



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN
ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**WEIBULL DAĞILIMINA UYUM İYİLİĞİ
TESTLERİNDE PARAMETRE TAHMİNLERİNİN
ETKİSİ**

Fatih YILMAZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

**Kasım-2024
KONYA
Her Hakkı Saklıdır**

TEZ KABUL VE ONAYI

Fatih YILMAZ tarafından hazırlanan “Weibull dağılımına uyum iyiliği testlerinde parametre tahminlerinin etkisi” adlı tez çalışması 15/11/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Prof. Dr. Aşır GENÇ

.....

Danışman

Doç. Dr. Ahmet PEKGÖR

.....

Üye

Doç Dr. Yunus AKDOĞAN

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun/.../20.. gün ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Havvanur UÇBEYİAY
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Fatih YILMAZ

Tarih:15/11/2024

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

WEIBULL DAĞILIMINA UYUM İYİLİĞİ TESTLERİNDE PARAMETRE TAHMİNLERİNİN ETKİSİ

Fatih YILMAZ

**Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı**

Danışman: Doç. Dr. Ahmet PEKGÖR

2024, 55 Sayfa

Jüri

Doç. Dr. Ahmet PEKGÖR

Prof. Dr. Aşır GENÇ

Doç Dr. Yunus AKDOĞAN

Birçok disiplinde Weibull dağılımı ile modelleme yaygın olarak kullanılmaktadır. Uyum iyiliği testleri ve parametre tahmin yöntemleri de bu modelleme sürecinde aktif bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada en küçük kareler, en çok olabilirlik ve momentler parametre tahmin yöntemleri ile literatürde sıklıkla Weibull dağılımı için kullanılan 10 uyum iyiliği testi incelenmiştir. Bu incelemelerde Monte-Carlo simülasyonundan faydalanılmıştır. Simülasyonlarda Weibull dağılımına alternatif dağılımlara göre farklı parametre tahmin yöntemleri ile farklı uyum iyiliği testlerinin güç performansları hesaplanmıştır. Güç performanslarının değerlendirilmesinde çok ölçütlü karar verme yaklaşımından yararlanılmıştır. Performans değerlendirmelerinde farklı örneklem hacimlerinde parametre tahmin yöntemlerine ilişkin, uyum iyiliği testleri ve Weibull dağılımına alternatif dağılımlar karar matrislerinin sırasıyla alternatiflerini ve eşit ağırlıklı olarak ölçütlerini oluşturmuştur. Farklı örneklem büyüklüğü ve parametre tahmin yöntemlerine göre karar matrisleri incelendiğinde parametre tahmin yöntemlerinin uyum iyiliği testlerinin performanslarına belli ölçüde etki ettiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Çok ölçütlü karar verme, parametre tahmini, uyum iyiliği testleri, Weibull dağılımı

ABSTRACT

MS THESIS

**THE EFFECTS OF PARAMETER ESTIMATES IN GODNESS-OF-FIT TESTS
FOR THE WEIBULL DISTRIBUTION**

Fatih YILMAZ

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
NECMETTİN ERBAKAN UNIVERSITY
THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN STATISTICS**

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Ahmet PEKGÖR

2024, 55 Pages

Jury

Assoc. Prof. Dr. Ahmet PEKGÖR

Prof. Dr. Aşır GENÇ

Assoc. Prof. Dr. Yunus AKDOĞAN

Modeling utilizing Weibull distribution is widely used in various disciplines. Goodness-of-fit tests and parameter estimation methods have an active role in this process. In this research, the least squares (LSE), maximum likelihood and moments parameter estimation methods, and 10 goodness-of-fit tests, frequently used in the literature for the Weibull distribution, have been studied. Monte-Carlo simulations were utilized in the analyses. In the simulations, the power performances of different parameter estimation methods and different goodness-of-fit tests were calculated according to alternative distributions to the Weibull distribution. Technique for order preference by similarity to ideal solution, one of the multi-criteria decision-making approaches, was adopted to evaluate the power performances. In performance evaluations, goodness-of-fit tests and alternative distributions to the Weibull distribution for parameter estimation methods for different sample sizes constituted the alternatives and equally weighted criteria of the decision matrices, respectively. Considering the decision matrices according to different sample sizes and parameter estimation methods, the results indicate that parameter estimation methods affect the performance of goodness-of-fit tests to a certain extent.

Keywords: Goodness of fit tests, multi-criteria decision making, parameter estimation, Weibull distribution

ÖNSÖZ/TEŞEKKÜR

Bilimsel araştırma süreçlerinin tüm disiplinlerdeki araştırmacılar için oldukça yorucu ve uzun olduğu yadsınamaz bir gerçektir. Bu çalışma da tüm bilimsel çalışmalarda olduğu gibi uzun ve yorucu çalışma saatlerinin ve çok sayıda fedakarlığın bir ürünüdür.

Sosyal bir varlık olan bireylerin bu tür süreçlerin tamamlanmasında çevresindeki kimselerden destek alması ise bir ihtiyaçtan öte adeta kaçınılmaz bir ihtiyaçtır. Benim de bu süreci tamamlamamda çok sayıda kişinin katkısı olduğu bir gerçektir. Ancak bu kişiler arasında katkısı ve emeği öyle büyük kimseler var ki, bu kimseleri burada anmadan geçmek nezaketsizlik olacaktır. Öncelikle bu çalışmanın tüm süreçlerinde beni her zaman cesaretlendiren, rehberliğini ve yardımsever tutumunu eksik etmeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Ahmet PEKGÖR'e; engin tecrübeleri ile katkılarını esirgemeyen, karşılaştığım her tür sorun ve çıkmazda başvurduğum ve her zaman önerilerinden istifade ettiğim, güler yüzlü hocalarıma; kendilerine ayırmam gereken zamandan fedakârlık ederek meşguliyetimi anlayışla karşılayan sevgili aileme sonsuz şükranlarımı sunarım. Sizlerin katkısı ve desteği olmasaydı bu çalışmanın tamamlanması hayalden öte geçemezdi.

Fatih YILMAZ
KONYA-2024

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ/TEŞEKKÜR.....	vi
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	2
3. YÖNTEM	6
3.1. Uyum iyiliği testleri.....	6
3.1.1. Kolmogorov Smirnov Testi	7
3.1.2. Cramér-von Mises Kriteri	7
3.1.3. Anderson-Darling Testi	8
3.1.4. Kuiper Testi	8
3.1.5. Zhang-Wu Z_A , Z_C and Z_A Testleri	8
3.1.6. Watson Testi	9
3.1.7. Liao - Shimokawa L_n Testi	9
3.1.8. Kullback-Leibler Uzaklığı	9
3.2. Parametre Tahmin Yöntemleri.....	10
3.2.1. Momentler Yöntemi.....	10
3.2.2. En Çok Olabilirlik Yöntemi.....	10
3.2.3. En Küçük Kareler Yöntemi	12
3.3. Testin Gücü.....	13
3.4. Çok Ölçütlü Karar Verme Yöntemleri.....	14
4. UYGULAMA	16
4.1. Araştırmanın Amacı.....	16
4.2. Araştırmanın Önemi	16
4.3. Güç Karşılaştırmaları	16
4.4. Güç Verileri ve Karar Matrislerinin Oluşturulması.....	17
5. GERÇEK VERİ UYGULAMASI	39
6. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA.....	41
7. KAYNAKLAR	43

KISALTMALAR

GOF Test	: Goodness-of-fit test (Uyum iyiliği testi)
KS	: Kolmogorov Smirnov Testi
Kuiper	: Kuiper'in Testi
CVM	: Cramer-von Mises Testi
Watson	: Watson'un Testi
AD	: Anderson Darling Testi
Z_A	: Zhang'in Z_A Testi
Z_C	: Zhang'in Z_C Testi
Z_K	: Zhang'in Z_K Testi
LiaoS	: Liao-Shimokawa Testi
KL	: Kullback Leibler Uzaklığı
EKK	: En K¼¼¼k Kareler
MLE	: En ok Olabilirlik
MOM	: Momentler
LSE	: Least Squares Estimation (En K¼¼¼k Kareler Tahmin Edicisi)
TOPSİS	: Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (İdeal öz¼¼¼me Benzerliğe G¼¼¼re Tercih Sırası Tekniği)
n	: G¼¼¼zlem sayısı

1. GİRİŞ

İstatistik; tüm bilim dallarında varsayımların ya da savların çeşitli analizler sonucunda rakamlarla desteklemesine aracılık eden ve iddiayı güçlendiren, karar almayı kolaylaştıran bir araç olarak ifade edilebilir. İstatistik yalnızca rakamlardan ve tablolardan ibaret bir bilim dalı olmayıp istatistiği ve istatistiksel işlemleri önemli kılan bir bağlam içerisinde yer alan sayılardır. Söz konusu bu bağlam ise araştırma problemini araştırılmaya değer hale getirmektedir (Peck ve Devore, 2012). Diğer bir ifadeyle herhangi bir gözleme ilişkin veri seti kendi başına bir anlam ifade etmese de analizcinin aracılığıyla gerçekleştirilen çeşitli analizler sonucunda bu veri setinin aslında çok şeyi ifade ettiği görülebilir.

Değişkenler arasındaki çeşitli ilişkileri, farkları, dağılımları vb. ortaya koymak amacıyla toplanan veri setleri günümüzde oldukça kolay ve ulaşılabilir hale gelmiştir. Bu bağlamda istatistik, herhangi bir disiplinde rastgele olaylar ve süreçler hakkında gerçekleştirilen araştırmaya kaynaklık eden verilerin toplanması, bunlardan matematiksel model kurmada, bu modellerin parametrelerinin tahmininde gerekli analizlerin yapılması ve sonuçların raporlanmasını içeren gerekli bilgi ve yöntemleri sağlayan bir bilim dalı olarak ifade edilebilir.

Temel istatistik bilgisi günümüzde, hemen hemen tüm disiplinlerde, bilimsel çalışmalar için vazgeçilmez bir ihtiyaç haline gelmiştir. Çeşitli verilerin analizinde artan bilgisayar desteği de araştırmacıların alternatif test istatistikleri üretmelerine ve büyük veri setlerini analiz edebilmelerine olanak sağlamaktadır. İstatistiğin önemli konularından olan örnekleme dağılımları, araştırmacıların analiz sonuçlarını değerlendirmede kullandıkları önemli kriterlerdendir (Serin ve ark., 2022).

Bu aşamada araştırmacılar öne sürdükleri modelin literatürde yer edinmiş çeşitli ölçütlerle ne derece uyumlu olduğu ile ilgilenmektedir (Costanza, 1989). Bu çalışmada ise parametre tahmin yöntemlerinden en küçük kareler (EKK), maksimum olabilirlik (MLE) ve momentler (MOM) yöntemlerinin Weibull dağılımına uyum iyiliği testleri üzerine etkisi araştırılmaktadır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Çeşitli dağılım modelleri, günlük yaşamda dikkatimizi çekmese de aslında yaşamın her alanında etrafımızı kuşatmış durumdadır. Herhangi bir saat aralığında belirli bir güzergahtan geçen araç sayısı, bir elektronik cihazın kullanım ömrü, bir otobüs durağından geçen otobüs sayısı birer dağılım örneği olarak gösterilebilir. Bu nedenle çeşitli rassal değişkenler, istatistiksel ve olasılıksal özellikleri bakımından birçok disiplinde araştırmacıların ilgisini çekmektedir (Forbes ve ark., 2011).

İnsanlığın var oluşundan bu yana karşılaşılan problemlerin çözümünde çeşitli modellemelerden yararlanılmaktadır. Matematiksel modellemeler de birçok disiplinde veri analizinde büyük kolaylıklar sağlamaktadır (Prabhakar Murthy ve ark., 2004). Literatürde çok sayıda dağılım yer almasına rağmen bunlardan bazılarının çeşitli bilim dallarında gerçekleştirilen araştırmalarda ön plana çıktığı ifade edilebilir (Forbes ve ark., 2011). Waloddi Weibull ile anılan Weibull dağılımı birçok disiplinde geniş uygulama alanlarına sahip olan (Lai ve ark., 2011) güvenilirlik ve sürdürülebilirlik analizlerinde sıklıkla kullanılan bir dağılımdır (Bhattacharya ve Bhattacharjee, 2009). Yaşam verisi olarak adlandırılan çeşitli materyallerin kullanım ömürlerine ilişkin tahminlemelerde kullanılan bu dağılım (Abernethy, 2006) şekil (α) ve ölçek (β) parametrelerinden yararlanılarak, havacılık ve uzay bilimleri, metalurji, elektronik, otomotiv sanayi (Luko, 1999), tıp, biyoloji, meteoroloji ve diğer birçok disiplinde sıklıkla kullanılan dağılım haline gelmiştir (Mead ve ark., 2020). Weibull dağılımı çok küçük gözlemler ile bile işlem yapılmasına olanak sağlaması, bu yöntemden yararlanarak oldukça basit ve kullanışlı hata grafiği çizilebilmesi gibi nedenlerle çeşitli bilim dallarındaki araştırmacılar için vazgeçilmez bir yöntem haline gelmiştir (Abernethy, 2006).

Bir veri setinin Weibull dağılımına sahip olduğunu teyit etmek, doğru analizlerin yapılabilmesi için önemlidir (Krit ve ark., 2021). Bu bağlamda iki parametrelili Weibull dağılım fonksiyonunda α ve β sırasıyla ölçek ve şekil parametreleri olmak üzere, iki parametrelili Weibull dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu

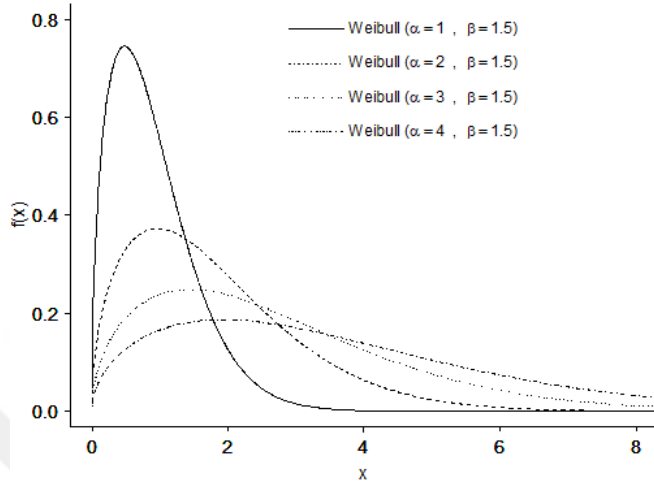
$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right].$$

ve birikimli dağılım fonksiyonu

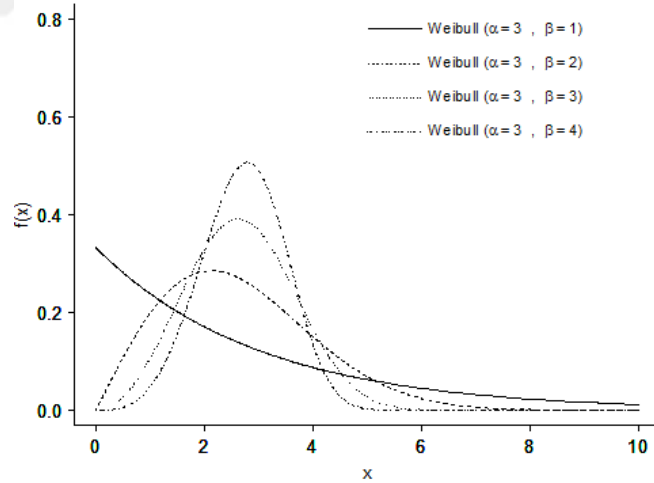
$$F(x; \alpha; \beta) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right], \quad x \geq 0$$

biçimindedir (Scholz, 2015).

Weibull dağılımının ölçek ve şekil parametrelerindeki değişimlere göre grafiği Şekil 1.1 ve Şekil 1.2 de gösterilmiştir.



Şekil 1.1. Ölçek parametrelerindeki değişim bakımından Weibull dağılım grafiği



Şekil 1.2. Şekil parametrelerindeki değişim bakımından Weibull dağılım grafiği

Araştırmalarda karşılaşılan frekans tabloları veya histogram grafikleri araştırma verilerini özetlemeye yönelik veriler olup bu tablo ya da grafikler, geleceğe yönelik tahminlerde bulunulmasına yarayan araçlardır. Bu grafiklerin bir olay veya olguya ilişkin

birden fazla frekans tablosunu bir arada değerlendirerek olaylarda bir istikrar olup olmadığını irdeleyerek gelecek sonuçlara ışık tutması beklenir.

Diğer taraftan elektronik hesaplama yöntemlerinin gelişmesi ile birlikte araştırmacıların bilgisayarlar aracılığıyla rassal deneyler yapma olanakları da artmıştır (Kroese ve ark., 2014) Simülasyon, rassal verilerden yararlanarak genellikle bilgisayar ortamında gerçekleştirilen ve istatistiki hipotezlerin test edilmesinde sıklıkla kullanılan bir tür deney olarak ifade edilebilir. Simülasyon çalışmaları, gerçek verilerden yararlanılarak test edilmesi zor olan problemler için uygun olabilir. Simülasyon çalışmalarında örneklemeden elde edilen veriler üzerinde yapılan istatistiki işlemlerden de yararlanılarak parametre tahminlerinde yararlanır (Dagpunar, 2007).

Monte Carlo simülasyonu (Metropolis ve Ulam, 1949) rassal dağılımdan ve istatistiksel modellemelerden yararlanarak araştırmacılara matematiksel fonksiyonları tahminleme fırsatı sunar (Harrison, 2010). Diğer bir ifadeyle bu simülasyon yöntemi, belirli bir olasılık dağılımından rassal örneklemeler üretir (Kroese ve ark., 2014). Çeşitli veri dağılım türlerinde parametre tahminlerine olanak sağlayan Monte Carlo simülasyonu, regresyon analizinin bazı varsayımları karşılanmadığında ya da karşılandığından kuşku duyulduğunda da araştırmacılar için çözüm yolunu arar. Bu yöntemde sözde evrenden tekrarlanan örnekler seçilerek her bir sözde örneklem için ilgili istatistiksel analiz tekrarlanır (Mooney, 1997). Yöntemin temelinde ise 0-1 aralığında sonsuz rassal sayılar türetilmesi yer almaktadır (Kroese ve Rubinstein, 2012). Monte Carlo simülasyonunun ardındaki bu mantık oldukça kolay gibi görünse de analiz süreci, araştırmacılar için yorucu olabilmektedir (Mooney, 1997).

Her ne kadar bazı araştırmacılar Monte Carlo simülasyonun aşırı kullanıldığını; gerçek veri analizi yapmadan kaçınmanın bir yolu olduğunu düşünse de bu yöntem gerçek verileri analiz etmenin zor, zaman alıcı, yüksek maliyetli olduğu veya pratik olmadığı durumlarda yaygın olarak tercih edilen bir yöntemdir. Bu yöntemin dezavantajlarından bazıları ise fazlaca bilgi işleme olanaklarına ihtiyaç duyulması, elde edilen sonuçların kullanılan model ve girdi veriler ölçüsünce iyi olması ve simülasyon yazılımlarının da hatalar üretebilmesi olarak sıralanabilir (Harrison, 2010). Tüm bu eleştirilere rağmen Monte Carlo yöntemi kolay ve etkili olması, rassallığı ve teorik olarak gerekçelendirilebilirliği gibi nedenlerle araştırmacılar arasındaki popülaritesini halen korumaktadır (Kroese ve ark., 2014).

Özetle simülasyon çalışmaları; kısaca N sayıdan oluşan bir veri setinin belirli bir olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre oluşturulması, oluşturulan veri setinin ortalamasının

belirlenmesi, söz konusu bu aşamaların çok kez tekrarlanması ve standart sapmanın belirlenerek hesaplanan ortalama değerlerin özetlenmesi şeklinde ifade edilebilir (Sigal ve Chalmers, 2016).



3. YÖNTEM

Bu bölümde uyum iyiliği testleri hakkında bilgiler vermenin yanında sırasıyla araştırmada kullanılan uyum iyiliği testleri, araştırmada kullanılan parametre tahmin yöntemleri, testin gücü ve çok ölçütlü karar verme yöntemi hakkında bilgiler sunulacaktır.

3.1. Uyum iyiliği testleri

Uyum iyiliği testleri, istatistiksel çıkarımların veri dağılımının varsayımlarına dayandığından hem teorik hem de deneysel araştırmalar için son derece önemlidir. Bu nedenle literatürde simülasyonla elde edilen veri setinin varsayılan dağılıma uygunluğunu irdeleyen araştırmalarla karşılaşmakta, aynı zamanda literatürde çok sayıda uyum iyiliği testi bulunmaktadır (Dufour ve ark., 1998). Uyum iyiliği testleri, verilerin teorik bir olasılık dağılım fonksiyonuna uygunluğunu veya aynı teorik dağılımdan gelen iki farklı verinin dağılımları arasındaki uyumu inceler (Cirrone ve ark., 2004; Yıldırım ve Gökpınar, 2012).

X_1, X_2, \dots, X_n bağımsız aynı dağılıma sahip rassal değişkenler olsun. Uyum iyiliği testinin hipotezi

$$H_0: F \in F_0 \equiv W(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$$

$$H_1: F \notin F_0 \equiv W(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$$

biçiminde kurulur. Burada $F_0 \equiv W(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ gösterimi α ve β parametrelili Weibull dağılımını ifade etmektedir. Ancak gerçekte hiçbir zaman bu parametreler bilinmediğinden veri setinin parametre tahmin yöntemleriyle elde edilen parametre değerli Weibull dağılımına sahip olup olmadığı incelenebilmektedir. Daha anlaşılır bir ifadeyle elde edilen veri setinin herhangi bir F dağılımına uygun olup olmadığını test etmek için

H_0 : Veri seti F dağılımına uygundur.

H_1 : Veri seti F dağılımına uygun değildir.

hipotezleri kurulur. H_0 , yokluk hipotezi (Null hypothesis), H_1 , alternatif hipotez (Alternative hypothesis) olarak adlandırılır. Kurulan bu hipotezlerin test edilmesi ise uyum iyiliği testi (Goodness-of-fit test, GOF test) olarak ifade edilir. Diğer bir ifadeyle GOF testlerinde veri setinin H_0 hipotezinde belirtilen dağılımdan gelip gelmediği araştırılır (Najmaldin, 2016). GOF testleri örneklem ve H_0 hipotezinde öne sürülen kitleden elde edilen çeşitli uzaklık ya da uyumsuzluk ölçütlerine göre oluşturulmaktadır (Gencer, 2020). Ancak unutulmamalıdır ki, dağılımın parametreleri örneklemdeki veri seti üzerinden tahminlenerek elde edilmektedir.

Gözlemlerden elde edilen veri setinin istatistiksel modele ne derece uyumlu olduğunun belirlenmesinde kullanılan GOF testlerinden başlıcaları ise aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Kolmogorov Smirnov Testi
- Cramér–von Mises Kriteri
- Anderson Darling Testi
- Kuiper'in Testi
- Zhang-Wu Z_K , Z_C ve Z_A Testleri
- Watson Testi
- Liao-Shimokawa L_n Testi
- Kullback-Leibler Uzaklığı

Bahsi geçen test istatistiklerinde n örneklem büyüklüğünü, x_1, x_2, \dots, x_n gözlemler, $F_n(X_{(i)}) = F_n(X_{(i)}; \hat{\alpha}, \hat{\beta})$ teorik dağılım fonksiyonunu, $S_n(X_{(i)})$ de deneysel dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir. Literatürde en yaygın deneysel dağılım fonksiyonları $S_n(X_{(i)}) = \frac{i-1}{n}$, $S_n(X_{(i)}) = \frac{2i-1}{2n}$ şeklindedir (Öztürk ve Özbek, 2015; Pekkör ve ark., 2018).

3.1.1. Kolmogorov Smirnov Testi

Orantılı ya da eşit aralıklı düzeyde ölçülen değişkenler için Rus matematikçiler Kolmogorov (1933) ve Smirnov (1939) tarafından geliştirilen bu uyum iyiliği testleri, ilerleyen dönemlerde benzerlikleri nedeni ile Kolmogorov-Smirnov (KS) testi olarak anılmaya başlamıştır (Yıldırım ve Gökpınar, 2012).

$$D^+ = \sup[|F_n(X_{(i)}) - S_n(X_{(i)})|],$$

$$D^- = \sup[|F_n(X_{(i)}) - S_n(X_{(i-1)})|]$$

olmak üzere KS test istatistiği;

$$KS = \max(D^+, D^-)$$

şeklindedir (Pekkör ve ark., 2018). Veri analizlerinde veriye en iyi uyum gösteren modelin belirlenmesinde KS istatistiği en küçük olan model, en iyi uyum gösterendir.

3.1.2. Cramér-von Mises Kriteri

Birikimli dağılım fonksiyonu ile deneysel dağılım fonksiyonu arası karesel farkın en küçüklenmesine dayanan CVM test istatistiği,

$$CVM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n [F_n(X_{(i)}) - S_n(X_{(i)})]^2$$

dir (Pekgör ve ark., 2018).

3.1.3. Anderson-Darling Testi

Cramer-von Mises testinin yeniden oluşturulmuş yeni bir formu olan bu test, non-parametrik bir uyum iyiliği testi olmanın yanında veri dağılımının kuyruklarına daha fazla ağırlık vermesi bakımından Cramer-von Mises testinden ayrılır (Razali ve Wah, 2011). Theodore Wilbur Anderson ve Donald Allan Darling tarafından öne sürülen bu uyum iyiliği test istatistiği

$$W = -n - \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n [(i - 0.5) \log(F_n(X_{(i)})) + (n - i + 0.5) \log(1 - F_n(X_{(i)}))],$$

formülü kullanılarak hesaplanır (Anderson ve Darling, 1954).

3.1.4. Kuiper Testi

Kuiper testi Hollandalı matematikçi Nicolaas H. Kuiper tarafından bir meslektaşının sorusu üzerine geliştirilmiştir. Kolmogorov-Smirnov testini modifiye eden Kuiper (1960), dağılımı düz bir hat üzerinden ziyade varsayılan bir daire üzerindeki noktalara uyarlanabilecek şekilde tasarlamıştır. Bu bağlamda bu test, rassal bir değişkenin verilerinin bir daire etrafında rastgele dağılıp dağılmadığını test eder (Birch, 2018). Kuiper'in testinin test istatistiği

$$V_n = D_n^+ + D_n^-$$

formülü kullanılarak hesaplanır (Kuiper, 1960). Burada D_n^+ ve D_n^- KS testinde verilmiştir.

3.1.5. Zhang-Wu Z_A , Z_C and Z_K Testleri

Literatürde çok sayıda uyum iyiliği testi bulunduğundan araştırmanın önceki bölümlerinde söz edilmişti. Zhang ve Wu bu uyum iyiliği testlerinden bazılarının ayırt ediciliklerinin çok düşük olduğunu, bazılarının ise testin barındırdığı yanlılık nedeni ile uygulanmasının oldukça zor olduğunu belirtmektedir. Zhang ve Wu'nun Z_K , Z_C ve Z_A test istatistikleri sırasıyla,

$$Z_K = \max_{1 \leq i \leq n} \left[(i - 0.5) \log \left(\frac{i - 0.5}{n F_n(X_{(i)})} \right) + (n - i + 0.5) \log \left(\frac{n - i + 0.5}{n [1 - F_n(X_{(i)})]} \right) \right]$$

$$Z_C = \sum_{i=1}^n \left[\log \left(\frac{F_n(X_{(i)})^{-1} - 1}{(n - 0.5)/(i - 0.75) - 1} \right) \right]^2$$

$$Z_A = - \sum_{i=1}^n \left[\frac{\log F_n(X_{(i)})}{n - i + 0.5} + \frac{\log [1 - F_n(X_{(i)})]}{i - 0.5} \right],$$

formülleri kullanılarak hesaplanır. (Zhang ve Wu, 2005).

3.1.6. Watson Testi

Bir rassal değişkenin birikimli dağılım fonksiyonundan gelip gelmediğini test etmek için Watson (1961, 1962) tarafından öne sürülmüştür. Watson testi özellikle gözlemlerin bir çember etrafında dağıldığı durumlarda kullanışlıdır. Watson test istatistiği

$$U_n^2 = \sum_{i=1}^n [F_n(X_{(i)}) - S_n(X_{(i)})]^2 - n \left(\frac{\sum_{i=1}^n F_n(X_{(i)})}{n} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{12n},$$

formülünden yararlanılarak hesaplanır. Küçük U_n^2 değerleri mükemmel uyumu, büyük değerler ise düşük uyumu ifade eder (Stephens, 1964).

3.1.7. Liao - Shimokawa L_n Testi

Uyum iyiliği testleri gözlemden elde edilen veriye en iyi istatistiki dağılımın belirlenebilmesi için kritik önem taşımaktadır. Liao ve Shimokawa Kolmogorov Smirnov, Cramer von Mises ve Anderson Darling testlerini harmanlayarak yeni bir uyum iyiliği testi öne sürmüştür. Bu test, 1. tip uç değer dağılımı ve iki parametrelili Weibull dağılımlarının testi için uygun olup Liao ve Shimokawa'nın test istatistiği

$$L_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{\max \left[\frac{i}{n} - F_n(X_{(i)}), F_n(X_{(i)}) - S_n(X_{(i)}) \right]}{\sqrt{F_n(X_{(i)})[1 - F_n(X_{(i)})]}},$$

formülünden yararlanılarak hesaplanır (Liao ve Shimokawa, 1999).

3.1.8. Kullback-Leibler Uzaklığı

Weibull dağılımına uyum iyiliği testlerinde Shannon'un çeşitli entropi tahmin edicileri kullanılarak elde edilen Kullback-Leibler uzaklığından da yararlanılabilmektedir (Pekgör, 2023). Entropi, araştırma sonucuna ilişkin belirsizlik miktarının ölçüsü ya da araştırma sonucu elde edilen bilginin bir ölçüsü olarak düşünülebilir (Renyi, 1970). Bu yöntemde iki olasılık dağılımının birbirinden ne kadar uzaklaştığı irdelenir. Diğer bir ifade ile Kullback-Leibler uzaklığı, iki olasılık dağılımı arasındaki mesafenin bir ölçüsüdür (Yari ve ark., 2013). Uyum iyiliği testlerinde oldukça önemli bir yer edinen entropi tahmin edicileri, birçok araştırmacı tarafından normallik testleri bağlamında kullanılmıştır. Entropi tahmin edicilerinin gücü ise pencere boyutu (m) olarak adlandırılan gözlem sayısının yarısından az ya da gözlem sayısının yarısı kadar olan tam sayıdan büyük ölçüde etkilenmektedir (Madukaife, 2021). Bu yöntemden yararlanılarak elde edilen test istatistiği

$$D = \exp \left\{ -H - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \log \left(f(X_{(j)}; \hat{\alpha}, \hat{\beta}) \right) \right\},$$

biçiminde oluşturulur. Bu araştırmada H değeri;

$$H = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \log \left(\frac{n}{2m} (X_{(i+m)} - X_{(i-m)}) \right),$$

olarak belirlenmiştir (Pekgör, 2023).

3.2. Parametre Tahmin Yöntemleri

Parametre tahmini kısaca eldeki gözlemlere dayanılarak parametreler için sayısal değerlerin hesaplanması olarak ifade edilebilir (van der Bos, 2007; van der Heijden ve ark., 2004). Diğer bir ifadeyle parametre tahmini; bir sürece, bir olaya veya bir nesneye ilişkin elde edilen ölçümlere dayanılarak sayısal bir tanım atfetme olarak ifade edilebilir. Bu araştırmada yararlanılan parametre tahmin yöntemleri ise MOM, MLE ve EKK yöntemleridir.

3.2.1. Momentler Yöntemi

Bilinen ilk parametre tahmin yöntemi olan MOM yöntemi, Chebyshev (1887) tarafından öne sürülmüş olup uygulamada sağladığı kolaylıklar nedeni ile birçok araştırmacı tarafından sıklıkla kullanılmaktadır (Accrachi ve ark., 2018). Bu yöntem, dağılım kitle momentlerinin örneklem momentlerine eşitlemesi prensibini temel alır. Ancak bazı dağılımlarda kitle momentlerinin sonlu olmasından ya da elde edilememesinden dolayı MOM yöntemi çalışmamaktadır.

Bu yöntemde r parametrelili kitle dağılımının k 'inci kitle dağılım momenti vardır. İlk olarak r kitle dağılım momentleri hesaplanır. Daha sonra r örneklem momentleri de hesaplanır ve kitle ile örneklem momentleri eşitlenir (Bulut ve Demiralp, 2022).

Bu bağlamda, Weibull dağılım parametrelerinin tahmininde sıfır etrafında birinci ve ikinci momentlerden yararlanılır ($r = 2$). Sıfır etrafında iki parametrelili Weibull dağılımının k 'inci momenti,

$$E(X^k) = \beta^k \Gamma\left(\frac{k}{\alpha} + 1\right),$$

olmak üzere, sıfır etrafındaki ilk iki momenti

$$\begin{aligned} E(X) &= \beta \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \\ E(X^2) &= \beta^2 \Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right), \end{aligned}$$

dir. Burada $\Gamma(x)$ değeri,

$$\Gamma(x) \cong \exp\left[\left(x - \frac{1}{2}\right) \ln(x) - x + \frac{1}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{12x} - \frac{1}{360x^3}\right],$$

olarak alınabilir (Genç ve ark., 2005).

3.2.2. En Çok Olabilirlik Yöntemi

İlk kez Edgeworth (1908) tarafından kullanılan MLE yöntemi, Fisher'in bu yöntem ile belirlenen tahmin edicinin varyansı için genel formülü bulmasıyla ilgi odağı haline gelmiştir (Almalı ve Ete, 2009). MLE yöntemi; büyük veri setleri başta olmak

üzere, genel olarak diğer tahminleme yöntemlerine kıyasla istatistiksel bazı özellikleri nedeni ile sıklıkla tercih edilmektedir (Abernethy, 2006). Weibull dağılımının MLE yöntemine dayalı ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i)$$

$$L = \prod_{i=1}^n \beta \alpha^{-\beta} x_i^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta},$$

dır. (Doğanşahin ve ark., 2019). Bu fonksiyona ayrıca olabilirlik fonksiyonu adı verilir. İşlem kolaylığı açısından olabilirlik fonksiyonunun doğal logaritması alınır.

$$\log L = \ln(\ln(\beta)) - \beta \ln(\alpha) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(\ln(x_i)) - \alpha^{-\beta} \sum_{i=1}^n x_i^\beta,$$

α ve β parametrelerine göre yukarıdaki ilk denklemin kısmi türevleri alınarak sıfıra eşitlenmesiyle;

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = -n\beta \alpha^{-1} + \beta \alpha^{-(\beta+1)} \sum_{i=1}^n x_i^\beta = 0.$$

$$\frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = n\beta^{-1} - n \ln(\alpha)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \alpha^{-\beta} \sum_{i=1}^n x_i^\beta \ln(x_i) + \alpha^{-\beta} \ln(\alpha) \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

elde edilir. İteratif yöntemler kullanılarak Newton-Raphson algoritması adımları izlendiğinde başlangıç adımı

$$\hat{\beta}_0 = \left[\frac{\frac{6}{\pi^2} \left[\sum_{i=1}^n (\ln(x_i))^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \ln(x_i))^2}{n} \right]}{n-1} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

olmak üzere r'inci iteratif adımda

$$\hat{\beta}_r = \hat{\beta}_{r-1} + \frac{A + \frac{1}{\hat{\beta}_{r-1}} - \frac{C_{r-1}}{B_{r-1}}}{\frac{1}{\hat{\beta}_{r-1}^2} + \frac{B_{r-1} H_{r-1} - C_{r-1}^2}{B_{r-1}^2}}$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(x_i)}{n}$$

$$B_{r-1} = \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\beta}_{r-1}}$$

$$C_{r-1} = \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\beta}_{r-1}} \ln(x_i)$$

$$H_{r-1} = \sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\beta}_{r-1}} (\ln(x_i))^2$$

eşitlikleri elde edilir. Bunun yanında, $\hat{\beta}$ değeri kullanılarak da

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\beta}}}{n} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}}$$

elde edilir (Genç ve ark., 2005).

3.2.3. En Küçük Kareler Yöntemi

EKK yöntemi, istatistiğin en eski parametre tahmin yöntemlerinden biri olmakla beraber en popüler parametre tahmin yöntemlerinden biridir. Ancak yaygın kullanımına rağmen uç değerlere olan aşırı duyarlılığı bu yöntemin en çok eleştirilen yönlerinden biri olarak değerlendirilmektedir (Abdi, 2007). Hataların karelerinin toplamının azaltılmasını temel alan (Dodge, 2008) Weibull dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right), x > 0.$$

Birikimli dağılım fonksiyonu lineer fonksiyona dönüştürülüp iki kez logaritması alınarak

$$\ln\left(-\ln(1 - F(x))\right) = \beta \ln(x) - \beta \ln(\alpha)$$

elde edilir.

$$Y = \ln\left(-\ln(1 - F(x))\right)$$

$$X = \ln(x), \quad \theta_1 = \beta, \quad \theta_0 = -\beta \ln(\alpha)$$

olmak üzere denklem yeniden yazıldığında

$$Y = \theta_0 + \theta_1 X$$

elde edilir. Örneklem hacmi n , küçükten büyüğe sıralı i 'inci sıra gözlem değeri $x_{(i)}$ olmak üzere örnekleme dayalı deneysel dağılım fonksiyonu $S_n(x_{(i)}) = i/(n + 1)$ formülünden yararlanılarak hesaplandığında θ_0 ve θ_1 parametreleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$Q(\theta_0, \theta_1) = \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \theta_0 - \theta_1 \ln(x_{(i)}) \right)^2$$

Buradan,

$$\hat{\theta}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln\left(-\ln\left(1 - S_n(x_{(i)})\right)\right) - \hat{\beta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)})$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)}) \ln(-\ln(1 - S_n(x_{(i)}))) - \sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)}) \sum_{i=1}^n \ln(-\ln(1 - S_n(x_{(i)})))}{n \sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)})^2 - (\sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)}))^2}$$

$\hat{\beta} = \hat{\theta}_1$ olmak üzere α parametresinin tahmini de

$$\hat{\alpha} = \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^n \ln(-\ln(1 - S_n(x_{(i)}))) - \hat{\beta} \sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)})}{\hat{\beta} n}\right)$$

biçiminde hesaplanır (Pobocikova ve Sedliackova, 2014).

3.3. Testin Gücü

Kitle parametrelerinin değerleri hakkındaki varsayımlar hipotez olarak adlandırılır (Akdeniz, 2018) ve araştırmacılar sıklıkla yokluk hipotezi (H_0) ve alternatif hipotez (H_1) olarak adlandırılan iki tür hipotezi kullanırlar. Hipotez testlerinde araştırmacıların amacı yokluk hipotezini alternatif hipoteze karşı test etmektir. Hipotez testi sonucunda yokluk hipotezi (H_0) reddedilir ya da ret edilemez (Akdi, 2005). Hipotez testlerinde I. Tip ve II. Tip olmak üzere iki tip hata karşımıza çıkar. Doğru bir yokluk hipotezinin (H_0) yanlışlıkla reddedilmesi I. Tip hata (α), yanlış olan alternatif hipotezin (H_1) reddedilmemesi ise II. Tip hata (β) olarak adlandırılır (Akdeniz, 2018). Araştırmacılar gerçekleştirdikleri analizlerinde hata olasılığının minimum olmasını arzu eder. Bu nedenle de birinci tür hata olasılığını sabit tutarak ikinci tür hata olasılığını ise küçük olacak şekilde test istatistikleri önerirler (Akdi, 2005).

Bir testin gücü istatistiksel testlerin seçiminde önemli rol oynamakta olup testin gücüne ilişkin literatürde farklı tanımlar yer alsa da özetle, testin gücü yanlışla yanlış diyebilme becerisidir (A. Pekgör, kişisel görüşme, 03 Ocak 2024). Diğer bir ifadeyle testin gücü, $(1 - \beta)$, yokluk hipotezini doğru bir şekilde reddedebilmesi olup 0-1 arasında bir değer olarak sayısallaştırılır (Akdi, 2005).

Bu çalışmadaki yokluk hipotezi ve alternatif hipotez

H_0 =Veri seti Weibull $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ dağılımından gelmektedir.

H_1 =Veri seti Weibull $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ dağılımından gelmemektedir.

şeklindedir. Bu bağlamda, güven aralığının belirlenmesi için, ilk olarak, muhtelif örneklem hacimlerinde (10, 15, 20, 30, 50, 70, 100, 200, 500) Weibull dağılımından rassal sayılar üretilmiştir. Her bir parametre tahmin edicisine göre (EKK, MLE, MOM) parametre tahminleri yapılmış ve yapılan her bir parametre tahminine istinaden test istatistiklerinin ayrı ayrı %95'lik kantil (sınır değerleri) değerleri hesaplanmıştır. Diğer

bir ifadeyle, α değeri 0.05 olarak alınarak %95'lik güven bölgesinden sınır değeri, kritik bölge, elde edilmiş ve böylelikle ilgili tahmin edicinin ilgili örneklem hacminde, ilgili test istatistiğine ait kritik tablo değeri belirlenmiştir.

3.4. Çok Ölçütlü Karar Verme Yöntemleri

Karar verme süreci, araştırmacının elde ettiği bulgulara dayalı olarak alternatif seçenekleri belirleme ve bu alternatifler arasından optimum olanı belirleme sürecini ifade etmekte olup bireylerin günlük karar süreçlerinde de önemli bir yere sahiptir. Geçmişte karar vericiler değerlendirme için gerçek sayıları kullanırken çok ölçütlü karar vermede problemlerin oldukça karmaşık hale gelmesiyle araştırmacılar, en iyi alternatifler için net sayılar öngöremez hale gelmişlerdir (Garg ve ark., 2020). Bu nedenle büyük verinin analizinde, çok sayıda bulguyu bir arada değerlendirerek nihai bir karara ulaşma, araştırmacıların önemli kaygılarından biridir.

Literatürde araştırmacılara kolaylık sağlayabilecek çeşitli karar verme ölçütleri yer alsa da doğru karar verme yönteminin belirlenmesi; karar verme süreci kadar kritik öneme sahiptir. Bu çalışmada ise kullanım kolaylığı gibi nedenlerle araştırmacıların sıklıkla yararlandığı (Çelikkilek ve Tüysüz, 2020) çoklu karar verme yaklaşımlarından Hwang ve Yoon (1981) tarafından önerilen TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) yönteminden yararlanılmıştır. Bu yöntemde karara ulaştırılacak alternatiflerin; belirlenen ölçütlere en çok tercih edilenden, en az tercih edilene doğru sıralanması (Uzun Ozsahin ve ark., 2021) ve Öklid mesafe yaklaşımlarından yararlanılarak alternatifin ideal çözüme en yakın, negatif ideal çözüme ise en uzak mesafede olması ilkesi temel alınır. TOPSIS yaklaşımını benimseyen araştırmacının muhtemel alternatifler ve ölçütleri belirleyerek n sayıda ölçüt ve m sayıda alternatif içeren bir matris oluşturarak takip etmesi gereken basamaklar sırasıyla aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Adım 1. Standart karar matrisinin oluşturulması: Normalizasyon, ölçütleri [0-1] aralığına indirgemek ve elde edilen değerlerin kıyaslanabilmesi için yapılır (Özdemir ve Seçme, 2009). Bu aşamada her ölçüt için matristeki değerlerin kareleri toplamının karekökü hesaplanır ve sütunun ilgili elemanının bulunan değere bölünmesiyle normalize karar matrisi elde edilir (Paksoy, 2024).

Adım 2. Ağırlıklandırılmış standart karar matrisinin oluşturulması: $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ olmak üzere değerlendirme ölçütlerinin ağırlıkları belirlenir (Hwang ve Yoon, 1981). Normalize karar matrisinde yer alan alternatifler ile ağırlıkların çarpımı, ağırlıklı standart karar matrisini ortaya çıkarır.

Adım 3. İdeal ve negatif ideal çözümlerin belirlenmesi: Ağırlıklandırılmış normalize karar matrisinden yararlanılarak tüm ölçütler için pozitif ideal ve negatif ideal çözüm kümeleri oluşturulur.

Adım 4. Uzaklık değerlerinin hesaplanması: Pozitif ve negatif ideal çözümler, daha önce de ifade edildiği gibi Öklid uzaklık yaklaşımından yararlanılarak belirlenir. Bu aşamada pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüm sayısının toplamı kadar uzaklık değerine erişilir (Doğan ve ark., 2023).

Adım 5. İdeal çözüme göreceli yakınlığın hesaplanması: İdeal çözüme göreceli uzaklığın belirlenmesinde pozitif ve negatif ideal ayırım ölçülerinden yararlanılır. Negatif ideal ayırım ölçüsünün toplam ayırım ölçüsü içindeki oranından yararlanılarak ideal çözüme göreceli yakınlık hesaplanır (Kutlu, 2019).

Adım 6. Tercihlerin sıralanması: Son olarak, bu aşamada ideal çözüme yakınlık bakımından alternatifler sıralanır (Hwang ve Yoon, 1981).

4. UYGULAMA

Bu aşamada, literatürde yer alan Weibull dağılımına uyum iyiliği testleri ve parametre tahmin yöntemlerinden yararlanarak R programıyla (R Core Team, 2024) kodlanacak olan Monte-Carlo simülasyonu (Metropolis ve Ulam, 1949) ile kritik tablo değerleri ve alternatif dağılımlara karşı güçler hesaplanacaktır. Ortaya çıkan sonuçlara göre performans haritaları elde edilerek yorumlanacaktır.

4.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada Weibull dağılımına GOF testlerinde parametre tahmin yöntemlerinin güç bakımından GOF testleri üzerine etkileri incelenecektir.

4.2. Araştırmanın Önemi

Veri setinin belirli bir dağılıma uygunluğunu belirlemek amacıyla birçok uyum iyiliği testinden yararlanılmaktadır. Uyum iyiliği testlerinden hangisinin ya da hangilerinin daha iyi sonuçlar verdiğinin Monte Carlo simülasyonu kullanılarak belirlenmesinin Weibull dağılımına sahip veri setlerinde kullanılacak uyum iyiliği testlerinin seçiminde, gelecek araştırmacılara yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

4.3. Güç Karşılaştırmaları

Monte-Carlo simülasyonundan yararlanarak 10, 15, 20, 30, 50, 70, 100, 200, 500 örneklem büyüklükleri için 20000'lik denemeler yoluyla $\alpha = 0.05$ düzeyinde anlamlı 1. tip hata bakımından kritik tablolar elde edilmiştir. Parametre tahmin yöntemleri bölümünde bahsedilen kodların pratik olarak hesaplanabilmesi için R kütüphanesinde yer alan EWGoF paketinden MLEst, LSEst, MEst fonksiyonları kullanılmıştır (Krit, 2019). Uyum iyiliği testlerinin kıyaslanabilmesi için Weibull dağılımına alternatif dağılımlardan türetilen örneklem uyum iyiliği test istatistiklerinin değerlerine ulaşılmıştır. Bu çalışmada Weibull dağılımına alternatif olarak, simetrik olmayan, Beta, F, Gamma, Kikare, Lognormal dağılımlarından yararlanılmıştır. Araştırmada kullanılan dağılımlar:

- i. Beta(α, β): (0,1) tanım aralığında yer alan dağılımlardan Beta dağılımında α ve β şekil parametreleri ve

$$f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere simülasyonlarda (α, β) parametreleri (2,2), (3,1.5) dağılımlarından yararlanılmıştır.

- ii. F dağılımı ($F(v_1, v_2)$): (0, ∞) tanım aralığında yer alan dağılımlardan F dağılımında v_1 ve v_2 serbestlik dereceleri ve

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{v_1+v_2}{2})}{\Gamma(\frac{v_1}{2})\Gamma(\frac{v_2}{2})} (v_1/v_2)^{v_1/2} x^{\frac{v_1}{2}-1} \left(1 + \frac{v_1x}{v_2}\right)^{-(v_1+v_2)/2}$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere $F(5,2)$ ve $F(10,1)$ dağılımlarından yararlanılmıştır.

iii. Gamma dağılımı ($\Gamma(\alpha, \sigma)$): $(0, \infty)$ tanım aralığında yer alan dağılımlardan *Gamma* dağılımında α ve σ sırasıyla şekil ve ölçek parametreleri ve

$$f(x) = \frac{1}{\sigma^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\sigma}$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere $\Gamma(2,1)$ ve $\Gamma(2,0.5)$ dağılımlarından yararlanılmıştır.

iv. Kikare(r) ($\chi^2_{(r)}$): $(0, \infty)$ tanım aralığında yer alan dağılımlardan $\chi^2_{(r)}$ dağılımında r serbestlik derecesi ve

$$f_r(x) = \frac{1}{2^{r/2} \Gamma(\frac{r}{2})} x^{\frac{r}{2}-1} e^{-x/2}$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere simülasyonlarda $r = 3$ ve $r = 10$ dağılımlarından yararlanılmıştır.

v. Log-normal dağılım ($LN(\mu, \sigma)$): $(0, \infty)$ tanım aralığında yer alan dağılımlardan Log-normal dağılımında μ ortalama, σ standart sapma ve

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-(\log(x)-\mu)^2/2\sigma^2}$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere $LN(0,1)$ ve $LN(0,2)$ dağılımlarından yararlanılmıştır (R Core Team, 2024).

4.4. Güç Verileri ve Karar Matrislerinin Oluşturulması

Farklı örneklem hacimlerine göre alternatif dağılıma ilişkin GOF testlerinin EKK yöntemiyle elde edilen testlerin 1. tip hata değeri 0.05 olmak üzere kritik değerleri ve güçleri Tablo 4.1-4.10'da verilmiştir. Tablo 4.2-4.10'da gri tonlama ile gösterilen sonuçlar en iyi performansı veren testleri göstermektedir. Aynı zamanda ilgili sütundaki en yüksek değer, en güçlü testi göstermektedir.

Tablo 4.1. EKK yöntemiyle hesaplanılan kritik değerler tablosu ($\alpha = 0.05$)

n	KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z_A	Z_C	Z_K	LiaoS	KL
10	0.27072	0.45899	0.13735	0.12872	0.96392	3.68390	13.28613	1.72428	1.80223	2.00517
15	0.22719	0.38739	0.14380	0.13603	1.00082	3.61166	15.72591	2.07885	1.61132	1.71242
20	0.19937	0.34030	0.14626	0.13812	1.00505	3.56362	17.08531	2.32420	1.48450	1.56854
30	0.16506	0.28455	0.15087	0.14331	1.02678	3.50638	19.16337	2.67435	1.33693	1.38976
50	0.12964	0.22430	0.15469	0.14775	1.04204	3.44313	20.72814	3.01337	1.18313	1.25891
70	0.11129	0.19275	0.15862	0.15177	1.06896	3.41164	21.97914	3.29295	1.13201	1.19488
100	0.09327	0.16220	0.15956	0.15272	1.07129	3.38377	23.43303	3.53526	1.07710	1.14813
200	0.06662	0.11588	0.16248	0.15628	1.08921	3.34485	25.83472	3.93988	1.01381	1.08847
500	0.04235	0.07401	0.16430	0.15832	1.10951	3.31562	28.69344	4.40125	0.96569	1.04493

Tablo 4.2. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=10)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.06014	0.07142	0.20408	0.35444	0.05434	0.05708	0.05212	0.06928	0.10566	0.10254
Kuiper	0.06746	0.08486	0.12622	0.23688	0.04876	0.05110	0.04948	0.05612	0.07626	0.07350
CVM	0.06408	0.08106	0.21672	0.38854	0.05402	0.05686	0.05166	0.06724	0.10556	0.10428
Watson	0.06822	0.08540	0.15716	0.29808	0.05064	0.05402	0.05094	0.05968	0.08740	0.08536
AD	0.03978	0.04416	0.34536	0.54952	0.07022	0.07352	0.06202	0.10062	0.17832	0.17396
Z_A	0.02842	0.03284	0.37542	0.56972	0.07170	0.07456	0.06356	0.10700	0.19452	0.19094
Z_C	0.01698	0.01202	0.39392	0.58036	0.07758	0.08118	0.06760	0.11774	0.21012	0.20922
Z_K	0.02450	0.02286	0.37534	0.56404	0.07430	0.07738	0.06600	0.10970	0.19808	0.19534
LiaoS	0.01676	0.01090	0.39480	0.58514	0.07702	0.08098	0.06698	0.11742	0.20966	0.20798
KL	0.05466	0.07154	0.10174	0.09346	0.04744	0.04906	0.03504	0.09530	0.07782	0.01526

EKK yönteminden yararlanılarak elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri göz önüne alındığında örneklem hacmi 10 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri Watson, Z_C ve LiaoS testleri olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4.3. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=15)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.06500	0.08622	0.28646	0.51628	0.05704	0.05438	0.05340	0.07492	0.13162	0.13448
Kuiper	0.07238	0.10486	0.18030	0.36612	0.05190	0.04924	0.04986	0.05998	0.09536	0.09708
CVM	0.07028	0.10178	0.31374	0.57410	0.05634	0.05372	0.05262	0.07480	0.13966	0.13960
Watson	0.07214	0.10328	0.22118	0.44446	0.05206	0.04960	0.05102	0.06472	0.10798	0.10842
AD	0.04276	0.05874	0.49040	0.75280	0.07624	0.07354	0.06544	0.11826	0.24146	0.24010
Z _A	0.03916	0.06328	0.54678	0.78264	0.08382	0.08134	0.07136	0.13842	0.28192	0.28270
Z _C	0.01140	0.01100	0.57382	0.78896	0.09602	0.09430	0.07824	0.15974	0.31088	0.31358
Z _K	0.02322	0.02972	0.54924	0.77088	0.08974	0.08938	0.07570	0.14802	0.29256	0.29264
LiaoS	0.01002	0.00610	0.57700	0.79922	0.09626	0.09372	0.07728	0.16028	0.31240	0.31510
KL	0.07158	0.12236	0.25420	0.30674	0.05896	0.05610	0.04192	0.11952	0.14510	0.03750

Örnekleme hacmi 15 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Kuiper, Z_C, LiaoS ve KL testleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 4.4. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=20)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.07398	0.10256	0.37576	0.64978	0.05922	0.06108	0.05362	0.08382	0.16828	0.16974
Kuiper	0.08588	0.12486	0.25126	0.49900	0.05380	0.05626	0.05114	0.06868	0.12620	0.12618
CVM	0.08414	0.12114	0.41892	0.72436	0.05918	0.06136	0.05422	0.08726	0.18590	0.18278
Watson	0.08626	0.12238	0.30298	0.58618	0.05510	0.05776	0.05238	0.07456	0.14440	0.14240
AD	0.05490	0.08048	0.62258	0.87380	0.08174	0.08208	0.06882	0.13882	0.31604	0.31164
Z _A	0.06056	0.10288	0.68070	0.89458	0.08938	0.09142	0.07068	0.16534	0.37472	0.37070
Z _C	0.01280	0.01792	0.70936	0.90026	0.10656	0.10840	0.08320	0.19690	0.41520	0.41210
Z _K	0.03060	0.05050	0.68002	0.88294	0.09806	0.10114	0.07786	0.17676	0.38476	0.38198
LiaoS	0.00862	0.00652	0.71288	0.90962	0.10648	0.10816	0.08202	0.19518	0.41534	0.41316
KL	0.10126	0.17722	0.34554	0.43306	0.05914	0.06012	0.03870	0.14044	0.19216	0.04178

Örnekleme hacmi 20 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Z_C, LiaoS ve KL testleri olduğu görülmüştür.

Tablo 4.5. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=30)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.08976	0.13568	0.53326	0.84234	0.06514	0.06336	0.05518	0.10382	0.24242	0.23978
Kuiper	0.09628	0.16086	0.38326	0.71680	0.05900	0.05676	0.05140	0.08444	0.18262	0.18240
CVM	0.09828	0.16078	0.59722	0.89940	0.06478	0.06306	0.05624	0.10836	0.26814	0.26904
Watson	0.09754	0.15664	0.44706	0.79256	0.05940	0.05800	0.05298	0.09184	0.20770	0.20688
AD	0.07272	0.12484	0.78996	0.97140	0.09220	0.09072	0.07216	0.17422	0.43628	0.43948
Z _A	0.10802	0.21048	0.84164	0.97880	0.10094	0.09968	0.07596	0.21162	0.51294	0.51702
Z _C	0.02022	0.04056	0.86452	0.98078	0.12880	0.12736	0.09510	0.25946	0.56426	0.56702
Z _K	0.05420	0.12250	0.84120	0.97246	0.11492	0.11614	0.08492	0.23258	0.52282	0.52586
LiaoS	0.01404	0.01830	0.86900	0.98442	0.12754	0.12554	0.09428	0.25734	0.56826	0.57096
KL	0.15254	0.30068	0.63468	0.82552	0.07584	0.07348	0.04866	0.18218	0.34280	0.11500

Örnekleme hacmi 30 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Z_C, LiaoS ve KL testleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 4.6. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=50)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.12078	0.21586	0.76710	0.97570	0.07450	0.07586	0.06186	0.14668	0.38706	0.38564
Kuiper	0.13062	0.25342	0.64340	0.94070	0.06822	0.06852	0.05858	0.12636	0.32360	0.31858
CVM	0.13512	0.24676	0.83670	0.99168	0.07672	0.07552	0.06108	0.16254	0.45054	0.44896
Watson	0.12828	0.23106	0.69914	0.96474	0.06880	0.06784	0.05832	0.13562	0.35458	0.35072
AD	0.11660	0.23128	0.94696	0.99892	0.11176	0.11250	0.08010	0.25616	0.65870	0.65790
Z _A	0.24486	0.47776	0.96878	0.99940	0.12666	0.12714	0.08232	0.31440	0.74658	0.74348
Z _C	0.06424	0.16146	0.97524	0.99942	0.17096	0.17248	0.11074	0.38790	0.79248	0.78960
Z _K	0.15034	0.35978	0.96704	0.99886	0.15240	0.15344	0.10276	0.34706	0.74946	0.74736
LiaoS	0.04070	0.08228	0.97686	0.99968	0.16512	0.16640	0.11000	0.37778	0.79416	0.79088
KL	0.31456	0.57226	0.86038	0.97852	0.08782	0.08700	0.05082	0.26480	0.55042	0.18338

Örnekleme hacmi 50 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri Z_C, LiaoS ve KL testleri olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4.7. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=70)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.14334	0.28530	0.89082	0.99640	0.08094	0.08188	0.06022	0.18400	0.50642	0.50684
Kuiper	0.15562	0.33868	0.81598	0.98962	0.07606	0.07668	0.05752	0.16292	0.45438	0.45166
CVM	0.16476	0.32518	0.94314	0.99928	0.08882	0.08988	0.06326	0.21460	0.60296	0.60810
Watson	0.15276	0.30218	0.85634	0.99534	0.07908	0.08020	0.05828	0.17766	0.49226	0.49358
AD	0.15668	0.33716	0.98876	1.00000	0.12846	0.12844	0.08268	0.32914	0.79828	0.80292
Z _A	0.38634	0.70198	0.99480	1.00000	0.14816	0.14792	0.08762	0.40814	0.87240	0.87702
Z _C	0.13362	0.34516	0.99608	1.00000	0.20588	0.20540	0.12606	0.49228	0.90206	0.90806
Z _K	0.25708	0.58704	0.99348	0.99994	0.17760	0.17952	0.11052	0.43848	0.86526	0.87052
LiaoS	0.06726	0.15434	0.99634	1.00000	0.18556	0.18426	0.11352	0.45942	0.89282	0.89910
KL	0.42620	0.73692	0.96984	0.99934	0.10574	0.10774	0.05878	0.33912	0.74312	0.39676

Örnekleme hacmi 70 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri AD, Z_A, Z_C, LiaoS ve KL testleridir. F(10,1) dağılımı için tüm testlerin güç değerleri oldukça yüksek olsa da AD, Z_A, Z_C, ve LiaoS testlerinin 1.00000 değerine ulaştığı görülmektedir.

Tablo 4.8. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=100)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.19796	0.41346	0.97314	0.99998	0.10394	0.10420	0.06874	0.25802	0.68768	0.68554
Kuiper	0.21494	0.48596	0.94988	0.99976	0.09472	0.09454	0.06506	0.23772	0.64972	0.64986
CVM	0.22272	0.45660	0.99112	1.00000	0.11326	0.11272	0.07090	0.30436	0.79118	0.78640
Watson	0.20250	0.42278	0.96388	0.99996	0.10040	0.10100	0.06554	0.25492	0.68588	0.68434
AD	0.23960	0.51226	0.99900	1.00000	0.16450	0.16236	0.09628	0.45162	0.92712	0.92502
Z _A	0.60198	0.90368	0.99962	1.00000	0.18628	0.18646	0.09920	0.53886	0.96322	0.96010
Z _C	0.27812	0.62842	0.99970	1.00000	0.25382	0.25660	0.14262	0.62174	0.97346	0.97096
Z _K	0.45672	0.83636	0.99944	1.00000	0.22190	0.22164	0.12602	0.56500	0.95470	0.95312
LiaoS	0.12218	0.29444	0.99982	1.00000	0.22356	0.22090	0.12484	0.57624	0.96900	0.96694
KL	0.64166	0.90840	0.99506	1.00000	0.12570	0.12650	0.06310	0.43766	0.87804	0.52790

Örnekleme hacmi 100 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri CVM, AD, Z_A, Z_K, Z_C, LiaoS ve KL testleri olarak karşımıza çıkmakta, F(10,1) dağılımı için bu testlerin 1.00000 değerine ulaştığı görülmektedir.

Tablo 4.9. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=200)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.38194	0.78252	0.99990	1.00000	0.16442	0.15924	0.08870	0.48900	0.95304	0.95214
Kuiper	0.43858	0.85264	0.99992	1.00000	0.16042	0.15560	0.08820	0.49326	0.95674	0.95654
CVM	0.43510	0.79526	0.99998	1.00000	0.19228	0.18642	0.09706	0.58824	0.98626	0.98598
Watson	0.38644	0.75100	0.99990	1.00000	0.16738	0.16316	0.08950	0.51184	0.96292	0.96208
AD	0.53282	0.89244	1.00000	1.00000	0.27138	0.26668	0.13372	0.75290	0.99870	0.99874
Z _A	0.96050	0.99952	1.00000	1.00000	0.31278	0.31098	0.14130	0.83418	0.99976	0.99974
Z _C	0.80352	0.99086	1.00000	1.00000	0.40088	0.39696	0.20074	0.88042	0.99984	0.99984
Z _K	0.90468	0.99830	1.00000	1.00000	0.35986	0.35864	0.17870	0.84126	0.99942	0.99936
LiaoS	0.34408	0.70572	1.00000	1.00000	0.32012	0.31584	0.15806	0.82106	0.99958	0.99968
KL	0.94912	0.99866	1.00000	1.00000	0.18112	0.17914	0.07538	0.66724	0.99222	0.87466

Örnekleme hacmi 200 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri AD, Z_A, Z_C, Z_K, LiaoS ve KL testleri olarak karşımıza çıkmaktadır. F(10,1) dağılımı için ise tüm uyum iyiliği testlerinin güç değeri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Tablo 4.10. Alternatif dağılımlara göre EKK yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=500)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.85400	0.99922	1.00000	1.00000	0.35896	0.35720	0.16468	0.89600	1.00000	1.00000
Kuiper	0.91124	0.99980	1.00000	1.00000	0.37030	0.37000	0.16318	0.92024	1.00000	1.00000
CVM	0.88362	0.99810	1.00000	1.00000	0.43782	0.43480	0.19050	0.95710	1.00000	1.00000
Watson	0.83282	0.99596	1.00000	1.00000	0.38666	0.38338	0.17030	0.92668	1.00000	1.00000
AD	0.96740	0.99994	1.00000	1.00000	0.56738	0.57006	0.25540	0.99000	1.00000	1.00000
Z _A	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.64788	0.64820	0.28684	0.99708	1.00000	1.00000
Z _C	0.99998	1.00000	1.00000	1.00000	0.72312	0.72188	0.36602	0.99824	1.00000	1.00000
Z _K	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.68234	0.67966	0.33406	0.99602	1.00000	1.00000
LiaoS	0.85854	0.99686	1.00000	1.00000	0.58080	0.58386	0.26292	0.99212	1.00000	1.00000
KL	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.34494	0.33864	0.12156	0.94356	1.00000	0.99968

Örnekleme hacmi 500 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Z_A, Z_C, Z_K, ve KL testleri olduğu sonucu karşımıza çıkmıştır. F(5, 2), F(10,1) ve LN(0,1) dağılımları için tüm uyum iyiliği testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır. LN(0,2) dağılımı için ise KL testi dışındaki uyum iyiliği testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Tüm örnekleme hacimlerinde EKK yönteminden yararlanılarak elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri göz önüne alındığında klasik uyum iyiliği testlerinden KS ve CVM testleri örnekleme hacimleri 200

ve 500 dışında hiçbir örneklem hacminde güç bakımından diğer uyum iyiliği testlerinden iyi sonuç vermemiştir.

Benzer şekilde farklı örneklem hacimlerine göre alternatif dağılımlara ilişkin GOF testlerinin MLE yöntemiyle elde edilen testlerin kritik değerleri ve güçleri Tablo 4.11-4.20'de verilmiştir. Tablo 4.12-4.20'de gri tonlama ile gösterilen sonuçlar en iyi performansı veren testleri göstermektedir. İlgili sütundaki en yüksek değer, en güçlü testi göstermektedir.

Tablo 4.11. MLE yöntemiyle hesaplanılan kritik değerler tablosu ($\alpha = 0.05$)

n	KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z_A	Z_C	Z_K	LiaoS	KL
10	0.25954	0.43515	0.11886	0.11265	0.72070	3.51208	6.99711	1.09168	1.23643	1.81967
15	0.21648	0.36416	0.12033	0.11420	0.73677	3.48306	8.49926	1.31780	1.15557	1.60718
20	0.18965	0.31893	0.12182	0.11588	0.73814	3.45464	9.37396	1.46293	1.09921	1.49483
30	0.15667	0.26350	0.12240	0.11605	0.74431	3.42317	10.93616	1.67256	1.03057	1.34283
50	0.12200	0.20642	0.12132	0.11541	0.74361	3.38684	12.73695	1.93297	0.96123	1.23361
70	0.10470	0.17651	0.12391	0.11780	0.75594	3.36877	13.92295	2.12586	0.92963	1.17717
100	0.08765	0.14805	0.12367	0.11725	0.75662	3.35142	15.33746	2.32644	0.89689	1.13692
200	0.06241	0.10551	0.12335	0.11715	0.75680	3.32738	17.89734	2.69003	0.84367	1.08328
500	0.03959	0.06695	0.12347	0.11721	0.75530	3.30808	20.81727	3.16317	0.80254	1.04314

Tablo 4.12. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=10)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.06746	0.08186	0.18940	0.31564	0.05238	0.05592	0.05148	0.06626	0.09608	0.09406
Kuiper	0.06332	0.07566	0.21784	0.37390	0.05600	0.05762	0.05390	0.06940	0.10444	0.10430
CVM	0.07052	0.09082	0.23720	0.40124	0.05518	0.05768	0.05302	0.07064	0.11142	0.11036
Watson	0.06724	0.08482	0.23560	0.39718	0.05672	0.05900	0.05418	0.07242	0.11294	0.11178
AD	0.08086	0.10812	0.22670	0.39058	0.05082	0.05202	0.04918	0.06202	0.10022	0.10056
Z_A	0.06996	0.09736	0.27640	0.45708	0.05204	0.05312	0.05040	0.06840	0.12424	0.12364
Z_C	0.07430	0.10226	0.25642	0.43162	0.04904	0.04968	0.04806	0.06254	0.11254	0.11222
Z_K	0.07984	0.10196	0.17076	0.30910	0.04550	0.04714	0.04756	0.05320	0.07824	0.07676
LiaoS	0.09626	0.13356	0.15568	0.28430	0.03856	0.03820	0.04166	0.03856	0.05598	0.05742
KL	0.08812	0.12800	0.00354	0.00056	0.03038	0.03188	0.02052	0.07604	0.01502	0.00052

MLE yönteminden yararlanılarak elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri göz önüne alındığında örneklem hacmi 10 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Watson, Z_A , LiaoS ve KL testleri olduğu görülmüştür.

Tablo 4.13. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=15)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.07484	0.10366	0.28818	0.48570	0.05778	0.05552	0.05304	0.07150	0.12616	0.12786
Kuiper	0.06766	0.09074	0.33242	0.56664	0.05888	0.05852	0.05522	0.07436	0.13894	0.13992
CVM	0.08048	0.11782	0.37364	0.60934	0.06132	0.05858	0.05484	0.08180	0.16136	0.16068
Watson	0.07480	0.10700	0.36676	0.59996	0.06298	0.06000	0.05596	0.08224	0.15870	0.15864
AD	0.09156	0.14086	0.37564	0.61612	0.05408	0.05376	0.05156	0.07586	0.15668	0.15552
Z _A	0.07852	0.12776	0.45170	0.70464	0.06010	0.05948	0.05488	0.09474	0.20474	0.20398
Z _C	0.08790	0.13852	0.41884	0.66496	0.05350	0.05316	0.05148	0.08190	0.18082	0.17944
Z _K	0.09134	0.13080	0.30578	0.55186	0.04776	0.04678	0.04694	0.05992	0.11940	0.11956
LiaoS	0.10976	0.17064	0.30284	0.51942	0.03954	0.03958	0.04254	0.04988	0.10736	0.10718
KL	0.10720	0.17626	0.01352	0.00234	0.03772	0.03728	0.02780	0.07880	0.03328	0.00045

Örnekleme hacmi 15 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Watson, Z_A, LiaoS ve KL testleri olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4.14. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=20)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.08520	0.12180	0.38548	0.62788	0.05728	0.06010	0.05256	0.08074	0.16198	0.16152
Kuiper	0.07710	0.11060	0.44482	0.71440	0.06048	0.06294	0.05552	0.08472	0.18034	0.18052
CVM	0.09292	0.14270	0.49534	0.75046	0.06250	0.06428	0.05534	0.09388	0.20996	0.20844
Watson	0.08530	0.12740	0.48300	0.73774	0.06284	0.06506	0.05566	0.09258	0.20228	0.20162
AD	0.11330	0.18010	0.51798	0.77588	0.06014	0.06198	0.05400	0.09368	0.22088	0.21974
Z _A	0.10148	0.17014	0.61256	0.85920	0.07164	0.07312	0.06070	0.12708	0.30540	0.30198
Z _C	0.11518	0.18254	0.57364	0.82872	0.06252	0.06536	0.05518	0.11010	0.26940	0.26802
Z _K	0.10550	0.15530	0.44962	0.74368	0.05136	0.05116	0.04796	0.07386	0.17920	0.17488
LiaoS	0.13230	0.20680	0.44878	0.70264	0.04550	0.04610	0.04384	0.06598	0.16788	0.16778
KL	0.14138	0.23916	0.01108	0.00134	0.03528	0.03658	0.02388	0.08246	0.03374	0.00044

Örnekleme hacmi 20 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri Z_A ve KL testleri olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4.15. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=30)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.10396	0.16464	0.56340	0.82596	0.06322	0.06224	0.05526	0.10082	0.23108	0.23352
Kuiper	0.09716	0.15254	0.63518	0.89288	0.06622	0.06698	0.05838	0.10722	0.26384	0.26614
CVM	0.12150	0.20380	0.68626	0.91318	0.06948	0.06818	0.05858	0.12092	0.30956	0.31216
Watson	0.11024	0.18284	0.67176	0.90488	0.06978	0.06878	0.05926	0.11866	0.29834	0.29956
AD	0.14986	0.25816	0.72162	0.93390	0.06928	0.06744	0.05686	0.12634	0.33970	0.34270
Z _A	0.14006	0.27292	0.80536	0.97220	0.08828	0.08630	0.06708	0.18106	0.45848	0.46262
Z _C	0.14670	0.26866	0.76866	0.95732	0.07306	0.07264	0.05906	0.15084	0.40356	0.40724
Z _K	0.13094	0.20958	0.67418	0.93324	0.05816	0.05800	0.05112	0.10700	0.29882	0.30064
LiaoS	0.17088	0.29078	0.67576	0.90330	0.05452	0.05410	0.04946	0.10210	0.28876	0.29200
KL	0.19912	0.35638	0.06594	0.02120	0.04392	0.04398	0.03072	0.09780	0.08972	0.00350

Örnekleme hacmi 30 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Z_A ve KL testleri olduğu görülmektedir.

Tablo 4.16. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=50)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.15482	0.26534	0.80532	0.97396	0.07526	0.07812	0.06140	0.14548	0.37864	0.37890
Kuiper	0.14428	0.24514	0.86088	0.98914	0.07622	0.07762	0.06336	0.15002	0.42900	0.42880
CVM	0.19154	0.34608	0.89942	0.99320	0.08578	0.08632	0.06742	0.18436	0.50572	0.50488
Watson	0.17404	0.30888	0.88818	0.99108	0.08368	0.08422	0.06758	0.17536	0.47858	0.47866
AD	0.24074	0.43844	0.92372	0.99614	0.08780	0.08854	0.06684	0.20288	0.56618	0.56428
Z _A	0.26826	0.53548	0.96080	0.99932	0.12192	0.12036	0.08156	0.29340	0.71436	0.71212
Z _C	0.25126	0.47952	0.94600	0.99854	0.09994	0.09948	0.06876	0.24822	0.65366	0.65208
Z _K	0.19154	0.35792	0.90830	0.99698	0.07744	0.07916	0.05938	0.18322	0.54594	0.54346
LiaoS	0.25820	0.46170	0.90470	0.99304	0.07440	0.07534	0.05876	0.17664	0.51398	0.51056
KL	0.35782	0.60614	0.13318	0.04514	0.04684	0.04502	0.03094	0.12834	0.14940	0.00372

Örnekleme hacmi 50 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin 30 örnekleme hacminde olduğu gibi Z_A ve KL testleri olduğu sonucu ortaya çıkmıştır.

Tablo 4.17. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=70)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.18978	0.35004	0.91386	0.99616	0.08192	0.08412	0.06092	0.17868	0.49032	0.49186
Kuiper	0.18398	0.33138	0.95160	0.99892	0.08376	0.08562	0.06268	0.18984	0.56414	0.56598
CVM	0.25136	0.46540	0.96998	0.99940	0.09704	0.09844	0.06756	0.23644	0.64612	0.64974
Watson	0.22576	0.41596	0.96330	0.99908	0.09316	0.09466	0.06712	0.21992	0.61420	0.61876
AD	0.32204	0.58706	0.98206	0.99976	0.10208	0.10506	0.06912	0.27084	0.71926	0.72502
Z _A	0.40404	0.74858	0.99288	1.00000	0.14508	0.14372	0.08902	0.38560	0.85236	0.85712
Z _C	0.36366	0.67668	0.98926	0.99994	0.12430	0.12638	0.07852	0.34186	0.81050	0.81588
Z _K	0.26092	0.54572	0.97650	0.99988	0.09670	0.09588	0.06440	0.25778	0.71576	0.72222
LiaoS	0.33680	0.59872	0.97548	0.99958	0.09078	0.09208	0.06170	0.24370	0.67480	0.67900
KL	0.45918	0.75468	0.48710	0.33874	0.05520	0.05566	0.03550	0.16574	0.31486	0.02048

Örnekleme hacmi 70 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Z_A ve KL testleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 4.18. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=100)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.27010	0.49880	0.98130	0.99994	0.10140	0.10140	0.06998	0.24366	0.65920	0.65500
Kuiper	0.25988	0.48512	0.99206	1.00000	0.10136	0.10164	0.06954	0.26166	0.74142	0.73858
CVM	0.35902	0.63994	0.99646	1.00000	0.12028	0.12174	0.07572	0.32732	0.81220	0.80956
Watson	0.32628	0.58612	0.99490	1.00000	0.11422	0.11514	0.07422	0.30194	0.78330	0.78056
AD	0.45830	0.77444	0.99810	1.00000	0.13320	0.13302	0.07898	0.38050	0.87700	0.87386
Z _A	0.62800	0.93298	0.99944	1.00000	0.18614	0.18610	0.10470	0.51498	0.95558	0.95284
Z _C	0.53872	0.86960	0.99910	1.00000	0.15784	0.15780	0.08894	0.46264	0.93290	0.93162
Z _K	0.40594	0.80198	0.99754	1.00000	0.12376	0.12506	0.07174	0.36606	0.87874	0.87554
LiaoS	0.46342	0.76908	0.99734	0.99998	0.12102	0.12004	0.07128	0.35018	0.84426	0.84182
KL	0.65580	0.90862	0.64472	0.45462	0.05910	0.06018	0.03556	0.20606	0.43402	0.02666

Örnekleme hacmi 100 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin Z_A ve KL testleri olduğu görülmüştür. Bunun yanında, F(10,1) dağılımı için Kuiper, CVM, Watson, AD, Z_A, Z_C ve Z_K testlerinin güç değerlerinin 1.0000 değerine ulaştığı görülmektedir.

Tablo 4.19. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=200)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.52438	0.83530	0.99994	1.00000	0.15674	0.15350	0.08800	0.44918	0.93726	0.93478
Kuiper	0.52514	0.85118	0.99998	1.00000	0.15548	0.15184	0.08572	0.49342	0.97172	0.96890
CVM	0.68462	0.94314	1.00000	1.00000	0.20000	0.19686	0.10480	0.60268	0.98692	0.98484
Watson	0.63610	0.91486	0.99998	1.00000	0.18326	0.17896	0.09914	0.55534	0.97918	0.97740
AD	0.81720	0.98658	1.00000	1.00000	0.23158	0.22770	0.11472	0.69098	0.99606	0.99496
Z _A	0.97272	0.99990	1.00000	1.00000	0.30124	0.29638	0.14520	0.80366	0.99974	0.99948
Z _C	0.92762	0.99902	1.00000	1.00000	0.26774	0.26464	0.12946	0.76594	0.99928	0.99892
Z _K	0.87876	0.99908	1.00000	1.00000	0.22068	0.21570	0.10500	0.67274	0.99658	0.99582
LiaoS	0.80446	0.98122	1.00000	1.00000	0.21660	0.21552	0.10960	0.65794	0.99336	0.99198
KL	0.94684	0.99812	0.96782	0.86072	0.07622	0.07518	0.03790	0.32428	0.76958	0.11352

Örnekleme hacmi 200 iken çeşitli dağılımlarda en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri KS, Kuiper, CVM, Watson, AD, Z_A, Z_C, Z_K ve LiaoS testleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Z_A uyum iyiliği testi tüm dağılım modellerinde en iyi sonucu veren test olarak karşımıza çıkmıştır. F(10,1) dağılımı için KL testi dışındaki tüm testlerin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Tablo 4.20. Alternatif dağılımlara göre MLE yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=500)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.93902	0.99902	1.00000	1.00000	0.33464	0.33090	0.15520	0.85656	0.99992	0.99990
Kuiper	0.95032	0.99970	1.00000	1.00000	0.34412	0.34036	0.15174	0.90616	0.99998	1.00000
CVM	0.98856	1.00000	1.00000	1.00000	0.44292	0.44132	0.19450	0.95568	1.00000	1.00000
Watson	0.98026	0.99996	1.00000	1.00000	0.39734	0.39412	0.17630	0.93208	1.00000	1.00000
AD	0.99904	1.00000	1.00000	1.00000	0.52730	0.52798	0.22908	0.98284	1.00000	1.00000
Z _A	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.59818	0.59834	0.26792	0.99370	1.00000	1.00000
Z _C	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.57674	0.57638	0.25592	0.99246	1.00000	1.00000
Z _K	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.47838	0.47412	0.20552	0.97446	1.00000	1.00000
LiaoS	0.99796	1.00000	1.00000	1.00000	0.49568	0.49412	0.21390	0.97530	1.00000	1.00000
KL	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.13682	0.13564	0.05768	0.62472	0.99406	0.62922

Örnekleme hacmi 500 iken Z_A testi tüm dağılımlar için en iyi sonucu veren test olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. F(5,2) ve F(10,1) dağılımı için tüm uyum iyiliği testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Farklı örnekleme hacimlerine göre alternatif dağılıma ilişkin GOF testlerinin MOM yöntemiyle elde edilen testlerin kritik değerleri ve güçleri Tablo 4.21-4.30'da verilmiştir.

Tablo 4.22-4.30'da gri tonlama ile gösterilen sonuçlar en iyi performansı veren testleri göstermektedir. İlgili sütundaki en yüksek değer en güçlü testi göstermektedir.

Tablo 4.21. MOM yöntemiyle hesaplanılan kritik değerler tablosu ($\alpha = 0.05$)

n	KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z _A	Z _C	Z _K	LiaoS	KL
10	0.27061	0.45701	0.13681	0.12773	0.89571	3.64517	10.90962	1.50261	1.58780	1.96503
15	0.22714	0.38681	0.14428	0.13603	0.94872	3.59722	13.57290	1.90494	1.47080	1.69230
20	0.19977	0.34084	0.14748	0.13907	0.96567	3.55495	15.54257	2.18690	1.38988	1.55652
30	0.16553	0.28519	0.15291	0.14458	1.01181	3.50594	18.02611	2.57693	1.28285	1.38470
50	0.13039	0.22553	0.15706	0.15021	1.04250	3.44528	20.23813	2.98470	1.16163	1.25734
70	0.11170	0.19357	0.16072	0.15434	1.06256	3.41356	21.65978	3.29490	1.11786	1.19441
100	0.09370	0.16307	0.16218	0.15513	1.08235	3.38620	23.30216	3.53707	1.07126	1.14808
200	0.06691	0.11666	0.16438	0.15806	1.09580	3.34602	25.93307	3.95150	1.01211	1.08842
500	0.04250	0.07428	0.16559	0.15972	1.11819	3.31592	28.88840	4.40382	0.96611	1.04492

Tablo 4.22. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=10)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.05262	0.06118	0.23044	0.38380	0.05686	0.06088	0.05408	0.07610	0.11802	0.11598
Kuiper	0.07042	0.09062	0.13286	0.25220	0.04650	0.04802	0.04812	0.05284	0.07180	0.06940
CVM	0.06030	0.07590	0.23840	0.41478	0.05486	0.05780	0.05192	0.07086	0.11430	0.11292
Watson	0.06920	0.08752	0.17008	0.31864	0.04920	0.05248	0.04966	0.05802	0.08738	0.08494
AD	0.04362	0.05196	0.33550	0.53180	0.06692	0.06968	0.06080	0.09524	0.16998	0.16638
Z _A	0.03960	0.05106	0.34970	0.53280	0.06446	0.06734	0.05900	0.09556	0.17472	0.17310
Z _C	0.02244	0.02382	0.37870	0.55290	0.07482	0.07750	0.06490	0.11266	0.20080	0.19984
Z _K	0.03354	0.03944	0.35210	0.52346	0.06918	0.07244	0.06354	0.10298	0.18334	0.18126
LiaoS	0.01588	0.01000	0.39392	0.57514	0.07756	0.08144	0.06748	0.11846	0.21094	0.20940
KL	0.07040	0.09628	0.02180	0.00582	0.03858	0.03970	0.02718	0.08246	0.03894	0.00224

MOM yönteminden yararlanılarak elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri göz önüne alındığında örneklem hacmi 10 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri Kuiper, LiaoS ve KL testleri olarak karşımıza çıkmaktadır.

Tablo 4.23. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=15)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.05958	0.08084	0.31428	0.54088	0.06032	0.05784	0.05562	0.08182	0.14556	0.14732
Kuiper	0.07780	0.11382	0.18114	0.37440	0.04814	0.04538	0.04828	0.05310	0.08458	0.08650
CVM	0.06770	0.09736	0.33586	0.59282	0.05614	0.05308	0.05302	0.07500	0.14546	0.14472
Watson	0.07424	0.10742	0.23206	0.45834	0.04932	0.04686	0.04830	0.05914	0.10338	0.10294
AD	0.05024	0.07258	0.47420	0.73114	0.07226	0.06840	0.06350	0.10920	0.22702	0.22608
Z _A	0.05600	0.08966	0.51192	0.74376	0.07358	0.07170	0.06476	0.11988	0.25190	0.25358
Z _C	0.02054	0.03070	0.55894	0.76486	0.09288	0.09112	0.07702	0.15418	0.29974	0.30352
Z _K	0.03944	0.06296	0.51560	0.72608	0.08172	0.08332	0.07002	0.13652	0.26926	0.26840
LiaoS	0.00994	0.00678	0.57716	0.79028	0.09614	0.09468	0.07826	0.16082	0.31230	0.31542
KL	0.08956	0.15094	0.13128	0.07258	0.04846	0.04716	0.03400	0.10456	0.09776	0.00924

Örnekleme hacmi 15 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin LiaoS ve KL testleri olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4.24. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=20)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.07010	0.09924	0.40032	0.66690	0.06196	0.06322	0.05452	0.08880	0.17940	0.18184
Kuiper	0.09056	0.13340	0.24360	0.49806	0.04852	0.05032	0.04756	0.05914	0.10830	0.10920
CVM	0.08122	0.11636	0.43958	0.73302	0.05724	0.06002	0.05264	0.08562	0.18776	0.18544
Watson	0.08914	0.12584	0.30740	0.59300	0.05038	0.05320	0.04920	0.06670	0.13234	0.13110
AD	0.06530	0.09544	0.60402	0.85702	0.07532	0.07720	0.06494	0.12820	0.29650	0.29212
Z _A	0.08290	0.13522	0.65030	0.87062	0.07880	0.08054	0.06480	0.14436	0.34280	0.33722
Z _C	0.02430	0.04038	0.69108	0.87968	0.10078	0.10214	0.07834	0.18628	0.39580	0.39212
Z _K	0.05280	0.09012	0.64484	0.84648	0.08964	0.09300	0.07212	0.16170	0.35248	0.34982
LiaoS	0.01094	0.01000	0.71032	0.90112	0.10528	0.10712	0.08166	0.19418	0.41210	0.41032
KL	0.12238	0.20946	0.20498	0.14072	0.04918	0.04936	0.03150	0.12340	0.13516	0.01086

Örnekleme hacmi 20 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin LiaoS ve KL testleri olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4.25. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=30)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.08652	0.13672	0.55506	0.84838	0.06608	0.06600	0.05712	0.10744	0.25182	0.25024
Kuiper	0.10282	0.17070	0.36440	0.70740	0.05166	0.05054	0.04752	0.07106	0.15434	0.15492
CVM	0.09560	0.15550	0.60962	0.89976	0.06054	0.05928	0.05344	0.10300	0.26464	0.26526
Watson	0.10174	0.16362	0.44714	0.79122	0.05310	0.05150	0.04896	0.08020	0.18638	0.18756
AD	0.08164	0.13812	0.76704	0.96316	0.08110	0.07966	0.06458	0.15460	0.40222	0.40474
Z _A	0.12810	0.23758	0.81684	0.97002	0.08560	0.08468	0.06558	0.18320	0.46966	0.47380
Z _C	0.03692	0.07352	0.84920	0.97350	0.12136	0.12040	0.08994	0.24658	0.54008	0.54506
Z _K	0.08268	0.17192	0.81304	0.95598	0.10320	0.10532	0.07778	0.21048	0.48236	0.48736
LiaoS	0.01860	0.02866	0.86500	0.98158	0.12474	0.12274	0.09246	0.25186	0.55952	0.56178
KL	0.17414	0.33046	0.54256	0.63076	0.06436	0.06322	0.04138	0.16368	0.28782	0.05506

Örnekleme hacmi 30 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin LiaoS ve KL testleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 4.26. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=50)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.11696	0.21706	0.77662	0.97472	0.07420	0.07488	0.06060	0.14716	0.38870	0.38748
Kuiper	0.13554	0.25896	0.60662	0.92950	0.05912	0.05894	0.05244	0.10508	0.27234	0.26938
CVM	0.13152	0.23808	0.83996	0.99120	0.07210	0.07038	0.05800	0.15438	0.44036	0.43890
Watson	0.13188	0.23520	0.68810	0.96084	0.06054	0.05910	0.05242	0.11648	0.31668	0.31326
AD	0.12662	0.24146	0.93620	0.99842	0.09772	0.09672	0.07034	0.22860	0.61756	0.61716
Z _A	0.26026	0.49036	0.96160	0.99898	0.10850	0.10768	0.07124	0.27872	0.70898	0.70580
Z _C	0.09114	0.20624	0.97084	0.99904	0.16074	0.16022	0.10330	0.36600	0.76860	0.76568
Z _K	0.18144	0.39848	0.95536	0.99728	0.13586	0.13610	0.09100	0.31558	0.70616	0.70472
LiaoS	0.04904	0.09514	0.97516	0.99962	0.15826	0.15852	0.10542	0.36680	0.78166	0.77876
KL	0.33524	0.59214	0.80696	0.92638	0.07562	0.07478	0.04312	0.24092	0.48794	0.09906

Örnekleme hacmi 50 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri Z_C, LiaoS ve KL testleri olarak belirlenmiştir.

Tablo 4.27. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=70)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.14286	0.29358	0.89710	0.99608	0.08054	0.08264	0.06038	0.18496	0.50966	0.50812
Kuiper	0.16240	0.34556	0.78488	0.98662	0.06656	0.06608	0.05196	0.13832	0.39526	0.39372
CVM	0.15992	0.31626	0.94464	0.99912	0.08304	0.08354	0.05910	0.20440	0.59128	0.59458
Watson	0.15632	0.30420	0.84564	0.99398	0.06884	0.06916	0.05196	0.15476	0.44682	0.44504
AD	0.16874	0.35148	0.98628	0.99996	0.11464	0.11550	0.07540	0.30260	0.77078	0.77492
Z _A	0.39522	0.70548	0.99320	1.00000	0.12804	0.12794	0.07562	0.37222	0.84840	0.85398
Z _C	0.16354	0.38724	0.99514	1.00000	0.19276	0.19288	0.11750	0.47010	0.88776	0.89268
Z _K	0.28270	0.60810	0.99000	0.99990	0.15814	0.16032	0.09864	0.39968	0.83094	0.83646
LiaoS	0.07576	0.16810	0.99590	1.00000	0.17616	0.17570	0.10774	0.44490	0.88326	0.89014
KL	0.44104	0.74824	0.95562	0.99780	0.09174	0.09456	0.05100	0.31234	0.69824	0.28922

Örnekleme hacmi 70 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri Z_A, Z_C, LiaoS ve KL testleri olarak belirlenmiştir. Z_A, Z_C ve LiaoS testleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Tablo 4.28. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=100)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.19674	0.42082	0.97500	0.99996	0.10274	0.10336	0.06820	0.25624	0.68398	0.68174
Kuiper	0.21984	0.48874	0.93238	0.99966	0.08224	0.08268	0.05692	0.20498	0.58462	0.58438
CVM	0.21456	0.44322	0.99112	1.00000	0.10526	0.10526	0.06572	0.28964	0.77836	0.77242
Watson	0.20588	0.42486	0.95932	0.99992	0.08744	0.08832	0.05796	0.22646	0.64040	0.64028
AD	0.24408	0.51252	0.99864	1.00000	0.14528	0.14308	0.08378	0.41426	0.90932	0.90664
Z _A	0.59946	0.89992	0.99946	1.00000	0.16122	0.16134	0.08500	0.49904	0.95270	0.94970
Z _C	0.30574	0.65280	0.99962	1.00000	0.23924	0.24100	0.13350	0.60016	0.96734	0.96452
Z _K	0.47722	0.84496	0.99918	1.00000	0.20120	0.20140	0.11418	0.52928	0.93816	0.93636
LiaoS	0.12882	0.29864	0.99978	1.00000	0.21086	0.20900	0.11614	0.55908	0.96464	0.96282
KL	0.65058	0.91158	0.99188	0.99992	0.11108	0.11254	0.05480	0.40892	0.84764	0.40680

Örnekleme hacmi 100 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testleri AD, Z_A, Z_C, Z_K, LiaoS ve KL testleri olmuştur. AD, Z_A, Z_C, Z_K ve LiaoS testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Tablo 4.29. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=200)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.38204	0.78776	0.99994	1.00000	0.16184	0.15556	0.08748	0.48104	0.95022	0.94826
Kuiper	0.43544	0.85000	0.99962	1.00000	0.13946	0.13640	0.07766	0.44532	0.93488	0.93424
CVM	0.42360	0.78428	0.99998	1.00000	0.18268	0.17574	0.09190	0.57190	0.98438	0.98364
Watson	0.38976	0.74982	0.99982	1.00000	0.15102	0.14622	0.08086	0.47692	0.95014	0.94838
AD	0.53478	0.89126	1.00000	1.00000	0.25018	0.24684	0.12238	0.72888	0.99824	0.99810
Z _A	0.95774	0.99948	1.00000	1.00000	0.28460	0.28250	0.12440	0.81298	0.99970	0.99956
Z _C	0.80676	0.99074	1.00000	1.00000	0.38186	0.37894	0.18818	0.86726	0.99976	0.99978
Z _K	0.90820	0.99842	1.00000	1.00000	0.33706	0.33628	0.16488	0.81816	0.99886	0.99884
LiaoS	0.34396	0.70030	1.00000	1.00000	0.30574	0.30148	0.14894	0.80898	0.99948	0.99960
KL	0.95078	0.99878	0.99998	1.00000	0.16432	0.16298	0.06778	0.63920	0.98838	0.80064

Örnekleme hacmi 200 iken en iyi sonucu veren uyum iyiliği testlerinin AD, Z_A, Z_C, Z_K ve LiaoS olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. F(10,1) dağılımı için tüm uyum iyiliği testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Tablo 4.30. Alternatif dağılımlara göre MOM yöntemiyle elde edilen parametre değerleriyle hesaplanılan uyum iyiliği testlerinin güç değerleri (n=500)

Dağılım	Beta(2, 2)	Beta(3, 1.5)	F(5, 2)	F(10, 1)	$\Gamma(2, 1)$	$\Gamma(2, 0.5)$	$\chi^2(3)$	$\chi^2(10)$	LN(0, 1)	LN(0, 2)
KS	0.85504	0.99930	1.00000	1.00000	0.35104	0.34980	0.16122	0.88968	1.00000	1.00000
Kuiper	0.91022	0.99980	1.00000	1.00000	0.34750	0.34782	0.15066	0.90382	1.00000	1.00000
CVM	0.87658	0.99788	1.00000	1.00000	0.42662	0.42368	0.18296	0.95376	1.00000	1.00000
Watson	0.83114	0.99582	1.00000	1.00000	0.36516	0.36244	0.15896	0.91392	1.00000	1.00000
AD	0.96638	0.99994	1.00000	1.00000	0.54690	0.54858	0.23992	0.98806	1.00000	1.00000
Z _A	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.62834	0.62928	0.27042	0.99656	1.00000	1.00000
Z _C	0.99996	1.00000	1.00000	1.00000	0.70954	0.70822	0.35118	0.99802	1.00000	1.00000
Z _K	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.66468	0.66258	0.31880	0.99502	1.00000	1.00000
LiaoS	0.85360	0.99628	1.00000	1.00000	0.56742	0.57018	0.25160	0.99124	1.00000	1.00000
KL	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.32580	0.31864	0.11368	0.93232	1.00000	0.99894

Örnekleme hacmi 500 iken F(5,2), F(10,1) ve LN(0,1) dağılımları için tüm uyum iyiliği testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır. LN(0,2) dağılımı için KL dışında kalan tüm uyum iyiliği testlerinin güç değerleri 1.00000 değerine ulaşmıştır.

Simülasyon sonuçlarından elde edilen güç değerlerinden yola çıkarak satırlar uyum iyiliği testlerini, sütunlar ise alternatif dağılımlar olmak üzere örnek olacak şekilde Tablo 4.2'de yer alan EKK yöntemi ile elde edilmiş güç verilerinden karar matrisi (M matrisi) oluşturulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} 0.06014 & 0.07142 & 0.20408 & 0.35444 & 0.05434 & 0.05708 & 0.05212 & 0.06928 & 0.10566 & 0.10254 \\ 0.06746 & 0.08486 & 0.12622 & 0.23688 & 0.04876 & 0.05110 & 0.04948 & 0.05612 & 0.07626 & 0.07350 \\ 0.06408 & 0.08106 & 0.21672 & 0.38854 & 0.05402 & 0.05686 & 0.05166 & 0.06724 & 0.10556 & 0.10428 \\ 0.06822 & 0.08540 & 0.15716 & 0.29808 & 0.05064 & 0.05402 & 0.05094 & 0.05968 & 0.08740 & 0.08536 \\ 0.03978 & 0.04416 & 0.34536 & 0.54952 & 0.07022 & 0.07352 & 0.06202 & 0.10062 & 0.17832 & 0.17396 \\ 0.02842 & 0.03284 & 0.37542 & 0.56972 & 0.07170 & 0.07456 & 0.06356 & 0.10700 & 0.19452 & 0.19094 \\ 0.01698 & 0.01202 & 0.39392 & 0.58036 & 0.07758 & 0.08118 & 0.06760 & 0.11774 & 0.21012 & 0.20922 \\ 0.02450 & 0.02286 & 0.37534 & 0.56404 & 0.07430 & 0.07738 & 0.06600 & 0.10970 & 0.19808 & 0.19534 \\ 0.01676 & 0.01090 & 0.39480 & 0.58514 & 0.07702 & 0.08098 & 0.06698 & 0.11742 & 0.20966 & 0.20798 \\ 0.05466 & 0.07154 & 0.10174 & 0.09346 & 0.04744 & 0.04906 & 0.03504 & 0.09530 & 0.07782 & 0.01526 \end{bmatrix}$$

TOPSİS puanları hesaplanırken uyum iyiliği testleri eşit ağırlıklı olmak üzere 10 alternatif dağılımdan yararlanılmıştır. Bu bağlamda karar matrisinin normalizasyonu için Hwang ve Yoon (1981) tarafından belirtilen adımlar takip edilerek $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}$ formülünde gösterildiği gibi uyum iyiliği testlerinin güç değerlerinin karelerinin toplamının kareköküne bölünmesiyle normalizasyon yapılmıştır. Ağırlıklandırılmış karar matrisinin elde edilmesi için ise, ağırlıkların toplamı “1” olmak üzere, normalize karar matrisinde elde edilen sonuçların her bir uyum iyiliği testi için belirlenen ağırlık ile çarpılması sonucunda ağırlıklandırılmış normalize karar matrisi elde edilerek “V” ile gösterilmiştir. Bu çalışmada uyum iyiliği testleri eşit ağırlıklandırılmıştır.

$$V = \begin{bmatrix} 0.03568 & 0.03466 & 0.02010 & 0.02248 & 0.02451 & 0.02459 & 0.02610 & 0.02143 & 0.01966 & 0.01960 \\ 0.04003 & 0.04118 & 0.01243 & 0.01503 & 0.02200 & 0.02201 & 0.02478 & 0.01736 & 0.01419 & 0.01405 \\ 0.03802 & 0.03933 & 0.02135 & 0.02464 & 0.02437 & 0.02450 & 0.02587 & 0.02080 & 0.01964 & 0.01993 \\ 0.04048 & 0.04144 & 0.01548 & 0.01891 & 0.02285 & 0.02327 & 0.02551 & 0.01846 & 0.01626 & 0.01632 \\ 0.02360 & 0.02143 & 0.03402 & 0.03486 & 0.03168 & 0.03167 & 0.03106 & 0.03112 & 0.03317 & 0.03325 \\ 0.01686 & 0.01594 & 0.03698 & 0.03614 & 0.03235 & 0.03212 & 0.03183 & 0.03310 & 0.03619 & 0.03650 \\ 0.01007 & 0.00583 & 0.03880 & 0.03681 & 0.03500 & 0.03497 & 0.03385 & 0.03642 & 0.03909 & 0.03999 \\ 0.01454 & 0.01109 & 0.03697 & 0.03578 & 0.03352 & 0.03334 & 0.03305 & 0.03393 & 0.03685 & 0.03734 \\ 0.00994 & 0.00529 & 0.03889 & 0.03711 & 0.03475 & 0.03489 & 0.03354 & 0.03632 & 0.03900 & 0.03975 \\ 0.03243 & 0.03471 & 0.01002 & 0.00593 & 0.02140 & 0.02114 & 0.01755 & 0.02948 & 0.01448 & 0.00292 \end{bmatrix}$$

Üçüncü aşamada ideal ve negatif ideal çözümler belirlenmiş olup ideal çözümler; her bir uyum iyiliği testi için elde edilen en yüksek değeri, negatif ideal çözümler ise her bir uyum iyiliği testi için elde edilen en düşük değeri ifade etmektedir. ($i = 1, 2, \dots, m$) olmak üzere, ideal uzaklık değerlerinin hesaplanması amacıyla, her bir uyum iyiliği testi için elde edilen ağırlıklandırılmış normalize değer (v_{ij}) ve ideal çözümler (v_j^*), diğer bir

ifadeyle her bir uyum iyiliği testi için elde edilen en yüksek değerler, olmak üzere $S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^*)^2}$ formülü kullanılarak her bir uyum iyiliği testi için ağırlıklandırılmış normalize matriste elde edilen değerlerin ilgili uyum iyiliği testi için belirlenen ideal çözüm değerinden çıkarılarak karelerinin toplamının karekökünün alınmasıyla ideal uzaklıklar hesaplanmıştır. Söz konusu bu işlem her bir uyum iyiliği testi için gerçekleştirilmiş ve her bir alternatif dağılım için S_i^* değeri ortaya çıkarılmıştır.

$$S_i^* = (0.04410, 0.05727, 0.04238, 0.05146, 0.02950, 0.03595, 0.04706, 0.04057, 0.04762, 0.06772)$$

Benzer şekilde negatif ideal uzaklıkların hesaplanması için ise ($i = 1, 2, \dots, m$) olmak üzere her bir uyum iyiliği testi için elde edilen ağırlıklandırılmış normalize değer (v_{ij}) ve negatif ideal çözümler (v_j^-), diğer bir ifadeyle her bir uyum iyiliği testi için elde edilen en küçük değerler, olmak üzere $S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}$ formülü kullanılarak her bir uyum iyiliği testi için ağırlıklandırılmış normalize matriste elde edilen değerlerin ilgili uyum iyiliği testi için belirlenen negatif ideal çözüm değerinden çıkarılarak karelerinin toplamının karekökünün alınmasıyla negatif ideal uzaklıklar hesaplanmıştır. Söz konusu bu işlem her bir uyum iyiliği testi için gerçekleştirilmiş ve her bir alternatif dağılım için S_i^- değeri ortaya çıkarılmıştır.

$$S_i^- = (0.04820, 0.04961, 0.05339, 0.05193, 0.06108, 0.06406, 0.06916, 0.06466, 0.06900, 0.03933)$$

Son aşamada ideal çözüme göreceli yakınlık, negatif uzaklık değerlerinin ideal uzaklık ve negatif ideal uzaklık değerlerinin toplamına bölünmesi ile belirlenmiştir. Bu amaçla $C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-}$ formülü kullanılmıştır. Her bir alternatif dağılım için ideal çözüme göreceli yakınlık C_i^* ile gösterilmiş olup her bir alternatif için belirlenen maximum değerler sıralanmıştır (Hwang ve Yoon, 1981). Tablo 4.2'de yer alan EKK yöntemi ile elde edilmiş güç verilerinden oluşturulan karar matrisinden yola çıkarak (M matrisi) yukarıda belirtilen söz konusu işlem sırası takip edilerek hesaplanan TOPSİS puanları Tablo 4.31'de gösterilmiştir.

Tablo 4.31. EKK yöntemiyle elde edilen güç değerlerinin (n=10) TOPSİS puanları

KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z _A	Z _C	Z _K	LiaoS	KL
0.52225	0.46417	0.55751	0.50227	0.67428	0.64057	0.59508	0.61448	0.59168	0.36740

Simülasyonlardan elde edilen değerlerin tablolaştırılmasında Tablo 4.2’de ondalık hassasiyet 5 haneye yuvarlanılarak gösterilmiştir ancak Tablo 4.32’de yer alan sonuçlar gerçek simülasyon sonuçlarından hesaplanmıştır.

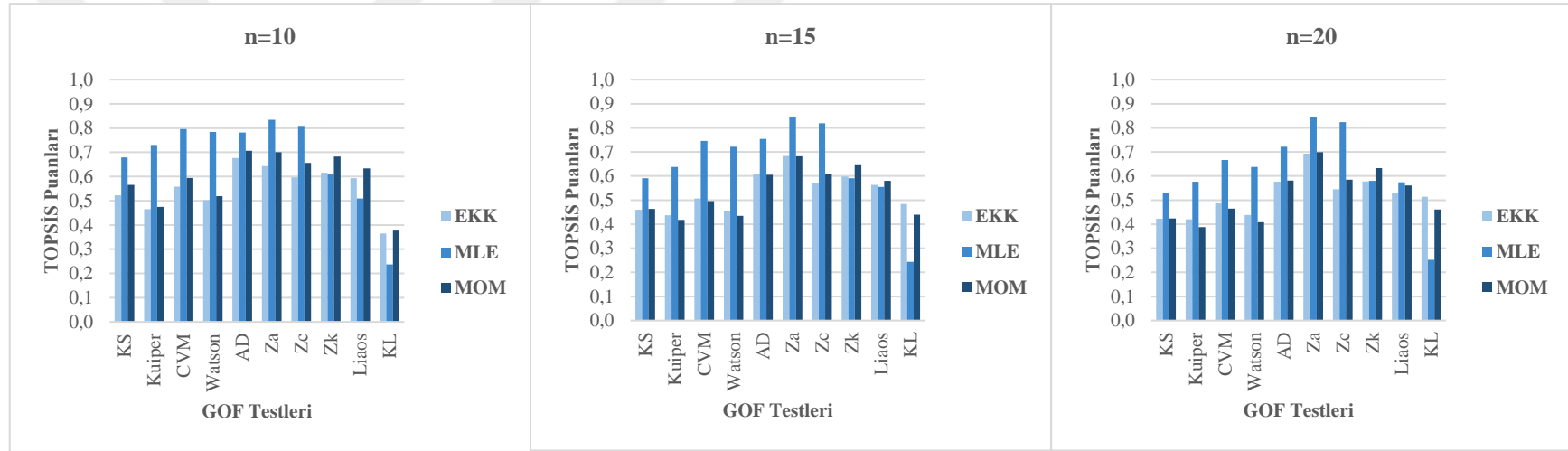
Tablo 4.32. Farklı örneklem hacimlerinde parametre tahmin yöntemlerine göre uyum iyiliği testlerinin TOPSİS puanları

Yöntem	n	KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z _A	Z _C	Z _K	LiaoS	KL
EKK	10	0.52287	0.46466	0.55808	0.50256	0.67656	0.64314	0.59629	0.61612	0.59319	0.36524
MLE	10	0.67955	0.73064	0.79667	0.78372	0.78128	0.83429	0.80968	0.60881	0.50977	0.23654
MOM	10	0.56566	0.47430	0.59408	0.51901	0.70709	0.70075	0.65608	0.68237	0.63332	0.37629
EKK	15	0.45931	0.43666	0.50706	0.45393	0.60866	0.68388	0.57027	0.59795	0.56272	0.48432
MLE	15	0.59094	0.63758	0.74620	0.72137	0.75465	0.84304	0.81911	0.59106	0.55529	0.24426
MOM	15	0.46399	0.41800	0.49594	0.43422	0.60568	0.68208	0.60909	0.64540	0.57986	0.43952
EKK	20	0.42271	0.42071	0.48608	0.43819	0.57685	0.69252	0.54552	0.57805	0.53006	0.51340
MLE	20	0.52796	0.57657	0.66595	0.63741	0.72217	0.84352	0.82405	0.58051	0.57424	0.25262
MOM	20	0.42404	0.38787	0.46459	0.40797	0.58157	0.69921	0.58478	0.63269	0.56064	0.46088
EKK	30	0.34801	0.34412	0.40593	0.35570	0.50412	0.71408	0.51150	0.57350	0.49361	0.58654
MLE	30	0.47706	0.52532	0.61353	0.58610	0.68759	0.83964	0.77624	0.57459	0.59873	0.28488
MOM	30	0.34174	0.30733	0.37101	0.31966	0.48943	0.67791	0.55922	0.62623	0.53129	0.53106
EKK	50	0.23796	0.24019	0.29641	0.23415	0.43612	0.73268	0.52567	0.63994	0.48487	0.57799
MLE	50	0.47218	0.49503	0.59584	0.56229	0.67707	0.87525	0.77501	0.59055	0.61442	0.30842
MOM	50	0.25846	0.22011	0.29887	0.22118	0.43825	0.69498	0.57538	0.66984	0.52410	0.53806
EKK	70	0.16309	0.18309	0.24071	0.17274	0.40325	0.74057	0.58248	0.70661	0.47344	0.57868
MLE	70	0.40331	0.43712	0.55188	0.50967	0.65629	0.93760	0.82347	0.59360	0.59496	0.32002
MOM	70	0.19638	0.17143	0.25328	0.16428	0.42144	0.70125	0.62917	0.71338	0.51168	0.54522
EKK	100	0.13676	0.15595	0.21273	0.13726	0.40840	0.73112	0.64884	0.76203	0.47351	0.54661
MLE	100	0.41998	0.44478	0.56094	0.51779	0.66783	0.97727	0.82054	0.61916	0.60998	0.30030
MOM	100	0.18856	0.15541	0.23987	0.14944	0.41175	0.68638	0.68631	0.76221	0.50620	0.51905
EKK	200	0.08230	0.12230	0.17246	0.08478	0.45379	0.69347	0.88673	0.85461	0.50772	0.39711
MLE	200	0.45782	0.46814	0.62106	0.56156	0.74170	1.00000	0.87990	0.70426	0.69546	0.20236
MOM	200	0.13256	0.12272	0.20607	0.10374	0.45836	0.66084	0.89633	0.84197	0.53275	0.38761
EKK	500	0.12438	0.14044	0.26831	0.15997	0.57706	0.74000	0.99999	0.88129	0.59858	0.11503
MLE	500	0.47178	0.48445	0.67772	0.58926	0.84386	1.00000	0.95168	0.73982	0.77702	0.03196
MOM	500	0.14528	0.12789	0.28087	0.15125	0.56355	0.72810	0.99997	0.87487	0.60327	0.11199

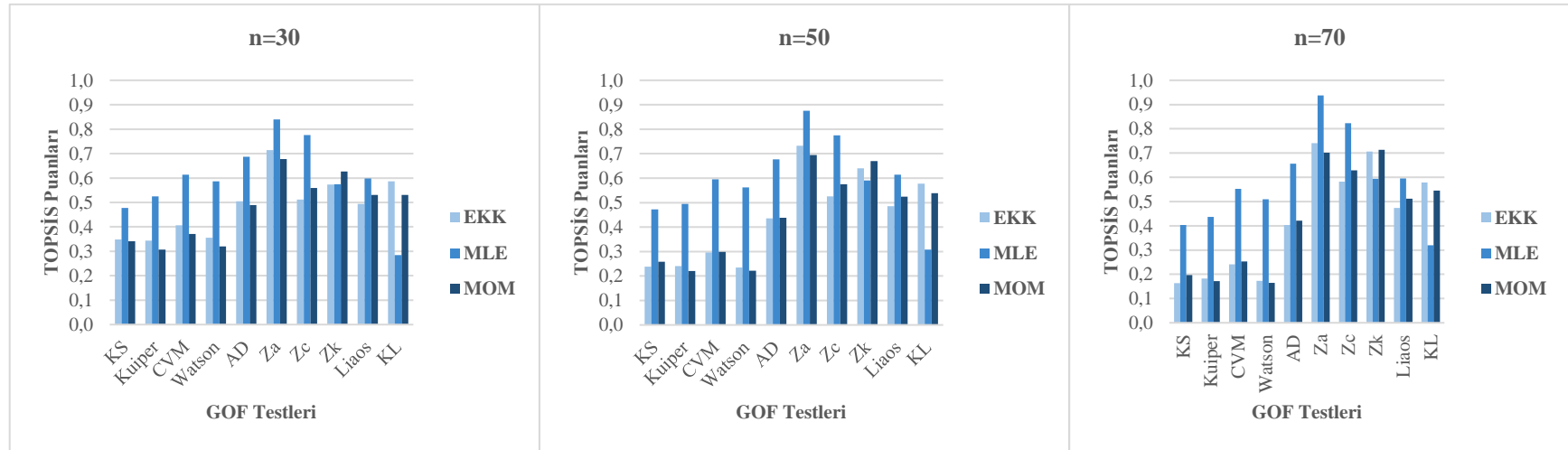
Tablo 4.32’de yer alan GOF testlerinin çeşitli parametre tahmin yöntemleri ve farklı örneklem hacimleri için hesaplanan TOPSİS puanları incelendiğinde, çeşitli örneklem hacimlerine en yüksek TOPSİS puanına sahip parametre tahmin yönteminin

KS, Kuiper, CVM, Watson, AD, Z_A testleri için MLE yöntemi olduğu görülmektedir. Z_K testi için $n=100$ örneklem hacmine kadar MOM tahmin edicisi, LiaoS ve KL testleri için ise çeşitli örneklem hacimlerinde çeşitli tahmin edicilerin en yüksek TOPSİS puanına sahip oldukları görülmektedir. Farklı örneklem hacimleri için elde edilen TOPSİS puanlarının sütun grafiği, Şekil 4.3-4.5'teki gibi gösterilebilir.

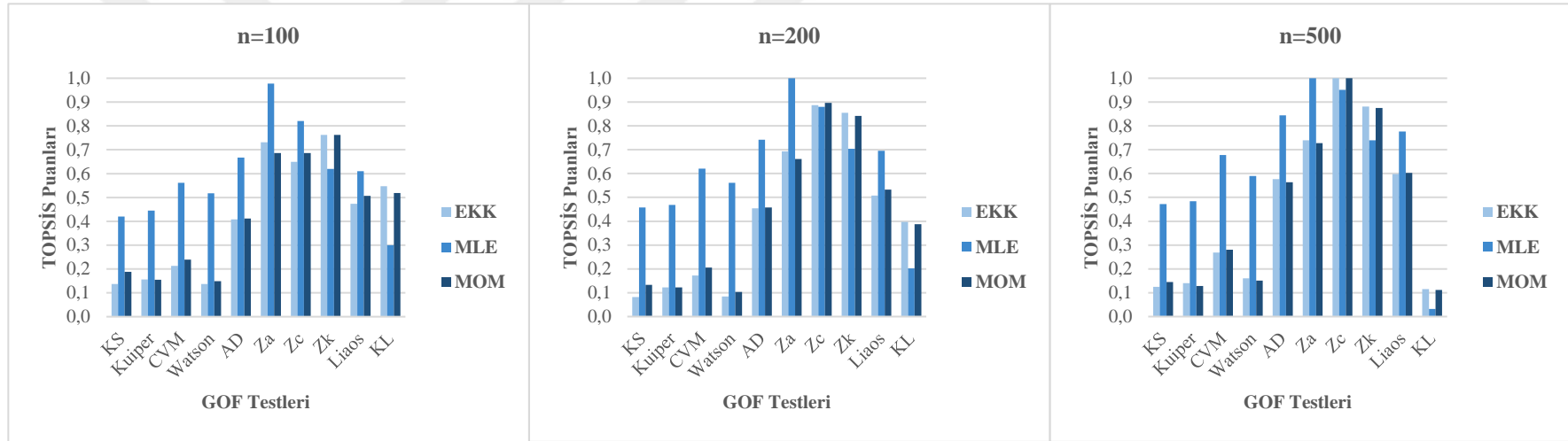




Şekil 4.3. Küçük örneklem için TOPSIS puanları



Şekil 4.4. Orta örneklem için TOPSIS puanları



Şekil 4.5. Büyük örneklem için TOPSİS puanları

5. GERÇEK VERİ UYGULAMASI

Araştırmacılar için simülasyon verileri ile elde edilen sonuçların gerçek veri sonuçları ile test edilmesi son derece önemlidir. Bu bağlamda Muğla iline ait 2023 yılı Kasım ayı rüzgâr hızı verileri Tablo 5.33'te yer almaktadır. Söz konusu ile ait verilerin %95 güven aralığı esas alınarak gerçekleştirilen analiz sonucu elde edilen kritik değer tablosu Tablo 5.34'te, test istatistikleri ise Tablo 5.35'te verilmiştir.

Tablo 5.33. Muğla ili için 01.11.2023 – 30.11.2023 tarihleri arası 30 günlük rüzgâr verileri

Gün	Rüzgâr Hızı	Gün	Rüzgâr Hızı	Gün	Rüzgâr Hızı	Gün	Rüzgâr Hızı	Gün	Rüzgâr Hızı
1	0.5	7	0.6	13	0.8	19	1.4	25	0.8
2	0.9	8	0.6	14	1.2	20	1.2	26	1.3
3	1.0	9	0.4	15	0.6	21	1.0	27	1.0
4	0.9	10	1.1	16	0.7	22	0.6	28	1.0
5	0.9	11	0.9	17	0.6	23	0.5	29	1.2
6	0.5	12	0.5	18	1.0	24	0.6	30	0.5

Tablo 5.34. Kritik değerler tablosu ($\alpha = 0.05, n = 30$)

	KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z _A	Z _C	Z _K	LiaoS	KL
MLE	0.15667	0.26350	0.12240	0.11605	0.74431	3.42317	10.93616	1.67256	1.03057	1.34283
EKK	0.16506	0.28455	0.15087	0.14331	1.02678	3.50638	19.16337	2.67435	1.33693	1.38976
MOM	0.16553	0.28519	0.15291	0.14458	1.01181	3.50594	18.02611	2.57693	1.28285	1.38470

Tablo 5.35. Rüzgâr verilerinden elde edilen test istatistiklerinin değerleri

	KS	Kuiper	CVM	Watson	AD	Z _A	Z _C	Z _K	LiaoS	KL
MLE	0.18809	0.28836	0.11651	0.11403	0.72194	3.38513	9.06410	2.27878	0.91146	1.33379
EKK	0.21114	0.34266	0.17902	0.17873	1.20339	3.42585	10.60677	3.06974	1.26922	1.36669
MOM	0.20785	0.32684	0.16044	0.15899	1.03910	3.40252	9.30582	2.94629	1.15165	1.35123

Tablo 5.35'te yer alan sonuçlardan gri tonlama ile gösterilen hücreler hipotez testi sonrasında verinin Weibull dağılımından geldiğini, tonlama kullanılmayan hücreler ise verinin Weibull dağılımından gelmediğini göstermektedir. MLE tahmin edicisi CVM, Watson AD, Z_A, Z_C, LiaoS ve KL uyum iyiliği testleri sonucunda verinin Weibull dağılımına uygun olduğunu işaret etmekteyken EKK ve MOM yöntemi tahmin edicileri Z_A, Z_C, LiaoS ve KL uyum iyiliği testleri sonucunda verinin Weibull dağılımına uygun olduğu sonucunu göstermektedir. KS, Kuiper ve Z_K uyum iyiliği testleri sonucunda ise

araştırmada yararlanılan tahmin yöntemlerinden (MLE, EKK, MOM) hiçbirini verinin Weibull dağılımında uygun olduğunu göstermemektedir.

Tablo 5.34'te koyu (bold) gösterilen hücreler simülasyonlardan elde edilen grafiklere göre en iyi performansı veren yöntemleri göstermektedir. Buna göre, AD , Z_A ve Z_C testleri, MLE tahmin edicisi kullanılarak en iyi performansı gösterirken Z_A testi araştırmada kullanılan tüm tahmin yöntemlerinde en iyi performansı göstermektedir.

6. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Parametre tahmin yöntemlerinin Weibull dağılımına uyum iyiliği testleri üzerine etkisinin incelendiği bu çalışmada, 3 parametre tahmin yöntemi ile 10 uyum iyiliği testinin 10 alternatif dağılıma karşı her biri 20000 denemeli Monte-Carlo simülasyonu ile öncelikli olarak kritik tablo değerleri ve bu tablolara istinaden testlerin güçleri hesaplanılmıştır. Yapılan simülasyon çalışmaları sonrasında gerçekleştirilen performans karşılaştırmalarında alternatif dağılımlar eşit ağırlıklı ölçüt olarak alınarak farklı örneklem hacimlerindeki parametre tahmin yöntemlerinin her bir uyum iyiliği testinin TOPSİS puanlarından yararlanılmıştır. Farklı örneklem büyüklüğü ve alternatif dağılımlara göre karar matrisleri incelendiğinde parametre tahmin yöntemlerinin uyum iyiliği testlerinin performanslarını etkilediği görülmüş, elde edilen bulgulara ilişkin dikkat çekici bulgulara yer verilmiştir.

Küçük örneklerde ($n=10$, $n=15$, $n=20$) KS, Kuiper, CVM, Watson, AD, Z_A , ve Z_C testleri için MLE tahmin edicisinin performanslarının, dolayısıyla TOPSİS puanlarının, daha yüksek olduğu görülürken Z_K testi için MOM; KL testi için EKK ve MOM; LiaoS testi için ise MOM ve MLE tahmin edicilerinin en yüksek TOPSİS puanına sahip olduğu görülmektedir. Yine küçük örneklerden $n=10$ için Z_K , LiaoS ve KL testleri için MOM tahmin edicisi en iyi performansı gösterirken örneklem sayısındaki artışla birlikte bu durumun geçerli olmadığı sonucu ortaya çıkmaktadır. $n=15$ olmak üzere Z_K ve LiaoS testleri için en yüksek TOPSİS puanını MOM tahmin edicisi, KL testi için ise EKK tahmin edicisi almaktadır. $n=20$ olmak üzere Z_K testi için MOM, LiaoS testi için MLE ve KL testi için EKK tahmin edicileri en yüksek TOPSİS puanlarını almışlardır.

$n=10$ olmak üzere KL testi için parametre tahmin edicilerinden MOM yöntemi diğer parametre tahmin edicilere kıyasla nispeten daha yüksek TOPSİS puanı almasına rağmen örneklem hacmi arttıkça bu durumun değiştiği sonucu ortaya çıkmıştır.

Orta örneklem ($n=30$, $n=50$, $n=70$) göz önüne alındığında uyum iyiliği testlerinden KS, Kuiper, CVM, Watson, AD, Z_A , Z_C ve LiaoS testleri için MLE tahmin edicisinin daha yüksek TOPSİS puanlarına sahip olduğu görülürken Z_K testi için MOM tahmin edicisinin, KL testi için ise EKK tahmin edicisinin en yüksek TOPSİS puanına sahip olduğu görülmüştür.

Büyük örneklem ($n=100$, $n=200$, $n=500$) göz önüne alındığında ise $n=100$ olmak üzere KS, Kuiper, CVM, Watson, AD, Z_A ve Z_C testleri için MLE tahmin edicisinin en yüksek TOPSİS puanına sahip olduğu; Z_K testi için MOM ve EKK tahmin edicilerinin neredeyse eşit TOPSİS puanı elde ettikleri görülmüştür. Ancak örneklem

hacmindeki artış ile birlikte EKK ve MOM tahmin edicilerinin performanslarının neredeyse eşitlendiği ifade edilebilir.

$n=200$ ve $n=500$ olmak üzere KS, Kuiper, CVM, Watson, AD ve Z_A ve LiaoS testleri için en yüksek TOPSİS puanına MLE tahmin edicisi sahip iken Z_K testi için MOM, KL testi için EKK tahmin edicisinin en yüksek TOPSİS puanına sahip olduğu görülmektedir. Z_C testi $n=200$ olmak üzere MOM tahmin edicisi en yüksek TOPSİS puanına sahip iken $n=500$ olmak üzere nispeten EKK tahmin edicisinin yüksek TOPSİS puanı aldığı görülmüştür. $n=500$ olmak üzere, Z_C testi için EKK ve MOM tahmin edicilerinin TOPSİS puanları eşit olarak kabul edilebilir. Büyük örneklerde Z_K testi için EKK ve MOM tahmin edicileri benzer performansa, TOPSİS puanına, sahip iken LiaoS testi için MLE tahmin edicisinin en yüksek performansa sahip olduğu görülmüştür. KL testi için büyük örneklerde EKK, MLE ve MOM tahmin edicilerinin benzer performans gösterdikleri ifade edilebilir.

Tüm örneklem hacimlerinde ise KS, Kuiper, CVM, Watson, AD ve Z_A testleri için MLE tahmin edicisinin en iyi performansa, en yüksek TOPSİS puanına, sahip olduğu belirlenmiştir.

7. KAYNAKLAR

- Abdi, H. (2007). Least squares. method of. N. J. Salkind (Ed.). *Encyclopedia of Measurement and Statistics* İçinde. (Cilt. 1. ss. 530–532). Sage Publications.
- Abernethy, R. B. (2006). *The new Weibull handbook* (5. baskı). Dr. Robert. Abernethy
- Accrachi E.O., Dabye A.S. ve Gounoung A. A. (2018). On the parameter estimation by method of moments and Wald type test for Poisson processes. *A Collection of Papers in Mathematics and Related Sciences, a festschrift in honour of the late Galaye Dia* İçinde (Ed. Seydi H., Lo G.S. ve Diakhaby A.). (ss. 57–73). Spas Editions, , Euclid Series Book.
- Akdeniz, F. (2018). *Olasılık ve istatistik* (22. baskı). Akademisyen Yayınevi.
- Akdi, Y. (2005). Matematiksel istatistiğe giriş. Bıçaklar Kitapevi.
- Almalı, M. N. ve Ete, T. (2009). Ortalama rüzgâr hızı ve güç yoğunluğunun hesaplanması. *V. Yenilenebilir Enerji Kaynakları Sempozyumu*. 97–102.
- Anderson, T. W. ve Darling. D. A. (1954). A test of goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*. 49(268). 765–769. <https://doi.org/10.1080/01621459.1954.10501232>
- Bhattacharya, P. ve Bhattacharjee, R. (2009). A Study on Weibull distribution for estimating the parameters. *Wind Engineering*. 33(5). 469–476. <https://doi.org/10.1260/030952409790291163>
- Birch, E. (2018). *An examination of the Kuiper test* [Yüksek lisans tezi]. Montana State University.
- Bulut, Y. ve Demiralp, A. (2022). Momentler metodu ile parametre tahmini üzerine. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*. 9(2). 847-854. <https://doi.org/10.35193/bseufbd.1091550>
- Costanza, R. (1989). Model goodness of fit: A multiple resolution procedure. *Ecological Modelling*. 47(3–4). 199–215. [https://doi.org/10.1016/0304-3800\(89\)90001-X](https://doi.org/10.1016/0304-3800(89)90001-X)
- Chebyshev, P. L. (1890). Sur deux théorèmes relatifs aux probabilités. *Acta math*, 14(1), 305-315. <https://doi.org/10.1007/BF02413327>
- Cirrone, G. A. P., Donadio, S., Guatelli, S., Mantero, A., Mascialino, B., Parlati, S., Pia, M. G., Pfeiffer, A., Ribon, A. ve Viarengo, P. (2004). A goodness-of-fit statistical toolkit. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 51(5). 2056–2063. <https://doi.org/10.1109/TNS.2004.836124>
- Çelikkbilek, Y. ve Tüysüz, F. (2020). An in-depth review of theory of the TOPSIS method: An experimental analysis. *Journal of Management Analytics*. 7(2). 281–300. <https://doi.org/10.1080/23270012.2020.1748528>

- Dagpunar, J. S. (2007). *Simulation and Monte Carlo*. Wiley.
- Doğan, İ., Gül, B. ve Sevim, F. (2023). Sağlık sektöründe çok kriterli karar verme yöntemleri literatür araştırması. *Sağlık Hizmetlerinde Kuram ve Uygulama Dergisi*. 3(3). 163–179.
- Dodge, Y. (2008). *The concise encyclopedia of statistics* (1. baskı). Springer.
- Doğanşahin, K., Uslu, A. F., ve Kekezoğlu, B. (2019). İki bileşenli Weibull dağılımı ile rüzgâr hızı olasılık dağılımlarının modellenmesi. *European Journal of Science and Technology*. 15. 315–326. <https://doi.org/10.31590/ejosat.505723>
- Dufour, J., Farhat, A., Gardiol, L. ve Khalaf, L. (1998). Simulation-based finite sample normality tests in linear regressions. *The Econometrics Journal*. 1(1). C154–C173. <https://doi.org/10.1111/1368-423X.11009>
- Edgeworth, F. Y. (1908). On the probable errors of frequency-constants. *Journal of the Royal Statistical Society*, 71(2), 381-397. <https://doi.org/10.2307/2339461>
- Forbes, C., Evans, M., Hastings, N. ve Peacock, B. (2011). *Statistical distributions* (4. baskı). Wiley.
- Garg, H., Keikha, A. ve Mishmast Nehi, H. (2020). Multiple-attribute decision-making problem using TOPSIS and Choquet Integral with hesitant fuzzy number information. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020. 1–12. <https://doi.org/10.1155/2020/9874951>
- Genç, A., Erişoğlu, M., Pekgör, A., Oturanç, G., Hepbaşlı, A. ve Ülgen, K. (2005). Estimation of wind power potential using Weibull distribution. *Energy Sources*. 27(9). 809–822. <https://doi.org/10.1080/00908310490450647>
- Gencer, G. (2020). *Sansürleme altında Kullback-Leiber uyumsuzluğuna dayalı uyum iyiliği testleri* [Doktora Tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Harrison, R. L. (2010). *Introduction to Monte Carlo simulation*. 1204. 17–21. <https://doi.org/10.1063/1.3295638>
- Hwang, C. L. ve Yoon, K. (1981). *Methods for multiple attribute decision making* (Cilt. 186). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48318-9>
- Kolmogorov, A. (1933). Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*. (4). 83-91.
- Krit, M. (2019). *_EWGoF: Goodness-of-Fit Tests for the Exponential and Two-Parameter Weibull Distributions_*. R package version 2.2.2. <<https://CRAN.R-project.org/package=EWGoF>>.
- Krit, M., Gaudoin, O. ve Remy, E. (2021). Goodness-of-fit tests for the Weibull and extreme value distributions: A review and comparative study. *Communications in*

- Statistics - Simulation and Computation*. 50(7). 1888–1911.
<https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1594292>
- Kroese, D. P., Brereton, T., Taimre, T. ve Botev, Z., I. (2014). Why the Monte Carlo method is so important today. *WIREs Computational Statistics*. 6(6). 386–392.
<https://doi.org/10.1002/wics.1314>
- Kroese, D. P. ve Rubinstein, R. Y. (2012). Monte Carlo methods. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*. 4(1). 48–58. <https://doi.org/10.1002/wics.194>
- Kuiper, N. H. (1960). Tests concerning random points on a circle. *Indagationes Mathematicae (Proceedings)*. 63. 38–47. [https://doi.org/10.1016/S1385-7258\(60\)50006-0](https://doi.org/10.1016/S1385-7258(60)50006-0)
- Kutlu, M. N. (2019). *R programlama ile doğrusal olmayan regresyonda M tahmin edicileri ve etki fonksiyonları* [Yüksek Lisans Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Lai, C. D., Murthy, D. N. P. ve Xie, M. (2011). Weibull distributions. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*. 3(3). 282–287.
<https://doi.org/10.1002/wics.157>
- Liao, M. ve Shimokawa, T. (1999). A new goodness-of-fit test for type-I extreme-value and 2-parameter weibull distributions with estimated parameters. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. 64(1). 23–48.
<https://doi.org/10.1080/00949659908811965>
- Luko, S. (1999). A review of the Weibull distribution and selected engineering applications. *SAE Technical Paper 1999-01-2859*, <https://doi.org/10.4271/1999-01-2859>
- Madukaife, M. S. (2021). Effect of window size (m) on entropy estimators. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*. 6(6). 179–182.
- Mead, M. E., Afify, A. ve Butt, N. S. (2020). The modified Kumaraswamy Weibull distribution: Properties and applications in reliability and engineering sciences. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*. 16(3). 433–446.
<https://doi.org/10.18187/pjsor.v16i3.3306>
- Metropolis, N., ve Ulam, S. (1949). The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247), 335–341.
<https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483310>
- Mooney, C. Z. (1997). *Monte Carlo simulation*. Sage University Paper series on Quantitative Applications in the Social Sciences. 07-116. Sage.
- Najmaldin, D. E. (2016). *Weibull dağılım için uyum iyiliği testlerinin karşılaştırılması* [Yüksek Lisans Tezi]. Yüzüncü Yıl Üniversitesi.

- Özdemir, A. İ. ve Seçme, N. Y. (2009). İki aşamalı stratejik tedarikçi seçiminin bulanık Topsis yöntemi ile analizi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*. 11(2). 79–112.
- Öztürk, F. ve Özbek, L. (2015). *Matematiksel modelleme ve simülasyon* (3. baskı). Pigeon Yayıncılık.
- Paksoy, Ö. B. (2024). İşletmelerin nakit akış profillerinin ve finansal performanslarının karşılaştırılması: BİST otomotiv sektöründe bir uygulama. *Muhasebe ve Finansman Dergisi*. (102). 57–78. <https://doi.org/10.25095/mufad.1411962>
- Peck, R. ve Devore, J. L. (2012). *Statistics: The exploration & analysis of data* (7. baskı). Cengage.
- Pekgör, A. (2023). A novel goodness-of-fit test for Cauchy distribution. *Journal of Mathematics*. 2023. 1–14. <https://doi.org/10.1155/2023/9200213>
- Pekgör, A., Erişoğlu, M., Karakoca, A. ve Erişoğlu, Ü. (2018). Empirical type 1 error rate and power comparisons of normality tests with R. *Cumhuriyet Science Journal*. 39(3). 799–811. <https://doi.org/10.17776/cs.j.426382>
- Pobocikova, I. ve Sedliackova, Z. (2014). Comparison of four methods for estimating the Weibull distribution parameters. *Applied Mathematical Sciences*. 8. 4137–4149. <https://doi.org/10.12988/ams.2014.45389>
- Prabhakar Murthy, D. N., Xie, M. ve Jiang, R. (2004). *Weibull models* (1. baskı). Wiley.
- R Core Team (2024). *_R: A Language and Environment for Statistical Computing_*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>
- Razali, N. M. ve Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*. 2(1). 21–33.
- Renyi, A. (1970). *Foundations of probability*. Holden-Day Inc.
- Scholz, F. W. (2015). Inference for the Weibull distribution: A tutorial. *The Quantitative Methods for Psychology*. 11(3). 148–173. <https://doi.org/10.20982/tqmp.11.3.p148>
- Serin, H., Taşdelen, S. M., Seyhan, D., Çağlayan, T. ve Tekin, M. E. (2022). Örneklem dağılımlarının tarihsel gelişimi: Ki-kare, t ve F dağılımları. *Veteriner Hekimler Derneği Dergisi*. 94(1). 96-109. <https://doi.org/10.33188/vetheder.1177510>
- Sigal, M. J. ve Chalmers, R. P. (2016). Play it again: Teaching statistics with Monte Carlo simulation. *Journal of Statistics Education*. 24(3). 136–156. <https://doi.org/10.1080/10691898.2016.1246953>
- Smirnov, N. (1939). Sur les écarts de la courbe de distribution empirique. *Recueil Mathématique*. (6). 3-26.

- Stephens, M. A. (1964). The distribution of the goodness-of-fit statistic. *U N 2. II. Biometrika*. 51(3–4). 393–397. <https://doi.org/10.1093/biomet/51.3-4.393>
- Uzun Ozsahin, D., Uzun, B., Syidanova, A. ve Mustapha, M. T. (2021). Introduction. *Application of Multi-Criteria Decision Analysis in Environmental and Civil Engineering* İçinde (ss. 1–5). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-64765-0_1
- van der Bos, A. (2007). *Parameter estimation for scientists and engineers*. John Wiley & Sons.
- van der Heijden, F., Duin, R. P. W., de Ridder, D. ve Tax, D. M. J. (2004). *Classification. Parameter estimation and state estimation: An engineering approach using MATLAB*. John Wiley & Sons Ltd.
- Watson, G. S. (1961). Goodness-of-fit tests on a circle. *Biometrika*. 48(1–2). 109–114. <https://doi.org/10.1093/biomet/48.1-2.109>
- Watson, G. S. (1962). Goodness-of-fit tests on a circle. II. *Biometrika*. 49(1–2). 57–63. <https://doi.org/10.1093/biomet/49.1-2.57>
- Yari, G., Mirhabibi, A. ve Saghafi, A. (2013). Estimation of the Weibull parameters by Kullback-Leibler divergence of survival functions. *Applied Mathematics & Information Sciences*. 7(1). 187–192. <https://doi.org/10.12785/amis/070123>
- Yıldırım, N. ve Gökpınar, F. (2012). Bazı normallik testlerinin 1. tip hataları ve güçleri bakımından kıyaslanması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*. 16(1). 109–115.
- Zhang, J. ve Wu, Y. (2005). Likelihood-ratio tests for normality. *Computational Statistics & Data Analysis*. 49(3). 709–721. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2004.05.034>