manifoldlarını genişleterek hemen hemen α-Kenmotsu manifoldları,

$$d\eta = 0, \quad d\Phi = 2\alpha\eta \wedge \Phi \qquad (\alpha \neq 0)$$

olarak tanımlamıştır $[25]$.

$[40]$ Kim ve Pak hemen hemen α-Kenmotsu ve hemen hemen kosimplektik yapılarını birleştirerek hemen hemen değme metrik manifoldların geniş bir alt sınıfı olan hemen hemen α-kosimplektik manifold kavramını tanımlamışlardır.

$(M, \varphi, \xi, \eta, g)$ şeklindeki $2n+1$-boyutlu bir hemen hemen α-kosimplektik yapısı

$$d\eta = 0, \quad d\Phi = 2\alpha\eta \wedge \Phi$$

şartlarını sağlar. Burada α keyfi bir reel sayı ve Φ temel 2-formdur. Özel olarak, $\alpha = 0$ durumunda hemen hemen kosimplektik , $\alpha \neq 0$ durumunda ise hemen hemen α-Kenmotsu manifoldları elde edilir. Normallik şartı altında ise; α-kosimplektik manifold ya kosimplektik ya da α-Kenmotsu manifoldudur.

Takahashi 1977′de Sasakian manifoldları üzerinde lokal simetrik kavramından daha zayıf olan $\varphi-$simetri kavramını tanımlamıştır$[39]$. Bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu, $\forall\ X,Y,Z,W \in \Gamma(TM)$ vektör alanı için,

$$\varphi^2\left((\nabla_W R)(X,Y)Z\right)=0 \tag{1.1}$$

eşitliğini sağlarsa, φ-simetrik olarak adlandırılır.

Eğer (1.1) deki ifade ξ' ye ortogonal olan $\forall X,Y,Z,W \in \Gamma(TM)$ vektör alanı için geçerliyse manifolda lokal φ-simetrik manifold denir.

De ve arkadaşları 2003′te lokal φ- simetri kavramını genelleştirerek, Sasakian manifoldları üzerinde φ- tekrarlayan kavramını tanımlamışlardır $[15]$.

$\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu olmak üzere, $\forall\ X,Y,Z,W \in \Gamma(TM)$ vektör alanı için $A,\ M^{2n+1}$ üzerinde bir $1-$formdur.

A bir formu

$$\varphi^2\left((\nabla_W R)(X,Y)Z\right)=A(W)R(X,Y)Z \tag{1.2}$$

eşitliğini sağlarsa, φ-tekrarlayan olarak adlandırılır.

Eğer (1.2)' deki ifade ξ' ye ortogonal olan $\forall X,Y,Z,W \in \Gamma(TM)$ vektör alanı için geçerliyse manifolda lokal φ-tekrarlayan manifold denir.

O zamandan beri bir çok yazar, φ- simetri ve φ- tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu üzerinde birçok sonuç elde etmiştir$([13],[14])$.

Günümüzde hemen hemen değme metrik manifoldlar üzerine nulluk dağılımının çalışılması oldukça ilgi çekici bir konu olmuştur. k-nulluk dağılımı notasyonu $(k \in \mathbb{R})$ Gray (1966) ve Tanno (1978) tarafından (M,g) Riemann manifoldları çalışmasında herhangi bir $p \in M$ ve $k \in \mathbb{R}$ için;

$$N_p(k)=\left\{Z \in T_pM\ :\ \mathrm{R}(X,Y)\mathrm{Z}=k\left[g(Y,Z)X-g(X,Z)Y\right]\right\} \tag{1.3}$$

olarak tanımlanmıştır. Burada $X,Y \in T_pM$ olmak üzere T_pM; M'nin herhangi bir $p \in M$ noktasındaki tanjant vektör uzayını ve R; $(1,3)$-tipindeki Riemann eğrilik tensörünü gösterir.

Yakın zamanlarda Blair, Koufogiorgos ve Papantoniu (1995) tarafından bir değme metrik manifold olan $(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g)$ yapısı üzerinde (k,μ)-nulluk dağılımı isminde k-nulluk dağılımının genelleştirilmiş bir notasyonu herhangi bir $p \in M^{2n+1}$ ve $k,\mu \in \mathbb{R}$ için; $h = \frac{1}{2}L_\xi$ iken;

$$\begin{aligned} N_p(k,\mu) = \{ Z \in T_pM : \mathrm{R}(X,Y)Z = k[g(Y,Z)X - g(X,Z)Y] \\ + \mu[g(Y,Z)hX - g(X,Z)hY] \} \end{aligned} \tag{1.4}$$

olarak tanımlanmıştır. Burada L; Lie türevi gösterir.

2009 yılında Dileo ve Pastore tarafından bir hemen hemen Kenmotsu manifold olan $(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g)$ yapısı üzerinde k-nulluk dağılımının diğer bir genelleştirilmiş notasyonu olan $(k,\mu)'$-nulluk dağılımı notasyonu herhangi bir $p \in M^{2n+1}$ ve $k,\mu \in \mathbb{R}$ için; $h' = h \circ \phi$ iken;

$$N_p(k,\mu)' = \{ Z \in T_pM : \mathrm{R}(X,Y)Z = k[g(Y,Z)X - g(X,Z)Y] + \mu[g(Y,Z)h'X - g(X,Z)h'Y] \} \tag{1.5}$$

olarak tanımlanmıştır.

Bu bilgiler ışığında tez çalışmamızın birinci bölümü olan giriş bölümünde konu ile ilgili literatür bilgisi verilmiştir.

İkinci bölüm temel tanım ve kavramlar için ayrılmıştır. Bu bölüm 3 alt başlıktan oluşmaktadır. Birinci alt başlıkta Riemann manifoldları ile ilgili temel tanımlar verilmiştir. İkinci alt başlıkta hemen hemen değme manifoldlara ait temel kavramlar yer almıştır. Üçüncü alt başlıkta hemen hemen α-kosimplektik manifoldlara ait temel tanım ve özelliklerden bahsedilmiştir.

Üçüncü bölümde φ-tekrarlayan hemen hemen α-kosimplektik manifoldların bazı özellikleri elde edilmiştir.

Son bölüm ise sonuç ve önerilere ayrılmıştır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde, çalışmamız için gerekli olan temel kavramlar 3 alt başlık altında verilmiştir.

2.1. Riemann Manifoldları

Bu kısımda Riemann manifoldlarına ait temel kavramlar verilmiştir.

Tanım 2.1.1. M, n-boyutlu, diferensiyellenebilir C^∞ bir manifold olsun. M üzerindeki C^∞ vektör alanlarının uzayı $\chi(M)$ ve M den $\mathbb{R}$ ye C^∞ fonksiyonların uzayı $C^\infty(M,\mathbb{R})$ olmak üzere, M üzerinde;
C vektör alanlarının uzayı $\chi(M)$ olmak üzere; $C^\infty(M,\mathbb{R})$

$$\nabla : \chi(M) x \chi(M) \to \chi(M)$$
$$g : \chi(M) x \chi(M) \to C^\infty(M,\mathbb{R})$$

şeklinde tanımlanan pozitif, simetrik ve 2-lineer Riemann metriği g ile birlikte M ye bir Riemann manifoldu adı verilir ve (M,g) şeklinde gösterilir $[27]$.

M manifoldunun herhangi iki p ve q noktası için; M üzerinde bu noktalar birleştiren bir eğri bulunabilirse M ye bağlantılı manifold adı verilir $[31]$.

Tanım 2.1.2. M, n-boyutlu diferensiyellenebilir bir manifold ve M üzerindeki

$$\begin{aligned} \nabla : \chi(M) \times \chi(M) &\to \chi(M) \\ (X,Y) &\to \nabla(X,Y) = \nabla_X Y \end{aligned}$$

dönüşümü;

(i) $\nabla_X (Y+Z) = \nabla_X Y + \nabla_X Z;\qquad \forall X, Y, Z \in \chi(M)$

(ii) $\nabla_{fX+gY} Z = f\nabla_X Z + g\nabla_Y Z;\qquad \forall X, Y, Z \in \chi(M)$ ve $\forall f, g \in C^\infty(M,\mathbb{R})$

(iii) $\nabla_X (fY) = f\nabla_X Y + X(f)Y; \qquad \forall X, Y \in \chi(M)$ ve $\forall f \in C^\infty(M, \mathbb{R})$

özelliklerini sağlıyor ise ∇ ya M üzerinde bir afin konneksiyon adı verilir $[22]$.

Tanım 2.1.3. (M, g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu ve ∇ da M üzerinde tanımlanan bir afin konneksiyonu olmak üzere;

(i) $\nabla_X Y - \nabla_Y X = [X, Y]; \qquad \forall X, Y \in \chi(M)$

(ii) $Xg(Y, Z) = g(\nabla_X Y, Z) + g(Y, \nabla_X Z); \qquad \forall X, Y, Z \in \chi(M)$

şartlarını sağladığında ∇ da M üzerinde sıfır torsiyonlu Riemann Koneksiyon veya M 'nin Levi-Civita Konneksiyonu adı verilir $[22]$.

Tanım 2.1.4. (M, g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu ve ∇ da M üzerinde tanımlanan Levi-Civita konneksiyonu olmak üzere $\forall X, Y, Z \in \chi(M)$ için;

$$\begin{aligned} 2g(\nabla_X Y, Z) &= Xg(Y, Z) + Yg(Z, X) - Zg(X, Y) \\ &\quad - g(X, [Y, Z]) + g(Y, [X, Z]) + g(Z, [X, Y]) \end{aligned}$$

ile tanımlanan ifadeye Kozsul formülü adı verilir $[32]$.

Tanım 2.1.5. (M, g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu, ∇ da M üzerindeki Levi-Civita koneksiyonu olsun.

$$R : \chi(M) \times \chi(M) \to \chi(M)$$

$$R(X, Y)Z = \nabla_X \nabla_Y Z - \nabla_Y \nabla_X - \nabla_{[X,Y]} Z \qquad \forall X, Y, Z \in \chi(M) \qquad (2.1)$$

ile tanımlanan R fonksiyonu M üzerinde $(1,3)$-tipinde bir tensör alanıdır ve M 'nin Riemann eğrilik tensörü olarak adlandırılır.

Ayrıca

$$R(X, Y, Z, W) = g(R(X, Y)Z, W)$$

tensörüne M ' nin Riemann-Christoffel eğrilik tensörü adı verilir $[31]$.

Ayrıca , $X, Y, Z, W \in \chi(M)$ için Riemann eğrilik tensörü R;

(i) $R(X, Y)Z = -R(Y, X)Z,$

(ii) $R(X,Y)Z+R(Y,X)Z+R(Z,X)Y=0,$

(iii) $g\left(R(X,Y)V,W\right)=-g\left(R(X,Y)\mathrm{W},\mathrm{V}\right),$

(iv) $g\left(R(X,Y)V,W\right)=-g\left(R(\mathrm{V},\mathrm{W})\mathrm{X},\mathrm{Y}\right)$

özelliklerine sahiptir $[31]$.

Önerme 2.1.1. (M^n,g) bir Riemann manifold, ∇ da M^n üzerinde bir Levi-Cıvata konneksiyonu ve E, $(1,1)$-tipli bir tensör alanı olsun. O zaman,

$$(\nabla_X E)Y=\nabla_X EY-E(\nabla_X Y)$$

dır $[32]$.

Önerme 2.1.2. (M^n,g) bir Riemann manifoldu olsun. F simetrik bir tensör alanı olmak üzere, her X ,Y ,Z vektör alanları için,

$$g\left((\nabla_X F)Y,Z\right)=g\left(Y,(\nabla_X F)Z\right)$$

eşitliği geçerlidir $[32]$.

Önerme 2. 1. 3. (M^n,g) bir Riemann manifoldu olsun. G ters simetrik bir tensör alanı olmak üzere, her X ,Y ,Z vektör alanları için,

$$g\left((\nabla_X G)Y,Z\right)=-g\left(Y,(\nabla_X G)Z\right)$$

dır $[32]$.

Tanım 2.1.6. (M^n, g) bir Riemann manifoldu olsun. T_pM tanjant uzayının iki boyutlu altuzayı $\prod$ ve $V,W \in \prod$ vektörleri üzerine kurulan paralelkenarın alanı

$$g(V,V)g(W,W)-g(V,W)^2 \neq 0$$

olsun. O zaman,

$$K(V,W)=\frac{g\left(R(V,Y)W,V\right)}{g(V,V)g(W,W)-g(V,W)^2}$$

eşitliğinde $\prod$ nin kesit eğriliği denir ve $K(\prod)$ ile gösterilir [31].

Tanım 2.1.7. (M, g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu ve $\{e_1,e_2,...,e_n\}$ lokal ortonormal vektör alanları $\chi(M)$'nin bir bazı olmak üzere;

$$S:\chi(M)x\chi(M)\rightarrow C^{\infty}(M,\mathbb{R})$$

$$(X,Y)\rightarrow S(X,Y)=\sum_{i=1}^{n}g\left(R(e_i,X)Y,e_i\right) \quad ; \qquad \mathrm{X,Y}\in\chi(M) \qquad (2.2)$$

şeklinde tanımlı $(0\ ,2)$-tipindeki S tensör alanına, M üzerinde *Ricci eğrilik tensörü* adı verilir. Ayrıca Q Ricci operatörü

$$g(QX,Y)=S(X,Y)$$

biçiminde tanımlanır [10].

Tanım 2.1.8. (M, g) n-boyutlu Riemann manifoldu ve $\{e_1,e_2,...,e_n\}$ lokal ortonormal vektör alanları $\chi(M)$ ‘nin bir bazı olmak üzere;

$$r=\sum_{i=1}^{n}S(e_i,e_i) \qquad (2.3)$$

fonksiyonuna M ’ nin skaler eğrilik fonksiyonu adı verilir [41].

Tanım 2.1.9. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. Eğer, M ’nin kesitsel eğrilik fonksiyonu sabit ise M ’ye sabit eğrilikli uzay denir ve $M(c)$ ile gösterilir $[41]$.

Sonuç 2.1.9. (M,g) n -boyutlu c sabit eğrilikli bir Riemann manifoldu olsun. Bu durumda M ‘nin eğrilik tensörü R , $\forall X, Y, Z, W \in \chi(M)$ için;

$$R(X, Y, Z, W) = c\{g(Y, Z)g(X, W) - g(X, Z)g(Y, W)\}$$

biçimindedir $[41]$.

Tanım 2.1.10. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. M 'nin R eğrilik tensörü $\forall X, Y, Z, W \in \chi(M)$ için;

$$(\nabla_X R)(Y, Z)W = 0 \qquad (2.4)$$

koşulunu sağlıyorsa M 'ye lokal simetriktir denir$[6]$.

Tanım 2.1.11. (M^n, g) bir Riemann manifoldu olsun. Eğer M^n nin eğrilik tensörü paralel $(\nabla R = 0)$ ise o zaman, M^n ye lokal simetrik uzay denir $[41]$.

Tanım 2.1.12. (M^n, g) bir Riemann manifoldu ve M^n üzerinde bir pozitif fonksiyon ρ olsun. Bu durumda, $g^* = \rho^2 g$ eşitliği M^n üzerinde metrik değişimini tanımlar. Burada her bir noktadaki iki vektör arasındaki açı değişmezdir. Bu nedenle bu şekilde tanımlanan metrik değişimine metriğin bir konformal değişimi denir. Eğer ρ fonksiyonu sabit ise konformal dönüşüm homotetik olarak adlandırılır. Eğer ρ fonksiyonu özdeş olarak 1’e eşit ise bu dönüşüm bir izometri olarak adlandırılır.

Ayrıca, eğer bir g Riemann metriği lokal düzlemsel olan bir $g*$ Riemann metriği ile konformal olarak ilişkili ise o zaman, M^n Riemann manifolduna konformal düzlemsel denir $[41]$.

Tanım 2.1.13. (M^n, g) bir Riemann manifoldu olsun. M^n nin $(1,3)$-tipli Weyl konformal eğrilik tensör alanı C, M^n üzerindeki herhangi X, Y, Z vektör alanları için,

$$C(X,Y)Z = R(X,Y)Z - \frac{1}{n-2}\left[S(X,Z)Y - S(Y,Z)X + g(X,Z)QY - g(Y,Z)QX\right] + \frac{r}{(n-1)(n-2)}\left[g(X,Z)Y - g(Y,Z)X\right] \qquad (2.5)$$

şeklinde tanımlanır. Bundan başka, C nin divergensi c olmak üzere $(c = div\ C)$,

$$c(X,Y) = (\nabla_X Q)Y - (\nabla_Y Q)X - \frac{1}{2(n-2)}\left[(\nabla_X r)Y - (\nabla_Y r)X\right]$$

dır $[41]$.

Teorem 2.1.1. (M^n, g) bir Riemann manifoldu olsun. M^n nin konformal düzlemsel olması için gerek ve yeter koşul $n > 3$ için, $C = 0$ ve $n = 3$ için, $c = 0$ olmasıdır $[41]$.

Teorem 2.1.2. (M^n, g) bir sabit k eğriliğine sahip olan Riemann manifoldu olsun. Bu durumda, M^n üzerindeki herhangi X, Y, Z vektör alanları için,

$$R(X,Y)Z = k\left[g(Y,Z)X - g(X,Z)Y\right] \qquad (2.6)$$

dır $[41]$.

Tanım 2.1.14. k sabit eğrilikli, tam ve bağlantılı manifoldlara uzay form denir. n-boyutlu bir M^n uzay formu $M^n(k)$ ile gösterilir $[41]$.

Tanım 2.1.15. M^n bir C^∞ manifold olmak üzere,

$$\varphi : \mathbb{R} \times M^n \to M^n$$
$$(t,p) \to \varphi_t(p)$$

dönüşümü

(1) $\forall t \in \mathbb{R}$ için, $\varphi_t : P \to \varphi_t(P)$ diffeomorfizm,

(2) $\forall t,s \in \mathbb{R}$ ve $P \in M^n$ için, $\varphi_{t+s}(P) = \varphi_t(\varphi_s(P))$,

şartlarını sağlıyorsa φ ye M^n nin diferensiyellenebilir bir 1-parametreli grubu denir $[41]$.

Önerme 2.1.4. M^n bir C^∞ manifold ve M^n üzerindeki bir X vektör alanı yönündeki Lie türevi için,

(1) $\mathrm{L}_X(Y \otimes Z) = (L_X Y) \otimes Z + Y \otimes (L_X Z)$, ($Y, Z$ herhangi tensör alanları)

(2) $\mathrm{L}_X f = X(f)$, (f, K cismi üzerinde bir fonksiyon)

(3) $\mathrm{L}_X V = [X, V]$, $\mathrm{V} \in \chi(M^n)$

özellikleri geçerlidir $[41]$.

Tanım 2.1.16. (M^n, g) bir Riemann manifoldu olsun. Her X vektör alanı için, $L_X g = 0$ ise X vektör alanına Killing vektör alanı denir $[41]$.

Tanım 2.1.17. $(M^n, g),(\tilde{M}^{n+d}, \tilde{g})$ Riemann manifoldunun bir alt manifoldu olsun. O zaman,

$$H = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} B(e_i, e_i)$$

şeklinde tanımlanan H vektör alanına M^n nin ortalama eğrilik vektör alanı denir $[32]$.

Tanım 2.1.18. $\left(\tilde{M}^{n+d},\tilde{g}\right)$ Riemann manifoldunun bir alt manifoldu $\left(M^n,g\right)$ olsun. $\forall X,Y\in\chi\left(M^n\right)$ olmak üzere,

$$B\left(X,Y\right)=g\left(X,Y\right)H$$

eşitliği sağlanıyorsa M^n ye total umbilik alt manifold denir $\left[8\right]$.

Ayrıca $\forall X,Y\in\chi\left(M^n\right)$ için,

$$B\left(X,Y\right)=0$$

ise, M^n manifolduna total geodeziktir denir $\left[41\right]$.

2.2.Hemen Hemen Değme Manifoldlar

Bu kısımda hemen hemen değme manifoldlar ile ilgili temel kavramlar veriliştir.

Tanım 2.2.1. M **,** $(2n+1)-$boyutlu bir manifold, φ,ξ,η da M üzerinde sırasıyla $(1,1)-$tipinde bir tensör alanı, bir vektör alanı ve $1-$form olsunlar. Eğer φ,ξ,η için M üzerinde herhangi bir vektör alanı X olmak üzere

$$\eta(\xi)=1$$

$$\varphi^2=-I+\eta\otimes\xi \tag{2.7}$$

eşitlikleri sağlanıyorsa (φ,ξ,η) üçlüsüne M üzerinde bir hemen hemen değme yapı ve bu yapıyla birlikte M 'ye bir hemen hemen değme manifold denir $[41]$.

Teorem 2.2.1. (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısı ile birlikte verilen M manifoldu üzerinde ;

$$\varphi\xi=0$$

$$\eta\circ\varphi=0$$

$$\operatorname{rank}(\varphi)=2n \tag{2.8}$$

eşitlikleri sağlanır $[41]$.

Tanım 2.2.2. M^{2n+1}; (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısı ile verilsin. M^{2n+1} üzerinde bir g Riemann metriği

$$\eta(X)=g(X,\xi),$$

$$g(\varphi X,\varphi Y)=g(X,Y)-\eta(X)\eta(Y) \tag{2.9}$$

şartlarını sağlıyorsa g metriğine M^{2n+1} üzerinde hemen hemen değme metrik, (φ,ξ,η,g) yapısına hemen hemen değme metrik yapı ve (φ,ξ,η,g) yapısı ile M^{2n+1} ye de hemen hemen değme metrik manifold denir $[41]$.

Teorem 2.2.2. $(2n+1)$-boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$g(\varphi X,\varphi Y) = g(X,Y) - \eta(X)\eta(Y) \tag{2.10}$$

olacak şekilde bir g Riemann metriği daima vardır $[41]$.

Sonuç 2.2.1. $(2n+1)$-boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$g(\varphi X,Y) = -g(X,\varphi Y) \tag{2.11}$$

dir. Bu da φ ’nin g ’ye göre anti-simetrik bir tensör alanı olduğunu gösterir $[41]$.

Teorem 2.2.3. $(2n+1)$-boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde bir η kontak yapısı verildiğinde, $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$g(X,\varphi Y) = d\eta(X,Y) \tag{2.12}$$

olacak şekilde bir (φ,ξ,η,g) hemen hemen değme metrik yapısı vardır $[41]$.

Tanım 2.2.3. M üzerinde bir hemen hemen değme metrik yapısı (φ,ξ,η,g) olmak üzere $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$\varphi(X,Y) = g(X,\varphi \mathrm{Y}) \tag{2.13}$$

şeklinde tanımlı φ dönüşümüne hemen hemen değme metrik yapısının temel $2-$formu denir $[41]$.

Tanım 2.2.4. (M^n, g) bir Riemann manifold ve $x_1, x_2, ..., x_n$ M^n nin lokal koordinatları olsun. $\omega = \sqrt{|g|} dx_1 \wedge dx_2 \wedge ... \wedge dx_n$ ve $g(x) > 0$ ise ω ye M^n üzerindeki bir hacim form denir. Burada dx_i , M^n üzerindeki kotanjant uzayında 1-formlar ve $|g|$, M^n üzerinde metrik tensörün determinantıdır $[37]$.

Tanım 2.2.5. (M^n, g) bir Riemann manifoldu olsun. M^n üzerinde bir hacim form mevcut ise M^n ye yönlendirilebilirdir denir $[20]$.

Sonuç 2.2.2. Φ temel 2-formu ters simetrik ve Tanım 2.2.3. yardımıyla $\eta \wedge \Phi^n \neq 0$ dır. Böylece Tanım 2.2.5. gereğince $(M^n, \varphi, \xi, \eta, g)$ hemen hemen değme metrik manifoldu yönlendirilebilirdir $[9]$.

Tanım 2.2.6. M^n bir C^∞ manifold olsun. Eğer ω 1-form ise, keyfi X, Y vektör alanları için,

$$2d\omega(X,Y) = X\left(\omega(Y)\right) - Y\left(\omega(X)\right) - \omega[X,Y]$$

dır. Eğer ω 2-form ise,

$$\begin{aligned} 3d\omega(X,Y,Z) = {} & X\left(\omega(Y,Z)\right) + Y\left(\omega(Z,X)\right) + Z\left(\omega(X,Y)\right) - \omega([X,Y],Z) \\ & - \omega([Y,Z],X) - \omega([Z,X,Y]) \end{aligned}$$

dır $[41]$.

Önerme 2.2.1. $(M^n, \varphi, \xi, \eta, g)$ bir hemen hemen değme metrik manifold ve ∇ Riemann konneksiyonu olsun. Keyfi X, Y, Z vektör alanları için,

$(i)\ (\nabla_X \Phi)(Y,Z) = g(Y,(\nabla_X \Phi)Z)$

$(ii)\ (\nabla_X \Phi)(Y,Z) + (\nabla_X \Phi)(\varphi Y, \varphi Z) = \eta(Z)(\nabla_X \eta)\varphi Y - \eta(Y)(\nabla_X \eta)\varphi Z$

$(iii)\ (\nabla_X \eta)Y = g(Y, \nabla_X \xi) = (\nabla_X \Phi)(\xi, \varphi Y)$

$(iv)\ 2\mathrm{d}\eta(X,Y) = (\nabla_X \eta)Y - (\nabla_Y \eta)X$

$(v)\ 3\mathrm{d}\Phi(X,Y,Z) = \underset{X,Y,Z}{\oplus}(\nabla_X \Phi)(Y,Z)$

eşitlikleri geçerlidir. Burada $\underset{X,Y,Z}{\oplus}$, X,Y,Z vektör alanları üzerinden alınan devirli toplamı göstermektedir.

Ayrıca, $\{X_i, \varphi X_i, \xi\}$ $i = 1,2,...,n$, olmak üzere, M^{2n+1} in açık bir alt cümlesi üzerinde tanımlanan bir lokal ortonormal baz olsun. O zaman, δ operatörü

$$\delta_n = \sum_{i=1}^{n} \left\{ (\nabla_X , \eta) X_i + (\nabla_{\varphi X_i} \eta) \varphi X_i \right\}$$

şeklinde elde edilir $[9]$.

Tanım 2.2.7. M^n bir reel diferensiyellenebilir manifold olsun. Eğer M^n nin her p noktası için $J^2 = -I$ olacak şekilde T_pM tanjant uzayının bir J endomorfizması mevcut ise , o zaman M^n üzerindeki J tensör alanına bir hemen hemen kompleks yapı adı verilir. Bir J hemen hemen kompleks yapısı ile verilen manifolda bir hemen hemen kompleks manifold denir $[41]$.

M üzerinde bir hemen hemen değme metrik yapısı (φ, ξ, η, g) ile verilsin. O zaman, $M \times \mathbb{R}$ üzerinde herhangi bir vektör alanı

$$\left(X, f\frac{d}{dt} \right)$$

şeklinde tanımlanır. Burada X , M manifolduna teğet bir vektör alanı; t , $\mathbb{R}$ nin bir koordinatı ve f , $M \times \mathbb{R}$ üzerinde bir C^∞ fonksiyondur.

M üzerinde (φ,ξ,η,g) bir hemen hemen değme metrik yapı olsun. Böylece $M \times \mathbb{R}$ üzerindeki bir hemen hemen kompleks yapı

$$J\left(X, f\frac{d}{dt}\right)=\left(\varphi X - f\xi, \eta(X)\frac{d}{dt}\right)$$

biçiminde tanımlanır. Kolayca $J^2=-I$ elde edilir $[41]$.

Tanım 2.2.8. M diferansiyellenebilir bir manifold olmak üzere, M üzerinde $(1,1)-$tipinde bir tensör alanı F olsun. $\forall X,Y\in\chi(M)$ için;

$$N_F(X,Y)=F^2[X,Y]+[FX,FY]-F[FX,Y]-F[X,FY]$$

şeklinde tanımlı N_F tensör alanına F tensör alanının Nijenhuis torsiyon tensörü adı verilir.

J, M üzerinde bir hemen hemen kompleks yapı olmak üzere $F=J$ olarak alınırsa;

$$\begin{aligned}N_J(X,Y)&=J^2[X,Y]+[JX,JY]-J[J,XY]-J[X,JY]\\&=-[X,Y]+[JX,JY]-J[J,XY]-J[X,JY]\end{aligned}$$

eşitliği elde edilir $[41]$.

Tanım 2.2.9. (M,J) bir hemen hemen kompleks manifold olsun. Eğer M üzerinde ise $N_J=0$ ise J dönüşümüne integrallenebilirdir denir $[41]$**.**

Tanım 2.2.10. Eğer $M^{2n}\times\mathbb{R}$ üzerindeki bir J hemen hemen kompleks yapısı integrallenebilir ise (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısına normaldir denir $[41]$.

Önerme 2.2.2. M^{2n+1} üzerinde bir (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısının normal olması için gerek ve yeter şart;

$$\varphi^2[X,Y]+[\varphi X,\varphi Y]-\varphi[\varphi X,Y]-\varphi[X,\varphi Y]+2d\eta(X,Y)\xi \qquad (2.14)$$

ifadesinin sıfıra eşit olması yani

$$N_\varphi(X,Y)+2d\eta(X,Y)\xi=0$$

eşitliğinin sağlanmasıdır. Burada N_φ,φ tensör alanına göre Nijenhuis torsiyon tensörüdür $[41]$.

Tanım 2.2.11. (M^{2n},J) hemen hemen kompleks manifold olsun. M^{2n} üzerindeki her X,Y vektör alanları için,

$$g(JX,JY)=g(X,Y)$$

şeklinde verilen g Riemann metriğine Hermit metriği denir. Hermit metriği ile verilen bir hemen hemen kompleks manifolda bir hemen hemen Hermit manifoldu denir. Hermit metriği ile verilen kompleks manifolda ise Hermit manifoldu denir $[4]$.

Tanım 2.2.12. (M^{2n},J,g) bir hemen hemen Hermit manifoldu olsun. Her X,Y vektör alanları için,

$$\Omega(X,Y)=g(X,JY)$$

eşitliği ile tanımlanan Ω 2-formuna hemen hemen Hermit yapısının temel 2-formu denir. Eğer $d\Omega=0$ ise (J,g) yapısına hemen hemen Kaehler yapı denir. Bu yapı ile elde edilen manifolda ise hemen hemen Kaehler manifoldu denir. Bir Kaehler yapı ile verilen kompleks manifolda Kaehler manifoldu denir. Bir Hermit manifoldunun bir Kaehler manifold olması için gerek ve yeter koşul $\nabla J=0$ eşitliğinin sağlanmasıdır $[4]$.

Tanım 2.2.13. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$, bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. O zaman verilen bu yapı

$$d\Phi=0 \ \ (\Phi\text{, kapalıdır}), \ \ d\eta=0 \ \ (\eta\text{, kapalıdır})$$

şartlarını sağlıyorsa M^{2n+1} manifolduna hemen hemen kosimplektik manifold denir.

Eğer bir hemen hemen kosimplektik manifoldu normal ise bu manifolda kosimplektik manifold denir $[30]$.

Teorem 2.2.4. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$, bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. M^{2n+1} manifoldunun bir kosimplektik manifold olması için gerek ve yeter koşul $\nabla\Phi$ ve $\nabla\eta$ kovaryant türevlerinin sıfıra eşit olmasıdır $[30]$.

Yardımcı Teorem 2.2.1. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen değme manifoldu olsun. Eğer Φ 2-formu kapalı ise,

$$\begin{aligned}\left(\nabla_{\varphi X}\Phi\right)(\varphi Y,Z)+\left(\nabla_X\Phi\right)(Y,Z)-\eta(X)\left[d\eta(\varphi Y,Z)+d\eta(Y,\varphi Z)\right]&\\ +\eta(Y)\left[d\eta(\varphi Z,X)-\frac{1}{2}\left(L_\xi g\right)(Z,\varphi X)\right]+\eta(Z)\left[d\eta(\varphi X,Y)\right]&=0\end{aligned}$$

eşitliği sağlanır $[30]$.

Yardımcı Teorem 2.2.2. Bir hemen hemen kosimplektik manifold üzerinde

$$\left(\nabla_{\varphi X}\varphi\right)(\varphi Y)+\left(\nabla_{X\varphi}\right)(Y)-\eta(Y)\nabla_{\varphi X}\xi=0$$

eşitliği geçerlidir $[30]$.

Tanım 2.2.14. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. Eğer M manifoldu üzerinde her X,Y,Z vektör alanları ve $\alpha\in\mathbb{R}$, $\alpha\neq 0$ için,

$$d\eta = 0, \qquad d\Phi = 2\alpha\eta \wedge \Phi$$

şartları geçerli ise M manifolduna bir hemen hemen α-Kenmotsu manifoldu denir. $\alpha = 1$ durumu hemen hemen Kenmotsu olarak adlandırılır $[26]$.

Önerme 2.2.3. $(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g)$ bir hemen hemen Kenmotsu manifoldu olsun. Bu durumda,

$$\eta' = \frac{1}{\alpha}\eta \ , \ \xi' = \alpha\xi \ , \ \varphi' = \varphi \ , \ g' = \frac{1}{\alpha^2} g \ , \ \alpha \neq 0 \ , \ \alpha \in \mathbb{R} \tag{2.15}$$

şeklinde tanımlı homotetik deformasyon yardımıyla M^{2n+1} üzerinde bir $(\varphi', \xi', \eta', g')$ hemen hemen α-Kenmotsu manifoldu elde edilir $[40]$.

Teorem 2.2.5. $(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g)$ bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. M^{2n+1} nin bir Kenmotsu manifold olması için gerek ve yeter koşul

$$(\nabla_X \varphi)Y = g(\varphi X, Y)\xi - \eta(Y)\varphi X \ , \ \nabla_X \xi = -\varphi^2 X \ ; \ \forall X, Y \in \chi(M^{2n+1}) \tag{2.16}$$

dır $[26]$.

2.3. α - Kosimplektik Manifoldlar

Bu kısımda hemen hemen α -kosimplektik manifoldlar ile ilgili temel kavramlara yer verilmiştir.

Tanım 2.3.1. (M,φ,ξ,η,g), $(2n+1)$-boyutlu bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. Herhangi vektör alanları ve keyfi α reel sayısı için, M^{2n+1} üzerinde

$$d\eta = 0, \quad d\Phi = 2\alpha\eta \wedge \Phi$$

eşitlikleri sağlanıyorsa M^{2n+1} ye hemen hemen α -kosimplektik manifold denir. Özel olarak, $\alpha = 0$ için hemen hemen kosimplektik, $\alpha \neq 0$ durumunda ise hemen hemen α-Kenmotsu manifoldu elde edilir $[40]$.

Yardımcı Teorem 2.3.1. M^{2n+1} manifoldunun bir (φ,ξ,η,g) hemen hemen değme metrik yapısı için,

$$\begin{aligned}2g\left((\nabla_X\varphi)Y,Z\right) &= 2d\Phi(X,\varphi Y,\varphi Z) - 3d\Phi(X,Y,Z) + g\left(N^{(1)}(Y,Z),\varphi X\right)\\ &\quad + N^{(2)}(Y,Z)\eta(X) + 2\mathrm{d}\eta(\varphi Y,X)\eta(Z) - 2d\eta(\varphi Z,X)\eta(Y) \qquad (2.17)\end{aligned}$$

dir. Burada $N^{(1)}, N^{(2)}$ tensör alanları sırasıyla,

$$N^{(1)}(X,Y) = N_\varphi(X,Y) + 2d\eta(X,Y)\xi \qquad (2.18)$$

$$N^{(2)}(X,Y) = (L_{\varphi X}\eta)Y - (L_{\varphi Y}\eta)X \qquad (2.19)$$

dir $[4]$.

Teorem 2.3.1. $(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g)$ bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. M^{2n+1} manifoldunun bir kosimplektik manifold olması için gerek ve yeter şart $\nabla\varphi$ ve $\nabla\eta$ kovaryant türevlerinin sıfıra eşit olmasıdır $[4]$.

Önerme 2.3.1. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen α -kosimplektik manifold olsun. O zaman, her X,Y vektör alanları için,

$$hX=\frac{1}{2}\left(L_{\xi}\varphi\right)X\ ,\quad h\left(\xi\right)=0 \tag{2.20}$$

$$\nabla_X\xi=-\alpha\varphi^2X-\varphi hX \tag{2.21}$$

$$\nabla_{\xi}\xi=0\ \ ,\qquad \nabla_{\xi}\varphi=0 \tag{2.22}$$

$$\left(\varphi\circ h\right)X+\left(h\circ\varphi\right)X=0 \tag{2.23}$$

$$\left(\nabla_X\eta\right)Y=\alpha\left[g\left(X,Y\right)-\eta\left(X\right)\eta\left(Y\right)\right]+g\left(\varphi Y,hX\right) \tag{2.24}$$

$$\delta_n=-2\alpha n,\quad tr\left(h\right)=0 \tag{2.25}$$

$$h=0\Leftrightarrow\nabla\xi=-\alpha\varphi^2 \tag{2.26}$$

eşitlikleri sağlanır $\left([16],[40]\right)$

Önerme 2.3.2. M bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. Bu durumda Levi-Civita koneksiyonu her X,Y,Z vektör alanı için ;

$$2g\left((\nabla_X\varphi)Y,Z\right)=2\alpha g\left(g\left(\varphi X,Y\right)\xi-\eta\left(Y\right)\varphi X,Z\right)+g\left(N\left(Y,Z\right),\varphi X\right)$$

eşitliği ile ifade edilir $[23]$.

Önerme 2.3.3. Bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldun D dağılımının integral altmanifoldlarının Kaehler yapıda olması için gerek ve yeter şart her X,Y vektör alanı için

$$\left(\nabla_X\varphi\right)Y=-g\left(\varphi AX,Y\right)\xi+\eta\left(Y\right)\varphi AX$$

olmasıdır.

Burada $AX=-\nabla_X\xi$ ve $h=\frac{1}{2}\left(L_{\xi}\varphi\right)$ olarak alınmıştır. Bu koşul,

$$\left(\nabla_X\varphi\right)Y=\alpha\left(g\left(\varphi X,Y\right)\xi-\eta\left(Y\right)\varphi X\right)+g\left(hX,Y\right)\xi-\eta\left(Y\right)hX$$

şeklinde de yazılabilir $[28]$.

Önerme 2.3.4. M bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. M üzerinde $(1,1)-$tipli A tensör alanı $A=-\nabla\xi$ şeklinde tanımlanırsa A bir simetrik operatördür ve

(i) $A(\xi)=0$

(ii) $A\circ\varphi+\varphi\circ A=-2\alpha\varphi$

(iii) $tr(A)=-2\alpha n$

(iv) $\nabla_X\xi=-\alpha\varphi^2X-\varphi hX$

ifadeleri sağlanır $[33]$.

Önerme 2.3.5. M bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. M üzerinde $(1,1)-$tipli h tensör alanı $h=\frac{1}{2}(L_\xi\varphi)$ şeklinde tanımlanırsa h bir simetrik operatördür ve

(i) $h(\xi)=0$

(ii) $h\circ\varphi+\varphi\circ h=0$

(iii) $trh=0$

(iv) $tr(\varphi h)=0$

ifadeleri sağlanır $[3]$.

Önerme 2.3.6. M bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. R, Riemann eğrilik tensörü ve S, Ricci tensör alanı olmak üzere M üzerinde X ve Y vektör alanları için;

$$\begin{aligned} R(X,Y)\xi=&\alpha^2\left[\eta(X)Y-\eta(Y)X\right]-\alpha\left[\eta(X)\varphi hY-\eta(Y)\varphi hX\right] \\ &+(\nabla_Y\varphi h)X-(\nabla_X\varphi h)Y \end{aligned} \tag{2.27}$$

$$R(X,\xi)\xi=\alpha^2\varphi^2X+\alpha\varphi hX-h^2X+\varphi(\nabla_\xi h)X \tag{2.28}$$

$$R(\xi, X)\xi - \varphi R(\xi, \varphi X)\xi = 2\left(-\alpha^2\varphi^2 X + h^2 X\right) \tag{2.29}$$

$$S(X, \xi) = -2n\alpha^2\eta(X) - \left(div(\varphi h)\right)X \tag{2.30}$$

$$S(\xi, \xi) = -2n\alpha^2 - tr\left(h^2\right) \tag{2.31}$$

eşitlikleri sağlanır $[33]$.

Yardımcı Teorem 2.3.2. $\left(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g\right)$ bir hemen hemen değme manifold olsun. O zaman, her X vektör alanı için,

$$\left(\nabla_\xi h\right)\circ\varphi + \varphi\circ\left(\nabla_\xi h\right) = 0$$

eşitliği geçerlidir $[4]$.

Önerme 2.3.7. $\left(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g\right)$ bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. O zaman, $\forall X, Y \in \chi(M)$ için Levi-Civita konneksiyonu

$$(\nabla_X \varphi)Y + \left(\nabla_{\varphi X}\varphi\right)\varphi Y = -\alpha\left[\eta(Y)\varphi X + 2g(X, \varphi Y)\xi\right] - \eta(Y)hX \tag{2.32}$$

eşitliğini sağlar. Ayrıca, (2.32) eşitliği kullanılarak

$$\varphi(\nabla_X \varphi)Y - (\nabla_X \varphi)Y = 2\alpha\eta(Y)\varphi X - g(\alpha\varphi X + hX, Y)\xi \tag{2.33}$$

elde edilir $[40]$.

Yardımcı Teorem 2.3.3. $\left(M^{2n+1}, \phi, \xi, \eta, g\right)$, $(2n+1)$ boyutlu hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu ve ξ , $(k,\mu)'$- nulluk dağılımına ait olsun. $h' \neq 0$ olmak üzere, eğer $n > 1$ ise $\forall\ X \in \Gamma(TM)$ için

$$QX = -2n\alpha^2 X + 2n(k+\alpha^2)\eta(X)\xi + \left[\mu - 2\alpha\left(n-1\right)\right]h^{'}X \qquad (2.34)$$

elde edilir.

Eğer k ve μ sabit iseler, $\forall\ X \in \Gamma(TM)$ için

$$QX = -2n\alpha^2 X + 2n(k+\alpha^2)\eta(X)\xi - 2n\alpha h^{'}X \qquad (2.35)$$

elde edilir. Her iki durumda da, M^{2n+1} manifoldunun skaler eğriliği $2n(k-2n)$ ’ dir $[1]$.

Yardımcı Teorem 2.3.4. $\left(M^{2n+1}, \phi, \xi, \eta, g\right)$, $(2n+1)$ boyutlu hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu ve ξ , $(k,\mu)'$- nulluk dağılımına ait olsun. $h' \neq 0$ olmak üzere, , eğer $n > 1$ ise $\forall\ X \in \Gamma(TM)$ için ,

$$QX = -2n\alpha^2 X + 2n(k+\alpha^2)\eta(X)\xi - 2\alpha(n-1)h'X + \mu hX \qquad (2.36)$$

olur.

Burada, M^{2n+1} manifoldunun skaler eğriliği $2n(k-2n)$ ’dir $[1]$.

Yardımcı Teorem 2.3.5. $(M^{2n+1}, \phi, \xi, \eta, g)$**,** hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu ve $h \neq 0$ olsun. Eğer ξ, $(k,\mu)'$- nulluk dağılımına ait ise bu durumda

$$\xi(\lambda) = -\lambda(\mu+2)\, , \xi(k) = -2(k+1)(\mu+2) \qquad (2.37)$$

eşitlikleri sağlanır.

Ayrıca, $2n+1 \geq 5$ ise, $\forall\ X \in D$ için $X(\lambda)=0,\quad X(k)=0,\ X(\mu)=0$ ‘dır $[41]$.

Yardımcı Teorem 2.3.6. $[16]$ $(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g)$**,** bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun öyle ki $(k,-2\alpha)'$- nulluk dağılımı ξ yi içerir ve $h \neq 0$ dır. Ayrıca; $\forall\ X_\lambda, Y_\lambda, Z_\lambda \in [\lambda]'$ ve $\forall\ X_{-\lambda}, Y_{-\lambda}, Z_{-\lambda} \in [-\lambda]'$ için Riemanian eğrilik tensörü aşağıdaki koşulları sağlar:

$$R(X_\lambda, Y_\lambda)Z_{-\lambda} = 0\,,$$

$$R\left(X_{-\lambda}, Y_{-\lambda}\right)Z_\lambda = 0\,,$$

$$R(X_\lambda, Y_{-\lambda})Z_\lambda = (k+2\alpha)g(X_\lambda, Z_\lambda)Y_{-\lambda},$$

$$R(X_\lambda, Y_{-\lambda})Z_{-\lambda} = -(k+2\alpha^2)g(Y_{-\lambda}, Z_{-\lambda})X_\lambda,$$

$$R(X_\lambda, Y_\lambda)Z_\lambda = (k-2\alpha\lambda)\left[g(Y_\lambda, Z_\lambda)X_\lambda - g(X_\lambda, Z_\lambda)Y_\lambda\right],$$

$$R(X_{-\lambda}, Y_{-\lambda})Z_{-\lambda} = (k+2\alpha\lambda)\left[g(Y_{-\lambda}, Z_{-\lambda})X_{-\lambda} - g(X_{-\lambda}, Z_{-\lambda})Y_{-\lambda}\right],$$

Burada $\lambda^2 = -(\alpha^2 + k)$' dir $[1]$.

Önerme 2.3.8. $(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g)$, bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. O zaman, $\forall X, Y \in \chi(M)$ için,

$$\begin{aligned} & g(R_{\xi X}Y, Z) - g(R_{\xi X}\varphi Y, \varphi Z) + g(R_{\xi\varphi X}\varphi Y, \varphi Z) + g(R_{\xi\varphi X}\varphi Y, Z) \\ & = 2(\nabla_{hX}\Phi)(Y, Z) + 2\alpha^2\eta(Y)g(X, Z) - 2\alpha^2\eta(Z)g(X, Y) \\ & \quad - 2\alpha\eta(Y)g(\varphi hX, Z) + 2\alpha\eta(Z)g(\varphi hX, Y) \end{aligned} \tag{2.38}$$

eşitliği sağlanır$[23]$.

Tanım 2.3.2. M^n bir C^∞ manifold olsun. Keyfi bir $p \in M^n$ noktası için T_pM nin r-boyutlu alt uzayı$(r \le n)$ D ve D_p nin bir koleksiyonu $D = \{D_p\}$ olmak üzere, p noktasını ihtiva eden M^n nin bir U açık altcümlesi üzerinde C^∞ sınıfından lineer bağımsız $\{X_1, ..., X_r\}$ vektör alanları U nun her $q \in M^n$ noktasında hala D_p nin bir bazı oluyorsa D ye M^n üzerinde bir r-boyutlu dağılım ve $\{X_1, ..., X_r\}$ cümlesine U üzerinde D için bir lokal baz denir $[36]$.

Tanım 2.3.3. M^n bir C^∞ manifold ve M^n nin bir r-boyutlu dağılımı D olsun. M^n nin bir haritası $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ olmak üzere, $\left\{\frac{\partial}{\partial x_1}, ..., \frac{\partial}{\partial x_r}\right\}$ cümlesi D dağılımı için bir baz oluşturuyorsa x haritasına D dağılımına göre düzlemseldir denir. Eğer M^n

nin her noktasında tanımlı olan D dağılımı için bir düzlemsel harita bulunabiliyorsa D dağılımına integrallenebilirdir denir $[36]$.

Tanım 2.3.4. M^n bir C^∞ manifold, M^n nin r-boyutlu bağlantılı altmanifoldu N ve M^n nin bir r-boyutlu dağılımı olsun. Her $p \in N$ için, $D_p = T_p N$ ise N ye M^n nin r-boyutlu integral alt manifoldu denir $[36]$.

Önerme 2.3.9. M^n bir manifold ve ω M^n üzerinde C^∞ bir 1-form olsun. M^n nin her $p \in M^n$ noktası için $n = boy\left(\ker \omega_p\right) = r$ sabit ise $\ker \omega_p$ M^n üzerinde bir r-boyutlu dağılımdır $[36]$.

Teorem 2.3.2. (Frobenius Teoremi) M^n bir C^∞ manifold ve M^n nin bir r-boyutlu dağılımı D olsun. D dağılımının integrallenebilmesi için gerek ve yeter koşul her $X,Y \in D$ için $[X,Y] \in D$ olmasıdır $[36]$.

Önerme 2.3.10. M^n bir C^∞ manifold ω M^n üzerinde C^∞ bir 1-form ve her $p \in M^n$ noktası için $n = boy\left(\ker \omega_p\right) = r$ sabit olsun. Böylece $D = \left\{\ker \omega_p : p \in M^n\right\}$ dağılımının integrallenebilmesi için gerek ve yeter koşul her $X,Y \in \ker \omega_p$ için $d\omega(X,Y) = 0$ olmasıdır $[36]$.

Uyarı 2.3.1. $\left(M^{2n+1}, \varphi, \xi, \eta, g\right)$ bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. Her $p \in M^{2n+1}$ için,

$$D_p = \ker n_p = \left\{X \in T_p M : \eta\left(X_p\right) = 0\right\}$$

ve $D = \left\{D_p\right\}$ olmak üzere, $boy\left(D_p\right) = 2n$ olduğundan Önerme 2.3.4. gereğince D M^{2n+1} nin bir $2n$-boyutlu dağılımı olur. Diğer yandan, M^{2n+1} bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olduğundan $d\eta = 0$ olup, Önerme 2.3.5. yardımıyla D dağılımı integrallenebilirdir. Böylece D dağılımına $2n$-boyutlu integral alt manifoldları karşılık gelir.

Önerme 2.3.11. Bir hemen hemen kosimplektik manifold bir hemen hemen Kaehler manifold ile $\mathbb{R}$ veya S^1 nin bir lokal aşikar çarpımı olması için gerek ve yeter koşul $h=0$ olmasıdır $[40]$.

Teorem 2.3.3. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen Kenmotsu manifoldu ve $h=0$ olsun. O zaman, M manifoldu $M' \times_{f^2} N^{2n}$ olacak şekilde lokal bir katlı çarpımla ifade edilir. Burada N^{2n} bir hemen hemen Kaehler manifold, t koordinatı ile verilen açık aralık M' ve bazı c pozitif sabitleri için $f^2=ce^{2t}$ dır $[16]$.

Önerme 2.3.12. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. Bu durumda,

(1) D dağılımının integral altmanifoldu hemen hemen Kaehler yapıdadır,

(2) $\alpha=0$ durumunda D dağılımının integral altmanifoldu total geodezik veya $\alpha\neq 0$ durumunda D dağılımının integral alt manifoldunun total umbilik olması için gerek ve yeter koşul $h=0$ olmasıdır $[40]$.

Önerme 2.3.13. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. O zaman, M^{2n+1} nin α-kosimplektik manifold olması için gerek ve yeter koşul D dağılımının integral altmanifoldlarının Kaehler ve $h=0$ olmasıdır $[26]$.

Önerme 2.3.14. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$, D değme dağılımının integral altmanifoldları Kaehler olacak şekilde bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. O zaman, M^{2n+1} in α-kosimplektik manifold olması için gerek ve yeter koşul $\nabla\xi=-\alpha\varphi^2$ olmasıdır $[40]$.

Sonuç 2.3.1. (M,φ,ξ,η,g) 3-boyutlu bir hemen hemen α-kosimplektik manifoldu $\nabla\xi=-\alpha\varphi^2$ şartını sağlıyorsa bir α-kosimplektik manifoldudur $[40]$.

İspat. Boyutun 3 olması durumunda, D dağılımının integral altmanifoldları boyutu 2 olan hemen hemen Kaehler yapıdadırlar. Böylece Önerme 2.3.8. den dolayı ispat tamamlanır.

Uyarı 2.3.2. Yukarıda verilen sonuçlar $[17]$, $[18]$ de $\alpha=1$ durumu için elde edilmiştir.

Tanım 2.3.5. (M,g) bir Riemann manifoldu ve R bu manifolda ait Riemann eğrilik tensörü olsun. $\forall X,Y,Z\in\chi(M)$ için,

$$R(X,Y)Z+R(Z,X)Y+R(Y,Z)X=0 \qquad (2.39)$$

eşitliği I.Bianchi özdeşliği olarak adlandırılır $[41]$.

Tanım 2.3.6. (M,g) bir Riemann manifoldu olsun $\forall X,Y,Z\in\chi(M)$ için,

$$Ric(X,Y)=\lambda g(X,Y)$$

olacak biçimde M üzerinde bir λ fonksiyonu var ise M ye Einstein manifoldu adı verilir $[8]$.

Önerme 2.3.15. Hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold üzerinde aşağıdaki bağıntılar geçerlidir$[17]$.

$$\nabla_X\xi=-\alpha\varphi^2X-\varphi hX \quad (\Rightarrow\nabla_\xi\xi=0) \qquad (2.40)$$

$$\varphi l\varphi-l=2\left[h^2-\alpha^2\varphi^2\right] \qquad (2.41)$$

$$R(X,Y)\xi=\alpha^2\left[\eta(X)Y-\eta(Y)X\right]-\alpha\left[\eta(X)\varphi hY-\eta(Y)\varphi hX\right]$$
$$+(\nabla_Y\varphi h)X-(\nabla_X\varphi h)Y. \qquad (2.42)$$

$(1,1)$-tipindeki $h'=h\circ\phi$ simetrik tensör alanı φ ile ters değişmelidir ve $h'\xi=0$ dır. ayrıca;

$$h=0\Leftrightarrow h'=0\,,\; h'^2=\left(k+\alpha^2\right)\varphi^2\Leftrightarrow h^2=\left(k+\alpha^2\right)\varphi^2 \qquad (2.43)$$

Önerme 2.3.16. M bir hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold ve $\tilde{M}$, D dağılımının bir integral manifoldu olsun.

i) $\alpha=0$ iken $\tilde{M}$'ın total geodezik olması için gerek ve yeter şart h'nin sıfır olmasıdır.

ii) $\alpha\neq0$ iken $\tilde{M}$'ın total umbilik olması için gerek ve yeter şart h'nin sıfır olmasıdır $[40]$.

3. $\varphi-$TEKRARLAYAN HEMEN HEMEN $\alpha-$KOSİMPLEKTİK MANİFOLDLAR

Bu bölümde; $\varphi-$tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldlar ele alınmıştır. $\varphi-$tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldların yeni bir sınıflandırması verilecek olup elde edilen sonuçlar orjinaldir.

Teorem 3.1. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$, $\left(k,\mu\right)'$- nulluk dağılımına sahip hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold ve $h'\neq 0$ olsun. Manifoldun φ-tekrarlayan olması durumunda $k=-2\alpha^2$ olup M^{2n+1}, $H^{n+1}\left(-4\alpha^2\right)\times\mathbb{R}^n$ çarpımına yerel homomorftur.

İspat. M^{2n+1}, φ-tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. $\forall X,Y,Z,W\in\Gamma(TM)$ için, (1.2) ve (2.7) ifadelerinden,

$$-(\nabla_W R)(X,Y)Z+\eta\left((\nabla_W R)(X,Y)Z\right)\xi=A(W)R(X,Y)Z \qquad (3.1)$$

yazılabilir.

Herhangi bir $U\in\Gamma(TM)$ için, (3.1) bağıntısından,

$$-g\left((\nabla_W R)(X,Y)Z,U\right)+\eta\left((\nabla_W R)(X,Y)Z\right)\eta(U)=A(W)g\left(R(X,Y)Z,U\right) \qquad (3.2)$$

elde edilir.

M^{2n+1} manifoldunun her noktasındaki tanjant uzayının $\{E_i : i=1,2,...,2n+1\}$ yerel ortonormal bazı verilsin. (3.2) denkleminden $X=U=E_i$ alınır ve $i:\ 1\leq i\leq 2n+1$ üzerinde bir toplam alınırsa;

$$-(\nabla_W S)(Y,Z)+\eta\left((\nabla_W R)(\xi,Y)Z\right)=A(W)S(Y,Z) \qquad (3.3)$$

elde edilir.

R eğrilik tensörünün temel özellikleri göz önüne alınarak $\forall Y,W\in\Gamma(TM)$ için $\eta\left((\nabla_W R)(\xi,Y)\xi\right)=0$ olduğu kolaylıkla görülebilir. Böylece (3.3) ifadesinden,

$$-\left(\nabla_W S\right)\left(Y,\xi\right)=A\left(W\right)S\left(Y,\xi\right) \tag{3.4}$$

bulunur.

(3.4) bağıntısında $Y=\xi$ alınır ve (2.35) ifadesinden $Q\xi=2nk\xi$ olduğu göz önüne alınırsa

$$\forall W\in\Gamma\left(TM\right) \text{ için } 2nkA(W)=-(\nabla_W S)(\xi,\xi)=0$$

elde edilir.

Burada $A=0$ alınır ise M^{2n+1} manifoldunun φ- simetrik olduğu görülür. Ayrıca, (2.35) eşitliğinden yola çıkılarak $\forall X,Y\in\Gamma(TM)$ için;

$$\begin{aligned}\nabla_X QY=&-2n\alpha^2\nabla_X Y+2n\left(k+\alpha^2\right)\left[\eta\left(\nabla_X Y\right)\xi+g\left(Y,-\alpha\varphi^2X-\varphi hX\right)\xi\right.\\&\left.+\eta\left(Y\right)\left(-\alpha\varphi^2X-\varphi hX\right)\right]-2n\alpha\left(\nabla_X h'\right)Y-2n\alpha\left(\nabla_X Y\right)h'\end{aligned}$$

ve

$$Q\nabla_X Y=-2n\alpha^2\nabla_X Y+2n\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(\nabla_X Y\right)\xi-2n\alpha h'\left(\nabla_X Y\right)$$

elde edilir. Bu iki ifade kullanılarak

$$\begin{aligned}\left(\nabla_Y Q\right)X+2n\alpha\left(\nabla_Y h'\right)X=&\,2n\left(k+\alpha^2\right)\left[\alpha\eta\left(X\right)Y-2\alpha\eta\left(X\right)\eta\left(Y\right)\xi+\alpha g\left(X,Y\right)\xi\right.\\&\left.+g\left(h'Y,X\right)\xi+\eta\left(X\right)h'Y\right]\end{aligned} \tag{3.5}$$

bulunur. (3.5) bağıntısı kullanılarak

$$\begin{aligned}g\left(\left(\nabla_W Q\right)Y,\xi\right)=&-2n\alpha g\left(\left(\nabla_W h'\right)Y,\xi\right)+2n\left(k+\alpha^2\right)\left[\alpha\eta\left(Y\right)g\left(W,\xi\right)\right.\\&\left.-2\alpha\eta\left(Y\right)\eta\left(W\right)g\left(\xi,\xi\right)+\alpha g\left(Y,W\right)g\left(\xi,\xi\right)+g\left(h'W,Y\right)g\left(\xi,\xi\right)+\eta\left(Y\right)g\left(h'W,\xi\right)\right]\\=&-2n\alpha g\left(\left(\nabla_W h'\right)Y,\xi\right)-2n\left(k+\alpha^2\right)\alpha\eta\left(Y\right)\eta\left(W\right)+2n\left(k+\alpha^2\right)\alpha g\left(Y,W\right)\\&+2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)g\left(h'W,Y\right)\end{aligned}$$

yazılabilir.

Öte yandan

$$
\begin{aligned}
g\left(\left(\nabla_W h'\right)Y,\xi\right) &= g\left(\nabla_W h'Y,\xi\right) - g\left(h'\nabla_W Y,\xi\right) \\
&= \mathrm{g}\left(\nabla_W h'Y,\xi\right) + g\left(\nabla_W Y,h'\xi\right) \\
&= -\mathrm{g}\left(h'Y,\nabla_W \xi\right) \\
&= -\mathrm{g}\left(h'Y,-\alpha\varphi^2 W - \varphi h W\right) \\
&= -\mathrm{g}\left(h'Y,-\alpha\varphi^2 W + h'W\right) \\
&= \alpha \mathrm{g}\left(h'Y,\varphi^2 W\right) - g\left(h'Y,h'W\right) \\
&= \alpha \mathrm{g}\left(h'Y,-W+\eta\left(W\right)\xi\right) - g\left(h'Y,h'W\right) \\
&= -\alpha \mathrm{g}\left(h'Y,W\right) + \alpha g\left(h'Y,\eta\left(W\right)\xi\right) - g\left(h'Y,h'W\right) \\
&= -\alpha \mathrm{g}\left(h'Y,W\right) - g\left(h'Y,h'W\right)
\end{aligned}
$$

olacağından

$$
\begin{aligned}
g\left(\left(\nabla_W Q\right)Y,\xi\right) = -2n\alpha\left[-\alpha g\left(h'Y,W\right) - g\left(h'Y,h'W\right)\right] + 2n\left(k+\alpha^2\right)\left[-\alpha\eta\left(Y\right)\eta\left(W\right)\right. \\
\left. +\alpha g\left(Y,W\right) + g\left(h'W,Y\right)\right]
\end{aligned}
$$

ifadesine ulaşılır.

Eşitliğinin sıfır olması gerektiğini, sıfır olabilmesi için $A=0$ olması gerektiği daha önceden ifade edildi. Bu nedenle yukarıda bulduğumuz sonuçta sıfıra eşittir. Sonucun sıfır olması için $n \neq 0$ olduğundan dolayı,

$$
\left[\alpha g\left(h'^2 W,Y\right) + \alpha\left(k+\alpha^2\right)\left[g\left(Y,W\right) - \eta\left(Y\right)\eta\left(W\right)\right] + \left(k+2\alpha^2\right)g\left(h'Y,W\right)\right] = 0 \qquad (3.6)
$$

olarak bulunur.

$\left[\lambda\right]'$ özdeğeri λ olan özvektörler kümesi olmak üzere $Y \in \left[\lambda\right]'$ olsun. Bu durumda $\left(3.6\right)$ kullanılarak

$$
\alpha\lambda^2 g\left(W,Y\right) + \alpha\left(k+\alpha^2\right)\left[g\left(Y,W\right) - \eta\left(Y\right)\eta\left(W\right)\right] + \left(k+2\alpha^2\right)\lambda g\left(Y,W\right) = 0
$$

$$
g\left(Y,W\right)\left[\alpha\lambda^2 + \alpha\left(k+\alpha^2\right) + \lambda\left(k+2\alpha^2\right)\right] = 0
$$

$$
\left[\alpha\lambda^2 + \alpha\left(k+\alpha^2\right) + \lambda\left(k+2\alpha^2\right)\right] = 0 \text{ dır.}
$$

Yardımcı teorem 2.3.6 ’dan ; $\lambda^2 = \left(k+\alpha^2\right)$ olduğu kullanılarak

$$-\alpha\left(k+\alpha^{2}\right)+\alpha\left(k+\alpha^{2}\right)+\lambda\left(k+2\alpha^{2}\right)=0$$

$$\lambda\left(k+2\alpha^{2}\right)=0$$

$$k+2\alpha^{2}=0\Rightarrow \text{ k= -2}\alpha^{2}$$

$$\lambda^{2}=-\left(-2\alpha^{2}+\alpha^{2}\right)$$

$$\lambda^{2}=+\alpha^{2}$$

$$\lambda=\pm\alpha$$

ve

$$\forall\ X_{\lambda},Y_{\lambda},Z_{\lambda}\in\left[\lambda\right]'\ \text{ve}\ \forall\ X_{-\lambda},Y_{-\lambda},Z_{-\lambda}\in\left[-\lambda\right]'\ \text{için}$$

$$R\left(X_{\lambda},Y_{\lambda}\right)Z_{\lambda}=-4\alpha^{2}\left[g\left(Y_{\lambda},Z_{\lambda}\right)X_{\lambda}-g\left(X_{\lambda},Z_{\lambda}\right)Y_{\lambda}\right]\ \text{ve}\ R\left(X_{-\lambda},Y_{-\lambda}\right)Z_{-\lambda}=0 \qquad (3.7)$$

bulunur.

Bu ise ispatı tamamlar.

Teorem 3.2. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$, $(k,\mu)'$- nulluk dağılımına sahip φ- tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold ve $h'\neq 0$ olsun. k, M^{2n+1} üzerinde sıfırdan farklı bir fonksiyon olmak üzere, A $1-$formu

$$A=-\frac{1}{k}dk \qquad (3.8)$$

eşitliği ile verilir.

İspat. (2.34) denkleminden;

$$\left(\nabla_{W}S\right)\left(Y,\xi\right)=g\left(\left(\nabla_{W}Q\right)Y,\xi\right)=-A\left(W\right)g\left(QY,\xi\right)$$

dır.

Yardımcı teorem 2.3.3'den

$$\nabla_W QY = \nabla_W\left[-2n\alpha^2 Y + 2n\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)\xi + \left[\mu - 2\alpha(n-1)\right]h'Y\right]$$
$$= -2\mathrm{n}\alpha^2\nabla_W Y + 2n\left(\nabla_W\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)\xi + \left(k+\alpha^2\right)\nabla_W\left(\eta(Y)\xi\right)\right)$$
$$+\nabla_W\left[\mu-2\alpha(n-1)\right]h'Y + \left[\mu-2\alpha(n-1)\right]\nabla_W h'Y$$
$$= -2\mathrm{n}\alpha^2\nabla_W Y + 2n\left(\nabla_W\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)\xi + \left(k+\alpha^2\right)\left(\nabla_W\eta(Y)\xi + \eta(Y)\nabla_W\xi\right)\right)$$
$$+\nabla_W\left[\mu-2\alpha(n-1)\right]h'Y + \left[\mu-2\alpha(n-1)\right]\nabla_W h'Y$$

ve

$$Q\nabla_W Y = -2n\alpha^2\nabla_W Y + 2n\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(\nabla_W Y\right)\xi + \left[\mu-2\alpha(n-1)\right]h'\nabla_W Y$$

bulunur.

Bu iki ifade kullanılarak

$$\left(\nabla_W Q\right)Y = \nabla_W QY - Q\nabla_W Y$$
$$= 2\mathrm{nW}(k)\eta(Y)\xi + 2n\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,-\alpha\varphi^2W-\varphi hW\right)\xi$$
$$+2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)\left(-\alpha\varphi^2W-\varphi hW\right) + W(\mu)h'Y$$
$$+\mu\left(\nabla_W h'\right)Y - 2\alpha(n-1)\left(\nabla_W h'\right)Y$$

bulunur. Bu ifadede gerekli düzenlemeler yapılıp ξ ile iç çarpılır ise

$$\left(\nabla_W Q\right)Y = 2nW(k)\eta(Y)\xi + 2n\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,\alpha W-\alpha\eta(W)\xi+h'W\right)\xi$$
$$+\ 2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)\left(\alpha W-\alpha\eta(W)\xi+h'W\right)+W(\mu)h'Y$$
$$+\ \mu\left(\nabla_W h'\right)Y - 2\alpha(n-1)\left(\nabla_W h'\right)Y$$
$$= 2\mathrm{nW}(k)\eta(Y)\xi + 2n\left(k+\alpha^2\right)\left(\alpha g(Y,W)\xi - \alpha\eta(W)g(Y,\xi)\xi + \mathrm{g}\left(Y,h'W\right)\xi\right)$$
$$+2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)\left(\alpha W-\alpha\eta(W)\xi+h'W\right)+W(\mu)h'Y+\mu\left(\nabla_W h'\right)Y$$
$$-2\alpha(n-1)\left(\nabla_W h'\right)Y$$
$$= 2\mathrm{n}W(k)\eta(Y)\xi + 2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)g(Y,W)\xi - 2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta(W)\eta(Y)\xi$$
$$+2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,h'W\right)\xi + 2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)W - 2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta(W)\eta(Y)\xi$$
$$+2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)h'W + W(\mu)h'Y + \mu\left(\nabla_W h'\right)Y - 2\alpha(n-1)\left(\nabla_W h'\right)Y$$
$$= 2\mathrm{n}W(k)\eta(Y)\xi + 2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)g(Y,W)\xi - 4n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta(W)\eta(Y)\xi$$
$$+2\mathrm{n}\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,h'W\right)\xi + 2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)W + 2n\left(k+\alpha^2\right)\eta(Y)h'W$$
$$+\mathrm{W}(\mu)h'Y + \mu\left(\nabla_W h'\right)Y - 2\alpha(n-1)\left(\nabla_W h'\right)Y$$

$$g\left(\left(\nabla_W Q\right)Y,\xi\right)=\left(\nabla_W S\right)\left(Y,\xi\right)=2nW\left(k\right)\eta\left(Y\right)g\left(\xi,\xi\right)+2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,W\right)g\left(\xi,\xi\right)$$
$$\text{-4n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(W\right)\eta\left(Y\right)g\left(\xi,\xi\right)+2n\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,h'W\right)g\left(\xi,\xi\right)$$
$$+2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(Y\right)g\left(W,\xi\right)+2n\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(Y\right)g\left(h'W,\xi\right)$$
$$+\mathrm{W}\left(\mu\right)g\left(h'Y,\xi\right)+\left[\mu-2\alpha\left(n-1\right)\right]g\left(\left(\nabla_W h'\right)Y,\xi\right)$$

$$g\left(\left(\nabla_W Q\right)Y,\xi\right)=\left(\nabla_W S\right)\left(Y,\xi\right)=2\mathrm{n}W\left(k\right)\eta\left(Y\right)+2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,W\right)$$
$$-4\mathrm{n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(W\right)\eta\left(Y\right)+2n\left(k+\alpha^2\right)g\left(Y,h'W\right)$$
$$+2\mathrm{n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(Y\right)\eta\left(W\right)$$
$$+\left[\mu-2\alpha\left(n-1\right)\right]\left[-\alpha\mathrm{g}\left(h'Y,W\right)-g\left(h'Y,h'W\right)\right]$$

elde edilir.

Burada $Y=\xi$ alınırsa;

$$g\left(\left(\nabla_W Q\right)\xi,\xi\right)=\left(\nabla_W S\right)\left(\xi,\xi\right)=2\mathrm{n}W\left(k\right)\eta\left(\xi\right)+2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)g\left(\xi,W\right)$$
$$\text{-4n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(W\right)\eta\left(\xi\right)+2n\left(k+\alpha^2\right)g\left(\xi,h'W\right)$$
$$+2\mathrm{n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(\xi\right)\eta\left(W\right)$$
$$+\left[\mu-2\alpha\left(n-1\right)\right]\left[\text{-}\alpha\mathrm{g}\left(h'\xi,W\right)-g\left(h'\xi,h'W\right)\right]$$
$$=2\mathrm{n}W\left(k\right)+2n\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(W\right)$$
$$-4\mathrm{n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(W\right)+2\mathrm{n}\alpha\left(k+\alpha^2\right)\eta\left(W\right)$$
$$=2nW\left(k\right)$$

bulunur.

Sonuç olarak Tanım 2.1.7. ve $\left(2.31\right)$ eşitliğinden;

$$S\left(\xi,\xi\right)=g\left(2nk\xi,\xi\right)=2nkg\left(\xi,\xi\right)$$

$$-\left(\nabla_W S\right)\left(\xi,\xi\right)=A\left(W\right)2nk$$

$$\left(\nabla_W S\right)\left(\xi,\xi\right)=2nW\left(k\right)=-A\left(W\right)2nk$$

$$W\left(k\right)=-kA\left(W\right)=dk\left(W\right)$$

$$-kA=dk$$

$$A=-\frac{1}{k}dk$$

olarak elde edilir ki ispat tamamlanır.

Teorem 3.3. $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ $(k,\mu)'$- genelleştirilmiş nulluk dağılımına sahip φ- tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. Bu durumda $\alpha\neq 0$ için M^{2n+1} manifoldunun sabit kesit eğriliği α^2 dir.

İspat. Eğer ξ, (k,μ)- nulluk dağılımına aitse, $k=\alpha^2$ ise $h=0$ dır $[17]$.

Böylece (2.21)den $\forall X\in\Gamma(TM)$ için, $h=0$ olduğu için φhX sıfırdır. (2.7) bağıntısından yararlanılarak

$$\begin{aligned}\nabla_X\xi &= -\alpha\left(-X+\eta(X)\xi\right)\\ &= \alpha X-\alpha\eta(X)\xi\end{aligned}$$

yazılır. Dolayısı ile (2.27) eşitliği

$$R(X,Y)\xi=\alpha^2\left[\eta(X)Y-\eta(Y)X\right] \tag{3.9}$$

şeklinde yeniden ifade edilebilir. (3.9), Z ile iç çarpılırsa;

$$\begin{aligned}g\left(R(X,Y)\xi,Z\right) &= g\left(\alpha^2\eta(X)Y-\alpha^2\eta(Y)X,Z\right)\\ &= \alpha^2\eta(X)g(Y,Z)-\alpha^2\eta(Y)g(X,Z)\end{aligned}$$

olur. Buradan

$$\begin{aligned}g\left(R(X,Y)Z,\xi\right) &= \alpha^2\eta(Y)g(X,Z)-\alpha^2\eta(X)g(Y,Z)\\ &= \eta\left(R(X,Y)Z\right)\end{aligned} \tag{3.10}$$

ifadesi elde edilir.

(3.9) denkleminin kovaryant türevi alındığında ;

$$\begin{aligned}(\nabla_W R)(X,Y)\xi &= \nabla_W R(X,Y)\xi-R(\nabla_W X,Y)\xi-R(X,\nabla_W Y)\xi-R(X,Y)\nabla_W\xi\\ &= \nabla_W\left[\alpha^2\eta(X)Y-\alpha^2\eta(Y)X\right]-\left[\alpha^2\eta(\nabla_W X)Y-\alpha^2\eta(Y)(\nabla_W X)\right]\\ &\quad -\left[\alpha^2\eta(X)\nabla_W Y-\alpha^2\eta(\nabla_W Y)X\right]-R(X,Y)\left(\alpha W-\alpha\eta(W)\xi\right)\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$
\begin{aligned}
&= -\alpha^3 g(Y,W)X + \alpha^3\eta(W)\eta(Y)X - \alpha^2\eta(\nabla_W Y)X - \alpha^2\eta(Y)\nabla_W X \\
&= \alpha^2\eta(\nabla_W X)Y + \alpha^3 g(X,W)Y - \alpha^3\eta(W)\eta(X)Y + \alpha^2\eta(X)\nabla_W Y \\
&- \alpha^3 g(Y,W)X + \alpha^3\eta(W)\eta(Y)X - \alpha^2\eta(\nabla_W Y)X - \alpha^2\eta(Y)\nabla_W X \\
&- \alpha^2\eta(\nabla_W X)Y + \alpha^2\eta(Y)(\nabla_W X) - \alpha^2\eta(W)\nabla_W Y + \alpha^2\eta(\nabla_W Y)X \\
&- \alpha R(X,Y)W + \alpha^3\eta(W)\eta(X)Y - \alpha^3\eta(W)\eta(Y)X
\end{aligned}
$$

olarak bulunur. Gerekli sadeleştirmeler yapıldığında,

$$
(\nabla_W R)(X,Y)\xi = -\alpha R(X,Y)W + \alpha^3 g(X,W)Y - \alpha^3 g(Y,W)X \tag{3.12}
$$

elde edilir.

(3.10) denkleminde $Z=\xi$ olur ise,

$$
\begin{aligned}
\eta(R(X,Y)\xi) &= g(\alpha^2\eta(X)Y - \alpha^2\eta(Y)X,\xi) \\
&= \alpha^2\eta(X)\eta(Y) - \alpha^2\eta(Y)\eta(X) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

bulunur. Öte yandan basit bir hesaplama ile

$$
\begin{aligned}
\eta((\nabla_W R)(X,Y)\xi) &= g((\nabla_W R)(X,Y)\xi,\xi) \\
&= \mathrm{g}(-\alpha R(X,Y)W + \alpha^3 g(X,W)Y - \alpha^3 g(Y,W)X,\xi) \\
&= -\alpha \mathrm{g}(R(X,Y)W,\xi) + \alpha^3 g(X,W)\eta(Y) - \alpha^3 g(Y,W)\eta(X) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

olduğu görülür.

(1.2) ifadesinden;

$$
\varphi^2((\nabla_W R)(X,Y)\xi) = A(W)R(X,Y)\xi
$$

olduğu açıktır. Buradan,

$$
-(\nabla_W R)(X,Y)\xi + \eta((\nabla_W R)(X,Y)\xi)\xi = A(W)R(X,Y)\xi
$$

yazılabilir.

$\eta((\nabla_W R)(X,Y)\xi)=0$ olduğundan:

$$
-(\nabla_W R)(X,Y)\xi = A(W)R(X,Y)\xi
$$

olup, (3.12) ifadesinden,

$$\alpha R(X,Y)W-\alpha^3 g(X,W)Y+\alpha^3 g(Y,W)X=A(W)R(X,Y)\xi \qquad (3.13)$$

olarak bulunur.

$W=\xi$ alındığında;

$$\alpha R(X,Y)\xi-\alpha^3 g(X,\xi)Y+\alpha^3 g(Y,\xi)X=A(\xi)R(X,Y)\xi$$

$$\alpha^3\eta(X)Y-\alpha^3\eta(Y)X-\alpha^3\eta(X)Y+\alpha^3\eta(Y)X=A(\xi)R(X,Y)\xi$$

$$A(\xi)R(X,Y)\xi=0$$

elde edilir.

Kabul edelim ki; $A(\xi)\neq 0$ olsun. Bu durumda $R(X,Y)\xi=0$ dır. Sonuç olarak, (3.13) eşitliğinden $\alpha\neq 0$ için;

$$R(X,Y)W=\alpha^2\left[g(X,W)Y-g(Y,W)X\right]$$

elde edilir. Bu ise ispatı tamamlar.

Teorem 3.4. $(M^{2n+1},\phi,\xi,\eta,g)$, $h\neq 0$ olduğu $(2n+1)$ boyutlu φ- tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu olsun. Eğer karakteristik vektör alanı (k,μ)-nulluk dağılımına ait ve $n>1$ ise, A, $1-$formu,

$$A=-\frac{1}{k}dk, \qquad (3.14)$$

olarak verilir. Burada k, M^{2n+1} üzerinde bir sıfırdan farklı bir fonksiyondur.

İspat. Teoremin ispatı Teorem 3.2 nin ispatına benzer şekilde yapılır.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, değme manifoldlarda yapı vektör alanın (k,μ) veya $(k,\mu)'$ nulluk dağılımlarına ait olması durumunda, $\varphi-$tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldların farklı iki sınıfına ait aşağıdaki geometrik sonuçlar elde edilmiştir.

Teorem $\left(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g\right)$ $(k,\mu)'$- genelleştirilmiş nulluk dağılımına sahip $\varphi-$ tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifold olsun. Bu durumda $\alpha\neq 0$ için M^{2n+1} manifoldunun sabit kesit eğriliği α^2 dir.

Teorem $(M^{2n+1},\phi,\xi,\eta,g)$, $h\neq 0$ olduğu $\left(2n+1\right)$ boyutlu $\varphi-$ tekrarlayan hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldu olsun. Eğer karakteristik vektör alanı $\left(k,\mu\right)$- nulluk dağılımına ait ve $n>1$ ise, A, $1-$formu,

$$A=-\frac{1}{k}dk,$$

olarak verilir. Burada k, M^{2n+1} üzerinde bir sıfırdan farklı bir fonksiyondur.

Hemen hemen $\alpha-$kosimplektik manifoldlar için elde edilen bu yapılar diğer manifold türlerinde de incelenebilir. Nearly kosimplektik manifoldlarda bu yapılar henüz incelenmemiş olup bu konu açık bir problemdir.

KAYNAKLAR

[1] Arı, N., 2018, Nulluk Dağılımına Sahip Hemen Hemen $\alpha-$Kosimplektik Manifoldların Bir Sınıfı Üzerine, Yüksek Lisans Tezi, *Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Konya

[2] Başarı A., Murathan C., 1991, On generalised φ -recurrent manifolds, Proc. Math. Soc.7,7-11.

[3] Blair D.E., 1970, Geometry of manifolds with structural group U(n)xO(s),J.Differential Geometry, 4, 155-167.

[4] Blair, D. E, 2002, Riemannian geometry of contact and symplectic manifolds, Progr. Math.,203, Birkhâuser Boston.

[5] Cabras A. And Matzeu P., 1986, Almost semi-invariant submanifolds of a cosymplectic manifold, Demonstratio Math., 395-401.

[6] Chaki, M. C., 1987, On pseudo symmetric manifolds, An. Stiint. Univ. Al. I. CuzaIasi Sect. I a Mat. 33, no. 1, 53-58.

[7] Chaki, M. C. and Maity, R. K., 2000, On quasi Einstein manifolds, Publ. Math.Debrecen 57, no. 3-4, 297-306.

[8] Chen, B.Y, 1973, Geometry of submanifolds, Pure and Applied Mathematics, No. 22. Marcel Dekker, Inc., New York.

[9] Chinea, D., Gonzalez, C., 1990, A classification of almost contact metric manifolds, Annali di Matematica pura ed applicata, 156(4), 15-36.

[10] Deszcz, R., 1992, On pseudosymmetric spaces Bull. Soc. Math. Belg. Ser. A44, no. 1, 1-34.

[11] De, U. C.and Ghosh, G. C., 2004, On generalized quasi Einstein manifolds, Kyungpook Math. J. 44, no. 4, 607-615.

[12] De, U. C. and Guha, N., 1991, On generalised recurrent manifolds, Proc. Math. Soc.**7**, 7-11.

[13] De, U. C., Yildiz, A. & Yalniz, A. F., 2009, Locally -symmetric normal almost contact metric manifolds of dimension 3, Applied Mathematics Letters, 22: 723-727.

[14] De, U. C. , 2008, On -symmetric Kenmotsu manifolds, International Electronic

Journal of Geometry, 1: 33-38.

[15] De, U. C., Shaikh, A. A. & Biswas, S., 2003, On -recurrent Sasakian manifolds, Novi Sad Journal of Mathematics, 33: 13-48.

[16] Dileo, G., Pastore, A. M., 2007, Almost Kenmotsu manifolds and local symmetry, Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin 14 ,343-354.

[17] Dileo, G., Pastore, A. M., 2009, Almost Kenmotsu manifolds and nullity distribution, J. Geom. 93, 46-61.

[18] Dileo, G., Pastore, A. M., 2009, Almost Kenmotsu manifolds with a condition of η-parallelism, Differential Geom. Appl. 27, 671-679.

[19] Friedman A., Schouten J.A. , 1924, Über die Geometrie der halbsymmetrischen Übertragungen, Math. Z. ,21, 211-223.

[20] Gallot, S., Hulin, D. and Lafontaine, J., 2004, Riemann Geometry, 3rd ed., XVI , 322, p., Springer Universitext, ISBN: 9783540204930.

[21] Golap S., 1975, On semi-symmetric and quarter-symmetric linear connections, Tensor (N.S), 29, no.3, 249-254

[22] Hacısalihoğlu, H. H., 1983, Diferensiyel Geometri, İnönü Üniversitesi Yayınları.

[23] H. Ozturk, N. Aktan, C. Murathan, Almost α-cosymplectic (k,μ,v)-Spaces, Mathematics Subject Classification, 53D10, 53C25, 53C35.

[24] I. Vaisman, 1980, Conformal changes of almost contact metric manifolds, Lecture Notes in Math.,Berlin-Heidelberg-New York, 792 , 435–443.

[25] Janssens, D. & Vanhecke, L. 1981, Almost contact structures and curvature tensors, Kodai Mathematical Journal, 4: 1-27.

[26] K.Kenmotsu, 1972, A class of contact Riemannian manifold, Thoko Math. Journal, 24, 93-103.

[27] Kobayashi, S., 1996, Nomizu, K., Foundations of differential geometry, John Wiley and Sons, Inc., New York .

[28] Küpeli Erken, İ., 2010, Paradeğme manifoldlar, Yüksek Lisans Tezi, *Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Bursa.

[29] Olszak Z.,Locally conformal almost cosymplectic manifolds, Coll. Math., 57

[30] Olszak Z., 1981, On almost cosymplectic manifolds, Kodai Math, 4(2) 239-250.

[31] O'Neill, B., 1996, Elementary differential geometry, Academic Press, New York-London .

[32] O'Neill, B., 1983, Semi-Riemannian geometry with applications to relativity, Pure and Applied Mathematics, 103. Academic Press, Inc. [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York.

[33] Öztürk H., Murathan C., Aktan N., Vanlı A.T., 2014, Almost α -cosymplectic fmanifolds Analele stııntıfıce ale unıversıtatıı 'AI.I Cuza' Dı ıaşı (S.N) Matematica, Tomul LX, f.l.

[34] Pastore, A. M. & Saltarelli, V., 2011, Generalized nullity distributions on almost Kenmotsu manifolds, International Electronic Journal of Geometry, 4(2): 168

[35] Roter, W., 1982, ''On conformally recurrent Ricci-recurrent manifolds'', Colloq.Math.,46, 45-57.

[36] Sharpe, R. W., 1997, Differential Geometry, Graduate Texts in Math. Springer.

[37] Spivak, M., 1965, Calculus on manifolds, Reading, Massachusetts, W.A. Benjamin, Inc., ISBN: 0805902193.

[38] S.I. Goldberg, K. Yano, 1969, İntegrability of almost cosymplectic structure, Pacific J. Math., 21, 373-382.

[39] Takahashi, T., 1977, Sasakian -symmetric spaces, Tohoku Mathematical Journal, 29: 91-113.

[40] T.W. Kim, H.K. Pak, 2005, Canonical foliations of certain classes of almost contact metric structures, Acta Math. Sinica, Eng. Ser. Aug., 21, 4 , 841-846.

[41] Yano, K. and Kon, M.,1984, Structures on manifolds, Series in Pure Mathematics, 3.World Scientific Publishing Co., Singapore.

[42] Y. Wang, X. Liu, 2015, On φ-recurrent almost Kenmotsu manifolds, Kuwait J. Sci.42, 65-77.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	**:**	Fatma KÜÇÜK
Uyruğu	**:**	T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi	**:**	Beyşehir 27.09.1993
Telefon	**:**	05392001246
Faks	**:**	
e-mail	**:**	fatmakucuk93@gmail.com

EĞİTİM

Derece		**Adı, İlçe, İl**	**Bitirme Yılı**
Lise	:	Muhittin Güzelkılınç Lisesi, Konya	2011
Üniversite	:	Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya	2016
Yüksek Lisans	:	Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya	
Doktora	:		

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	**Kurum**	**Görevi**
2017	Nene Hatun İHO,Hatay/Dörtyol	Öğretmen

UZMANLIK ALANI

YABANCI DİLLER: İngilizce

BELİRTMEK İSTEĞİNİZ DİĞER ÖZELLİKLER

YAYINLAR: İCMSA (Uluslararası Matematiksel Çalışmalar ve Uygulamaları Kongresi) 2018 KARAMAN