



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ORTAÖĞRETİM 10.SINIF MATEMATİK DERS KİTABINDAKİ GEOMETRİ
ALT ÖĞRENME ALANININ DUVAL'IN BİLİŞSEL MODELİ ÇERÇEVESİNDE
İNCELENMESİ

Gamze Nur AYTEKİN

Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ

Konya, 2021

TEŐEKKÖR

Yüksek Lisans tezi olarak sunduğum bu çalışmada araştırmama başladığım ilk günden bugüne kadar desteğini ve yardımını benden esirgemeyen değerli tez hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ' a teőkükür ederim.

Beni akademik hayata teőkvik eden ve her türlü desteğini esirgemeyen hayatımın en büyük şansları olan öncelikle annem Hülya AYTEKİN' e, babam Tamer AYTEKİN' e; kardeşim Fatih Murat AYTEKİN' e ve yanımda olan tüm sevdiklerime katkılarından dolayı sonsuz teőkükür ederim.

Gamze Nur AYTEKİN
KONYA- 2021

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	i
İÇİNDEKİLER	ii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ.....	vi
KISALTMALAR	vii
TABLolar DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÖZET	xii
ABSTRACT.....	xiii
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu	2
1.2 Araştırmanın Amacı.....	6
1.3 Araştırmanın Önemi.....	8
1.4 Sayıtlar	8
1.5 Sınırlılıklar	8
1.6 Tanımlar	8
2 KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE ALAN YAZIN	10
2.1 Duval'ın Bilişsel Modeli	11
2.2 Duval'ın Bilişsel Modeline Yönelik Yapılan Çalışmalar	30
2.3.Ders Kitabı İncelemesine Yönelik Yapılan Çalışmalar.....	32
3 YÖNTEM	36
3.1 Araştırmanın Modeli	36
3.2 Araştırmanın Örnekleme	36
3.3 Veri Toplama Araç ve Teknikleri	36
3.4 Verilerin Toplanması	44
3.5 Verilerin Analizi	45
4 BULGULAR.....	47
4.1 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin İncelenmesine Ait Bulgular.....	47
4.1.1 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular	48
4.1.2 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular	50

4.1.3 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal ve Bilişsel Süreçler Arasındaki İlişkisinin (Bilişsel Süreç Modellerine Göre) İncelenmesine Ait Bulgular	52
4.2 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin İncelenmesine Ait Bulgular	69
4.2.1 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular	69
4.2.2 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular	70
4.2.3 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal ve Bilişsel Süreçler Arasındaki İlişkisinin (Bilişsel Süreç Modellerine Göre) İncelenmesine Ait Bulgular	71
4.3 Geometri Öğrenim Alanındaki 10. Sınıf Seviyesindeki Örneklerin İncelenmesine Ait Bulgular	79
5 TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	84
5.1 Tartışma	84
5.2 Sonuç.....	85
5.3 Öneriler	86
KAYNAKÇA.....	89

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Ortaöğretim 10. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Geometri Alt Öğrenme Alanının Duval'ın Bilişsel Modeli Çerçevesinde İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın İç Kapak, Özetler, Ekler ve Ana Bölümlerden (Giriş, Alan Yazın, Yöntem, Bulgular, Tartışma, Sonuçlar ve Öneriler) oluşan toplam **88** sayfalık kısmına ilişkin, 30/12/2021 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%16** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez kabul sayfası hariç,
2. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç,
3. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç,
4. Önsöz hariç,
5. İçindekiler hariç,
6. Simgeler ve kısaltmalar hariç,
7. Kaynakça hariç
8. Özgeçmiş hariç,
9. Alıntılar dâhil,
10. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına göre intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

30/12/2021

Gamze Nur AYTEKİN

Dr. Öğr. Üyesi Ayşe YAVUZ

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynakça listesine eklendiğini beyan ederim.

30/12/2021

Gamze Nur AYTEKİN

KISALTMALAR

- AYT:** Alan Yeterlilik Testi
- MEB:** Milli Eğitim Bakanlığı
- NCTM:** National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
- OECD:** Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)
- ÖSYM:** Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi
- PISA:** Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
- TDK:** Türk Dil Kurumu
- TIMMS:** Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
- TYT:** Temel Yeterlilik Testi
- YKS:** Yükseköğretime Kurumlar Sınavı

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1	Duval'ın Bilişsel Modeli.....	11
Tablo 2	Görsel Algı ile Sözel Algı Arasındaki İlişki.....	19
Tablo 3	Sıralı Algılama Örnekleri.....	21
Tablo 4	Şekle Bakma Süreçlerinin Göstergeleri.....	28
Tablo 5	Karpuz (2018)'un Tasarladığı Bilişsel Süreç Modelleri.....	40
Tablo 6	Bilişsel Süreç Modelleri ve Modellerin Özellikleri.....	43
Tablo 7	Ders Kitabının Geometri Öğrenim Alanındaki Ünite, Konu ve Alt Konuları.....	47
Tablo 8	Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği.....	48
Tablo 9	Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlerinin Konu Başlıklarına Göre Yüzdeleri.....	49
Tablo 10	Özel Dörtgenlerin Alt Konularında Yer Alan Örneklerin Algısal Süreç Frekansları	50
Tablo 11	Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği.....	50
Tablo 12	Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlerinin Konu Başlıklarına Göre Yüzdeleri.....	51
Tablo 13	Özel Dörtgenlerin Alt Konularında Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreç Frekansları.....	52
Tablo 14	Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Hizmet Ettikleri Süreçlerin Dağılımı.....	53
Tablo 15	Dörtgenler ve Özellikleri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreç Modellerine Göre Yüzde Grafiği.....	54
Tablo 16	Dörtgenler ve Özellikleri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreç Modellerinin Konulara Göre Frekansları.....	55
Tablo 17	Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği	69
Tablo 18	Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği.....	70

Tablo 19	Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Hizmet Ettikleri Süreçlerin Dağılımı	71
Tablo 20	Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Tasarlanan Bilişsel Süreç Modellerine Göre Yüzde Grafiği.....	72
Tablo 21	Örnek Soruların Ünite ve Konu Bazlı Duval'ın Bilişsel Modelinin Süreçlerine Göre Dağılımı.....	79
Tablo 22	10. Sınıf Ders Kitabında Geometri Öğrenim Alanına İlişkin Örneklerin Bilişsel Süreç Modellerine Göre Yüzde Grafiği.....	80



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1	Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu.....	13
Şekil 2	Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılması probleminin çözümü.....	13
Şekil 3	Duval'e göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşim.....	15
Şekil 4	Görsel algıya örnek bir durum.....	18
Şekil 5	Verilen geometrik şeklin adlandırılmasına ait.....	19
Şekil 6	DP, PQ ve QB uzunlukları arasındaki ilişki.....	22
Şekil 7	Paralelkenarın farklı alt şekilleri.....	22
Şekil 8	Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu.....	22
Şekil 9	ABCD dikdörtgenini oluşturan bazı alt şekiller.....	23
Şekil 10	Pisagor teoreminin bir ispatı.....	23
Şekil 11	Dar açılı üçgen içerisine kare yerleştirilmesi.....	24
Şekil 12	ABCD paralelkenarı.....	25
Şekil 13	Sözel algıdan görsel algıya geçiş.....	26
Şekil 14	ABCD paralelkenarının köşegenlerinin birbirini ortalaması.....	26
Şekil 15	DGE, FGB, DGF ve EGB açıları.....	27
Şekil 16	FGB, EGD, DGF ve EGB üçgenleri.....	27
Şekil 17	DEBF dörtgeni.....	27
Şekil 18	Matematiksel ve Acemi Davranış Biçimleri.....	29
Şekil 19	Çokgenler Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö7 (s.211)).....	56
Şekil 20	Çokgenler Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö8(s.212)).....	57
Şekil 21	Çokgenler Konusuna Ait Model 3 Örneği (Ö3(s.209)).....	57
Şekil 22	Dörtgenler ve Özellikleri Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö5(s.218))...	58
Şekil 23	Dörtgenler ve Özellikleri Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö6(s.219))...	59
Şekil 24	Yamuk Alt Konusuna ait Model 1 Örneği (Ö9(s.228)).....	60
Şekil 25	Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö19(s.248)).....	61
Şekil 26	Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen Alt Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö11(s.242)).....	63
Şekil 27	Dikdörtgen ve Kare Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö14(s.261))...	64

Şekil 28	Dikdörtgen ve Kare Alt Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö6(s.256))...	65
Şekil 29	Deltoid Alt Konusuna ait Model 1 örneği (Ö2(s.267)).....	66
Şekil 30	Dörtgenlerin Alanları ile İlgili Problemler Alt Konusuna Ait Model 1 örneği (Ö9(272)).....	67
Şekil 31	Dörtgenlerin Alanları ile İlgili Problemler Alt Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö11(s.273)).....	68
Şekil 32	Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 1 Örneği (Ö1(s.285)).....	74
Şekil 33	Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 2 Örneği (Ö6(s.291)).....	75
Şekil 34	Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 2 Örneği (Ö9(s.294)).....	76
Şekil 35	Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 2 Örneği (Ö13(s.297)).....	77
Şekil 36	Paralelkenar Konusuna Ait Örnek (Ö8(s.238)).....	81
Şekil 37	Yamuk Konusuna Ait Örnek (Ö4(s.236)).....	82

ÖZET

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

ORTAÖĞRETİM 10.SINIF MATEMATİK DERS KİTABINDAKİ GEOMETRİ ALT ÖĞRENME ALANININ DUVAL'IN BİLİŞSEL MODELİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

Gamze Nur AYTEKİN

Bu araştırmanın amacı ortaöğretim onuncu sınıf matematik ders kitabında geometri alt öğrenme alanındaki çözümlü örneklerin Duval'ın Bilişsel Modeli çerçevesinde incelenmesidir. Kuramsal temeli Duval'ın Bilişsel Modeli olan araştırmamızda incelemeye aldığımız çözümlü örneklerin soru cümleleri ve çözüm cümleleri bir bütün olarak düşünülerek, nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Aynı zamanda, çalışmada 10. Sınıf matematik ders kitabı, betimsel içerik analiz yöntemi kullanılarak incelenmiş, Duval'ın Bilişsel Modelindeki süreçler ve bu süreçler arasındaki ilişkiler açıklanmıştır. İlgili kitapta bulunan örneklerin tamamında, süreçler arasındaki ilişkinin açıklanması amacıyla Duval'ın Bilişsel Modeline uygun "Bilişsel Süreç Modelleri" olarak üç farklı model tasarlanmıştır. Araştırmamızın bulgularını elde ederken, bilişsel süreçlerden biri olan muhakeme süreci, teorik muhakeme sürecine göre ele alınmıştır. Bulgular sonucunda, ders kitabında teorik muhakeme sürecinde genellikle Model 1'in kullanıldığı sonucu ortaya çıkmıştır. Verilerin analizinde her bir modelin kullanımına ilişkin frekans tablosu oluşturulmuştur. Oluşturulan frekans tablosundan elde edilen bulgular, araştırmacı tarafından çözümlenmiş, bulgular tablolar halinde sunulmuştur. Tablolarda her bir üniteye ilişkin süreçlerin düzeyleri tablolar ile süreçler arasındaki ilişkinin modelleri ise açıklamalarla belirtilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre geometri alt öğrenme alanındaki örneklerin Duval'ın Bilişsel Modeline paralellik gösterecek içerikle hazırlandığı tespit edilmiştir. Tasarlanan "Bilişsel Süreç Modelleri" arasındaki dağılımın homojen olmadığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca çalışmada, süreçler arası etkileşimde genellikle bilişsel süreçlerde görselleştirme ve teorik muhakeme süreçleri tercih edilirken algısal süreçler de görsel, sözel ve işlevsel algı arasında etkileşim tercih edilmiştir. Bu da algısal süreçlerden sıralı algı ile bilişsel süreçlerden oluşturma sürecinin büyük bir oranda ihmal edildiğini göstermektedir. İlgili kitapta bulunan problem durumlarında, modelin alt süreçlerin olan algısal süreçlerden çoğunlukla görsel algı, sözel algı ve işlevsel algının, teorik muhakeme sürecine, etkileşimli işlevlerle hizmet ettiği görülmüştür. Benzer şekilde bilişsel süreçlerden de görselleştirme ve teorik muhakeme sürecinin etkileşiminin güçlü olduğu ortaya çıkmıştır. Çalışmada, problem durumlarının sunulduğunda yani kitap içeriğinde bilişsel süreç modellerinden Model 1'e ağırlık verildiği elde edilmiştir. Algısal ve bilişsel süreçlerde ünite bazlı frekans ve yüzde dağılımlarının, genel olarak algısal süreçlerden sıralı algı ve bilişsel süreçlerden oluşturma süreci ile homojen olmadığı da elde edilen sonuçlar arasında yer almaktadır.

Anahtar Kelimeler: Duval'ın Bilişsel Modeli, Geometri Eğitimi, Matematik Ders Kitabı, Teorik Muhakeme Süreci, Şekle Bakma Süreçleri.

ABSTRACT

Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

INVESTIGATION OF THE GEOMETRY SUB-LEARNING FIELD IN THE SECONDARY GRADE 10 MATHEMATICS TEXTBOOK WITHIN THE FRAMEWORK OF DUVAL'S COGNITIVE MODEL

Gamze Nur AYTEKİN

The purpose of this study is to examine the solved examples in the sub-learning field of geometry in the tenth grade mathematics textbook within the framework of Duval's Cognitive Model. In our research, the theoretical basis of which is Duval's Cognitive Model, the question sentences and solution sentences of the analyzed examples that we examined are considered as a whole and analyzed with the document analysis method, one of the qualitative research methods. At the same time, the 10th Grade Mathematics textbook was analyzed using the descriptive content analysis method, and the processes in Duval's Cognitive Model and the relationship between these processes were explained. In all of the examples in the related book, three different models are designed as "Cognitive Process Models" in accordance with Duval's Cognitive Model in order to explain the relationship between processes. While obtaining the findings of our research, the reasoning process, which is one of the cognitive processes, is handled according to the theoretical reasoning process. As a result of the findings, it is concluded that Model 1 is generally used in the theoretical reasoning process in the textbook. In the analysis of the data, a frequency table is created for the use of each model. The findings obtained from the created frequency table are analyzed by the researcher and the findings are presented in tables. In the tables, the levels of the processes related to each unit and the models of the relationship between the tables and the processes are indicated with explanations. According to the findings obtained from the research, it is determined that the examples in the geometry sub-learning area are prepared with content that would parallel Duval's Cognitive Model. It has been revealed that the distribution among the designed 'Cognitive Process Models' is not homogeneous. In addition, visualization and theoretical reasoning processes are preferred in cognitive processes in the interaction between processes, while interaction between visual, verbal and functional perception is preferred in perceptual processes. This shows that sequential perception from perceptual processes and the process of forming from cognitive processes are largely neglected. In the problem situations in the related book, it has been seen that mostly visual perception, verbal perception and functional perception, which are the perceptual processes, which are the sub-processes of the model, serve the theoretical reasoning process with interactive functions. Similarly, it is seen that the interaction of visualization and theoretical reasoning process among cognitive processes is strong. In the study, it is found that Model 1, one of the cognitive process models, is given weight in the presentation of problem situations, that is, in the content of the book. It is also among the results obtained that unit-based frequency and percentage distributions in perceptual and cognitive processes are generally not homogeneous with the process of forming sequential perception and cognitive processes from perceptual processes.

Keywords: Duval's Cognitive Model, Geometry Education, Mathematics Textbook, Theoretical Reasoning Process, The Way of Looking Geometric Figure.

BÖLÜM 1

1 GİRİŞ

Matematik eğitiminin temel yapıtaşlarından olan geometri öğretimi, öğrencilere modelden hareketle bir teorinin ortaya çıkmasında fayda sağladığından matematiksel düşünmenin de temelini oluşturmaktadır (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016). Aynı zamanda geometri öğretimi, öğrencilere çözümlenme, karşılaştırma, genelleme yapma gibi temel becerilerini arttırmada katkı sağlamakta; inceleme, eleştirme, araştırma, analiz etme öğrendiklerini görsel biçiminde ortaya koyma, dikkatli, düzenli ve sabırlı olma, düşüncelerini açık ve anlaşılır bir şekilde ifade etme gibi bilimsel düşünme becerilerine de katkı sağlamaktadır (Kılıç, 2003).

Ortaokuldan lise sürecine kadar zorunlu temel dersler arasında olan matematik ve dolayısıyla matematiğin bir alt öğrenme alanı olan geometri, bilgi toplumunu oluşturan bireylerin sahip olması gereken günlük hayat becerilerinin kazandırılmasında oldukça önemli bir role sahiptir (Akkaya, 2016). Bu sebeple okul matematiğinde de önemli bir yere sahip olan geometri, öğrencilerin muhakeme becerilerine katkı sağlamakta olup matematiğin diğer konularının öğrenimi ile yakından ilişkilidir. Fakat ulusal ve uluslararası sınavlarda Türkiye'nin geometri öğrenim alanında bulunduğu matematik başarı seviyesi ortalamaların altında kalmaktadır. Örneğin, PISA 2018 sonuçlarına göre Türkiye, matematik okuryazarlığı alanında 72 ülke arasında 42.sırada ve 37 OECD ülkesi arasında ise 33. sırada yer almaktadır (PISA, 2018). 2020 yılında yaklaşık bir milyon lise son sınıf (12.sınıf) öğrencisi Yükseköğretime Kurumlar Sınavı (YKS) sonuçlarına göre Temel Yeterlilik Testi (TYT) nde temel matematikte 40 soru üzerinden elde ettikleri ortalama 6.082, Alan Yeterlilik Testi (AYT) nde matematikte 40 soru üzerinden elde ettikleri ortalama 8.015'tir (Yükseköğretim Kurumu, 2020). Bu sonuçlar dikkate alındığında, ülkemizde matematik öğretimindeki başarının hedeflenen seviyede olmadığı görülmektedir. Bu sebeple öğrenme-öğretme sürecinin birincil kaynaklarından biri olup ülkemizdeki bütün öğrencilerin rahatlıkla erişebileceği ilk ve en önemli bilgi materyallerinden biri olan okul ders kitaplarının ayrıntılı olarak incelenmesi öğrencilere sunulan öğrenme fırsatlarının niteliğini ve niceliğini açığa çıkarmak açısından oldukça öneme sahiptir (Akkaya, 2016 & Çelik, 2019).

1.1 Problem Durumu

Muhakeme kelimesi geniş bir kullanım alanına sahiptir. Herhangi bir hareket, deneme yanılma ya da bir zorluğu aşmak için kullanılan yöntem genellikle muhakemenin bir şeklidir; daha net olmak gerekirse verilen bir bilgiden yeni bir bilgi elde etmeyi sağlayan herhangi bir süreç muhakeme olarak isimlendirilir (Duval, 1998).

Muhakeme çeşitlerinden biri olan geometrik muhakeme ise genel anlamda geometrik cisimleri ve şekilleri tanıma ve tanımlar arasındaki ilişkileri belirleyebilmektir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2013). Öğrencilerin geometriyi istenilen düzeyde anlamaları onların geometrik muhakeme yapabilme becerilerine bağlıdır. Dolayısıyla geometrik muhakeme becerilerinin geliştirilmesi geometri öğretiminde en çok dikkat edilmesi gereken noktadır. Bu nedenle geometrinin yeni kuşaklara aktarımına duyulan ihtiyacına bağlı olarak birçok yaklaşım oluşturulmuştur. En bilineni gelişimsel yaklaşım olan Van Hiele modeli iken, Duval'ın Bilişsel modeli ve Fischbein'in Şekilsel Kavram (figuralconcept) kuramı da geometride muhakeme sürecini bilişsel yönden inceleyen alan yazınındaki kuramlardır (Jones, 1998).

Geometrik düşünmeyi, gelişimsel ve bilişsel yaklaşımlar, özünde genelde iki süreç üzerinden ifade etmeye çalışmışlardır. Bunlar şekle ait süreçler (geometrik şeklin veya cismin taşıdığı ölçülebilir uzaysal özellikler) ve teorik süreçlerdir (kavram bilgisi, teorem, tanım ve aksiyom bilgisi). Ancak farklı modeller bu süreçleri değişik şekillerde açıklamaya çalışmaktadır. Bilişsel bir yaklaşım ile çalışmalarda bulunan Duval, bilişsel modelinde şekilsel ve kavramsal olan iki süreç tasarlamıştır. Bu iki sürecin birbirinden ayrı düşünülmesi ve her bir sürecin kendi içerisindeki alt bilişsel süreçlere sahip olduğuna odaklanılması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olmadığını ve bu iki süreci birlikte düşünen Fischbein'in şekil-kavram yaklaşımını da benimsememektedir. Bununla birlikte şekilsel süreçlerin yapısını genişleterek bu süreçlere algısal süreçleri de eklemiştir. Bu algısal süreçleri '*Şekle Bakma Süreçleri*' olarak ifade etmiştir.

Geometri, somut cisim ve şekillerle uğraşırken bir yandan da matematik öğrenmeye katkı sağlamaktadır. Bu nedenle erken yaşlardan itibaren geometri eğitimde önem verilmesinin ve ayrı bir konu olarak öğretilmesi yerine diğer matematik konularıyla bütünleşmiş olarak ele alınmasının yararlı olacağı düşünülmektedir. Bu

noktada öğrencilerde geometrik düşüncenin nasıl geliştiğinin bilinmesi gerekmektedir (Olkun ve Uçar, 2007).

Eğitim genel olarak bireyleri belirli bir amaç doğrultusunda yetiştirme sürecidir (Fidan, 2012). Eğitim sürecinde, bireylere yeni davranışların nasıl kazandırıldığı ya da mevcut davranış değişikliğinin nasıl gerçekleştirileceği üzerinde durmaktadır (Dönmez, 2019). Eğitim-öğretim ortamlarında, eğitim sürecinde bireylere yönelik üzerinde durulan bu amaçlar için bazı araç gereçler kullanılır. Bu araçlardan biri de ders kitaplarıdır. Günümüzde ders kitaplarının eğitim-öğretimde önemli bir eğitim aracı olduğunu belirten araştırmalar mevcuttur (Çimen & Yıldız 2017; Fidan, 2018; Sarıkaya, 2019). Eğitim ve öğretimde önemli bir yere sahip olan ders kitaplarının matematik ve geometri eğitimi literatüründe araştırmalara nasıl konu edildiği dikkate değerdir.

Ders kitabı belli bir dersin öğretimi için içeriği öğretim programlarıyla paralel, incelenmiş, belli düzeydeki öğrencilere yönelik temel kaynaktır (Oğuzkan, 1994, s.40). Ders kitaplarının öncelikli olarak öğrenciler için düzenlenmiş olma, daha sonra ise ayrıntılı bilgi verme, bilgiler arasındaki ilişkileri ifade etme, öğrenciye bildiklerini tekrar etme ve pekiştirme olanağı sağlama gibi özelliklere sahip olması gerekir (Yılmaz, Seçken, ve Morgil, 1998, s.73). Ders kitapları, istenilen davranışın kazandırılması sürecince konuyu öğrenciler için dikkate değer hale getirip süreç içinde gözlem, deney ve araştırma yaparak öğrencinin istenilen sonuçlara kendisinin ulaşmasına imkan sağlayan öğrenme yaşantıları sunmalıdır (Kaptan, 1999).

Ders kitaplarının matematik dersi için önemi uzun zamandır bilinmektedir (Lopez, 2003). Okullarda matematik derslerinde programın matematiksel bilgi ve öğrenme durumlarını tanımlayan öncelikli kaynak matematik ders kitaplarıdır (Rock, 1992). Matematik ders kitapları, öğrencilerin öğrenme sürecinde en önemli unsurlardan biridir. Ders kitapları, öğrencilerin neyi nasıl öğreneceklerine etki eder. Ders kitaplarının çalışılması (incelenmesi), öğrencilerin nasıl öğrendiklerini anlamada yardımcıdır (Poisson, 2011). Öğrenme ortamında öğretmenin olmadığı durumlarda ders kitapları, öğrencilerin öğrenmelerini yönlendirir (Altun, 2004). Ders kitapları sayesinde zaman, mekân fark etmeden öğrenci kendi hızına göre konuları tekrar eder, pekiştirir ve sınava hazırlanır (Aycan, Kaynar, Türkoğuz & Arı, 2002). Ders kitapları öğrencilerin gelişimlerini destekler. Öğrencilerin öğrendiklerini tekrar etmesini, pekiştirmesini ve öğrendikleri bilgileri düzenlemesini sağlar (Şahin & Turanlı, 2005).

Duval, geometrik bir ilişkinin şekil üzerinden fark edilebilmesinin algısal süreçlerin bilişsel bir fonksiyonu olarak görmektedir. Algısal her bir süreç ise değişik işlevler yerine getirerek verilen bir önermenin ispatında farklı bir rol oynar. Dolayısıyla şekle bakma süreçlerinin yerine getirdiği roller bir bakıma birer davranış içerdiğinden (verilen matematiksel bilgileri şekil veya cisim üzerinde gösterme gibi) öğrenci davranışına dönük göstergeler olarak ifade edilebilir (Karpuz, 2018). Tüm bu incelemeler ışığında bu araştırmamızda, öğrencilere geometri öğretimi için lise yıllarında verilen çözümlü örnek problemler, öğrenci davranışına dönük davranışlar olarak ele alınarak incelenmiştir. Bu bağlamda, Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) onuncu sınıf matematik ders kitabındaki çözümlü örnek problemlerin, Duval'ın Bilişsel Modeli bakımından incelenmesi yapılmıştır.

1.2 Araştırmanın Amacı

Matematik ve geometri eğitimini geliştirmek amacıyla ülkemizde birçok çalışma yapılmıştır (Jones, 1998; Duval, 2000; Gal ve Linchevski, 2010). Bunlardan bazıları, bireylerin çağımızın gerekliliklerine uygun yetiştirilmesi için Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından 2005 ve 2013 yıllarında yapılan iki ayrı düzenlemedir. Ancak öğretim programı tek başına yeterli olmayacağından, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında ders içeriğine ve öğrenci bilişsel düzeylerine uygun materyal hazırlama ve bu materyalleri öğretme sürecinde kullanmaları gerektiği üzerinde durulmuştur. Geometri öğreniminde başarıyı arttırmak için öğrencilerin düşünce süreçlerinin nasıl geliştirilebileceğini inceleyen yaklaşımlara ihtiyaç vardır. Ayrıca bu yaklaşımların öğrenme ortamları için ortaya koyduğu ilkelerin belirlenmesi de oldukça önemlidir. Tüm yaklaşımlar, bireysel olarak dikkate alınması gereken ilkelere sahip olmalarına rağmen; Duval'ın Bilişsel Modelinin geometri öğretme-öğrenme sürecinde, bireylerin bilişsel süreciyle birlikte algısal süreçlerinin de geliştirilmesi gerektiğini ifade eden ilkeye sahip olması bu modeli diğer yaklaşımlardan, dikkate değer bir şekilde, ayırmaktadır.

Geometri, kavramsal (bilişsel) ve şekilsel (algısal) açılarından ele alındığında geometri öğretiminin sadece gelişimsel veya sadece bilişsel yaklaşımlar ile incelenmesi geometrik düşünmenin eksik boyutlarının olmasına sebep olabilir. Bu nedenle Duval, bilişsel modelinde, sadece gelişimsel bakış açısı ile geometriyi inceleyen yaklaşımların ya da geometriyi algısal yönünü önemsemeden sadece bilişsel yönüyle inceleyen

yaklaşımların aksine, geometrinin algısal (şekle bakma) ve bilişsel süreçlerin birlikteliğinde incelenmesi gerektiğini savunmaktadır.

Öğrenme ortamlarında şekil ile kavram arasındaki ilişkinin birçok noktasında, bilişsel ve algısal boyutta ihmal edildiği düşünülmektedir. Ders kitapları ise eğitimde uygulama sürecinde kullanıldığı için süreçte yani öğrenme ortamlarında önemli bir yere sahiptir. Bu nedenle öğrenme ortamlarında, öğretimin eksikliklerini giderecek materyaller önemlidir. Gerek geometride etkili bir öğretim için bir öğrenme ortamında kullanılacak araç ve gereçlerin nasıl olması gerektiğinin sorgulanması ve çözüm aranması, gerekse bilişsel ve algısal süreçlerin birlikte incelenmesinin, bir bakıma zorunluluğu, önemi; geometri öğreniminde ve öğretiminde farklı öğrenme modelleri ile bireylere muhakeme becerisi kazandırılması ihtiyacı, araştırmamızı Duval'ın bilişsel modelinin ve bu modelin öğrenme ortamlarındaki materyallerden biri olan ders kitabı ile uyumunun incelenmesine yönlendirmiştir.

Özetle çalışmamızda, 2013-2014 eğitim yılından itibaren uygulamaya konulan Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) Öğretim Programı kapsamında, Aydın yayınevine ait ortaöğretim 10. Sınıf matematik ders kitabı incelenmiştir. Bu ders kitabının, uygulamaya konulan öğretim programı kapsamındaki kazanımlara göre hazırlanan problem durumlarında (örneklerde), Duval'ın Bilişsel Modeli ilkelerince incelenmesi bir ilk niteliğini taşımaktadır. Dolayısıyla, çalışmadan elde edilen bulguların, geometri öğretimine uygunluğunun, geometri öğretiminde literatürde çok az çalışılmış bir model olan Duval'ın Bilişsel Modeline göre, ortaya konulması ve öğrenciye hedeflenen geometrik muhakeme becerisini kazandırma noktasının incelenmesi açısından oldukça önemli olduğu düşünülmektedir. Tüm sebepler ışığında bu çalışmadaki amacımız, onuncu sınıf matematik ders kitabında yer alan geometri öğrenim alanındaki çözümlü soruların, geometri öğretiminde bilişsel bir model olan Duval'ın bilişsel modeli açısından incelenmesidir.

Yan ve Liaanghuo, 2002 yılındaki çalışmasında ders kitabının kullanımda cinsiyet, deneyim ve okullara göre anlamlı farklılık göstermediğinin tespit edilmesi ve bu araştırmaya ek olarak Çakır'ın 2006 yılında yaptığı çalışmasında öğretmenlerin ders kitapları hakkındaki görüşlerinin yayınevlerine göre değişmemesi nedenleriyle MEB'in Talim Terbiye Kurulu onaylı başka yayınevlerine ait ders kitapları bu çalışmada incelenmeye alınmamıştır.

Araştırmanın amacına yönelik bu çalışmada aşağıdaki probleme ve alt problemlere cevap aranmaktadır. Duval'ın Bilişsel Modeli açısından, problem tümcesi aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir:

“10. sınıf matematik ders kitabında geometri öğrenim alanında yer alan çözümlü örnek sorularının Duval'ın Bilişsel Modeli çerçevesinde incelenmesi.”

Bu problemlere göre çalışmamızın alt problemleri aşağıdaki gibidir.

1. 10. sınıf matematik ders kitabında yer alan “Dörtgenler ve Çokgenler” ünitesinde ele alınan çözümlü örnek soruların Duval'ın Bilişsel Modeli çerçevesinde incelenmesi
2. 10. sınıf matematik ders kitabında yer alan “Uzay Geometri” ünitesinde ele alınan çözümlü örnek soruların Duval'ın Bilişsel Modeli çerçevesinde incelenmesi

1.3 Araştırmanın Önemi

Uluslararası yapılan sınavlarda (TIMSS, PISA) elde edilen sonuçlar doğrultusunda geçmiş yıllara göre ilerleme kaydedilse de bu sonuçlar, matematik öğretiminin yetersiz olduğunu göstermektedir. Bu sonuç, geometri öğretimi için de ele alınırsa, araştırmanın amacı geometri öğretimini etkili kılmak olacaktır. Öğretim sürecinin en önemli parçalarından olan öğrencileri geometri öğretiminde etkin kılmak, onların şekil ile kavram ilişkisini bilişsel düzeyde kullanabilmelerine bağlıdır. Bu ise öğrencilerin geometrik muhakeme yapabilme becerilerini etkiler. Ayrıca bu becerilerinin geliştirilmesi de geometri öğretiminde dikkate alınması gereken bir kısımdır.

Bireylerin geometrik muhakeme gerçekleştirirken farklı zorluklar yaşadıkları birçok araştırmada tespit edilmiştir (Healy ve Hoyles, 1998; McCrone ve Martin, 2004; Senk,1985; Usiskin, 1982). Gal ve Linchevski (2010) tarafından, bu zorlukların neden yaşandığı, bilişsel ve gelişimsel yaklaşımlar açısından incelenebileceği önerilmiştir. Bu yaklaşımlar düşünüldüğünde gelişimsel yaklaşımlardan en bilineni olan Van Hiele modeli iken, Duval'ın Bilişsel modeli ve Fischbein'in Şekilsel Kavram (figuralconcept) kuramı da geometrik düşünme sürecini bilişsel yönden inceleyen alan yazınındaki kuramlardır (Jones, 1998). Birçok noktada farklı olmalarına rağmen, geometrik düşünmeyi ifade etmeye çalışan bu yaklaşımlar, geometri dersinden bireylerin yaşadığı zorluklarda benzer yanlar bulmuşlardır. Fischbein, Duval ve Van Hiele'ın,

benimsedikleri yaklaşımlar, öğrencilerin geometrinin tümdengelimsel yapısıyla teorik muhakeme becerisi kazanmaları ve geometrik düşünmeyi ispat şeklinde davranışa dönüştürebilmeleri noktasında zorluk çektiklerinde hemfikirdirler (Duval, 1998; Fischbein, 1993; Usiskin, 1982).

Geometri öğretimi esnasında çözülen problemlerin temelini şekil kullanımının oluşturmasıyla birlikte geometri öğretiminde kavramın şekil ile desteklenmesi beklenir. Duval (1993, 1995, 1998) de oluşturduğu modelde geometrik bir ilişkinin şekil üzerinden fark edilebilmesinin algısal süreçlerin bilişsel bir fonksiyonu olarak görmüş ve bilişsel modelinde geometrik muhakemeyi, bilgide değişim, ispat ve açıklama gibi işlevleri yerine getiren bilişsel bir süreç olarak tanımlamıştır (Karpuz, 2016). Ayrıca öğrencilerin geometrik düşünme sürecindeki yetkinliğini de öğrencinin bilişsel süreçler ile algısal süreçler arasındaki etkileşime bağlı olduğunu belirtmiştir.

Değişen bilgi ve teknolojik gelişmeler, hayatımızın her alanında olduğu gibi matematik eğitimi ve öğretiminde de bazı yenilikler sağlamıştır. Bu yeniliklerden biri de öğretim programlarına bağlı oluşturulan, eğitimin ve öğretimin hedeflerini gerçekleştirmek ve bireylerin öğrenmesi için önemli öğretim malzemeleri olan ders kitaplarıdır. Bu yüzden matematik öğretiminde önemli bir yere sahip olan ders materyallerinin içeriğinin, öğrenciye ve temel alınan öğretim modellerinin uygunluğuna büyük önem verilmelidir. Aksi takdirde sunum ve içerikteki yetersizlikler, öğrenci için muhakeme becerisini kazanmayı, öğretmenler için de öğrenciye istenilen muhakeme becerisini kazandırmayı önleyebilir. Ayrıca, geçmiş araştırmalardan elde edilen sonuçlara göre, öğretmenlere, hangi bilgiyi nasıl aktaracaklarını açıklayan ders kitapları bir rehber niteliğindedir (Westbury, 1990; Tyson ve Woodward, 1989; Woodward ve Elliott, 1990). Bu sonuçlardan hareketle, bizim çalışmamızın öğretimin planlanabilmesi için öğretmene ders kitabında sunulan bakış açısı ile literatürdeki modellerden biri arasındaki uyum düzeyinin belirlenmesini sağlayacağı düşünülmektedir. Buna ek olarak, çalışmamızın ortaöğretim matematik dersi kitaplarının yazımında matematik öğretmenlerine, akademisyenlere içeriğin farklı geometri öğretim modelleri açısından ele alınabileceğine dair fikir vereceği düşünülmektedir. Diğer bir açıdan, geometri öğretimi alan yazını incelendiğinde, ders kitaplarının incelenmesine dair çalışılmış oldukça araştırma varlığına rağmen, matematik ders kitaplarına, özellikle de ortaöğretim düzeyinde matematik ders kitaplarına ilişkin çalışmaların azlığı dikkat çekicidir. Neticede, çalışmamızın alan yazına katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Sonuç olarak, geometri öğretiminde, ders kitaplarındaki kavramın şekil ile öğretiminde, öğrencilerin bilişsel süreçlerle birlikte algılama süreçlerinde de etkili olması yani geometrik muhakeme yetkinliğine katkısı incelenmelidir. Çalışmanın önemi bu noktada ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte Duval'ın Bilişsel Modeli çerçevesinde incelenen çalışmalara literatürde çok az rastlanmaktadır. Bu çalışmanın bu açıdan literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4 Sayıtlar

Yapılacak bu çalışmada, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2013 yılında ortaöğretim ders kitabı olarak ortaöğretim onuncu sınıf kademesinde kullanılan kitabın incelenmesi sırasında objektif davranılmıştır. Kaynak olarak seçilen ders kitabından elde edilen bilgiler ise güvenilirdir.

1.5 Sınırlılıklar

Araştırmanın sınırlılıkları şu şekilde sıralanabilir;

- 1) Çalışmada sadece MEB tarafından öğrencilere dağıtılan Aydın yayınevini 10. Sınıf matematik ders kitabı incelenecektir.
- 2) Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2013 yılında ortaöğretim kurumlarına dağıtımı yapılan ders kitabında belirlenen örnek sorular ile sınırlıdır.
- 3) Çalışma Duval'ın Bilişsel Modeli kapsamında incelenmiştir.

1.6 Tanımlar

Algı: Bir şeye dikkati yönelterek o şeyin bilincine varma, idrak etme (TDK, 2019).

Bilişsel: Bilişle ilgili, zekânın işleyişiyle ilgili, kognitif. (TDK, 2019)

Ders Kitabı: Eğitim ve öğretim planlamasında mevcut olan hedef, içerik, öğretme-öğrenme ortamı ile ölçme değerlendirme ilkelerine uygun olarak oluşturulmuş ve öğrenme amaçlı kullanılan basılı bir öğretim materyalidir (Demirel ve Kiroğlu, 2006, 9).

Duval'ın Bilişsel Modeli: Geometri öğretimindeki Fischbein'in Şekil-Kavram Teorisinden farklı olarak şekilsel süreçleri (görselleştirme, oluşturma (kurma), doğal söylemsel süreç) ile teorik süreçleri (teorik söylemsel süreç) kendi içerisinde etkileşimli

fakat farklı süreçler olarak inceleyen bilişsel yaklaşım modelidir (Matematik Eğitimde Teoriler, 2016).

Fischbein Şekil-Kavram Teorisi: Geometrik akıl yürütme sürecinde uzamsal özellikler (şekil, yer, büyüklük vb.) ile kavramsal özellikleri (soyutluk, genellenebilirlik, mükemmeliyet vb.) aynı anda yansıtan ve “şekilsel kavram” adı verilen zihinsel varlıkları içeren teoridir (Fischbein, 1993).

Kavram: Nesnelere ortak özelliklerine bağlı olarak sınıflandıran ve genel özelliklerini ifade eden sembolik temsillerdir (Fischbein, 1993).

Öğretim Programı: Bireye katkı sağlaması tasarlanan davranışlar; bu davranışların nasıl elde edileceği, elde edilme sürecinin nasıl gerçekleşeceğini kazanımlarla yansıtan kaynaktır (Kılıç ve Seven, 2004, 17).

Şekil: Bir kavramın, düşüncenin, olayın veya işin değişik oluş biçimidir (Türk Dil Kurumu [TDK], 2019).

BÖLÜM 2

2 KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE ALAN YAZIN

Bu bölümde, geometri öğretimine farklı bir bakış sunan Duval'ın Bilişsel Modelinin kavramsal çerçevesine ve okullarımızda öğrenim amacıyla öğretim ortamlarında sıklıkla kullanılan ders kitaplarına ait literatür araştırması yer almaktadır.

Bilginin yeni kuşaklara aktarılma ihtiyacına bağlı olarak 20. yy dan beri geometri öğrenme ve öğretme süreçlerindeki önemli role sahip öğelerin iyileştirilmesine yönelik bir takım çalışmalar yapılmıştır (Jones, 1998; Duval, 2000; Gal ve Linchevski, 2010). Bu çalışmalarla geometrik muhakemenin doğası ve nasıl geliştirebileceği açıklanmaya çalışılmıştır (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016). Bu açıklamalar bilişsel ve gelişimsel olmak üzere iki şekilde ele alınabilir (Duval, 2000; Gal ve Linchevski, 2010;). Bu açıklamalardan en bilineni gelişimsel yaklaşım olan Van Hiele modeli iken, Duval'ın Bilişsel modeli ve Fischbein'in Şekilsel Kavram (figuralconcept) kuramı da geometride muhakeme sürecini bilişsel yönden inceleyen alan yazınındaki kuramlardır (Jones, 1998).

Gelişimsel ve bilişsel yaklaşımlar aslında geometrik düşünmeyi genelde iki farklı süreç üzerinden ifade etmeye çalışmışlardır. Bunlar şekle ait süreçler (geometrik şeklin veya cismin taşıdığı ölçülebilir uzaysal özellikler) ve teorik süreçlerdir (kavram bilgisi, teorem, tanım ve aksiyom bilgisi). Ancak başka modeller bu süreçleri değişik şekillerde açıklamaya çalışmaktadır. Örneğin, Van Hiele modeline göre geometrik muhakeme, geometride yetkinlik kazandıkça şekilsel süreçlerden teorik(kavramsal) süreçlere geçişi ifade etmektedir. Fischbein ise Van Hiele'in modelinin aksine geometrik şeklin doğası gereği, şekilsel süreçler ile kavramsal süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olmadığını, şekilsel süreçler ile kavramsal süreçler birlikte düşünülmesi gerektiğini düşünmektedir. Yani Fischbein geometrik şekiller için şekil-kavram birlikteliğini savunarak öğrencilerin bilişsel süreçlerini açıklamaya çalışmıştır. Duval de Bilişsel modelinde Fischbein modeline benzer olarak var olan süreçler arasında gelişimsel bir ilişki olmadığını düşünürken Fischbein'in şekilsel ve kavramsal süreçleri birlikte düşünen yaklaşımını da uygun bulmamıştır. Duval'e göre şekilsel ve kavramsal olan bu iki süreç, her birinin kendi içerisindeki alt bilişsel süreçleri olan birbirinden farklı iki süreç olarak düşünülmelidir. Bu nedenle Duval Fischbein'in Şekil-

Kavram Teorisinden farklı olarak hem şekilsel süreçleri (görselleştirme, oluşturma (kurma), doğal söylemsel süreç) hem de teorik süreçleri (teorik söylemsel süreç) kendi içerisinde ilişkili fakat ayrı süreçler olarak ele almış ve Fischbein'in geometrik muhakeme için kullandığı *Şekil-Kavram* ikilisini *Algı (Şekle Bakma) -Şekil-Kavram* olarak değiştirmiştir.

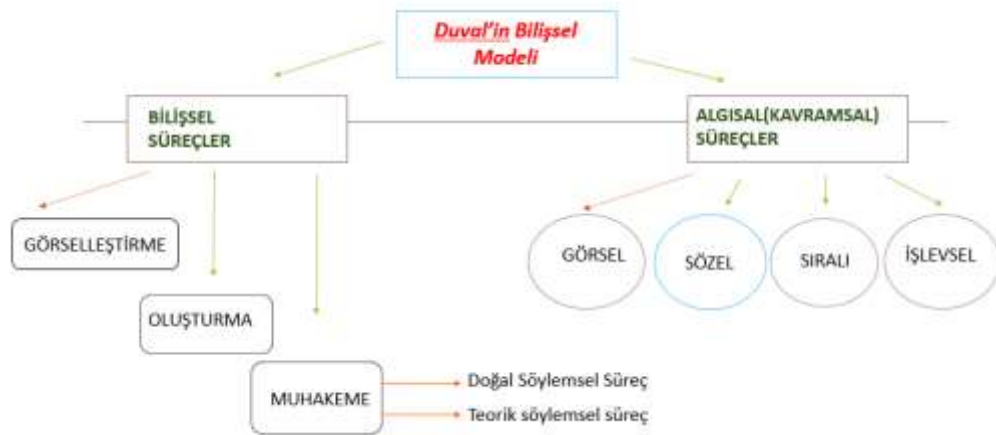
Bu araştırmanın kuramsal temeli olan Duval'in Bilişsel Modeline ait detaylı bilgiye yer verilmiştir.

2.1 Duval'ın Bilişsel Modeli

Fransız bir psikolog olan Raymond Duval, bilişsel ve algısal açılarla birlikte geometrik muhakemeyi açıklamaya çalışmış ve bu açılara yönelik bazı süreçler ortaya koymuştur (Jones, 1998). Duval geometrideki yetkinliği, bilişsel ve algısal süreçlerin kendileriyle ve birbirleriyle olan etkileşime göre açıklamıştır (Duval, 1995, 1998).

Algı, duyularımızın aldığı bilgileri yakalayan, işleyen ve aktif olarak anlam kazandıran süreçtir (TDK, 2019). Yani başka bir deyişle beyne gönderilen bilgiyi seçip düzenleyip yorumlaması gereken aktif bir süreç iken bilişsel kavramı aralarında dil kullanma ve anlama, dikkat, öğrenme, değerlendirme, problem çözme ve karar verme gibi zihinsel yetileri oluşturan bir kümeyi tanımlamada kullanılan bilimsel bir terimdir (TDK,2019). Bu iki kavram gösteriyor ki algı, çevremizi anlamamızı sağlayan bilişsel bir süreçtir. Bu nedenle Duval' in aralarında herhangi bir hiyerarşik yapı oluşturmadan birbiriyle etkileşimli fakat ayrı ayrı tanımladığı iki süreci (bilişsel ve algısal süreçleri) inceleyelim:

Tablo 1: Duval'ın Bilişsel Modeli (Duval (1993)'e göre uyarlanmıştır.)



1)Bilişsel Süreçler: Duval (1998), geometrik muhakemeye yönelik üç bilişsel süreç tanımlamıştır. Bunlar: görselleştirme, oluşturma (kurma) ve muhakemedir. Her birinin farklı bilişsel işlevlere sahip olduğunu belirttiği bilişsel süreçlerin birbirinden bağımsız yani ön koşul ilişkileriyle birbirine bağlı olmadığını ancak birbiriyle yakından ilişkili olduklarını belirtmiştir. Ayrıca aralarındaki etkileşiminin gücünün de geometride yetkinliğin temellerini oluşturacağını açıklamıştır.

1.1. Görselleştirme: Bu süreç uzayın görsel olarak temsil (ifade) edilme sürecine hizmet eder. Yani bir duruma genel bir bakış ve anlık algılar ile bu bakıştan elde edilen verilerin görsel ifadesi ve öznel olarak onaylanması işlevlerini içerir. Ayrıca bahsedilen görsel ifadeler kendi içerisinde geometrik şekiller ve cisimler olarak matematiksel özelliklere sahip olmalıdır. Ancak şekiller ve cisimler yardımıyla uzayın geometrik ifade edilmesi yani görselleştirilmesi geometrik ilişkilerin belirlenebilmesi için tek başına yeterli değildir. Bunun için *görselleştirme süreci ile iç içe* algısal süreçlerin de düşünme sürecine dâhil olması gerekir. Duval (1995) görselleştirme süreci ile iç içe olması gereken süreçleri “Şekle Bakma Süreçleri” yani algısal süreçler şeklinde tanımlamıştır (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016).

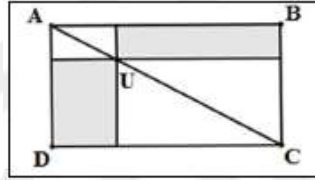
1.2. Oluşturma (kurma): Bu süreç, geometrik şekillerin, herhangi bir araç yardımı (kağıt, kalem, cetvel ve pergeli ve dinamik geometri yazılımları ...) ile adımlar halinde sıralanarak inşa edildiği süreçtir. Geometrik şeklin bir modelinin inşa edilmesi (oluşturulması) şeklin bir bakıma görselleştirilmesini de sağladığından şekle ait matematiksel özelliklerin model üzerinde gözlemlenmesi, fark edilmesi hizmetlerine sahiptir. Dolayısıyla, geometrik şekillerin oluşturulması, yani oluşturma süreci şekil hakkında matematiksel özelliklerin incelenmesini sağladığından önemli bir süreçtir (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016).

1.3. Muhakeme: Duval bilişsel modelinde muhakemeyi, bilgide değişim, ispat ve açıklama gibi işlevleri yerine getiren bilişsel bir süreç olarak açıklamaktadır. Bu modelde, kullanılan temsil şekillerine (türlerine) göre

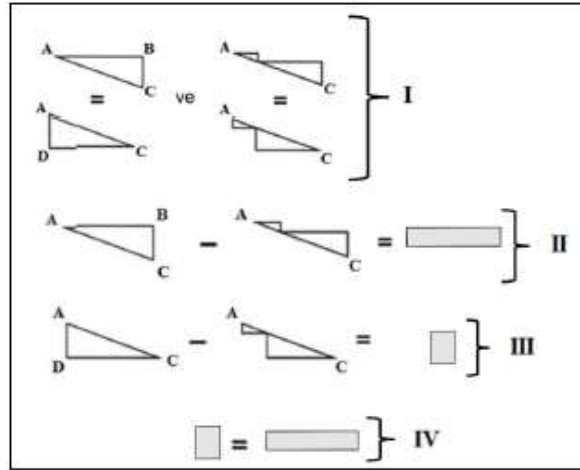
ortaya çıkan muhakeme süreçleri doğal muhakeme ve teorik muhakeme olarak isimlendirilmektedir.

- a) **Doğal muhakeme**, bilginin doğal dil ve şekil ile temsil edildiği muhakeme sürecidir. Bu muhakeme sürecinin en belirgin özelliği bir problem durumu için şekilsel temsiller üzerinden doğal dil kullanılarak belirli çıkarımlara ulaşılmasıdır. Bu süreçte ulaşılan çıkarımlar (sonuçlar) matematiksel ilkelerle gerekçelendirilmez.

Örnek: Şekil 1'de ABCD bir dikdörtgen ve AD köşegen olmak üzere, taralı dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırınız (Duval, 1998, s. 42).



Şekil 1. Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu (Karpuz, 2018)



Şekil 2. Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılması probleminin çözümü (Karpuz, 2018)

Şekil 2 de verilen çözüm basamaklarının I. basamağı verilen geometrik şeklin, eşit alanlara sahip alt parçalara ayrıldığı basamaktır. Ayrılan parçaların alanlarının eş olduğuna parçaların görsel olarak üst üste getirilmesiyle ulaşılmıştır. I. basamakta belirlenen parçaların birbirlerinden görsel olarak

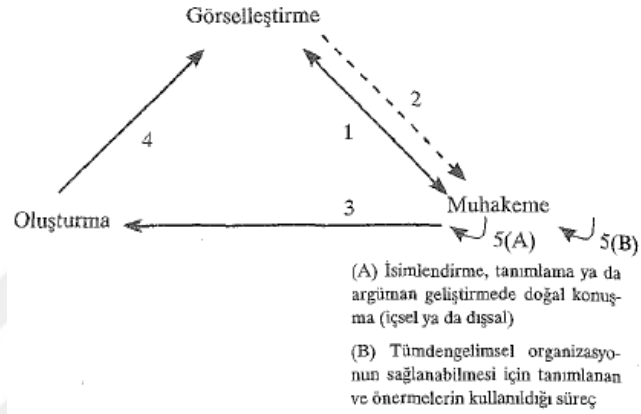
çıkartılmasıyla da II. ve III. Basamaktaki taralı parçalar elde edilmiştir. I. basamaktaki kullanılan parçaların alanları eşit olduğundan çıkarma işlemiyle elde edilen taralı parçaların alanlarının da birbirine eş olduğu çıkarımına varılmıştır. Görüldüğü gibi çözüm sürecinde doğal dil (günlük konuşma dili) kullanılmış olup geometrik kavram ve ilişkiler (üçgenlerin eşliği gibi) kullanılmamıştır (Karpuz, 2018). Sonuç olarak doğal muhakeme sürecini ayırt etmemizi sağlayan davranışlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

1. Şekilsel temsiller yardımıyla çıkarımda bulunur.
2. Doğal dil (günlük konuşma dili) kullanarak, önerme şekilde olmadan, matematiksel ilişkileri açıklayabilir.
3. Günlük dili aracılığıyla matematiksel terimleri ve kavramları kullanmadan geometrik bir durumu açıklar
4. Geometrik şekil üzerinde değişiklikler yapar ancak yapılan değişiklikleri gerekli tanım, aksiyom ve teoremler yardımıyla (gerekçelendiremez) ispatlayamaz.

b)Teorik muhakeme süreci sembolik gösterimlerle *tümdengelimi düşünme* ile mevcut bilgide bir değişimin veya artışın meydana gelişini açıklayamaya çalışan muhakeme süreçlerinden biridir. Bu muhakeme sürecinde aksiyom, tanım ve teoremler yardımıyla belirli çıkarımlara (sonuç) varılır. Teorik muhakeme sürecinde varılan çıkarımlar matematiksel ilkelerle (tanım, teorem, aksiyom vb.) gerekçelendirilir. Bu bağlamda teorik muhakeme sürecini ayırt etmemizi sağlayan davranışlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

- 1) Önerme şeklinde bir matematiksel bir durumu açıklayabilir.
- 2) Şeklin sadece görüntüsünden dayanmayarak matematiksel tanım ve teoremler yardımıyla çıkarımlar yapar.
- 3) Geçerli muhakeme sürecinde şekil üzerinde yapılan değişiklikleri tanım ve teoremlerle ispatlayabilir.
- 4) Çıkarım basamaklarının herhangi birinde elde ettiği bulguyu çıkarım sürecinin diğer basamaklarında kullanabilir.
- 5) Matematiksel kavramları kullanarak geometrik bir durumu açıklar.

- Aralarındaki etkileşimin gücüne bağlı olarak geometride yetkinlik kazanabilmek için birbirinden bağımsız ancak birbiriyle etkileşimli olarak oluşturulan bilişsel süreçleri bir bütün olarak inceleyelim:
 - Duval (1998) bilişsel süreçler arasındaki ilişkiyi Şekil 3’deki gibi görselleştirmiştir (bkz. Şekil 3.).



Şekil 3.Duval’e göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşim
(Matematik Eğitimde Teoriler, 2016)

Şekil 3’de belirtilen oklar bilişsel süreçlerin birbirini destekleme yönlerini göstermektedir. Ayrıca 5(A) ile doğal söylemsel süreç gösterilirken 5(B) ile de teorik söylemsel süreç gösterilmektedir. 2 numaralı ok görselleştirmenin her zaman muhakemeye olumlu hizmet etmeyeceğini belirtmek için kesik olarak gösterilmiştir. 5(B) (teorik söylemsel süreç) numaralı ok muhakemenin oluşturma ve görselleştirme süreçlerinden tamamen bağımsız olarak da gelişebileceğini belirtmek için döngüden ayrı bir şekilde gösterilmiştir. Bunlara ek olarak geometrik bir şeklin inşası (oluşturulması) gerçekleştirilirken aynı anda şekil görselleştirildiği için oluşturma sürecinden muhakeme sürecine görselleştirme süreci olmadan bir geçiş gerçekleşemeyecektir. Bu da Şekil 3’de görülmektedir. Ancak görselleştirme süreci oluşturma sürecine bağlı olarak gerçekleşmez. Nihayetinde oluşturma görselleştirmeyi sağlasa bile oluşturma süreci sadece geometrik şekillerin ve cisimlerin sahip oldukları özelliklere ve oluşturma sürecinde kullanılan araca ait teknik özelliklere ve aracın teknik sınırlılıklara bağlıdır. Ayrıca görselleştirme bir ispatı gerçekleştirmek için sezgisel anlamda muhakemeye fayda sağlasa da muhakemede temel olarak

tanımlara, aksiyomlara ve teoremlere ihtiyaç vardır. Hatta bazen hatalı görselleştirme istenmeyen muhakemelere neden olmaktadır. Açıklamalardan da görüldüğü üzere Duval (1998) 'e göre bu üç bilişsel süreç birbirinden bağımsız ancak birbiriyle ilişkili süreçlerdir.

2) Algısal Süreçler:

Geometri problemlerinin çözümünde şekil kullanımının katkısı oldukça fazladır. Çünkü geometrik şekiller, problem durumunu oluşturan karmaşık ilişkileri bir bütün halinde bütünsel temsilini sunmaktadır (Parzys, 1991).

Şekilsel temsiller üzerinden geometrik ilişkilerin görülmesi problem çözme sürecinin en kritik basamağını oluşturmaktadır. Fakat geometrik bir şekil üzerindeki matematiksel ilişkilerin görülmesi her birey için aynı düzeyde zorluklar içermemektedir. Bazı öğrencilerin bir anda fark ettiği bir ilişkiyi bazı öğrencilerin hiç görememesi (Duval, 1995) birçok matematik öğretmenin karşılaştığı normal durumlardan biridir. Ülkemizde geometri dersi için kullanılan “ Geometride görmek çok önemlidir.”, “ Geometri bir görme dersidir.” gibi sözler bu durumun kalıplaşmış söylemleridir. Ayrıca bu tür söylemler öğrenme-öğretme süreci içerisinde yaşanan zorluklara “görememe” kavramı üzerinden farklı bir bakış ortaya koymasına rağmen yaşanan güçlüklerin giderilmesine yönelik çözüm üretmek yerine durumu kabullenmekteyiz. Bu kabulleniş doğal olarak geometride başarı ya da başarısızlığın doğuştan gelen bireysel özellik olarak ifade edilmesine sebep olmuştur. Çünkü öğrenme ortamlarında artık geometrik temsiller ve şekiller arasındaki ilişkileri “gören” veya “göremeyen” öğrenci vardır (Karpuz, 2018). Bu da nispeten öğretmenin geometri dersi için öğrenme-öğretme faaliyetleri ile ilgili sorumluluğunu üzerinden atması manasına gelecektir (Mariotti, 1995).

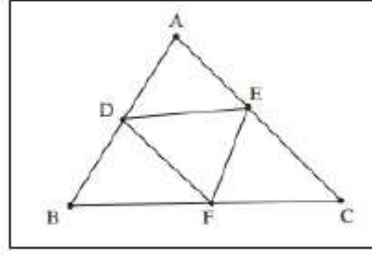
Geometride “görme” kavramı pedagojik bir zemine taşınıp araştırılmadan öğrenme ortamlarında ve sürecinde yaşanan zorluklar tam anlamıyla giderilemeyecektir. Bunun için ilk olarak “görme” kavramının tanımlanarak etki unsurlarının ortaya konması gerekmektedir. Literatürde bu kavramın farklı isimleriyle karşılaştık da ifade ettiği anlamlar benzerlik gösterir ve verilen geometrik bir şeklin üzerindeki temsiller arasındaki ilişkilerin anlaşılması, fark edilmesi (görülmesi) manasında kullanılmaktadır (Godfrey, 1910; Nelsen, 1993; Duval, 1995). Bu ilişkilerin görülmesi sürecini Duval

(1995) birbiriyle hiyerarşik ilişkisi bulunmayan belirli süreçler üzerinden açıklamaya çalışmıştır. Bir amaçla “görme” kavramının bileşenlerini bilişsel modelinde geometrik muhakemenin algısal boyutlarının da bilişsel süreçlere dâhil edildiği ayrı bir sınıflama yapmıştır. Bu sınıflamada Duval (1995, 1999) birbiriyle hiyerarşik ilişkisi bulunmayan dört algısal süreç tanımlamıştır. Bu süreçlerden her biri bir şeklin matematiksel olarak anlaşılmasında farklı görevlere hizmet etmektedir. Ancak problem durumunun çözümünde birbirleriyle ve bilişsel süreçlerle etkileşimli olarak hareket etmektedirler (Güven ve Karpuz, 2016).

Geometrik şekiller bir problemi oluşturan matematiksel ilişkilerin bütüncül bir temsilini sunmaktadır. Bu temsiller üzerinden geometrik ilişkilerin belirlenmesi problem çözme sürecinin en kritik basamağını oluşturmaktadır. Geometrik şekiller doğaları gereği kavramlardan bağımsız düşünülmemeyeceğinden öğrencilerin gerek problem çözerken gerekse de ispat yaparken verilen geometrik şekil ile matematiksel prensipler arasında doğru etkileşimler kurmaları gerekir. Duval’e göre böyle bir etkileşimin gerçekleşebilmesi için belirli algısal süreçler yaşanmalıdır. Şeklin nasıl kavrandığına bağlı olarak görsel algı, sözel algı, sıralı algı ve işlevsel algı olarak adlandırılan aralarında herhangi bir hiyerarşik ilişki bulunmayan bu 4 farklı süreçlerin her biri şekil-kavram etkileşiminde bir amaca hizmet etmektedir. Ayrıca bu süreçlerden her biri bir şeklin matematiksel bilgisinin anlaşılmasında farklı işlevlere sahip olup problem durumunun çözümünde birbiriyle ve bilişsel süreçlerle etkileşimli olarak hareket etmektedirler (Güven ve Karpuz, 2016). Yani Duval, bilişsel süreçlerden ayrı ama bilişsel süreçlere ek birbirinden farklı dört algısal süreç tanımlamıştır. Bu süreçler, bilişsel süreçler (görselleştirme, oluşturma, muhakeme) arasındaki etkileşimin sağlanması ve güçlenmesinde önemli role sahiptirler. “Şekle bakma süreçleri” olarak ifade ettiği bu süreçler *görsel algı*, *sözel algı*, *sıralı algı* ve *işlevsel algı*’ dan oluşmaktadır. Bu süreçler şekildeki matematiksel ilişkilerin fark edilmesine (görülmesine) yönelik birbirinden farklı ama birbirini destekleyici işlevlere sahip olup olanak hizmet vermektedir (Duval, 1995, 1998, 1999). Süreçleri inceleyelim.

2.1. Görsel Algı: Bu süreç, bir şekle ilk bakıldığında elde edilen ve şeklin biçimsel yapısı (dış görünüşü) ile ilgili bilgileri içerir. Şeklin adı ve boyutu hakkında bilgi verme, şekli oluşturan temel geometrik elemanların (nokta, doğru parçası, üçgen çember...) farkına varma (görme) gibi işlevlere sahiptir Ayrıca şeklin alt parçalarının belirlenmesinde de yer alır. Ancak görsel

algıyla şekil ile alt parçalar arasındaki ilişkiler fark edilememektedir (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016).



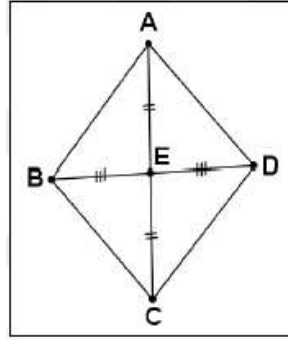
Şekil 4. Görsel algıya örnek bir durum (Karpuz, 2018)

Şekil 4 de verilen görselle ait öğrencilerin muhtemel görsel algı süreci aşağıdaki ifadelerle açıklanmaktadır:

- İki boyutlu bir şekildir.
- ABC ve DEF üçgenleri vardır.
- DBFE, DFEA, DFCE dörtgenleri ABC üçgeninin içindedir.
- Şekilde A, B, C, D, E, F adlarında altı tane nokta vardır.

Yukarıdaki ifadeler öğrenciden öğrenciye (bireyden bireye) değişebilir ve bu belirtilen ifadelerin dışında analizler de olabilir.

2.2. Sözel (Söylemsel) Algı: Verilen ön bilgiler sayesinde matematiksel ilkeler (tanım, teorem, aksiyom...) ile şekil arasında ilişki kurarak bir karara varma sözel algı olarak ifade edilmektedir (Torregrosa & Quesada, 2008). Sadece görsel algı ile geometrik bir şeklin matematiksel özelliklerini belirlemek mümkün değildir. Geometri bir “görme” işi olduğundan verilen bir geometrik şekilde öğrenciler aynı şekli veya özellikleri görmeleri beklenemez. Çünkü şekil ile ilgili bazı ön bilgiler belirtilmeden geometrik şekil belirsizdir. Örneğin, öğrencilerden bazıları bir geometrik şekle bakarak sadece görsel algı ile “Bu iki doğru hemen hemen paraleldir” şeklinde şekle ilişkin bir çıkarımda bulunabilir. Aslında bu ifadenin doğru ya da yanlış olması birer ihtimaldir (Duval, 1995). Bunun için şekil ile ilgili bazı ön bilgilerin belirtilmesi gerekir. Bunun için şekil ile ilgili bazı bilgilerin belirtilmesi ve bazı bilgilerin de belirtilen (verilen) bilgilerden hareketle çıkarılması (tanımlar ve teoremler yardımıyla) gerekmektedir (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016).



Şekil 5. Verilen geometrik şeklin adlandırılmasına ait soru (Karpuz, 2018)

Algısal süreçlerde görsel algı ve sözel algı zıt yönde işlevli çalışır. Şeklin görünüşünden yola çıkarak bir çıkarıma varılmasına görsel algı hizmet ederken sözel algı şekil ve şekil ile ilgili matematiksel ilkelerle bir çıkarıma varılmasına hizmet eder (Duval, 1995). Mesela Şekil 5 verilen geometrik şeklin nasıl bir şekil olduğuna ilişkin soruya görsel algıyla cevap veren bir öğrenci eşkenar dörtgen cevabını verirken sözel algıyla cevap veren bir öğrenci şeklin bir paralelkenar olduğu söyleyebilir. Çünkü dörtgenin köşegenleri birbirini ortalamadığından dörtgenin karşılıklı kenarları karşılıklı paraleldir. Dolayısıyla şekil paralelkenar olma özelliklerini sağlar; ancak sadece eldeki bilgilerden hareketle şeklin eşkenar dörtgen olduğu da net olarak belirtilemez (Tapan-Broutin, 2016, s 315). Tablo 2 de görsel algı ile sözel algı ilişkisi incelenmiştir:

Tablo 2: Görsel algı ile sözel algı arasındaki ilişki (Mat. Eğitimde Teoriler, 2016)

Görsel ve sözel algı arasındaki ilişki		
Görsel Algı		Sözel Algı
I. Görsel	II. Görsel → Sözel	III. Sözel → Görsel
<p>İlk bakışta bu şekil bir sıranın üst yüzeyi, bir prizmanın farklı bir açıdaki (örneğin eğik kare prizmasının yan yüzeyi) görüntüsü olarak algılanabilir.</p>	<p>"ABCD bir paralelkenardır." Yukarıdaki ifadeye ABCD'nin bir paralelkenar olarak verilmesi şekle sözel sürecin hükmetmeye başlamasına sebep olur. Böylece şeklin artık kenarlarına (karşılıklı kenarlar paraleldir gibi), köşelerine, açılara odaklanılmaya ve aralarındaki ilişkiler görülmeye başlanır.</p>	<p>"ABCD bir paralelkenar olsun..."</p> <p>Bu sözel ifade ile önermeye bağlı olarak paralelkenar olma koşulunu sağlayan birçok farklı görsel algı oluşturulabilir. Örneğin;</p>

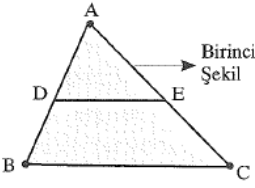
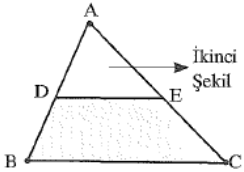
Duval'e göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşimde şekil üzerinde verilen görsel bilgiler (şekil üzerinde var olan bilgiler: nokta, doğru parçası, açı vb.) sözel bilgilere (şekil üzerindeki matematiksel ilişkileri ifade eden cümleler veya gösterimler) ya da sözel verilen bilgiler görsel bilgilere doğru çevrilmeli, ayrıca sadece sözel bilgilerden hareketle bir sonuca varılmamalıdır. Görsel algı şekil üzerindeki duyuşsal verilerin (doğru parçası, açı, nokta vb.) görülmesini (fark edilmesini) sağlarken, sözel algı duyuşsal verilerden yola çıkarak sözel bilgilerin oluşmasına hizmet etmektedir. Böylece sözel algının görevi, matematiksel ilkeler ile geometrik şekil arasında ilişki kurma yani görsel verileri matematiksel ilkelerle ifade etmektir (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016).

2.3. Sıralı Algı: Gelişmiş güzel yapılan çizimlerin aksine geometrik şekillerin bir araç yardımıyla oluşturulması başka bir değışle şeklin yeni bir (maketinin) modelinin ortaya çıkarılması, şekle dair bilgi edinimini arttıracak ve şekle dair algıları yönlendirecektir. Bu sebeple Duval modelinde sıralı algıyı, geometrik bir şeklin herhangi bir araç kullanımı ile oluşturulması ya da oluşturulması sürecinin anlatılması basamaklarına hizmet eden süreç olarak isimlendirilmektedir (Duval, 1995). Çünkü geometrik bir şeklin oluşturulması belirli bir sıra ile gerçekleşmektedir.

Sıralı algı ile bilişsel süreçlerde incelediğimiz oluşturma (kurma) süreci birbirini destekler niteliktedir. Bu da oluşturma sürecinin hem bilişsel hem de algısal süreçlere hizmet ederek her iki süreç içinde işlevi olduğunu göstermektedir. Diğer taraftan oluşturma süreci içinde değerlendirilemeyecek sıralı algıda işlevleri vardır. Dolayısıyla sıralı algı her iki sürece de hizmet etmemektedir. Örneğin bir araç kullanmadan şeklin inşasının tarif edilme süreci sıralı algı içerisinde değerlendirilebilir. Çünkü bir araç düşünmeden şeklin inşasını tarif etmek de kişinin şekli algılamasını önemli ölçüde etkilemektedir. Örneğin aynı şeklin, bakan kişiye göre ortaya çıkabilecek farklı sıralı algıları aşağıdaki gibi olabilir (bkz. Tablo 3).

Tablo 3: Sıralı Algılama Örnekleri (Matematik Eğitimde Teoriler, 2016)

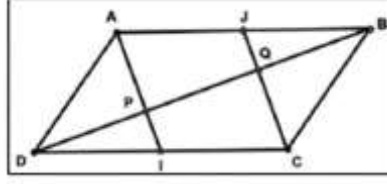
Sıralı Algılama Örnekleri

<p>Bir ABC üçgeninin AB kenarı üzerinde alınan bir D noktasından BC kenarına çizilen paralel doğru AC kenarını E noktasında kesmektedir.</p>		<p>Bir $DBCE$ yamuğunun yan kenarları olan DB ve CE kenarları uzatılarak bir A noktasında kesiştiriliyor.</p>	
--	---	---	---

Tablo 3 deki ilk şekilde öğrencilerin daha çok üçgene ve temel orantı teoremine odaklanmalarını vurgulanırken ikinci şekilde yamuk üzerinde odaklanmaya sebep olabilir.

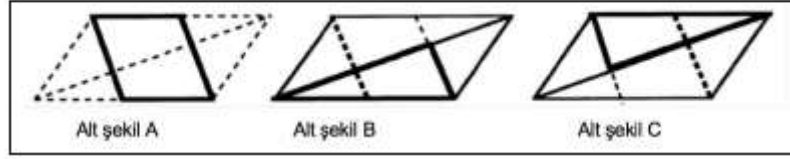
2.4. İşlevsel Algı: Herhangi bir geometrik şekle bakıldığında çözüm için bir şeyler sezinlenebilmesi işlevsel algı aracılığıyla. Diğer bir ifadeyle açıklanacak olursa bir problem durumunu çözerken veya ispat yaparken problem durumunda verilen geometrik şeklin ilk görüntüsü (görsel algı) üzerinde zihinsel ya da fiziksel olarak düzenleme yapmak genellikle gerekmektedir. Yardımcı doğrular çizmek, bir nesneyi silmek veya eklemek, şeklin konumunu değiştirmek veya şekli uygun alt parçalara ayırmak gibi işlemler işlevsel algı olarak hizmet etmektedir. Problem durumunun çözüm veya ispat sürecinde şekli uygun alt şekillere ayırmak ya da yardımcı doğru çizmek gibi şekil ile matematiksel ilkeler arasında yeni ilişkilerin ortaya çıkmasını sağlayacak çıkarımlar işlevsel algı sayesinde olmaktadır. Yani bu algı türü verilen şekli çeşitli yollarla düzeltme veya değiştirme fiillerini gerçekleştirerek istenilen şekle dönüştürmeye dayanmaktadır. Aşağıda işlevsel algı süreci bir örnekle incelenmiştir.

Örnek: I ve J noktaları ABCD paralelkenarının sırasıyla CD ve AB kenarlarının orta noktaları olsun. DP, PQ ve QB uzunluklarının eşit olduğunu gösteriniz (bkz. Şekil 6).



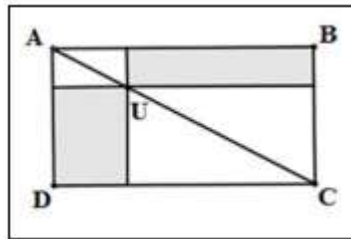
Şekil 6. DP, PQ ve QB uzunlukları arasındaki ilişki (Karpuz, 2018)

Çözüm: Şekil 6 da paralelkenara ait birçok alt şekil bulunmaktadır. Bu alt şekillerden birkaçına özel olarak odaklanılırsa (bkz. Şekil 7) veya şeklin bir parçası yok sayılırsa, bu işlevler bireyi istenen çıkarıma götürebilir.



Şekil 7. Paralelkenarın farklı alt şekilleri (Karpuz, 2018)

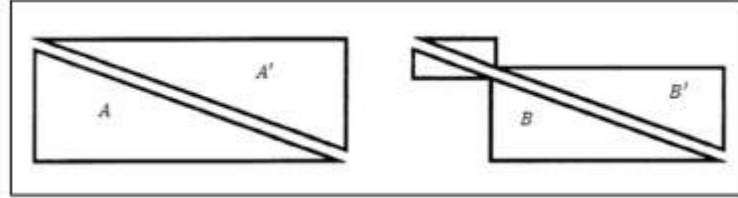
Öğrencinin B ve C alt şekillerine odaklanması ve bir üçgende üçgenin orta tabanı ile ilgili özellik bilgisinin kullanması (sözel algılar bu aşamada kullanılır), öğrenciye ilk şekilde göremediği şekil ile alt şekilleri arasındaki ilişkiyi yani orta taban ilişkisini görme olanağı sağlamaktadır. Bu çözüm sürecinde öğrenciyi sonuca götüren alt şekillere odaklanmak ve bunlar arasındaki ilişkiyi fark etmek olmuştur (işlevsel algı). Ancak bu süreçte öğrencinin tanımlardan (orta taban, paralelkenar) ve ön teoremlerden (orta taban ile ilgili teorem) de yararlandığı unutulmamalıdır (sözel algı). Bazı durumlarda şekli meydana getiren alt şekilleri parçalamak ve bunlar arasındaki ilişkileri inceleyip fark ettikten sonra şekli yeniden bir araya getirmek de öğrenciyi istenen sonuca götürebilir. Hatta bu tarz çözümlerde öğrenci çoğu zaman ön teorem ya da tanımlardan da faydalanmayabilir. Böyle durumlar için Şekil 8'deki problem durumu ve çözümü verilebilir (Karpuz, 2018).



Şekil 8: Taralı dikdörtgenlerin alanlarının karşılaştırılmasını içeren problem durumu (Karpuz, 2018)

Problem: ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinden biri Şekil 8’de verilen AC doğru parçasıdır. Buna göre U noktası köşegen üzerinde hareketli bir nokta olmak üzere taralı dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırınız.

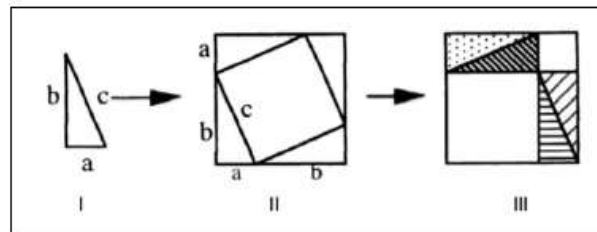
Çözüm: Şekilde birden fazla alt şekil vardır. Şekil 9’daki alt parçalar çözüme yardımcı olmaktadır.



Şekil 9: ABCD dikdörtgenini oluşturan bazı alt şekiller (Karpuz, 2018)

U noktası köşegen üzerinde (bilişsel canlandırınız) hareket ettiğinde U noktasının konumundan bağımsız olarak A ve A' alt şekillerinde herhangi bir değişikliğin olmayacağı ve B, B' alt şekillerinin sırasıyla A, A' alt şekilleri içerisinde yer alacağı görülebilmektedir. B ile B' şekillerinin de katlandığında ya da konumsal üst üste getirildiğinde taralı alanların eşit olduğu kolaylıkla görülebilir. İfade edildiği gibi, biraz da problemin doğası gereği, verilenlerden istenilene doğru çözüm sürecinde herhangi bir teorem kullanılmamıştır. Bununla birlikte çözüm sürecinin en zor kısmı B ve B' alt şekillerini görebilmektir.

Şekil 8’deki problemde şekil üzerinde önemli değişiklikler (döndürme, yeni şekil ekleme, bir şeklin yerini değiştirme gibi) yapılmamış daha çok alt parçalara odaklanmak, şekli bölmek gibi adımlar tercih edilmiştir. Ancak bazen problem çözümlerinde bu adımlar tek başına yeterli olmayabilir. Buna örnek bir durum olarak Duval (1998) Pisagor teoreminin ispatını vermiştir.

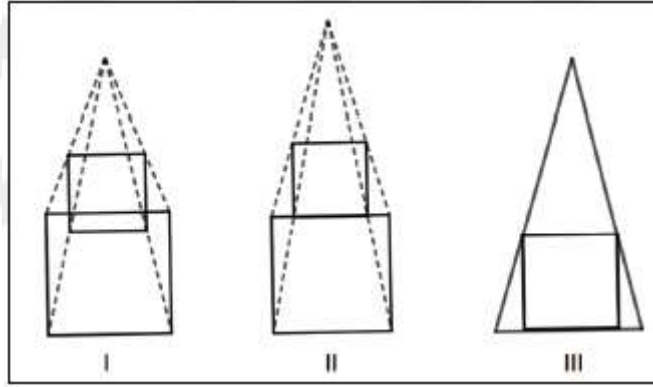


Şekil 10. Pisagor teoreminin bir ispatı (Karpuz, 2018)

İspat sürecini inceleyecek olursak, başlangıç şeklimiz bir dik üçgendir. Bu dik üçgenin hipotenüsü dikkate alınarak bir kenarı $a + b$ olan karenin içine dik kenarları a ve b olan dik üçgenler yerleştirilmiştir. II. Şekildeki karenin içerisindeki dik üçgenlerin ve büyük karenin içindeki küçük karenin konumları değiştirilerek III. şekil elde edilmiştir. II. ve III. şeklin her ikisi de dört adet küçük dik üçgen içerdiğinden bunların dışında kalan alanlar (II. şekil için c^2 , III. şekil için $a^2 + b^2$) birbirine eşit olacaktır.

Duval (1999), işlevsel algıyı başka örneklerle açıklarken Polya' nın (1957) da üzerinde durduğu aşağıdaki problemi de kullanmıştır. Aşağıda işlevsel algı süreci başka bir örnekle incelenmiştir.

Örnek: Verilen dar açılı bir üçgenin içerisine, iki köşesi bu dar açılı üçgenin iki kenarı üzerinde, bir kenarı ise bu dar açılı üçgenin üçüncü kenarı üzerinde olan bir kare çizin (Duval, 1998).



Şekil 11. Dar açılı üçgen içerisine kare yerleştirilmesi (Karpuz, 2018)

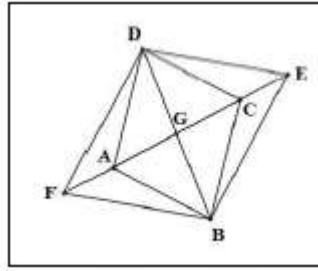
Çözüm: Bir kare çizilmesi probleminde, bir dar açılı üçgenin içerisine, köşeleri bu dar açılı üçgenin üzerinde olan şekil 11'deki gibi üç adımda çözülebilir:

- i. Öncelikle bir kare ve bu karenin perspektif açıdan büyük boyutu çizilmiştir. Bu durum homotetik dönüşüme neden olup üç boyutlu bir algı hissi vermektedir
- ii. II. adımı basamağı, bu algıdan yararlanarak küçük karenin hareket ettirilmesi ve büyük karenin üstüne yerleştirilmesi şeklindedir.
- iii. III. adımda ise ilk adımdaki kesikli çizgiler silinerek sonuca ulaşılmıştır.

Duval'ın açıklamalarından ve örneklerinden görüldüğü gibi işlevsel algı süreci, verilen bir geometrik şekli parçalara ayırabilme ve farklı veya aynı şekilde yeniden bir araya getirme, şeklin içinde yeni alt şekiller yani alt parçalar elde edebilme, şeklin yönünü ve konumunu değiştirebilme, verilen şekli farklı bir boyutta (derinlik hissi gibi) yeniden düşünebilme, şekil üzerinde ek çizimler yapabilme gibi işlevlere hizmet etmektedir.

Daha önce belirtildiği gibi algısal süreçler birbirleriyle hiyerarşik ilişkiye sahip olmayan birbirinden bağımsız dört süreçten meydana gelmektedir. Bu süreçlerin her biri bir problemin çözümünde birbiriyle etkileşimli olarak hareket ederek şekil üzerindeki matematiksel bilginin fark edilmesine olanak sağlayacak farklı işlevleri yerine getirmektedir (Duval, 1995, 1998). Bir önermenin ispat sürecinde bu etkileşim aşağıdaki gibi açıklanabilir. Bu süreçte öğrenciden beklenen davranışlar numaralar halinde sıralanarak açıklanmıştır. Ayrıca ispat yapılırken her bir bilişsel sürecin işlevi parantez içinde öğrenci davranışının yanına yazılarak belirtilmiştir. Bununla birlikte aşağıda verilen sıralamada öznelidir. Farklı kişiler için farklı tarzda sıralanış şekli gözlemlenebilir.

Önerme: ABCD dörtgeni paralelkenar olmak üzere $IAFI = ICEI$ dir. Dolayısıyla DEBF dörtgeni de paralelkenardır (bkz. Şekil 12).



Şekil 12. ABCD paralelkenarı (Karpuz, 2018)

Çözüm:

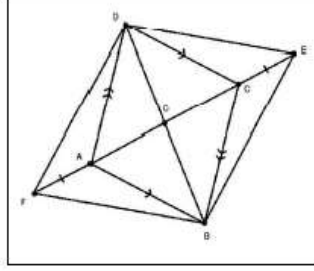
1) Problemden şekle ek sözel olarak ön bilgiler problem durumunda sunulmuştur. Öğrencilerden beklenen ilk davranış, problem durumunun verilen ve istenen öğelerini belirlemeleridir. Sonrasında beklenen davranış ise verilen sözel bilgileri, görsel bilgi halinde şekil üzerinde belirtmeleridir yani şekle ait verilen sözel bilgileri şekle aktarmalarıdır (bkz. Şekil 13) (sözel algıdan görsel algıya geçiş).

Verilenler:

i) $ICEI = IAFI$

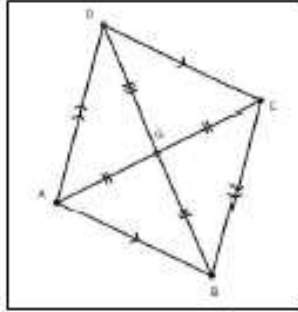
ii) ABCD paralelkenardır.

İstenenler: DEBF paralelkenardır.



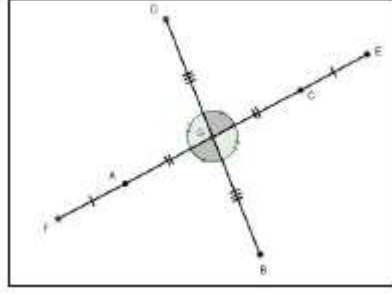
Şekil 13. Sözel algıdan görsel algıya geçiş (Karpuz, 2018)

2) Sadece ABCD paralelkenarına odaklanıldığında (işlevsel algı) bir paralelkenara ait köşegenlerin özelliklerine ait teorem bilgisinin kullanılması (sözel algı) ve bu bilgi sayesinde köşegenlerin birbirlerini ortaladıkları çıkarımına varılması ile bu çıkarımın şekil üzerine aktarılması (bkz. Şekil 14) (sözel algıdan görsel algıya geçiş).



Şekil 14. ABCD paralelkenarının köşegenlerinin birbirini ortalaması (Karpuz, 2018)

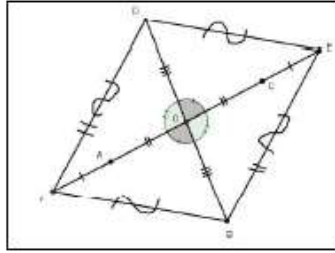
3) DGE, EGB, DGF ve FGB açlarına (bkz. Şekil 15) odaklanıldığında (işlevsel algı) ters açı tanım bilgisine göre söz konusu açların eş açı ölçüsüne sahip olmalarının belirlenmesi (görsel algıdan sözel algıya geçiş) ve açlara ait doğruların üzerindeki doğru parçalarına odaklanıldığında (işlevsel Algı), $IGFI = IGEI$ eşitliğine ulaşılması (görsel algıdan sözel algıya geçiş).



Şekil 15. DGE, FGB, DGF ve EGB açıları (Karpuz, 2018)

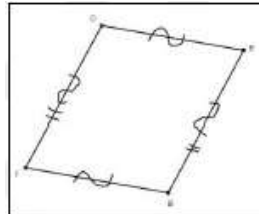
4) EGD üçgeni ve FGB üçgenine odaklanıp (bkz. Şekil 16) (işlevsel algı) bir üçgende Kenar-Açı-Kenar (K-A-K) eşliğinin belirlenmesi (görsel algıdan sözel algıya geçiş) ve bu bilgiden faydalanarak $IDEI = IFBI$ çıkarımına varılması. Yapılan çıkarımın şekil üzerine aktarılması (sözel algıdan görsel algıya geçiş).

5) Benzer şekilde EGB üçgeni ile DGF üçgenine odaklanıldığında (bkz. Şekil 14) hemen hemen aynı süreçler ile $IEBI = IDFI$ çıkarımına varılması ve bu çıkarımın verilen şekil üzerine aktarılması (sözel algıdan görsel algıya geçiş).



Şekil 16. FGB, EGD, DGF ve EGB üçgenleri (Karpuz, 2018)

6) Büyük şekle yani DEBF dörtgenine odaklanıp (işlevsel algı) (bkz. Şekil 17) dörtgene ait karşılıklı kenarların kenar uzunluklarının eş olduğuna özellik bilgisinin kullanılarak bu dörtgenin özel bir dörtgen olan paralelkenar olduğu çıkarımına varılması (görsel algıdan sözel algıya geçiş).



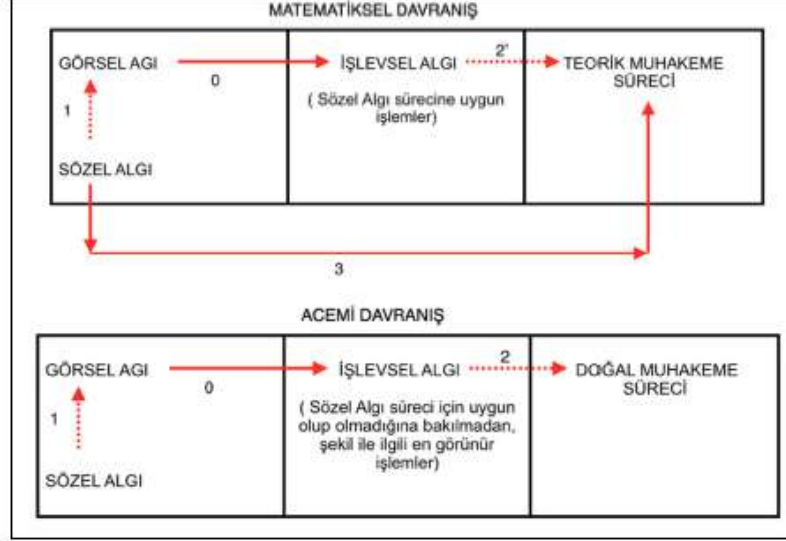
Şekil 17. DEBF dörtgeni (Karpuz, 2018)

Verilen çözüm sürecinden önermenin ispatında her bir algısal süreç farklı görevleri yerine getirmektedir. Örneğin Şekil 17’de verilen önermenin ispat sürecinde işlevsel algı şekli belirli alt şekillere ayırıp bu şekillerden birine odaklanarak şekil ile ilgili matematiksel ilişkilerin şekil üzerinde belirli semboller veya işaretler kullanılarak gösterilmesi görsel algıdan sözel algıya geçişin ya da şekil üzerinde matematiksel ilişkileri gösteren işaretlerden yola çıkarak yeni matematiksel ilişkilere ulaşılması sözel algıdan görsel algıya geçişin yerine getirdiği hizmetlerdir. Bu hizmetler bir anlamda bir davranış içerdiğinden (verilen matematiksel ilişkileri şekil üzerinde gösterme gibi) şekle bakma süreçlerinin yerine getirdiği hizmetler öğrenci davranışına dönük göstergeler yani davranışlar şeklinde ifade edilebilir (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016). Bu bağlamda algısal süreçlerin göstergeleri Tablo 4’deki gibi gösterilebilir:

Tablo 4: Şekle Bakma Süreçlerinin Göstergeleri (Karpuz, 2018)

Görsel Algı	Sözel Algı	İşlevsel Algı	Sıralı Algı
Verilen geometrik şeklin ve şekli oluşturan temel geometrik elemanların farkına varır ve adını söyleyebilir.	Verilen sözel bilgiyi (soruda şekil ile ilgili verilen bilgiler, sembol gösterim ve kavramlar) görsel bilgiye doğru çevirebilir.	Verilen geometrik bir şekli parçalara ayırabilir ve başka bir şekil oluşturabilmek için bu parçaları tekrar birleştirebilir.	Geometrik bir şekli bir araç yardımı ile kurabilir.
Verilen geometrik şeklin boyutunu söyleyebilir.	Şeklin görünüşüne aldanarak geometrik ilişkilere yönelik çıkarımlarda bulunmaz.	Şeklin bazı bölümlerine odaklanabilir ve yeni geometrik nesnelere ekleyerek ya da silerek şekli değiştirebilir.	Bir geometrik şeklin bir araç yardımı ile kuruluşunu tarif edebilir.
	Şekil üzerinde verilen görsel bilgiyi sözel bilgiye sembol, gösterim ve matematiksel kavramları kullanarak doğru çevirebilir.	Verilen şeklin veya şekle ait alt parçaların konumunu ve yönünü değiştirebilir.	

Duval (1998)’e göre geometride bir problem durumunu çözerken veya geometrik bir ilişkiyi ispatlama sürecinde kişinin algısal süreçler ile muhakeme süreçleri arasında farklı etkileşimleri gerçekleşmesi bireyin davranışlarının belirleyicisidir. Geometride yetkinlik kazanma davranışlarını göre Duval (1998), bu iki davranışı temsilen ‘‘matematiksel davranış’’, geometride yetkinlik kazanmış bireylerin davranışla, ‘‘acemi davranış’’ ise geometride yetkinlik kazanmamış bireylerin davranışları olmak üzere iki farklı şekillerde isimlendirip tanımlamıştır. Aralarındaki benzerlik ve farklılıkları da görselleştirmek için Şekil 18’deki gibi bir şema oluşturmuştur:



Şekil 18. Matematiksel ve acemi davranış biçimleri (Karpuz, 2018)

Şekil 18’de görsel algı ile başlamayan acemi davranış şekli (0) işlevsel algı ile doğal muhakeme süreci arasındaki etkileşimle (2) süreçte devam etmektedir. Sözel algı süreci ile başlayan matematiksel davranış şekli ise teorik süreç ile etkileşim halinde devam etmektedir (3). İşlevsel algı süreci matematiksel davranış şekli içinde yer almakta olup teorik muhakemeyi doğrudan etkilememektedir. Bu nedenle işlevsel algı ile teorik muhakeme süreci arasındaki ilişki diğerlerinden farklı olarak kesik çizgili bir ok ile belirtilmiştir (2’). Aynı zamanda işlevsel algı, teorik muhakeme sürecinde hangi tanım ve teoremlerin kullanılacağına dair önemli çıkarımların yapılmasına hizmet etmektedir (Matematik Eğitiminde Teoriler, 2016). Ayrıca her iki davranış şeklinde de işlevsel algı ile sözel algının birbirinden bağımsız olduğunu belirtmek için de kesik çizgili bir ok kullanılmıştır (Duval, 1998).

Modelin Amacı ve Önemi:

Geometri öğrenme-öğretme süreci için geometrik düşünmeyi bilişsel ve algısal süreçler üzerinden inceleyen Duval (1998), bu süreçlere yönelik kendi araştırma sonuçlarına göre üç problem durumu belirlemiş ve bu problem durumlarını çözmek amaçlı bazı analizler sunmuştur. Ayrıca uluslararası literatürde birçok çalışma bu modelin öğrencilerin geometri anlamalarını değerlendirmede doğruluğunu desteklemiştir (Burger 1986; Burger ve Shaughnessy 1986; Fuys, Geddes, ve Tischler, 1985; Shaughnessy and burger 1985; Usiskin 1982). Modelin ortaya koyduğu problemler ve analizler yani amaçlar aşağıdaki gibidir:

1. Bilişsel süreçler arasındaki etkileşim geometri öğretiminde nasıl sağlanabilir?

2. Öğrenciler doğal muhakeme sürecinden teorik muhakeme sürecine doğru bir şekilde nasıl yönlendirilebilir?

3. Verilen geometrik bir şekle ait matematiksel ilişkileri öğrencilerin şekil üzerinde fark etmesi nasıl gerçekleştirilebilir?

Geometri öğretimi için Duval'ın modeli için ortaya koyduğu ilkelere yönelik, yukarıda açıklanan problem tümcelerine uygun, Duval tarafından sunulan çözüm amaçlı analizler şu şekildedir:

1. Öğrencilerin bilişsel süreçler arasındaki etkileşimi sağlanabilmeleri için bilişsel süreçler kendi içlerinde incelenip geliştirilmelidir.

2. Doğal muhakeme sürecinden teorik muhakeme sürecine geçiş bireyin matematiksel davranışındaki yetkinliği göstermesi nedeniyle önemlidir. Dolayısıyla bilişsel süreçler ve şekle bakma süreçleri arasındaki etkileşimler doğru yönde sağlanmalıdır. Bu nedenle bu süreçler ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.

3. Öğrencilerin geometrik bir şekle ait matematiksel ilişkileri, şekil üzerinde fark edebilmesi için şekle bakma süreçleri arasındaki etkileşimlerin doğru yönde sağlanması gerekir. Bu nedenle şekle bakma süreçleri ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.

2.2. Duval'ın Bilişsel Modeline İlişkin Yapılan Çalışmalar

Araştırma konumuzu teşkil eden Duval'ın Bilişsel modeline ait çalışmaların bir kısmı aşağıda açıklanmıştır.

- ✓ Michael, 2013 yılındaki doktora tezi çalışmasında farklı sınıf düzeylerindeki lise öğrencilerinin geometrik muhakeme sürecinde seçtikleri bilişsel ve algısal süreçleri, bu seçimlerin uygun bir “görme, bakma” fiili olup olmadığını incelemiştir. Araştırmasının kuramsal temelini Duval'ın Bilişsel Modeli (1988) ve Houdement ve Kuzniak'ın (2003) Geometrik Paradigmalar çerçeveleri oluşturmaktadır.

Araştırmanın sonuçlarına göre; geometrik muhakemede, görselleştirmenin önemli olduğu ve görselleştirme sürecinde işlevsel ve sözel algı süreçlerinin arasında güçlü bir ilişki olduğu görülmüş, muhakeme sürecinde ve bir şeklin inşa sürecinde (oluşturma sürecinde) kavram ve şekle ait matematiksel tanım, teorem ve özellik bilgisinin önemine hizmet eden sözel algı ve sıralı algı türleri arasında olumlu bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, görsel algının bazı muhakeme süreçlerinde öğrenci hatalarına sebep olduğu ancak görsel algının genelde sözel ve işlevsel algıyı harekete geçirmede önemli bir işleve sahip olduğu belirtilmiştir. Bunlara ek olarak, araştırmada sınıf seviyeleri arttıkça öğrencilerin geometrik şekilleri algılama düzeylerinin geliştiği ve öğrencilerin sözel ve işlevsel algıya yönelik problem durumlarını daha kolay çözebilirken, en çok sıralı algıya yönelik çözümlerde zorlandıkları sonucu elde edilmiştir.

- ✓ Ramatlapana ve Berger, 2018 yılında yapmış oldukları çalışmada Duval'ın bilişsel modeline göre matematik öğretmen adaylarının geometrik muhakeme becerilerine ve muhakeme sürecindeki düşüncelerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının, muhakeme sürecindeki düşünceleri genellikle görsel ve sözel algıya yönelik olduğu ve bilişsel sürecin görselleştirme ve muhakeme süreci arasındaki etkileşimi kurmada zorlandıkları görülmüştür. Bu araştırmanın sonucunda ise Gagatsis vd. (2010) ile Micheal ve Gagatsis'in (2013) çalışmalarına paralel olacak şekilde öğretmen adaylarında görsel algının, sözel algıya etkisi olduğu anlaşılmıştır.
- ✓ Karpuz, 2018 yılındaki doktora tezine ait çalışmasında Duval'ın bilişsel modelinin ilkelerine uygun bir öğrenme ortamı tasarlamış ve sonuçlarını değerlendirmiştir. Geleneksel öğrenme ortamına karşı tasarlanan bu öğrenme ortamının 9.sınıf öğrencilerinin algısal ve teorik muhakeme süreçleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre tasarlamış olduğu öğrenme ortamının geleneksel öğrenme ortamına göre öğrencilerin teorik muhakemelerinin geliştirilmesinde daha etkili olduğunu ortaya çıkarmıştır.
- ✓ Tutan'ın 2019 yılında yüksek lisans tez çalışmasında Duval (1995, 1996 ve 1998) ve Güven ile Karpuz (2016) tarafından tanımlanan analiz çerçevesinde beş matematik öğretmenin geometri öğretiminde bilişsel ve algısal süreçlerine ait davranışları incelemiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmenlerin, derslerinde en çok görselleştirme ve muhakeme süreçlerine odaklandıkları ve öğretmenlerin geometrik muhakeme süreçlerinin Duval'ın bilişsel süreç modeliyle paralellik gösterdiği görülmüştür. Öğretmenlerin geometrik muhakeme süreçlerinde diğer

süreçleri daha az etkin kullanmaları geleneksel öğretim anlayışını benimsemeleri ya da konunun doğasıyla ilgili olabileceği öne sürülmüştür (Tutan S. & Dizman T., 2019).

- ✓ Kızıltoprak, 2020 yılındaki doktora tezine ait çalışmasında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgen konusuna (yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare) ilişkin geometrik muhakemelerinin gelişimini tasarlanan bir öğrenme ortamında Duval'ın modeline göre incelemiştir. Araştırmanın geleneksel öğrenme ortamındaki ile tasarlanan öğrenme ortamındaki geometrik muhakeme sonuçlarına göre öğrencilerin Duval'ın algısal süreçlerinde sözel algıyı kullanma becerisi edindikleri ve sözel algıyı yeterli düzeyde kullanabilen öğrencilerin görselleştirme, oluşturma sürecinde aktif olduğu görülmüştür. Bununla birlikte bilişsel süreçlerdeki oluşturma sürecinin, algısal süreçlerdeki sıralı algının içinde aktif rol oynadığı ve birbiriyle ilişkili olan süreçler olduğunu; başarılı bir muhakeme sürecinde öğrencilerin tüm bilişsel ve algısal süreçleri kullandıklarını; sezgisel düşünmenin görsel algıya her zaman olumsuz etki etmediğini yani uygun tasarlanan öğrenme ortamlarının sezgisel düşünmede görsel algıya olumlu hizmet ettiğini; yalnızca görsel algıya sahip olan öğrencilerin etkinlikleri karmaşık olarak gördükleri ve çözümlerde zorlandıklarını belirtmiştir.

2.3. Ders Kitabı İncelemesiyle İlgili Yapılan Çalışmalar

Literatürdeki ders kitabı inceleme araştırmaları ile ilgili çalışmaların bir kısmı aşağıda açıklanmıştır.

- ❖ Yan ve Liaanghuo (2002), Singapurlu matematik öğretmenleri tarafından yaygın olarak tercih edilen ders kitaplarından ikisinin, ilköğretim düzeyinde öğretim faaliyetlerindeki kullanımını araştırmıştır. Araştırmanın verileri toplam 28 okuldan toplanmış olup araştırmanın sonucunda, ders kitabının kullanımda cinsiyet, deneyim ve okullara göre anlamlı farklılık göstermediği tespit edilmiştir.
- ❖ Beckmann (2004) araştırmasında, TIMSS' in 8. sınıf öğrencileri arasında problem çözme başarısını ölçmeye dayalı analizde Singapur'lu öğrencilerin ilk sıralarda bulunmasını, Singapur'da kullanılan matematik kitaplarından kaynaklandığını ileri sürmüştür. Araştırmadan elde edilen bulgulardan biri de Singapur'daki matematik ders kitaplarında yer verilen problemlerde kullanılan görsel temsillerin yani resim ve diyagramların, öğrencilerin problem durumları karşısında kullandıkları çözüm

stratejilerini desteklediği ve bu görsellerin etkisiyle öğrencilerin matematikte istenilen başarıları elde ettiğidir.

- ❖ Türkiye'de sınıf öğretmenliği ders kitaplarının içeriğini önemli ölçüde belirleyen Arslan'a (2005) göre, öğretimin her aşamasında kullanılan ders kitapları, eğitim ve öğretim programları çerçevesinde eğitimi ve öğretimi birlikte etkin kılacak şekilde planlanmalı ve gelişmiş ülkelerin ders kitabı standartlarına göre düzenlenmelidir. Arslan (2005) çalışmasında, ders kitabını zorunlu kılan faktörleri şu şekilde sıralamıştır: Ders kitabı ile öğretim programı arasındaki doğru orantılı güçlü bir ilişki, bakanlığın ders kitabının kullanılmasını zorunlu kılması, alternatif öğretim araç ve gereçlerinin eksikliği, eğitim faaliyetlerinin eksikliği, ailelerin ek kaynak edinebilme noktasındaki ekonomik güçlük çekmesi nedeniyle ailelerin ders kitabını sınıfta kullanma beklentileri.
- ❖ Çakır (2006), öğretmenlerin dördüncü sınıf matematik yardımcı materyaller ve ders kitaplarının içeriği ve şekilsel özellikleri yönünden düşüncelerini değerlendirmiştir. Anket yöntemiyle yapılan çalışmada, araştırmacı tarafından hazırlanan anket, Eskişehir il merkezindeki 44 ilköğretim okulundaki 106 öğretmen tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırma bulgularına göre ankete katılan öğretmenler, kitabın içerik ve şekilsel özellikleriyle yardımcı materyal olarak değerlendirilebileceğini ancak ders kitaplarının alıştırmaya ve değerlendirme yönünden eksik kaldığını belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin ders kitaplarına ilişkin görüşleri, yayınevının çeşidine göre değişmediği belirtilmiştir.
- ❖ Xin (2007) çalışmasında, Amerika ve Çin'de kullanılan matematik ders kitaplarının öğretme potansiyelini incelemiştir. Öğrencilerin problem çözme başarısını arttırmak için ders kitaplarındaki soruları ve öğrencilerin başarıları ile orantılı öğrenme durumunu karşılaştırmıştır. Ek olarak, araştırmacı sözel problemlerin diğer problemler türleri arasındaki dağılımını analiz etmiştir. Elde edilen sonuçlar, Amerika ve Çin'de kullanılan ders kitaplarındaki sözlü problemlerin birbirinden farklı olduğunu belirtmiştir. Çin'de kullanılan ders kitaplarındaki problemler dengeli bir dağılım gösterirken Amerika'da kullanılan ders kitaplarında eşit olmayan bir dağılım gözlemlenmiştir. Amerika'da kullanılan ders kitapları, öğrencilerin problem çözme yapısını şekillendirirken Çin'de kullanılan ders kitaplarındaki problem çözme yapısı daha sistematik bir yaklaşıma sahiptir.
- ❖ Işık (2008), çalışmasında ‘matematik ders kitabının matematik öğretmenleri tarafından kullanımını etkileyen faktörleri’ incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre

Işık (2008), öğretmenlere ait bulguları şu şekilde belirtmiştir: genellikle ödev amaçlı kullandıklarını, alıştırma ve problemlerin yeterli sayıda olmadığını, Ortaöğretim Okulları Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavı (ÖSS)'nin, sınav sistemine uyum sağlayamadığını ve bu durumun ders kitabının kendileri tarafından tercih edilmesini engellediğini.

- ❖ Çakır (2009), ilkokul 5. sınıf matematik ders kitabını ve ders kitabına yardımcı kaynaklarını (öğrenci çalışma kitabı ve öğretmen rehberi), öğrenci ve öğretmen görüşlerini alarak incelemiştir. Teknik-tasarım-düzenleme, içerik, dil ve anlatım yönünden inceleyerek ders kitaplarını genellikle teknik, tasarım ve düzenleme yönünden yeterli; ancak, içerik, dil ve anlatım açısından yetersiz bulduklarına dair veriler elde etmiştir. Araştırmanın bulgularına ek olarak; araştırmanın örneklemini tarafından kullanılan matematik ders kitabının yetersiz bulunduğu ve kaliteli bir baskıya sahip, sağlam ciltli, görsel içerikler açısından daha canlı renklere sahip eğlenceli bir matematik ders kitabına sahip olmayı tercih edecekleri sonucuna varılmıştır.

Ders kitapları, öğretim sürecinde en çok tercih edilen kaynaklardan biri olup en eski öğretim araç ve gereçlerindedir. (Akkaya, 2016). Buna ek olarak öğrencilerin istedikleri ortamda, kendi kendilerine öğrenmelerine fırsat sağlayan temel bir öğretim materyal olan ders kitapları ilgili dersin öğretim programında yer alan program öğelerini öğrenciye kazandırmak için gerekli içerikleri, açıklamalar halinde ve planlı bir sıra ile sunmalıdır (Ünsal ve Güneş, 2002).

Hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin sıklıkla kullandığı kaynaklardan biri ders kitaplarıdır (Duman, Karakaya, Çakmak, Eray ve Özkan, 2001; Haggarty ve Pepin, 2002; Johansson, 2003). Altun, Arslan ve Yazgan'a (2004) göre ders kitapları, öğretmenin bulunmadığı ortamlarda, öğrencinin istediği bilgiye ulaşmasına ve öğrencinin çalışmalarını kendisinin yönlendirmesine imkân sağlayan rehber niteliğindeki kaynaklardır (Akkaya, 2016). Akkaya (2016)'nın açıklaması düşünüldüğünde, ders kitaplarının hedef kitlesi öğrencilerdir. Bu nedenle ders kitapları, öğrenciler için bilgileri ayrıntılı sunma, öğretim ortamında sunulan bilgilerin tekrarını, pekiştirilmesini sağlayabilme ve öğrencinin kendi kendini değerlendirebilmesi gibi birçok farklı amaçlar içinde barındırmalıdır (Akkaya, 2016). Bu nedenlerle, öğrenme-öğretme sürecinde aktif ve önemli bir role sahip olan ders kitaplarındaki geometri

öğrenim alanının Duval'ın Bilişsel Modeline göre uygunluğunun incelenmesi araştırmamızın konusu olarak seçilmiştir.



BÖLÜM 3

3 YÖNTEM

Araştırmanın modeline, araştırmanın örnekleme, veri toplama araç ve tekniklerine (bilişsel süreç modellerinin tasarlanması) ait bilgiler ve verilerin toplanmasının ve verilerin analizinin nasıl gerçekleştiğine dair açıklamalara bu bölümde yer verilmiştir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırmada uygulama sürecine 2013-2014 eğitim-öğretim yılında konulan Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı kapsamında, MEB tarafından 2013-2014 Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'na onaylanmış Aydın yayınevine ait ortaöğretim tek tip 10. Sınıf matematik ders kitabı nitel araştırmada bir yöntem olan doküman inceleme tekniğiyle incelenmiştir. Betimsel analiz, elde edilen verilerin daha önceden belirlenen prensiplere göre özetlenmesi veya yorumlanması olup temel amacın elde edilen verilerin okurlara düzenlenmiş ve araştırmacı tarafından yorumlanmış olarak sunmak (Çelik, 2019 & Özbay Muradoğlu, 2008) olduğundan araştırma verilerinin analizinde de betimsel içerik analizinin yapılması uygun görülmüştür. Veriler araştırma problemi ve alt problemleri doğrultusunda araştırmamızın kuramsal temeline göre düzenlenmiştir.

Araştırmamızda analizi yapılan birim; Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından onaylanmış olan Aydın yayınevini ortaöğretim 10. Sınıf Matematik ders kitabıdır. Doküman incelemesinde araştırma problem durumuna ilişkin yazılı ve görsel dokümanların incelenmesi, çıkarımların daha fazla ve kapsam alanının geniş olması açısından oldukça önemlidir (Çelik, 2019). Bu nedenle söz konusu 10. Sınıf matematik kitabında geometri öğrenim alanında yer alan çözümlü örnekler literatürde geometri öğretiminde bilişsel bir model olan Duval'ın Bilişsel Modeli göz önüne alınarak, örneklerin teorik muhakemeye etki eden süreçler, betimsel içerik analizi yöntemi ile incelenerek model içeriğine bağlı örnek sayısı bazında frekans ve yüzdelerle hesaplamalar yapılmıştır. Elde edilen yüzde ve frekanslar tablolar haline getirilerek yorumlanmıştır. Ayrıca, ders kitabında yer alan bazı çözümlü örnekler için Duval'ın

Bilişsel Modelindeki süreçler aralarındaki etkileşimler açıklamalar halinde verilmiştir.

3.2 Araştırmanın Örnekleme

Araştırmada Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından 2013-2014 eğitim-öğretim yılında onaylanmış Aydın yayınevine ait tek tip 10. Sınıf matematik ders kitabına ait geometri öğrenim alanındaki çözümlü örnek sorular araştırmanın veri kaynağı olarak kullanılmıştır.

3.3 Veri Toplama Araç ve Teknikleri

Araştırmada veri toplama tekniği olarak, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman inceleme tekniği kullanılmıştır. Doküman incelemesinde hangi kaynağın (aracın), veri kaynağı (aracı) olarak kullanıldığı önemlidir. Araştırmamızda kullanılacak veri toplama aracının kuramsal temelini ise Duval'ın Bilişsel Modeline ait süreçler oluşturmuştur. Bu süreçler; algısal (görsel, sözel, sıralı ve işlevsel algı) ve bilişsel (görselleştirme, oluşturma ve muhakeme) süreçlerdir. Çalışmamızda ele alınan bilişsel süreçlerden biri olan muhakeme süreci, kullanılan dile göre farklılaşarak doğal ve teorik muhakeme olarak ikiye ayrılmaktadır. Ders kitabında muhakeme sürecinde, matematiksel tanım, teorem ve önermelerle matematiksel bir dil kullanıldığı için teorik muhakeme önemsenmiş olup doğal muhakemeye yer verilmemiştir. Dolayısıyla verilerin toplanmasında muhakeme süreci, kullanılan dil nedeniyle, teorik muhakeme olarak ele alınıp incelenmiştir. Ayrıca kuramsal temeli Duval'ın Bilişsel modeli olan araştırmamızda incelemeye aldığımız geometri alt öğrenme alanındaki çözümlü örneklerin soru cümleleri ve çözüm cümleleri bir bütün olarak düşünülerek incelenmiştir.

Duval (1998)'e göre geometride bir problemi çözerken veya geometrik bir ilişkiyi ispatlama sürecinde kişinin algısal süreçler ile muhakeme (bilişsel) süreçleri arasında gerçekleştireceği farklı etkileşimler kişinin davranışlarının belirleyicisidir. Bu nedenle çalışmamızda süreçlerin incelenmesine ek bu süreçlerin arasındaki ilişkiyi analiz etmek amacıyla "Bilişsel Süreç Modelleri" tasarlanmıştır. Teorik muhakeme sürecini temel alarak tasarladığımız modellerimizde Karpuz (2018)'un doktora tezinde tasarladığı bilişsel süreç modelleri (bkz. Tablo 5) ve Duval'ın Bilişsel modelinde geometride yetkinlik kazanmış davranışları temsilen "matematiksel davranış" (bkz. Şekil 18) olarak bahsettiği davranışa hizmet etmesi dikkate alınmıştır. Ayrıca tasarlanan

modelimizde, geometri öğrenme ve öğretme süreçlerinde algısal süreçler ile bilişsel süreçleri birbirinden tamamen ayırmak mümkün değildir. Dolayısıyla şekle bakma süreçlerine bilişsel süreçlerin içinde ve bilişsel süreçleri destekleyecek şekilde yer verilmiştir.

3.3.1 Bilişsel Süreç Modellerinin Tasarlanması

Bilişsel Süreç Modelleri tasarlanırken geometri öğretimi için Duval'ın bilişsel modelinde ortaya koyduğu ilkeler, yine Duval'e göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşim ilişkisi ve Karpuz'un (2018) tez çalışması için oluşturduğu bilişsel süreç modelleri referans alınmıştır. Buna göre;

- Duval'ın belirlediği bilişsel modelin ilkeleri aşağıdaki gibidir (Duval, 1998):
 1. Öğrencilerin bilişsel süreçler arasındaki etkileşimi sağlanabilmeleri için bilişsel süreçler kendi içlerinde incelenip geliştirilmelidir.
 2. Doğal muhakeme sürecinden teorik muhakeme sürecine geçiş bireyin matematiksel davranışındaki yetkinliği göstermesi nedeniyle önemlidir. Dolayısıyla bilişsel süreçler ve şekle bakma süreçleri arasındaki etkileşimler doğru yönde sağlanmalıdır. Bu nedenle bu süreçler ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.
 3. Öğrencilerin geometrik bir şekle ait matematiksel ilişkileri, şekil üzerinde fark edebilmesi için şekle bakma süreçleri arasındaki etkileşimlerin doğru yönde sağlanması gerekir. Bu nedenle şekle bakma süreçleri ayrı ayrı ve özel olarak geliştirilmelidir.

- Duval' e (1998) göre bilişsel süreçler arasındaki etkileşim ilişkisi aşağıdaki gibidir:

Bilişsel süreçler birbirinden bağımsız fakat birbirleriyle yakından ilişkili olan süreçlerdir. Aralarındaki etkileşimin gücü ise geometride yetkinlik kazanabilmek için gereklidir (bkz. Şekil 3). Ders kitabında muhakeme sürecinde, matematiksel tanım, teorem ve önermelerle matematiksel bir dil kullandığı için teorik muhakeme önemsizmiş olup doğal muhakemeye yer verilmemiştir. Dolayısıyla verilerin toplanmasında muhakeme süreci, kullanılan dil nedeniyle, teorik muhakeme olarak ele alınıp inceleneceğinden bilişsel süreç modellerinin

tasarlanmasında öncelikle teorik muhakeme sürecini açıklanması gerekmektedir. Buna göre; tündengelim düşünme ile mevcut bilgide bir değişimin veya artışın meydana gelişini, matematiksel gösterimler kullanılarak açıklayan muhakeme sürecine, teorik muhakeme süreci denilebilir. Aksiyom, tanım ve teoremler aracılığıyla bu süreçte belirli çıkarımlara ulaşılır. Teorik muhakeme sürecinde ulaşılan çıkarımlar, matematiksel ilkelerle (tanım, teorem, aksiyom vb.) gerekçelendirilmelidir. Bu bağlamda teorik muhakeme sürecini ayırt etmemizi sağlayan bazı öğrenci davranışları aşağıdaki gibi açıklanabilir:

1. Önerme halinde matematiksel bir durumu açıklayabilir.
2. Tanım, teorem ve aksiyomları kullanarak çıkarım yapar. Şekle yönelik çıkarımlarda sadece şeklin görünüşünü kullanmaz.
3. Matematiksel ilkeleri kullanarak şekil üzerinde yapılan değişiklikleri ispatlayabilir.
4. Çıkarım basamaklarından elde edilen verileri, başka bir çıkarım basamağında kullanabilir.
5. Geometrik bir durumu açıklarken matematiksel kavramları kullanabilir.

Geometride yetkinlik kazabilmek için bilişsel süreçler aralarındaki etkileşimin gücüne bağlı olarak birbirinden bağımsız ancak birbiriyle etkileşimli olması gereken bilişsel süreçler bir bütün olarak Şekil 3 (bkz. Şekil 3) de belirtilmiştir.

Şekil 3 (bkz. Şekil 3) de verilen okların yönleri bilişsel süreçlerin birbirlerini etkileme yönlerini ifade etmektedir. 5(A) ile doğal söylemsel süreç gösterilmek istenirken 5(B) ile de teorik söylemsel süreç gösterilmek istenmiştir. Görselleştirme sürecinin her zaman muhakeme sürecine olumlu hizmet etmeyeceğini belirtmek için 2 numaralı ok kullanılmıştır ve bu ok, kesik olarak gösterilmiştir. 5(B) (teorik söylemsel süreç) numaralı okun yönü, diğer oklardan fark olup döngüden bağımsız şekildedir. Çünkü teorik söylemsel muhakeme, diğer bilişsel süreçlerinden tamamen bağımsız olarak da gerçekleşebilir. Bunlara ek olarak geometrik bir şeklin inşası (oluşturulması) gerçekleştirilirken aynı anda şekil görselleştirildiği için oluşturma sürecinden muhakeme sürecine, görselleştirme süreci olmadan bir geçiş

gerçekleşemeyecektir. Bu da Şekil 3’de görülmektedir. Ancak görselleştirme süreci oluşturma sürecine bağlı olarak gerçekleşmez. Nihayetinde oluşturma görselleştirmeyi sağlasa bile oluşturma süreci, sadece geometrik şekillerin ve cisimlerin sahip oldukları özelliklere ve oluşturma sürecinde kullanılan araca ait teknik özelliklere ve aracın teknik sınırlılıklara bağlıdır. Ayrıca görselleştirme bir ispatı gerçekleştirmek için sezgisel anlamda muhakemeye fayda sağlasa da muhakemede temel olarak tanımlara, aksiyomlara ve teoremlere ihtiyaç duymaktadır. Hatta bazen hatalı görselleştirme istenmeyen muhakemelere neden olmaktadır.

Sonuç olarak; Duval (1998) ’e göre bu üç bilişsel süreç birbirinden bağımsız ancak birbiriyle etkileşimli olması gereken süreçlerdir.

- Karpuz ‘un (2018), Duval’e göre hazırlanmış öğretim ortamında, öğretim sürecini inceleyen doktora çalışmasında kullanmak amacıyla oluşturduğu modellerin açıklaması aşağıdaki gibidir:

Tablo 5: Karpuz (2018)’un Tasarladığı Bilişsel Süreç Modelleri (Karpuz, 2018)

BİLİŞSEL SÜREÇ MODELLERİ		
Model-1	Model-2	Model-3
A. Görselleştirme	A. Görselleştirme	A. Oluşturma
➤ Görsel Algı	➤ Görsel Algı	➤ Sıralı Algı
➤ Sözel Algı	➤ Sözel Algı	
B. Görselleştirme	B. Görselleştirme	B. Görselleştirme
↓	↓	➤ Görsel Algı
Muhakeme	Muhakeme	➤ Sözel Algı
➤ İşlevsel Algı	➤ İşlevsel Algı	C. Görselleştirme
C. Muhakeme	C. Muhakeme	↓
D. Uygulama	D. Oluşturma	Muhakeme
	➤ Sıralı Algı	➤ İşlevsel Algı
	E. Uygulama	D. Muhakeme
		E. Uygulama

- Modeller, belirli bilişsel süreç (görselleştirme, oluşturma, muhakeme) basamaklarından oluşmaktadır.
- Basamaklardaki bilişsel süreçlerin kendileri ve kendi içlerindeki etkileşim yönleri ve sırası Duval (1998)’ın modeline uygun olacak şekilde ele alınmıştır.

- iii. Geometrinin öğrenilme ve öğretilme süreçlerinde algısal süreçler ile bilişsel süreçleri birbirinden kesin çizgilerle ayıramayız. Bu nedenle algısal süreçlere bilişsel süreçlerin içinde ve bilişsel süreçleri destekleyecek şekilde yer verilmiştir.
- iv. Duval (1998) algısal süreç içindeki görsel, sözel ve işlevsel algı süreçlerin aynı zamanda görselleştirme sürecinde de hizmet ettiğini belirtmektedir. Bu nedenle görselleştirme sürecinin hizmet etmesinin istendiği basamaklarda algısal süreçlerden görsel, sözel ve işlevsel algı süreçlerine yer verilmiştir.
- v. Öğretim ortamı ve sürecinde, içeriğin doğasına göre hangi modelin kullanılması gerektiğine karar verilmiştir.

Modellere ait alt basamakların ilkeleri ve bu basamaklarda öğrencilere ait kazandırılmak istenen öğrenci davranışlarının gösterge fiilleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

Görselleştirme basamağı, öğrencilerin içeriğin gerektirdiği kavrama sürecine girmeden önceki hazırlık aşamasıdır. Bu basamakta, öğrencilerin görsel ve sözel algı süreçlerine ait gösterge fiilleri aşağıdadır:

1. Geometrik şeklin sahip olduğu boyutu ifade eder.
2. Gösterimleri ve sembolleri doğru şekilde kullanır.
3. Verilen şekli oluşturan geometrinin temel elemanlarını görür ve ismini belirtir.
4. İstenilen çıkarımlara, şekil üzerinde görsel biçimde verilen bilgileri kullanarak varır.
5. Verilene göre görsel bilgi ile sözel bilgi arasındaki geçişi doğru ilişkilendirir.
6. Şekle yönelik çıkarımlarda sadece şeklin görünüşünü kullanmaz.

Görselleştirme-Muhakeme basamağı, öğrencilerin verilen şekle ait anlamlandırma sürecine girdiği basamaktır. Ancak anlamlandırma süreci, görselleştirme sürecinin etkisi ile şekle bağlı gerçekleşmektedir. Dolayısıyla muhakeme sürecinde günlük konuşma dili ile matematiksel kavramlar ifade edilmeli yani doğal muhakeme süreci gerçekleşmelidir.

Mesela bu basamakta “iki üçgen eşitir” yerine “iki üçgen birbirleriyle aynıdır” veya “Üçgenler üst üste getirildiklerinde tam örtüşürler” doğal söylemleri kullanılmalıdır. Bu basamakta öğrencilere ait işlevsel algı ve doğal muhakeme sürecinin gösterge fiilleri aşağıdadır:

1. Verilen geometrik bir şekli alt şekillere parçalayabilir ve şekli farklı stratejilerle tekrar birleştirir.

2. Verilen şekle ait alt kısımlara odaklanarak şekle yeni geometrik nesnelere eklemeye silme işlevlerini gerçekleştirir.

3. Verilen şeklin veya şekle ait alt şekillerin yönünü ve konumunu değiştirir.

4. Görsel şekildeki temsiller yardımıyla çıkarımda bulunur.

5. Doğal sölemsel bir dille matematiksel bir ilişkiyi açıklar.

Muhakeme basamağı, modele ait teorik muhakeme aşamasıdır. Geometrik şekillerin özelliklerinin ispatı ve farklı ispat yöntemleri bu bölümde yer almalıdır. Ayrıca öğrencilere içeriğin gerektirdiği tanım, sembol ve gösterimler verilir. Bu basamak özellikle öğrencilerin kullandıkları matematiksel çıkarımları matematiksel bir dille ispatlayabilmelerine odaklanmaktadır. Bu basamakta, öğrencilere ait teorik muhakeme sürecinin gösterge fiilleri aşağıdadır:

1. Önerme halinde matematiksel bir durumu açıklar.

2. Tanım, teorem ve aksiyomları kullanarak çıkarım yapar.

3. Matematiksel ilkeleri kullanarak şekil üzerinde yapılan değişiklikleri ispatlar.

4. Çıkarım basamaklarından elde edilen verileri, başka bir çıkarım basamağında kullanır.

5. Matematiksel kavramlarla geometrik bir durumu açıklar.

Oluşturma basamağı, öğrencilerin geometrik şekilleri, herhangi bir araç yardımı ile (cetvel ve pergel, kâğıt, kalem ve dinamik geometri yazılımları ...) inşa ettikleri aşamadır. Bu basamakta öğrencilere ait sıralı algı sürecinin gösterge fiilleri aşağıdadır:

• Bir araç yardımı ile geometrik bir şekil inşa eder.

• Bir araç yardımı ile inşa ettiği geometrik şeklin inşasını adım adım açıklar.

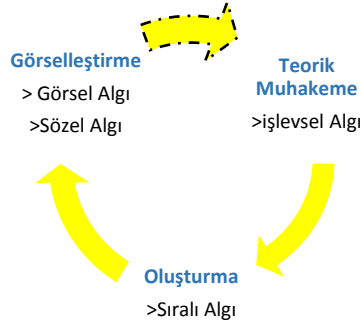
Karpuz (2018), Duval'ın Bilişsel Modelini temel alarak yukarıda bahsi geçen ilkeleri ve öğrenci davranışlarını yapılan dikkate alarak araştırma amacına yönelik öğrenme ortamlarındaki etkinliklerde kullanmak üzere Bilişsel Süreç Modellerini Tablo 5 gibi tasarlamıştır.

Özetle; Duval (1998) ve Karpuz (2018)'un çalışma ilkeleri ve kuramsal temele ait süreçlerin hizmet ettikleri göstergeleri (Şekil 3, Tablo 4, Tablo 18 ve Karpuz(2018)'un öğrenci davranışlarına dönük ifadeleri birer göstergedir.) dikkat edildiğinde başarılı bir geometri öğretimi için iki faktörü ön plana koydukları görülmüştür. Bu faktörlerin de bilişsel ve algısal süreçlerin ayrı ayrı geliştirilmesi ve bu süreçler geliştirilirken birbirleriyle etkileşimin sağlanması olduğu sonucu elde edilmiştir. Bu çalışmada da tüm bu sonuçlara yönelik bilişsel ve algısal süreçler arasındaki ilişkinin incelenmesi için "Bilişsel Süreç Modelleri" tasarlanmıştır. Bilişsel süreç aşamasında oluşturulan modeller ve modellerin öğeleri, özellikleri aşağıda tabloda gösterilmiş ve açıklanmıştır.

Tablo 6: Bilişsel Süreç Modelleri ve Modellerin Özellikleri

<i>Bilişsel Süreç Modelleri</i>	
Model Şekli	Model Özellikleri
<p>MODEL 1</p> <p>Görselleştirme >Görsel Algı >Sözel Algı</p> <p>Teorik Muhakeme >İşlevsel Algı</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Görselleştirme süreci oluşturma sürecine bağlı değildir. ✓ Görselleştirme bir ispat yapmak için muhakemeye yardımcı olur. Ancak bazı durumlarda hatalı görselleştirmeler istenmeyen muhakemelere neden olabilir. Bu yüzden; kesik çizgili ok görselleştirmenin her zaman muhakemeye olumlu hizmet etmeyeceğini belirtmek için görseldeki gibi verilmiştir. ✓ Sıralı algı dışındaki algısal süreçler, hem görselleştirme hem de teorik muhakeme süreçleri esnasında işleve sahiptirler. ✓ Modelde algısal süreçlerden sıralı algı ve bilişsel süreçlerden oluşturma süreci dışındaki tüm süreçler birbiriyle etkileşim halindedir.

MODEL 2



- ✓ Görselleştirme süreci oluşturma sürecine bağlı değilken oluşturma süreci, görselleştirmeye yol açar. Geometrik bir şekil inşa edilirken aynı anda görselleştirme gerçekleşir. Bu nedenle oluşturma sürecinden teorik muhakeme sürecine, görselleştirme süreci olmadan bir geçiş mümkün değildir.
- ✚ Kesik çizgili ok görselleştirmenin bazen muhakemeye yardım etmeyeceğini göstermek için görseldeki gibi verilmiştir.
- ✓ Sıralı algı dışındaki algısal süreçlerin özellikle sıralı algı hem görselleştirme hem de teorik muhakeme süreçleri esnasında işleve sahiptirler.
- ✓ Sıralı algı ve oluşturma süreci, teorik muhakeme sürecinde aktif hizmet etmektedir.
- ✓ Modelde tüm algısal ve bilişsel süreçler birbiriyle etkileşim halindedir.

MODEL 3



- ✓ Teorik muhakeme, oluşturma ve görselleştirme süreçlerinden bağımsız olarak gelişebilir.
- ✓ Herhangi bir algısal süreç (şekle bakma süreci) aktif değildir.
- ✓ Modelde görsel bir şekil verilmeden sadece sözel olarak verilen matematiksel cümlelerin tanım, teorem ve aksiyomlarla ilişkilendirilmesine yönelik çıkarım söz konusudur.

3.4 Verilerin Toplanması

Bu çalışmanın verilerini MEB tarafından 2013-2014 eğitim-öğretim yılında Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'na onaylanmış Aydın yayınevine ait tek tip 10. Sınıf matematik ders kitabındaki geometri öğrenim alanına ait örnek sorular oluşturmaktadır. Öncelikle adı geçen kitap ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Örnek sorularının analizleri sürecinde veri toplama aracının kuramsal temelinde Duval'ın Bilişsel Modelinin algısal ve bilişsel süreçleri kullanıldığından bu süreçlere ilişkin uygun gösterge fiillerinden faydalanılmıştır. Bu yüzden ilk olarak süreçlerin hizmet etme göstergeleri (gösterge fiilleri) belirlenmiş olup örneklerde hangi süreçlerin hizmet ettiği belirlenmiştir. Buna ek olarak bu süreçler arasındaki ilişkiyi açıklamak için de "Bilişsel Süreç Modelleri" (bkz. Tablo 6) tasarlanmıştır. Örneklerin incelenmesinde ve modellerin tasarlanmasında uzman görüşüne başvurulmuştur. İncelemeler sonucunda ortak fikirde olunan sorularının listesi yapılmıştır. Görüş ayrılığı olan sorular ise

araştırmacı ve uzmanın tekrardan incelemesi ile ortak bir karara varılıp düzenlemeler yapılmıştır.

3.5 Verilerin Analizi

Veriler analizde betimsel içerik analiz tekniği kullanılmıştır. Bu çalışmada, 2013-2014 eğitim yılı itibariyle uygulamaya konulan Ortaretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) retim Programı kapsamında, Aydın yayınevine ait tek tip 10. Sınıf matematik ders kitabına ait geometri renim alanındaki özümlü örnek sorular dikkate alınmıştır. İki ünite şeklinde yer verilen geometri renim alanında ‘‘Dörtgenler ve çokgenler’’ ve ‘‘Katı Cisimler’’ ünite başlıklı 5. ve 6. üniteler incelenmiştir.’’ Dörtgenler ve çokgenler’’ ünitesine ait 79 örnek soru ve ‘‘Katı Cisimler’’ ünitesine ait 14 örnek soru olmak üzere toplam 93 özümlü örnek soru Duval’ın Bilişsel Modeli çerçevesinde analiz edilmiştir. İncelemeler yapılırken Duval’ın Bilişsel Modelinin bilişsel süreç kısmında yer alan muhakeme sürecinde doğal muhakeme süreci dikkate alınmayıp teorik muhakeme süreci dikkate alınmıştır.

Duval’ın Bilişsel Modelindeki süreçler arasında hiyerarşik bir ilişkiden ziyade birbiriyle bağlantılı ilişki vardır. Geometri renme ve üretme süreçlerinde algısal süreçler ile bilişsel süreçleri birbirinden tamamen ayırmak mümkün değildir. Dolayısıyla algısal süreçlere bilişsel süreçlerin içinde ve bilişsel süreçleri destekleyecek şekilde yer veren Duval’ın modeline göre, süreç bazlı analize ek olarak teorik muhakeme süreci ile diğer süreçler arasındaki ilişkinin incelenmesine üzerinde de durulmuştur. Bu incelemeyi gerçekleştirmek amacıyla ‘‘Bilişsel Süreç Modelleri’’ olarak 3 farklı model (Model 1, Model 2 ve Model 3 isimleriyle) tasarlanmıştır (bkz. Tablo 6). Örnek sorularda kullanılan teorik muhakeme modelleri 3 farklı modele (Duval’ın Bilişsel Modelindeki bilişsel süreçleri arasında ilişkiye) göre analiz edilerek ünite ve konu/alt konular bazında frekans ve yüzdeleri hesaplanmıştır. Elde edilen yüzde ve frekanslar tablo haline getirilerek yorumlanmıştır. Ayrıca süreçler arasındaki etkileşimler de tasarlanan bilişsel süreç modelleriyle açıklanmıştır. Örneklerin ünite bazlı Duval’ın Bilişsel Modeline göre incelenmesi üç aşamada gerçekleşmiştir:

- 1) algısal süreçlere göre incelenmesi
- 2) bilişsel süreçlere göre incelenmesi
- 3) algısal ve bilişsel süreçler arasındaki ilişkinin (Bilişsel Süreç Modellerine göre) incelenmesi

şeklindedir. Buna ek olarak her konuda belirlenen modeller için kitaptan örneklere yer verilerek örneklerin bilişsel süreçlerdeki hizmet ettikleri süreçler ve birbiriyle olan ilişkileri açıklanmıştır.



BÖLÜM 4

BULGULAR

Araştırmanın amacına yönelik, ortaöğretim onuncu sınıf matematik ders kitabındaki çözümlü örnek sorular incelenmiştir. Söz konusu ders kitabındaki örneklerin, Duval'ın Bilişsel Modeli bakımından incelenmesi yapılmıştır.

Tablo 7: Ders Kitabının Geometri Öğrenim Alanındaki Ünite, Konu ve Alt Konular

<i>Ünite</i>	<i>Ünitelere Ait Konuları ve Alt Konuları</i>
	5.1.Çokgenler
	5.2.Dörtgenler ve Özellikleri
	5.3.Özel Dörtgenler
5	Yamuk
	Paralelkenar
	Eşkenar Dörtgen
	Dikdörtgen
	Kare
	Deltoid
	Dörtgenlerin Alanları ile İlgili Problemler
	6.1.Katı Cisimler
6	Dik Prizmaların ve Dik Piramitlerin Uzunluk, Alan ve Hacim Bağlıları

10. Sınıf Matematik ders kitabının geometri alt öğrenim alanındaki örnekler, Tablo 7'de yer alan ünite ve ünitelere ait konu/ alt konular açısından incelenmiş, örneklerde hangi süreçlerin ne sıklıkta kullanıldığı frekans ve yüzdelik değerlere göre tablo haline getirilerek verilmiştir. Buna ek olarak ünitelere ve konulara göre ilgili süreçlere ait örnekler açıklamalar halinde sunulmuştur.

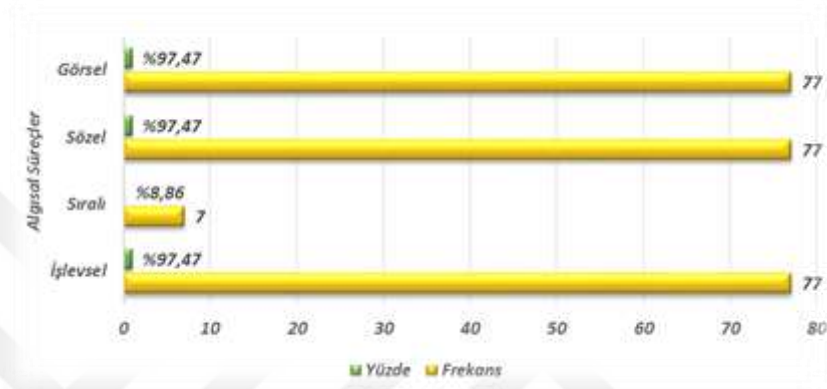
4.1 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin İncelenmesine Ait Bulgular

İncelemekte olduğumuz onuncu sınıf matematik ders kitabında 5. Ünite, sırasıyla çokgenler, çokgenlerin açıları, dörtgenlerin kenar ve açı özellikleri, özel dörtgenlerden yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, deltoid ve bu özel dörtgenlerin alanları, dörtgenlerin alanları ile ilgili problem konuları incelenmiştir.

Çalışmamızın bu kısmında yukarıda bahsi geçen konulara ait örneklerin Duval'ın Bilişsel Modeline göre süreçleri hakkında bilgiler verilecektir.

4.1.1 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular

Tablo 8: Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği



Tablo 8'e göre 10. Sınıf matematik ders kitabında 5. Ünite olarak yer alan Dörtgenler ve Çokgenler ünitesindeki 79 çözümlü örnek sorusunun Duval'ın Bilişsel Modelinin algısal süreçlerinden ; % 97,47'si görsel, sözel ve işlevsel algıya hizmet ederken ve % 8,86'si sıralı algıya hizmet etmekte olduğu görülmüştür. Yüzdeler dağılımların sayısal olarak ifadesi ise 79 örnek sorunun her biri görsel, sözel ve işlevsel algıya hizmet ederken 79 soru içinden 7 soru aynı zamanda sıralı algıya da hizmet etmesidir. Yani ders kitabında bu üniteye okuyuculara, tüm algısal süreçlerin birlikte hizmet ettiği 7 örnek soru sunulmuştur.

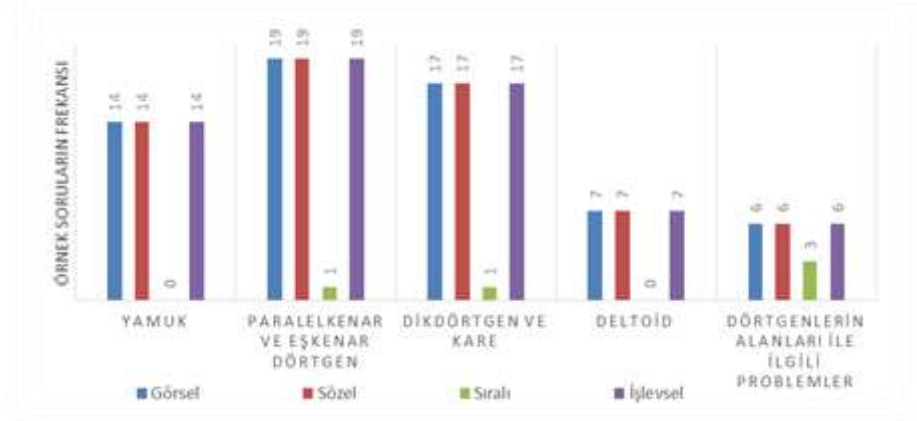
Tablo 9: Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesindeki Örneklerin Algısal Süreçlerinin Konu Başlıklarına Göre Yüzdeleri



Tablo 9’da “Dörtgenler ve Çokgenler” ünitesinde yer alan “ Çokgenler, Dörtgenler ve Özellikleri, Özel Dörtgenler” şeklinde üç farklı konu başlığı bulunmaktadır. Bu konu başlıklarına göre algısal süreçler incelendiğinde;

“Çokgenler” konu başlığındaki örneklerin %77,8’i görsel, sözel ve işlevsel algıya hizmet ederken % 11,11’i sıralı algıya da hizmet etmektedir. Yani toplam 9 örnekten 7 örnek sorunun her biri görsel, sözel ve işlevsel algıya, 1 tanesi (Ö8 (s.212)) ise tüm algısal süreçlere hizmet ederken algısal süreçlerin kullanılmadığı 2 örnek (Ö3 (s.209) ve Ö6 (s.211)) bulunmaktadır. “Dörtgenler ve Özellikleri ” konu başlığındaki örneklerin tamamı görsel, sözel ve işlevsel algıya hizmet ederken % 14,29’u sıralı algıya da hizmet etmektedir. Yani toplam 7 örnekten 6 örnek sorunun her biri görsel, sözel ve işlevsel algıya, 1 tanesi (Ö6 (s.219)) ise tüm algısal (şekle bakma) süreçlerine hizmet etmektedir. “Özel Dörtgenler” konu başlığındaki örneklerin tamamı görsel, sözel ve işlevsel algıya hizmet ederken % 7,94’ü aynı zamanda sıralı algıya da hizmet etmektedir. Bu durumda ise toplam 63 örnekten 58 örnek soruda görsel, sözel ve işlevsel algı, 5 tanesinde (Ö11(s.242), Ö6(s.256), Ö8(s.271), Ö11(s.273) ve Ö12(s.273)) ise tüm algısal (şekle bakma) süreçler muhakeme sürecinde ortaya çıkmıştır.

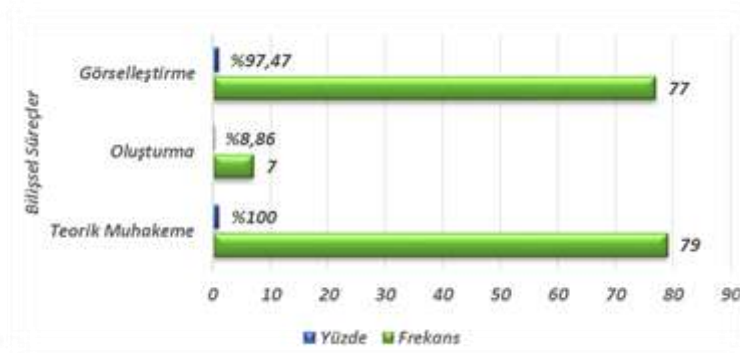
Tablo 10: Özel Dörtgenlerin Alt Konularında Yer Alan Örneklerin Algısal Süreç Frekansları



Tablo 10’da en az ortaya çıkan algısal sürecin sıralı algı süreci olduğu görülmektedir. Bu konu başlığında incelediğimiz alt konu başlıklarına göre 63 örnek sorudan 5 soruda tüm algısal süreçler ortaya çıkmıştır. “Özel Dörtgenler” konu başlığındaki örneklerin %7,93’ünde tüm algısal süreçler birbiriyle ilişkili şekilde kullanılmıştır. Ayrıca tüm algısal süreçlerin, sıralı algıyla birlikte, kullanıldığı örneklerden 3 örneğin, dörtgenlerin alanları ile ilgili problemler alt konu başlığında olduğu, yamuk ve deltoid alt konu başlığında örnek içermediği görülmektedir.

4.1.2 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular

Tablo 11: Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlere Göre Yüzde ve Frekans Grafiği



Tablo 11’de ders kitabında 5. Üniteye yer alan Dörtgenler ve Çokgenler ünitesindeki 79 çözümlü örnek sorusunun Duval’ın Bilişsel Modelinin bilişsel süreçlerinden ; %97,47’si görselleştirme sürecine , %8,86’si oluşturma sürecine hizmet

ederken %100'ü teorik muhakemeye hizmet etmektedir. Yani 79 örnek soruda; çokgenler konusundaki 2 soru (Ö3(s.209) ve Ö6(s.211) soruları) hariç 77 soru, bilişsel süreçlerinden görselleştirme ve oluşturma süreçlerinin etkileşimiyle teorik muhakeme sürecinin ortaya çıktığı sorulardır. Ayrıca tüm bilişsel süreçlerin birlikte ortaya çıktığı 7 örnek soru ders kitabında 5. Ünite de sunulmuştur.

Tablo 12: Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlerinin Konu Başlıklarına Göre Yüzdeleri

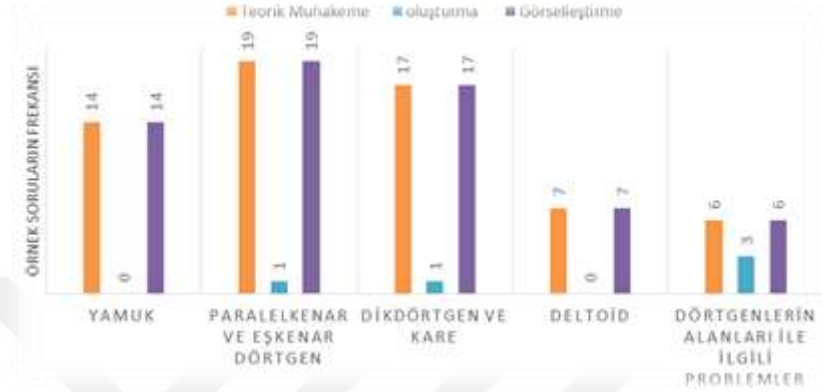


Tablo 12’de ‘‘Dörtgenler ve Çokgenler’’ ünitesinde yer alan ‘‘ Çokgenler, Dörtgenler ve Özellikleri, Özel Dörtgenler’’ şeklinde 3 farklı konu başlığı bulunmaktadır. Bu konu başlıklarına göre algısal süreçler incelendiğinde;

‘‘Çokgenler’’ konu başlığındaki örneklerin tamamı teorik muhakeme sürecine, %77,8’i görselleştirme sürecine hizmet ederken % 11,11’i oluşturma sürecine hizmet etmektedir. Okuyucuya sunulan toplam 9 örnekte (Ö8(s.212)) tüm bilişsel süreçler, 7 örneğin her birinde ise görselleştirme ve teorik muhakeme süreçleri birlikte ortaya çıkmıştır. Buna ek olarak görselleştirme ve oluşturma süreçlerinin kullanılmadığı yani sadece teorik muhakeme sürecine hizmet edilen 2 örnek (Ö3(s.209) ve Ö6(s.211)) bulunmaktadır. Bu da Duval’ın Bilişsel Modelinin kavramsal çerçevesinde yer alan teorik muhakeme sürecinin (bkz. Şekil 3) diğer bilişsel süreçlerden bağımsız şekilde de gerçekleşebileceğini göstermektedir. ‘‘Dörtgenler ve Özellikleri’’ konu başlığındaki örneklerin tamamı görselleştirme ve teorik muhakemeye hizmet ederken % 14,29’u oluşturma sürecine de hizmet etmektedir. Yani toplam 7 örnekte 6 örneğin her birinde görselleştirme ve teorik muhakeme, 1 tanesinde (Ö6(s.219)) ise tüm bilişsel süreçlerin ortaya çıkmıştır. ‘‘Özel Dörtgenler’’ konu başlığındaki örneklerin tamamı görselleştirme ve teorik muhakemeye hizmet ederken %7,94’ü oluşturma sürecine de hizmet etmektedir. Bu yüzdeler toplam 63 örnekte 58 örnek sorunun her

birinin görselleştirme ve teorik muhakemeye, 5 tanesinin (Ö11(s.242), Ö6(s.256), Ö8(s.271), Ö11(s.273) ve Ö12(s.273)) ise tüm bilişsel süreçlere sahip olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 13: Özel Dörtgenlerin Alt Konularında Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreç Frekansları



Tablo 13’de en az ortaya çıkan bilişsel sürecin oluşturma süreci olduğu görülmektedir. Bu konu başlığında incelediğimiz alt konu başlıklarına göre 63 örnek sorudan 5 tanesi tüm bilişsel süreçlerin birlikte gözlemlendiği örneklerdir. Yüzde olarak ifade ettiğimizde ‘‘Özel Dörtgenler’’ konu başlığındaki örneklerin % 7,93’ü tüm bilişsel süreçler birbiriyle ilişkili şekilde kullanılmıştır. Ayrıca oluşturma süreciyle birlikte, tüm bilişsel süreçlerin kullanıldığı örneklerden 3 örneğin, dörtgenlerin alanları alt konu başlığında olduğu, yamuk ve deltoid alt konu başlıklarında tüm bilişsel süreçlerin ortaya çıktığı örneklerin yer almadığı görülmektedir.

4.1.3 Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal ve Bilişsel Süreçler Arasındaki İlişkinin İncelenmesine Ait Bulgular

10. Sınıf matematik ders kitabında bu üniteye çözümlü örnekler şeklinde yer alan 79 örnek sorunun geometri öğretiminde farklı bir yeri olan Duval’ın Bilişsel Modelindeki algısal ve bilişsel süreçlere göre incelemesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 14’ de sunulmuştur.

Tablo 14: Dörtgenler ve Çokgenler Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Hizmet Ettikleri Süreçlerin Dağılımı

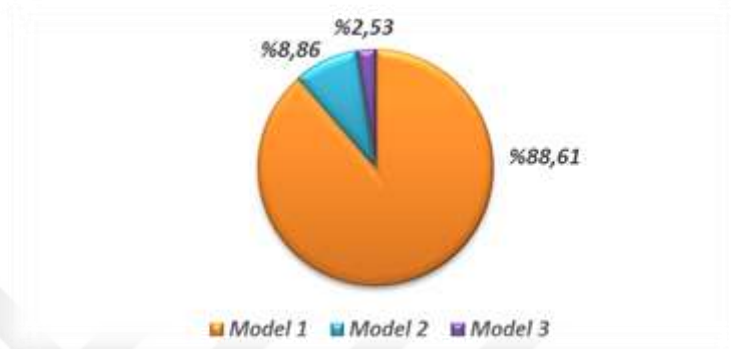
SÜREÇLER		Frekans	Yüzde
ALGISAL SÜREÇLER	Görsel	77	%97,47
	Sözel	77	%97,47
	Sıralı	7	%8,86
	İşlevsel	77	%97,47
BİLİŞSEL SÜREÇLER	Görselleştirme	77	%97,47
	Oluşturma	7	%8,86
	Teorik Muhakeme	79	%100

Tablo 14’ de incelenen örneklerde ortaya çıkan süreçler, frekans ve yüzde değerleri olarak incelendiğinde Duval’ın Bilişsel Modeline göre örneklerin çoğunluğu algısal (şekle bakma) süreçlerden öncelikle görsel algı ve bilişsel süreçlerden görselleştirme ile desteklenmiş, sonrasında konuya özel tanım, teorem ve özellikler ön plana çıkarılarak çözümlerde algısal süreçlerden sözel algı ve işlevsel algının harmanlandığı bilişsel süreçlerden, muhakeme süreci elde edilmiştir. Ek olarak süreçlerin ortaya çıktığı örneklerden ders kitabındaki tüm örneklerde teorik muhakeme sürecinin gerçekleştiği görülmüştür. Ö3(s.209) ve Ö6(s.211) örnekleri hariç tüm örneklerde, algısal süreçlerden görsel, sözel ve işlevsel algının, bilişsel süreçlerden görselleştirme ve teorik muhakeme süreçlerinin kendi içlerinde ve birbirleriyle olan etkileşimi sayesinde muhakeme süreci gerçekleşmiştir. Ayrıca Ö8(s.212), Ö6(s.219), Ö11(s.242), Ö6(s.256), Ö8(s.271), Ö11(s.273) ve Ö12(s.273) örnekleri, algısal süreçlerden sıralı algı ve bilişsel süreçlerden oluşturma sürecinin de diğer süreçlerle etkileşim gösterdiği örneklerdir. Yani bu örnekler, Duval’ın kavramsal çerçevesinde yer alan tüm süreçlerin kendi içlerinde ve birbiriyle olan etkileşimin gerçekleştiği örneklerdir.

Ders kitabında bu ünite de kullanılan dilin matematiksel bir dil olması nedeniyle muhakeme süreci olarak teorik muhakeme ele alınarak incelenmiştir. Çünkü muhakeme

süreci kullanılan dile göre farklılık göstermesiyle doğal ve teorik muhakeme olarak ikiye ayrılmaktadır. Teorik muhakeme sürecini temel alarak algısal ve bilişsel süreçler arasındaki ilişkiyi ifade etmek amacıyla tasarladığımız bilişsel süreç modellerine göre örnek sorulara ait modellerin dağılımları Tablo 15 de verilmiştir.

Tablo 15: Dörtgenler ve Özellikleri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreç Modellerine Göre Yüzde Grafiği



Tablo 15’de bu ünite de incelenen 79 örnek sorusunun; yaklaşık olarak %88,61’i Model 1, %8,86’sı Model 2 ve %2,53’ü Model 3 ü oluşturur. Bilişsel süreç modeli olarak tasarlanan Model 3 e bu ünite de en az oranda yer verilmiştir. Toplam 79 örnek soruda 70 soruda Model 1, 7 soru Model 2 ve 2 soruda da Model 3 ortaya çıktığıdır. Model 2’ e ait 7 örnek sorunun oluşturma sürecinde kullanılan araç seçimleri incelendiğinde 4 örnekte (Ö8(s.212), Ö6(s.219), Ö6(s.256), Ö11(s.273)) şekli verilmeyen geometrik cisim hakkındaki sözel bilgilere göre şeklin pergeli, cetvel veya kalem kullanılarak, 1 örnek (Ö8(s.271)) görsel fotoğrafı verilen resmin (görselin) maketinin pergeli, cetvel veya kalem kullanılarak, 2 örnekte (Ö11(s.242) ve Ö12(s.273)) ise istenen şeklin dinamik geometrik yazılımları ile oluşturulduğu görülmüştür. Model 2 ile teorik muhakeme sürecinin yaşandığı 7 örnekte oluşturma sürecinde şekli verilmeyen geometrik cisim hakkındaki sözel bilgilere göre şeklin pergeli, cetvel veya kalem araçları kullanılarak oluşturulduğu 4 örneğin, TYT ve AYT ye yönelik yeni nesil soru tarzlarına uygun olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 16: Dörtgenler ve Özellikleri Ünitesine Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreç Modellerinin Konulara Göre Frekansları



Dörtgenler ve Çokgenler ünitesindeki konu ve alt konulara ilişkin örneklerin incelenmesi neticesinde, Tablo 16’da da görüldüğü gibi Model 1 in en fazla, Model 3 ün ise en az kullanıldığı ve 18 örnek soru sayısı ile en fazla kullanılan Model 1 in “Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen ” alt konusunda olduğu tespit edilmiştir. Alt konulardan “Yamuk” ve “Deltoid” konularında model çeşitliliğinin olmaması dikkat çekmektedir. Bunun yanı sıra göz önüne alınan modellerden Model 3 sadece “Çokgenler” alt konusunda 2 örnekte (Ö3 (s.209) ve Ö6 (s.211)) kullanılmıştır. Model 2 inin kullanıldığı konu ve alt konu başlıklarında en çok “Özel Dörtgenler ve Alanları” alt konusu olduğu bunun da konunun içeriğinin Model 2 ye daha uygun olması ile ilgili olduğu düşünülmektedir.

Dörtgenler ve Çokgenler ünitesinde incelenen 79 soruda süreçler ve süreçler arasındaki ilişkiler belirlenirken süreçlere ait gösterge fiillerinden faydalanılmıştır. Duval’ın Bilişsel Modelindeki süreçlerin ve bu süreçler arasındaki ilişkiyi ifade eden bilişsel süreç modellerinin açıklandığı örnekler seçilmiştir. Seçilen örnekler ünitedeki konu ve alt konu başlıklarına göre Tablo 6 da var olan bilişsel süreç modellerinden birer örnek olacak şekilde seçilmiş olup örneklere ait süreçlerin ve Bilişsel Süreç Modelinin belirlenmesi detaylı bir şekilde aşağıda açıklanmıştır.

7. Örnek

"13. Şekil" deki ABCDE... düzgün çokgeninde $m(\widehat{AKE}) = 120^\circ$ olduğuna göre bu çokgenin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.

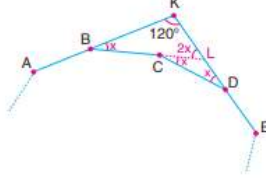
[BC] nı [KE] ile L noktasında kesişecek şekilde uzatalım. Düzgün çokgeninde dış açılar birbirine eşit olduğundan, $m(\widehat{LBK}) = m(\widehat{DCL}) = m(\widehat{LDC}) = x$ olur.

BKL üçgeninde $m(\widehat{BLK}) = 2x$ olup iç açılar toplamından,

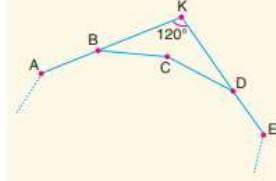
$$x + 2x + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ \text{ dir.}$$

Çokgenin bir iç açısı $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ bulunur.

14. Şekil



13. Şekil



Şekil 19: Çokgenler Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö7 (s.211))

Şekil 19'daki örnekte öncelikle soruda verilenler ile sorudan istenenler belirlenmiştir. Görsel algının etkisiyle verilen şekle ait alt parçalar olan [KE] ve [BC] kenarları fark edilmiştir. Şekil ile matematiksel ilkeler (tanım, teorem, aksiyom vb.) arasında ilişki kurarak görsel temsillerle verilen bilgiler sözel bilgiye dönüştürdüğünden görsel algıdan sözel algıya geçiş sağlanmıştır. Ayrıca sözel bilgiyi şekil üzerinde belirttiği için şekle aktarma fiili de sözel algıdan görsel algıya geçişe yönelik gösterge fiilidir. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. L noktasından şekil üzerinde ekleme işlemi yapılması ve sadece ABCDE... çokgenine odaklanılması işlevsel algı sürecinin ve işlevsel algının etkisiyle düzgün çokgenlerin açı özellikleri teorem bilgisini kullanması sözel algı sürecinin gösterge fiilidir. Şeklin alt şekilleri olan ışın ve beşgen arasında ilişki kurarak (sözel algı) $m(\widehat{CDE})$ açısının verilen çokgenin bir iç açısı olduğunu belirlenmesi görsel algıdan sözel algıya geçiştir. İşlevsel algının etkisiyle sadece CBL ve CLD üçgenlerine odaklanılmasıyla bir üçgenin iç açıları toplamı ve dış açı teorem bilgilerinin kullanılması (sözel algı) ile teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Bu örnekte teorik muhakeme sürecinde ise algısal süreçlerle birlikte sırasıyla görselleştirme ve teorik muhakemenin yer alması nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

8. Örnek

Bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü bir dış açısının ölçüsünün 4 katıdır. Bu çokgenin kaç kenarlı olduğunu bulalım.

Bir dış açısının ölçüsü x ise iç açısının ölçüsü $4x$ olur.

$$x + 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ \text{ dir.}$$

Bir dış açısının ölçüsü 36° ise çokgenin kenar sayısı,

$$\frac{360^\circ}{n} = 36^\circ \Rightarrow n = 10 \text{ bulunur.}$$

16. Şekil

Şekil 20:Çokgenler Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö8(s.212))

Şekil 20’de verilen örnekte soru kökünde herhangi bir şekil verilmediğinden başlangıçta şekle bakma süreçleri kullanılmamıştır. Ancak çözüm aşamasında ilk olarak soru kökündeki sözel bilgilerden hareketle bilişsel süreçlerden görselleştirme süreciyle birlikte verilen sözel bilgilerin matematiksel ifadelerle ifade edilmesi sözel algıdır. Herhangi bir araç yardımıyla (kalem, cetvel aracıyla) bilgilerin şekle dönüştürülmesi algısal süreçlerden sıralı algıyı ve bilişsel süreçlerden görselleştirme ve oluşturma süreçlerini aktifleştirmiştir. Oluşturma süreci görselleştirme sürecini olumlu yönde etkilemiştir. Bu matematiksel ifadelerin şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamaktadır. Çokgenin bir köşesine ait kenarlara odaklanmak işlevsel algıyken bütünler açı tanımının kullanılması sözel algıdır. Yine benzer şekilde verilenlerden istenene doğru ilişki kurma süreci olan muhakeme sürecinde, elde edilen veriler ile çokgende dış açı teoreminin ilişkilendirilmesi sözel algı sürecinin ortaya çıktığını göstermektedir. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde tüm algısal süreçlere ek sırasıyla oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme şeklinde ilerlemiş olup Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

3. Örnek

10 kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamını bulalım.

Kenar sayısı $n = 10$ olduğundan çokgenin iç açılarının toplamı,

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (10 - 2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ \text{ bulunur.}$$

Şekil 21: Çokgenler Konusuna Ait Model 3 Örneği (Ö3(s.209))

Şekil 21 ile verilen örnekte herhangi bir görsel şekil olmadığından algısal (şekle bakma süreçleri) süreçler incelenememektedir. Ancak örnekte çokgenin bir iç açısı hakkında çıkarımda bulunurken bir çokgene ait iç açılarının özelliklerinin ve bir çokgenin iç açıları toplamı teorem bilgisinin kullanılması ve bunun matematiksel ifadelerle açıklanması nedeni ile teorik muhakeme sürecine hizmet edilmiştir. Bu örnekte algısal süreçlerden bağımsız teorik muhakeme süreci gerçekleştiğinden Bilişsel Süreç Modellerinden Model 3 kullanılmıştır.

5. Örnek

Arkeoloji, arkeolojik yöntemlerle ortaya çıkarılmış kültürleri, sosyolojik, coğrafik ve tarihsel bakımdan inceleyen bir bilim dalıdır. Yunanca kelime anlamı eskinin bilgisini tanımlama ve ortaya çıkarma olarak düşünülebilir.

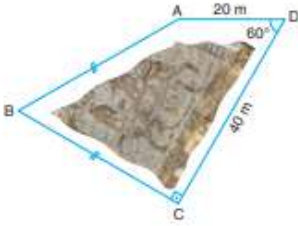
Tarihi ve doğal miraslar bakımından çok zengin bir coğrafyaya kurulu olan vatanımızda tarihi eserleri korumak bir vatandaşlık görevimizdir.

Gaziantep ilimizde bulunan dünyaca ünlü Zeugma Antik Kent'inde 1987 yılında başlayan kazılar 13 yıl boyunca büyük bir sorumlulukla yapıp tamamlanmıştır.

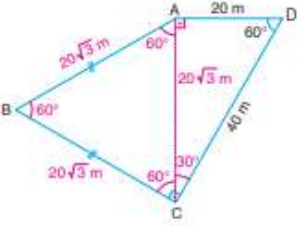
"39. Şekil"de bir buluntu üzerinde çalışma yapılırken etrafına çekilen ABCD dörtgeni şeklindeki güvenlik şeridi görülmektedir.

$m(\widehat{ADC}) = 60^\circ$, $[DC] \perp [BC]$, $|AB| = |BC|$, $|AD| = 20$ m ve $|CD| = 40$ m olduğuna göre $\mathcal{C}(ABCD)$ yi bulalım.

39. Şekil




40. Şekil




[AC] çizelim. $|DC| = 2|AD|$ ve $m(\widehat{ADC}) = 60^\circ$ olduğundan ADC $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni olup $m(\widehat{DAC}) = 90^\circ$ ve $m(\widehat{DCA}) = 30^\circ$ dir. $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeninden $|AC| = 20\sqrt{3}$ m bulunur.

Bu durumda $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$ ve $|AB| = |BC|$ olduğuna göre ABC üçgeni eşkenardır. O hâlde $|AB| = |BC| = 20\sqrt{3}$ m olup $\mathcal{C}(ABCD) = 20 + 40 + 20\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = (60 + 40\sqrt{3})$ m bulunur.



HATIRLAYALIM

$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeninde kenar uzunlukları arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.



Şekil 22: Dörtgenler ve Özellikleri Konusuna Ait Model 1 Örneği(Ö5(s.218))

Şekil 22'de verilen örnekte görsel algının hizmetiyle ABCD dörtgeni üzerinden çözüme ulaşma amacıyla bilgi edinme sürecinde şeklin ilk görüntüsü üzerinde değişiklik yaparak [AC] doğru parçasıyla köşegen çizilmesi işlevsel algıdır. İşlevsel algının etkisiyle kenar uzunluklarına odaklanarak şekil üzerinde sayısal olarak belirtilen

58

kenarların uzunluklarının, matematiksel kavramlarla ifade edilmesi görsel algıdan sözel algıya geçiş sağlanmıştır. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Yine işlevsel algının etkisiyle sadece ADC üçgenine odaklanarak sırasıyla bir üçgende üçgenin iç açıları toplamı teorem bilgisinden üçgenin $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ özel üçgeni olduğu çıkarımına ulaşılması ve özel üçgenlerin kenar-açı özelliklerinin kullanılarak [AC] kenarına ait uzunluğunun hesaplanarak matematiksel kavramlarla ifade edilmesi sözel algıdır. Ayrıca işlevsel algının hizmetiyle $m(\widehat{DCB})$ açısının dik açısına odaklanarak tümler açı tanımının kullanılması sözel algının gösterge fiilidir. ABC üçgeninin açı ölçülerine odaklanılmasıyla işlevsel algı sürece hakimken çokgenlerde "eşit açı ölçüsünü sahip açıları gören kenarların kenar uzunlukları da eşittir" kenar-açı ilişkisinin belirlenmesi ve bu ilişkinin belirli işaretlerle şekil üzerinde gösterilmesi sözel algıdan görsel algıya geçiştir. Yine işlevsel algıyla ABC üçgenin açı ölçülerine odaklanıp eşkenar üçgen tanımını kullanarak ABC üçgenin eşkenar üçgen olduğu çıkarımına varılması görsel algıdan sözel algıya geçiştir. Son olarak verilenlerden istenene ulaşmak amacıyla işlevsel algıyla ABCD dörtgeninin kenar uzunluklarına odaklanarak bir çokgene ait çevre hesaplanması özelliğinin kullanılarak çevrenin hesaplanması (sözel algı) ile teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde görsel, sözel ve işlevsel algı süreçlerinin birbiriyle ve görselleştirme ve teorik muhakeme süreçleriyle etkileşiminden dolayı Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

6. Örnek

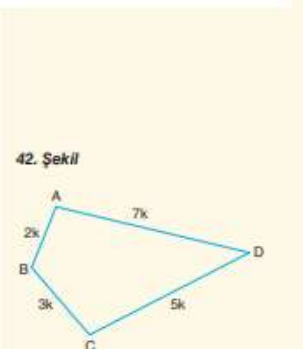
Bir dörtgenin kenar uzunlukları 2, 3, 5 ve 7 ile orantılıdır. Dörtgenin çevre uzunluğu 85 cm olduğuna göre en uzun kenarının kaç cm olduğunu bulalım.

*42. Şekil'de gösterilen kenar uzunlukları 2k, 3k, 5k ve 7k dir. Bu durumda çevre,

$$\begin{aligned} \text{Ç}(ABCD) &= 85 \Rightarrow 2k + 3k + 5k + 7k = 85 \\ &\Rightarrow 17k = 85 \\ &\Rightarrow k = 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

O hâlde en uzun kenar $7k = 7 \cdot 5 = 35 \text{ cm}$ bulunur.

42. Şekil



Şekil 23: Dörtgenler ve Özellikleri Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö6(s.219))

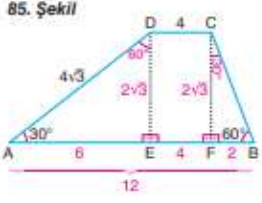
Şekil 23 'de verilen örnekte soru kökünde herhangi bir şekil verilmediğinden başlangıçta şekle bakma süreçleri kullanılmamıştır. Ancak verilen sözel bilgilerin çözüm aşamasında oran ve orantı kavramlarıyla ilişkilendirerek matematiksel ifadeler

(2k,5k...) olarak belirtilmesi sözel algıyken bu matematiksel ifadelerin şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Bilişsel süreçlerden görselleştirme süreciyle birlikte bir araç yardımıyla (kalemle) geometrik bir şeklin inşa süreci gerçekleştirilmiş olup bu şekle ait bilgi elde edildiğinden sıralı algı süreci kullanılmıştır. Sıralı algıyla birlikte bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Son olarak işlevsel algının etkisiyle çizilen şekilde dörtgenin kenar uzunluklarına odaklanarak verilenlerden istenene doğru ilişki kurma süreci olan muhakeme sürecinde elde edilenlerle sözel algının etkisiyle bir çokgende çevre formülü kullanılmıştır. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme süreci ise tüm algısal süreçlerin birbiriyle ve bilişsel süreçlerin tümüyle etkileşimi sayesinde gerçekleştiğinden Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

9. Örnek

"84. Şekil"deki ABCD yamuğunda $[AB] \parallel [DC]$, $|DC| = 4$ br, $|AD| = 4\sqrt{3}$ br, $m(\widehat{DAB}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{CBA}) = 60^\circ$ dir. Buna göre ABCD yamuğunun alanını bulalım.

85. Şekil



"85. Şekil"de $[DE] \perp [AB]$ ve $[CF] \perp [AB]$ olacak biçimde $[DE]$ ve $[CF]$ larnı çizelim.

\widehat{DEA} ve \widehat{CFB} leri $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni olduklarından,

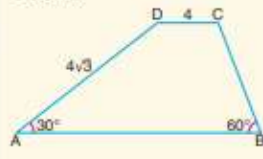
$|DE| = 2\sqrt{3}$ br, $|AE| = 6$ br ve

$|CF| = 2\sqrt{3}$ br, $|FB| = 2$ br olur.

DCFE dikdörtgen olduğundan $|DC| = |EF| = 4$ br dir. O hâlde,

$$A(ABCD) = \frac{(12+4) \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

84. Şekil



Şekil 24: Yamuk Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö9(s.228))

Şekil 24'deki görsel algının etkisiyle örnekte ABCD ikizkenar yamuğunda üzerinden şeklin ilk görüntüsü üzerinde değişiklik yaparak $[DE]$ ve $[CF]$ yüksekliklerinin çizilmesi işlevsel algıyken bu yüksekliklere ait 90° lik dik açılarn belirli sembolle gösterilmesi görsel algıdan sözel algıya geçiştir. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. İşlev algının işleviyle sırasıyla DEA ve CFB dik üçgenlerine odaklanıldığında üçgenin iç açıları toplamı teorem bilgisinden bu üçgenlerin özel üçgenlerden $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ özel üçgenleri olduğu çıkarımına ulaşılması ve şekil üzerinde açı ölçülerinin ve kenar uzunluklarının

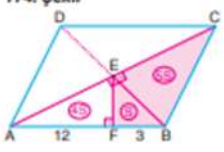
60

belirtilmesi sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamaktadır. Yine işlevsel algının işleviyle ABCD yamuğuna odaklanıldığında yamuk özellikleri (paralel iki kenar arasındaki komşu iki açının toplamı) bilgisinden DCFE dörtgeninin bir özel dörtgen olan dikdörtgen olduğunun belirlenmesi ve bu bilgiye dayalı olarak dikdörtgen kenar ve açı özelliklerinin ifade edilip şekil üzerinde sayısal özelliklerle gösterilmesi de sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamaktadır. Elde edilenlerden istenene doğru gidilen çözüm sürecinde işlevsel algıyla ABCD yamuğuna odaklanıldığında yamuğun alan teorem bilgisinin kullanılarak sözel algı ile teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde ise algısal süreçlerden görsel, sözel ve işlevsel algı süreçlerinin etkileşimi ve bilişsel süreçlerden görselleştirme ve teorik muhakemenin yer alması nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

19. Örnek

"173. Şekil"deki ABCD eşkenar dörtgeninde $[EF] \perp [AB]$, $|AF| = 12$ br, $|FB| = 3$ br, $|AC| = 2|EC|$ ise EFBC dörtgeninin alanını bulalım.

174. Şekil



E noktası $[AC]$ 'nin orta noktasıdır. Bu durumda BD köşegeni E noktasından geçer ve $[BD] \perp [AC]$ olur.

\widehat{AEB} nde $A(\widehat{EFB}) = S$ olsun.

Bu durumda $A(\widehat{EFA}) = 4S$ olur.

$A(\widehat{EAB}) = A(\widehat{EBC})$ olduğundan $A(\widehat{EBC}) = 5S$ dir.

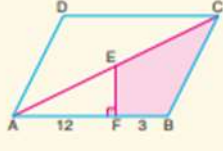
$|EF|$ nu bulalım. EAB dik üçgeninde Öklid teoremi uygulanırsa,

$|EF|^2 = 3 \cdot 12 \Rightarrow |EF| = 6$ br bulunur.

O halde $A(\widehat{EFB}) = S = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ br² dir.

$A(\widehat{EFBC}) = 6S \Rightarrow A(\widehat{EFBC}) = 6 \cdot 9 = 54$ br² bulunur.

173. Şekil



Şekil 25: Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö19(s.248))

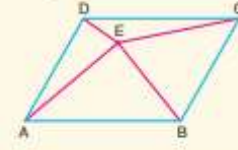
Şekil 25'de verilen örnekte görsel algıyla şekle ait E noktası, $[AC]$ kenarı gibi alt parçaların fark edilmiştir. Şekil ile ilgili matematiksel bir ifade şeklinde " $|AC| = 2|EC|$ " eşitliğinden E'nin $[AC]$ 'nin orta noktası olduğu çıkarımının yapılmasıyla sözel algı sürecidir. ABCD eşkenar dörtgeni üzerinden şeklin ilk görüntüsü görsel algıyken şekil üzerinde değişiklik yaparak $[BD]$ doğru parçasının çizilmesi işlevsel algıdır. İşlevsel algının etkisiyle doğru parçası çizilirken E noktasına odaklanılmıştır. Böylece E noktasının $[AC]$ köşegeninin orta noktası olma özelliğini kullanarak $[BD]$ köşegeni üzerindeki orta nokta olduğu çıkarımına varılması da sözel algı sürecini tekrar sürece dâhil etmiştir. İşlevsel algının hizmetiyle ABCD eşkenar dörtgeninin köşegenlerine

odaklanarak “Köşegenlerin birbirini dik ortalar.” özellik bilgisinin kullanılması ve şekil üzerinde köşegenlerin kesim noktası olan E noktasındaki açıların dik açı sembolüyle belirtilmesi sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamaktadır. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Yine işlevsel algının etkisiyle AED üçgenine odaklanarak bu üçgeni oluşturan alt üçgenleri olan AEF ve EFB üçgenlerinin alan teorem bilgisinden aynı yüksekliğe sahip olma bilgisinin kullanılıp alanlar arasında orantı ilişkisinin kurulması sözel algıdır. Bu ilişkinin matematiksel sembollerle ifade edilip şekil üzerine aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamaktadır. Benzer şekilde ABCD eşkenar dörtgeninin alt şekilleri olan ABE ve EBC üçgenlerine odaklanarak (işlevsel algı) “Köşegenlerin birbirini dik ortalar.” Özellik ve alan teorem bilgilerinin kullanılması ve şekil üzerinde alan ifadesinin matematiksel sembole gösterilmesi sözel algıdan görsel algıya geçiştir. Sadece EAB dik üçgenine odaklanarak dik üçgende Öklid Teorem bilgisinin kullanılmıştır böylece işlevsel algı ve sözel algının etkileşimi tekrar görülmüştür. Ayrıca işlevsel algının etkisiyle EFB üçgenine odaklanarak EFB üçgeninde alan teorem bilgisinin kullanılması da sözel algının etkisidir. Son olarak verilenlerden istenilene doğru çözüm sürecinde EFBC dörtgeninin alanı için görsel sözel ve işlevsel algının birlikte etkileşimiyle EFBC eşkenar dörtgenini oluşturan alt şekillere odaklanılmış ve benzerliğe bağlı alan teorem bilgisi kullanılmıştır. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde ise algısal süreçlerle birlikte sırasıyla görselleştirme ve teorik muhakemenin yer alması nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

11. Örnek

Bir ABCD paralelkenarının iç bölgesinde bir E noktası alındığında $A(\widehat{AEB}) + A(\widehat{DEC}) = A(\widehat{DEA}) + A(\widehat{BEC}) = \frac{A(ABCD)}{2}$ olduğunu dinamik geometrik yazılımı kullanarak gösterelim.

146. Şekil



- Dinamik geometri yazılımında çokgen çizim butonunu tıklayalım ve köşelerinin koordinatları A(3, 0), B(7, 0), C(5, 3) ve D(1, 3) olan ABCD paralelkenarını çizelim.

- Yeni nokta butonunu tıklayarak ABCD paralelkenarı içinde bir E noktası belirleyelim.

- Yeniden çokgen çizimi butonunu tıklayarak AEB, DEC, DEA ve BEC üçgenlerini oluşturalım.

- Alan ölçme butonunu tıklayalım ve AEB, DEC, DEA ve BEC üçgenlerini seçelim.

$$A(\widehat{AEB}) = 4,68 \text{ br}^2, \quad A(\widehat{DEC}) = 1,32 \text{ br}^2,$$

$$A(\widehat{DEA}) = 3,12 \text{ br}^2 \text{ ve } A(\widehat{BEC}) = 2,88 \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

$$A(ABCD) = 12 \text{ br}^2,$$

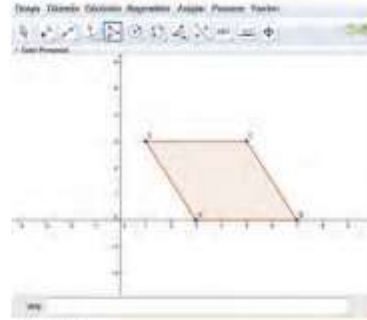
$$A(\widehat{AEB}) + A(\widehat{DEC}) = 4,68 + 1,32 = 6 \text{ ve}$$

$$A(\widehat{DEA}) + A(\widehat{BEC}) = 3,12 + 2,88 = 6 \text{ olduğundan}$$

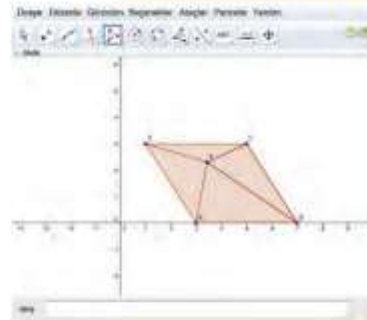
$$A(\widehat{AEB}) + A(\widehat{DEC}) = A(\widehat{DEA}) + A(\widehat{BEC}) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

olduğu görülür.

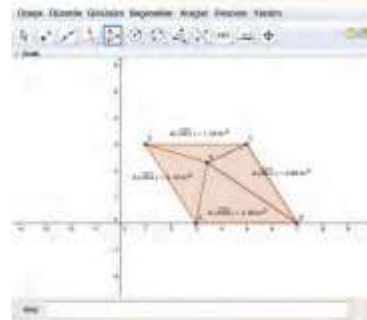
147. Şekil



148. Şekil



149. Şekil



Şekil 26: Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen Alt Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö11(s.242))

Şekil 26' da incelenen örnek soruda da bir araç yardımıyla (dinamik geometri yazılımı) geometrik bir şeklin inşa sürecini veya bu şekle ait bilgi elde edildiğinden sıralı algı süreci kullanılmıştır. Sıralı algıyla birlikte bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Ayrıca şeklin inşa sürecince bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktifken bu süreçle iç içe paralelkenarı oluşturan alt şekillerin

(nokta, üçgen, doğru parçası vs.) belirlenmesi görsel algı sürecine hizmet etmektedir. Son olarak işlevsel algıyla paralelkenarı oluşturan alt şekillerden üçgenlere odaklanarak üçgende alan teoreminin kullanılarak sözel algı süreci de aktifleşmiş olup istenen çıkarıma varılmıştır. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde tüm algısal süreçlerin güçlü etkileşimi ve bilişsel süreçlerin sırasıyla oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme şeklinde ilerlemiş olmasıyla Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

14. Örnek

"236. Şekil"de kare şeklindeki bir banyo zeminine döşenen karesel fayanslar gösterilmiştir. Mavi fayansların kapladığı alan 64 m^2 ise fayans döşenen banyo zemininin çevresini bulalım.

Mavi fayansların bir kenar uzunluğu a br olsun.


Mavi fayansların toplam alanı, $16a^2 = 64$

$a = 2 \text{ m}$ bulunur.


Banyo zeminin çevresi, $4 \cdot \left(2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} \right) = 4 \cdot 8\sqrt{2}$

$= 32\sqrt{2} \text{ m}$ dir.

236. Şekil



237. Şekil



Şekil 27: Dikdörtgen ve Kare Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö14(s.261))

Şekil 27 ile incelenen örnekte bir şekle ilk bakıldığında fark ettiğimiz bilgilerden şeklin adı ve boyutu hakkındaki bilgileri edinme ve şekli oluşturan temel geometrik elemanları (nokta, doğru parçası, üçgen, çember, vs.) elde etme işlevlerini içerdiğinden görsel algı süreci hizmet etmektedir. Örnekte şekil ile ilgili belirtilen sözel bilgilerin şeklin görüntüsünde değişiklik yapmak işlevsel algıya, değişiklik yapılan şekil üzerinde belirli semboller kullanılarak gösterilmesi de sözel algıdan görsel algıya geçişe hizmet etmektedir. İşlevsel algıyla mavi fayanslara odaklanarak bir karede alan teorem bilgisinin matematiksel eşitlikler yardımıyla kullanılması sözel algı ve işlevsel algı birlikte bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci kullanılmıştır. Verilenlerden istenilene doğru çözüm sürecinde işlevsel algının hizmetiyle banyo zeminine odaklanması ve işlevsel algıyla sözel etkinin etkileşimiyle karenin çevre uzunluğu tanım bilgisi kullanılmıştır. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde ise sıralı algı dışındaki algısal süreçlerle birlikte sırasıyla görselleştirme ve

teorik muhakemenin yer alması nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

6. Örnek


Dikdörtgen şeklindeki bir fotoğraf çerçevesinin uzun kenarının uzunluğu, kısa kenarın uzunluğunun 3 katıdır. Bu çerçevenin alanı 27 cm^2 olduğuna göre fotoğraf çerçevesinin çevresinin kaç cm olduğunu bulalım.

$|AD| = x$ ise $|AB| = 3x$ olur.

$A(ABCD) = x \cdot 3x \Rightarrow 3x^2 = 27$
 $\Rightarrow x^2 = 9$
 $\Rightarrow x = 3 \text{ cm}$ olur.

Çevre(ABCD) = $2 \cdot (x + 3x) = 8x = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}$ bulunur.

213. Şekil



Şekil 28: Dikdörtgen ve Kare Alt Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö6(s.256))

Şekil 28 'de verilen örnekte bir araç yardımıyla (kalemle) geometrik bir şeklin inşa sürecini veya bu şekle ait bilgi elde edildiğinden sıralı algı süreci kullanılmıştır. Ayrıca şeklin inşa sürecince soruda verilen şekil hakkındaki sözel bilgilerin matematiksel ifadeler kullanılarak şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. Sıralı algıyla birlikte bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Son olarak çizilen ABCD dikdörtgenine odaklanarak (işlevsel algı) dikdörtgene ait alan teoreminin kullanılarak sözel algı sürecinde aktifleşmiş olup elde edilenlerden yararlanarak çevre teorem bilgisiyle dikdörtgene ait çevre hesaplanması yapılmıştır. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme süreci ise sırasıyla oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme şeklinde ilerlemiş olup Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

2. Örnek

"267. Şekil"de verilen ABCD deltoidinde $|AB| = |AD| = 4$ br, $|BC| = |CD| = 2\sqrt{6}$ br, $m(\widehat{ABD}) = 30^\circ$ ise $m(\widehat{ACD}) = x$ değerini bulalım.

268. Şekil

ABO üçgeni $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni olduğundan,
 $|AO| = 2$ br, $|BO| = |OD| = 2\sqrt{3}$ br olur.
 DOC dik üçgeninde Pisagor teoreminden,
 $|OC|^2 = (2\sqrt{6})^2 - (2\sqrt{3})^2$
 $|OC|^2 = 12 \Rightarrow |OC| = 2\sqrt{3}$ br dir. O hâlde BOC
 ikizkenar dik üçgeninde $m(\widehat{ACD}) = x = 45^\circ$ bulunur.

267. Şekil

Şekil 29: Deltoid Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö2(s.267))

Şekil 29'da verilen örnekte bir şekle ilk bakıldığında fark ettiğimiz bilgilerden şeklin adı ve boyutu hakkındaki bilgileri edinme ve şekli oluşturan temel geometrik elemanları (nokta, doğru parçası, üçgen, çember, vs.) elde etme işlevlerini içerdiğinden görsel algı süreci hizmet etmektedir. İşlevsel algının etkisiyle ABO dik üçgenine odaklanıldığında deltoidine köşegenlerini dik ortalaması özellik bilgisinin üçgenin iç açıları toplamı teorem bilgisiyle ilişkilendirilmesi sözel algı sürecinin hizmetidir. Bu ilişkiden ABO üçgeninin özel üçgenlerden $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ özel üçgeni olduğu çıkarımına ulaşılması ve şekil üzerinde açı ölçülerinin belirtilmesi sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır ve teorik muhakeme yapılmıştır. Yine işlevsel algının etkisiyle ABO dik üçgeninin kenar uzunluklarına ve açı ölçülerine odaklanılmış ve $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ özel üçgeninde "60° gören kenarın uzunluğu 30° gören kenarın kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katıdır." özellik bilgisinden $|BO| = 2\sqrt{3}$ eşitliğinin belirlenmiştir. Böylece görsel algıdan sözel algıya geçişle işlevsel, görsel ve sözel algı süreçleri arasındaki ilişki bir kez daha görülmüştür. Ayrıca işlevsel algıyla ABO dik üçgenine odaklanıldığında deltoidine köşegenlerini dik ortalaması özellik bilgisinden $|OD| = 2\sqrt{3}$ eşitliğinin belirlenmesi de görsel algıdan sözel algıya geçişe hizmet etmektedir. Elde edilen verilerin şekil üzerine aktarılması da sözel algıdan görsel algıya geçişe hizmet etmektedir. Bu da bilişsel süreçlerden görselleştirme sürecinin muhakeme sürecinde aktifleşmesini sağlamıştır. Benzer gösterge fiilleriyle DOC dik üçgenine odaklanarak (işlevsel algı) dik üçgende Pisagor Teorem bilgisinin kullanılması sözel algıdır. Son olarak BOC üçgeninin kenar uzunluklarına odaklanarak ikizkenar üçgen tanım bilgisinden istenilen sonuca varılması işlevsel ve sözel algı süreçlerinin etkisiyle teorik

muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde ise görsel, sözel ve işlevsel algı süreçleri le birlikte bilişsel süreçlerden görselleştirme ve teorik muhakemenin yer alması nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

"290. Şekil" deki dört yüzü birbirine eş yamuktan oluşan çöp kovasının dış yüzü ve tabanı metal kaplanacaktır. Bu iş için kaç cm^2 malzeme kullanılacağını bulalım.

Kutunun yan yüzlerinden birinin alanı, $\frac{(20 + 32) \cdot 40}{2} = 52 \cdot 20 = 1040 \text{ cm}^2$ olup 4 yan yüzünün alanı $4 \cdot 1040 = 4160 \text{ cm}^2$ dir.

Kutunun tabanını alanı, $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$ olur.

Kaplama için toplam $4160 + 400 = 4560 \text{ cm}^2$ malzeme kullanılır.

290. Şekil

Şekil 30: Dörtgenlerin Alanları ile İlgili Problemler Alt Konusuna Ait Model 1 Örneği (Ö9(272))

Şekil 30 ile incelenen örnekte bir şekle ilk bakıldığında fark ettiğimiz bilgilerden şeklin adı ve boyutu hakkındaki bilgileri edinme ve şekli oluşturan temel geometrik elemanları (nokta, doğru parçası, üçgen, çember, vs.) elde etme işlevlerini içerdiğinden görsel algı süreci hizmet etmektedir. Ayrıca işlevsel algının aktifleşmesiyle şekil üzerinde şekle ait belirtilen alt şekillerin (taban ayrıtı, yanal ayrıtı, yüksekliği vs.) her birine ayrı ayrı odaklanarak bu şekillerin matematiksel tümcelerinin sözel olacak şekilde ifade edilmesi görsel algıdan sözel algıya geçişi sağlamıştır. Kutunun yan yüzeylerinden birine odaklanarak yamuğun alan teorem bilgisinin kullanılması görsel algıdan sözel algıya geçişi ve işlevsel algıyı teorik muhakeme sürecinde aktifleştirmiştir. Benzer şekilde işlevsel algının etkisiyle kutunun tabanına odaklanarak dikdörtgen tanım özellik bilgisiyile dikdörtgen alan teorem bilgisinin kullanılması sözel algıyı aktif hale getirmiştir. Algısal süreçlerle birlikte bilişsel süreçlerden görselleştirmenin de teorik muhakeme sürecinde aktif olmasıyla tabanın dikdörtgen olduğu çıkarımına varılması ile teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde ise sıralı algı dışındaki algısal süreçlerin görselleştirme ve teorik muhakeme süreçleriyle etkileşimi nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

Bir ABCD deltoidinin simetri eksenini $f(x) = x - 4$ doğrusal fonksiyonunun grafiğinin üzerinde, [CD] kenarı ise $g(x) = \frac{x+2}{2}$ doğrusal fonksiyonunun grafiğinin üzerindedir. Deltoidin A ve B köşeleri de x ekseninde olduğuna göre bu deltoidin alanını bulalım.

Verilenleri koordinat sisteminde gösterelim. $f(x) = x - 4$ fonksiyonunun grafiği x eksenini (4, 0) da keser. Bu nokta deltoidin A köşesinin koordinatlarıdır.

$f(x) = x - 4$ fonksiyonunun grafiği deltoidin simetri eksenini olduğundan [DA] \perp [AB] ve dolayısıyla D ile A noktalarının apsisi aynı olur.

D köşesi $g(x) = \frac{x+2}{2}$ fonksiyonunun grafiğinin üzerinde ise $x = 4$ için $y = 3$ olduğundan bu köşenin koordinatları (4, 3) tür.

$g(x) = \frac{x+2}{2}$ ve $f(x) = x - 4$ fonksiyonlarının ortak çözümü C noktasının koordinatlarını verir. C (10, 6) dir.

B(m, 0) olsun. |AD| = |AB| ve $m > 3$ olduğundan, $m - 4 = 3 \Rightarrow m = 7$ dir.

|AC| ve |BD| nu bulalım.

AEC üçgeni ikizkenar dik üçgen olduğundan,

$$|AC| = \sqrt{2} \cdot |AE| \Rightarrow |AC| = 6\sqrt{2} \text{ br ve}$$

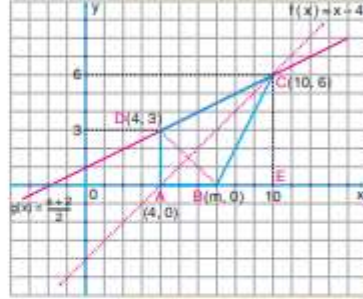
BAD üçgeni de ikizkenar dik üçgen olduğundan,

$$|BD| = \sqrt{2} \cdot |AB| \Rightarrow |BD| = 3\sqrt{2} \text{ br dir.}$$

O hâlde,

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} = \frac{18 \cdot 2}{2} = 18 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

293. Şekil



Şekil 31: Dörtgenlerin Alanları ile İlgili Problemler Alt Konusuna Ait Model 2 Örneği (Ö11(s.273))

Şekil 31’de verilen örnekte bir geometrik şeklin sözel olarak verilen bilgilerinin bir araç yardımıyla koordinat düzlemindeki bir modeli (çizgi modeli) inşa edilmiştir (çizilmiş, kurulmuş). Bu durumda sözel ve görsel algının etkisiyle şekle ait görsel ve sözel bir bilgi elde edilmesini sağladığından sıralı algı da süreci kullanılmıştır. Sıralı algıyla birlikte muhakeme sürecinde bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Ayrıca şeklin inşa sürecince soruda verilen şekil hakkındaki sözel bilgilerin belirli semboller kullanılarak şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. İşlevsel algının hizmetiyle oluşturulan model üzerindeki doğruların kesim noktalarına odaklanarak iki doğru arasındaki kesim noktası özellik bilgisinin kullanılıp kesim noktalarının apsis ve ordinatlarının bulunması ise sözel algı sürecinin teorik muhakeme sürecince aktif olduğunu göstermektedir. Elde edilen noktaları koordinat düzeli üzerinde belirtilmesi sözel algıdan görsel algıya geçiş sağlamıştır. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet

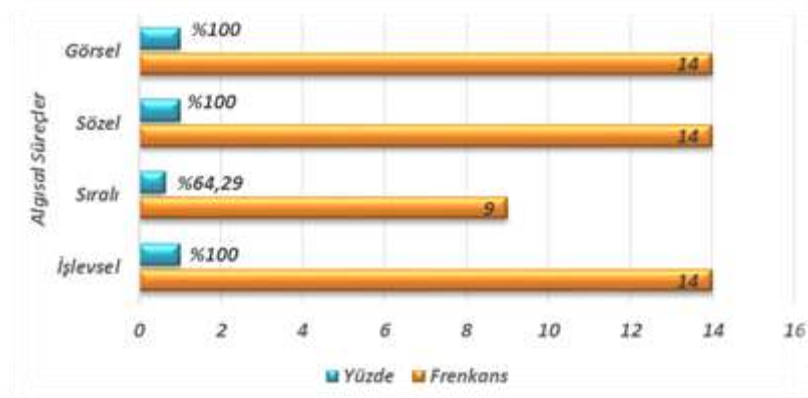
etmektedir. Son olarak işlevsel algıyla çizilen ABCD deltoidine odaklanarak deltoide ait alt şekillerden olan AEC ve BAD ikizkenar üçgenlerinin dik üçgende alan teoreminin kullanılarak sözel algı süreci tekrar aktifleşmiş olup elde edilenlerden yararlanarak deltoide alan hesaplanması yapılmıştır. Böylece teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde tüm algısal süreçlerin etkileşimine ek bilişsel süreçler sırasıyla oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme şeklinde ilerlemiş olup Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

4.2 Uzay Geometri Ünitesinde Yer alan Örneklerin İncelenmesine Ait Bulgular

Araştırmamıza konu olan Onuncu Sınıf Matematik Ders Kitabındaki 6.Ünitede, ‘‘Katı Cisimler’’ ana başlığında dik prizmalar ve dik prizmaların uzunluk, alan ve hacim bağıntıları ile ilgili problem konuları incelenmiştir. Çalışmamızın bu kısmında yukarıda bahsi geçen konulara ait örneklerin Duval’ın Bilişsel Modeline göre süreçleri hakkında bilgiler verilecektir.

4.2.1 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular

Tablo 17: Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği



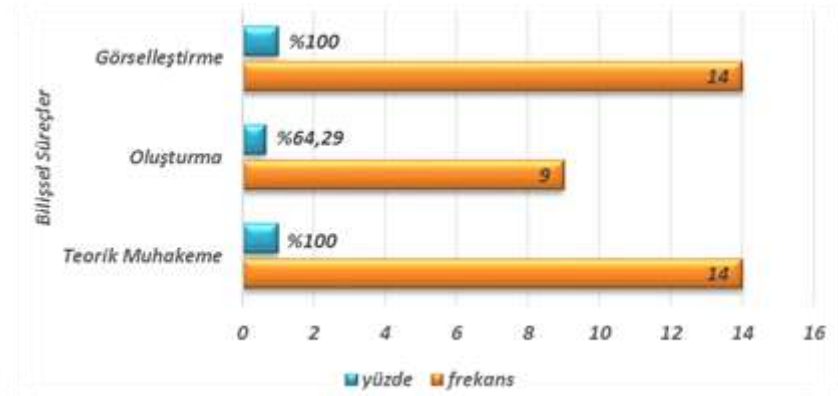
Tablo 17’de matematik ders kitabında Uzay Geometri ünitesindeki 14 örnek sorusunun Duval’ın Bilişsel Modelinin algısal süreçlerinden ; %100’ü görsel, sözel ve işlevsel algıya hizmet ederken ve % 64,29’u sıralı algıya hizmet etmektedir. Yani 14 örnek soruda her birinde görsel, sözel ve işlevsel algı ortaya çıkarken diğer algısal

süreçlerle (görsel, sözel ve işlevsel) birlikte 14 sorudan 9 soruda aynı zamanda sıralı algı da ortaya çıkmıştır. Yani okuyuculara, bu ünite de tüm algısal süreçlerin birlikte ortaya çıktığı 9 örnek soru ders kitabında sunulmuştur.

Uzay Geometri ünitesindeki Katı Cisimler konusu; yaşadığımız evreni, evrendeki objeler arasındaki ilişkileri ve bu ilişkilerin yaşamımızı ne şekilde yönlendirdiğini anlamamıza destek olmaktadır. Gerçek hayatta üç boyutlu cisimleri oldukça fazla görülmektedir. Katı cisimler detaylı incelendiğinde görsel algı ile sözel algı arasındaki ilişki kurulursa üç boyutlu çizimlerin özelliklerine odaklanarak (işlevsel algı) cisimler üzerinde yapılan değişikliklerden dolayı algısal süreçlerin gelişimi desteklenecektir. Özetle; araştırma konusu olan Onuncu Sınıf Matematik Ders Kitabındaki 6. Ünite, algısal süreçlerin gelişmesiyle, zihni görsel dünyaya aktarmayı ve günlük hayatta karşılaşılabilecek sorunlara karşı bakış açılarında farklılaşmalar sağlanacaktır.

4.2.2 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlere Göre İncelenmesine Ait Bulgular

Tablo 18: Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Bilişsel Süreçlerin Yüzde ve Frekans Grafiği



Tablo 18’de Uzay Geometri ünitesindeki 14 örnek sorusunun Duval’ın Bilişsel Modelinin bilişsel süreçlerinden; %100’ü görselleştirme ve teorik muhakemeye süreçlerine hizmet ederken ve % 64,29’u oluşturma sürecine hizmet etmektedir. Bu değerler ise 14 örnek sorunun her birinde görselleştirme ve teorik muhakeme süreçlerinin ve 9 örnekte bu iki süreçle etkileşimli olarak aynı zamanda oluşturma

sürecinin de ortaya çıktığını göstermektedir. Yani ders kitabında bu ünite içinde tüm bilişsel süreçlerin birlikte ortaya çıktığı 9 örnek sunulmuştur.

Duval'ın Bilişsel Modeline göre oluşturma süreci kağıt, pergeli, cetvel, kalem ve dinamik geometrik yazılımlar gibi materyaller kullanılarak geometrik bir şeklin bir modelinin inşa edilmesi veya inşa sürecinin sıralanmasını içermektedir. Araştırma bulgularına göre oluşturma sürecine hizmet eden 9 örnek soruda kullanılan araçlar incelendiğinde 3 örnekte şekli verilmeyen geometrik cisim hakkındaki sözel bilgilere göre şeklin pergeli, cetvel veya kalem, 4 örnekte görsel fotoğrafı verilen resmin (görselin) maketinin pergeli, cetvel veya kalem, 2 örnekte ise dinamik geometrik yazılımlar kullanılarak oluşturulduğu görülmüştür.

4.2.3 Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Algısal ve Bilişsel Süreçler Arasındaki İlişkinin (Bilişsel Süreç Modellerine Göre) İncelenmesine Ait Bulgular

Ders kitabında çözümlü örnekler şeklinde yer alan 14 örnek sorunun Duval'ın Bilişsel Modelinin kavramsal çerçevesinde algısal ve bilişsel süreçlere göre incelenmiş ve elde edilen bulgular Tablo 19' da sunulmuştur.

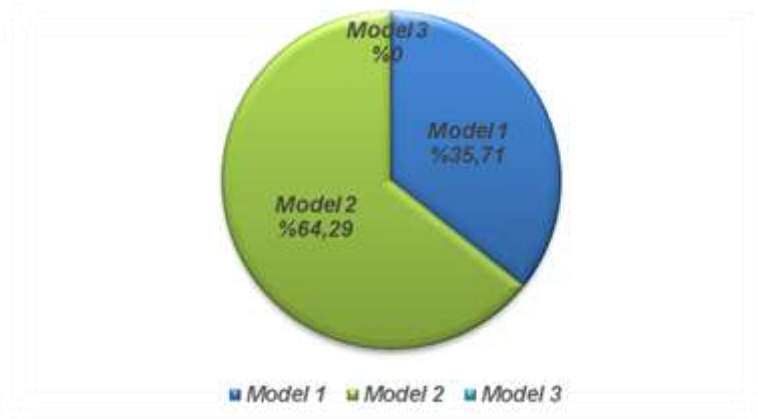
Tablo 19: Uzay Geometri Ünitesinde Yer Alan Örneklerin Hizmet Ettikleri Süreçlerin Dağılımı

	SÜREÇLER	Frekans	Yüzde
ALGISAL SÜREÇLER	Görsel	14	%100
	Sözel	14	%100
	Sıralı	9	%64,29
	İşlevsel	14	%100
BİLİŞSEL SÜREÇLER	Görselleştirme	14	%100
	Oluşturma	9	%64,29
	Teorik Muhakeme	14	%100

Tablo 19'da bu üniteye incelenen örneklerde ortaya çıkan süreçler, frekans ve yüzde değerleri olarak analiz edildiğinde Duval'ın Bilişsel Modeline göre örneklerin

çoğunluğu algısal (şekle bakma) süreçlerden öncelikle görsel algı ve bilişsel süreçlerden görselleştirme ile desteklenmiştir. Sonrasında çözümler aşamasında konuya özel tanım, teorem ve özellikler ön plana çıkarılarak algısal süreçlerden sözel algı ve işlevsel algı birlikte kullanılarak bilişsel süreçlerden teorik muhakeme süreci elde edilmiştir. Ek olarak süreçlerin ortaya çıktığı örneklerden bu üniteye tüm örneklerde, algısal süreçlerden görsel, sözel ve işlevsel algının, bilişsel süreçlerden görselleştirme ve teorik muhakeme süreçlerinin kendi içlerinde ve birbirleriyle olan etkileşimi sayesinde muhakeme süreci gerçekleşmiştir. Ayrıca Ö3(s.288), Ö5(s.290), Ö6(s.291), Ö7(s.292), Ö8(s.293), Ö9(s.294), Ö10(s.294), Ö13(s.297) ve Ö14(s.298) örnekleri, algısal süreçlerden sıralı algı ve bilişsel süreçlerden oluşturma sürecinin de diğer süreçlerle etkileşim gösterdiği örneklerdir. Yani bu örnekler, Duval'ın kavramsal çerçevesinde yer alan tüm süreçlerin kendi içlerinde ve birbiriyle olan etkileşimin gerçekleştiği örneklerdir. Ayrıca kullanılan dile göre farklılaşarak doğal ve teorik muhakeme olarak ayrılan muhakeme süreci, ders kitabında matematiksel terimlerle matematiksel bir dil kullanılması nedeniyle teorik muhakeme süreci ele alınarak incelenmiştir. Teorik muhakeme sürecini temel alarak algısal ve bilişsel süreçler arasındaki ilişkiyi ifade etmek amacıyla tasarladığımız bilişsel süreç modellerine göre örnek sorulara ait modellerin dağılımları Tablo 20'de verilmiştir.

Tablo 20: Uzak Geometri Ünitesinde Yer Alan Örnek Soruların Tasarlanan Bilişsel Süreç Modellerine Göre Yüzde Grafiği



Tablo 20'de ders kitabının bu ünitesinde incelenen 14 örnek sorusunun; yaklaşık olarak % 64,29'ü Model 2, %35,71'si Model 1 i oluşturur. Bilişsel süreç modeli olarak tasarlanan Model 3 e Uzak Geometri ünitesinde hiç yer verilmemiştir. Toplam 14 örnek soruda 9 soru Model 2 ye, 5 soru Model 1 e karşılık gelmesidir.

Model 2'e ait 9 örnek sorunun oluşturma sürecinde kullanılan araç seçimleri incelendiğinde 3 örnekte şekli verilmeyen geometrik cisim hakkındaki sözel bilgilere göre şeklin pergeli, cetvel veya kalem kullanılarak, 4 örnekte görsel fotoğrafı verilen resmin (görselin) maketinin pergeli, cetvel veya kalem kullanılarak, 2 örnekte ise istenen şeklin dinamik geometrik yazılımları ile oluşturulduğu görülmüştür. Model 2 ile teorik muhakeme sürecinin yaşandığı 9 örnekten oluşturma sürecinde şekli verilmeyen geometrik cisim hakkındaki sözel bilgilere göre şeklin pergeli, cetvel veya kalem araçları kullanılarak oluşturulduğu 3 örneğin, TYT ve AYT ye yönelik yeni nesil soru tarzlarına uygun olduğu gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak bu bölümde kullanılan algısal ve bilişsel süreçlerden oluşturma sürecinin de dâhil edildiği 14 soruda 9 örnek soru ile çözümlerin daha anlaşılır ve kolay çözülebilir olması desteklenmiştir. Böylece geometri öğrenim ve öğretiminde yetkin davranış kazanmak isteyen okuyucular için matematiksel davranış becerisi kazanılmasına yardımcı olmuştur. Yine verilen örnekler bu ünite için incelendiğinde süreçler arasındaki geçişlerde genel olarak sözel algıdan görsel algıya veya görsel algıdan sözel algıya geçişin etkili olduğu dikkat çekmektedir. Bu yolla öğrencinin, süreçler arasındaki geçişleri ön plana çıkarılmış olup matematiksel davranış gerçekleştirme alışkanlığı kazanmalarına imkân sağlanmıştır. Buna ek olarak sözel algıyla işlevsel algının genellikle birbirini destekler yönde çalıştığı ve teorik muhakeme sürecinde etkili matematiksel davranış gösterilmesi için Duval'ın Bilişsel Modelinde geometri öğreniminde ve öğretiminde algısal süreçlerin birbirini olumlu desteklemesi gerektiği görülmüştür. Ayrıca Duval'ın Bilişsel Modelinde bilişsel süreç modellerinin birbirini etkileme yönleri düşünüldüğünde (bkz. Şekil 3) kesik çizgiyle ifade edilen görselleştirme sürecinin muhakeme sürecini her zaman olumlu etkilememe durumu örneklerde görülmemiştir.

Uzay Geometri ünitesinde incelenen 14 soruda süreçler ve süreçler arasındaki ilişkiler belirlenirken süreçlere ait gösterge fiillerinden faydalanılmıştır. Duval'ın Bilişsel Modelindeki süreçler ve bu süreçler arasındaki ilişkiyi ifade eden bilişsel süreç modellerinin açıklandığı dört soru seçilmiştir. Seçilen örnekler tasarlanan bilişsel süreç modellerinin içeriğine göre (Model 2 e ait örnek sorularda oluşturma sürecinde kullanılan araç seçimine göre) seçilmiş olup örneklere ait süreçlerin ve Bilişsel Süreç Modelinin belirlenmesi detaylı bir şekilde aşağıda açıklanmıştır.

1. Örnek

"6. Şekil" de verilen prizmanın temel elemanlarını inceleyelim.

Prizmalar taban şekillerine göre adlandırılır. "6. Şekil"deki prizmanın tabanları üçgen şeklinde olduğu için prizma, üçgen prizma olarak adlandırılır. Tabanı oluşturan üçgenler eşkenar üçgen olsaydı prizma düzgün prizma olurdu.

Prizmanın taban kenarlarını oluşturan $[AB]$, $[BC]$, $[AC]$, $[A'B']$, $[B'C']$ ve $[A'C']$ taban ayrıtıdır. Prizmanın tabanlarının karşılıklı köşe noktalarını birleştiren $[AA']$, $[BB']$ ve $[CC']$ ları yanıl ayrıtları oluşturur. Ayrıca $[BC] \perp [CC']$ olduğundan prizma dik prizmadır.

Prizmanın iki tabanının arasındaki $[HH']$ prizmanın yüksekliğidir.

6. Şekil

Şekil 32: Uzak Geometri Ünitesine ait Model 1 örneği (Ö1(s.285))

Şekil 32'deki örnek, bir şekle ilk bakıldığında fark ettiğimiz bilgilerden şeklin adı ve boyutu hakkındaki bilgileri edinme ve şekli oluşturan temel geometrik elemanları (nokta, doğru parçası, üçgen, çember, vs.) elde etme işlevlerini içerdiğinden görsel algı süreci hizmet etmektedir. Ayrıca işlevsel algı aktifleşmesiyle şekil üzerinde şekle ait belirtilen alt şekillerin (taban ayrıtı, yanıl ayrıtı, yüksekliği vs.) her birine ayrı ayrı odaklanarak bu şekillerin matematiksel tümcelerinin sözel olacak şekilde ifade edilmesi görsel algıdan sözel algıya geçişi sağlamıştır. Prizmanın taban şekline odaklanarak prizmanın isimlendirilmesi görsel algıdan sözel algıya geçişi ve işlevsel algıyı teorik muhakeme sürecinde aktifleştirmiştir. Görsel algı ile sözel algı arasındaki etkileşim ile görselleştirme süreci de aktiftir. Teorik muhakeme sürecinde ise sıralı algı haricindeki algısal süreçlerle birlikte bilişsel süreçlerden görselleştirme ve teorik muhakemenin yer alması nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1 kullanılmıştır.

6. Örnek

Yandaki fotoğrafta görülen ahşap çardağın çatısı düzgün altıgen dik piramit şeklindedir. Çatının taban ayrıtı y m, taban merkezinin taban ayrırtına uzaklığı $4x$ m ve çatının yüksekliği $3x$ m dir. Buna göre çatının kiremit kaplanan yüzeyinin alanını bulalım.

Çatıyı "29. Şekil"deki gibi modelleyerek verilen ölçüleri yerleştirelim. Çatının modelinde oluşturulan AOP dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa yan yüzün yüksekliği olan $|AP|$ 'nin uzunluğu bulunur.

Buna göre

$$|AP|^2 = |AO|^2 + |OP|^2 \Rightarrow |AP|^2 = (4x)^2 + (3x)^2$$

$$\Rightarrow |AP|^2 = 16x^2 + 9x^2$$

$$\Rightarrow |AP|^2 = 25x^2$$

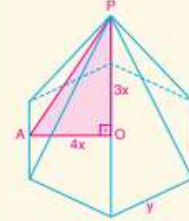
$$\Rightarrow |AP| = 5x \text{ m dir.}$$

Çatının kiremit ile kaplanan alanı piramidin yanal alanıdır. Piramidlerde yanal alan, taban çevresinin yan yüz yüksekliği ile çarpımının yansısına eşittir. Buna göre kiremit kaplanacak alan,

$$\begin{aligned} \text{Yanal Alan} &= \frac{(\text{Taban Çevresi}) \cdot (\text{Yükseklik})}{2} \\ &= \frac{6 \cdot y \cdot 5x}{2} \\ &= 15xy \text{ m}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



29. Şekil



Şekil 33: Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 2 örneği (Ö6(s.291))

Şekil 33'deki örnek soruda verilen şeklin bir araç yardımıyla (kalem, cetvel vs.) soruda verilen bilgilere göre geometrik (maket çizim) başka bir modeli kurulmuştur. Bu durumda geometrik şekle ait bir model oluşturmak şekil ile ilgili bilgi elde edilmesini sağladığından sıralı algı süreci kullanılmıştır. Sıralı algıyla birlikte bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Örnekte görsel algının hizmetiyle şekle ek olarak ön bilgiler açıklanmıştır. Öncelikle soruda verilenler ile sorudan istenenler belirlenmiştir. Görsel temsillerle verilen bilgiler, şekil ile matematiksel ilkeler (tanım, teorem, aksiyom vb.) arasında ilişki kurarak sözel bilgiye dönüştürdüğünden görsel algıdan sözel algıya geçiş sağlanmıştır. Ayrıca şeklin modelinin çizim sürecince soruda verilen şekil hakkındaki sözel bilgilerin şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. Oluşturulan çatı modelinde AOP dik üçgenine odaklanılması işlevsel algının ve AOP dik üçgenine odaklanarak dik üçgende Pisagor teorem bilgisinin kullanılması sözel algının muhakeme sürecine dâhil olduğunu göstermektedir. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Son olarak işlevsel algıyla verilen çatı modeline göre kiremitle kaplanacak alana odaklanarak piramidin yanal alan teoreminin kullanılmıştır. Böylece sözel algı süreci de aktifleşmiş olup elde edilenlerden yararlanarak çerçeve alan hesaplanması yapılmış ve

teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde tüm algısal süreçlerin birbiriyle ve oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme süreçleriyle etkileşimi nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

9. Örnek

Taban ayrıtı 20 cm, yüksekliği de 40 cm olan bir kare prizmanın içinde 24 cm yüksekliğinde su bulunmaktadır. Bu prizma yan yüzeyi üzerine yatırıldığında içindeki suyun yüksekliğinin kaç santimetre olacağını bulalım.

Prizmanın ilk durumu "34. Şekil"de olduğu gibidir. Prizmada bulunan suyun hacmini bulalım.

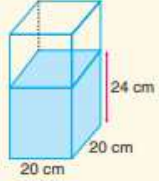
Sıvılar içinde buldukları kabın şeklini alırlar. Bu yüzden prizmadaki su 24 cm yükseklik ve 20 cm taban ayrıtına sahip bir kare prizma olarak düşünülebilir. Buna göre suyun hacmi, $20 \cdot 20 \cdot 24 = 9600 \text{ cm}^3$ tür.

Kare prizma yan yatırıldığında içindeki suyun hacmi değişmeyecektir. Ancak bu durumda su, "35. Şekil"de olduğu gibi taban ayrıtları 40 cm ve 20 cm, yüksekliği x cm olan bir dikdörtgenler prizması şeklini alacaktır.

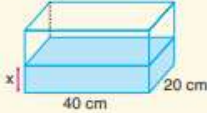
Suyun hacmi 9600 cm^3 e eşit olduğundan,

$$9600 = 40 \cdot 20 \cdot x \Rightarrow 9600 = 800x$$
$$\Rightarrow x = 12 \text{ cm bulunur.}$$

34. Şekil



35. Şekil



Şekil 34: Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 2 örneği (Ö9(s.294))

Şekil 34'deki verilen şeklin bir araç yardımıyla (kalem, cetvel vb.) örnekte verilen bilgilere göre geometrik başka bir modeli kurulmuştur. Bu durumda geometrik şekle ait bir model oluşturmak şekil ile ilgili bilgi elde edilmesini sağladığından sıralı algı süreci kullanılmıştır. Sıralı algıyla birlikte bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Örnekte şekil ile birlikte bazı ön bilgiler fark edildiğinden sözel algı süreci ortaya çıkmıştır. Öncelikle soruda verilenler ile sorudan istenenler belirlenmiştir. Görsel temsillerle verilen bilgiler, şekil ile matematiksel ilkeler arasında ilişki kurarak sözel bilgiye dönüştürdüğünden görsel algıdan sözel algıya geçiş sağlanmıştır. Ayrıca şeklin modelinin çizim sürecince soruda verilen şekil hakkındaki sözel bilgilerin şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. Ayrıca şeklin modelinin çizim sürecince soruda verilen şekil hakkındaki sözel bilgilerin şekle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Ayrıca oluşturulan prizmanın içindeki suyun hacmine odaklanılması ve kare prizmanın konumunun değiştirilmesi (yan çevrilmesi) işlevsel algı süreci muhakeme sürecine etki etmiştir. Son olarak İşlevsel algıyla 35.Şekil'e odaklanıp işlevsel algı prizmanın içindeki suyun

hacmine göre hacim teorem bilgisinin kullanılarak sözel algı süreci de aktifleşmiştir. Böylece elde edilenlerden yararlanarak istenilene ulaşılmıştır ve teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde tüm algısal süreçlere ek sırasıyla oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme süreci şeklinde ilerlenmiş olup Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

13. Örnek

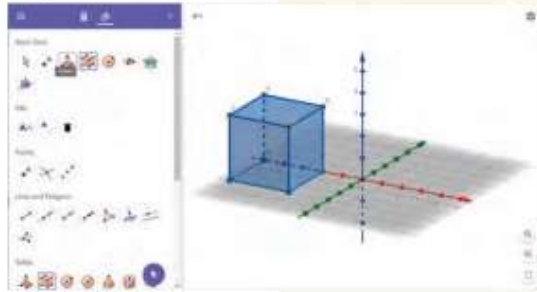
3 boyutlu dinamik geometri yazılımı kullanarak aynı tabana ve yüksekliğe sahip bir küp ile bir kare dik piramit çizerek hacimleri arasındaki ilişkiyi gösterelim.

3 boyutlu dinamik geometri yazılımında boş bir çalışma sayfası açalım. Açtığımız çalışma sayfasında çizeceğimiz cisimlerin ayrıntı uzunluklarını kolayca belirleyebilmek için düzlem üzerine fare yardımıyla sağ tıklayarak "Izgarayı Göster" seçeneğini işaretleyelim.


Şimdi sayfanın solundaki araç kutusundan "Küp" ü seçtikten sonra tabanı düzlem üzerinde ve ayrıntı uzunluğu 3 br olan bir küp çizelim (42. Şekil).

Daha sonra araç kutusundan "Piramit"i seçip tabanı düzlem üzerinde bir kare çizip tepe noktasını belirleyelim. Fare yardımıyla tepe noktasını 3 br yukarı sürükleyerek piramidin çizimini tamamlayalım (43. Şekil).

42. Şekil



43. Şekil



Son olarak yine araç kutusundan "Hacim" butonunu tıkladıktan sonra küpün ve piramidin üzerlerine birer kez tıklayarak hacimlerini bulalım.

Buradan aynı tabana ve yüksekliğe sahip bir dik prizmanın, bir dik piramidin hacminin 3 katı olduğu görülür (44. Şekil).

44. Şekil



Şekil 35: Uzay Geometri Ünitesine Ait Model 2 Örneği (Ö13(s.297))

Şekil 35’de verilmiş olan örnekte Duval’ın Bilişsel Modelinde bir araç yardımıyla (dinamik geometri yazılımı) geometrik şekillerin inşa sürecini veya bu şekillere ait bilgi elde edildiğinden sıralı algı süreci kullanılmıştır. Sıralı algıyla birlikte bilişsel süreçlerden oluşturma süreci aktif rol oynamaktadır. Ayrıca şekillerin çizim sürecince soruda verilen şekil hakkındaki sözel bilgilerin şekle belirli sembollerle aktarılması sözel algıdan görsel algıya geçişi sağlamıştır. Çözüm adımları içerisinde şekillerin taban ve yükseklik uzunluklarına odaklanması işlevsel algı iken odaklanarak bir küp ve kare dik piramidin hacim teorem bilgisinin bulunması sözel algı sürecidir. Görsel ve sözel algıyla da bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktif hizmet etmektedir. Böylece tüm şeklin inşa sürecince bilişsel süreçlerden görselleştirme süreci aktifken bu süreçle iç içe şekli oluşturan alt şekillerin (nokta, üçgen, doğru parçası, yanal alan, yükseklik vs.) belirlenmesi özellikle görsel algı sürecine hizmet etmektedir. İşlevsel algıyı etkisiyle son şekillerin hacimlerine odaklanıp dinamik geometri yazılımının araç özelliklerini kullanılarak sözel algı süreci de aktifleşmiştir. Böylece istenen çıkarıma varılmış olup teorik muhakeme süreci tamamlanmıştır. Teorik muhakeme sürecinde tüm algısal süreçlerin etkileşimine ek bilişsel süreçlerin sırasıyla oluşturma, görselleştirme, teorik muhakeme şeklindeki etkileşimi nedeniyle Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 kullanılmıştır.

4.3.Geometri Öğrenim Alanındaki 10. Sınıf Seviyesindeki Örneklerin İncelenmesine Ait Bulgular

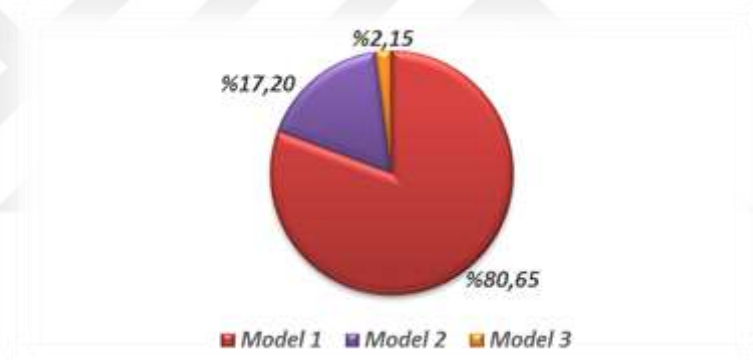
Tablo 21: Örnek Soruların Ünite ve Konu Bazlı Duval'ın Bilişsel Modelinin Süreçlerine Göre Dağılımı

	<i>Algı Süreçleri</i>				<i>Bilişsel Süreçler</i>		
	Görsel	Sözel	Sıralı	İşlevsel	Görselleştirme	Oluşturma	Teorik Muhakeme
5.1.Çokgenler	7	7	1	7	7	1	9
5.2.Dörtgenler ve Özellikleri	7	7	1	7	7	1	7
5.3.Özel Dörtgenler							
Yamuk	14	14	0	14	14	0	14
Paralelkenar ve Eşkenar Dörtgen	19	19	1	19	19	1	19
Dikdörtgen ve Kare	17	17	1	17	17	1	17
Deltoid	7	7	0	7	7	0	7
Özel Dörtgenlerde Alan	6	6	3	6	6	3	6
6.1.Katı Cisimler	14	14	9	14	14	9	14
Toplam (Frekans)	91	91	16	91	91	16	93
% Yüzde	97,8	97,8	17,2	97,8	97,8	17,2	100

10. Sınıf seviyesinde incelenen matematik ders kitabının geometri öğrenme alanına ait toplam 93 örnek sorunun tamamı teorik muhakeme süreci gerçekleşmiş ancak % 97,8’inde algısal süreçlerden görsel, sözel ve işlevsel algı ile bilişsel süreçlerden görselleştirme ve teorik muhakeme sürecinin iç içe, birbirini olumlu yönde destekleyerek, hizmet ettiği görülmüştür. Tablo 21’de görüldüğü gibi % 2,2’lik kalan yüzdeler dilimde örnek sorunun kendisinde veya çözüm aşamasında herhangi bir şekil verilmediğinden algısal (şekle bakma) süreçleri kullanılmamış olup Bilişsel Süreç Modellerinden Model 3 tercih edilmiştir. 93 sorunun % 17,2’lik kısmında Duval’ın

Bilişsel süreçlerine ait tüm süreçlerin birbirini olumlu yönde destekleyerek iç içe kullanıldığı tespit edilmiştir. İncelenen ders kitabında yer alan 93 örneğin 16 si Duval'ın Bilişsel süreçlerinin tümüne sahipken 2 örnek soru (Ö3(s.209) ve Ö6(s.211)) Duval'ın Bilişsel Modeline ait algısal süreçlere sahip değildir. Yani 16 örnek soru tasarlanan Bilişsel Süreç Modellerinden Model 2 ile teorik muhakeme sürecine hizmet ederken 2 örnek Model 3 ile teorik muhakeme sürecine hizmet etmektedir. Ayrıca Model 3 e ait örnekler 5. Ünite "Dörtgenler ve Çokgenler" ünitesinin "5.1 Çokgenler" konusuna aittir. Ünite ve ünitelere ait konulara/alt konulara göre örnek sayılarının dağılımı "2013-2014 eğitim yılı itibariyle uygulamaya konulan Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) Öğretim Programı" kapsamında program kazanım ve süreleriyle ilişkili olduğu görülmektedir.

Tablo 22: 10. Sınıf Ders Kitabında Geometri Öğrenim Alanına İlişkin Örneklerin Bilişsel Süreç Modellerine Göre Yüzde Grafiği



Tablo 22'de incelenen ders kitabındaki örneklerde %80,65 'inde Bilişsel Süreç Modellerinden Model 1, %17,20'sinde Model 2 ve %2,15'inde Model 3 kullanılmıştır. En fazla kullanılan model Model 1, en az kullanılan model Model 3 'tür.

Duval'ın Bilişsel Modelinde sıralı algı ile bilişsel süreçlerde incelenen oluşturma süreci birbirini destekler özelliktedir. Çünkü geometrik bir şeklin oluşturulması belirli bir sıra ile gerçekleşmektedir. Bu durum oluşturma sürecinin hem bilişsel hem de algısal süreçlere hizmet ederek iki süreçte de yer aldığını göstermektedir. Diğer taraftan sıralı algıda sadece algısal süreçlere hizmet eden fakat oluşturma süreci içinde değerlendirilemeyecek olan işlevler de vardır. Örneğin şeklin kuruluşunu bir araç kullanmadan tarif etme süreci sıralı algı içerisinde değerlendirilebilir. Çünkü şeklin kurulma sürecini bir araç düşünmeden tarif etme de kişinin şekli algılamasını önemli

ölçüde etkilemektedir. Örneğin aynı şeklin, bakan kişiye göre ortaya çıkabilecek farklı sıralı algıları oluşabilir. Ders kitabında sıralı algı ve oluşturma süreçlerine hizmet eden örneklerde kalem, pergel, cetvel veya dinamik geometri yazılımları olarak farklı araçlar kullanılmış olup örnekteki şekle ait çözüm aşamasında belirli bir düzenle açıklandığı için sıralı algı okuyuculara göre değişmemiştir. Tablo 21 de görüldüğü gibi algısal süreçlerden sıralı algı ile bilişsel süreçlerden oluşturma süreci birbiriyle ilişkili süreçlerdir. Bilişsel Süreç Modellerinden sıralı algı ile oluşturma sürecinin birbiriyle yakından ilişkili olduğu model, Model 2 dir. Tablo 21 ve Tablo 22 de görüldüğü gibi Model 2'nin ders kitabında kullanıldığı frekans ve yüzde değerleri ortalamaya göre düşüktür.

Kuramsal temeli Duval'ın Bilişsel Modeli olan araştırmada incelemeye alınan geometri alt öğrenme alanındaki çözümlü örneklerin soru cümleleri ve çözüm cümleleri bir bütün olarak düşünülerek incelenmiştir. Soru ve çözüm cümleleri bir bütün olarak incelenen ders kitabındaki örneklerin genelinde (özellikle "Yamuk" alt konusunda) örnek soruların soru cümlesi aşamasında matematiksel cümlelerle şekil hakkında verilen ilişkilerin şekil üzerinde gösterimi tercih edilmiştir. Yani şekle ait verilen sözel bilgiler soru cümlesinde kullanıcılara hazır halde görsel bilgi olarak dönüştürülerek sunulduğu görülmüştür. Bu durum aşağıda verilen örnek görseliyle (bkz. Şekil 36 ve Şekil 37) açıklanmıştır.

8. Örnek

"132. Şekil" de verilen ABCD paralelkenarında $m(\widehat{ADC}) = 150^\circ$, $|AD| = 6 \text{ br}$ ve $|DC| = 10 \text{ br}$ olarak veriliyor. Buna göre ABCD paralelkenarının alanını br^2 türünden bulalım.

ABCD paralelkenarında,

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ \Rightarrow m(\widehat{A}) + 150^\circ = 180^\circ$$

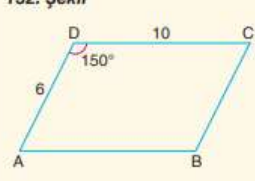
$$\Rightarrow m(\widehat{A}) = 30^\circ \text{ dir.}$$

Ayrıca $|AB| = |DC| = 10 \text{ br}$ olur. O hâlde,

$$A(\text{ABCD}) = |AB| \cdot |AD| \cdot \sin 30^\circ$$

$$A(\text{ABCD}) = 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

132. Şekil



Şekil 36: Paralelkenar Konusuna Ait Örnek (Ö8(s.238))

4. Örnek

"122. Şekil" de verilen ABCD paralelkenarında E noktası [CD] kenarının üzerindedir. $m(\widehat{DEA}) = m(\widehat{AEB})$, $|AD| = |EB|$, $m(\widehat{DAE}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{ABE}) = x$ olduğuna göre x in kaç derece olduğunu bulalım.

123. Şekil

ABCD paralelkenar olduğundan,
 $|AD| = |EB| \Rightarrow |EB| = |BC|$ olur.
 $m(\widehat{AED}) = \alpha$ olsun. Bu durumda,
 $m(\widehat{BAE}) = \alpha$ olur (iç ters açılar).

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DAB}) = 30^\circ + \alpha$ dir.
 \widehat{EBC} ikizkenar üçgen olduğundan,
 $m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{ECB}) = 30^\circ + \alpha$ dir.
 $m(\widehat{DEC}) = 180^\circ$ olduğundan $\alpha + \alpha + 30^\circ + \alpha = 180^\circ$
 $3\alpha = 150^\circ$
 $\alpha = 50^\circ$ olur.

\widehat{AEB} nde $2\alpha + x = 180^\circ$
 $2 \cdot 50^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 80^\circ$ bulunur.

122. Şekil

Şekil 37: Yamuk Konusuna Ait Örnek (Ö4(s.236))

Şekil 36 ve Şekil 37'de verilen örneklerde soru cümlesinde verilen şekle ait matematiksel özelliklerin bilgisi yine soru cümlesinde şekil üzerine görsel olarak aktarılmıştır. Soru cümlesinde sözel algıdan görsel algıya geçiş sağlanmıştır. Bu durumda çözüm aşamasında olması beklenen teorik muhakeme sürecine ait öğrenci gösterge fiillerinin, soru cümlesinde sunulduğu görülmektedir.

Sonuç olarak; ders kitabındaki tüm örneklerde ortaya çıkan süreçler incelendiğinde Duval'ın Bilişsel Modeline göre örneklerin çoğunluğu algısal (şekle bakma) süreçlerden öncelikle görsel algı ve bilişsel süreçlerden görselleştirme ile desteklenmiş, sonrasında konuya özel tanım, teorem ve özellikler ön plana çıkarılarak çözümlerde algısal süreçlerden sözel algı ve işlevsel algının harmanlandığı, bilişsel süreçlerden, muhakeme süreci elde edilmiştir. Muhakeme sürecinde matematiksel tanım, teorem ve önermelerle matematiksel bir dil kullanarak teorik muhakeme önemsenmiş olup doğal muhakemeye yer verilmemiştir. Dolayısıyla inceleme sürecinde bilişsel süreçlerden biri olan muhakeme süreci aslında kullanılan dile göre fark olarak doğal ve teorik muhakeme olarak ikiye ayrılan muhakeme çeşitlerinden teorik muhakeme ele alınmıştır. Yine verilen örneklerde süreçler arasındaki geçişlerde genel olarak sözel algıdan görsel algıya veya görsel algıdan sözel algıya geçişin etkili kullanımı dikkat çekmektedir. Bu yolla öğrencinin, süreçler arasındaki geçişleri ön plana çıkarılmış olup matematiksel davranış gerçekleştirme alışkanlığı kazanmalarına

imkân sağlanmıştır. Buna ek olarak sözel algıyla işlevsel algının genellikle birbirini destekler yönde çalıştığı ve teorik muhakeme sürecinde etkili matematiksel davranış gösterilmesi için Duval'ın Bilişsel Modelinde geometri öğreniminde ve ğretiminde algısal süreçlerin birbirini olumlu desteklemesi gerektiği görülmüştür. Ayrıca Duval'ın Bilişsel Modelinde bilişsel süreç modellerinin birbirini etkileme yönleri dşnldğnde (bkz. Şekil 3) kesik çizgiyle ifade edilen görselleştirme sürecinin muhakeme sürecini her zaman olumlu etkilememe durumu örneklerde görülmemiştir.



BÖLÜM 5

5 TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. TARTIŞMA

Öğretim ortamlarında ders kitapları bir dersin işlenişinde öğrencilere kazandırılacak hedefler konusunda, öğretmenlere yol göstermektedir. Ders kitaplarının içerik düzenlemesinde, öğretmene, öğrenci davranışları açısından hangi süreçlerle hangi muhakeme sürecinin gerçekleşmesine yönelik planlama sağlaması için farklı modeller kullanılmıştır. Çalışmanın kuramsal modeli ise geometri öğretiminde bilişsel ve algısal süreçleri bir bütün olarak ele alan Duval'ın Bilişsel Modelidir.

Öğrencilerin bir konuyu öğrenmesindeki ya da bir problem durumuna ait çıkarım yapabilmelerindeki ilk etki algılarıdır. Bireyler algıları sayesinde bilişsel olarak gerçekleşen süreçlerle ilgili çıkarımlarda bulunurlar. Bu bilişsel ve algısal süreçlere Duval'ın modelinde birlikte ele alınmış şekilde rastlanmaktadır. Her bireyin öğrenme sürecine bu süreçler etkilidir. Ancak bireylerin bilişsel süreçlerinde etkili olan süreçlerin kendi içlerinde ve birbirleriyle etkileşimli olmaları gerekmektedir.

Çalışmanın bulgularında ders kitaplarındaki problem durumları karşısında ortaya çıkan muhakeme süreçlerinde kullanılan süreçler arasındaki ilişki ve hangi süreçlerin kullanıldığına dair veriler sunulmaktadır. Muhakeme sürecinde kullanılan süreçler ve süreçlerin birbirleriyle olan etkileşimleri muhakeme becerisi açısından önemlidir. Duval'ın modeline göre bireylerin muhakeme becerisi kazanmaları, geometride yetkinlik kazanmış birey davranışı olan "matematikselsel davranış" kazandıklarının göstergesidir.

Ders kitaplarındaki problem durumlarının, öğrenciden beklenen matematikselsel davranış göstergeleri olduğu varsayılarak ders kitaplarında, muhakeme sürecinde hem algıya hizmet edecek farklı algısal süreç hem de zihinsel kavramayı destekleyecek bilişsel süreç işlevlerinin yer alması öğrencinin akademik başarısını artırmaya katkı sağlayacaktır. Ayrıca problem durumlarında bu süreçlerin işlevleri arasında geçişler istenen çıkarıma varılmasında önemli bir yere sahip olduğundan süreçler arası geçişlere yer verilmesi de önemlidir. Matematikselsel davranış için temel olan teorik muhakeme

becerisi kazandıran problem durumlarına ise daha fazla yer verilmesi öğrencilerin sorgulamalarını artırarak öğrenmelerini kolaylaştıracaktır.

5.2 SONUÇ

Araştırmada, ortaöğretim 10. Sınıf matematik ders kitabının, geometri öğretiminde etkili bir model olan Duval'ın Bilişsel Modeli çerçevesinde incelenmiştir. 10. Sınıf matematik ders kitabındaki örneklerin, bilişsel süreçleri ve algısal süreçleri birlikte ele alan Duval'ın modeline uygunluğu incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre 10. Sınıf seviyesindeki geometri alt öğrenme alanındaki örneklerin çoğunun Duval'ın Bilişsel Modeline uyumlu içerikle hazırlandığı ifade edilebilir. Ayrıca incelenen kitapta teorik muhakeme sürecine hizmet eden örneklerde, algısal süreçlerden sözel, görsel ve işlevsel algı süreçlerinin, muhakeme sürecine ait bilişsel süreçleri ve birbirlerini olumlu yönde destekledikleri gözlemlenmiştir. Özellikle işlevsel algının teorik muhakeme sürecinde önemli rol aldığı görülmüştür. Öğrenciden beklenen etkin teorik muhakeme becerisi yani matematiksel davranış için Duval'ın modelinde bahsettiği tüm alt süreçlerin birbiriyle güçlü bir ilişkisinin olması gerektiği; oluşturma sürecinin sıralı algı sürecinin içinde sıralı algıyla ilişkili bir süreç olduğu ve ders kitabında sıralı algıyı olumlu yönde etkilediği sonuçları elde edilmiştir. Bu sonuçlar, alan yazınındaki Michael'in (2013) işlevsel ile sözel ve sözel ile sıralı algı arasında ilişkiler olduğu ve sözel ve işlevsel algının muhakeme sürecinin harekete geçirilmesinde önemli bir rolü olduğuna yönelik sonuçlarıyla ve Kızıltoprak'ın (2020), süreçleri ve süreçler arasındaki ilişkiyi, Duval'ın ilkelerine göre tasarladığı öğrenme ortamında incelediği araştırma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Yine elde edilen başka bir bulgu ise Duval'ın Bilişsel Modeline uygunluk açısından tasarlanan 'Bilişsel Süreç Modelleri' arasındaki dağılımın homojen olmadığıdır. Süreçler arası etkileşimde genellikle bilişsel süreçlerde "görselleştirme ve teorik muhakeme" süreçleri tercih edilirken algısal süreçler de "görsel, sözel ve işlevsel algı" süreçleri arasında etkileşim tercih edilmiştir. Bu da algısal süreçlerden sıralı algı ile bilişsel süreçlerden oluşturma sürecine incelenen örneklerde çoğunlukla rastlanmadığını göstermektedir. Oluşturma sürecinde kullanılan araçlarda kağıt, kalem ve cetvel, pergel ve dinamik öğretim araçları arasından en çok kalem ve cetvel araçlarının kullanıldığı görülmüştür. Ayrıca araç olarak en çok tercih edilen "kalem, pergel ve cetvel" seçeneği, ülkemizin coğrafi koşullarına bağlı olarak

okullarımızdaki her öğrencinin sosyoekonomik durumuna uygun olan bir materyal olması yönüyle önemli bir araçtır.

İncelenen örneklerde, öncelikle 1. alt problem durumuna yönelik modelin alt süreçlerinde, algısal süreçlerden çoğunlukla görsel algı, sözel algı ve işlevsel algının, teorik muhakeme sürecine, etkileşimli işlevlerle hizmet ettiği görülmüştür. Benzer şekilde 2. alt problem durumuna yönelik, bilişsel süreçlerden de görselleştirme ve teorik muhakeme sürecinin etkileşiminin güçlü olduğu görülmüştür. 3. alt problem durumuna yönelik de, verilen örnekler, genellikle Model 1' e hizmet edecek şekilde sunulmuştur. Problem durumlarının yani örneklerin sunulduğunda, kitap içeriğinde bilişsel süreç modellerinden Model 2' ye yönelik örneklere az sayıda yer verildiği elde edilmiştir. Bazı konuların alt konularında (Özel Dörtgenler konusu “ Yamuk” ve “ Deltoid” alt konularına ait örneklerde), algısal süreçlerden sıralı algıya, bilişsel süreçlerden de oluşturma sürecine yönelik hizmet edecek örneklere yer verilmemiş olduğu görülmüştür. Algısal ve bilişsel süreçlerde, ünite bazlı frekans ve yüzde dağılımların genel olarak, algısal süreçlerden ‘sıralı algı’ ve bilişsel süreçlerden ‘oluşturma süreci’ ile homojen olmadığı ve belirli bir bilişsel süreç modeli olan Model 1' e yoğunlaştırıldığı da ortak sonuçlar arasında yer almaktadır.

5.3.ÖNERİLER

Lise giriş sınavlarında ve üniversite giriş sınavlarında “yeni nesil” soruların ortaya çıkmasıyla öğrencilerden, verilen şekli ve verilen sözel bilgiyi algılaması, bilgiyi farklı temsillerle kullanabilmesi ve çıkarım yapabilmesi beklenmektedir. Duval’ın Bilişsel Modelindeki tüm süreçlere hizmet ederek süreçlerin birbiriyle güçlü etkileşimine uygun hazırlanmış ders kitapları içerikleri, okuyucuların ve özellikle öğrencilerimizin matematiksel olarak ifade edilen bilgileri okumalarını ve anlamalarını, bilgileri farklı geometrik temsillere dönüştürerek ifade etmelerini ve doğru geometrik çıkarımlara varabilmelerine katkı sağlayacaktır. Ayrıca öğretmenlerin ders ortamı tasarlarlarken oluşturdukları materyalleri ve dokümanları hazırlamada Duval’ın Bilişsel Süreçlerini dikkate alması, öğrencilerin bilgiyi kavrama sürecini de hızlandıracaktır. Bu amaçlara hizmet edecek fazla sayıda sorulara yer verilmesi de ulusal ve uluslararası yapılan sınavlarda öğrencilerin başarılı sonuçlar almasında önemli rol oynayacağı söylenebilir. Problem durumlarının yani örneklerin sunulduğunda, kitap içeriğinde bilişsel süreç modellerinden Model 2 ye yönelik örneklere daha fazla sayıda yer

verilmesi çalışmanın önerileri arasındadır. Bunlara ek olarak çalışmanın bulgularında teorik muhakeme sürecinde işlevsel algının önemi belirtilmiştir. Duval (1998) de yaptığı çalışmasında, geometrik muhakemede esas sorunun, öğretmenin açıklaması olmadan yani öğrencinin ne görmesi gerektiğini vurgulanmadan öğrencinin öğretmenin gördüklerini görememesi olduğunu belirtmiştir (Kızıltoprak A & Yavuzsoy Köse N.,2020). Bu nedenlerle öğretmenin olmadığı ortamlarda öğrencilere öğrenme fırsatı sağlayarak rehber niteliğinde hazırlanan ders kitaplarındaki örneklerin çözümlerinde, işlevsel algıya hizmet edecek gösterge fiillerinin açıklamalarına yer verilmesi önerilmektedir.

Kuramsal temeli Duval'ın Bilişsel Modeli olan araştırmamızda incelemeye aldığımız geometri alt öğrenme alanındaki çözümlü örneklerin, soru cümleleri ve çözüm cümleleri bir bütün olarak düşünülerek incelenmiştir. Soru ve çözüm cümleleri bir bütün olarak incelenen ders kitabındaki örneklerin (bkz. Şekil 36 ve Şekil 37) genelinde, örnek soruların soru cümlesi aşamasında matematiksel cümlelerle şekil hakkında verilen ilişkilerin şekil üzerinde gösterimi tercih edilmiştir. Yani şekle ait verilen sözel bilgiler, soru cümlesinde kullanıcılara hazır halde görsel bilgi olarak dönüştürülerek sunulmaktadır. Duval tarafından, öğrencilerin veya öğretmenlerin yani kitap kullanıcılarının bilişsel öğrenme sürecinde teorik muhakeme süreçlerinde daha aktif bir şekilde matematiksel davranış göstermeleri için algısal süreçlerin kullanımının artırılması önerilmektedir. Ayrıca örneklerin soru cümlesinde verilen şekle ait matematiksel özelliklerin bilgisi algısal süreçlerden sözel algıya hizmet etmektedir. Bu sözel algılar matematiksel ifadelerle uygun belirli işaret veya sembollerle şeklin üzerine aktarıldığında sözel algıdan görsel algıya geçiş sağlanır ve böylece görsel algı süreci teorik muhakeme sürecinde aktif rol oynar. Görsel ve sözel algı süreçleri, bilişsel süreçlerle etkileşimli bir şekilde teorik muhakeme sürecine hizmet eden süreçlerdir. Bu süreçler arasındaki geçişler teorik muhakeme sürecinde önemli bir role sahiptir. Bundan dolayı algısal süreçlerden sözel algıdan görsel algıya geçiş sürecinin yayınlarda kullanıcıya çözüm aşamasında soru cümlesine ait olmayan bir görselle sunulması önerilmektedir.

İncelemesi yapılan matematik ders kitabında yer alan örnek sorularının Duval'ın Bilişsel Modelindeki süreçlere ve süreçler arası etkileşime göre hazırlanması veya

düzenlenmesi öğrenme verimliliğini arttıracaktır. Buna binaen *ileride yapılacak çalışmalara yönelik önerilerimiz,*

- Bazı örneklerde problem durumuna ait verilerin, öğrenme ortamında, görsel ve sözel algı açısından geometrik muhakeme becerisine etkisi incelenebilir.
- Duval'ın Bilişsel Modeli açısından, ders kitabında geometri alt öğrenme alanında yer alan etkinliklerin geometrik muhakemeye etkisi öğretim ortamında incelenebilir.
- Farklı sınıf düzeylerindeki ders kitapları da Duval'ın Bilişsel Modeli açısından incelenebilir.



KAYNAKÇA

- Aycan, S., Kaynar, U., Türkoğuz, H., Arı, E. (2001), “İlköğretimde Kullanılan Fen Bilgisi Ders Kitaplarının Bazı Kriterlere Gore İncelenmesi”, Celal Bayar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ekim 2002, Manisa.
- Aydın, E., Kertil M., Yılmaz K., Önder O., Topçu T. ve Kurt, S. (2007). Geometri Öğreniminde Bağlamsal Desteğin Öğrenci ve Soru Seviyesi Açısından İncelenmesi, Gazi Eğitim Fakültesi 7. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Özetler Kitabı, 7–9 Eylül 2006, Ankara.
- Akkaya, G.,(2016) “Ortaöğretim Dokuzuncu Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Öğretim Programına Uygunluğu Açısından İncelenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya.
- Altun, M., Arslan, Ç. ve Yazgan, Y. (2004). Lise Matematik Ders Kitaplarının Kullanım Şekli ve Sıklığı Üzerine Bir Çalışma, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, XVII (2), 131-147.
- Arslan, I. (2005), “Ortaöğretim 9. Sınıf Coğrafya Ders Kitaplarının Eğitim-Öğretime Uygunluğunun Değerlendirilmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Barçın, H. (2019). Matematik Dersi Dönüşüm Geometri Konusunun Geogebra Yazılımı ile Anlatımının Öğrencilerin Matematik Başarısına, Kaygısına ve Tutumuna Etkisi (Yüksek Lisans Tezi).
- Battista, M. T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. Second Handbook Of Research on Mathematics Teaching and Learning, 2, 843-908.
- Beckmann, S., (2004), “Solving Algebra and Other Story Problemse With simple Diagrams: A Method Demonstrated in Grade 4–6 Texts Used in Singapore”, The Matematikse Educator, 14(1), ss. 42-46.
- Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ. Ö. (2016). Matematik Eğitiminde Teoriler, Pegem Akademi, Ankara.

- Burger, W.F. and Shaughnessy J.M. (1986). Characterizing The Van Hiele Levels of Development in Geometry, *Journal For Research in Mathematics Education*, (17) 1, 31-48. 66.
- Çakır, A. (2006), “İlköğretim Dördüncü Sınıf Matematik Ders Kitapları ile İlgili Öğretmen Görüşleri” Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Çakır, I. (2009), “İlköğretim 5. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Öğretmen ve Öğrenci Görüşleri Doğrultusunda Değerlendirilmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana
- Ceyhan, E. ve Yiğit, B. (2004), *Konu Alanı Ders Kitabı İncelemesi (2. Baskı)*, Ankara: Anı Yayıncılık.
- Çelik, M. Ali (2019) “ 10. Sınıf Matematik Ders Kitabının Problem Çözme Stratejileri Açısından İncelenmesi” ,Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). *Geometry and Spatial Reasoning, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 420-464.
- Çelik M. ve Erdoğan A. (2019) , “ 10. Sınıf Matematik Ders Kitabının Problem Çözme Stratejileri Açısından İncelenmesi” , Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Çepni, S. (2007), *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*, Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Duman, T., Karakaya, N., Çakmak, M., Eray M. ve Özkan, M. (2001), *Konu Alanı Ders Kitabı İnceleme Kılavuzu, Matematik 1–8*, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Duval, R. (1995), *Geometrical Pictures: Kinds of Representation and Specific Processings*. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery With Computers in Mathematics Education* (pp. 142-157), Berlin: Springer.
- Duval, R. (1999), *Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 466 379).

- Duval, R. (2000), Basic issues for research in mathematics education. (ERIC Document Reproduction Service No ED 452 031).
- Duval, R. (2002), Proof Understanding in Mathematics: What Ways For Students? In F. L. Lin (Ed.), Proceedings of The International Conference On Mathematics–“Understanding Proving And Proving to Understand” (Pp. 61–77), National Taiwan Normal University.
- Duval, R. (2007), Cognitive Functioning and The Understanding of The Mathematical Processes of Proof. In P. Boero (Ed.), Theorems in Schools: From History, Epistemology, and Cognition to Classroom Practice (Pp. 137-161), Rotterdam: Sense Publishers.
- Duval, R. (1998), Geometry from A Cognitive Point A View, In C. Mammana & V. Villani (Ed.), Perspectives on The Teaching of Geometry For The 21st Century (Pp. 37-52), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ersoy, Y. (2003), Teknoloji Destekli Matematik Eğitimi–1: Gelişmeler, Politikalar ve Stratejiler, İlköğretim Online Dergisi, 2(1),18–27.
- Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010), İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı 27, 2010, s. 185-197.
- Fischbein, E. (1993), The Theory of Figural Concepts, Educational Studies in Mathematics, 24(2), 139-162, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01273689>.
- Fischbein, E. & Nachlieli, T. (1998), Concepts and Figures in Geometrical Reasoning. International Journal of Science Education, 20 (10), 1193-1211, doi: <http://dx.doi.org/10.1080/0950069980201003>.
- Fuys, D., Geddes, D. ve Tischler R. (1988), The Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents, Journal for Research in Mathematics Education Monograph 3, National Council of Teachers of Mathematics.
- Gürhan S. , Broutin M. (2017), Bir Matematiksel Problem Durumu: Kesik Üçgenler, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, Vol.8 No.3 (2017), 408-437.

- Haggarty, L., ve Pepin, B. (2002), An Investigation of Mathematics Textbooks and Their Use in English, French, and German Classrooms: Who Gets an Opportunity to Learn What? *British Educational Research Journal*, 28(4), 567-590.
- Dönmez H. (2019), 6.,7. ve 8. Sınıf Fen Bilimleri Öğretim Programı Kazanımlarının ve Değerlendirme Sorularının İncelenmesi: Solo Taksonomisi, Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Isparta.
- Hohenwarter, M., ve Jones, K. (2007), Ways of Linking Geometry and Algebra: The Case of GeoGebra, *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27,3, November 2007.
- Hohenwarter, M. ve Preiner, J. (2007), Dynamic Mathematics with GeoGebra, *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, Volume 7, Article ID 1448.
- Jones, K. (1998), Theoretical Frameworks for The Learning Of Geometrical Reasoning, *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 18 (1-2), 29- 34.
- Işık, C. (2008), "İlköğretim İkinci Kademesinde Matematik Öğretmenlerinin Matematik Ders Kitabı Kullanımını Etkileyen Etmenler Ve Beklentileri" , *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(1), s. 163-176.
- Karpuz Y. ve Güven B. , "9. Sınıf Öğrencilerinin İspat Yaparken Kullandıkları Bilişsel Süreçler Arasındaki Etkileşimin Özellikleri", 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi, Antalya, 20-23 Nisan 2017, pp.2125-2126.
- Karpuz Y. ve Güven B. , "Duval'in Bilişsel Modeline Uygun Hazırlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Teorik Muhakeme Sürecine Geçebilmesine Nasıl Etki Ettiğinin İncelenmesi", 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi, Antalya, 20 Nisan - 23 Mayıs 2017, pp.2132-2133.
- Karpuz Y. ve Atasoy E. , "Duval'in Bilişsel Modeline Uygun Öğrenme Ortamı Tasarımı", 10 th International Computer and Instructional Technologies Symposium (ICITS), Rize, 16-18 Mayıs 2016, pp.77-77.

- Karpuz Y. ve Atasoy E. , "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Anlayışlarının İncelenmesi ", 12. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Trabzon, s.240-240.
- Karpuz Y. ve Güven B. "Geometrik Şekle Bakma Yolları: Görsel ve Sözel Algı Süreçleri ", Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu-2, Adıyaman, 16-18, Mayıs 2015, s.245-246.
- Karpuz Y., Koparan T. ve Güven B. , "Geometride Öğrencilerin Şekil Ve Kavram Bilgisi Kullanımı", 1. Türk Bilgisayar Ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, Trabzon, 20-22 Haziran 2013, s.122-123.
- Karpuz Y. , Güven B., "Geometrik Muhakeme: Bilişsel Perspektifler", Matematik Eğitiminde Teoriler, Bingölbali E, Arslan S, Zembat İ, Editör: Pegem A Yayıncılık, Ankara, s.245-263, 2016.
- Karpuz, Y. (2018), Duval'ın Bilişsel Modeline Uygun Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kılıç, Ç. (2003), İlköğretim 5.Sınıf Matematik Dersinde Van Hiele Düzeyine Göre Yapılan Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarıları, Tutumları Ve Hatırda Tutma Düzeyleri Üzerindeki Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Kızıltoprak A. ve Yavuzsoy Köse N. (2020), "Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenlere İlişkin Geometrik Muhakemelerinin Gelişimi", Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Küçükahmet, L. (2011), Eğitim Programlarında Ders Kitabının Yeri, Konu Alanı Ders Kitabı İnceleme Kılavuzu, 3, 2-16.
- Mariotti, M. A. (1995), Images and Concepts in Geometrical Reasoning, In R. Sutherland & J.Mason (Eds.), In Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education (Pp. 97-116), Berlin Heidelberg: Springer.

- Mariotti, M. A. (1996), The Interaction Between Images And Concepts In Geometrical Reasoning, Doctoral Thesis, Universita Di Pisa And Tel Aviv University.
- Mariotti, M. A. and Fischbein, E. (1997), Defining in Classroom Activities. Educational Studies in Mathematics, 34(3), 219-248.
- Mariotti, M. A. (2001), Justifying and Proving in The Cabri Environment. International Journal of Computers For Mathematical Learning, 6(3), 257–281.
- Micheal P. ve Gagatsis A. (2013), Geometrical Figures in Geometrical Task Solving: an Obstacle or A Heuristic Tool? Acta Didactica Universitatis Comeniane Mathematics, 13, 17-32.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018), Ortaokul (5-8. sınıflar) Matematik Öğretim Programı, Ankara, MEB Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2015), Ders Kitapları ve Eğitim Araçları Yönetmeliğinde Değişiklik Yapılmasına Dair Yönetmelik, Resmi Gazete, Sayı: 29502
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2015), Ders Kitapları ve Eğitim Araçları Yönetmeliğinde Değişiklik Yapılmasına Dair Yönetmelik. Resmi Gazete, Sayı:29502
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000), Principles and standards for School mathematics, Reston, VA: Author.
- Özbay Muradoğlu S.(2008), “ İlköğretim II. Kademe (6. Ve 7. Sınıf) Fen Bilgisi Ders ve Çalışma Kitaplarında Yer Alan Etkinliklerin Çoklu Zeka Yaklaşımı (Kuramı) Açısından İncelenmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Konya.
- Palm, T. (2008), Impact of Authenticity on Sense Making in Word Problem Solving. Educational Studies in Mathematics, 67(1), 37-58.
- Parzysz, B. (1991), Representation of Space and Students' Conceptions at High School Level. Educational Studies in Mathematics, 22(6), 575-593.

- Tutan S., Dizman T ve Bozkurt A. (2019), ‘‘Geometrik Muhakeme Sreleri Baēlamında Ortaokul Matematik ēretmenlerinin Geometri İerikli Derslerinin İncelenmesi’’, Yksek lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eēitim Bilimleri Enstits, Gaziantep.
- Trk Dil Kurumu (TDK) (2021), Gncel Trke Szlk, 25.08.2021 tarihinde <http://tdk.gov.tr/> adresinden alınmıştır.
- Ubuz, B., Ustun, I. and Erbaş, A. K. (2009), Effect of Dynamic Geometry Environment on İmmediate And Retention Level Achievements of Seventh Grade Students, Eurasian Journal of Educational Research, 9(35), 147-164.
- Usiskin, Z. (1982), Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry, ERIC Document Reproduction, No: ED220288.
- stn, I., & Ubuz, B. (2004), Student’s Development of Geometrical Concepts Through A Dynamic Learning Environment. In Meeting of The 10th International Congress A Mathematical Education, Copenhagen, Denmark. [Topic Study Group TSG-16] Retrieved February, Vol. 20, p. 2006.
- PISA (2018), 2023 Eēitim Vizyonu, MEB Eēitim Analizi ve Deēerlendirme Raporları Serisi, No:10, Aralık 2018.
- Teodora, P., Sogol, N., Stanislav, R., Akvile, M., ve Viera, K. (2011), Avrupa’da Matematik Eēitimi: Temel Zorluklar ve Ulusal Politikalar, Ekim 201, ISBN 978-92-9201-323-3 doi:10.2797/18385.
- Yan, Z. & Lianghuo, F. (2002), ‘‘Textbook Use by Singaporean Mathematics Teachers at lower Secondary School Level’’,
- Yıldırım, A. ve şimşek, H. (2005), Sosyal Bilimlerde Nitelik Araştırma Yntemleri, 5. Baskı, Ankara: Sekin Yayıncılık.
- YK (2020), 2020-YKS Sonularına Yönelik Sayısal Veriler, SYM web sitesi.
- Xın, Y., P. (2007), ‘‘Word Problem Solving Tasks in Textbooks and Their Relation to Student Performance’’, The Journal of Educational Research, 100(6), s. 347-359.

Westbury, I. (1990), Instructional Materials in The Twentieth Century, Textbooks and Schooling in the United States, 1–22. 89th Yearbook, Part 1, of the National Society for the Study of Education, Chicago: National Society for the Study of Education. Woodward, A. and Elliot.

