T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Doktora Tezi

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN VE SOLO TAKSONOMİSİNE GÖRE CEBİRSEL DÜŞÜNME SEVİYELERİNİN GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Sema ACAR
ORCID: 0000-0002-9989-9612

Danışman
Prof. Dr. Bilge PEKER
ORCID: 0000-0002-0787-4996

Konya – 2024

TEŞEKKÜR

Yüksek lisansa girişim ile başlayan akademik hayatım boyunca en büyük şansım olan, akademik bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşarak yetkinlik kazanmamı sağlayan, her daim beni destekleyen, cesaretlendiren, motive eden, umut veren, sabırla her soruma yanıt, her sorunuma çözüm olan, sadece akademik değil mesleki ve kişisel anlamda hayatımda her zaman yer edinen ve bu araştırmanın başından sonuna kadar büyük katkıda bulunan kendisine her anlamda hayranlık duyduğum çok değerli danışmanım Prof. Dr. Bilge PEKER'e sonsuz teşekkür ederim.

Tez izleme komitesinde yer alarak, gerçekleştirdiğim araştırmayı takip eden, her sorumda daima yardımcı olan değerli hocalarım Prof. Dr. Erhan ERTEKİN ve Prof. Dr. Seyit Ahmet KIRAY'a teşekkürlerimi sunarım. Tez savunma jürime katılan ve değerli fikirleriyle araştırmama katkı sağlayan Dr. Öğr. Üyesi Şaban Can ŞENAY ve Dr. Öğr. Üyesi Yunus YUMAK'a teşekkür ederim. Lisans, yüksek lisans ve doktora eğitimim boyunca bana vermiş oldukları kıymetli katkılarından dolayı Necmettin Erbakan Üniversitesi Matematik Eğitimi bölümündeki tüm hocalarıma teşekkür ederim. Kendisini tanıdığım günden bu yana hem akademik hem de kişisel anlamda motive edici konuşmaları ile her daim desteğini hissettiğim Sayın Doç. Dr. Haldun Alpaslan PEKER'e teşekkür ederim.

Tez araştırmam kapsamında uygulamamı gerçekleştirdiğim ilk görev yerim olan okulumda bana her konuda kolaylık gösteren okul müdürüme ve çalışmayı birlikte gerçekleştirdiğimiz meslek hayatımın ilk göz ağrıları benim için çok kıymetli olan sevgili öğrencilerime sonsuz teşekkür ederim. Şüphesiz bu tezin bittiğini görmeyi en çok isteyenlerden ve doktora eğitim sürecim boyunca bana kolaylık sağlayan ve manevi olarak her zaman destekleyen çok değerli Taşkent İlçe Milli Eğitim Müdürü Abdullah DÖNMEZ'e teşekkürü borç bilirim.

Bugünlere gelmemi sağlayan, beni sevgi, ilgi ve özveri ile büyüten, düştüğümde kaldıran, her zaman maddi ve manevi açıdan destekleyen, sevgilerinde moral ve güç bulduğum bu başarının mimarı olan sevgili annem Seher ACAR'a, babam Mehmet ACAR'a ve kardeşlerime sonsuz sevgi ve teşekkürlerimi sunuyorum. İyi ki varsınız.

Sema ACAR

Ekim, 2024

İÇİNDEKİLER

TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ve Solo Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi başlıklı tez çalışmamın toplam **251** sayfalık kısmına ilişkin, 5/10/2024 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%19** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

5/10/2024

Sema ACAR

Prof. Dr. Bilge PEKER

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

5/10/2024

Sema ACAR

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

EBA: Eğitim Bilişim Ağı

ÇYY: Çok Yönlü Yapı

İY: İlişkisel Yapı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Matematics

SOLO: Structure of the Observed Learning Outcome

SY: Soyutlanmış Yapı

TYY: Tek Yönlü Yapı

YÖ: Yapı Öncesi

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Doktora Tezi

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN VE SOLO TAKSONOMİSİNE GÖRE CEBİRSEL DÜŞÜNME SEVİYELERİNİN GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Sema ACAR

Cebirsel düşünme becerisi, matematikte temel bir yetenektir ve gerçek hayatta karşılaşılan pek çok problemi çözmek için gereklidir. Cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi, bireylerin akademik ve profesyonel başarılarını artırırken, onları daha iyi problem çözücüler haline getirir. Dolayısıyla cebirsel düşünme becerisi, öğrencilerin gelecekteki akademik ve mesleki başarılarını etkileyebilir. Bu nedenle, cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi, öğrencilerin matematik ve diğer alanlardaki başarılarını artırmak ve onları gerçek dünya problemlerini çözmeye hazırlamak için hayati öneme sahiptir. Bu araştırma kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değişiminin öğretim deneyi tasarımı yoluyla incelenmesi amaçlanmıştır. Öncelikle katılımcıların uygulama öncesi mevcut cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değerlendirilmesi ve ardından tasarlanan bir dizi öğretim seansı ve süreç boyunca yapılan klinik görüşmeler ile bu becerilerin zamanla nasıl bir değişime uğradığının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişim sürecinin doğrudan gözlenmesi, yansıtılması ve geliştirilmesi hedeflendiğinden araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin incelenmesine ve geliştirilmesine ve süreç boyunca elde edilen verilere dayalı olarak öğretimlerin düzenlenmesine olanak sağlaması açısından öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır. Araştırma, Türkiye'nin İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir şehirde araştırmacının çalıştığı bir köy ortaokulunda eğitim gören 11 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğretim seansları 5-8. sınıflar Matematik Öğretim Programının "Cebir" öğrenme alanında yer alan beş alt öğrenme alanına yönelik beş öğretim seansında gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı öğrenci merkezli, öğrenciyi cesaretlendiren, akıl yürütmeye ve sorgulamaya teşvik eden esnek bir yaklaşım kullanmıştır. Öğretim seanslarında kullanılan soruların ve etkinliklerin içerikleri öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik hazırlanmıştır. Araştırmanın en temel sonucu, cebirsel düşünmenin geliştirebilir bir beceri olduğudur. Planlı bir şekilde hazırlanan öğretimler ile destekleyici, yönlendirici ve sorgulayıcı bir sınıf ortamında cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik bir öğrenme süreci sağlanmıştır. Aynı zamanda cebirsel düşünmenin gelişiminde SOLO taksonomisine göre çok yönlü düşünme ve ilişkisel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik soruların çözümlerinin de katkısı büyüktür. Öğretim seansları ilerledikçe öğrencilerin gelişimleri bariz bir şekilde fark edilmiştir. Öğretim deneyi öncesi katılımcıların tamamı düzey 0'da olmasına rağmen öğretim deneyi sonrası düzey 0'da öğrenci kalmamıştır. Başlangıçta değişken kavramı ile ilgili oldukça sınırlı ve yanlış bilgilere sahip öğrencilerin öğretim süreci sonrasında tamamının değişken kavramını anlamlandırabildikleri, değişkenin anlamlarının farkında oldukları, değişkeni temsil eden sembollerin her zaman bir sayıyı temsil etmesi gerektiği ve bunun her zaman aynı sayıyı ve tek bir sayıyı temsil ettiği düşüncelerinin tamamen ortadan kalktığı, cebirsel ifadelerde işlemler yapabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri incelendiğinde cebirsel düşünme becerisinin alt becerileri olan genellemeleri formüle etme, cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinin tamamında yapı öncesi düzeyde öğrenci kalmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca bir öğrencinin tüm alt becerilerde SOLO taksonomisine göre araştırmanın en üst seviyesi olan ilişkisel yapı seviyesine ulaştığı belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Cebir, Cebirsel düşünme, SOLO taksonomisi, Öğretim deneyi

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Doctoral Thesis

INVESTIGATE THE DEVELOPMENT OF ALGEBRAIC THINKING LEVELS AND ALGEBRAIC THINKING LEVELS ACCORDING TO SOLO TAXONOMY OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS': A TEACHING EXPERIMENT

Sema ACAR

Algebraic thinking skill is a basic ability in mathematics and is necessary to solve many problems encountered in real life. Developing algebraic thinking skills increases individuals' academic and professional success and makes them better problem solvers. Therefore, algebraic thinking skills can affect students' future academic and professional success. Therefore, developing algebraic thinking skills is vital to improving students' achievement in mathematics and other fields and preparing them to solve real-world problems. Within the scope of this research, it was aimed toexamine the algebraic thinking levels of 8th grade students and the changes in their algebraic thinking levels according to the SOLO taxonomy through a teaching experiment design. It was aimed to first evaluate the participants' current algebraic thinking levels and according to the SOLO taxonomy, before the application and their algebraic thinking levels and then to determine how these skills changed over time through a series of teaching sessions and clinical interviews conducted throughout the process. A qualitative research approach was adopted in the research as it was aimed to directly observe, reflect and develop the development process of students' algebraic thinking. In this research, the teaching experiment method was used within the framework of the qualitative research approach to enable the examination and development of students' algebraic thinking skills and the organization of teaching based on the data obtained throughout the process. The research was conducted with 11 students studying at a village secondary school where the researcher worked in a city in the Central Anatolia Region of Turkey. Teaching sessions were held in five teaching sessions for five sub-learning areas in the "Algebra" learning area of the 5-8. the classes Mathematics Curriculum. The researcher used a student-centered, flexible approach that encouraged students and encouraged them to reason and question. The contents of the questions and activities used in the teaching sessions were prepared to improve the algebraic thinking levels of the students according to the SOLO taxonomy. The most basic result of the research is that algebraic thinking is a skill that can be improved. An learning process for the development of algebraic thinking has been provided in a supportive, guiding and questioning classroom environment through planned instruction. At the same time, for the development of algebraic thinking, according to the SOLO taxonomy, solutions to questions aimed at developing multifaceted thinking and relational thinking skills also contribute greatly. As the teaching sessions progressed, students' improvements were clearly noticeable. Although all the participants were at level 0 before the teaching experiment, there were no students left at level 0 after the teaching experiment. After the teaching process, all of the students, who had very limited and incorrect information about the concept of variable at the beginning, were able to make sense of the concept of variable, they were aware of the meaning of the variable, and their thoughts that the symbols representing the variable should always represent a number and that it always represents the same number and a single number were completely eliminated. Furthermore it has been observed they can perform operations on algebraic expressions. When the algebraic thinking levels of the students according to the SOLO taxonomy were examined, it was determined that there were no students at the pre-structural level in all of the sub-skills of the algebraic thinking skill: formulating generalizations, using algebraic relations and symbols, and utilizing multiple representations. In addition, it was determined that one student reached the relational structure level, which is the highest level of research according to the SOLO taxonomy, in all sub-skills.

Keywords: Algebra, Algebraic thinking, SOLO taxonomy, Teaching experiment

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Teknolojinin hızla gelişmesi ile birlikte değişen eğitim öğretim faaliyetlerine paralel olarak matematik eğitiminin amaçları da değişmektedir. Artık sadece matematik bilgisine sahip bireyler değil, aynı zamanda günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri matematiksel bir bakış açısıyla çözebilen, matematiksel düşünebilen ve bu düşünceleri uygulamaya dökebilen bireylerin yetiştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2018). Bu kapsamda matematik eğitiminde matematiksel düşünme kavramı ön plana çıkmaktadır. Matematiksel düşünme, problem çözümünde matematiksel teknikleri, kavramları ve yöntemleri dolaylı veya doğrudan kullanarak uygun sonuca ulaşma süreci olarak tanımlanabilir (Henderson vd., 2004). Matematiksel düşünme bireyin çevresindeki nesneleri algılama ve onlar arasındaki ilişkileri anlamlı kılma çabası ile oluşmaya başlamaktadır (Tall, 1995). Dolayısıyla matematiksel düşünmenin günlük düşünme şeklinin bir parçası olduğu ve günlük düşünmeden farklı olmadığı belirtilmektedir (Yıldırım, 2000). Bu kapsamda matematiksel düşünme her zaman, her yerde ve herkes için bir ihtiyaçtır.

Temel matematiksel düşünme biçimlerinden birisi cebirsel düşünme becerisidir. Bu beceri yalnızca cebir alanıyla sınırlı olmayıp matematiksel düşünmenin özel bir biçimidir (Çelik, 2007). Greenes ve Findell (1998) cebirsel düşünmenin oldukça kapsamlı bir düşünme şekli olduğunu belirterek orantısal akıl yürütmeyi, değişkenlerin anlamını, tümevarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütmeyi, örüntüleri ve fonksiyonları içerdiğini ifade etmektedirler. Dolayısıyla oldukça geniş kapsamı olan cebirsel düşünme becerisi aynı zamanda gerçek hayatta karşılaşılan karmaşık problemleri analiz etmek, modellemek ve çözmek için kritik öneme sahiptir.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) cebirsel düşünme becerisinin erken yaşlarda kazandırılması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu süreç, okul öncesi ve ilköğretim çağında örüntülerin öğretilmesiyle başlar ve daha sonra sınıf seviyeleri ilerledikçe değişkenler, bilinmeyenler, eşitlik, eşitsizlik, denklemler, özdeşlikler ve fonksiyonlar gibi temel kavramların öğretilmesiyle devam eder. Bu temel kavramların cebirsel düşünme becerisinin gelişimine önemli katkılar sağladığı düşünülmektedir.

Cebirsel düşünme becerisinin gelişimi birçok farklı açıdan önemlidir. İlk olarak cebirsel düşünme becerisinin gelişimi, matematik eğitiminin temel bir parçasıdır. Çünkü cebirsel düşünme öğrencilerin soyut düşünme yetenekleri ile birlikte problem çözme becerilerini geliştirir ve matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını sağlar. Ayrıca cebirsel düşünmenin sadece matematik alanında değil bireylerin günlük hayatlarının her alanında ihtiyaç duyulması, geliştirilmesi gereken bir beceri olduğunu göstermektedir. Cebirsel düşünme bireylerin mantıksal düşünme ve olayları eleştirel analiz etme yeteneklerini de geliştirir. Aynı zamanda bireylerin iş hayatlarında ve profesyonel kariyerlerinin gelişiminde de önemlidir. Williams (1997), cebir öğrenmeyi bir ihtiyaç olarak görmeyen öğrencilerin ileri seviyelerde matematik derslerini anlayamayacağını ve bu öğrencilere üniversitelerin ve kariyerli iş için kapıların açılmayacağını belirtmiştir.

Sonuç olarak cebirsel düşünme becerisinin doğası ve gelişim sürecinin anlaşılması etkili bir matematik öğretimi için temel oluşturur. Cebirsel düşünmenin nasıl geliştiği ve bu sürece etki eden faktörleri anlamak oldukça önemlidir. Çünkü bu bilgi, etkili bir matematik öğretiminin geliştirilmesine büyük katkılar sağlar.

1.1. Problem Durumu

Cebirsel düşünme becerisi, matematikte temel bir yetenektir ve gerçek hayatta karşılaşılan pek çok problemi çözmek için gereklidir. Bu beceri desenleri tanıma, ilişkileri kurma, genelleme yapma, matematiksel problemleri analiz etme ve çözme gibi süreçleri kapsar. Aynı zamanda bilim, mühendislik, ekonomi ve birçok diğer alanda uygulanan problem çözme süreçlerinde temel ve önemli bir role sahiptir. Ayrıca, matematik eğitiminde ve bilişsel gelişimde önemli bir rol oynamakla birlikte öğrencilerin soyut düşünme yeteneklerini geliştirir, analitik düşünme ve eleştirel düşünme becerilerini güçlendirir. Bu nedenle, cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi, bireylerin akademik ve profesyonel başarılarını artırırken, onları daha iyi problem çözücüler haline getirir. Dolayısıyla cebirsel düşünme becerisi, öğrencilerin gelecekteki akademik ve mesleki başarılarını etkileyebilir. Bu nedenle, cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi, öğrencilerin matematik ve diğer alanlardaki başarılarını artırmak ve onları gerçek dünya problemlerini çözmeye hazırlamak için hayati öneme sahiptir.

İlgili literatür incelendiğinde araştırmaların çoğu, öğrencilerin cebir kavramlarını anlama konusunda güçlükler yaşadığını ve cebir kavramıyla ilgili kavram yanılgılarının olduğunu (Akkaya ve Durmuş, 2015), cebirsel ifadelerde bulunan harflerin kullanımı ve yorumlanmasında hatalar yaptıklarını (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Çelik ve Güneş, 2013; Yıldız vd., 2015) göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin değişkenlerin ve harflerin kullanımında ve denklem çözümlerinde cebirsel kuralları uygulamada zorluklar yaşadıkları belirtilmektedir (Akkaya ve Durmuş, 2015). Bununla birlikte öğrencilerin değişken kavramını anlamada ve aritmetikten cebire geçişte harfli sembollerin farklı alanlardaki kullanımlarını algılamakta zorluklar yaşadıkları (Dede, Yalın ve Argün, 2002; Driscoll, 1999) bilinmektedir. Cebirde yaşanan bu problemlerin cebirsel düşünme becerisini olumsuz yönde etkilediği düşünülmektedir.

Cebirsel düşünme becerisi birçok ulusal ve uluslararası araştırmaların konusu olmuştur. Cebirsel düşünme becerisi farklı kapsamda farklı örneklemler üzerinde çalışılmıştır. Araştırmaların çoğunluğu cebirsel düşünmenin doğasına, bileşenlerine, öğrencilerin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının cebirsel düşünme düzeylerine odaklanmıştır. Ek olarak cebirsel düşünme becerisinin diğer akademik alanlarla ilişkisini incelemeye, öğrenme güçlüklerini ve engellerini tanımlamaya yönelik araştırmalar mevcuttur. Ayrıca birçok araştırmada öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin düşük olduğu tespit edilmiş olsa da bu becerinin gelişimine yönelik araştırmalar sınırlıdır. Az sayıda olan bu araştırmalarda ise deneysel yöntemlerle bir öğretim modelinin ya da bir stratejinin cebirsel düşünme becerisine etkisi incelenmiştir. Ancak öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin ve düşünme süreçlerinin yakından incelenmesine olanak sağlayan nitel yöntemler kullanılan araştırmalar az sayıdadır. Cebirsel düşünmenin zamanla değişim sürecine ve bu sürece etki eden faktörlere yeterince odaklanılmadığı görülmektedir. Cebirsel düşünme becerisinin gelişimi, bir süreçtir ve bu süreçte birçok faktör etkili olabilir. Gerçek bir sınıf ortamında bu sürecin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi ve anlaşılması oldukça önemlidir. Bunların yanı sıra öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin ilk elden değerlendirilmesine fırsat sağlayan öğretim deneyi deseni kullanılarak yürütülen kapsamlı bir araştırmaya rastlanmamıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırma kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle katılımcıların uygulama öncesi mevcut cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değerlendirilmesi ve ardından tasarlanan bir dizi öğretim seansı ile bu becerilerin zamanla nasıl bir değişime uğradığının belirlenmesi amaçlanmıştır.

Amaç doğrultusunda araştırmanın temel problemi:

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değişimi nasıl gerçekleşmektedir? şeklindedir.

Araştırmanın alt problemleri:

1. Katılımcıların öğretim seansları öncesi cebirsel düşünme düzeyleri ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri ne düzeydedir?

2. Katılımcıların öğretim seansları sürecinde cebirsel düşünme düzeyleri ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri nasıl değişmektedir?

3. Katılımcıların öğretim seansları sonrası cebirsel düşünme düzeyleri ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri ne düzeydedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Cebir, matematik dersi içerisinde önemli bir yere sahip konu alanlarından birisi olmakla birlikte sadece matematik dersinde değil, birçok işlevle hayatımızın her alanında karşımıza çıkmaktadır. Cebirin hayatımızdaki önemi yadsınamaz bir gerçektir. Dolayısıyla cebirin hayatın her alanında kendini hissettirmesi öğrenilmesini de zorunlu hale getirmektedir (Williams ve Molina, 1997). Cebir aynı zamanda temel matematiksel düşünme biçimlerinden birisi olan cebirsel düşünmenin önemli bir parçasıdır.

Bireylerin cebir alanındaki bilgi ve becerilerinin artması cebirsel düşünmelerinin gelişimi ile doğru orantılıdır (Kaya ve Keşan, 2014). Okul öncesi dönemden başlayarak, cebir öğrenimi neredeyse tüm matematik öğrenim sürecinin temel bir bileşeni haline gelmiştir (Gürbüz ve Şahin, 2015). Bu durum cebiri matematik öğreniminin en önemli öğrenme alanlarından biri haline getirmektedir (Wang, 2015). Ancak ilgili alan yazın incelendiğinde öğrencilerin cebir kavramlarını anlama ile ilgili güçlüklerinin ve cebir kavramıyla ilgili kavram yanılgılarının olduğu (Akkaya ve Durmuş, 2015) bilinmektedir. Bu durum öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini olumsuz yönde etkilemektedir. Ancak cebirsel düşünmenin matematiksel düşünmenin özel bir biçimi olması ve yalnızca cebir alanıyla sınırlı olmaması (Çelik, 2007) sebebiyle öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin geliştirilmesi önemli bir gereksinimdir. NCTM (2000) de cebirsel düşünme becerisinin erken yaşta kazandırılması gerektiğini ve bunun için uygun araç, gereç ve yöntemlerin kullanılmasının bir zorunluluk olduğunu belirtmiştir. Ülkemiz matematik öğretim programlarında da öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişimine önem verilmektedir (MEB, 2018). Dolayısıyla öğrencilerde cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi matematik programlarının önemli amaçlarından biri olmalıdır.

Öğrencilerin bir cebirsel kavramı anlamasının ve bir cebirsel problem üzerinde çalışırken nasıl düşündüklerinin belirlenmesi öğretmenler ve matematik eğitimi araştırmacıları için oldukça önemlidir. Yapılacak bu araştırma ile öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin kapsamlı bir biçimde değerlendirilmesi ve ardından tasarlanan bir dizi öğretim seansı ile bu becerilerin zamanla nasıl bir değişime uğradığının belirlenmesi amaçlanmıştır. Dolayısıyla araştırmanın kapsamı sadece cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi ile sınırlı olmayıp zaman içerisindeki değişime de odaklanmıştır. Alan yazına bakıldığında cebirsel düşünme düzeylerinin nitel bir araştırma yöntemi ile geliştirilmesine yönelik bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu açıdan, yapılan bu çalışmanın literatürde yer alan cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik boşluğu dolduracağı düşünülmektedir. Araştırma sürecinde kullanılan etkinlikler, hazırlanan ölçme aracı ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik kullanılan soruların matematik eğitimine, matematik öğretim programlarına, müfredat tasarlama çalışmalarına ve etkili öğretim stratejilerinin geliştirilmesine katkı sağlayacağı, aynı zamanda gerçek sınıf ortamında uzun bir sürece yayılan öğretim deneyinin öğretmenlere de rehber olacağı düşünülmektedir. Ayrıca araştırmada cebirsel düşünme seviyelerinin incelenmesinde SOLO taksonomisinin kullanılması da derinlemesine değerlendirme yapma fırsatı tanımaktadır. Araştırmanın bir diğer önemli yanı ise cebir öğrenme alanının tek bir konu ya da kazanımına odaklanmaması, 5-8. sınıflar Matematik Öğretim Programının “Cebir” öğrenme alanında yer alan alt öğrenme alanlarının tamamını kapsamasıdır. Bu yönüyle cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde bütünsel bir bakış sunmak amaçlanmıştır.

1.4. Varsayımlar

Araştırmaya ilişkin varsayımlar şunlardır:

1. Resmi evraklar (öğretim seansları ile görüşmelerin ses ve video kayıtları, yazılı değerlendirme araçları, öğrencilerin çalışma kâğıtları, zihin haritaları ve günlükler) aracılığıyla toplanan veriler gerçeği yansıtmaktadır.

2. Ölçme aracının kapsam geçerliliği için uzman görüşü yeterlidir.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırmaya ilişkin sınırlılıklar şunlardır:

1. Bu araştırma araştırmacı tarafından öğretim deneyi süresince toplanan veriler ile sınırlıdır.

2. Bu araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılında İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir şehirdeki bir devlet ortaokulunun 8. sınıfında öğrenimlerine devam etmekte olan 11 öğrenciyle sınırlıdır.

3. Öğretim süreci konu açısından 5-8. sınıflar Matematik Öğretim Programının "Cebir" öğrenme alanında yer alan beş alt öğrenme alanına yönelik kazanımlar ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Cebirsel Düşünme Düzeyi: Öğrencilerin Hart ve diğerleri (1998) tarafından geliştirilen ve Altun (2005) tarafından Türkçeye uyarlanan "Cebirsel Düşünme Testi" sonucunda yer aldıkları düzeydir.

SOLO Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyesi: Öğrencilerin araştırmacı tarafından geliştirilen "SOLO Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyeleri Testi"nin her bir alt becerisinde yer aldıkları seviyedir.

Öğretim Seansı: Araştırmacı tarafından öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenci merkezli, öğrenciyi cesaretlendiren, akıl yürütmeye ve sorgulamaya teşvik eden, somut materyallerin, sanal manipülatiflerin ve çeşitli web 2.0 araçlarının kullanıldığı araştırmacının destekleyici ve yönlendirici öğretmen olarak yer aldığı derslerdir.

BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

Bu bölümde matematiksel düşünme, cebirsel düşünme, cebir ve temel cebirsel kavramlar, cebirsel düşünmeyi oluşturan beceriler, cebirsel düşünmenin gelişim düzeyleri, cebir öğretimi ve SOLO taksonomisi ile ilgili kuramsal çerçeve ve ilgili araştırmalar yer almaktadır. Matematiksel düşünme, cebirsel düşünme dâhil tüm matematiksel bilgi ve düşünme süreçlerinin birleşiminden oluşan bir yapı olduğundan ilk olarak bu düşünmeyi açıklamanın uygun olacağı düşünülmüştür.

2.1. Matematiksel Düşünme

Matematik eğitimi sayılar ve işlemlerin öğretiminden ve günlük yaşamın önemli bir parçası olan hesaplama becerilerini kazandırmaktan öte; düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminlerde bulunma, problem çözme gibi önemli beceriler kazandırmaktadır (Umay, 2003). Bu düşünme biçimi matematiksel düşünme olup üst düzey beceriler gerektirmektedir. Matematiksel düşünmenin temelinde; tümevarım, tümdengelim, tahmin etme ve emin olma gibi yöntemler bulunmaktadır (Mason, Burton ve Stacey, 1998). Schoenfeld (1992) kişilerin matematiksel düşünebilmesi için, matematikselleştirme, soyutlama gibi matematiksel bir bakış açısı kazanması gerektiğini vurgulamaktadır. Bunların yanı sıra Yıldırım (2000) matematiksel düşünmenin günlük düşünme şeklinin bir parçası olduğunu ve günlük düşünmeden farklı olmadığını belirtmektedir.

Alan yazın incelendiğinde matematiksel düşünme, matematiksel süreçler (varsayımda bulunma, genelleme ve ispat) ve matematiksel kavramların gelişimi olmak üzere iki bakış açısından incelenmektedir (Burton, 1984; Dreyfus, 2002; Freudenthal, 1973; Isoda ve Katagiri, 2012; Polya, 1945; Schoenfeld, 1992; Stacey, 2006; Tall, 1995). Matematiksel düşünmenin süreç bakımından incelendiği ilk bakış açısında matematiksel düşünmenin nasıl gerçekleştiği sorusuna odaklanılır. Bir problemin çözümü esnasında gerçekleşen düşünme eylemini matematiksel düşünme süreçleri bakımından ele almaktadır. Matematiksel düşünmenin bir süreç işi olduğunu belirten araştırmacılardan Mason ve diğerleri (1998) matematiksel düşünmeyi "anlamamızı genişleten, düşüncelerin zorluklarını artırmamıza imkân veren dinamik bir süreç" olarak tanımlamışlardır. Matematiksel düşünmeyi matematiksel kavramların gelişimi olarak inceleyen görüşte ise matematik içeriğine odaklanılmaktadır. Bireyin matematiksel kavramları zihinde nasıl yapılandırdığı ve bu yapılandırma sırasında geçekleşen süreçlerin neler olduğu incelenerek matematiksel düşünme tanımlanır (Çelik, 2016). Benzer olarak Dreyfus (2002) matematiksel düşünmeyi matematiksel kavramların yapılandırılması aracılığıyla tanımlamıştır.

Bireyler, yaşamlarının her alanında problem çözmeye çalışırlar (Blitzer, 2003). Dolayısıyla matematiksel düşünme herkes için ihtiyaçtır ve matematikçilere has bir düşünme yöntemi değildir. Matematiksel düşünmeyi diğer düşünme biçimlerinden ayıran yönü ise bireyin önceden öğrendiği matematiksel bilgisini kullanarak, soyutlama, tahmin etme, genelleme, hipotez kurup test etme, ispatlama, yeni bir bilgiye ya da kavrama ulaşmasıdır (Alkan ve Bukova Güzel, 2005). Bu yönüyle üst düzey bir düşünme biçimidir.

Matematiksel düşünme becerisinin gelişimi matematik eğitimi açısından oldukça önemlidir. NCTM (2000) matematiksel düşünmenin temelini oluşturan; bireylerin problem çözme, akıl yürütme ve iletişim gibi becerilerinin geliştirilmesinin, matematik eğitiminin öncelikli amacı olması gerektiğini savunmaktadır.

2.2. Cebirsel Düşünme

Cebirsel düşünme temel matematiksel düşünme biçimlerinden birisidir. Çelik (2007) cebirsel düşünmenin yalnızca cebir alanıyla sınırlı olmayıp matematiksel düşünmenin özel bir biçimi olduğunu belirtmiştir. Radford (2010) ise cebirsel düşünme kavramını açıklamanın kolay olmadığını ifade etmiştir. Buna rağmen literatür incelendiğinde cebirsel düşünme için yapılan farklı tanımları görmek mümkündür. Kieran ve Chalouh (1993) cebirsel düşünmenin temelinde matematiksel sembollerin anlamını kavrayarak kullanmanın olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla cebirsel düşünmeyi matematiksel muhakemenin gelişimi olarak tanımlamaktadırlar. Herbert ve Brown (1997) cebirsel düşünmeyi; matematiksel sembol ve araçlar kullanılarak farklı durumların analiz edilmesi, matematiksel bilgiyi şekil, grafik, tablo ve denklemlerle ifade etme ve yorumlama becerisi olarak tanımlamaktadırlar. Benzer şekilde NCTM (2000) cebirsel düşünmeyi; cebirsel semboller aracılığıyla matematiksel durum ve yapıların farklı biçimlerde temsil ve analiz edilmesini, matematiksel modellerle nicel ilişkilerin temsil edilmesini, yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimin analiz edilmesini gerektirir, şeklinde ifade etmektedir. Kriegler (2007) cebirsel düşünmeyi matematiksel düşünme araçlarının gelişimi ve temel cebirsel fikirler olarak ele almaktadır. Problem çözme, akıl yürütme ve farklı gösterim şekillerinden yararlanma becerilerini matematiksel düşünme araçlarının gelişimi; aritmetik, matematiksel dil, matematiksel modeller gibi kavramları ise temel cebirsel fikirler olarak değerlendirmektedir. Lawrence ve

Hennessy’e göre (2002) cebirsel düşünme; dünyayı daha iyi yorumlamamızı sağlar. Çünkü bu düşünme şekli günlük hayatta olayların açıklanması ve tahmin edilmesi için durumların matematik diline çevrilmesini sağlar. Ayrıca cebirsel düşünme soyut düşünme yeteneğini de geliştirmektedir.

Cebirsel düşünmenin oldukça kapsamlı bir düşünme şekli olduğunu belirten Greenes ve Findell (1998) bu düşünmenin orantısal akıl yürütmeyi, değişkenlerin anlamını, tümevarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütmeyi, örüntüleri ve fonksiyonları içerdiğini ifade etmektedirler. Cebirsel düşünmeyi bir süreç olarak değerlendiren Kaput (1999) bu sürecin matematiksel işlemler ve ilişkiler yoluyla formal bir dille genellemeler yapmayı içerdiğini belirtmektedir. Kieran (2004) ise niceliksel durumların ilişkisel olarak tartışılmasını ve semboller ile ifade edilmesini cebirsel düşünme olarak tanımlamaktadır. Alan yazındaki tüm tanımlar bir bütün olarak incelendiğinde cebirsel düşünmenin içeriğinde matematiksel olarak birçok yeterlilik bulunduğu, temel matematik becerileri arasında olduğu ve cebirin ötesinde matematiksel düşünme becerilerini kapsayan geniş bir anlamı olduğu söylenebilir.

NCTM (2000) cebirsel düşünme becerisinin erken yaşta kazandırılması gerektiğini savunmaktadır. Cebirsel düşünme her sınıf seviyesinde bulunmaktadır ve aşağıdaki temel konulardan oluşur (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012):

1) Genellemelere götüren örüntülerin kullanımı,

2) Değişimin çalışılması,

3) Fonksiyon kavramı.

Okul öncesi ve ilköğretim döneminde çocuklar örüntülerle tanışırlar. Dolayısıyla küçük yaşta çocuklar, aynı veya farklı görünen örüntüler hakkında genellemeler yapmaya başlayabilir. Bu genellemeler, cebirsel düşünceye doğru yolculukta önemli ve gelişimsel bir adım olarak değerlendirilir (Seeley, 2004). Sınıf seviyeleri ilerledikçe öğrencilerin tanıştığı değişim ve fonksiyon kavramı cebirsel düşünmenin gelişimine önemli katkılar sağlar. Örüntüler, değişim ve fonksiyon kavramlarının hepsinin altındaki temel fikir, öğrencilerin sayı sistemine, işlemlere ve işlemlerle ilişkili özelliklere dair derin bir kavrayışa sahip olmalarıdır (Seeley ve Schielack, 2008; Akt. Van de Walle, 2004).

Cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin özel bir şekli olup cebir ile ilişkili olmasına rağmen sadece cebir konuları ile sınırlı değildir. Bireylerin günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözmelerine de yardımcı olmaktadır (Akkan, 2016). Aynı zamanda matematiğin tüm öğrenme alanlarını (sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık) içermektedir. Birçok farklı disiplinde de cebirsel düşünmeden yararlanılmaktadır. Ahuja (1998) cebirsel düşünmesi gelişmiş bireylerin başarılı matematikçiler ve ekonomistler, bilim adamları ve iş adamları olma olasılıklarının yüksek olduğunu belirtmektedir. Dolayısıyla cebirsel düşünme bireylerin kariyer hayatları üzerinde de oldukça etkilidir.

2.3. Cebir ve Temel Cebirsel Kavramlar

Matematiksel düşünme için temel olan cebirsel düşünme becerisinin daha iyi anlaşılabilmesi için bu bölümde cebir ve bazı temel cebirsel kavramların üzerinde durulacaktır. Çünkü cebirsel düşünmenin gelişimi cebir alanındaki bilgi ve becerilerin artması ile mümkündür (Kaya ve Keşan, 2014). Dolayısıyla cebirin ve cebirin temel kavramlarının anlaşılması oldukça önemlidir.

Cebir matematiğin öğrenme alanlarından biridir (Altun, 2014). Sayı ve semboller aracılığıyla ilişkilerin incelenmesi veya bu ilişkilerin genelleştirilmiş denklemlere dönüştürülmesidir (Akkaya, 2006). Cebir ile ilgili alan yazında farklı tanımlara rastlamak mümkündür. Tanımlar farklı şekillerde yapılmış olsa da tüm araştırmacılar cebirin hem matematikte hem de bireylerin günlük yaşamları üzerindeki önemi üzerinde hemfikirdirler. Bu kapsamda cebirin hayatın her alanında kendini hissettirmesi öğrenilmesini de zorunlu hale getirmektedir (Williams ve Molina, 1997)

Cebir sayıların ilişkilerini ve özelliklerini gösteren; bilinmeyenleri, formülleri, örüntüleri ve bunların ilişkilerini içeren matematiğin bir dilidir (Akkan, 2009). Cebiri matematiğin dili olarak tanımlayan bir başka araştırmacı Usiskin (1997) bu dilin bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler olmak üzere beş bileşenden oluştuğunu belirtmektedir. Taylor Cox (2003) cebirin semboller kullanılarak hesaplamalar yapmayı sağladığını ve problemlerin çözümünde değişken ve bilinmeyen içerdiğini belirtmektedir. Bu kapsamda cebiri aritmetiğin daha genelleştirilmiş hali olarak tanımlamıştır. Kieran (1992) ise cebirin matematiğin bir dalı olduğunu, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom, denklem çözümleri gibi konuları içerdiğini, ayrıca sembollerle hesap yapabilmeyi içerdiğini belirtmiştir. Cebirin sembollerle olan ilişkisi düşünüldüğünde matematiksel düşünme ile birlikte matematik okuryazarlığı için de oldukça önemli olduğu görülmektedir.

Cebir, öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadıkları bir derstir (Carraher vd., 2006; Dede ve Argün, 2003; Geller ve Chart, 2011; Kaput, 1999; Kieran, 1992). Bu zorluklar harflerin algılanması ile aritmetiksel ve cebirsel algoritmadaki değişiklikler olup cebir öğrenme alanında başarılı olunabilmesi için sembollerin ve temel kavramların neyi ifade ettiklerinin iyi anlaşılması gerekmektedir (Kieran, 1992). Gürbüz ve Akkan (2008) öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte zorlandıklarını ve bunun sebebinin öğrencilerin aritmetik işlemlerdeki yetersizlikleri, problemlerin sembolleştirilmesi ve modellenmesindeki yetersizlik, değişken kavramını farklı durumlarda kullanamama gibi sebeplerden olduğunu belirtmişlerdir. Akkaya (2006) öğrencilerin cebir konusundaki kavram yanılgılarını belirlemiştir. Öğrencilerin harflerin bir anlamının olmadığını nesnelerin kısaltması için kullanıldıklarını düşündüklerini, her harfin bir sayıyı gösterdiğini ve sadece rakam olarak görüldüklerini, "$=$", "$+$" ve "$-$" sembollerinin daima bir sonuç verdiğini düşündüklerini belirtmiştir. Cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde öncelikli olarak yapılması gereken cebirde yaşanılan bu zorlukların ve

Lacampagne ve diğerleri (1995) ileri matematiğin kapılarının açılması için cebirsel kavramların tam olarak öğrenilmesinin önemine dikkat çekmişlerdir. Değişken, bilinmeyen, eşitlik ve fonksiyon kavramları cebirin temel kavramları olarak ele alınabilmektedir (MEB, 2013; 2017; 2018). Araştırmacılar cebirsel düşünmenin değişken ve eşitlik kavramlarının anlaşılması üzerine kurulduğunu belirtmektedirler (Knuth vd., 2005). Dede ve diğerleri (2002) aritmetik için sayı kavramı ne ifade ediyorsa cebir için değişken kavramının da aynı şeyi ifade ettiğini belirtmektedirler. Farklı durumlara göre farklı değerler alabilen uzunluk, genişlik, çevre gibi özellikler değişken olarak nitelendirilir (Ertekin, 2019). Değişkenler semboller olmakla birlikte üzerine çalışılan kümenin bütün elemanlarını temsil etmesiyle diğer sembollerden ayrılırlar. Bilinmeyen ve değişken arasındaki temel fark ise bilinmeyen açık önermeleri doğru yapan evrensel kümenin elemanları iken, değişken evrensel kümenin her elemanını temsil etmektedir (Aktaş, 2020). Aynı zamanda matematikte değişkenler genel bir durumu ifade etmek için de kullanılırlar (2n, $n \in \mathbb{Z}$ [çift tam sayılar kümesinin elemanları]). Argün ve diğerleri (2014) değişken kavramının değişen semboller olarak incelenmesinin uygun olacağını belirtmektedirler. Harper (1979) ise değişken kavramını "bilinmeyen" veya "değişebilen ancak tek sembol ile temsil edilen" şeklinde iki farklı şekilde tanımlamanın uygun olduğunu belirtmektedir. Buna karşın matematik müfredatında tüm harfli semboller değişken olarak ifade edilmektedir (Kieran, 1989). İfade olarak değişken geçmesine rağmen öğrenciler harfleri sadece bilinmeyen olarak kullanmaya alıştıkları için değişken olarak kullanıldıklarında anlayamamaktadırlar. Nitekim öğrencilerde sıklıkla karşılaşılan cebirde her sembolün sadece bir tane değerinin olduğunu düşünmeleri bu durum ile açıklanabilir. Öğrencilerin değişkenin farklı kullanımlarını bilmemeleri ve yorumlayamamaları değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılamamasına neden olmaktadır (Dede ve Argün, 2003). Dolayısıyla değişkenin farklı kullanımlarının anlaşılması ve yorumlanması büyük oranda önemlidir.

Eşitlik kavramı sadece bir sembol olmanın ötesinde, cebirsel anlamda düşünüldüğünde iki küme arasındaki ilişkiyi gösteren bir bağıntıdır (Aktaş, 2020). Aynı zamanda iki niceliğin miktar olarak eşit olduğunu belirtmektedir (Argün vd., 2014). En önemlisi de ilişkisel düşünmenin anahtarı olduğu kabul edilmektedir (Aktaş, 2020). Ancak öğrencilerin eşittir işaretini ilişki olarak değil, sonuç bulmak olarak değerlendirdikleri bilinmektedir (Warren, 2006). Çünkü öğrenciler matematikte ilişkilerden çok hesaplamalara odaklanmaktadırlar. Bunun sonucunda öğrenciler için eşittir sembolü sadece bir işlemin sonucunu belirlemek görevini üstlenmektedir. Bu durum öğrencilerde birçok yanılgıya sebep olmakla birlikte cebirsel düşünmenin gelişimi için de büyük bir engeldir.

Cebirin temel kavramlarından bir diğeri olan fonksiyon kavramı öğrenciler için karmaşık ve soyut yapılardan biridir. Ancak matematiğin bir temel parçasıdır (Dubinsky ve Harel, 1992). Çünkü fonksiyon kavramının anlaşılması kişinin cebirsel düşünmesini harekete geçirmesi olarak nitelendirilebilir (Sfard, 1991). Fonksiyon, elemanlar arasında eşleme fikrinden yola çıkılarak iki veya daha fazla değişkenin temsil ettiği kümeler arasındaki ilişki olarak tanımlanabilir (Aktaş, 2020). Yani iki kümenin elemanları arasında yapılan eşlemeler olarak nitelendirilebilir (Ponte, 1992). Bourbaki (1939) tarafından fonksiyon kavramının bağıntı kavramı ile tanımlanmasıyla birlikte fonksiyon kavramı küme, eşleme ve ilişki kavramları ile yapılandırılmıştır. Fonksiyon yapısal olarak bir kavramı, işlemsel olarak ise bir işlem sürecini ifade etmektedir (Sfard, 1991). Bu kavram hem matematik öğretimi açısından hem de cebirsel düşünmenin gelişimi açısından oldukça önemlidir. Aynı zamanda fonksiyon kavramını zihninde anlamlı bir şekilde yapılandıran bireylerin ilişkisel düşünme becerilerinin de gelişeceği düşünülmektedir.

2.4. Cebirsel Düşünmeyi Oluşturan Beceriler

Literatür incelendiğinde araştırmacılar cebirsel düşünmenin bazı temel becerileri içerdiğini belirtmektedirler. Kaf (2007) cebirsel düşünme becerisinin; akıl yürütme, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi önemli becerileri içerdiğini belirtmektedir. Wongyai ve Kamol (2004) ise cebirsel düşünmenin gösterim, örüntü (model) ve değişken olmak üzere üç temel beceriden oluştuğu ifade etmektedirler. Farklı isimlerle ifade edilse de detaylı incelendiğinde bazı temel beceriler tüm çalışmalarda görülmektedir.

Gülpek (2006) cebirsel düşünmenin içerisinde birçok beceriyi barındırdığını belirtmiş, ancak genelleştirme, formülleştirme ve sembolleştirmenin çekirdek beceriler olduğunu vurgulamıştır. Çelik (2007) ise cebirsel düşünmenin genellemeleri formüle etme, cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı, çoklu gösterimlerden yararlanma (sembolik, grafik, tablo vb.) şeklinde üç temel beceriden oluştuğunu belirtmiştir. Bu araştırmanın veri toplama aracında da bu üç beceri kullanıldığı için bunlar detaylı biçimde açıklanmıştır.

2.4.1. Genellemeleri formüle etme

Genellemeleri formüle etme becerisi, özelde cebirde olmak üzere matematikte sıklıkla ihtiyaç duyulan bir beceridir. Lee (1996) cebirin ve matematiğin tamamının ilişkilerin genellemesi olduğunu vurgulamaktadır. Baki'ye (2006) göre aynı zamanda soyutlama olan genelleme belirli bir olay ya da durumdaki örüntüyü bulup bir düşüncede toplama işidir. Dolayısıyla genelleme kavramının esas noktası örüntüdür. Doğal olarak örüntü genellemenin, genelleme ise cebirin yapı taşlarındandır (Tanışlı ve Özdaş, 2009). O halde genellemenin yapı taşı olan örüntü kavramının incelenmesi önemlidir.

Olkun ve Toluk Uçar (2006) örüntüyü düzenli dizilmiş nesne ya da şekillerin oluşturduğu bir bütün olarak değerlendirmektedir. Örüntü kavramı aslen bir düzeni, bir kuralı akla getirmektedir. Matematik ise örüntünün kuralıyla ilgilenir, kuralı bulur, kullanır ve yorumlar (Van de Walle, 2004). NCTM tarafından 2000 yılında yayımlanan Okul Matematiğinin İlkeleri ve Standartları belgesinde cebir standardının içerisinde "Öğrencilerin örüntü ve fonksiyonları öğrenme ve kullanmaları, onların matematiksel anlama ve özellikle cebirsel düşünmelerini geliştirmek için gereklidir." şeklinde kavramın önemine değinilmiştir. Örüntüler küçük sınıflarda bir şeklin, resmin ya da sayının bir sonraki adımını bulma ile başlarken daha sonraları verilen ifadenin genel teriminin bulunması ve değişkenler arasındaki ilişkilerin formülleştirilmesi ile devam ederek genelleme becerisini oluşturmaktadır (Bağdat, 2013). Genelleme becerisinin kazanılmasıyla birlikte öğrencilerin soyutlama, bütüncül düşünme, görselleştirme, esneklik ve akıl yürütme gibi becerileri kazandıkları düşünülmektedir (Greenes, 1981; Sriraman 2003; Sternberg, 1979; Akt. Amit ve Neria, 2008). Bunlar ise matematiksel düşünme için oldukça önemli üst düzey becerilerdir.

2.4.2. Cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı

Cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı cebirsel düşünme için temel becerilerden biridir (Arzarello, Bazzini ve Chiappini, 1993). Zihinsel olarak bir fikirle eşleştirilen somut bir şey veya nesne sembol olarak tanımlanmaktadır (Skemp, 1987). Semboller soyut olan kavramların somutlaştırılması amacıyla kullanılır. Driscoll (1999) sembolleri öğrenen öğrencilerin genellemeleri ifade etme, cebirsel yapıları açığa çıkartma, ilişkileri oluşturma, matematiksel durumları formüle etme açısından da önemli bir adım atmış olacaklarını belirtmektedir. Semboller oldukça soyut bir yapı olan matematikte hesaplama ve problem çözmede kolay bir yöntem sunmakta ve bu problemler üzerinde düşünme fırsatı vermektedir (Tall vd., 2001). Kinzel'e (2000, 2001) göre cebirsel ilişki ve sembollerin doğru bir şekilde kullanılması ve yorumlanması için sahip olunması gereken temel beceriler;

1. Cebirsel sembol ve ifadeleri yerinde kullanabilme,

2. Farklı problem durumları için uygun cebirsel ifadeler oluşturup, bunlarla işlem yapabilme,

3. Cebirsel ilişkilerin analizi için sembolleri okuyabilme,

4. Cebirsel ifadelerin niceliksel ilişkileri temsil etmek için kullanılabileceğinin farkında olma.

Ancak araştırmalar öğrencilerin cebirsel ilişki ve ifadelere anlam vermede ve yorumlamada zorluklara sahip olduklarını göstermiştir (Arzarello vd., 1993; Kieran, 1992; Sfard ve Linchevski, 1994; Tall ve Thomas, 1991).

Cebirsel yapı ve ilişkilerde sembollerin kullanılmasıyla birlikte değişken kavramı önem kazanmaktadır (Bağdat, 2013). Değişken kavramı cebir öğretiminde oldukça önemlidir. Schoenfeld ve Arcavi (1988) değişken kavramının hem aritmetikten cebire geçişin sağlanmasında hem de ileri matematiksel kavramların anlaşılmasında temel oluşturduğunu belirtmektedirler. Dede ve diğerleri (2002) ise aritmetik için sayı kavramı ne ifade ediyorsa cebir ve bütün yüksek matematik için değişken kavramının aynı şeyi ifade ettiğini vurgulamaktadırlar. Kieran (1992) değişkeni bir kümenin elemanlarının herhangi birini veya tümünü temsil eden bir harf olarak tanımlamıştır. Çelik (2007) ise değişen veya birden çok değer alan şey anlamında kullanmıştır. Değişken kavramı, matematiksel içeriklerde farklı geometrik şekillerle gösterilebildiği gibi harfli sembollerle de gösterilebilir. Genel gösterim şekli, harfli sembollerin kullanılmasıdır (Dede, 2005). Ancak, cebirde harfli semboller farklı anlamlar taşıyacak şekilde kullanılmaktadır. Örneklendirecek olursak; $2x+3=5$ gibi bir ifadede bilinmeyen olarak, $y=ax^2+bx+c$ şeklinde bir ifade de a, b, c parametre olarak, $a.b=b.a$ ifadesinde genelleştirilmiş sayı olarak, $y=2x+3$ ifadesinde x ve y değişken olarak, π, e şeklinde ise sabit olarak kullanılmaktadır (Driscoll, 1999; Philipp, 1999; Schoenfeld ve Arcavi, 1999). Cebir öğretiminde farklı anlamlarda kullanılan değişken kavramının doğru biçimde anlaşılması ve uygun şekilde kullanılması cebirsel düşünmenin gelişimi açısından oldukça önemlidir.

2.4.3. Çoklu gösterimlerden yararlanma

Matematiksel bir kavram ya da ilişkinin belli bir biçimde sunulmasına gösterim denilmektedir (NCTM, 2000). Bu biçim bir denklem, formül şeklinde olabileceği gibi tablo, şekil, resim, grafik, bir işaret ya da simge de olabilir (Çelik, 2007). Bunun yanı sıra sözel ifadeler de farklı bir temsil biçimi olabilir. Çoklu gösterimler matematiğin soyut kavramlarını elle tutulur, gözle görülür verilere dönüştürerek öğrencilerin bilgileri zihinlerinde anlamlandırmalarına katkıda bulunur (Bağdat, 2013). Bu kapsamda hem matematik hem de cebir öğretimi için çoklu gösterimler önemli olmaktadır.

Erbaş (2005) çoklu gösterimlerin öğrencilerin problem durumlarını daha iyi kavramalarına ve matematiksel kavramların anlaşılmasını artırmaya katkıda bulunduğunu ifade etmektedir. Alagic (2003) çoklu gösterimlerin soyut matematiksel kavramlarla günlük yaşamdaki olgular arasında bağlantıların kurulmasını sağladığını belirtmektedir. Yerushalmy ve Schwartz (1993) ise bir cebirsel ilişkiye yönelik çoklu gösterimler sayesinde öğrencilerin daha derin ve zengin anlamalar oluşturduğunu ifade etmektedirler. McGowan ve Tall (2001) çoklu gösterimlerden yararlanan öğrenciler ile tek bir gösterimle çalışabilen öğrenciler kıyaslandığında çoklu gösterimleri kullananların alternatif çözüm yöntemleri geliştirme ve uygulamada daha başarılı olduklarını ifade etmektedirler. Dolayısıyla çoklu gösterimlerin kullanımı öğrencilerin problem çözme becerilerine de olumlu etki etmektedir (Driscoll, 1999).

NCTM (2000) çoklu gösterimlerle ilgili olarak öğrencilerin sahip olması gereken bazı yeterliliklerden bahsetmiştir. Bunlar; fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları yorumlamak ve modellemek için çoklu gösterimleri kullanma, problemleri çözmek için matematiksel gösterimler arasında seçim yapma, uygulama, transfer edebilme ve temsilleri, matematiksel fikirleri açıklamak ve düzenlemek için kullanmaktır.

Sonuç olarak çoklu gösterimler matematiksel kavramların farklı yönlerini ele aldığından cebir öğretiminde çoklu gösterimlerden yararlanma ve bunlar arasındaki geçişleri kolaylıkla yapma becerisi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından kritik öneme sahiptir (McGowan ve Tall, 2001; NCTM, 2000). Dolayısıyla etkili bir cebir öğretimi ve cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde çoklu gösterimler oldukça önemlidir.

2.5. Cebirsel Düşünmenin Gelişim Düzeyleri

Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS) araştırma projesinin sonuçlarına göre öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri sıralı olarak dört düzeyde incelenebilir (Hart vd., 1998).

Düzey 1: Aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulabilme, harfleri bir nesne olarak değerlendirerek bir problemi sonuçlandırma veya harflere değer vermeden bir işlemi sonuçlandırma şeklindeki sorulara cevap verilebilen düzeydir.

Düzey 2: Soyutluk bakımından ilk düzeyle aynı olup; daha karmaşık yapıda sorulara cevap verilebilen düzeydir.

Düzey 3: Harflerin bir bilinmeyen olarak algılanarak kullanıldığı düzeydir.

Düzey 4: Üçüncü düzeydekilere benzer sorulara cevap verilebilmekle birlikte daha karmaşık ifadelerin anlaşılıp sonuçlandırılabildiği düzeydir.

Matematik eğitimcileri cebirsel düşünmeye erken yaşlarda başlanılması gerektiğini vurgulamaktadırlar (Kieran, 1992). Radford (2012) öğrencilerde erken yaşlarda cebirsel düşünmeyi geliştirme fikrini savunmuştur. Erken cebirsel düşünmede örüntüleri kavramanın önemini ve küçük yaşlardan itibaren cebirsel düşünmenin gelişimi için eşitlik, problem çözme ve örüntüleri genelleme gibi cebirsel düşünmenin anahtar noktalarının anlaşılması gerektiğini vurgulamıştır. Kieran (2004) ise cebirsel düşünmenin gelişim sürecinde dikkat edilmesi gereken unsurları şu şekilde sıralamıştır:

- Sadece sayısal hesaplamalara değil ilişkilere odaklanılmalıdır.
- Sadece işlemlerin kendisine ve sonucuna değil işlemlerin tersine odaklanılmalıdır.
- Sadece problemin çözümüne değil temsilleri ile birlikte çözümüne odaklanılmalıdır.

- Sadece sayılara değil yazılanlara da odaklanılmalıdır.
- Eşitlik işaretinin anlamına yeterince odaklanılmalıdır.

Cebirsel düşünmenin gelişimi için öğrencilerin erken yaşlarda aritmetik ile cebiri ilişkilendirebilmesi gerekmektedir (Girit ve Akyüz, 2016). Çünkü öğrenciler aritmetik alanındaki ön bilgileri ile cebir bilgilerini ilişkilendiremedikleri için anlamlı öğrenme gerçekleşememektedir (Çağdaşer, 2008; Gülpek, 2006). Ayrıca değişimlerin ve genellemelerin grafikle, sembolle, sözel olarak, tablo ya da diyagramla ifade edilmesi de cebirsel düşünmenin gelişiminde oldukça önemlidir (Cañadas, Castro ve Castro, 2011). Bu kapsamda dikkatle hazırlanan öğretim ile cebirsel düşünmenin gelişimi sağlanabilir.

2.6. Cebir Öğretimi

Cebirin matematik için önemi düşünüldüğünde cebir öğretiminin önemi ve nasıl olması gerektiği akla gelmektedir. Çünkü matematiğin kendisi ve öğretimi düşünüldüğünde cebirin yeri özeldir. Öğrencilerin matematiği anlamasında, matematiksel düşünmesinde ve matematik okuryazarı olmalarında cebir oldukça önemlidir (Kaya, 2015). Cebirin bu önemi sembolik cebir ile başlayarak, soyut düzeydeki kavramlarla işlemler yapmayı ve bu kavramları somut durumlara uygulamayı sağlayan bir güç olmasından kaynaklanmaktadır (Kieran, 1992).

Cebir öğretimi ilkokulda aritmetikten başlar, ortaokulda denklemler ve lisede fonksiyon bilgilerini içerisine alır (Kaya, 2015). NCTM (2000) okul matematiği için cebir standartlarını belirlemiştir. Bunlar; *örüntü, bağıntı ve fonksiyonları anlama, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel durum ve yapıları çözümleme ve sunma, matematiksel modelleri nicel ilişkileri anlamak ve sunmak için kullanma, çeşitli durumlarda değişimi analiz etme* olarak kategorilere ayrılmıştır. Bu kategorilerde yer alan 6, 7 ve 8. sınıflara ait konuların alt öğrenme alanları aşağıdaki gibidir (NCTM, 2000):

- Farklı şekilleri tablo, grafik, sözcük ve sembolik ifadelerle açıklama, çözümleme ve genelleme yapmak
- Bağıntıların çeşitli gösterim biçimlerini karşılaştırma ve bunlar arasında ilişkilendirme yapmak
- Doğrusal veya doğrusal olmayan fonksiyonları belirleme ve bunlar arasında grafik, tablo veya denklem kullanarak karşılaştırma yapmak
- Değişkenlerin farklı kullanımlarını kavramsal olarak anlamak

- Doğru grafikleri ile sembolik ifadelerin aralarındaki ilişkiyi belirlemek
- Doğrusal ilişkiler içeren problemleri çözmek için sembolik cebir kullanmak
- Doğrusal denklemleri çözebilmek ve cebirsel dil kullanarak ifade edebilmek için eşdeğer formüller oluşturmak
- Tablo, grafik veya denklem kullanarak bir problemi modellemek ve çözmek
- Doğrusal ilişkilerde sayısal değişimleri çözümlemek için grafikler kullanmak.

Cebir öğretimi, alan aksiyomlarını kullanarak değişkenler ve bilinmeyenler içeren cebirsel ifadelerle ilgili kelime problemlerini temsil etme ile birlikte polinom ve rasyonel ifadeler oluşturmaya ve bunları kullanmaya odaklanmıştır (Gürbüz, 2021). Okul cebiri ise öğretim programlarında bir öğrenme alanı olarak ele alınmaktadır. Bu öğrenme alanı kapsamında okul cebirinin içeriği örüntü, değişken, eşitlik ve eşitsizlik, denklem, eğim, doğrusal fonksiyonlar ve bunların grafikleri kavramları üzerinedir. Ortaokul matematik öğretim programı cebir öğrenme alanı kazanımları incelendiğinde değişken, örüntü, eşit işareti, eşitlik, eşitsizlik ve denklem kavramları temel oluşturmaktadır (Dikkartın Övez ve Çınar, 2018). Zamanla okul cebirinin içeriği, değişken ve değişkenlerle yapılan işlemlerden çoklu temsiller, gerçek hayata uygun problemler kurmak ve teknolojik araçların kullanımı olarak genişlemiştir (Gürbüz, 2021). Ayrıca öğrencilerin değişkenlerle yapılan işlemler ve denklem çözmek için kuralları ezberlemelerinin yerine, öğrencilerin cebirsel ifadeler ve işlemler için anlamlandırma yapabilmeleri önem kazanmıştır (Kieran, 2014).

Cebir bilgileriyle ilgili olarak öğretme ve öğrenme güçlüklerinin olduğu yüzlerce yıl öncesinde fark edilmiştir (Kaya, 2015). Çok sayıda öğrenci temel cebir bilgilerini ve becerilerini kazanarak gerekli yeterlikleri edinememektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005). Dede ve diğerleri (2002) öğrencilerin cebirde güçlük çekmelerinin nedenlerini; değişkenlerin farklı kullanımlarını ve genelleme yapmadaki rollerini bilememe ile değişkenleri yorumlayamama ve değişkenlerle işlem yapamama olarak belirtmektedir. Stacey ve MacGregor (1997) cebirdeki kavram yanılgılarının nedenlerinin artimetik bilgi ve deneyim eksikliği, cebirin kendine ait dilini anlayamama ve harflerin cebirdeki yerini anlayamama olarak belirtmektedirler. Cockcroft (1982) öğrenciler arasında cebire yönelik olumsuz tutumların olduğunu, cebiri öğrenme ve öğretme konusunda çok sayıda çalışmalar yapıldığını ancak öğretmenlerin cebiri nasıl öğretebilecekleri ile etkili cebir öğrenme ortamlarının sahip olması gereken unsurların neler olabileceğine yönelik çalışmaların az olduğunu belirtmektedir.

Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin genelleme yapması, modelleme, çoklu gösterimlerin kullanımı ve teknoloji kullanımının (elektronik tablolar, grafik hesap makineleri, bilgisayar cebir sistemleri, mobil teknolojiler ve özel tasarlanmış yazılımlar) cebir öğrenmeyi desteklediği belirlenmiştir (Gürbüz, 2021). Ayrıca cebir öncesi eğitimin de önemli olduğu (Kaya, 2015), uygun öğrenme araçları ve yöntemlerinin kullanımına dikkat edilerek cebirsel düşünme becerisinin öğrencilere küçük yaşlarda kazandırılmasının gerekliliği de vurgulanmaktadır (Kieran, 2004; NCTM, 2000; Taylor Cox, 2003; Yackel, 1997). Kieran (2014) cebir öğretiminde başarılı olan yaklaşımları şu şekilde sıralamaktadır:

- ✓ Örüntüleri, fonksiyonları ve değişkenleri kullanarak genelleme yapmayı ve bunu ifade etmeyi vurgulamak
- ✓ Eşitlik hakkında ilişkisel düşünmeye odaklanmak, eşitliğin her iki tarafına birden fazla terim içeren sayı cümleleri ile başlamak ve daha karmaşık örneklere doğru ilerlemek
- ✓ Birden fazla denklem gösterimine uygun olan problem durumlarını kullanmak ve iki veya üç denklem temsilini karşılaştıran uygun problem durumlarıyla öğrencileri çalıştırmak, hangi denklem temsilinin daha kullanışlı olduğuna karar vermek.

Sonuç olarak cebir öğrenme ve öğretmede birçok zorluk ve öğrenme güçlüğü olsa da uygun araç gereç yöntem ve tekniklerle etkili bir cebir öğretiminin gerçekleştirilebileceği düşünülmektedir.

2.7. SOLO Taksonomisi

SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome-Gözlemlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı) taksonomisi öğrencilerin anlama becerilerini ölçmek için (Bağdat, 2013) John Biggs ve Kevin Collis tarafından 1982 yılında oluşturulmuştur (Biggs ve Collis, 1982). Bu model öğrencilerin bir problem durumuna ya da kavrama, yazılı ve sözel olarak verdikleri cevaplardan hareketle bilişsel bilgi ve becerilerini sistematik bir çerçeve içerisinde değerlendirmek amacıyla tasarlanmıştır (Baki, 2020; Biggs ve Collis, 1991; Lian ve Idris, 2006). SOLO taksonomisinin geliştirilmesinde Piaget'nin bilişsel gelişim evreleri referans alınmıştır. Her bir evre kendi özelliğini ortaya koyan mantıksal bir çerçeveye göre şekillenmiştir (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). SOLO taksonomisi hemen hemen Piaget'nin bilişsel gelişim evrelerine (duyusal motor evre, işlem öncesi evre, somut işlemler evresi, soyut işlemler evresi) karşılık gelen beş düşünme evresinden (modes of thinking) oluşmaktadır (Çelik, 2007). Aralarındaki temel farklılıklar, Piaget'nin işlem öncesi evresinin

SOLO modelinde imgesel evre ile yer değiştirmesi ve SOLO modelinde soyut sonrası adında yeni bir evre daha eklenmesi şeklindedir (Pegg ve Davey, 1998; Pegg ve Tall, 2004). Bilişsel gelişimde Piaget takipçisi teorisyenlerden olan Fisher ve Silver (1985) de soyut evrenin ötesinde en az bir ek evre olduğunu ifade ederek SOLO modelinde soyut sonrası evrenin varlığını desteklemişlerdir (Bigss ve Collis, 1991). SOLO evrelerinin her biri, Piaget'nin teorisinde olduğu gibi bir öncekinin yerini almaz, onunla birlikte var olur ve her evre kendinden sonraki için zemin hazırlar (Biggs ve Collis, 1991; Çelik, 2007; Pegg ve Coady, 1993; Pegg ve Davey, 1998; Pegg ve Tall, 2005). Piaget'nin bilişsel gelişim evreleri ile SOLO modelinin evreleri Tablo 2.1'de gösterilmiştir (Çelik, 2007):

Tablo 2.1. Piaget'in bilişsel gelişim evreleri ile SOLO taksonomisinin evreleri.

Piaget'in Evreleri	**SOLO Taksonomisi Evreleri**
Duyusal Motor (Sensori motor)	Duyusal Motor (Sensori motor)
İşlem Öncesi (Pre-operational)	İmgesel (İkonic)
Somut İşlemler (Concreate operational)	Somut Sembolik (Concreate sembolic)
Soyut İşlemler (Formal operational)	Soyut (Formal)
	Soyut Sonrası (Post formal)

Piaget'in modelinde her bir evre, içerisindeki tüm performansları kapsayan mantıksal bir yapıya göre tanımlanmaktadır. Bu modelde öğrenciler öğrenmelerden bağımsız olarak yaşlarına göre gelişim evrelerine yerleştirilmektedir. Ancak bazen aynı evrede olduğu varsayılan çocuklar çeşitli etkinliklerde, farklı evrelerde sınıflandırılabilmektedir. Piaget bu durumun nadir görülebileceğini belirtmiş olsa da özellikle okul ortamlarında sık karşılaşılmaktadır (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). Bunun sebebi öğrencilerin yaşlarının takvimsel olarak aynı ilerlemesine karşın bilişsel gelişimin bireye özgü ilerlemesidir (Görpe, 2022). Dolayısıyla SOLO modeli Piaget'in modelinin bu durumla ilgili eksikliğini kapatmak amacıyla oluşturulmuştur (Bigss ve Collis, 1991; Pegg ve Davey, 1998; Pegg ve Tall, 2005). Biggs ve Collis bu sorunu aşabilmek için odaklarını bireylerin bilişsel gelişim evresine değil, verdiği cevabın niteliğine yöneltmiştir (Pegg ve Coady, 1993; Pegg ve Davey, 1998; Pegg ve Tall, 2005). SOLO taksonomisi evreleri kendi içerisinde yapı öncesi, tek yönlü yapı, çok yönlü yapı, ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı olmak üzere beş düşünme seviyesinden oluşmaktadır. Bu sıralamaya göre öğrenci cevaplarının yapısal karmaşıklığında hiyerarşik bir artış durumu söz konusudur (Biggs ve Collis, 1991). Üst seviyelere doğru ilerledikçe tutarlılık, ilişkilendirme ve çok yönlü düşünme artmaktadır (Biggs ve Collis, 1991; Chan vd., 2002). Ayrıca bu hiyerarşi belirli bir evre içerisinde öğrenmenin kalitesi hakkında bilgi verir ve herhangi bir evrede öğrenme ürünlerinin sınıflandırılması için kullanılabilir

(Çelik, 2007). Dolayısıyla bu taksonomi öğrencilerin anlamalarını ve problem çözmelerini değerlendirmek için güçlü bir araçtır (Groth ve Bergner, 2006; Lian ve Idris 2006).

Yapı Öncesi Seviye: SOLO taksonomisinin en alt basamağını oluşturan seviyedir. Bu seviyede öğrenciler konuyu pek anlayamaz ve probleme cevap veremez. Sorulan soru ile öğrenci cevabı genellikle ilişkisizdir (Sarıhan Musan, 2012). Üzerinde çalışılan durumun veya problemin cevapla ilişkisi olmayan yönleri öğrencinin dikkatini dağıtarak onu yanlış yönlendirir (Çelik, 2007).

Tek Yönlü Yapı: Öğrenci kendisine yöneltilen problemin ya da verilen bilginin sadece tek yönüyle ilgilenecek biçimde kavramlara odaklanmaktadır (Lister vd., 2006). Öğrencinin anlama düzeyi normalin altındadır ve sadece tek bir kavram öğrenilebilir. Öğrenci öğrendiği temel bilgiyi kullanabilir, hatırlayabilir ve bu bilgi doğrultusunda kendisine söylenen basit prosedürleri uygulayabilir (Doğan, 2020).

Çok Yönlü Yapı: Öğrenci ele alınan problemin veya durumun çözümüne yönelik birden fazla unsuru dikkate alabilmekte, ancak bunları birbiri ile ilişkilendirememektedir (Padiotis ve Mikropoulos, 2010). Bu seviyede bulunan bir öğrenci, durumları birkaç farklı açıdan inceleyebilir, farklı yorumlar yapabilir ancak bu bilgileri birleştirip çıkarım yapamaz (Doğan, 2020). Ayrıca cevaplar açıklanırken neden sonuç ilişkisi kurulamamaktadır (Karlı, 2019).

İlişkisel yapı: Bu seviyede öğrenci daha önceki düzeylerde öğrendiği bilgileri kullanarak anlamlı bir bütüne ulaşabilmektedir (Kanuka, 2011). Öğrenci bu seviyede ilişkilendirme ve karşılaştırma yapabilmekte, analiz edebilmekte, teorileri uygulayabilmekte ve neden-sonuç ilişkisi kurabilmektedir. Ancak yapılan bu işlemler var olan bilgilerle sınırlı olup bu bilgilerin ilerisinde bir sonuca ulaşılması mümkün değildir (Doğan, 2020).

Soyutlanmış Yapı: Taksonominin en üst seviyesidir. Bu seviyede öğrenci öğrendiklerini yapılandırabilmekte, üst bilişsel seviyede anlayabilmekte, öğrendiği bilgilerle yaratıcı fikirler öne sürmektedir (Gezer ve İlhan, 2015; Lake, 1999). Ayrıca öğrenci verilerin ötesinde akıl yürütebilir veya genellemelere ulaşabilir (Çelik, 2007).

SOLO taksonomisine göre bir durum veya kavramla ilgili bilgiler arttıkça öğrenmeler de basitten karmaşığa doğru derinleşip gelişmektedir (Baki, 2020). Tek yönlü yapı ile çok yönlü yapı arasındaki temel fark çok yönlü yapı seviyesinde üzerinde durulan kavram ya da problem durumunun birden fazla yönü görülebilmektedir. Çok yönlü yapıda işlemsel algoritmalar belli bir düzen içerisinde yapılabilmektedir. Bir üst seviye olan ilişkisel yapıda ise durumlar arasındaki ilişkiler tespit edilerek bağlantılar kurulabilmektedir. İlişkisel yapıdan soyutlanmış yapıya geçiş ise en çok istenilen durum olmasına rağmen başarması en zor olandır (Tuna, 2011). Taksonomiye göre tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeyindeki öğrenmeler yüzeysel öğrenmeler olarak belirtilse de bu seviyelerdeki öğrenmeler olmadan öğrencinin üst düzey öğrenmelere ulaşması mümkün değildir (Gezer ve İlhan, 2015). Bunun yanı sıra Pegg ve Tall (2005) öğrencilerin bireysel farklılıkları ve aldıkları eğitim sonucu tek yönlü yapı, çok yönlü yapı ve ilişkisel yapı düzeylerinden herhangi birine ulaşmış olmalarını ve normal bir eğitim sonucunda soyutlanmış yapı seviyesine ulaşılamayacağını belirtmektedir.

SOLO taksonomisi kullanılarak öğrencilerin verdikleri cevapların, yapısal karmaşıklığı nicel ve nitel yönden incelenebilir. Çünkü SOLO taksonomisinin yapı öncesi, tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeyleri niceliksel öğrenmeleri yansıtırken; ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeyleri niteliksel öğrenmeleri yansıtmaktadır. Öğrenmenin niteliksel yönünü yansıtan cevaplar ise derin öğrenmeye işarettir (Leung, 2000). Ancak eğitim sisteminde yapılan değerlendirmeler öğrencinin ne kadar öğrendiğine odaklanan niceliksel değerlendirmelerdir (Çetin ve İlhan, 2016). Bu değerlendirmelerde, öğrencilerin konuyu anlayıp anlamadığına ya da probleme cevap verip veremediğine odaklanılır. Ancak bunları bilmek kadar öğrencinin ne düzeyde yaptığını bilmek de önemlidir. Konu bilgisinin ya da problem çözümünün ne düzeyde olduğunu değerlendirmek ise niteliksel değerlendirme olarak ifade edilmektedir. SOLO taksonomisi ile yapılan değerlendirmelerde cevapların nitelik ve yapısı analiz edilerek düzeyi belirlenebilmektedir. Yani SOLO taksonomisi niteliksel değerlendirmeyi yapabilecek model ihtiyacını karşılamaktadır. Bu kapsamda SOLO taksonomisi eğitim öğretimde yüzeysel değerlendirme yapmak yerine derin değerlendirme yapmaya imkân sağlamaktadır (Görpe, 2022).

SOLO taksonomisi, farklı disiplinlerdeki çıktıları değerlendirme amacıyla bir model olarak ortaya çıkmıştır. Bu taksonomi geometrik düşünme, cebirsel düşünme, orantısal akıl yürütme veya gerçekçi matematik eğitimi gibi doğrudan matematik dersine yönelik geliştirilen bir model olmasa da matematik öğrenimi ve öğretiminde başarının değerlendirilmesinde kullanılabilir. Taksonominin matematik öğrenimi ve öğretiminde kullanılması, değerlendirmenin daha objektif yapılmasını ve öğrencilere daha anlamlı geri bildirimler verilmesini sağlar (Çetin ve İlhan, 2016). Sonuç olarak SOLO taksonomisinin öğrenmeyi değerlendirebilmek amacıyla kullanılabilecek etkili bir model olduğu söylenebilir.

2.8. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde cebirsel düşünme becerisi ve SOLO taksonomisi üzerine yapılan çalışmalar ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

2.8.1. Cebirsel düşünme becerisi üzerine yapılan çalışmalar

Cebirsel düşünme becerisinin erken yaşta geliştirilmesi gereken bir beceri olması ve matematik eğitiminde oldukça önemli bir yere sahip olmasından dolayı hem her yaş grubundan öğrenciler hem öğretmen adayları hem de öğretmenlerle yürütülen farklı kapsamda birçok çalışma mevcuttur. Ayrıca cebirsel düşünmenin farklı konu alanları ve düşünme türleri ile ilişkisini inceleyen çalışmalar da mevcuttur. İlk olarak öğrencilerle yürütülen araştırmalar incelenmiştir.

Cebirin öğrenciler tarafından zor anlaşılmasının nedenlerini inceleyen bir araştırma (Dede ve Argün, 2003) sonuçlarına göre, öğrencilerin zihinsel gelişim seviyeleri ve hazır bulunuşluk düzeyleri ile cebir öğretimindeki eksikliklerin cebirin zor anlaşılmasına neden olduğu belirtilmiştir. Ayrıca cebir öğretiminde geleneksel öğretim yöntemlerine alternatif olarak; elektronik tablolar yaklaşımı, fonksiyonel yaklaşım, örüntü yaklaşımı gibi alternatif yöntemlerin geliştirildiği vurgulanmıştır.

Cebir öğrenmede karşılaşılan zorlukları konu bazlı incelemek isteyen Kocamaz ve İkikardeş (2021), yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünmenin temeli olan örüntü konusunu öğrenmede karşılaştıkları zorlukları belirlemişlerdir. Araştırma bulguları incelendiğinde öğrencilerin örüntünün herhangi bir elemanının kaçıncı adımda yer aldığını belirlemekte zorlandıkları, en başarılı oldukları noktanın ise örüntünün modellenmesi olduğu görülmüştür. Ayrıca örüntünün belli bir bölümüne göre genelleme yapma eğilimine gitmekte oldukları belirlenmiştir.

Cebirsel düşünmenin oluşumunda ve gelişiminde etkili teorik alt yapıyı inceleyen bir araştırma (Steele ve Johanning, 2004) 7. sınıf düzeyinde 8 öğrenci ile gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin çeşitli problemleri çözerken kullandıkları şemalar incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin problemlerde şema oluşturmalarının cebirsel düşünmelerini geliştirdiği vurgulanmıştır.

Öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecini inceleyen araştırmalar mevcuttur. Akkan ve diğerleri (2012), ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerini problem çözme bağlamında incelemişlerdir. 24 öğrenci ile yürütülen araştırmada farklı stratejilerin kullanılması gereken iki problem veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin genellikle problem çözümünde aritmetik çözüm yöntemlerini kullandıkları, sınıf seviyesi arttıkça aritmetikten cebirsel çözüme geçişin arttığı ve aritmetikten cebire geçiş sürecinde farklı çözüm stratejilerinin kullanılmasının cebirsel düşünmeye katkı sağlayacağı sonuçlarına ulaşılmıştır.

Ortaokul öğrencilerinde cebirsel becerilerin ön koşul yeterliliklerini araştıran Bush ve Karp (2013), çalışmalarında öğrencileri cebire hazırlamak için kritik sürecin ortaokul yıllarına denk geldiğini ve ortaokulda cebir için ön koşul becerilerin; "Oran ve orantı, sayı sistemi, eşitlik ve denklem, fonksiyonlar" olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca okul öncesinden lise sona kadar öğretim programlarında tüm öğrencilerin sahip olması beklenen içeriklerin; "Örüntüleri, bağıntı ve fonksiyonları anlamak, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları yeniden gösterip analiz etmek, matematiksel modelleri kullanarak niceliksel ilişkileri anlamak ve temsil etmek, farklı içeriklerde değişimi analiz etmek" olduğunu belirtmişlerdir.

Ortaokulda farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin akıl yürütme ve çözüm stratejilerini inceleyen Girit ve Akyüz (2016), erken yaşlardaki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek için aritmetiği cebirle ilişkilendirmenin önemli olduğunu vurgulamışlardır. Erken cebir kavramının, genellikle 6 ila 12 yaş arasındaki öğrencilerin cebirsel düşünme sürecini ifade ettiği ve ilkokul müfredatındaki cebirin, ortaokul matematiği için bir hazırlık süreci olduğu vurgulanmıştır.

Cebirsel düşünmenin gelişiminde örüntü kavramının önemi birçok araştırmada vurgulanmaktadır. Bu kapsamda Fyfe, McLean ve McEldoon (2013), öğretimin ilk 4 yılında öğrencilere örüntü kavramının öğretilmesinin önemini araştırmışlardır. Araştırmada okul öncesi öğretmenlerinin, cebirsel düşünmenin önemli bir parçası olan örüntüyü anlatımlarıyla bütünleştirmeleri gerektiği vurgulanmıştır. Benzer bir araştırmada Lee ve Freiman (2006); çocukların erken yaşlarda örüntüsel çalışmaları daha kolay bir şekilde keşfedebildiğini ve örüntülerin cebire giriş için ön koşul olduğunu ve örüntünün anlatımına okul öncesinde başlanılması gerektiğini vurgulamışlardır. Cebirsel düşünme için erken yaşlara vurgu yapan bir diğer araştırmacılar Lee, Collins ve Melton (2016) çalışmalarında; cebirsel düşünmeye girişin 3-4 yaşlarında başlanmasının çok daha yararlı olacağını ve cebire; örüntüler, semboller ve materyaller arası ilişkiler gibi temel içerikler ile başlanması gerektiğini belirtmişlerdir.

Birinci sınıf öğrencilerinin sembol kulanım durumlarını inceleyen Brizuela ve diğerleri (2015), sembol kullanımının erken sınıflarda başlanmasının, öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi temsil etmelerini ve cebiri bir dil olarak kullanmalarını destekleyeceğini öne sürmüşlerdir. Çalışma sonucunda öğrencilerin cebir dilini problem çözme sürecinde esnek bir şekilde kullanmaları için birinci sınıftan itibaren cebir dilinin öğrencilere tanıtılması gerektiği önerilmiştir.

Uzun süreli bir araştırma yürüten Blanton ve diğerleri (2019), ilköğretim yıllarında cebirsel düşünmenin gelişimini üçüncü sınıftan beşinci sınıfa kadar boylamsal ve deneysel bir çalışmayla incelemişlerdir. Araştırmada öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin geliştirilebileceği vurgulanmıştır. Benzer olarak Kieran (2007) da cebirsel düşünmenin yaşa bağlı olarak geliştiğini vurgulamıştır.

Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme içeren problemlerdeki çözüm stratejilerini inceleyen bir araştırma (Johanning, 2004) sonucunda problemlerin çözüm sürecinde kullanılan stratejilerin sınıf düzeyine göre farklılaşmadığı ve genel olarak öğrencilerin sistematik tahmin ve kontrol stratejilerini kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırma sonucunda öğrencilerin problem içerisindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi fark edebildikleri ve bu ilişkileri ifade edebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin incelendiği farklı bir araştırmada öğrencilerin problem durumunda verilen değişkenler arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak genelleyebildikleri ancak denklem kuramadıkları sonucuna ulaşılmıştır (Zaelani, Marlina ve Effendi, 2020).

Cebirsel düşünmenin gelişiminde temel olan örüntü genellemeleri de araştırmalara konu olmuştur. Yakut Çakır ve Akyüz (2015), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin lineer olarak hazırlanmış şekil örüntülerini genellemeye yönelik problemleri çözerken kullandıkları genelleme stratejilerini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin yakın terimleri, uzak terimlere göre bulmada daha başarılı oldukları ve örüntüye ilişkin diğer terimleri terimler arası sabit farka odaklanarak ya da terimleri art arda yazarak elde etmeye çalıştıkları görülmüştür.

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini inceleyen araştırmalar mevcuttur. Gülpek (2006), 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini incelemiştir. Araştırmada öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinde sınıf seviyesine göre az miktarda artış olduğu ve cebirsel düşünme düzeyindeki gelişimin öğrencilerin ders başarılarını etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Benzer bir araştırmada 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmış ve çalışmada sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin %21'inin, yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin %37'sinin, altıncı sınıf düzeyindeki öğrencilerin ise %20'sinin cebirsel düşünmede dördüncü düzeye ulaşabildiği görülmüştür (Dikkartın ve Uyangör 2007).

Cebirsel düşünme becerilerini çeşitli taksonomiler kullanarak inceleyen araştırmalar da mevcuttur. Bağdat ve Saban (2014) çalışmalarında; 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini SOLO taksonomisi kullanarak incelemişler ve öğrencilerin en çok semboller ve cebirsel ilişkiler becerisine ait kavramlarda zorlandıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Nitel yöntemlerle öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri de incelenmiştir. Usta ve Gökkurt Özdemir (2018), ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini klinik görüşme yöntemi kullanarak incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin genellikle 1 ve 2. düzeyde sorulara doğru cevap verdikleri fakat 3 ve 4. düzeydeki soruları cevaplamakta zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin harfleri bilinmeyen olarak algılaması beklenirken harflere sayısal değerler verdikleri tespit edilmiştir.

Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini inceleyen bir başka araştırma Rahmawati ve diğerleri (2019) tarafından yürütülmüştür. Araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerileri incelenmiştir. Araştırmada öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri problem çözme, temsil kullanma, niceliksel muhakeme, aritmetiksel genelleme, matematiksel genelleme ve modelleme şeklinde ayrılmış ve öğrencilerin cebirsel düşünme özelliklerinde farklılıklar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin daha çok aritmetiksel genellemeler yaptığı da araştırmanın bir farklı bulgusudur.

Farklı öğretimlerin öğrencilerin cebir başarı düzeyinde etkisini inceleyen araştırmalar mevcuttur. Pugalee (2001), teknolojiyle desteklenen ve yapılandırmacı yaklaşımla tasarlanan bir öğretimle öğrencilerin cebir başarı düzeylerini incelemiştir. 9 hafta boyunca uygulananan dersler sonunda öğrencilerin cebir başarı düzeylerinin olumlu yönde etkilendiği görülmüştür. Cebir öğretiminde yapılandırmacı yaklaşımı kullanan bir başka araştırmada yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi incelenmiştir. Deneysel yöntemle gerçekleştirilen araştırma sonucunda yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ve matematiğe yönelik olumlu tutumlarını anlamlı derecede arttırdığı görülmüştür (Çağdaşer, 2008).

Çoklu temsil temelli öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin cebir performanslarına etkisini inceleyen Çıkla Akkuş (2004), 8 hafta süren deneysel araştırma sonucunda çoklu temsil temelli öğretim yapılan grubun kontrol grubuna kıyasla cebir performanslarının daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Örüntü temelli cebir öğretiminin cebirsel düşünme becerisine etkisi Palabıyık ve Akkuş İspir (2011) tarafından incelenmiştir. Çalışma sonucunda deney ve kontrol gruplarının Kavramsal Cebir Testi puanlarında anlamlı bir fark bulunurken İşlemsel Cebir Testi puanlarında anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Cebir öğretiminde yazma etkinliklerinin öğrencilerin cebir başarılarına olan etkisi incelenmiştir (Yılmaz, 2015). Üç hafta süren deneysel araştırma "Tam sayılar, cebir ve geometri" ünitesinin cebir öğrenme alanındaki konuların işlendiği süreçte gerçekleşmiştir. Araştırma sonucunda deney grubu öğrencilerinin cebir başarı ortalamalarının kontrol grubu öğrencilerine göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Farklı öğretim yaklaşımları kullanılarak 6. sınıfta eğitim görmekte olan öğrencilerin cebirsel öğrenme alanlarındaki akademik başarılarını artırmayı amaçlayan bir araştırma sonucunda farklı öğretim yaklaşımlarının cebir dersinde öğrencilerin başarısını artırdığı sonucuna ulaşılmıştır (Bal, 2016).

Özel olarak konu bazlı bir araştırma yürüten Yıldırım (2016), denklemler konusunun etkinliklerle öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini incelemiştir. Deney grubu öğrencileri denklemler konusunda hazırlanan etkinliklerle ders işlerken kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle ders işlenmiştir. Araştırma verilerinin analizi sonucunda deney grubu ile kontrol grubu öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır.

Öğrenme ortamının cebirsel düşünme becerisi üzerine etkisini incelemek isteyen Tekcan (2022), tam öğrenme ilkeleri doğrultusunda hazırlanan zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamının 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisini araştırmıştır. Karma yöntem kullanılarak yürütülen araştırmanın sonucunda yapılan uygulamanın öğrencilerin cebirsel düşünme becerisini geliştirmede orta düzeyde olumlu bir etkisinin olduğu belirlenmiş ve farklı düzeyde cebirsel düşünme becerisine sahip olan öğrencilerin seviyelerinin artarak birbirine yaklaştığı sonucuna ulaşılmıştır.

Cebirsel düşünme becerisi ile ilgili öğrencilerle yürütülen araştırmalarda genel olarak öğrencilerin cebir anlamaları ve cebirsel düşünmede zorlanmalarının nedenleri, cebirsel düşünmenin ön koşul ve temel becerileri ile cebirsel düşünme becerisi gerektiren konu ve problemlerde düşünme ve çözüm stratejilerine odaklanılmıştır. Ayrıca cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi, erken yaşta gelişimine vurgu yapılması ve farklı sınıf seviyelerinde cebirsel düşünmenin geliştirilmesine yönelik araştırmalar mevcuttur. Öğrencilerde cebirsel düşünmenin geliştirilmesine yönelik araştırmalar, farklı yöntemlerin cebirsel düşünmenin gelişimine etkisini incelemek amacıyla nicel yöntemler ile yürütülmüşlerdir. Cebirsel düşünme becerisi üzerine öğrencilerin yanı sıra öğretmen adayları ve öğretmenler ile yürütülmüş araştırmalar da mevcuttur.

Örüntülerin genellemesi öğrencilerle olduğu gibi öğretmen adaylarıyla da çalışılmıştır. Zazkis ve Liljedahl (2002), örüntülerin genellemesine ilişkin cebirsel düşünme ve cebirsel gösterim arasındaki ilişkiyi inceleme amacıyla 36 sınıf öğretmeni adayıyla araştırma yürütmüşlerdir. Öğretmen adaylarının görsel olarak sunulan sayı örüntülerini genelleme süreçlerini incelemişlerdir. Katılımcılara bir sayı dizisi verilerek bu dizideki örüntü ve ilişkileri keşfetmeleri istenmiştir. Ayrıca katılımcılara örüntüye ilişkin bir sonuç elde etmeleri değil örüntü ile ilgili düşündüklerini ve zihinlerinde yapılandırdıkları her bir aşama için açıklamaları istenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının cebirsel dil kullandıkları zaman cebirsel düşünme becerisi göstermedikleri, cebirsel dil ile ifade etmeye çalışmadıklarında ise cebirsel düşünme becerisi gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla katılımcıların cebirsel dil ve cebirsel düşünme arasındaki bağlantıyı kurmada zorlandıkları belirlenmiş ve buradan hareket edilerek cebirsel dil kullanmanın cebirsel düşünmenin ön şartı olamayacağını sonucuna ulaşılmıştır.

Cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde öğretmene vurgu yapan Blanton ve Kaput (2005a, 2005b), öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesinde sınıf ortamında öğretmen etkinliklerinin etkili olabileceğini savunmuşlardır. Ayrıca ilköğretim öğretmenlerinin cebirsel düşünmenin zengin ve bağlantılı yönleri hakkında eksikliklerinin olduğunu belirterek bu eksikliğin giderilmesi için öğretmenlere profesyonel destek verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Tunks ve Weller (2009) verilecek destekler ile ilköğretim öğretmenlerinin cebirsel düşünmeyi kazandırma durumlarının gelişebileceğini savunmuşlardır.

Öğrencilerde olduğu gibi öğretmen adaylarının da cebirsel düşünme becerileri çeşitli araştırmalarla incelenmiştir. Çelik (2007), öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerini SOLO taksonomisine göre incelemiştir. 8 matematik öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının çoğunluğu cebirsel ilişki ve sembolleri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma, genellemeleri formüle etmede, ilişkisel yapı düşünme seviyesi altında kalmışlardır.

Sınıf öğretmeni adaylarının örüntüleri genellemedeki bilişsel yapıları ve bu süreçte kullandıkları genelleme tipleri incelenmiştir (Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2013). 16 öğretmen adayı ile öğretim deneyi yöntemi kullanılarak yürütülen çalışma sonucunda ön görüşmelerde aritmetik genelleme ve olgunlaşmamış tümevarım yapan adayların tamamının son görüşmelerde cebirsel genellemeye ulaştıkları, bu süreçte de daha kolay geri çıkarım ve tümevarımsal muhakemeler gerçekleştirerek farklı ve karmaşık cebirsel genellemelerinde bu döngüyü tekrar ve tekrar yineledikleri görülmüştür. Ayrıca son görüşmelerde adayların görsel yaklaşımı daha sık kullandıkları ve bu yaklaşımlar altında kullandıkları genelleme stratejilerinin çeşitlendiği, temsil kullanımlarının geliştiği ve değişkenin bilinmeyen anlamından daha çok bağımlı bağımsız anlamını keşfettikleri sonucuna ulaşılmıştır.

İlkokul öğretmen adaylarının erken cebiri nasıl öğrendiklerini ve karşılaştıkları güçlükleri incelemeyi amaçlayan Hohensee (2017), değişkenler ve bilinmeyenler için informal temsiller geliştirmenin, eşittir işaretinin iki yorumunu öğrenmenin öğretmen adaylarını geliştirdiğini ve öğretmen adaylarının cebirsel ifadelerde yer alan ilişkileri tanımlamada, bilinmeyenleri ve değişkenleri ayırt etmede, formal cebir bilgilerini kullanmada zorluklar yaşadıklarını belirlemiştir.

Sınıf öğretmeni adaylarının erken cebire yönelik farkındalıklarını incelemeyi amaçlayan araştırma (Doğan Temur ve Turgut, 2018) sonucunda cinsiyet, sınıf düzeyi ve ortaöğretimden mezun olunan alan değişkenlerinin öğretmen adaylarının erken cebire yönelik farkındalıklarında istatistiksel olarak anlamlı bir etkisinin olmadığı, öğretimi tercih edilen dersler ve cebirsel biliş farkındalığı değişkenlerinin ise etkili olduğu görülmüştür. Aynı araştırmacılar (Turgut ve Doğan Temur, 2017), benzer bir çalışmayı sınıf öğretmenleri ile de yürütmüşlerdir. Araştırma sonucunda sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik bilgilerinin sınırlı olduğu görülmüş ve konu ile ilgili verilecek eğitim programlarının öğretmenlerde erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlayacağı belirtilmiştir.

Ortaokul matematik öğretmen adaylarının, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini fark etme becerileri örüntü genelleme bağlamında incelenmiştir (Özel, 2019). Araştırma bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının, öğrencilerin örüntü genelleme ile ilgili problem çözümlerini kanıtlar sunarak açıklayabildikleri ancak öğrenci çözümlerinden yola çıkarak öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini analiz etmede zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adayları öğrencilerin çözümlerini açıklarken yanlış çözümleri açıklamada doğru çözümler üzerine yorum yapma ile karşılaştırıldığında daha çok zorlandıkları sonucuna varılmıştır.

Aritmetikten cebire geçişte öğretmenlerin kullandıkları yöntemler de incelenmiştir. Bozkaya (2020), altıncı sınıf öğretmenlerinin aritmetikten cebire geçişte kullandıkları farklı yöntemleri incelemiştir. Araştırmada öğretmenlerin aritmetikten cebire geçişte farklı yöntemler kullandıkları belirlenmiş ve kullanılan bazı yöntemlerin öğrencilerin cebir kavramını anlamlandırma, problem çözme ve cebirsel akıl yürütme becerilerinin gelişimine fırsat verdiği sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin aritmetikten cebire geçişte günlük hayat problemleriyle konuyu özdeşleştiremedikleri ve aynı tarzda sorulara yer verdikleri görülmüştür.

Literatür incelendiğinde cebirsel düşünme ile ilgili çalışılan bir diğer konu alanı cebirsel düşünmenin farklı konu alanları ve düşünme türleri ile ilişkisidir.

Cebirin geometri ile olan ilişkisini inceleyen Charbonneau (1996), Yunan Geometrisinde yer alan cebirsel kuralların geometrik ispatlarını ve geometrik problemlerin cebirsel çözümlerini incelemiştir. Ek olarak cebirsel düşünme yollarından da bahsetmiştir.

Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geometri problemlerini çözerken nasıl kullandıklarını ve karşılaştıkları kavramsal güçlükleri araştıran Dindyal (2003), çalışmasının sonucunda öğrencilerin problemleri çözerken değişken kavramının doğasını anlama, formülleri kullanma, cebirsel ifade oluşturma, çoklu gösterimlerden yararlanma ve ilişkileri genellemeyi gerektiren durumlarda çeşitli kavramsal güçlüklere sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır.

7. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişki incelenmiştir (Öner Sünkür, İlhan ve Kılıç, 2012). Araştırma sonucunda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile mantıksal, sözel ve müzikal zekâları arasında anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Bedensel, görsel, sosyal, içsel ve doğacı zekâları arasındaki ilişki ise anlamlı bulunmamıştır.

Farklı düşünme türleri ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkiler de araştırmalara konu olmuştur. Oral, İlhan ve Kınay (2013), geometrik düşünme ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. 8. sınıf seviyesinde 515 öğrenci ile yürütülen çalışma sonucunda öğrencilerin cebirsel ve geometrik düşünme düzeyleri arasında orta düzeyde pozitif yönde anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Benzer bir araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Korelasyonel araştırma modeli kullanılarak yürütülen çalışma sonucunda geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki pozitif yönlü orta derecede anlamlı bir ilişki bulunmuştur (Kabatabak, 2019).

Cebirsel düşünmenin farklı matematik becerileri ile ilişkisi de incelenmiştir. Sayı (2018) ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyi ile problem kurma becerisi arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi ile problem kurma becerisi arasında pozitif yönde güçlü bir ilişki olduğu tespit dilmiştir.

Ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki incelenmiştir (Acar, 2019). Korelasyonel araştırma yöntemi ile yürütülen araştırma sonucunda öğrencilerin sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde güçlü bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

İlkokul beşinci sınıf öğrencilerinin orantısal muhakeme içeren problemlerde kullandıkları cebirsel muhakeme becerilerini inceleyen araştırma (Burgos ve Godino, 2019) sonucunda oran tabloları kullanmanın öğrencilerin cebirsel düşünmelerini destekleyebileceği görülmüştür. Buna ek olarak öğrencilerin problemlerin çözüm sürecindeki başarıları ile problemlerin çözüm sürecinde sergiledikleri cebirsel düşünmelerinin niteliğinin ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Son olarak Yılmaz (2023) yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemeleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 7. sınıf öğrencileri ile durum çalışması kullanılarak yürütülen araştırmanın sonucunda orantısal muhakeme ile cebirsel düşünme arasında karşılıklı ve birbirini destekler nitelikte bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmalarda görüldüğü üzere cebirsel düşünme becerisi, birçok düşünme türüyle ve birçok beceriyle ilişkilendirilebilir. Bu durum cebirsel düşünme becerisinin önemini ortaya koymaktadır.

2.8.2. SOLO taksonomisi üzerine yapılan çalışmalar

SOLO taksonomisi, içerikten bağımsız bir model olarak geliştirilmiş ve birçok farklı alanda (Burnett, 1999; Hodges ve Hurvey, 2003; McGee vd., 2000; Panizzon, 2003) kullanılmıştır. Ayrıca matematikte de öğrencilerin çeşitli matematik kavramları ile ilgili anlamalarını, matematiksel düşünme becerilerini ve problem çözme becerilerini (Bağdat, 2013, Çelik, 2007, Görpe, 2022; Groth, 2002; Groth ve Bergner, 2006, Jones vd., 2000; Karlı, 2019, Konyalıhatipoğlu, 2016, Köse, 2018, Lian ve Idris; 2006; Mooney, 2002; Pegg ve Coady, 1993; Pegg ve Davey, 1998; Pegg ve Tall, 2005; Vallecillos ve Mareno, 2002; Wongyai ve Kamol, 2004; Yurtyapan ve Kaleli Yılmaz, 2021) tanımlamak ve yorumlamak amacıyla kullanılmaktadır. Aşağıda bu çalışmalardan bazıları özetlenmiştir:

Literatür incelendiğinde SOLO taksonomisinin istatistiksel kavramlar, istatistik konusundaki öğrenmeler, istatistiksel okuryazarlık ve istatistiksel düşünmenin değerlendirilmesi amacıyla kullanıldığı görülmektedir. Jones ve diğerleri (2000) tarafından yapılan araştırmada ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin istatistiksel düşüncelerini sistemli bir şekilde analiz eden bir model geliştirilmiştir. Modelde öğrencilerin istatistiksel düşünceyi nasıl geliştirdiklerini anlamak için öznellikten, sayısal akıl yürütmeye doğru gelişme kaydeden dört düşünce seviyesi ortaya çıkmıştır. Bu seviyelerde veriyi betimleme, düzenleme, temsil etme ve analiz etme, yorumlama alt süreçlerini açıklamışlardır. Her seviyede öğrencinin süreçlerde neler yaptıkları ve kavramlara hangi anlamlar yükledikleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Son olarak bu modelde belirlenen düşünce seviyeleri SOLO taksonomisinde yer alan seviyeler ve alt düşünce düzeyleriyle ilişkilendirilmiştir.

İstatistik konusunda yürütülen bir başka araştırmada Vallecillos ve Moreno (2002) ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin çıkarımsal istatistik konusundaki öğrenmelerini değerlendirmek ve tanımlamak amacıyla SOLO taksonomisini temel alan bir model geliştirmişlerdir. Araştırmada, evren, örneklem, aralarındaki ilişkiler, çıkarımsal süreçler, örneklemin büyüklüğü ve örnekleme teknikleri gibi bileşenler, modelin temel unsurları olarak belirlenmiştir.

6, 7 ve 8. sınıf düzeyinde 12 öğrencinin istatistiksel düşüncelerini belirlemek amacıyla yürütülen bir çalışmada (Mooney, 2002) dört temel istatistiksel süreç üzerinde durulmuştur. Bu amaçla, öğrencilere yöneltilen yedi problem ve alt problemler aracılığıyla istatistiksel süreçler değerlendirilmiştir. Araştırmacı öğrenci cevaplarını değerlendirmede SOLO taksonomisi ve literatür taramasına göre geliştirdiği istatistiksel düşünce çerçevesinden yararlanmıştır. Bu sayede öğrencilerin süreçlere göre istatistiksel düşüncelerini seviyelendirmiştir. Ayrıca belirlenen seviyeler, Biggs ve Collis'in (1991) SOLO taksonomisine geliştirdikleri genel düşünce modeli ile ilişkilendirilmiş ve istatistiksel düşünce kavramını incelemek için SOLO taksonomisinin uygun olduğu ortaya konmuştur.

İstatistik konusunda öğrencilerin yanı sıra öğretmen adayları ile yürütülen çalışmalar da mevcuttur. Groth ve Bergner (2006) tarafından yürütülen araştırmada, öğretmen adaylarının istatistik kavramlarına ilişkin anlayışlarını değerlendirmek amacıyla yazılı sınav sorularına verdikleri cevaplar, SOLO taksonomisi kullanılarak yorumlanmıştır. Araştırmacılar, öğretmen adaylarının cevaplarından dört farklı seviye belirlemişlerdir. Cevaplar genellikle çok yönlü düşünme seviyesinde toplanmıştır. Bu sonuçlarla araştırmacılar SOLO taksonomisinin öğretmen adaylarının düşüncelerini sınıflandırmak için uygun bir yöntem olduğunu belirtmişlerdir.

Ortaokul öğrencilerinin veriyi betimleme, düzenleme, temsil etme, analiz etme ve yorumlama süreçlerindeki istatistiksel düşüncelerini SOLO taksonomisine göre değerlendirmeyi amaçlayan Akkaş (2009), her sınıf düzeyinden matematik derslerinde heterojen başarı düzeyine sahip 10 öğrenciyle çalışmıştır. Mooney'in (2002) çalışmasında kullandığı sorular bazı değişikliklerle Türkçeye uyarlanarak öğrencilere uygulanmış ve öğrencilerin SOLO seviyeleri belirlenmiştir. Araştırma sonuçları öğrencilerin veriyi betimleme sürecinde SOLO taksonomisine göre üst seviyelerde yer aldığını diğer süreçlerde ise genel olarak 2 ve 3. seviyelerde olduklarını göstermiştir. Ancak soyutlanmış yapı seviyesine ulaşabilen öğrenci olmamıştır. Son olarak, araştırmada, öğrencilerin istatistiksel düşüncelerinin sınıf düzeyine göre artmadığı, ancak matematik başarısına göre erkek öğrenciler lehine artış gösterdiği tespit edilmiştir.

SOLO taksonomisi istatistiksel okuryazarlığın değerlendirilmesinde de kullanılmıştır. Ardıç, Yılmaz ve Demir (2012), 8. sınıfta okumakta olan öğrencilerin merkezi yayılım ve eğilim ölçüleri konusundaki istatistiksel okuryazarlık seviyelerini SOLO taksonomisine göre incelemişlerdir. 9 öğrenci ile yürütülen araştırmada öğrencilere merkezi yayılım ve eğilim ölçüleri konusunda 3 açık uçlu soru yöneltilmiş ve öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Bulgular incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun istatistiksel okuryazarlık düzeylerinin çok yönlü yapı seviyesinde olduğu, soyutlanmış yapı seviyesinde öğrenci bulunmadığı tespit edilmiştir.

SOLO taksonomisinin değerlendirmede kullanıldığı bir başka alan uzamsal yetenektir. Koç ve diğerleri (2011), ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin uzamsal yeteneğin bir parçası olan görselleştirme becerilerini belirlemek için SOLO modelini kullanan bir ölçme aracı geliştirmişlerdir. Çalışma kapsamında, öğrencilerin görselleştirme becerilerini SOLO taksonomisine göre belirlemek için 15 açık uçlu sorudan oluşan Uzamsal Görselleştirme Testi oluşturmuşlardır. Benzer şekilde Aykan (2013) da ortaokul düzeyinde farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin uzamsal becerilerinin incelenmesinde SOLO taksonomisini kullanmıştır.

Uzamsal yetenek konusunda öğrencilerin yanı sıra öğretmen adayları ile yürütülen çalışmalar da mevcuttur. Göktepe ve Özdemir (2013), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerini SOLO taksonomisi kullanarak incelemişlerdir. Purdue Uzamsal Görselleştirme Testi uygulanarak seçilen 6 katılımcıya araştırmacılar tarafından geliştirilen geometri başarı testi uygulanmış ve ardından klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. SOLO taksonomisi kullanılarak yapılan analizler sonucunda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinin çok yönlü yapı seviyesinde olduğu belirlenmiştir.

Üst düzey uzamsal düşünme yeteneğine sahip öğretmen adaylarının düşünme yapılarına göre SOLO taksonomisi düzeylerini inceleyen Köse (2018), araştırması kapsamında 11 öğretmen adayıyla çalışmıştır. Matematiksel süreç testi uygulanarak öğretmen adayları analitik, geometrik ve harmonik düşünme yapıları açısından üç gruba ayrılmıştır. Daha sonra araştırmacı tarafından geliştirilen analitik geometri testi soruları üzerinden klinik mülakatlar yapılarak SOLO seviyeleri belirlenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre, her bir düşünme yapısına sahip öğretmen adaylarının SOLO taksonomisine göre çok yönlü yapı seviyesinde yoğunlaştıkları ve soyutlanmış yapı seviyesine çok az öğretmenin çıkabildiği görülmüştür. Araştırmacılar bu durumun, öğretmen adaylarının problem çözme için gerekli donanıma sahip olduklarını ancak bilgileri birbiriyle ilişkilendirme ve genellemelere ulaşma konusunda yetersiz kaldıkları ile açıklanabileceğini belirtmişlerdir.

Geometrik düşünme düzeylerinin ve geometri konularındaki öğrenme düzeylerinin belirlenmesinde de SOLO taksonomisinin kullanıldığı araştırmalar bulunmaktadır. Yurtyapan ve Kaleli Yılmaz (2021), öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerini SOLO taksonomisi kullanarak incelemişlerdir. Başlangıçta 80 öğretmen adayının problemlere verdikleri cevaplar incelenmiş ve sonrasında seçilen 15 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının genel olarak ilişkisel yapı seviyesinin altında kaldıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının konu ile ilgili gerekli bilgiye sahip olmalarına rağmen bilgiler arasında ve bilgiler ile gerçek hayat durumları arasında ilişki kurmakta güçlük yaşadıkları görülmüştür.

Dinamik geometri yazılımı kullanılarak çokgenler konusunda verilen eğitim sonucunda 7. sınıf öğrencilerinin öğrenme düzeyini belirlemek için SOLO taksonomisi kullanılmıştır (Konyalıhatipoğlu, 2016). Düşünme stilleri olarak analitik ve bütüncül düşünme stiline sahip olan öğrencilere ön düzey tespit sınavı yapılarak SOLO taksonomisine göre hangi seviyede oldukları belirlenmiştir. Daha sonra GeoGebra yazılımı kullanılarak verilen 21 saatlik çokgenler eğitiminin ardından öğrencilerin SOLO taksonomisine göre daha üst seviyeye uygun cevaplar verebildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Geometri konularındaki öğrenme düzeyinin belirlenmesinde SOLO taksonomisini kullanan Kılıç (2020), 45 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürüttüğü çalışmada dönüşüm geometrisi konusunda kavram karikatürü etkinlikleri ile gerçekleşen öğretim sürecindeki öğrenmeleri SOLO taksonomisi kullanarak incelemiştir. Araştırmada 9 kavram karikatürü etkinliği kullanılmıştır. Bulgular incelendiğinde öğrencilerin cevaplarının çoğunluğunun ilişkisel yapı seviyesinin altında kaldığı tespit edilmiştir.

SOLO taksonomisi dörtgenler konusundaki öğrenmelerin değerlendirilmesi için de kullanılmıştır. Kırıcı (2023) ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki öğrenmelerini SOLO taksonomisini kullanarak incelemiştir. Araştırma 8 öğrenci ile gerçekleştirilmiş olup veri toplama aracı olarak kavramsal bilgi testi ve işlemsel bilgi testi kullanılmıştır. Veriler oluşturulan SOLO rubriklerine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları öğrenci cevaplarının büyük çoğunluğunun tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeyinde olduğunu, ilişkisel yapı düzeyinde cevapların ise oldukça az olduğunu göstermiştir.

Soyut düşünme, orantısal akıl yürütme ve problem çözme becerilerinin değerlendirilmesinde de SOLO taksonomisi etkili bir model olarak kullanılmaktadır. Kusmaryono ve diğerleri (2018), Endonezya'daki sekizinci sınıf öğrencilerinin soyut düşünme becerilerini araştırmışlardır. Öğrenciler soyut düşünme testine verdikleri cevaplara göre alt, orta ve üst düşünme becerileri düzeylerine göre gruplandırılmış ve her gruptan 2 öğrenciyle mülakat yapılmıştır. Öğrencilere çokyüzlüler konusu 5 hafta boyunca anlatılmış ve ardından araştırmacılar tarafından geliştirilen iki maddelik test ile öğrencilerin soyut düşünme becerileri SOLO taksonomisi kullanılarak incelenmiştir. Araştırmanın sonucuna göre, alt düzey düşünme becerilerine sahip öğrencilerin SOLO taksonomisine göre tek yönlü ve çok yönlü yapıda oldukları, orta düzey düşünme becerilerine sahip öğrencilerin ise çok yönlü ve ilişkisel yapıda oldukları görülmüştür. Üst düzey düşünme becerisine sahip öğrencilerin ise ilişkisel ve soyutlanmış yapı seviyelerine ulaşabildikleri belirlenmiştir.

7. sınıfta eğitim gören öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ve yaptıkları hataları SOLO taksonomisi kullanarak inceleyen Karlı (2019), araştırması kapsamında 5 öğrenci ile klinik mülakatlar yapmıştır. Orantısal düşünme becerisi puanlarına göre yüksek puan alan öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genel olarak ilişkilendirilmiş ve soyutlanmış yapı düzeyinde, orta ve düşük puan alan öğrencilerin ise tek yönlü ve çok yönlü yapı seviyesinde oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Ortaokul öğrencilerinin problem çözme becerileri SOLO taksonomisine göre incelenmiştir (Görpe, 2022). Araştırma kapsamında ilk olarak 10 açık uçlu problemden oluşan problem çözme testi 305 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmış ve sonrasında öğrencilerin cevapları incelenerek 19 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunlukla tek yönlü ve çok yönlü yapı seviyelerine uygun cevaplar verdikleri, üst düzey düşünme seviyelerine ulaşan öğrencilerin az olduğu ve yapı öncesi seviyedeki öğrencilerin daha fazla olduğu görülmüştür. Araştırmada SOLO taksonomisinin, problem çözme becerilerinin incelenmesinde etkin bir araç olduğu, konu eksiklerini ve kavram yanılgılarını tespit etmede kolaylık sağladığı ve matematik derslerinde değerlendirme aşamasında kullanılmasının uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Cebirsel düşünme düzeylerinin ve cebir konularındaki öğrenme düzeylerinin belirlenmesinde SOLO taksonomisi etkili bir model olarak sıklıkla kullanılmaktadır. Wongyai ve Kamol (2004), 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini SOLO taksonomisi kullanarak incelemek amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu çalışma kapsamında, cebirsel düşünmenin çekirdek becerilerini model (örüntü), gösterim ve değişken olarak ifade etmişlerdir. İki aşamalı olarak yürütülen çalışmanın, ilk aşamasında olası cevaplar elde etmek için öğrencilere bilgilendirici sorular yöneltilmiş ve bir çerçeve oluşturulmuştur. İkinci aşamada ise öğrencilerin cevapları ve röportajlar incelenmiş ve bu cevaplar SOLO taksonomisi seviyelerine göre değerlendirilmiştir.

10. sınıf öğrencilerinin lineer denklemleri kullanmayı gerektiren cebirsel çözme becerileri Lian ve Idris (2006) tarafından SOLO taksonomisi kullanılarak incelenmiştir. Çalışmada araştırmacılar tarafından hazırlanan SOLO taksonomisinin her seviyesinde cevapların elde edilebileceği sorulardan oluşan sekiz açık uçlu problem içeren ölçme aracı kullanılmıştır. İlk olarak 40 öğrenciye test uygulanmış ve sonuçları analiz edilerek her seviyeden iki öğrenci seçilmiştir. Sonrasında seçilen öğrenciler ile klinik mülakatlar yapılarak çözüm süreçleri detaylı incelenmiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin genel olarak tek yönlü ve çok yönlü yapı seviyesinde yer aldıkları görülmüştür. Öğrencilerin çoğu cebirsel semboller kullanarak genellemeleri ifade etmede zorlanmışlardır. Ayrıca alt seviyede bulunan öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkileri ifade etmek için gerekli cebirsel kavramlarla ilgili anlamaları zayıftır ve daha çok sayarak, çizim yaparak sonuca ulaşmaya çalışırken üst seviyede bulunan öğrenciler lineer örüntüyü arama ve değişkenler arasındaki ilişkiyi belirlemede başarılı olmuşlardır. Araştırma sonuçları, üst sınıf seviyesinde öğrencilerin cebirsel çözüm becerilerini değerlendirmede SOLO taksonomisinin kullanılabileceğini göstermiştir.

SOLO taksonomisi kullanılarak öğretmen adayları ile yürütülmüş çalışmalar da mevcuttur. Çelik (2007) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, 8 matematik öğretmen adayıyla birlikte, cebirsel düşünme becerilerini gerektiren 11 problem üzerinde çalışılmış ve öğretmen adaylarıyla klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarına mülakat süresince Derive programını istedikleri şekilde kullanma izni verilmiş ve bu program aracılığıyla araştırmacı, öğretmen adaylarının düşüncelerini gözlemleme fırsatı bulmuştur. Yapılan analizlerde, çoğu öğretmen adayının semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden faydalanma ve genellemeleri formüle etme konularında ilişkisel yapı düşünme seviyesinin altında olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçla ilgili araştırmacı, öğretmen adaylarının sahip oldukları yeterlilikleri tutarlı bir yapı haline dönüştürme konusunda zorluk yaşadıkları tespitine ulaşmıştır.

Cebirsel düşünme becerilerini SOLO taksonomisi kullanarak belirlemeye yönelik bir çerçeve geliştirmeyi amaçlayan Kamol ve Yeap (2010) 4, 5 ve 6. sınıflardan seçilen toplam 128 öğrenciyle çalışmışlardır. Öğrencilerin istenilen görevlere verdikleri cevaplara göre dört seviye belirlenmiştir. Birinci seviyede öğrenciler, görevi ya anlamamışlar ya da ilgisiz cevaplar vermişlerdir. İkinci seviyede öğrenciler, görevi anlamış ancak daha ileri aşamalara götürememişlerdir. Üçüncü seviyede öğrenciler, görevi tamamlayabilmiş ancak görevler arası ilişki kuramamışlardır. Dördüncü seviyede ise öğrenciler, verilerin birçok yönü arasında ilişki kurabilmiş ve kullanabilmişlerdir.

8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerileri SOLO taksonomisi kullanılarak Bağdat (2013) tarafından incelenmiştir. Araştırma kapsamında 8 farklı problem hazırlanmış ve 15 öğrenci ile bu problemler üzerinde klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bulgular, öğrencilerin SOLO taksonomisine göre ilişkisel yapı seviyesinin altında yoğunlaştığını göstermiştir. Özellikle, öğrencilerin sözel olarak verilen problemleri cebirsel olarak ifade etmede zorlandıkları ve en çok sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanmada güçlük çektikleri belirlenmiştir. Ayrıca akademik başarısı yüksek olan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin diğer öğrencilere kıyasla daha gelişmiş olduğu tespit edilmiştir.

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusundaki bilgilerini değerlendirmek amacıyla kurdukları problem durumları üzerinden bir inceleme İncikabı ve Biber (2016) tarafından yapılmıştır. Araştırmada, 67 öğretmen adayına yöneltilen problem kurma testinin cevapları, SOLO taksonomisi kullanılarak incelenmiştir. Yapılan durum çalışması sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının bilgi seviyelerinin genellikle tek yönlü, çok yönlü ve ilişkisel yapı seviyelerinde olduğu belirlenmiştir. Ancak, soyutlanmış yapı seviyesinde bilgiye ulaşabilen öğretmen adayı sayısı oldukça azdır.

Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunda bilgi düzeylerinin tespit edilmesi ve karşılaştırılmasını amaçlayan bir araştırmada veri toplama aracı olan testin analizinde SOLO taksonomisi kullanılmıştır (Elazzabi, 2020). Araştırma sonucunda sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanabilme becerisinde öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genel olarak çok yönlü yapı düzeyinde oldukları tespit edilmiş ve bu beceride Türk öğrencilerin Libyalı öğrencilere göre daha yüksek düzeyde oldukları görülmüştür. Çoklu temsilleri kullanabilme becerisinde öğrenciler SOLO taksonomisine göre çoğunlukla tek yönlü ve çok yönlü yapı seviyesinde bulunmuşlar, Libyalı ve Türk öğrencilerin bu beceride aynı düzeyde oldukları belirlenmiştir. Genellemeleri formüle etme becerisinde ise Türk ve Libyalı öğrenciler genellikle SOLO taksonomisine göre ilişkisel yapı seviyesinde yığılmışlardır. Ek olarak bu beceri yönünden Libyalı ve Türk öğrenciler arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini incelemeyi amaçlayan Yılmaz (2022) araştırmasında 6 açık uçlu sorudan oluşan bir form kullanarak 251 öğrenciden veri toplamıştır. Öğrencilerin cevapları SOLO taksonomisine göre analiz edilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre cebirsel düşünmenin tüm alt becerileri ile SOLO taksonomisi düzeyi arasında yüksek bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca cebirsel düşünme düzeyleri ile SOLO taksonomi düzeyleri arasında yüksek bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Bu araştırmaların tamamında öğrencilerin öğrenmelerini, bilgi ve becerilerini, anlamalarını ve düşünmelerini değerlendirmek ve derinlemesine incelemek için SOLO taksonomisinin etkili ve kullanılabilir bir model olduğu belirtilmektedir (Çelik, 2007; Konyalıhatipoğlu, 2016).

SOLO taksonomisi ek olarak matematik öğretim programı kazanımlarının, matematik ders kitaplarındaki değerlendirme sorularının ve merkezi sınav sorularının değerlendirilmesinde de bir çerçeve olarak kullanılmaktadır. Erbaş (2021), ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımları ve ders kitaplarındaki değerlendirme sorularını SOLO taksonomisi düzeylerine göre incelemiştir. Araştırma sonucunda, 5. sınıftaki kazanımların SOLO seviyelerinin birbirine yakın olduğu ancak 6 ve 7. sınıfta SOLO düzeylerinin çok yönlü yapı düzeyinde ağırlıkta olduğu, tek yönlü yapının daha az olduğu belirlenmiştir. Benzer olarak 8. sınıftaki kazanımların da en fazla çok yönlü yapı, en az ise soyutlanmış yapı olduğu görülmüştür. Değerlendirme sorularının analizi sonucunda, tüm sınıf düzeylerinde seviyelerin yüzdelik dağılımlarının yakın olduğu tespit edilmiştir. Araştırmanın en önemli sonucu kazanımların ve soruların en fazla çok yönlü yapı düzeyi ve az sayıda soyutlanmış yapı düzeyinin olmasıdır.

Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınav sorularını SOLO taksonomisi kullanarak değerlendiren Bal (2022), araştırma kapsamında 80 adet merkezi sınav sorusunu incelemiştir. Araştırma dokümanlarının SOLO taksonomisi kapsamında analizi sonucunda sınav sorularının genel olarak çok yönlü yapı ve ilişkisel yapı seviyelerinde olduğu belirlenmiştir. Soyutlanmış yapı seviyesinde %1 oranında soru bulunması araştırmanın dikkat çeken bulguları arasındadır.

9. sınıf matematik ders kitaplarındaki değerlendirme soruları ile üniversiteye giriş sınavı temel yeterlilik matematik testi soruları SOLO taksonomisi kullanılarak incelenmiştir (Öğdem, 2022). Ders kitaplarındaki değerlendirme sorularının SOLO taksonomisine göre en fazla çok yönlü yapı, en az soyutlanmış yapı seviyesinde olduğu görülmüştür. Temel yeterlilik testi sorularının ise en fazla ilişkisel yapı seviyesinde olduğu, soyutlanmış yapı ve tek yönlü seviyelerinin daha az olduğu tespit edilmiştir. Araştırma sonucunda ders kitapları ile üniversite soruları arasında paralellik olmadığı belirlenmiştir.

Ortaokul matematik ders kitaplarındaki ünite sonu değerlendirme soruları ile matematik öğretim programı kazanımları SOLO taksonomisine göre incelenmiştir (Dilekçi (2022). Araştırma sonucunda sınıf düzeyi arttıkça ilişkisel yapı seviyesine karşılık gelen kazanımların sayısı artarken tek yönlü yapı seviyesine karşılık gelen kazanımların sayısının azaldığı belirlenmiştir. Ünite değerlendirme sorularında ise sınıf seviyesi ilerledikçe ilişkisel yapı seviyesindeki soruların arttığı soyutlanmış yapı seviyesindeki soru sayısının azaldığı tespit edilmiştir.

Son olarak Acar ve Peker (2023) tarafından yapılan çalışmada Ortaokul (5-8. sınıflar) Matematik Dersi Öğretim Programı kazanımlarının SOLO taksonomisine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma sonucunda öğretim programı kazanımlarında tek yönlü yapı ile çok yönlü yapı seviyelerinin ağırlıkta olduğu, onları soyutlanmış yapı seviyesinin takip ettiği görülmüştür. Tek yönlü yapı seviyesinin tüm sınıf düzeylerine göre en fazla temsil edilen seviye olduğu, ilişkisel yapı seviyesinin ise en az temsil edilen seviye olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak SOLO taksonomisi çeşitli araştırmalarda kullanılmış olup öğrenme çıktılarının ve öğretim programları kazanımlarının, ders kitapları ve merkezi sınav sorularının değerlendirilmesinde bir çerçeve olarak kullanılan etkili bir modeldir.

BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırma ortamı ve katılımcılar, araştırmacının rolü, verilerin toplanması ve araştırma süreci, veri toplama araçları, verilerin analizi ve araştırmanın geçerliği ve güvenirliği üzerine bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. Öncelikle katılımcıların uygulama öncesi mevcut cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değerlendirilmesi ve ardından tasarlanan bir dizi öğretim seansı ile bu becerilerin zamanla nasıl bir değişime uğradığının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişim sürecinin doğrudan gözlenmesi, yansıtılması ve geliştirilmesi hedeflendiğinden araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı çerçevesinde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin incelenmesine ve geliştirilmesine ve süreç boyunca elde edilen verilere dayalı olarak öğretimlerin düzenlenmesine olanak sağlaması açısından öğretim deneyi (teaching experiment) yönteminin kullanılmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

Öğretim deneyi, araştırmacıların araştırma amaçlarına uygun olarak hazırladıkları yeni öğrenme ortamları içerisinde katılımcıların zihinsel işlemlerinin nasıl gelişim gösterdiğini deneyimlemelerini sağlayan bir araçtır (Elstak, 2007; Kantowski, 1977; Steffe ve Thompson, 2000). Steffe ve Thompson (2000), öğretim deneyi yönteminin kullanılmasındaki temel amacın, öğrencilerin matematik öğrenmelerini ve muhakeme süreçlerini ilk elden deneyimlemek olduğunu belirtmişlerdir. Yapılandırmacı yaklaşımın eğitim-öğretim sürecinde yer almasıyla birlikte, geleneksel öğretim metotlarından ayrılarak, bireyin öğrenme sürecine odaklanan yeni yaklaşımlardan biri olan öğretim deneyi yöntemi, eğitim çalışmalarında diğer bilinen araştırma metotlarıyla kıyaslandığında oldukça yenilikçi ve güncel bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır (Anderson ve Shattuck, 2012).

Öğretim deneyi, öğrencilerin matematik bilgilerinin niteliğini ve öğrenme ortamlarında nasıl değiştiğini yakından deneyimleme fırsatı sunan öğretim temelli bir araştırma desenidir (Czarnocha ve Maj, 2008). Bu yöntem, matematik alanının hem teorik hem de pratik yönlerine odaklanır ve elde edilen sonuçlar, eğitimciler için öğrenci matematiğini anlamada önemli ipuçları sağlar (Uygan, 2019).

Öğretim deneyi yönteminin, deneysel araştırmalar ile cevaplanamayan soruları cevaplandırma isteği ile ortaya çıktığı söylenebilir (Steffe ve Thompson, 2000). Bu sorular, öğrencilerin anlamlandırmayı nasıl yaptıkları (Confrey, 2006; Steffe ve Ulrich, 2014), sosyal yapılandırmacı bir öğrenme ortamında nasıl öğrendikleri ve bilişsel ilerlemelerinin nasıl gerçekleştiği şeklinde ele alınabilir (Sinclair, 1987). Araştırmacı aynı zamanda öğretici rolünde olup katılımcılar ile karşılıklı bir etkileşim içerisindedir (Cobb ve Steffe, 1983). Bu kapsamda öğretim deneyi araştırmalarında "destekleyici" kavramı oldukça önemlidir. Bu kavram, öğretmenin bir öğrenme ortamında öğrenciye sağladığı rehberlik ve desteği belirtmektedir (Bakker ve Smit, 2017). Öğretmenin ana işinin, öğrencilerin eylemlerinin arkasında yatan anlamları sürekli olarak incelemesi ve onlara rehberlik etmesi şeklinde ifade edilebilir (Peker ve Acar, 2023). Bu yönüyle dinamik bir yöntemdir (Steffe ve Thompson, 2000). Öğrencilerin öğrenme düzeyini ve gelişimini belirgin bir şekilde ortaya çıkarabilecek en uygun yöntemlerden biri olarak değerlendirilebilir (Kelly ve Lesh, 2000). Dolayısıyla oldukça değerli bir yöntemdir.

Öğretim deneyi temel olarak, öğrencilerle bireysel olarak gerçekleştirilen klinik görüşmeler ve öğrencilerdeki değişimin incelenebileceği kadar geniş bir zamana yayılan bir dizi öğretim seansından oluşmaktadır (Cobb ve Steffe, 1983). Kısaca araştırmanın başında ve sonunda yapılan klinik görüşmeler ile bunlar arsındaki öğretim seansları aşamasından oluşmaktadır (Toluk, 2002). Klinik görüşme özel problem durumları oluşturan, araştırmacının problemlerin çözümü için öğrenci ile arasındaki diyalogları içeren bir görüşme türü olarak tanımlanabilir (Ginsburg, 1997). Araştırmacının görevi, öğrencilerin belirli matematiksel problem durumları üzerine düşünebilecekleri sorular hazırlayarak öğrencinin var olan matematik bilgisine ve düşünme sürecine yönelik çıkarımlarda bulunabilmektir (Goldin, 1997). Öğretim deneyini oluşturan bir diğer önemli parça olan öğretim seansları ile öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini incelemek amaçlanmaktadır. Her bir öğretim seansı sonunda, sürekli analizler yapılarak sonraki öğretim seansları düzenlenmektedir. Ayrıca süreç içerisinde öğrencinin matematik bilgisinin nasıl geliştirilebileceğine yönelik sürekli denenen ve yeniden düzenlenen varsayımlar bulunmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000). Bu varsayımların deneysel araştırmalardaki hipotezlerden farklı olarak ispatlanması ya da reddedilmesi söz konusu değildir (Steffe, 1991).

Eğitim alanında önemli katkılar sağlayan bir yöntem olan öğretim deneyi, özellikle matematik öğrenme süreçlerinin anlaşılmasında ve öğretmenlerin, öğrencilerin matematik bilgilerini değerlendirmesinde etkilidir (Simon, 1995; Steffe ve Olive, 2010). Araştırmacılar öğretim sürecine ve öğrenme ortamına aktif olarak katılarak öğrencilerin matematik bilgi ve deneyimlerini yakından incelerler. Öğretim deneyleri ile sadece öğrencinin belirli bir zamandaki matematik bilgisi değil, aynı zamanda süreç içindeki değişen matematik bilgisi de kapsamlı bir şekilde incelenmektedir (Uygan, 2019). Bunun yanı sıra, sınıfta gerçekleştirilen öğretim deneylerinde araştırmacılar öğrenmede etkili olan sosyal ve sosyo-matematiksel normlarla ilgili bilgi sahibi olabilmektedirler (Cobb, 2000; Cobb ve Yackel, 1996; Cobb, Yackel ve Wood, 1989). Ayrıca öğretim deneyleri süresince yapılan analizler, öğrenme etkinliklerinin hangi durumda ve özellikte en etkili şekilde gerçekleştiğini belirlemek için önemli verilere ulaşmayı sağlar (Engelhardt vd., 2004). Matematik eğitimiyle ilgili araştırmalarda öğretim deneylerini, öğretim sürecini içermeyen diğer araştırmalardan farklı kılan bir husus da öğrencilerin zihninde matematiksel kavramları inşa etme süreçlerine ilişkin detaylı bilgiler sunabilmesidir (Gelici, 2022). Bu yöntemle yapılan araştırmaların en önemli sınırlılığı ise araştırmayı yürütecek araştırmacıların öğretmenlik tecrübelerinin olmaması ya da araştırmaya katılacak öğrencilerin ön matematik bilgileri konusunda bilgi sahibi olmamalarıdır (Steffe ve Thompson, 2000). Ayrıca dikkatsiz yapılan analizler sonucu oluşacak eksiklikler de yöntemin sınırlılıkları arasında sayılabilir (Uygan, 2019).

Öğretim deneyi yönteminin “Tasarım Tabanlı Araştırma”, “Eylem Araştırması” ve “Deneysel Araştırmalar” ile bazı yönlerden karıştırıldığı görülmektedir. Öncelikle, tasarım tabanlı araştırmalar mühendislik süreçlerine dayanırken, öğretim deneyi yöntemi matematik eğitimi odaklıdır. Tasarım tabanlı araştırmalarda öğrenme süreci zaman içinde şekillendirilir ve belirli bir bağlamda sistematik bir şekilde desteklenirken (Cobb vd., 2003; Lesh ve Sriraman, 2005), öğretim deneyi yöntemi öğrencilerin sosyal-yapılandırmacı bir öğrenme ortamında nasıl öğrendiklerini ve bilişsel olarak nasıl ilerlediklerini anlamaya odaklanır (Sinclair, 1987). Özetle, tasarım tabanlı araştırmalar eğitim tasarımı ve programlarını optimize etmeyi amaçlarken (Aşık ve Yılmaz, 2017), öğretim deneyi yöntemi öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini anlamaya odaklanır (Sinclair, 1987). Son olarak öğretim deneyinde öğrencilerin nasıl öğrendikleri incelenirken tasarım tabanlı araştırmalarda yeni bir öğretim yaklaşımı/teorisi geliştirmek hedeflenmektedir (Aşık ve Yılmaz, 2017).

Öğretim deneyi ve eylem araştırmalarının her ikisi de sürece yönelik müdahaleler içerse de eylem araştırmasında müdahaleler, yerel bir sorunu çözmek için tasarlanan eylem planlarını içermektedir ve sadece eğitim alanı ile sınırlı olmayıp geniş bir kullanım alanına sahiptir. Diğer taraftan öğretim deneyi deseni öğrenci matematiğinin gelişimine fırsat sağlayacak öğrenme ortamlarının tasarlanmasını içermektedir (Cobb, Jackson ve Dunlap, 2017). Eylem araştırmaları, öğretmenlerin sınıf içindeki problemleri çözmek için bilimsel araştırma disiplinini kullanmasına odaklanırken (Goldkuh, 2013), öğretim deneyleri araştırmacıların uzmanlığıyla yürütülür (Aşık ve Yılmaz, 2017).

Öğretim deneyi ile deneysel araştırmalar, araştırmaların yürütülüş biçimi, değişkenler, hipotezler bağlamında farklılık göstermektedir. Öğretim deneyi, esnek bir yapıya sahip olup gerçek sınıf ortamındaki etkileşimleri göz önünde bulundururken (Cobb vd., 2003; Cobb ve Steffe, 2011; Steffe ve Thompson, 2000; Steffe ve Ulrich, 2014), deneysel araştırmalarda dış değişkenler kontrol altında tutularak mümkün olan en izole ortam oluşturulmaya çalışılır (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2015). Ayrıca önemli farklardan bir başkası ise deneysel araştırmaların bazı türlerinde bir deney bir de kontrol grubu ile çalışılırken öğretim deneylerinde kontrol grubu bulunmamaktadır. Yine deneysel araştırmaların bazı türlerinde ön test ve son test yapılması zorunlu iken öğretim deneyi yönteminde böyle bir zorunluluk söz konusu değildir. Deneysel araştırmalarda nicel veri analiz yöntemleri kullanılırken öğretim deneylerinde sürekli ve geriye dönük analizler yapılmaktadır (Peker ve Acar, 2023). Bunun yanı sıra iki yöntem hipotezler bağlamında da birbirinden farklılaşmaktadır. Deneysel araştırmaların başlangıcında hipotezler belirlenmekte ve araştırma sonucunda bunlar kabul veya reddedilmektedir (Peker ve Acar, 2023). Öğretim deneyinde ise araştırma süreci içerisinde öğrencinin matematik bilgisinin nasıl geliştirilebileceğine yönelik sürekli denenen ve yeniden düzenlenen varsayımlar bulunmaktadır ve bunların ispatlanması ya da reddedilmesi söz konusu değildir (Steffe, 1991; Steffe ve Thompson, 2000). Bunun yanı sıra deneysel araştırmalarda değişkenler de önceden belirlenmiş olmakla birlikte araştırma sürecinde bunların değiştirilmesi ya da yenilerinin dahil edilmesi mümkün olmamaktadır (Creswell, 2013; Fraenkel vd., 2015; Steffe ve Thompson, 2000). Öğretim deneyinde incelenecek değişkenler önceden belirlenmiş olsa da araştırma süreci içerisinde yapılan analizlerde açığa çıkan ve incelenmesi gerekli görülen değişkenler de çalışmaya dahil edilebilmektedir (Steffe ve Thompson, 2000; Collins, Joseph ve Bielaczyc 2004). Bütün bunlar da deneysel araştırma ile öğretim deneyini birbirinden farklı kılmaktadır.

3.2. Araştırma Ortamı ve Katılımcılar

Araştırma, Türkiye'nin İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir şehirde araştırmacının çalıştığı bir köy ortaokulunda gerekli tüm izinler alındıktan sonra gerçekleştirilmiştir. Uygulamanın yapıldığı okula genellikle alt ve orta sosyoekonomik düzeydeki ailelerin çocukları devam etmekte olup okulda tam gün eğitim verilmektedir. Araştırmanın uygulanması için bu okulun seçilmesinde, araştırmacının bu okulda öğretmen olması ve öğrencileri yakından tanıyor olması, okulda uygulama yapmak için uygun ortamın bulunması etkili olmuştur. Araştırma süresince yapılan klinik görüşmeler ve öğretim seansları okul ders saatleri dışında öğrencilerin kendi eğitim gördükleri sınıfta gerçekleştirilmiştir. Burada öğrencilerin doğal sınıf ortamlarında kendilerini rahat hissetmeleri amaçlanmıştır.

5-8. sınıflar Matematik Öğretim Programının (MEB, 2018) "Cebir" öğrenme alanında yer alan beş alt öğrenme alanına 6, 7 ve 8. sınıf matematik öğretim programında yer verilmektedir. Dolayısıyla "Cebir" öğrenme alanında bulunan tüm kazanımları anlayabilecek bilişsel seviyede bulundukları düşüncesiyle araştırma 8. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Araştırmaya katılan öğrencilerin uygulama öncesinde yapılan değerlendirmelerde, tamamının düzey 0'da olduğu tespit edilmiştir.

Çalışma grubu belirlenirken kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmacının öğretmen olarak görev yaptığı bölgedeki okul öğrencilerini seçmesi kolay ulaşılabilir örnekleme şartını oluşturmaktadır. Ayrıca araştırmanın katılımcılarının seçiminde ölçüt örnekleme yolu da kullanılmıştır. Bu doğrultuda uygulamanın yapılacağı şubenin seçiminde iki temel ölçüt dikkate alınmıştır. Bu ölçütlerden ilki öğrencilerin heterojen bir dağılım göstermesi yani matematik başarıları açısından çeşitlilik göstermesidir. Diğer ölçüt ise seçilen şubedeki öğrencilerin genel olarak araştırmacının yönelttiği sorulara rahat cevap verebilmeleri, düşüncelerini açıkça ifade edebilmeleridir. Belirlenen ölçütlere göre seçilen şubede bulunan toplam 11 öğrenci ile araştırma yürütülmüştür. Tablo 3.1'de öğrencilerin kod isimleri ile birlikte akademik başarı düzeyleri ve özellikleri gösterilmektedir.

Tablo 3.1. Katılımcı öğrencilerin kod isimleri, başarı düzeyi ve özellikleri.

Öğrenci kod ismi	Başarı Düzeyi	Özellikleri
Mehmet Tahir	İyi	Matematik başarı düzeyi iyi olmakla birlikte, kendine güvenen, farklı çözüm yolları üretebilen, gelişime açık istekli bir öğrencidir.
Mine	Orta	Temel düzeyde matematiksel bilgilere sahip olmakla birlikte kendine güveni azdır. Uygun çalışma ortamı bulamadığı için orta başarı düzeyinde olan öğrenci teşvik ve ilgi ile gelişime

		açıktır.
Burak	Orta	Hareketli bir öğrencidir. İlgisini çeken durumlarda oldukça dikkatli olmasına rağmen kolay şekilde ilgisi dağılabilmektedir.
Oğuzcan	Düşük	Matematiksel temel bilgi eksiği olan ve matematik başarısı düşük bir öğrencidir. Ancak işlemsel becerileri oldukça hızlıdır. İşlemlerde farklı esnek stratejiler geliştirmeye oldukça meraklıdır.
Damla	İyi	Sözlü iletişimi ve kendine güveni güçlü bir öğrencidir. Sınıfta sözü geçen baskın bir karakterdir.
Şeyma	Orta	Sözlü iletişimi ve kendine güveni güçlü bir öğrencidir. Gelişime açıktır.
Rana	Orta	Sözlü iletişimi ve kendine güveni güçlü bir öğrencidir. Dikkati çabuk dağılmaktadır.
Harun	Çok düşük	Başarı düzeyi sınıfın oldukça altında, zor öğrenen, dikkatini zor toplayan hareketli bir öğrencidir.
Zeynep	Düşük	Başarı düzeyi düşük olmasına rağmen derslere katılan, öğrenmeye istekli, gelişime açık bir öğrencidir.
Dilek	Çok düşük	Başarı düzeyi sınıfın oldukça altında, zor öğrenen, özgüveni düşük, sessiz bir öğrencidir.
Cansu	Çok düşük	Başarı düzeyi sınıfın oldukça altında, zor öğrenen, kendini ifade edebilen bir öğrencidir.

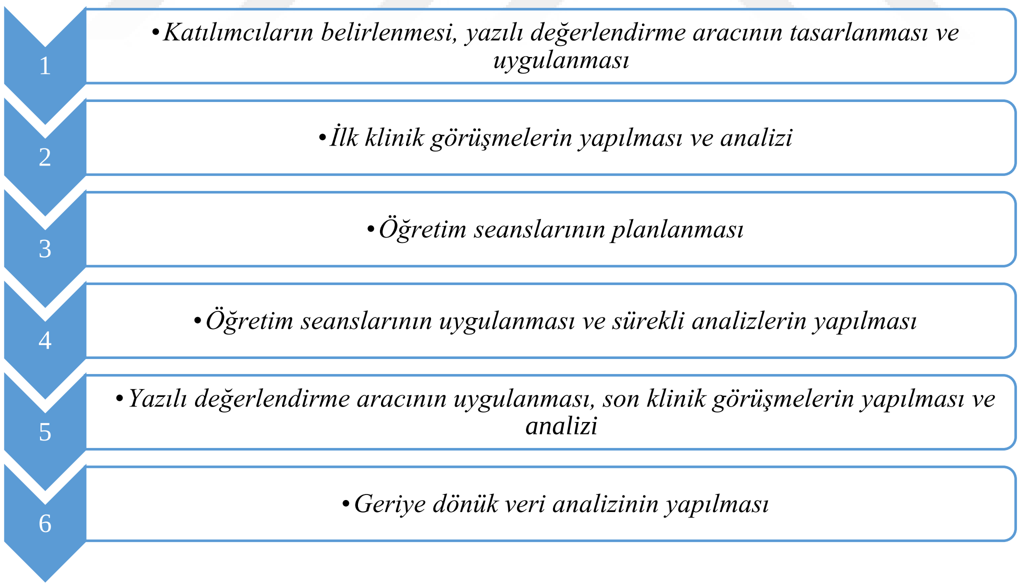
3.3. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan öğretim deneyinin amacı öğrencilerin matematiği öğrenme ve akıl yürütme süreçlerini ilk elden deneyimlemek olduğundan araştırmacı, öğretmen rolünü de üstlenmektedir. Araştırmacının öğretmen rolü özellikle öğretim seansları sırasında katılımcılarla kurduğu etkileşimde ön plana çıkmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000). Nitel araştırmalarda araştırmacı, "bizzat alanda zaman harcayan, araştırma kapsamındaki kişilerle doğrudan görüşen ve gerektiğinde bu kişilerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı bakış açısını ve deneyimlerini, toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir" (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Araştırmacı, araştırma süreci boyunca aktif bir şekilde yer almıştır. Araştırmanın etik bir şekilde ilerlemesini sağlamak maksadıyla tüm izinleri almıştır. Ölçme araçlarını belirlemiş, öğrencilerle klinik görüşmeleri yürütmüş ve öğretim seanslarını tasarlayarak uygulamış ve öğretim boyunca öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Öğretim seanslarının sürekli analizi ile bir sonraki öğretim bölümünü tasarlamış, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimine etki eden güçlükler ortadan kaldırılarak cebirsel düşünmenin gelişimi sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca önemli gördüğü noktaları alan notları ve günlük tutarak kayıt altına almıştır. Öğretim seansları devam ederken ve sonrasında veri analizini yapmış, elde ettiği verileri tarafsız ve ayrıntılı bir şekilde raporlamıştır.

3.4. Verilerin Toplanması ve Araştırma Süreci

Araştırmanın veri toplama süreci, öğrencilerin düzeylerini belirlemek için yazılı değerlendirme araçlarının uygulanması ve cevapların detaylandırılması için klinik görüşmeler ile başlamış ve bunlardan elde edilen bilgiler ışığında tasarlanan öğretim seansları ile devam etmiştir. Öğretim seanslarında araştırmacı kendi gözlemleri, öğrencilerin çalışma kâğıtları ve yapılan görüşmeler aracılığıyla öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin zamanla değişim sürecini ve bu sürece etki eden faktörleri incelemiştir. Öğretim seanslarının sürekli analizi ile bir sonraki öğretim bölümü tasarlanmış, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimine etki eden güçlükler ortadan kaldırılarak cebirsel düşünmenin gelişimi sağlanmaya çalışılmıştır. Öğretim seanslarının sonunda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için yazılı değerlendirme araçları uygulanmış ve son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşmelerin ve araştırma boyunca toplanan verilerin geriye dönük veri analizi yapılarak süreç tamamlanmıştır. Şekil 3.1'de araştırmanın veri toplama ve araştırma süreci özetlenmiştir.



Şekil 3.1. Veri toplama ve araştırma süreci.

Araştırma başlamadan önce öğrencilerin kendilerini rahat hissedebilmeleri için yapılacak araştırmanın ve görüşmelerin amacı açıklanmıştır. Amaçlar aynı zamanda öğrenci velilerine de anlatılmış hem öğrenciler hem de veliler araştırmaya gönüllü bir şekilde katılmışlardır.

3.4.1. Öğretim seansları

Bir öğretim deneyi aynı zamanda öğrenme döngüsü ile de ilgilidir. Tipik bir öğrenme döngüsü üç aşamadan oluşur; keşif aşaması, kavrama giriş aşaması ve kavramı uygulama aşaması. Keşif aşamasında öğrenciler, araştırılan kavramı uygulamalı etkinlikler yoluyla keşfederler. Kavrama giriş aşamasında, keşif aşamasında gerçekleştirilen gözlemlerin açıklamasına bir isim verilir. Kavramı uygulama aşamasında öğrenciler keşfettikleri ve daha sonra isimlendirdikleri kavramı yeni durumlara uygularlar (Engelhardt vd., 2004). Bu araştırmada öğretim seanslarında bahsedilen üç aşamalı öğrenme döngüsü kullanılmıştır. Öğretim deneyi öğrencilerin öğrenme sürecini detaylı bir şekilde incelemeye olanak sağladığı için tek bir yöntem kullanılmamıştır. Araştırmacı öğrenci merkezli, öğrenciyi cesaretlendiren, akıl yürütmeye ve sorgulamaya teşvik eden esnek bir yaklaşım kullanmıştır. Öğretim seansları genel olarak hazırlanan sorular üzerinden ilerlemiştir. Soruların içerikleri öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik hazırlanmıştır. Sorular hazırlanırken literatürden, öğretim programlarından, matematik ders kitaplarından ve farklı matematik kaynak kitaplardan (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020a, 2020b, 2020c; Varışlı ve Demir, 2020a, 2020b, 2020c) ve araştırmacının öğretmenlik deneyiminden faydalanılmıştır. Araştırmacının kendisi tarafından hazırlanan sorular da bulunmaktadır. Öğretim seanslarında kullanılan sorular ve etkinliklerin pilot uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla matematik başarı performansı açısından asıl grupla benzer şekilde heterojen bir dağılım gösteren bir 8. sınıf şubesi seçilmiştir. Pilot uygulama sonucunda öğrencilerin düşünceleri de dikkate alınarak bazı soru ve etkinliklerde çeşitli düzenlemeler yapılırken bazıları da uygun veri elde edilemediği için öğretimlerden çıkarılmıştır. Ek olarak öğrenciler tarafından anlaşılması güç olan ifadeler düzenlenmiştir.

Öğretim seansları 5-8. sınıflar Matematik Öğretim Programının (MEB, 2018) "Cebir" öğrenme alanında yer alan beş alt öğrenme alanına yönelik beş öğretim seansında gerçekleştirilmiştir Öğretim seansları öğrenme alanının içeriğine göre farklı ders saatleri boyunca uygulanmıştır. Öğretim seanslarının içeriklerine ve sürelerine Tablo 3.2'de yer verilmiştir.

Tablo 3.2. Öğretim seanslarının içerik ve ders saati süresi.

Öğretim Seansları	**Alt Öğrenme Alanı**	**Kazanımlar**	**Süre (Ders saati)**
1	Cebirsel İfadeler	*M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.* *M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.* *M.6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.* *M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.* *M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.* *M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.*	10
2	Eşitlik ve Denklem	*M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.* *M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.* *M.7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer."*	8
3	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	*M.8.2.1.1. Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.* *M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar.* *M.8.2.1.3. Özdeşlikleri modellerle açıklar* *M.8.2.1.4. Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır.*	12
4	Doğrusal Denklemler	*M.8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder.* *M.8.2.2.5. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar.*	8
5	Eşitsizlikler	*M.8.2.3.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazar.* *M.8.2.3.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterir.* *M.8.2.3.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer.*	7

Tablo 3.2'de görüldüğü gibi birinci öğretim seansı "Cebirsel İfadeler" alt öğrenme alanına ilişkin 6 kazanımı içeren 10 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu öğretim seansında temel olarak değişken ve cebirsel ifade kavramları, değişkenin farklı anlamları ve farklı değişkenler üzerinde durulmuştur. Ayrıca, değişkenin öğretiminde farklı anlamlar dikkate alınmıştır. Cebirsel ifadelerde sabit terim ve benzer terim üzerine durulmuştur. Cebirsel düşünmenin sıralı yapısı göz önüne alınarak her öğretim seansı bir sonrakilere adım oluşturmuştur. Örneğin, birinci öğretim seansında temel olarak değişkenin tam olarak

kavranması örüntüye, eşitliğe, denkleme ve daha birçok kavrama temel oluşturmuştur. Birinci öğretim seansının önemli bir bölümünü örüntü kavramına yönelik gerçekleştirilen öğretim planları oluşturmuştur. Görsel olarak verilen örüntü sorularında öğrencilerin örüntüleri detaylı incelemeleri ve yapılarını dikkate almalarına odaklanılmıştır.

İkinci öğretim seansı "Eşitlik ve Denklem" alt öğrenme alanına ilişkin 3 kazanımı içeren 8 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğretim seansının tasarımında temel noktayı eşitlik kavramı oluşturmuş olup eşitliğin öğretiminde ilişkisel anlama vurgu yapılarak bir öğretim tasarımı yapılmıştır. Ayrıca, denklem çözümleri ve denklem kurma üzerine odaklanılmıştır. Farklı denklemler üzerine çalışılarak öğrencilerin denklem ile ilgili zihinlerine yerleşen ezber bilgilerin mantığının kavranmasının sağlanması amaçlanmıştır.

Üçüncü öğretim seansı "Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler" alt öğrenme alanına ilişkin 4 kazanımı içeren 12 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğretim seansının odak noktasını temel özdeşlikler oluşturmuştur. İlk olarak öğrencilerin denklem ve özdeşlik farkını ve ilişkisini kavramaları üzerinde durulmuştur. Bu öğretim seansında özellikle alan kavramı önem kazanmıştır. Öğrencilerin dikdörtgen ve karenin alanı bilgisini öğrenmeleri özdeşlikler için temel noktayı oluşturmaktadır. Bu kapsamda öğretim seansında geometrik şekillerin kenar uzunlukları ve alan arasındaki ilişkiye, cebir ile geometri ilişkisine hem etkili öğrenme için hem de ilişkisel düşünme becerisinin gelişimi için özen gösterilmiştir. Temel özdeşliklerin ardından "Çarpanlara Ayırma" konusu kazanımlarına yönelik öğretimler gerçekleştirilmiştir.

Dördüncü öğretim seansı "Doğrusal Denklemler" alt öğrenme alanına ilişkin 2 kazanımı içeren 8 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğretim seansı boyunca bağımlı ve bağımsız değişken kavramları üzerinde durulmuştur. Ayrıca doğrusal ilişkili ve doğrusal ilişkili olmayan durumlar üzerinde durulmuştur. Burada özellikle doğrusal ilişkili durumların verilmesi kadar doğrusal ilişkili olmayan durumların sunulması da amaçlanmıştır. Doğrusal denklemlerin grafikleri incelenmiş grafikleri çizerken koordinat sistemine yönelik hata yapan öğrencilerin ön bilgileri tekrar hatırlatılmıştır. Tablo ve grafik gibi farklı gösterimler üzerine çalışılmıştır.

Beşinci ve son öğretim seansı "Eşitsizlikler" alt öğrenme alanına ilişkin 3 kazanımı içeren 7 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin eşitsizlik sembolünün farkında olmalarına rağmen kavramsal olarak ne anlama geldiğini bilmedikleri ve yorumlayamadıkları tespit edilmiştir. Bu kapsamda öğretim seansının odak noktası eşitsizlik kavramı üzerine olmuştur. İlk olarak eşitlik ile başlanmış sonrasında terazinin dengede olmama durumu ile eşitsizlik kavramına ulaşılmıştır. Öğretime bu şekilde başlanarak eşitsizlik ile eşitlik arasındaki ilişkinin tam olarak kavranması amaçlanmıştır. En az, en fazla kavramları üzerine çalışılmıştır. Ayrıca, eşitsizliğe uygun sözel ifade yazma konusunda eşitsizliğin yönü, tek tip eşitsizlikler yerine hem büyüktür hem küçüktür içeren eşitsizliklerin bir arada verilmesi, bilinmeyenin sadece eşitsizliğin sol tarafında olmadığı sağ tarafında da olduğu örneklerin görülmesi dikkat edilen hususlardır.

Öğretim seansları tasarlanırken literatürde yer alan, öğrencilerin o konu ile ilgili sahip oldukları kavram yanılgıları ve öğrenme güçlükleri belirlenmiş, ayrıca ön değerlendirmeler ve öğretim seansları boyunca karşılaşılan öğrenme güçlüklerini gidermeye ve öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik ders planları uygulanmıştır. Ayrıca her öğretim seansında öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik sorular yer almıştır. Bu sorular öğrencilerin çok yönlü düşünebilmelerini ve ilişkilendirme yapabilmelerini geliştirmek için kullanılan sorulardır. Bu sorular ile öğrencilerin SOLO taksonomisine göre ilişkisel düşünme seviyesine ulaşabilmeleri amaçlanmıştır. Ayrıca her öğretim seansında öğrencilerin aritmetik ve geometrideki eksiklikleri giderilmeye çalışılmıştır.

Öğretim deneyi, araştırmacıların araştırma amaçlarına uygun olarak hazırladıkları yeni öğrenme ortamları içerisinde katılımcıların zihinsel işlemlerinin nasıl gelişim gösterdiğini deneyimlemelerini sağlayan bir araçtır (Elstak, 2007; Kantowski, 1977; Steffe ve Thompson, 2000). Araştırmada öğrencilerin zihinlerindeki konu ile ilgili gelişimlerini görmek için zihin haritası tekniği kullanılmıştır. Öğrencilerin konuya başlamadan önce ve konu bitiminde konu ya da kavram ile ilgili zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Zihin haritaları konuya genel bir bakış açısı sağlamakla birlikte ayrıntıya odaklanmaya da olanak tanır (Townsend, 2003). Araştırmada öğrencilerin oluşturdukları zihin haritaları ile öğrenme sürecinde zihinlerinde nelerin değiştiğini ve ne yönde ilerlediklerini görmek amaçlanmıştır.

Araştırmada uygulanan öğretim seanslarında sınıf tartışmalarına önem verilmiş, öğrenciler fikirlerini sınıfla paylaşmaları için cesaretlendirilmiştir. Hiçbir şekilde doğrudan bilgi verilmemiş, grup çalışmaları yaptırılmış, akran öğretimine yer verilmiştir. Ayrıca somut materyaller, sanal manipülatifler ve geogebra programı kullanılmıştır. Her öğrenci ile bireysel ilgilenilerek konuyu tam öğrenemeyen öğrencilere akran desteği ve ev ödevi takviyesi sağlanmıştır. Ayrıca bu araştırmada EBA'da yer alan cebir öğrenme alanı ile ilgili konu anlatım videoları ve interaktif etkinlikler de incelenmiş ve uygun olanları kullanılmıştır. Böylece EBA'da yer alan cebir öğrenme alanına ilişkin içeriğin de değerlendirilmesi yapılmıştır. Bunun yanı sıra her dersin sonunda kullanılan web 2.0 aracı ile dersin tekrarı sağlanmış sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Ayrıca, veri analizinde kullanılmak üzere öğretim bölümlerinin tamamı video ile kayıt altına alınmıştır.

3.5. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda gözlem, görüşme, doküman gibi veri toplama araçları kullanılarak toplanan verilerin olayların doğal ortamlarında ve bütüncül olarak sunulmasına imkân sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu araştırmanın verilerini öğrencilerin yazılı değerlendirme araçları, öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler ile öğretim bölümlerinin ses ve video kayıtları, öğrencilerin öğretim seansları kapsamındaki yazılı çalışma kâğıtları ve zihin haritaları, öğrencilerin, gözlemcinin ve araştırmacının tuttuğu günlük ve araştırmacının alan notları oluşturmaktadır.

3.5.1. Yazılı değerlendirme araçları

Araştırmanın başında ve sonunda öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin belirlenmesi ve kapsamlı bir şekilde incelenmesi amacıyla iki farklı yazılı değerlendirme aracı kullanılmıştır. Yazılı değerlendirme araçlarının içerikleri ve bu araçlarla öğrenci seviyelerin belirlenmesine ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

Cebirsel düşünme testi

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi için Hart ve diğerleri (1998) tarafından geliştirilen ve Altun (2005) tarafından Türkçeye uyarlanan "Cebirsel Düşünme Testi" kullanılmıştır. Cebirsel düşünme testi dört düzeyde ve 28 maddeden oluşmaktadır. Testin 1, 2 ve 3. soruları düzey 1; 4, 5 ve 6. soruları düzey 2; 7, 8, 9, 10, 11 ve 12. soruları düzey 3 ve kalan sorular ise düzey 4'ü belirlemeye yöneliktir. Düzey 1, aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne olarak veya harflere değer vermeden düşünerek işlemi sonuçlandırabilme şeklinde sorular içermektedir. Düzey 2 ise soyutluk bakımından birinci düzeydeki sorularla aynı olup onlarla kıyaslandığında daha karmaşık sorular içermektedir. Düzey 3, harflerin bilinmeyen olarak algılanıp kullanılmasını gerektiren sorular içermektedir. Bu sorularda harfler bilinmeyeni temsil etmektedir ve önceki düzeylerde olduğu gibi bilinmeyenleri bir nesne olarak algılayan öğrencinin doğru sonuca gitmesi zordur.

Düzey 4, düzey 3'te bulunan sorulardaki ifadelere benzer olmakla birlikte daha karmaşık yapıdaki genellemeler içeren sorular içermektedir. Bu sorularda öğrencilerin harfleri bir bilinmeyen olarak algılaması, bilinmeyeni bir bağıntıda ya da denklemde kullanması, bir harfi birden çok sayının temsilcisi olarak görmesi gerekmektedir. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin dağılımının tespitinde ilk olarak ilgili düzeye ait soruların $2/3$'sinin doğru cevaplanmış olma şartı aranmaktadır. Ayrıca, cebirsel düşünme düzeylerinin sıralı yapısı göz önüne alınarak öğrencinin bir düzeye geçebilmesi için daha önceki düzeylerde başarılı olma şartı aranmaktadır. Yeterli sayıda soruyu doğru cevaplandıramayarak düzey 1 seviyesine kabul edilemeyecek olan öğrenciler düzey 0'da kabul edilmektedir (Altun, 2005; Çağdaşer, 2008; Sayı, 2018). Aşağıdaki Tablo 3.3'te cebirsel düşünme testindeki maddeler ve ait oldukları düşünme düzeyleri verilmiştir:

Tablo 3.3. Cebirsel düşünme testi maddeleri ve ait oldukları düşünme düzeyleri.

Düzeyler	**Maddeler**	**Gereken Doğru Sayısı**
Düzey 1	*1i, 1ii, 2i, 2ii, 2iii, 3*	4 ve üstü
Düzey 2	*4i, 4ii, 4iii, 5i, 5ii, 5iii, 6*	5 ve üstü
Düzey 3	*7, 8, 9, 10, 11, 12*	4 ve üstü
Düzey 4	*13, 14, 15, 16, 17, 18, 19i, 19ii, 20*	6 ve üstü

SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri testi

Araştırmada, öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için araştırmacı tarafından hazırlanan ölçme aracı kullanılmıştır. Cebirsel düşünme açısından etkili bir değerlendirme yapmak için hazırlanacak etkinlikler ve problemlerin sahip olması gereken belirli özellikler vardır (Driscoll,1999; Driscoll ve Moyer, 2001). İlk olarak problemler, bir veya daha fazla düşünme becerisini kullanmaya cesaretlendirmelidir (Driscoll, 1999; Driscoll ve Moyer, 2001). Doğrudan ezber işlem ve algoritmalarla çözülmemeli (Çelik, 2007), öğrencilere düşünme süreçleri ile ilgili tartışma ve diyaloga maksimum düzeyde izin vermelidir (Hunting, 1997). Sorular hazırlanırken bu kriterlere dikkat edilmiş ve öğrencileri çok yönlü ve ilişkisel düşünmeye yönelten tarzda sorular kullanılmıştır. Ölçme aracının soruları cebirsel düşünme becerisinin 3 alt becerisi olan genellemeleri formüle etme, cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerini (Çelik, 2007) kapsamaktadır. Alan yazında cebirsel düşünme becerileri kapsamlı bir şekilde incelenmiş, en genel ve kapsamlı sınıflandırma bu üç beceri olduğundan bunlar tercih edilmiştir. Bu kapsamda ölçme aracında 18 soru bulunmaktadır. İlk üç soru genellemeleri formüle etme becerisine yönelik hazırlanan basit düzeyde örüntü sorularıdır. Bu sorular örüntünün kuralını bulma, belirli bir adımdaki terim sayısını bulma ve bir terimin kaçıncı adıma denk geldiğini bulmaya yönelik sorulardır. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ve 12. sorular cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisine yönelik sorulardır. Bu bölümde değişken kavramını anlama ve farklı durumlarda kullanma ve cebirsel ifadelerle işlem yapma becerilerine yönelik sorular yer almaktadır. 4, 6, 7 ve 8. sorular, bu araştırmada kullanılan "Cebirsel Düşünme Testi"nden, 9. soru ise Çetin ve İlhan'ın (2016) çalışmasından aynen alınmıştır. 13, 14, 15, 16, 17 ve 18. sorular ise çoklu gösterimlerden yararlanma becerisini kapsamaktadır. Bu sorular da öğrencilerin tablo, şekil, resim, sözel ifade gibi gösterimlerden yararlanarak cebirsel ilişkileri anlamalarına yönelik sorulardır. Soruların oluşturulmasında literatürdeki çalışmalardan, matematik öğretim programından, matematik ders kitaplarından ve farklı matematik kaynak kitaplardan (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020a, 2020b, 2020c; Varışlı ve Demir, 2020a, 2020b, 2020c) yararlanılmıştır. Araştırmacının kendisi tarafından hazırlanan sorular da bulunmaktadır.

Ölçme aracının taslak formu hazırlandıktan sonra soruların dil, seviye ve içeriklerinin uygun olup olmadığını kontrol etmek için bir Türkçe, iki Matematik öğretmeni ile bir matematik eğitimi alan uzmanının görüşleri alınmıştır. 1 soru dil açısından yeniden düzenlenmiş, bir soruda da verilen görselin çıkarılması uygun bulunmuş sadece sözel ifade ile soru oluşturulmuştur. Ayrıca hazırlanan soruların cebirsel düşünmenin üç becerisini temsil edip etmediği konusunda iki matematik eğitimi alan uzmanının görüşlerine başvurulmuştur. Bu şekilde ölçme aracının sorularının kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

Soruların değerlendirilme kriterleri belirlenmeden önce hazırlanan sorular asıl uygulama yapılacak grup dışında bir gruba uygulanmıştır. Bu uygulamanın amacı hem hazırlanan soruların değerlendirilmesi hem de öğrencilerin sorulara verebilecekleri cevapları görmek ve bu cevapları uygun düşünme seviyesine yerleştirmektir. Uygulama sonunda bir soru öğrencilerin düşüncelerini açıkça ifade etmelerine fırsat vermediği için testten çıkarılmıştır. Aynı zamanda, her soru için değerlendirme kriterleri belirlenmiştir. Soruların hazırlanması ve değerlendirme kriterlerinin belirlenmesi ile ilgili tüm süreçlerde farklı uzman görüşlerine başvurulmuştur. Yapılan pilot uygulama sonunda ölçme aracının güvenirlik çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda, ölçme aracının Cronbach α güvenirlik katsayısı .88 olarak hesaplanmıştır. Bu değer, ölçme aracının yüksek derecede güvenilir olduğunu göstermektedir.

Ölçmenin güvenirlik analizinde tercih edilebilecek yöntemlerden birisi de kodlayıcılar arası korelasyonun incelenmesidir. Araştırmada güvenirlik analizinde kullanılan yöntemlerden birisi de puanlayıcılar arası uyum olmuştur. İki matematik eğitimi uzmanı, öğrenci cevaplarını bağımsız bir şekilde kodlamıştır. Kodlayıcılar arasında tutarlık oranı Miles ve Huberman (1994) formülüne göre %91 olarak hesaplanmış ve puanlayıcılar arasında anlamlı derecede uyum olduğuna karar verilmiştir. Görüş ayrılığı bulunan kodlamalar araştırmacılar tarafından tekrar incelenmiş, mülakat verileri ile birlikte araştırmacılar tekrar değerlendirerek aralarında yaptıkları tartışmalarla ortak bir karara ulaşmışlardır.

Araştırma, ilköğretim 8. sınıf öğrencileri ile yürütüldüğünden öğrencilerin düşünme evreleri, literatürde aynı yaş grubu üzerinde yapılan araştırmalarda olduğu gibi (Jones vd., 2000; Langrall ve Mooney, 2002; Wongyai ve Kamol, 2004) somut sembolik evre olarak varsayılmıştır. SOLO taksonomisindeki somut sembolik evre kendi içerisinde beş alt düşünme seviyesine ayrılmaktadır. Ancak Pegg ve Tall'a (2005) göre, öğrencilerin bireysel farklılıkları ve aldıkları eğitim sonucu TYY, ÇYY ve İY seviyelerinden herhangi birine ulaşmış olmaları beklenir. Normal bir eğitim sonucunda SY seviyesi oluşmamaktadır. Bu sebeple çalışmada öğrenci seviyeleri SOLO taksonomisine göre YÖ, TYY, ÇYY ve İY seviyelerine göre incelenmiştir. SOLO taksonomisine göre düşünme seviyeleri belirlenirken öğrencilerin cevapları şu şekilde kodlanmıştır:

Yapı öncesi düzeyde cevap için (YÖ) 0 puan,

Tek yönlü yapı düzeyde cevap için (TYY) 1 puan,

Çok yönlü yapı düzeyde bir cevap için (ÇYY) 2 puan,

İlişkisel yapı düzeyde cevap için (İY) 3 puan

Her bir sorunun SOLO taksonomisine göre değerlendirilmesi için ayrıntılı kriterler verilmiştir. Her bir alt beceriye ait bir örnek soru ve değerlendirme kriteri aşağıda sunulmuştur:

Genellemeleri formüle etme

Soru:

Yukarıda ilk 3 adımı verilen örüntüde;

a) 4. adımda kaç yıldız gereklidir?
b) Kaçıncı adımda 15 yıldız gereklidir?
c) Örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. Öğrenci örüntünün ortak farkını anlayamaz. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Sorunun a ve b maddelerine çizim yaparak cevap verebilir ancak ortak farkı anlamlandıramaz. Cebirsel olarak örüntünün kuralına ulaşamaz.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Öğrenci bu seviyede artık örüntünün ortak farkını anlamlandırabilir, örüntünün kuralını yazmaya çalışır, bu aşamada doğru bir şekilde örüntünün kuralını yazabilir ancak a ve b maddelerini kurala göre hesaplayamaz. Yani kuralı henüz doğru kullanamaz. Ancak adım sayısının 2 katının 1 fazlası gibi aritmetik işlemlerle b maddesine doğru cevap verebilir.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Bu aşamada öğrenci ilk olarak örüntünün kuralını cebirsel olarak yazabilir. Daha sonra kural doğrultusunda a ve b maddelerine cevap verebilir.

Cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı

Soru:

Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı $12-2a$ ve erkek öğrencilerin sayısı $4a+2$'dir.

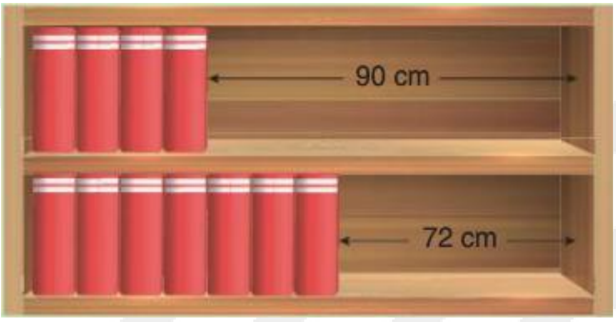
a) Sınıftaki toplam öğrenci sayısını cebirsel olarak ifade ediniz.
b) Bu sınıf en fazla kaç kişi olabilir?

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Öğrenci sınıftaki toplam öğrenci sayısını cebirsel olarak ifade edemez. Yanlış işlemler yapar.

Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Sınıftaki öğrenci sayısını cebirsel olarak doğru bulabilir ancak sorunun b maddesine cevap veremez.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. a maddesini doğru bir şekilde cevaplandıran öğrenci b maddesi için a'ya değerler vererek birkaç farklı sınıf mevcudu sayısı bulur. Ancak en fazla kaç olacağını bulabilmek için ilişkilendirme yapamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. a ve b maddelerini eksiksiz bir şekilde doğru cevaplandırabilir.

Çoklu gösterimlerden yararlanma

Soru:



Yukarıda aynı ölçülerde iki raf verilmiştir. Bu raflara özdeş kitaplar yukarıdaki gibi dizilmiştir. Buna göre rafların her birine en fazla kaç adet kitap yan yana dizilebilir? (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020c)

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Öğrenci kitapların genişliğinin değişken olduğunun farkında değildir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Kitapların genişliğinin değişken olduğunun farkındadır. Değişkenin yerine bir değer vererek rafın uzunluğunu bulmaya çalışır.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Ayrı ayrı rafların uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi hesap edebilir ama bunları birbiri ile ilişkilendirip eşitleme yapamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Rafların uzunluğunu birbiri ile eşitleyip her kitabın genişliğini bularak rafa kaç adet kitap sığacağını hesap edebilir.

Her bir soru için puanlama işlemi kriterlere göre gerçekleştirilecektir. Daha sonra cebirsel düşünme becerisinin alt becerileri olan genellemeleri formüle etme, cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine yönelik puanlar oluşturulacaktır. Öğrencilerin sorular için aldıkları puanlar her bir beceri için ayrı ayrı toplanarak ortalamaları alınacak ve o beceriye ait ortalama puan bulunacaktır. Oluşan puanlar öğrencinin ilgili beceriye ilişkin seviye puanını oluşturmaktadır. Böyle bir yaklaşımla, SOLO taksonomisine düşünme seviyesini belirleyen araştırmalara rastlanmıştır (Bağdat, 2013; Çelik, 2007; Jones vd., 2000; Mooney, 2002). Bir öğrenci için belli bir beceriyle ilgili oluşan cebirsel düşünme seviyesi, öğrencinin bu beceriyle ilgili her soruya bu seviyede cevap vereceği anlamına gelmemektedir. Bu şekilde cebirsel düşünme becerileri ile ilgili olarak öğrencinin seviyesi hakkında genel bir bakış açısı kazanılabilir (Çelik, 2007).

3.5.2. Klinik görüşmeler

Klinik görüşme, Piaget tarafından geliştirilen ve bireylerin akıl yürütme süreçlerini incelemeyi amaçlayan bir tekniktir (Clement, 2000). Bu yöntemde derinlemesine sorular yöneltilerek bireylerin düşünce yapılarını keşfetmek ve bilişsel becerilerini değerlendirmek amaçlanmaktadır. Klinik görüşmelerde yöneltilecek sorular önceden belirlenmiş olsa da süreç içerisinde gerektiğinde düzenlemeler yapılabilmektedir (Ginsburg, 1981). Bireylerin yanıtlarına göre ilave sorular yöneltilebilmektedir.

Araştırmanın başında ve sonunda yapılan yazılı değerlendirmenin ardından araştırmacı tarafından katılımcılarla bireysel klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerin amacı öğrencilerin yazılı değerlendirme aracına verdikleri yanıtları, dolayısıyla cebirsel düşünme becerilerini daha yakından ve detaylı olarak incelemektir. Görüşmeler gerçekleştirilirken araştırmacı, katılımcılardan verdikleri cevapları ve cevaplarının nedenlerini ayrıntılı bir şekilde anlatmalarını istemiştir. Görüşmelerde katılımcıların yazılı değerlendirme aracına verdikleri yanıtlardaki eksik noktaları incelemek amaçlanmıştır. Özellikle yazılı değerlendirme aracında cevap veremedikleri veya yeterli olarak açıklayamadıkları sorular incelenmiştir. Öğretim seansları sürecinde de zaman zaman öğrenci cevapları detaylandırılmak istendiğinde öğrenciler ile görüşmeler yapılmıştır.

3.5.3. Öğrencilerin çalışma kâğıtları ve zihin haritaları

Öğretim seansları boyunca öğrencilere soruları içeren bireysel çalışma kâğıtları verilmiştir. Ayrıca her konunun başında ve sonunda öğrencilerin oluşturdukları zihin haritaları incelenmiştir. Öğrencilerin çalışma kâğıtları araştırmacı tarafından her öğretim seansı sonunda toplanmıştır. Araştırmacı çalışma kâğıtlarını ve zihin haritalarını inceleyerek öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini açığa çıkarmaya çalışmıştır.

3.5.4. Araştırmacı günlükleri ve alan notları

Araştırmacının süreçte tuttuğu günlükler ve önemli gördüğü noktalarda anında yazdığı notlardan oluşmaktadır. Görüşmelerde ve öğretim seanslarında önemli görülen her nokta araştırmacı tarafından anında not edilmiştir. Ayrıca düzenli bir şekilde araştırmacı günlüğü tutulmuştur. Araştırmacının günlüğü ve notlarının öğretim seanslarının planlanmasına büyük ölçüde katkısı olmuştur.

3.5.5. Öğrenci günlükleri

Araştırmada, öğrencilerden her bir dersin sonunda günlük tutmaları istenmiştir. Bu günlükler araştırmacı tarafından her ders sonunda değerlendirilmiştir. Bu günlüklerden öğrencilerin derse yönelik duygu ve düşüncelerini anlamak, derslere yönelik zorlandıkları ya da hoşlandıkları kısımları tespit edebilmek amacıyla yararlanılmıştır.

3.5.6. Gözlemci günlükleri

Araştırmada öğretim seansları süresince sınıf içinde yapılan uygulamalarda süreci izleyen bağımsız bir gözlemci bulunmuştur. Gözlemci bir devlet ortaokulunda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Gözlemci tarafından öğrenme öğretme süreci, etkinlikler ve öğrencilerin tutum ve davranışları ile ilgili önemli görülen durumları yansıtmak üzere günlükler tutulmuştur.

3.6. Veri Analizi

Araştırma kapsamında toplanan veriler nitel veri analizi tekniklerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Öğretim deneyi deseninde veri analizi sürekli (ongoing) ve geriye dönük (retrospective) analizler olmak üzere iki aşamalı olarak gerçekleştirilmektedir. Czarnocha ve Maj (2008) öğretim deneyinde toplanan verilerin iki yönü olduğunu belirtmektedirler. Bunlardan ilki bütün deneyin doğası ile ilgili araştırmacılara özet bir bilgi vermesi, ikincisi bir sonraki öğretim bölümünün tasarlanmasında en iyi adımın ne olduğuna ilişkin araştırmacıyı bilgilendirmesidir. Buradaki birinci yön geriye dönük analizler, ikinci yön ise sürekli analizlerdir. Sürekli analizler süreç boyunca devam ederken, geriye dönük analizler ise sürecin sonunda toplanan verilere bir bütün olarak bakılmasını sağlamaktadır. Bu kapsamda analiz süreci öğretim deneyi deseninin önemli bir parçasını oluşturmaktadır.

Veri analiz süreci ön değerlendirmelerin analizi, öğretim seanslarının analizi ve son değerlendirmelerin analizi olarak gerçekleştirilmiştir. İlk olarak ön değerlendirmelerin (yazılı değerlendirme ve ön görüşmeler) analizleri ile katılımcıların uygulama öncesi düzeyleri belirlenmiştir. Öğretim seansları kapsamında toplanan veriler ise öğretim deneyi deseninin doğasına uygun olarak sürekli (ongoing) ve geriye dönük (retrospective) analizlere tabi tutulmuştur. Sürekli analizler ile araştırmacı, her bir öğretim seansında öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini ve ilerlemelerini incelemeye çalışmıştır. Her bir öğretim seansının ardından toplanan veriler analiz edilerek sonraki seansların tasarlanmasında ve yürütülmesinde yararlanılmıştır. Ayrıca bu süreçte öğretim deneyi deseninin önemli bir parçası olan kavramsal analizlerden yararlanılmıştır. Von Glasersfeld (1995) kavramsal analizi, matematiksel çözüm esnasında öğrencilerin yaptıklarının ve söylediklerinin altında yatan nedenlerin incelenmesi olarak değerlendirmektedir. Geriye dönük analizler ile tüm sürecin sonunda toplanan verilerin bir bütün olarak değerlendirilmesi sağlanmıştır. Ayrıca, toplanan nitel verilerden veri azaltma ve düzeltme işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda verilerin özetlenmesi ve gereksiz detaylardan arındırılması, gereksiz verilerin çıkarılması gibi işlemlerle veriler temizlenmiş ve okuyucuya görsellerle birlikte anlaşılır biçimde sunulmuştur. Son olarak son değerlendirmelerin (yazılı değerlendirme ve son görüşmeler) analizleri ile katılımcıların öğretim deneyi sonrası cebirsel düşünme düzeyleri ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri belirlenmiştir.

Veri analizi sürecinde, yazılı değerlendirmeler, klinik görüşmeler, öğretim seansları, öğrencilerin çalışma kâğıtları, zihin haritaları, araştırmacı, gözlemci ve öğrenci günlüklerinden elde edilen çıkarımlar bir bütün olarak değerlendirilmiş, aralarındaki ilişkiler incelenmiştir. Bulguların sunumunda farklı veri toplama kaynaklarından elde edilen veriler bütüncül ve anlaşılır bir biçimde sunulmuştur.

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmaların geçerliği ve güvenirliği araştırma sonuçlarının inandırıcılığı için önemli bir faktördür. Nitel araştırmalarda geçerlik, araştırmacının incelediği olguyu mümkün mertebede tarafsız bir şekilde, olduğu gibi aktarmasıyla ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Güvenirlik ise genellikle verilerin birden fazla kişi tarafından kodlanması sırasındaki kararlılığıyla ilgilidir (Creswell, 2013).

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik inandırıcılık (iç geçerlik), aktarılabilirlik (dış geçerlik), tutarlılık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramları ile belirlenmektedir (Lincoln ve Guba, 1985). Araştırmada bu stratejilerden yararlanılmıştır.

Araştırmanın inandırıcılığının (iç geçerlik) sağlanması amacıyla uzun süreli etkileşim, üçgenleme (çeşitleme), katılımcı teyidi, uzman incelemesi stratejilerinden yararlanılmıştır. Uzun süreli etkileşim, araştırmacının çalışma ortamında bulunması ve veri kaynakları ile uzun bir süre etkileşim içinde olmasıdır. Böylece katılımcılarla arasında bir güven bağı kurulması sağlanmıştır. Bunun yanı sıra, araştırmanın hiçbir aşamasında veri toplanması için bir zaman sınırlaması konulmamıştır. Farklı veri toplama yöntemlerinin birlikte kullanılması ile üçgenleme yapılmıştır. Bu yöntemde araştırmacı farklı kaynaklardan topladığı bilgilerle bulguların geçerliğini artırmaya çalışmaktadır (Creswell, 2013). Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde araştırmacı katılımcılara sorular sorarak elde ettiği veriler hakkında onların teyidini almıştır. Yani araştırmacı, görüşülen kişinin söylediklerinden anladıklarını onlara tekrar yönelterek teyidini almıştır. Böylece katılımcı teyidi de sağlanmıştır. Uzman incelemesi ise araştırmanın kapsamı hakkında genel bilgiye sahip olan kişi ya da kişilerin araştırmayı farklı boyutlarla değerlendirmesidir (Creswell, 2003). Araştırmanın tüm süreçleri iki alan uzmanı ile birlikte değerlendirilmiştir.

Araştırmanın aktarılabilirliğinin (dış geçerlik) sağlanması amacıyla ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme stratejilerinden yararlanılmıştır. Katılımcıların belirlenmesinde kullanılan ölçütler ve katılımcıların her birinin özellikleri detaylı olarak betimlenmiştir. Ayrıca elde edilen veriler doğrudan alıntılar, katılımcıların el yazıları, zihin haritaları ve açıklamalarıyla desteklenmiştir. Nitel bir araştırmada aktarılabilirliği sağlamanın yolu katılımcılarının, çalışma ortamının ve koşullarının ayrıntılı tanımlamasını yapmaktan geçmektedir. Detaylı betimleme sayesinde okuyucu, araştırma sonuçlarını farklı katılımcılara uygulama potansiyelini değerlendirebilir (Arslan, 2021; Braun ve Clarke, 2013). Bunun yanı sıra Lincoln ve Guba (1985), aktarılabilirliğin sağlanmasında araştırmacının, mümkün olan en geniş bilgi yelpazesini sunmakla yükümlü olduğunu ve bu nedenle amaçlı örnekleme tekniğinden yararlanmanın yerinde olacağını ifade etmektedirler.

Araştırmada tutarlılığın (iç güvenirlik) sağlanabilmesi için öğrencilerin çalışma kâğıtları, görüşme ve video kayıtları birlikte değerlendirilerek veriler arasındaki tutarlılık incelenmiştir. Ayrıca uygulama verileri bir alan uzmanı ile paylaşılarak farklı bir bakış açısıyla tutarlılık sağlanmıştır.

Araştırmada teyit edilebilirliğin (dış güvenirlik) sağlanması amacıyla dışarıdan bir uzmanın değerlendirme yapması sağlanmıştır. Dışarıdan farklı bir uzman, araştırmada elde edilen yargıların, yorumların ve önerilerin ham verilerle uygunluğunun teyit edilip edilmediğine bakar (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu kapsamda araştırmanın analiz süreci boyunca öğretim senslarında bulunan gözlemci ve bir matematik eğitimi alan uzmanı ile birlikte çalışılmıştır.

BÖLÜM 4

4. BULGULAR

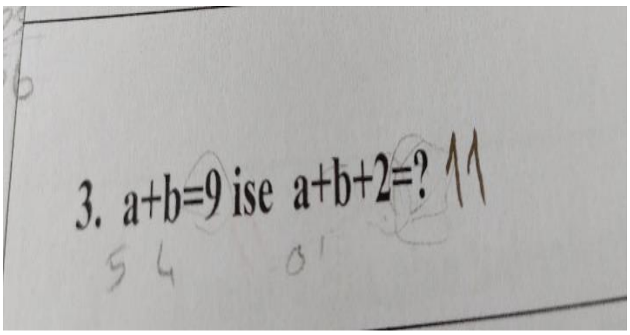
4.1. Öğretim Deneyi Öncesi Genel Durum Değerlendirmesi

4.1.1. Cebirsel düşünme testi bulguları

Araştırmaya katılan öğrencilerin öğretim deneyi öncesi cebirsel düşünme becerilerini ortaya koyabilmek amacıyla katılımcılara cebirsel düşünme testi uygulanmış ardından her bir katılımcı ile bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilerek cebirsel düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Elde edilen bulgular incelendiğinde katılımcıların tamamının cebirsel düşünme düzeylerinin düzey 0'da olduğu belirlenmiş, klinik görüşmeler ile de bu bulgular desteklenmiştir.

Cebirsel düşünme testine göre öğrencinin düzey 1 seviyesine geçebilmesi için testin ilk 3 sorusunun $2/3$'sini doğru yanıtlaması gerekmektedir. Alt maddelerle birlikte 6 sorudan oluşan bölümde en az 4 doğru yapması gereken öğrenciler genel olarak 1 veya 2 soruya doğru cevap verebilmişlerdir.

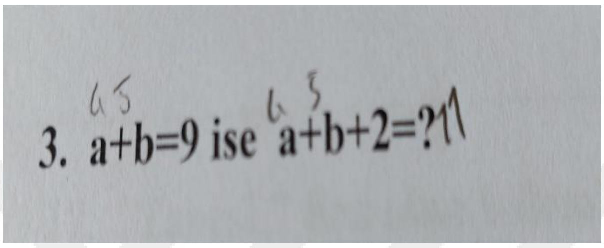
Cebirsel düşünme testinde düzey 1 tümüyle aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne olarak düşünüp bir problemi sonuçlandırma veya harflere değer vermeden bir işlemi sonuçlandırabilme şeklindeki soruları içermektedir. Ancak hem yazılı değerlendirme aracı hem de klinik görüşme sonuçları incelendiğinde öğrencilerin harflere değer vermeden işlemleri sonuçlandıramadıkları harflerin illaki bir sayısal değeri olduğu düşüncesinde oldukları görülmüştür. Örneğin, öğrencilerin harflere değer vermeden işlemi sonuçlandırmaları gereken 3. soruda öğrenciler bu şekilde işlem yapmamış harflere çeşitli değerler vermişlerdir. Katılımcılardan Şeyma'nın 3. soruya verdiği cevap Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4. 1. Şeyma'nın 3. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: a ve b değerlerini nasıl belirledin Şeyma?
Şeyma: Toplamları 9 olacakmış ben de a'ya 5 ve b'ye 4 değerini verdim.
Araştırmacı: Peki, a ve b bu değerler dışında başka değerler alabilir miydi?
Şeyma: …(düşünüyor). Sanmıyorum. Çünkü onlar bir sayı olabilir. Benim de aklıma onlar geldi.
Araştırmacı: a ve b'ye değerler vermeden bu soruyu çözebilir miydik sence?
Şeyma: Hayır, a ve b'nin birer rakam olması gerekiyor olmazsa soruyu çözemeyiz.

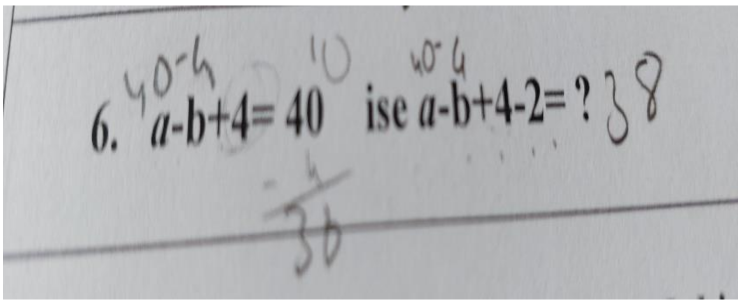
Şeyma'nın cevabı incelendiğinde harflere değer vermeden işlemi sonuçlandıramadığı, harflerin bir rakamı temsil ettiği görüşünde olduğu görülmektedir. Benzer bir cevap Burak'ın kâğıdında da görülmüştür (Şekil 4.2).



Şekil 4.2. Burak'ın 3. soruya verdiği cevabı.

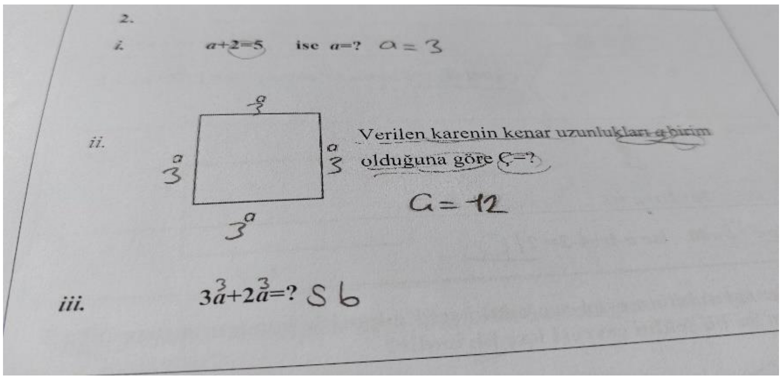
Araştırmacı: a ve b değerlerini nasıl belirledin Burak?
Burak: 4 ve 5'in toplamları 9 olur çünkü.
Araştırmacı: Peki, a ve b bu değerler dışında başka değerler alabilir miydi?
Burak: (Cevap vermiyor).
Araştırmacı: a ve b'ye değerler vermeden bu soruyu çözebilir miydik sence?
Burak: (gülüyor). Ben çözemezdim.

Şeyma'nın verdiği cevaba benzer şekilde, Burak da harflere değer vermeden işlemi sonuçlandıramamıştır. 3. soruya verilen cevaplar incelendiğinde soruya doğru cevap veren tüm öğrencilerin harflere değer vererek sonuca ulaştığı görülmüştür. Bu soruyla benzer cevap verilen bir diğer soru, testin 5. maddesinin (iii) şıkkıdır. Örnek bir cevap Şekil 4.3'te verilmiştir.



Şekil 4.3. Oğuzcan'ın 5. soruya verdiği cevabı.

Öğrencilerin cevaplarında dikkat çeken bir diğer bulgu, bir soruda verilen değişkenin değerinin aynı sorunun tüm alt şıklarında aynı olması gerektiğini düşünmeleridir.



Şekil 4.4. Damla'nın 2. soruya verdiği cevabı.

Şekil 4.4'te verilen Damla'nın cevabı incelendiğinde 2. sorunun (i) şıkkında a'nın değerini doğru bir şekilde bulmuş ancak bu a değerini sorunun tüm şıklarında kullanmıştır.

Araştırmacı: Damla bu soruda cevabın incelendiğinde a'ya hep 3 değerini verdiğin görülüyor.

Damla: Evet çünkü (ii) ve (iii) şıkkında a değerini bulmamızı sağlayan bir bilgi yok orada a'yı bulamayız o yüzden ilk bulduğumuz a değerini bu sorularda da kullanmak zorundayız.

Araştırmacı: a ifadesine sayısal bir değer vermeden karenin çevresini bulamaz mıyız peki?

Damla: Hayır tabi ki bulamayız.

Damla'nın cevapları incelendiğinde diğer öğrencilere benzer şekilde harflerin sayısal bir değerinin olduğunu düşündüğü ve bu değere göre soruları cevapladığı dikkat çekmektedir. Damla'nın kâğıdında dikkat çeken bir diğer cevap ise sorunun (iii) şıkkıdır. Damla soruda 3a ifadesini iki basamaklı bir sayı olarak düşünüp $3a$ yerine 33 yazmıştır.

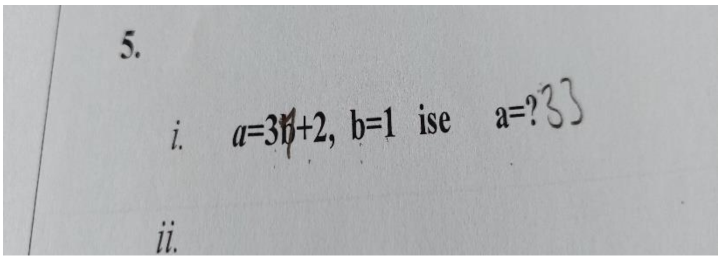
Araştırmacı: Damla burada 3a yerinde neden 33 yazıyor?

Damla: Çünkü $a = 3$ olduğu için.

Araştırmacı: Peki burada $3a$ ifadesi $3.a$ işlemi olamaz mı?

Damla: Evet aslında olabilir çarpma işaretini koymayabiliyoruz bazen. Ama ben soruya bakınca onun iki basamaklı olduğunu düşündüm.

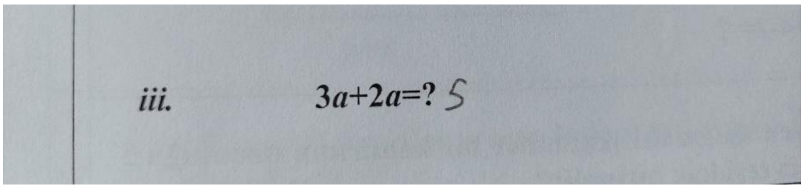
Bu soruya benzer şekilde cevap verilen bir diğer soru Şekil 4.5'te verilen testin 5. sorusudur.



Şekil 4.5. Mine'nin 5. soruya verdiği cevabı.

Mine’nin klinik görüşme bulguları incelendiğinde Damla’nın cevabına benzer biçimde cevap verdiği görülmüştür.

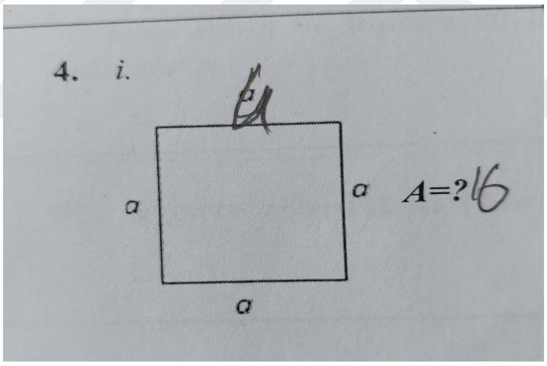
Öğrenci cevaplarında bir diğer dikkat çeken bulgu öğrencilerin bazı sorularda harfleri yok saymalarıdır. Bulguya ilişkin örnek bir cevap Şekil 4.6’da verilmiştir.



Şekil 4.6. Rana’nın 5. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: Rana sonuç nasıl 5 oldu açıklar mısın?
Rana: Çok kolay 3 ve 2’yi toplarsam 5 eder.
Araştırmacı: Peki orada yazan a’lar ne oldu?
Rana: a’nın değerini bilmiyoruz o yüzden onları göz önüne almadım.

Öğrenci cevaplarında bir diğer dikkat çeken bulgu öğrencilerin harflere rastgele değer verme eğiliminde olmalarıdır. Örnek bir cevap Şekil 4.7’de verilmiştir.

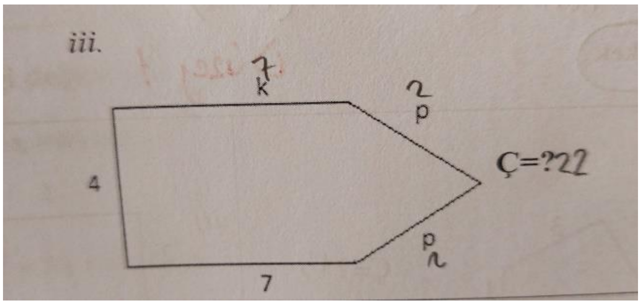


Şekil 4.7. Harun’un 4. soruya verdiği cevabı.

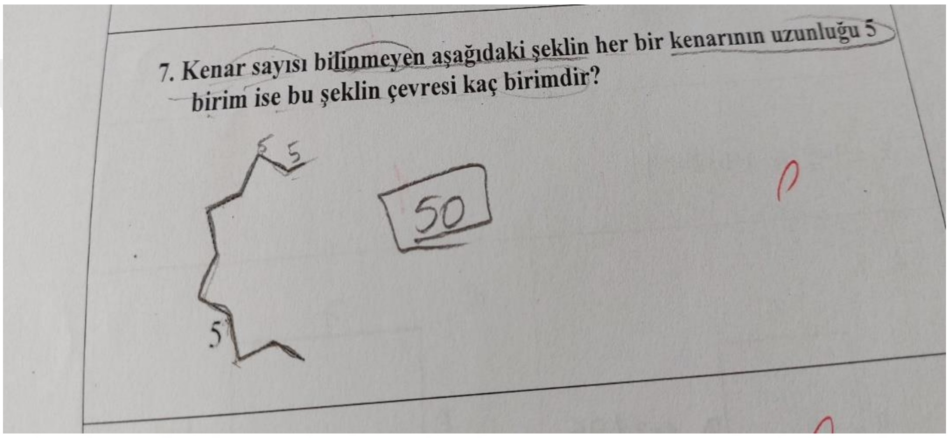
Araştırmacı: Harun, a neden 4 oldu?
Harun: Cetvelim yanımda değil ama oranın 4 olduğunu tahmin ettim.
Araştırmacı: a’ya herhangi bir değer vermeden soruyu çözemez miyiz?
Harun: Bence çözemeyiz kenarını bilmediğimiz bir şeklin alanını nasıl bulalım.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde harflere değer vermeden onları kullanamadıkları, harfleri bir nesne olarak veya bilinmeyen olarak göremedikleri, harflere rastgele değerler verdikleri ve bu kapsamda sorulara doğru yanıt veremedikleri görülmüştür. Doğru cevabı bulsalar bile bu cevaba, harflere değer vererek ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin çoğunluğu düzey 2, 3 ve 4’e ait soruları boş bırakmışlardır. Farklı düzeylere ait gelen bazı cevaplar aşağıda örneklendirilmiştir.

Şekil 4.8'de 2. düzeye ait bir soruya Mehmet Tahir'in verdiği cevap görülmektedir. Öğrenci yine değişkenlere bir değer verme arayışına gitmiştir. Klinik görüşmelerde değişkene değer vermeden bu sorunun çözülemeyeceğini ifade etmiştir.



Şekil 4.8. Mehmet Tahir'in 4. soruya verdiği cevabı.



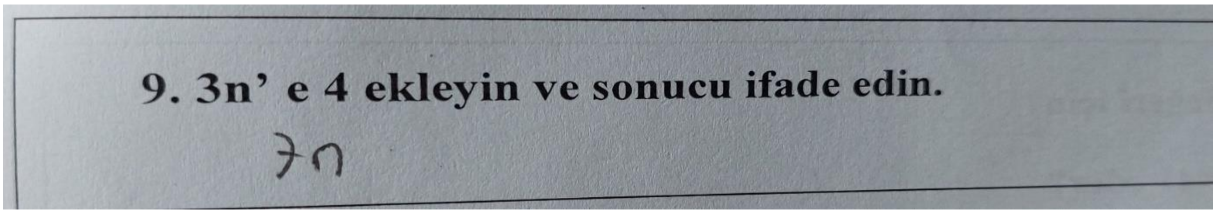
Şekil 4.9. Zeynep'in 7. soruya verdiği cevabı.

Şekil 4.9'da Zeynep'in düzey 3 seviyesinde bir soru olan 7. soruya verdiği cevap görülmektedir. Soruda görülen 10 kenar olduğu için Zeynep cevabını 50 olarak vermiştir.

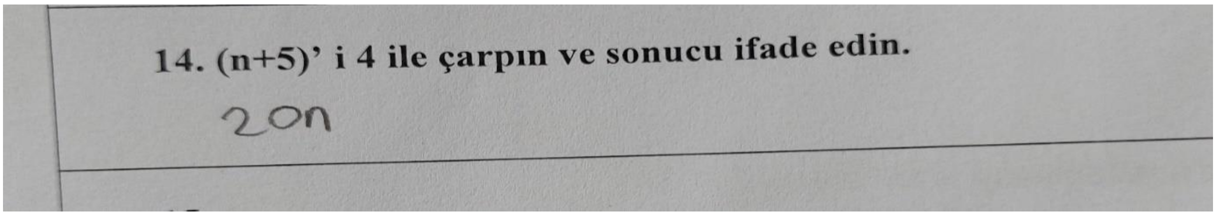
Araştırmacı: Cevap neden 50 açıklar mısın?
Zeynep: Çünkü bu bir çokgen ve 10 kenarı var. Çevresi 10.5 olarak bulunur.
Araştırmacı: Çokgen olduğuna emin misin? Çokgeni tarif edebilir misin?
Zeynep: Hatırlamıyorum ama ben bunun çokgen olduğunu düşünüyorum.
Araştırmacı: Ben sana yardımcı olayım çokgen olmanın bir şartı şeklin kapalı olmasıydı.
Zeynep: Aaaa evet hatırladım ama bu şekil kapalı olmasa da 10 kenarı var ve çevresi bu şekilde bulunur.

Yukarıda görüldüğü gibi öğrencinin bir alanda sahip olduğu eksik ya da yanlış bilgisi cebirsel düşünme becerisini etkilemektedir.

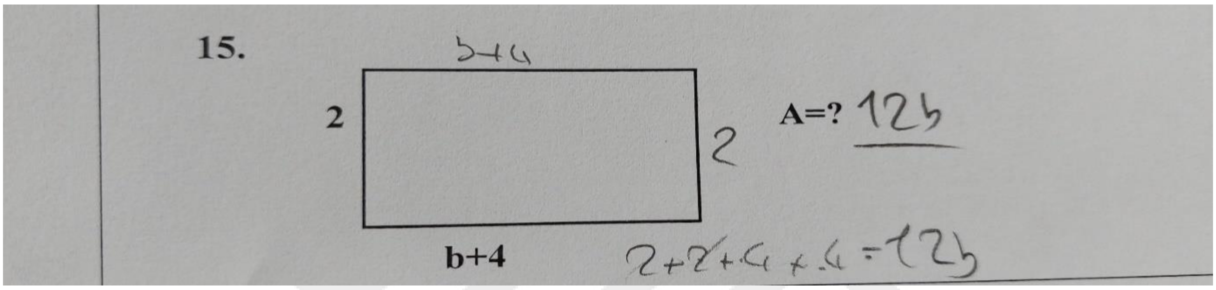
Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'de, düzey 3 ve düzey 4 seviyelerine ait 3 farklı soru sunulmuştur. Bu sorularda öğrencilerin değişkeni bir bilinmeyen olarak algılayamadıkları, değişkenlerle işlemler arasında bağ kuramadıkları, çarpma işleminde sabit terimi ihmal ettikleri ve değişkenleri yanlış yorumladıkları görülmektedir.



Şekil 4.10. Dilek'in 9. soruya verdiği cevabı.



Şekil 4.11. Rana'nın 14. soruya verdiği cevabı.



Şekil 4.12. Zeynep'in 15. soruya verdiği cevabı.

Ön değerlendirme sonuçlarına göre katılımcıların tamamının düzey 0 seviyesinde oldukları belirlenmiştir.

4.1.2. SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri testi bulguları

Araştırmaya katılan öğrencilerin öğretim deneyi öncesi SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini ortaya koyabilmek amacıyla katılımcılara araştırmacı tarafından geliştirilen yazılı değerlendirme aracı uygulanmış, ardından her bir katılımcı ile bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilerek cebirsel düşünme seviyeleri belirlenmiştir. Katılımcıların cebirsel düşünme seviyeleri yazılı değerlendirme aracıyla belirlenmiş, klinik görüşmeler ile de bu bulgular desteklenmiştir.

Genellemeleri formüle etme becerisi

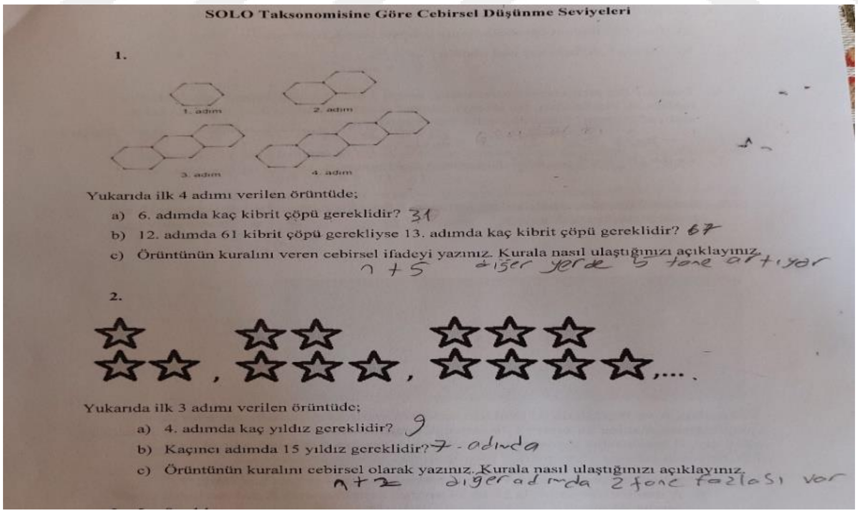
Ölçme aracının ilk 3 sorusu genellemeleri formüle etme becerisine yönelik hazırlanan basit düzeyde örüntü sorularıdır. Bu sorular örüntünün kuralını bulma, belirli bir adımdaki terim sayısını bulma ve bir terimin kaçıncı adıma denk geldiğini bulmaya yönelik sorulardır. Bu sorularda bir öğrenci hariç diğer öğrencilerin yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeyinde oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerden ilişkisel yapı seviyesine ulaşabilen öğrenci yoktur.

Tablo 4.1’de öğrencilerin genellemeleri formüle etme becerisine yönelik düşünme seviyeleri verilmiştir.

Tablo 4. 1. Öğrencilerin genellemeleri formüle etme becerisine yönelik düşünme seviyeleri.

Öğrenci ismi	**SOLO seviyesi**
Mehmet Tahir	Çok yönlü yapı
Mine	Tek yönlü yapı
Burak	Tek yönlü yapı
Oğuzcan	Tek yönlü yapı
Damla	Yapı öncesi
Şeyma	Yapı öncesi
Rana	Yapı öncesi
Harun	Yapı öncesi
Zeynep	Yapı öncesi
Dilek	Yapı öncesi
Cansu	Yapı öncesi

Çok yönlü yapı seviyesinde öğrenci cevabı incelendiğinde öğrencinin ortak farkı fark edebildiği ve bu kapsamda soruların a ve b maddelerine cevap verebildiği ancak örüntünün kuralını oluşturamadığı görülmektedir. Örüntünün kuralını oluşturma ile ilgili yanlış bilgiye sahip olduğu da görülmektedir.


SOLO Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyeleri

1.

1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

Yukarıda ilk 4 adımı verilen örüntüde;

a) 6. adımda kaç kibrit çöpü gereklidir? 31

b) 12. adımda 61 kibrit çöpü gerekliyse 13. adımda kaç kibrit çöpü gereklidir? 67

c) Örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeyi yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

n+5 diğer yerde 5 tane artıyor

2.

Yukarıda ilk 3 adımı verilen örüntüde;

a) 4. adımda kaç yıldız gereklidir? 9

b) Kaçıncı adımda 15 yıldız gereklidir? 7. adında

c) Örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

n+2 diğer adımda 2 tane fazlası var

Şekil 4.13. Mehmet Tahir’in 1 ve 2. soruya verdiği cevap.

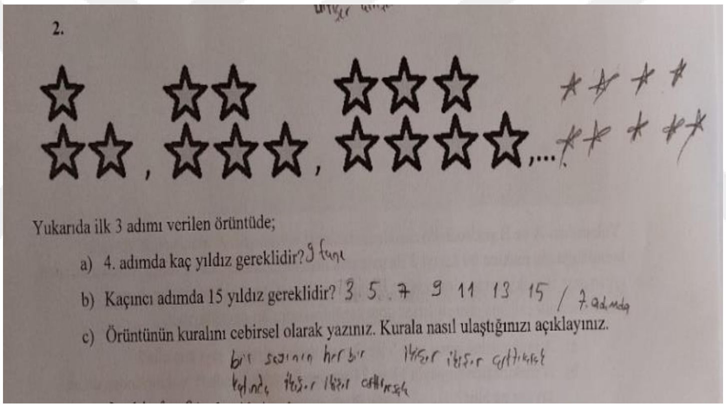
Mehmet Tahir’in örüntünün kuralını oluşturmaya yönelik düşüncesi Şekil 4.13’te verilmiştir.

Araştırmacı: Mehmet Tahir örüntünün kuralına nasıl ulaştın?
Mehmet Tahir: Öğretmenim her seferinde 5’er 5’er artıyor. Dolayısıyla $n+5$ oluyor.
Araştırmacı: n dediğin ne oluyor burada?
Mehmet Tahir: Bilinmeyen.
Araştırmacı: Bilinmeyen şey ne peki?

Mehmet Tahir: Adım sayısı.
Araştırmacı: Neden adım sayısına n dedin?
Mehmet Tahir: Çünkü sürekli değişiyor.

Mehmet Tahir'in verdiği cevaplar incelendiğinde kendince bir kural oluşturduğu ve bu şekilde örüntünün kuralını bulmaya çalıştığı görülmektedir. Bunun yanı sıra adım sayısını bilinmeyen olarak ifade etmesi uygun değildir. Bunun yerine değişken kavramını kullanması daha doğrudur. Aslında adım sayısının değiştiğinin farkında olmasına rağmen değişkenin anlamlarını tam olarak kavrayamadığı ve bu yüzden bilinmeyen şeklinde cevap verdiği düşünülmektedir.

Tek yönlü yapı seviyesine ilişkin cevaplar incelendiğinde öğrencilerin sorunun tek bir yönüne odaklanarak cevap verebildikleri, örüntünün ortak farkını fark etmedikleri görülmektedir. Şekil 4.14'te örnek bir cevap verilmiştir.



Şekil 4.14. Burak'ın 2. soruya verdiği cevap.

Burak ve bu seviyede cevap veren diğer öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin ortak farkı fark edemedikleri a maddesine çizim yaparak, b maddesine ise tek tek sayarak cevap verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin örüntünün kuralına ulaşamadıkları görülmektedir.

Yapı öncesi seviyede cevap veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin soruyu anlamadıkları soru ile tamamen ilgisiz cevaplar verdikleri örüntü ile ilgili bilgilerinin olmadığı görülmüştür.

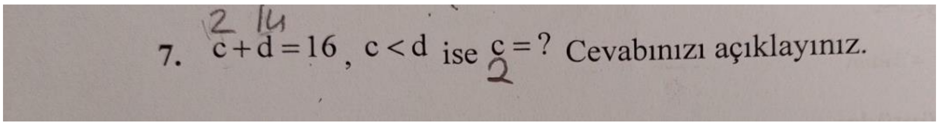
Cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı

Ölçme aracının 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ve 12. soruları cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisine yönelik sorulardır. Bu sorularda değişken kavramını anlama ve farklı durumlarda kullanma ve cebirsel ifadelerle işlem yapma becerilerine yönelik sorular bulunmaktadır. Cevaplar incelendiğinde 2 öğrenci hariç diğer öğrencilerin yapı öncesi seviyede kaldıkları görülmektedir. Şunu özellikle belirtmek gerekir ki yapı öncesi seviyede olan öğrencilerin bazı sorularda tek yönlü yapı seviyesinde cevap verdikleri görülmüştür. Ancak bir beceriye ait seviye belirlenirken öğrencilerin sorular için aldıkları puanlar ayrı ayrı toplanarak aritmetik ortalamaları alınarak o beceriye ait ortalama puan bulunmuştur. Oluşan puanlar öğrencinin ilgili beceriye ilişkin seviye puanını oluşturmaktadır. Tablo 4.2'de öğrencilerin cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisine yönelik düşünme seviyeleri verilmiştir.

Tablo 4.2. Öğrencilerin cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisine yönelik düşünme seviyeleri.

Öğrenci ismi	**SOLO seviyesi**
Mehmet Tahir	Tek yönlü yapı
Mine	Tek yönlü yapı
Burak	Yapı öncesi
Oğuzcan	Yapı öncesi
Damla	Yapı öncesi
Şeyma	Yapı öncesi
Rana	Yapı öncesi
Harun	Yapı öncesi
Zeynep	Yapı öncesi
Dilek	Yapı öncesi
Cansu	Yapı öncesi

Bu seviyede dikkat çeken bir bulgu öğrencilerin tamamının eşitsizlik, özdeşlik ve çarpanlara ayırma konusuna ait sorulara cevap verememeleridir. Bu konulara ilişkin sorulara doğru cevap veren öğrenci olmamıştır. Farklı seviyelere ait öğrenci cevaplarından örnekler sunulmuştur.



Şekil 4.15. Mine'nin 7. soruya verdiği cevap.

Şekil 4.15'te sunulan Mine'nin cevabı incelendiğinde tek yönlü yapı seviyesine ait bir cevap verdiği görülmektedir.

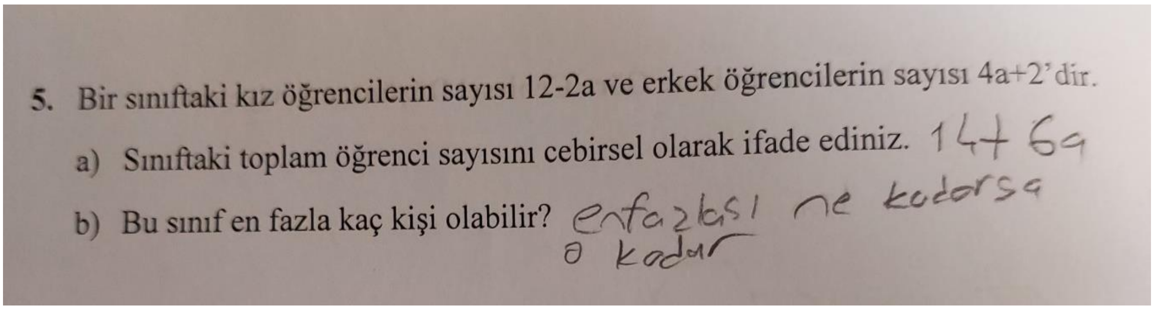
Araştırmacı: Mine bu cevapları nasıl buldun?

Mine: Öğretmenim c, d'den küçük olacak ve toplamları 16 olacak. Bu yüzden 2 ve 14 uygun bence.

Araştırmacı: Peki başka değerler alamaz mı?

Mine: c ve d tek bir sayı o yüzden bir tane değer alabilir.

Mine'nin cevabı incelendiğinde değişken kavramının oluşmadığı, değişkenin her zaman tek bir sayıyı temsil ettiğini düşündüğü görülmektedir. Tek yönlü yapı seviyesinde cevap veren diğer öğrencilerde de aynı durum gözlemlenmiştir.

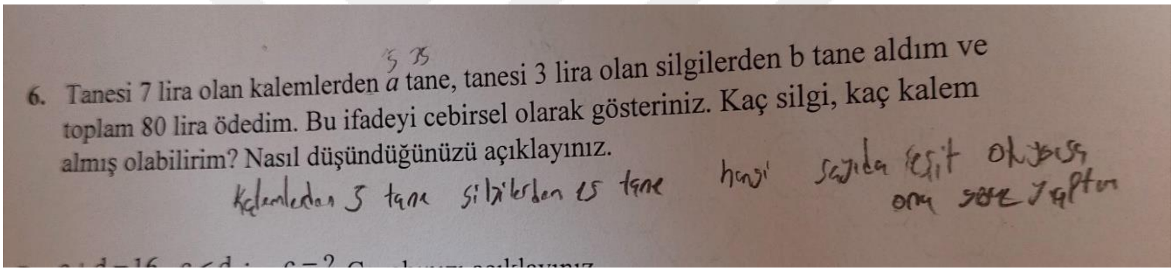

5. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı 12-2a ve erkek öğrencilerin sayısı 4a+2'dir.

a) Sınıftaki toplam öğrenci sayısını cebirsel olarak ifade ediniz. 14+6a

b) Bu sınıf en fazla kaç kişi olabilir? en fazlası ne kadarsa o kadar

Şekil 4.16. Harun'un 5. soruya verdiği cevap.

Şekil 4.16'da Harun'un yapı öncesi seviyede verdiği bir cevap görülmektedir. Öğrencinin cebirsel ifadelerde toplama işlemi konusunda eksik olduğu ve soruya ilgisiz bir şekilde cevap verdiği görülmektedir.

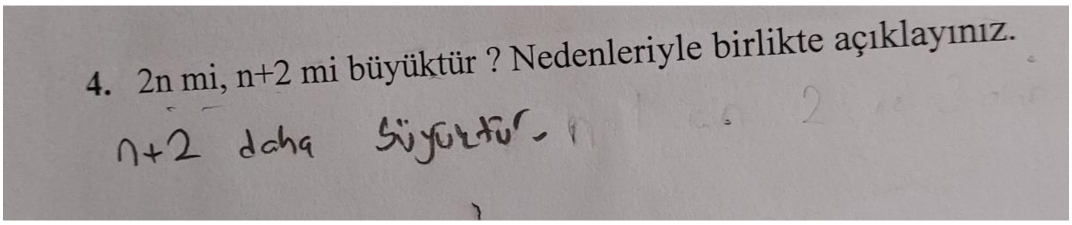

6. Tanesi 7 lira olan kalemlerden *a* tane, tanesi 3 lira olan silgilerden b tane aldım ve toplam 80 lira ödedim. Bu ifadeyi cebirsel olarak gösteriniz. Kaç silgi, kaç kalem almış olabilirim? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Kalemlerden 3 tane silgilerden 15 tane hangi sayıda eşit oluyorsa ona göre yaptım

Şekil 4.17. Dilek'in 6. soruya verdiği cevap.

Şekil 4.17'de verilen Dilek'in cevabı incelendiğinde öğrencinin tek yönlü yapı seviyesinde bir cevap verdiği görülmektedir.

Araştırmacı: Dilek nasıl buldun cevabını?
Dilek: Kâğıtta da belirttim hangi sayıda eşit oluyorsa o sayıyı buldum.
Araştırmacı. Peki, başka sayılar da olabilir mi?
Dilek: Hayır çünkü bu sayılarda eşit oluyor.


4. 2n mi, n+2 mi büyüktür ? Nedenleriyle birlikte açıklayınız.

n+2 daha büyüktür.

Şekil 4.18. Şeyma'nın 4. soruya verdiği cevap.

Şekil 4.18'de Şeyma'nın cevabı incelendiğinde öğrencinin tek yönlü yapı seviyesinde bir cevap verdiği görülmektedir.

Araştırmacı: Şeyma neden $n+2$ daha büyük?

Şeyma: Çünkü $n = 1$ dersek biri 2 biri 3 oluyor. O yüzden $n + 2$ daha büyük.
Araştırmacı: Peki başka sayı veremez misin?
Şeyma: Hayır çünkü n tek bir sayı.

Şeyma'nın cevabında da arkadaşlarına benzer bir hata yaptığı değişkenin sadece tek bir sayıyı temsil ettiğini düşündüğü görülmektedir.

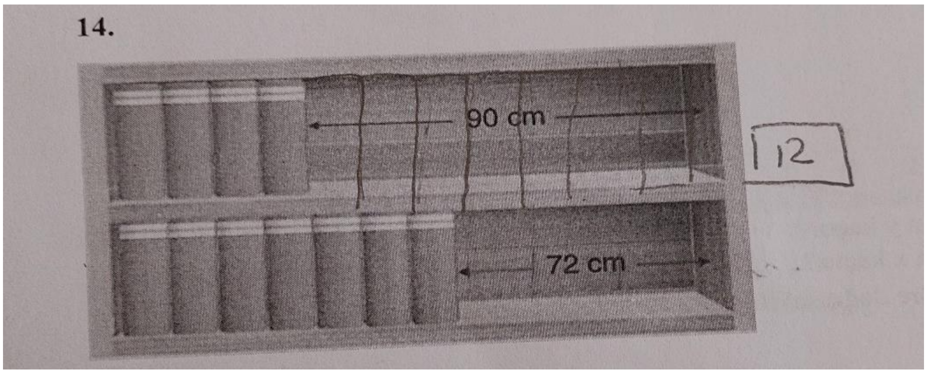
Çoklu gösterimlerden yararlanma

Ölçme aracının 13, 14, 15, 16, 17 ve 18. soruları çoklu gösterimlerden yararlanma becerisini kapsamaktadır. Bu sorularda öğrencilerin tablo, şekil, resim, sözel ifade gibi gösterimlerden yararlanarak cebirsel ilişkileri anlamalarına yönelik sorular bulunmaktadır. Öğrenci cevapları incelendiğinde tüm öğrencilerin yapı öncesi seviyede bulundukları tespit edilmiştir. Bu bileşene yönelik sorularda konu olarak eşitlik, denklem ve doğrusal denklem konuları yer almaktadır. Öğrencilerin bu konulara yönelik ön bilgilerinin oldukça yetersiz olduğu söylenilebilir. Tablo 4.3'te öğrencilerin çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine yönelik düşünme seviyeleri verilmiştir.

Tablo 4.3. Öğrencilerin çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine yönelik düşünme seviyeleri.

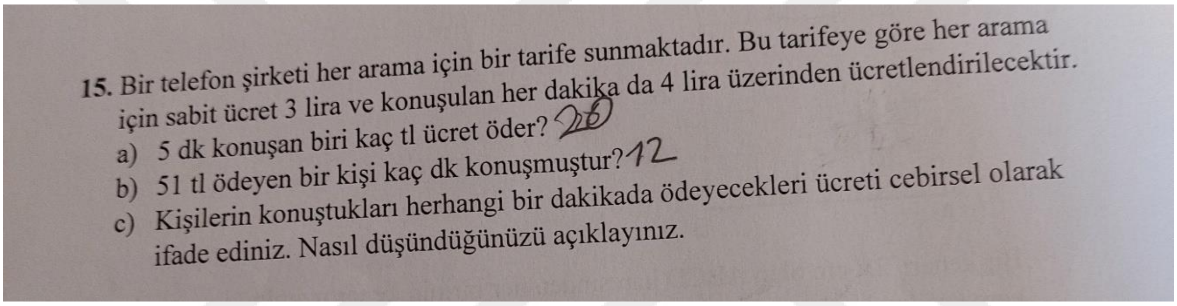
Öğrenci ismi	**SOLO seviyesi**
Mehmet Tahir	Yapı öncesi
Mine	Yapı öncesi
Burak	Yapı öncesi
Oğuzcan	Yapı öncesi
Damla	Yapı öncesi
Şeyma	Yapı öncesi
Rana	Yapı öncesi
Harun	Yapı öncesi
Zeynep	Yapı öncesi
Dilek	Yapı öncesi
Cansu	Yapı öncesi

Öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin ilgisiz cevaplar verdikleri, değişken ve eşitlik kavramlarını anlamlandıramadıkları, denklem konusunda yeterli bilgi sahibi olmadıkları, doğrusal denklemleri bilmedikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencilerin çoğunluğu soruları boş bırakmışlar, klinik görüşmelerde ise soruya dair herhangi bir fikirleri olmadığını, soruyu anlayamadıklarını dile getirmişlerdir. Öğrenci cevaplarından örnekler sunulmuştur.



Şekil 4.19. Rana'nın 14. soruya verdiği cevap.

Şekil 4.19'da görüldüğü üzere Rana'nın soruya yapı öncesi seviyede cevap verdiği görülmektedir. Rana klinik görüşmelerde şekle göre kitapları çizdiğini ve bu şekilde yerleştirilebileceğini belirtmiştir.



15. Bir telefon şirketi her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarifeye göre her arama için sabit ücret 3 lira ve konuşulan her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir.

a) 5 dk konuşan biri kaç tl ücret öder? 20

b) 51 tl ödeyen bir kişi kaç dk konuşmuştur? 12

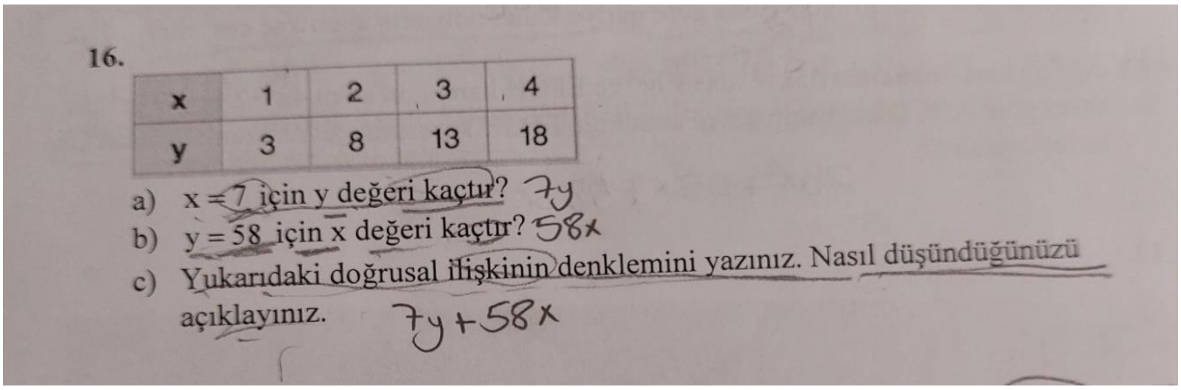
c) Kişilerin konuştukları herhangi bir dakikada ödeyecekleri ücreti cebirsel olarak ifade ediniz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Şekil 4.20. Damla'nın 15. soruya verdiği cevap.

Damla'nın Şekil 4.20'de cevabı ve klinik görüşme bulguları incelendiğinde soruya tek yönlü yapı seviyesinde cevap verdiği görülmektedir.

Araştırmacı: Cevabını açıklar mısın Damla?
Damla: 5 dk konuşuyor her dk 4 lira 20 lira eder.
Araştırmacı: Peki bir de sabit ücret var.
Damla: Aaaa pardon 23 oluyor.
Araştırmacı: Diğer şıkkı nasıl buldun?
Damla: 51'den sabit ücreti çıkardım 48 TL her dakika 4 olduğundan 12 dakika oluyor.

Damla'nın cevabı incelendiğinde cebirsel bir dil kullanımı olmadığı basit aritmetik işlemlerle sonuca ulaştığı görülmektedir. Öğrenci her ne kadar tek yönlü yapı seviyesinde bir cevap vermiş olsa da cebirsel düşünme becerisinin iyi bir seviyede olduğu söylenemez.



16.

x	1	2	3	4
y	3	8	13	18

a) x = 7 için y değeri kaçtır? 7y
b) y = 58 için x değeri kaçtır? 58x
c) Yukarıdaki doğrusal ilişkinin denklemini yazınız. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız. 7y+58x

Şekil 4.21. Zeynep'in 16. soruya verdiği cevap.

Şekil 4.21'de verilen Zeynep'in cevabı incelendiğinde tamamen ilgisiz bir cevap verdiği görülmektedir. Klinik görüşmelerde ise cevabının neden böyle olduğunu açıklayamamıştır.

SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri testinin ön değerlendirme sonuçlarına göre öğrencilerin çoğunluğunun tüm düzeylerde yapı öncesi seviyede oldukları görülmektedir.

4.2. Öğretim Deneyi Süreci

Öğrencilerle yapılan ön değerlendirmelerin analizi öğretim seanslarının tasarlanmasına rehberlik etmiştir. Öğretimin nasıl yapılacağı bu analizler sonucunda belirlenmiştir. Ön değerlendirme sonuçlarına göre katılımcıların tamamının cebirsel düşünme düzeylerinin düzey 0 seviyesinde oldukları belirlenmiştir. Ayrıca SOLO taksonomisine göre öğrencilerin büyük çoğunluğunun tüm alt becerilerde yapı öncesi seviyede oldukları tespit edilmiştir. Özellikle öğrencilerin cebirsel düşünmenin temeli olan değişken kavramını anlamlandıramadıkları, eşitlik işaretinin anlamını kavrayamadıkları, örüntü genellemesi ve cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı noktasında eksik oldukları, özdeşlikler, eşitsizlikler ve doğrusal denklemler konusunda oldukça eksik ve yanlış bilgi sahibi oldukları belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretim seansları 5-8. sınıflar Matematik Öğretim Programının "Cebir" öğrenme alanında yer alan beş alt öğrenme alanına (Cebirsel İfadeler, Eşitlik ve Denklem, Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler, Doğrusal Denklemler ve Eşitsizlikler) yönelik beş öğretim seansında gerçekleştirilmiştir. Öğretim seansları öğrenme alanının içeriğine göre farklı ders saatleri boyunca gerçekleştirilmiştir. Öğretim seansları tasarlanırken literatürde yer alan, öğrencilerin o konu ile ilgili sahip oldukları kavram yanılgıları ve öğrenme güçlükleri belirlenmiş, ön testler ve klinik görüşme bulguları değerlendirilmiş ayrıca öğretim seansları boyunca karşılaşılan öğrenme güçlüklerini gidermeye ve öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik ders planları uygulanmıştır.

Öğretim deneyi aynı zamanda öğrenme döngüsü ile de ilgilidir. Tipik bir öğrenme döngüsü üç aşamadan oluşur. Keşif aşaması, kavrama giriş aşaması ve kavramı uygulama aşaması. Keşif aşamasında öğrenciler, araştırılan kavramı uygulamalı etkinlikler yoluyla keşfederler. Kavrama giriş aşamasında, keşif aşamasında gerçekleştirilen gözlemlerin açıklamasına bir isim verilir. Kavram uygulama aşamasında öğrenciler keşfettikleri ve daha sonra isimlendirdikleri kavramı yeni durumlara uygularlar (Engelhardt vd., 2004). Bu araştırmada öğretim seansları keşif aşaması, kavrama giriş aşaması ve kavramı uygulama aşaması şeklinde tasarlanmıştır. Ayrıca araştırmada öğrencilerin zihinlerindeki konu ile ilgili gelişimleri görmek için zihin haritası tekniği kullanılmıştır. Öğrencilerin konuya başlamadan önce ve konu bitiminde konu ile ilgili zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir.

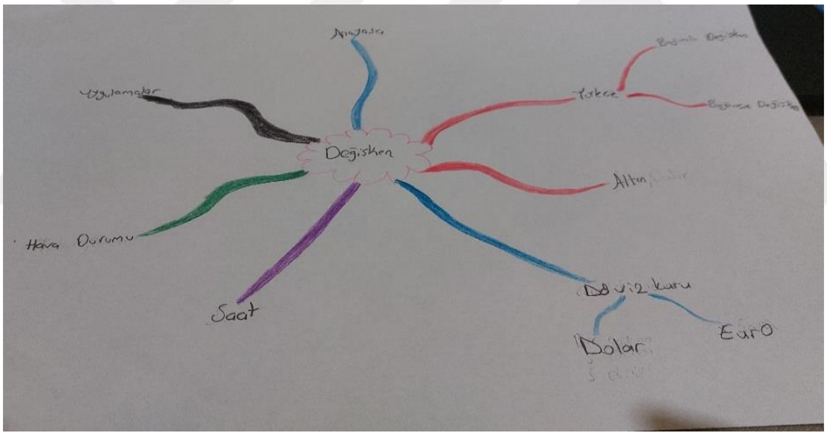
Araştırmada uygulanan öğretim seanslarında sınıf tartışmalarına önem verilmiş, hiçbir şekilde doğrudan bilgi verilmemiş, grup çalışması yaptırılmış, akran öğretimine yer verilmiş, somut materyaller, sanal manipülatifler ve geogebra kullanılmıştır. Ayrıca her öğrenci ile bireysel ilgilenilmiş, konuyu tam öğrenemeyen öğrencilere akran desteği ve ev ödevi takviyesi sağlanmıştır. Ayrıca bu araştırmada EBA'da yer alan cebir öğrenme alanı ile ilgili konu anlatım videoları ve interaktif etkinlikler de incelenmiş ve uygun olanları kullanılmıştır. Böylece EBA'da yer alan cebir öğrenme alanına ilişkin içeriğin de değerlendirilmesi yapılmıştır. Bunun yanı sıra her dersin sonunda kullanılan web 2.0 aracı ile dersin tekrarı sağlanmış sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur.

4.2.1. Birinci öğretim bölümü

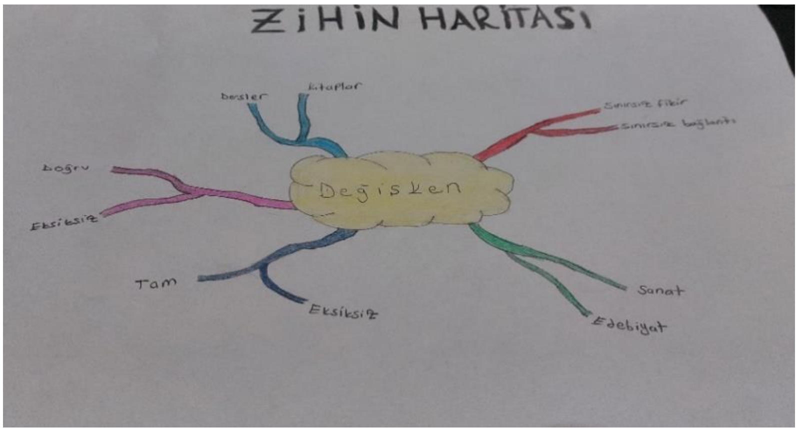
Birinci öğretim seansı "Cebirsel İfadeler" alt öğrenme alanına ilişkin 6 kazanımı içeren 10 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Birinci hafta "*M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.*", "*M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.*", "*M.6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.*" kazanımlarına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir.

Bir öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerinin neler olduğunun bilinmesi ve eksikliklerin giderilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmanın amacı kapsamında planlanan öğretimlere geçmeden önce tüm sınıfa uygulanan ön test ve ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin neler bildikleri, eksik oldukları noktalar, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiştir. Öğrencilerin değişken ve cebirsel ifade kavramları noktasında eksik oldukları, özellikle cebirsel ifade kavramında cebirsel ifadeden sonra eşittir işareti konulması gerektiğini düşündükleri, değişkeni temsil eden sembollerin her zaman bir sayıyı temsil etmesi gerektiğini düşündükleri, değişkenin her zaman aynı sayıyı temsil ettiğini düşündükleri, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanamadıkları, SOLO taksonomisine göre cebirsel ifadelerde yapı öncesi düzeyde kaldıkları görülmüştür. Alan yazında değişkenin öğretiminde farklı anlamlarının dikkate alınarak öğretilmesi önerilmektedir. Öğretim seansının tasarımında bu noktaya dikkat edilmiştir.

Dersin keşif aşamasında cebirsel ifade ve değişken kavramlarının ne olduğu sorgulanarak derse giriş yapılmıştır. Öğrencilerin bu kavramlar ile ilgili zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Örnek zihin haritaları Şekil 4.22, Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'te verilmiştir.

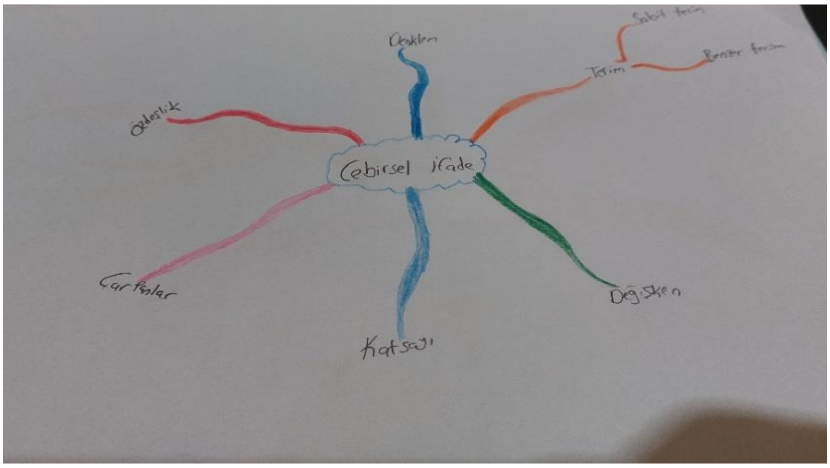


Şekil 4.22. Burak'ın değişken kavramına ilişkin zihin haritası.



Şekil 4.23. Zeynep'in değişken kavramına ilişkin zihin haritası.

Oluşturulan zihin haritaları incelendiğinde öğrencilerin değişken kavramına yönelik matematiksel bilgilerinin olmadığı, değişkeni günlük hayatta karşılaşılan saat, hava durumu, döviz gibi değişen kavramlarla ilişkilendirdikleri görülmüştür. Ayrıca değişkeni sınırsızlıkla özdeşleştiren öğrencilerin de olduğu görülmüştür.



Şekil 4.24. Cansu'nun cebirsel ifade kavramına ilişkin zihin haritası.

Cebirsel ifade kavramına ilişkin zihin haritaları incelendiğinde ise öğrencilerin katsayı, terim, sabit terim gibi ifadeleri hatırladıkları görülmüş ancak tam anlamıyla cebirsel ifade tanımını yapabilen öğrenci olmadığı görülmüştür.

Dersin keşif aşamasında öğretmen aşağıdaki senaryo ile devam etmiştir.

"Gallimimus, Geç Kretase döneminde yaşamış, Ornithomimidae familyasından bir theropod dinozor cinsi. Gallimimus sürüleri bir zamanlar çöllerde birbirleriyle yarışırlardı. En hızlı dinozorlardan biriydi. Hafif vücutları, güçlü ama ince bacaklarıyla yarış atından bile daha hızlı koşabilirlerdi. Gallimimus böcekler, ufak hayvanlar, tırtıllar ve tohumlarla beslenirdi. Gallimimus yere yaklaşıp yiyeceğine ulaşmak için uzun kollarını kullanırdı. Saatte 70 km hızla gidebilirdi." Daha sonra *"Saatte 70 km sabit hızla koşmaya başlayan bir Gallimimus başladıktan herhangi bir süre sonra ne kadar yol aldığını nasıl ifade edebiliriz?"* sorusu öğrencilere sorulmuştur.

Öğrencileri gruplara ayıran araştırmacı her grubun çözüme yönelik fikirlerini dinlemiştir. İlk grup $x+60$ cevabını vermiştir. Öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Rana: Herhangi bir saate x deriz. Bir saatte 60 dakika olduğundan dolayı bu şekildedir.
Araştırmacı: 70 km'yi kullanmadınız yani.
Rana: Evet.
Araştırmacı: Peki 3 saatte ne kadar yol almıştır?
Damla: x yerine 3 dersek 63 olur.
Rana: 1 saatte 70 km gidiyordu. Nasıl 63 oldu?

Damla: Demek ki bizim cevabımız yanlış. 60 dakikayı kullanmaya gerek yoktu ben demiştim zaten.

Diyalogda görüldüğü üzere öğrencilerin cebirsel ifadeyi oluşturamadıkları ancak araştırmacının sorusuyla yanlış yaptıklarını fark ettikleri görülmüştür. İkinci grup $x.70$ cevabını vermiş araştırmacının x nedir sorusuna herhangi bir saat cevabını vermiştir. Üçüncü grupta $x.70$ cevabını vermiş araştırmacının x nedir sorusuna bilinmeyen cevabını vermiştir. Araştırmacı bilinmeyen nedir peki dediğinde ise x cevabını vermişlerdir. Bu durum öğrencilerin ezber bilgi kullandıklarını, bilinmeyeni tam olarak anlamlandıramadıklarını göstermektedir. Öğrencilere x yerine başka neler gelebileceği sorulmuş a, b, c, y, z gibi ifadelerin kullanılabileceği öğrenciler tarafından belirtilmiştir.

Keşif aşamasından sonra kavrama giriş aşamasına geçilmiştir. Öğrencilerden cebirsel ifade ve değişken kavramına yönelik tanımları istenmiştir. Harun değişken için *"Bir değeri olmayan sayı"* ifadesini kullanmıştır. Cebirsel ifade kavramına yönelik tanımlarda ise Oğuzcan *"Değeri olan sayı"* ifadesini kullanmıştır. Mehmet Tahir ise cebirsel ifade kavramına yönelik *"Değerini bilmediğimiz sayılarla işlem yapmaya çalışıyoruz."* şeklinde bir tanım belirtmiştir. Bu tanım üzerine öğretmen Mehmet Tahir'den bir cebirsel ifade örneği istemiştir. Mehmet Tahir ise "$x+3$" örneğini vermiş diğer arkadaşları da bu örneğe katılmışlardır. "$5x+8$", "$2x-4$" farklı öğrenciler tarafından verilen cebirsel ifade örnekleridir. Verilen örneklerden yola çıkarak öğrenciler hep birlikte cebirsel ifade ve değişken tanımına ulaşmışlardır. Burada cebirsel ifade tanımının üzerine tekrar konuşulmuş özellikle cebirsel ifadeden sonra eşittir işaretinin gelmek zorunda olmadığı vurgulanmıştır. Ardından cebirsel ifade ile ilgili bazı temel kavramlar verildikten sonra değişkenin bilinmeyen ve değişen nicelik anlamlarını da görmeleri üzerine çalışmalar yapılmıştır. *"Ali ile babasının yaşları toplamı 40'dır. Ali 8 yaşında ise babası kaç yaşındadır?"* problemi sorularak sınıf içi tartışma ortamı başlatılmıştır.

Harun: 31.
Araştırmacı: Nasıl buldun?
Harun: 40'tan 8'i çıkardım. Aaaa yanlış oldu 32 olacaktı.
Araştırmacı: Farklı cevap bulan var mı?
Mehmet Tahir: 32.
Mine: 32.
Oğuzcan: $32x$.
Araştırmacı: Nasıl buldun?
Oğuzcan: Bilinmediği için x dedim.
Rana: Hem bilinmiyor diyorsun hem 32 diyorsun. 32 biliniyor x bilinmiyor.
Oğuzcan: O zaman 32.

Burak: x.
Araştırmacı: Nasıl buldun?
Burak: Bilinmediği için.

Öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin bilinmeyen herhangi bir niceliği x kavramı ile ilişkilendirdikleri soruda verilen diğer ifadeleri kullanmadıkları görülmüştür. Araştırmacının yönlendirmesiyle $8+x=40$ ifadesine ulaşılmıştır. Burada değişken olan x'in bilinmeyen anlamına vurgu yapılmıştır. Benzer bir soru daha sorularak öğrenilenler pekiştirilmiştir.

"Ayşe'nin toplamda 6 kuşu vardır. Bu kuşlar için Ayşe'nin sarı ve kırmızı renkli olmak üzere iki kafesi vardır. Kuşlar kafesler arasında yer değiştirebilmektedir. Kuşların kafeste olabilecekleri tüm durumları yazınız." sorusu ile devam edilmiştir. Öğrenciler kuşların olabileceği tüm durumları belirtmişlerdir. Bu durumlar bir tablo ile sunulmuş, ardından öğretmen burada değişkenin ne olduğunu sormuş Şeyma *"Kafesin içindeki kuşlar"* cevabını vermiştir. Buradan $s+k=6$ ifadesine ulaşılmıştır. Böylece öğrenciler değişkenin değişen nicelik anlamı üzerine düşünmüşlerdir.

Kavramı uygulama aşamasında öğrencilerden farklı değişken örnekleri vermeleri istenmiştir. Daha sonra sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazma etkinliği yapılmıştır. Etkinlikte verilen sorular basitten karmaşığa doğru sunulmuştur. Bir ağacın uzunluğunu 7 katı ifadesine tüm öğrenciler doğru cevap verebilmişlerdir. Öğrencilerin çoğunluğu $x.7$ cevabını vermiş Damla ise *"* $7.x$ *'de olabilir çünkü genellikle sayıyı değişkenin başına yazıyoruz."* şeklinde belirtmiştir. 3 TL zararla satılan bir ürünün satış fiyatı ifadesinde öğrencilerden değişken belirlemeleri istenmiştir.

Mehmet Tahir: Değişken x.
Araştırmacı: Peki x dediğin şey nedir?
Mine: Satış fiyatı.
Araştırmacı: Cebirsel ifadeyi söyler misiniz?
Mehmet Tahir: $x-3$.
Araştırmacı: Peki bu $x-3$ nedir?
Mehmet Tahir: Zararı.
Araştırmacı: Ama zararı 3 TL idi.
Mine: $x-3$ satış fiyatı.
Mehmet Tahir: Şimdi anladım. x maliyeti.

Diyalogda görüldüğü üzere araştırmacının yönlendirmesiyle öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. Burada öğrencilerin değişken kavramını bilinmeyen olarak gördükleri ancak neye bilinmeyen dediklerini fark etmedikleri görülmüştür. Bu kapsamda hazırlanan örnekler artırılmış her soruda özellikle cebirsel ifadenin yazımından önce değişken kavramı sorgulanmıştır. Bir sayının 5 katının 3 eksiği ifadesine Cansu $x.5-3$ cevabını vermiş, Harun ise $5x-3$'te olabilir demiştir. Bir sayının 3 eksiğinin 5 katı ifadesi için geçen diyaloglar şu şekildedir:

Rana: $x.3-5$.

Şeyma. Ben $3-x.5$ dedim.

Damla: $x-3.5$.

Mehmet Tahir: Ben de Damla'nın söylediği gibi söyledim.

Araştırmacı: Verilen cevapları inceleyelim. Birinci ifadede ilk olarak hangi işlem yapılır Rana?

Rana: 3 ile çarpıp 5 çıkarmış. O zaman 3 katının 5 eksiği olur.

Araştırmacı: Peki Şeyma'nın cevabını inceleyelim. İşlem önceliğine göre önce hangi işlem yapılır?

Öğrenciler: Çarpma.

Araştırmacı: O halde ilk olarak 5 ve x çarpılıyor sonra 3'ten çıkarılıyor.

Şeyma: Öyleyse yanlış cevap.

Mehmet Tahir: O zaman Damla ile birlikte bizim söylediğimiz cevapta yanlış oluyor. Bizim söylediğimize göre bir sayının 15 eksiği oluyor.

Rana: O zaman paranteze alacağız. İlk önce parantez içi işlem yapılır.

Bu soru ve benzer diğer sorular için verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin katı, toplamı ifadelerine ve işlem önceliğine dikkat etmedikleri görülmüş, araştırmacının yaptığı sorgulayıcı yaklaşım ile öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. Öğrenciler bir sayının 3 eksiği gibi ifadelerde $3-x$ ifadesini kullanmışlar, öğretmenin yönlendirmesiyle doğru cevaba ulaşmışlardır. Bir sayının 7 fazlasının $\frac{2}{3}$'si sorusu ile devam edilmiş ve cebirsel ifadelerde öğrencilerin rasyonel sayılar kullanması istenmiştir. Dilek bu soruya $(x+7):\frac{2}{3}$ cevabını vermiştir. Burada öğrencinin aritmetikte yaptığı bir hatanın cebirsel anlamda yanlış yapmasına sebep olduğu görülmektedir. Bir yolun $\frac{2}{3}$'sinin 7 km fazlası ifadesi için geçen diyalog şu şekildedir:

Cansu: $7x+\frac{2}{3}$.

Araştırmacı: Cansu $7x$ ne demek?

Cansu: Bir sayının 7 katı.

Araştırmacı: Cansu $7x$ 7 kat demek ama soruda 7 fazlası diyor ayrıca soruda önce yolun $\frac{2}{3}$'si var. Bir yolun $\frac{2}{3}$'si nasıl bulunur?

Öğrenciler: Çarparak.

Araştırmacı: O halde cebirsel ifadeyi söyleyelim.

Öğrenciler: $x.\frac{2}{3}+7$

Bir eşkenar üçgenin çevresi ifadesi ile devam edilmiş, Rana bu ifadeye $3x$ cevabını vermiştir. Rana'ya x nedir diye sorulduğunda yine bilinmeyen cevabını vermiş bilinmeyen ne peki denildiğinde üçgenin çevresi cevabını vermiştir. Mehmet Tahir ise hayır x üçgenin bir kenarı $3x$ çevresi şeklinde Rana'nın cevabını düzeltmiştir.

İlk etkinlik genel olarak incelendiğinde öğrenciler, basit düzeyde verilen sözel ifadeleri genel olarak doğru bir şekilde cebirsel ifade biçiminde yazabilmişlerdir. Ancak işlem önceliğine dikkat edilmesi gereken örnekler ve değişkenin belirlenmesine yönelik üst düzey örneklerde öğrenciler ilk olarak bazı hatalar yapmışlardır ve araştırmacının yönlendirmeleri ile doğru yanıta ulaşmışlardır. Bu etkinlikte dikkat çeken bir diğer nokta öğrencilerin değişkeni hep x olarak belirledikleridir. Bu kapsamda öğrencilerden sorularda verilen değişkenlere x dışında bir ifade belirlemeleri istenmiştir.

İkinci etkinlikte verilen cebirsel ifadelere karşılık gelen sözel ifadeler sorgulanmıştır. $\frac{5a}{6}+12$ ifadesi ile başlanmış Damla *"Bir yolun* $5/6$*'sının 12 fazlası"* şeklinde cevap vermiştir. $6x+14$ ifadesine Dilek *"Bir sayının 6 katının 14 fazlası"* şeklinde cevap vermiştir. $13m$ ifadesine Şeyma *"Bir sayının 13 katı"* şeklinde cevap vermiştir. $6(n-9)+3$ ifadesine Mine *"Bir sayının 9 eksiğinin 6 katının 3 fazlası"* şeklinde cevap vererek işlem önceliğine dikkat etmiştir. Araştırmacı burada tekrar işlem önceliğinin önemine vurgu yapmıştır. Öğrencilerin genel olarak bu etkinlikte işlem önceliğine dikkat ettikleri ve doğru cevaba ulaşabildikleri görülmüştür.

Üçüncü etkinlik değişkenin alacağı değere göre cebirsel ifadenin sonucunu bulmaya yönelik bir etkinliktir. Bu etkinliğin amacı ön değerlendirmelerde bu konuda yapılan hataların giderilmesini sağlamaktır. $3x+2$ cebirsel ifadesinin $x=4$ için değeri ile başlanmıştır. Öğrencilerden Rana ve Şeyma $34+2$ şeklinde cevap vermişlerdir. Burada araştırmacı 3x ifadesinin ne olduğunu sorunca öğrenciler bir sayının 3 katı şeklinde cevap vermişlerdir. Dolayısıyla ifadenin $3.4+2$ olduğunu fark etmişlerdir. Öğrenciler bunu kavramışlar ve bu hatayı tekrar etmemişlerdir. $5(m-3)+2$, $m=4$ ifadesi ile devam edilmiş öğrenciler 7 cevabını vermişlerdir.

Bir sonraki etkinlikte $3x+5$ cebirsel ifadesi verilmiş "x" harfi neye karşılık gelmektedir diye sorulmuştur. Öğrenciler bu soruya bilinmeyen olarak cevap vermişlerdir. Araştırmacı bilinmeyen ne olabilir diye sorduğunda öğrenciler y, z, a, b olabilir şeklinde farklı değişken örnekleri vermişlerdir. Öğretmen sorusunu daha da ayrıntılayarak bu x bir sayı olabilir mi diye sormuş öğrencilerden evet yanıtını almıştır. Dilek *"O halde bir ağacın uzunluğu olabilir"* demiş, Mehmet Tahir ise *"Bir meyvenin büyüklüğü olabilir"* demiştir. x harfi yerine "6" yazılabilir mi? sorusuna öğrenciler evet cevabını vermiş ve yeni ifadeye $3.6+5=23$ şeklinde cevap vermişlerdir. Bu ifadenin yerine $3y+5$ yazılabilir mi? sorusuna öğrenciler yazılabilir hatta y yerine a, b, c, z hepsi yazılabilir şeklinde cevap vermişlerdir.

Beşinci etkinlikte öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmek için *"$2x$ mi, $x+2$ mi büyüktür? Nedenleriyle birlikte açıklayınız."* sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin büyük çoğunluğu bu soruya $2x$ cevabını vermiştir.

Mehmet Tahir: $2x$ daha büyüktür. Çünkü birinde çarpıyoruz diğerinde topluyoruz.
Şeyma: Evet doğru söylüyor testlerde bu aklıma gelmemişti. Çarpmada sonuç her zaman daha büyüktür.
Mehmet Tahir: Bende katılıyorum. Örnek verecek olursak $x=4$ için $2.4=8$, $4+2=6$ olur.
Araştırmacı: Başka bir örnek verir misiniz?
Damla: x yerine 8 verirsek $2.8=16$, $8+2=10$.
Oğuzcan: Şimdi buldum. Bence ikisi de aynı.
Araştırmacı: Nasıl yani?
Oğuzcan: $x+2$'yi toplarsak $2x$ oluyor.
Şeyma: Hayır biri kat biri toplam.

Öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin çarpma işleminin her zaman toplama işleminden büyük bir sonuç vereceği kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca cebirsel ifadelerde toplama işlemini yanlış yaptıkları da görülmüştür. Araştırmacı ilk olarak Oğuzcan'ın yaptığı hatayı düzeltmiş, sonra x yerine 1 sayısını vererek sonuç bulmalarını istemiştir.

Araştırmacı: Oğuzcan bu cebirsel ifadelere karşılık gelen sözel ifadeleri söyler misin?
Oğuzcan: İlki bir sayının 2 katı diğeri bir sayının 2 fazlası.
Araştırmacı: O halde ikisi aynı mı?
Oğuzcan: Hayır değil.
Araştırmacı: Peki x yerine 1 koymanızı istiyorum.
Burak: Şu an bütün söylediklerimiz çürüdü (gülüyor).
Mehmet Tahir: 0 koyarsakta $x+2$ daha büyük oluyor.
Araştırmacı: $2x$ yerine $x+x$ yazılabilir mi?
Burak: Diğeri de $x+2$. Her ikisinde de x ortak o zaman 2 belirliyor değerini.
Şeyma: İkiden büyük ya da küçük olmasına göre değişecek hangisinin büyük olduğu.

Öğrencilerle yapılan tartışma yoluyla öğrencilerin doğru cevaba ulaşmaları sağlanmıştır. Burada öğrencilerin tek yönlü yapı düzeyinden çok yönlü yapı düzeyine geçebilmelerini sağlamak için x yerine birden fazla değer verilmesi istenmiş son aşamada ise ilişkilendirme yapabilmeleri için referans değerine ulaşmaları sağlanmıştır.

Altıncı etkinlik *(Bir kalem "k" lira ve bir defter "d" liradır. Ayşe 6 tane kalem ve 4 tane defter almıştır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız:*

k ifadesi neye karşılık gelmektedir?

d ifadesi neye karşılık gelmektedir?

$6k+4d$ *ifadesi neye karşılık gelmektedir?)* tüm sınıfın katılımı ile doğru bir şekilde cevaplanmıştır. Bu etkinlikle öğrencilerin artık değişken kavramını anlamlandırmaya başladıkları değişkenin temsil ettiği nicelikleri kavrayabildikleri açıkça görülmektedir.

Bir sonraki etkinlik öğrencilerin daha önceden yaptıkları hatalarını ortadan kaldırmak amacıyla düzenlenmiştir. Öğrencilere *"Bir sayının 4 fazlasının 2 katı ile aynı sayının 2 katının 4 fazlasını cebirsel olarak yazıp karşılaştırınız. Yazılan cebirsel ifadeler aynı mıdır? Neden? Açıklayınız."* sorusu sorulmuştur. Öğrencilerle geçen diyalog aşağıdaki gibidir.

Damla: İlk ifade $(x+4).2$.
Öğrenciler: Katılıyorum (hep beraber).
Araştırmacı: Peki ikinci ifade.
Cansu: $2x+4$.
Araştırmacı: Peki bu ifadeler aynı mıdır?
Mehmet Tahir: Aynı değil hocam. Çünkü x yerine 2 koyduğumuzda ilk ifade 12, ikinci ifade 8 çıkıyor.
Cansu: Bende 1 koydum sonuçlar farklı çıktı.
Araştırmacı: Peki x yerine herhangi bir değer koymadan bu iki ifadenin farklı olduğunu bilebilir miyiz?

Öğrencilerin artık sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazma konusunda sıkıntı yaşamadıkları ancak halen değişkenin yerine her zaman bir sayı konulması gerektiği düşüncesinde oldukları görülmüştür. Araştırmacı bu düşünceyi değiştirebilmek adına gerekli soruyu sormuş ancak sınıftan herhangi bir cevap alamamıştır. Bu kapsamda araştırmacı değişkenin her zaman bir sayıyı temsil etmek zorunda olmadığını, bu ifadelerin farklı olduğunun sözel ifadeden de anlaşılabileceğini açıklamıştır.

Bir sonraki etkinlik öğrencilerin cebirsel düşünme testinde yaptıkları bir hatanın önüne geçebilmek adına hazırlanmıştır. Öğrencilerden kenar uzunluğu verilen ancak kenar sayısı bilinmeyen bir şeklin çevre uzunluğunu bulmaları istenmiştir.

Damla: $x+10$.
Mine: $x.10$.
Rana: $10.x$.
(Araştırmacı ifadeleri tahtaya yazar)
Araştırmacı: Yazdığım ifadelerden aynı olan var mı?
Öğrenciler: $x.10$ ve $10.x$.
Araştırmacı: Neden aynı?
Harun: Çünkü çarpma işleminin değişme özelliği var.
Araştırmacı: Kaç kişi Damla'nın cevabına katılıyor (4 kişi parmak kaldırıyor).
Araştırmacı: Kaç kişi ikinci cevaba katılıyor (5 kişi parmak kaldırıyor).
Araştırmacı: Peki neden $x+10$?
Damla: Bir kenarı 10, kenar sayısı da x. Çevresi için kenar uzunluğu ve kenar sayısını toplarsak $x+10$ olur.

Bu soruda öğrenci değişken kavramını anlamlandırmış ancak geometride sahip olduğu yanlış bir bilgi doğru cevabı bulmasının önüne geçmiştir. Öğretmen burada çizdiği geometrik şekillerle çevre uzunluğunu hatırlatmış, cevabın neden yanlış olduğunu öğrencilere göstermiştir. Damla ve ona katılan arkadaşlarının hatalarını görmelerini sağlamıştır.

Öğrencilerin bu konudaki hatalı algılayışların önüne geçebilmek adına benzer bir soru daha sorulmuştur *(Herhangi bir karenin çevre uzunluğunu veren cebirsel ifade yazılabilir mi? Açıklayınız.)*.

Dilek: $x+4$.
Mine: $x.4$.
Araştırmacı: Burada x dediğimiz şey nedir?
Öğrenciler: Bir kenar uzunluğu.
Araştırmacı: Peki ya karenin çevre uzunluğu nasıl bulunurdu Dilek?
Dilek: Bir kenarını 4 ile çarparak. Neden toplama yaptığımı şu an anlayamadım.

Bir üst soruda yapılan hata tekrar edilmiş, öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemi arasındaki farkı kavrayamadıkları görülmüştür. Öğrencilerle yapılan sorgulamalar ile hataları düzeltilmiş ve bu konunun cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemleri konusunda üzerinde durulması gerektiği araştırmacı tarafından not edilmiştir.

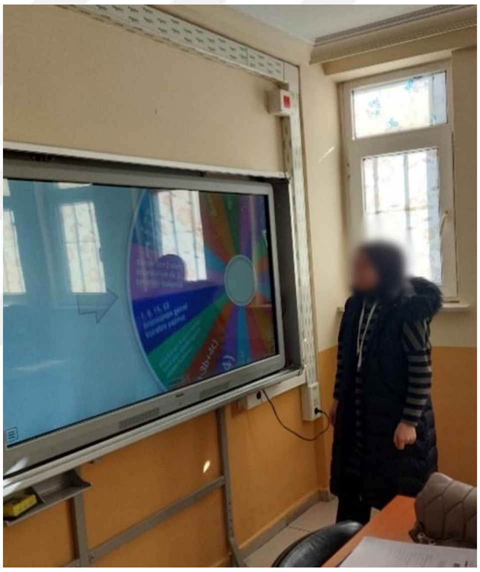
Mehmet Tahir: Hocam neden yazılabildiğini ben açıklamak istiyorum. Çünkü karenin bütün kenarları eşit. Bu kare olduğu için yazılabilir. Mesela dikdörtgen olsa yazılamazdı.
Mine: Doğru söylüyor. Çünkü bütün kenarları eşit değil.
(Araştırmacı tahtaya dikdörtgen çizer.)

Mehmet Tahir: Hayır hayır hocam yazılır. Kısa kenarına x uzun kenarına y denilirse $2x+2y$ yazılır.

Mehmet Tahir yaptığı hatayı araştırmacının tahtaya çizdiği dikdörtgen ile fark etmiş ve hemen düzeltmiştir. Mehmet Tahir'in verdiği örnek ile öğrencilerin bir cebirsel ifadede farklı değişkenler olabileceğini görmeleri sağlanmıştır. Araştırmacı sorunun daha iyi anlaşılması için düzgün beşgen, düzgün altıgen ve ikizkenar üçgenlerin çevre uzunluklarını sorgulamış öğrencilerden doğru cevaplar almıştır.

Tüm etkinliklerin bitmesinin ardından konu ile ilgili tekrar, bir web 2.0 aracı ile yapılmıştır. "Wordwall" kullanılmış ve "Rastgele Tekerlek" etkinliği yapılmıştır. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller Şekil 4.25 ve Şekil 4.26'da verilmiştir.

Şekil 4.25. Mehmet Tahir'e ait bir görsel.



Şekil 4.26. Rana'ya ait bir görsel.

Etkinlik boyunca dikkat çeken öğrenci cevapları özetlenmiştir. Rana'ya *"$8x+7$ ifadesinde x neye karşılık gelmektedir?"* sorusu sorulmuştur. Rana bu soruya değişken cevabını vermiştir. Araştırmacı bu bilginin ezber bilgi olmasının önüne geçebilmek adına değişken ne olabilir demiştir. Rana bu soruya bir karenin çevresi olabilir cevabını vermiştir. Araştırmacı o halde $8x+7$ ifadesi nedir dediğinde Rana bir karenin çevresinin 8 katının 7 fazlası şeklinde cevap vermiştir. Şeyma'nın sorusu ise $2.(x-6)+2$ ifadesinin $x=7$ için değeri şeklindedir. Şeyma bu soruya eksiksiz bir şekilde doğru cevap vermiş bunun üzerine araştırmacının önce 2 ile 7'yi çarpsaydık olur muydu sorusuna tüm öğrenciler işlem önceliğine göre önce parantez içi yapılır cevabını vermişlerdir. Bu soru ile öğrencilerin aritmetik anlamda bazı bilgilerinin artık oturmaya başladığı görülmektedir. Mine'nin sorusu ise $4a+5$ ifadesinin $a=4$ için değeri nedir sorusuna Mine 49 cevabını vermiştir. Ders anlatımı sırasında da yapılan bu hata diğer öğrenciler tarafından hemen düzeltilmiş 21 cevabı verilmiştir. Araştırmacı ve öğrencilerin birlikte anlatımı ile Mine'nin hatasını görmesi sağlanmıştır. Dilek ise bir cebirsel ifadeye uygun sözel ifade yazmakta zorlanmış araştırmacının adım adım işlemleri uygulayarak anlatması ile doğru cevaba ulaşmıştır. Harun'un x mi büyük $x+6$ mı büyük sorusuna tüm sınıf doğru cevabı verebilmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin genel olarak doğru cevap verebildikleri değişken kavramını artık anlamlandırabildikleri, basit cebirsel ifadelerin anlamlarını anlayabildikleri görülmüştür. Bu etkinlikte dikkat çeken bir diğer nokta ders esnasında ilgisi düşük düzeyde olan Cansu ve Harun'un etkinliklere katılma noktasında istekli oldukları, Dilek'in ise yanlış yapma korkusuyla tahtaya gelmek istememesidir. Bu durum araştırmacı günlüğüne şu şekilde yansımıştır:

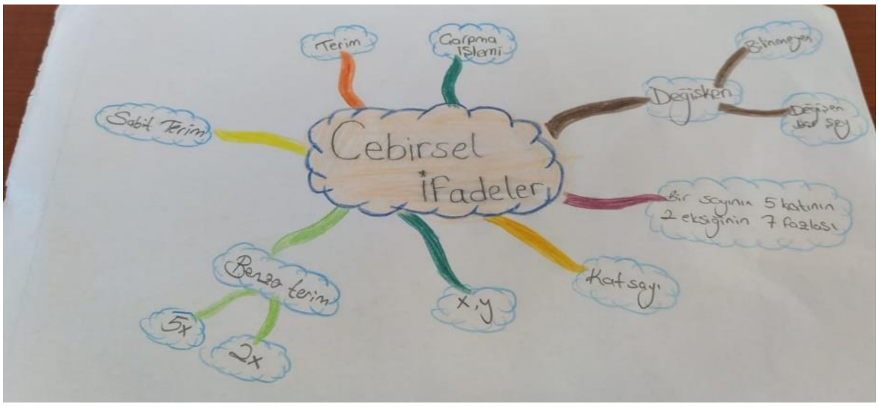
"Dersin en keyifli kısmı web 2.0 aracıyla yaptığımız etkinliklerdi. Ders ilgisi düşük olan Cansu ve Harun bile pür dikkatle izliyor, tüm sorulara cevap vermeye çalışıyorlardı. Ancak Dilek sınıf baskısından çekinerek tahtaya gelmek istemedi ve benim ısrarımla tahtaya geldi. Korktuğu gibi oldu ve soruya doğru cevap veremedi ancak arkadaşlarının baskı yapmasını engellediğim zaman rahatladı ve benim desteğimle doğru cevaba ulaşabildi."

Gözlemci günlüğünde de bu durumdan bahsedilmiştir:

"Web 2.0 kısmı öğrencilerin en aktif oldukları bölümdü. Tüm sınıf soruları ilgiyle çözmeye çalıştı. Dilek benim önümdeki sırada oturuyordu. Sorular için çözüm yapmaya çalışıyor ancak parmak kaldırıp tahtaya çıkmak istemedi. Sema öğretmen onu ikna etti ancak biraz stres ve heyecan yaptı ve doğru cevabı veremedi. Öğretmeninin desteğiyle soruyu cevapladı."

Dersin son aşamasında öğrencilerden değişken ve cebirsel ifade kavramına yönelik zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Başta yapılan zihin haritalarının aksine öğrencilerin konuyu öğrendikleri, değişken ve cebirsel ifade ile ilgili terimleri düşündükleri görüldü. Örnek zihin haritalarından Şekil 4.27 ve Şekil 4.28'de verilmiştir.

Şekil 4.27. Damla'nın değişken kavramına ilişkin zihin haritası.



Şekil 4.28. Şeyma'nın cebirsel ifade kavramına ilişkin.

Zihin haritaları incelendiğinde öğrencilerin ders öncesi yaptıkları zihin haritalarına göre kavramları daha çok matematikle ilişkilendirdikleri görülmektedir. Özellikle değişkenin bilinmeyen ve değişen nicelik anlamları tüm sınıfın zihin haritalarında görülmektedir.

İlk hafta incelendiğinde genel anlamda olumlu bir şekilde sonuçlandığı, öğrencilerin değişken kavramına yönelik büyük ölçüde hataları olduğu ancak hatalarının düzeltildiği görülmüştür. Ders süresi boyunca yapılan etkinliklere, öğrencilerin aktif katılımı sağlanarak, düşüncelerini rahatlıkla açıklamaları istenmiştir. Bu aşamada gerçekleşen aktif tartışma ortamı ile öğrencilerin eksikliklerini ve yanlışlıklarını kolaylıkla düzeltebildikleri görülmüştür.

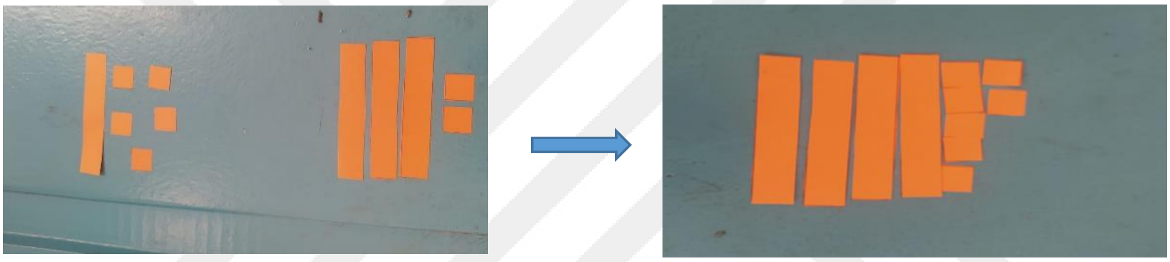
Birinci öğretim seansının ikinci haftasında *"M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar."* kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Ön değerlendirme testleri ve ön klinik görüşmelere göre öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminde hataları olduğu, özellikle benzer terimlerle işlem yapma konusunda eksik oldukları tespit edilmiştir. Araştırmacı, notlarına işlemlerde benzer terime vurgu yapılması hususunu eklemiştir.

Dersin keşif aşaması tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapabildiğimiz gibi cebirsel ifadelerde de toplama ve çıkarma işlemleri yapabileceğimiz ve bunun nasıl yapılması gerektiğinin sorgulanması ile başlanmıştır. Öğrencilerden cevap gelmeyince araştırmacı öğrencilerden iki tane cebirsel ifade söylemelerini istemiştir.

Araştırmacı: Bana iki tane cebirsel ifade söyleyebilir misiniz?
Rana: $3x+5$.
Damla: $8x+4$.
Araştırmacı: Bunları nasıl toplayabiliriz?
Burak: $3x$ ve $8x$ 'i toplarsak $11x$.
Şeyma: Benzer terimleri topluyoruz ama 5 ve 4'ü ne yapacağız onu bilmiyorum.

Araştırmacı: Benzer terimler hangisi peki?
Burak: $3x$ ve $8x$.
Şeyma: 5 ve 4 sabit terim.

Diyalogda görüldüğü üzere öğrencilerin basit cebirsel ifadelerde benzer terimleri algılayabildikleri ancak sabit terimleri benzer terim olarak algılamadıkları görülmüştür. Bu noktada öğretmen öğrencilerin daha iyi algılamalarını sağlamak amacıyla dersin kavrama giriş kısmında cebir karolarına geçiş yapmıştır. Sınıfı küçük gruplara ayıran öğretmen her gruba cebir karolarını dağıtmıştır. Öğretmen öğrencilerden "$3x+2$" ve "$x+5$" cebirsel ifadelerini modellemelerini istemiştir. Grupların tamamı bu iki ifadeyi doğru bir şekilde modelleyebilmiştir. Araştırmacı daha sonra bu iki ifadenin toplanmasını istemiştir. Tüm gruplar doğru şekilde cevap verebilmişlerdir. Örnek olarak Şekil 4.29'da birinci grubun modellemesi verilmiştir.



Şekil 4.29. Birinci grubun toplama işlemine ait modellemesi.

Araştırmacı: Evet arkadaşlar hepiniz doğru bir şekilde modelleme yaptınız. Peki, nasıl yaptığınızı anlatır mısınız?
Mehmet Tahir: Hocam benzer terim olanları yani $3x$ ve x'i topladım. 4x oldu. Sonrada 2 ve 5' topladım 7 oldu. Yani sonuç $4x+7$.
Öğrenciler: Katılıyorum (Hep beraber).
Araştırmacı: Peki toplamada benzer terimleri toplamamız gerekiyor. Sizler de 2 ve 5'i topladınız.
Dilek: O halde 2 ve 5'e de benzer terim diyebiliriz.

Karşılıklı yapılan sorgulama ile öğrencilerin hep birlikte sabit terimlerinde benzer terim olduğuna ulaşmaları sağlanmıştır. Dilek'in de artık cesaretinin artarak toplu konuşmalara dâhil olduğu görülmüştür.

Daha sonra EBA üzerinde yer alan interaktif etkinlik uygulanmıştır (Şekil 4.30). Dersin bu aşamasında tüm öğrencilerin etkinliğe katılma isteğinde oldukları gözlenmiştir. EBA üzerindeki etkinlikte benzer terimlerin bir araya getirilmesine vurgu yapılıyordu. Böylece öğrencilerin EBA ile öğrendiklerini pekiştirmeleri sağlanmıştır. Bu kapsamda EBA etkinliklerinin dersin uygulama ve pekiştirme aşamasında katkı sağladığı söylenebilir. Sonrasında toplama işleminin nasıl yapıldığı kavramsal olarak öğrencilere verilmiştir.

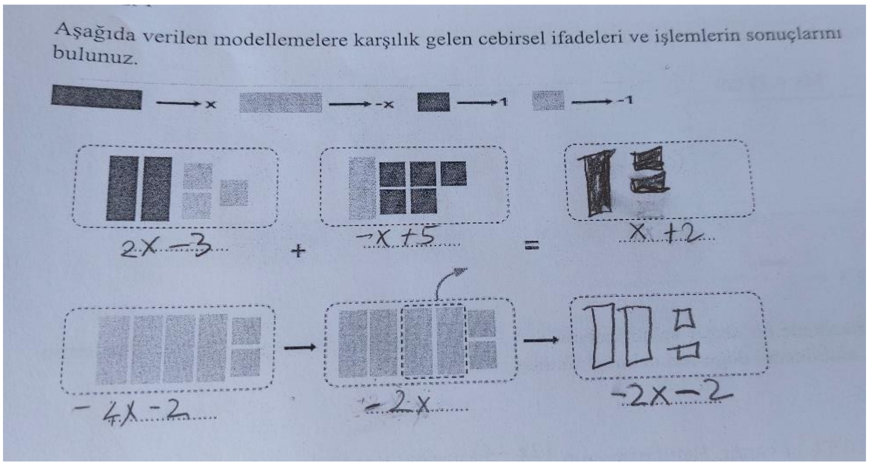
Şekil 4.30. EBA üzerinden yapılan interaktif etkinlik.

Ardından çıkarma işleminin öğretimine geçilmiştir. Sınıfı gruplara ayıran araştırmacı tahtaya "$4x+6$" ve "$2x+3$" ifadelerini yazmış öğrencilerden bu ifadeleri modellemelerini istemiştir. Bu aşamada tüm öğrencilerin doğru bir şekilde modelledikleri görülmüştür. Araştırmacı cebirsel ifadelerde çıkarma işlemine geçiş yapabilmek için tam sayılarda çıkarma işlemi vermiş ancak öğrencilerin çoğunluğunun bu işlemi yapamadıkları görülmüştür. Bu durum araştırmacı günlüğüne şu şekilde yansımıştır.

"Tam sayılarda çıkarma işlemi öğrencilerin büyük çoğunluğu tarafından yapılamadı. Bu durum beni oldukça üzdü. Tam sayılarda çıkarma işlemi yapamayan öğrencilerin cebirsel ifadelerde çıkarma işlemi yapması mümkün değil. Dolayısıyla önce tam sayılarda çıkarma işlemi üzerine çalışma yapmalıyım."

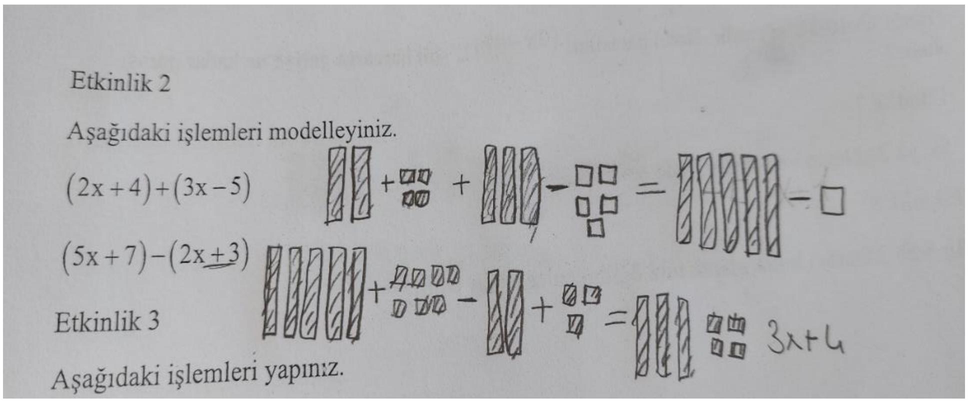
Öğrencilerin aritmetikte sahip olduğu eksik veya hatalı bilgilerin cebirsel düşünmenin önünde büyük bir engel oluşturduğu görülmektedir. Bu kapsamda araştırmacı tam sayılarda çıkarma işlemini tekrar anlatmış ve bu anlatımda sayma pullarından yararlanmıştır. Araştırmacı cebirsel ifadelerde de çıkarma işleminin tam sayılarda yapılan çıkarma işlemi gibi olduğunu vurgulamış, cebir karoları ile modellenen işlemi öğrencilerle birlikte yapmıştır. Burada bilginin öğrencilerin ön bilgileri üzerine inşa edilmesine dikkat edilmiştir. Ardından öğrencilerin bilgilerini pekiştirmek amacıyla EBA üzerinde yer alan interaktif etkinlik uygulanmıştır.

Kavramı uygulama aşamasına geçilmiş, öğrencilere etkinlik kâğıtları dağıtılmıştır. İlk etkinlik modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadelerin bulunmasına yöneliktir. Öğrencilerin tamamı bu etkinliği başarılı bir şekilde tamamlamışlardır. Örnek bir öğrenci kâğıdı Şekil 4.31'de verilmiştir.



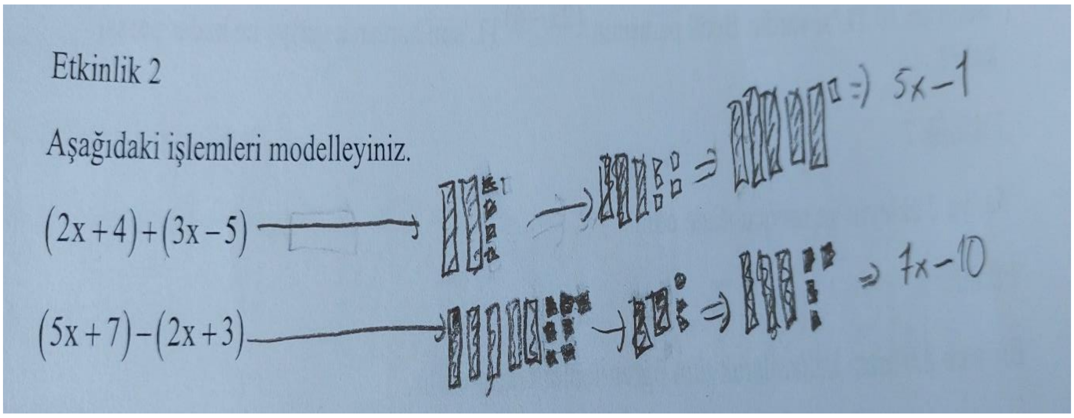
Şekil 4.31. Mehmet Tahir'in etkinlik kâğıdı.

İkinci etkinlik ise cebirsel ifadelerin modellenmesine yönelik etkinliktir. Cebir karoları ile modellemede öğrencilerin tamamının başarılı olmasına rağmen kâğıt üzerinde modelleme yapmada sıkıntılar olduğu görülmüştür. Bu durum cebirde somut materyal kullanımının önemini vurgulamaktadır. Özellikle çıkarma işlemi modellerinin yanlış olduğu görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı çıkarma işlemi ile ilgili hem somut materyallerle hem sanal materyallerle hem de kâğıt üzerinde modellemeler yapmıştır. Özellikle çıkarma işleminin eksileni çıkanın ters işaretlisiyle toplama olduğu vurgulanmıştır. Hatalı bir model çizen (Şekil 4.32) Cansu ile aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.



Şekil 4.32. Cansu'nun modeli.

Araştırmacı: Cansu $2x$ ve 4 arasında neden $+$ işareti var?
Cansu: Çünkü $+4$ diyor diğerinde de eksi işareti var çünkü -5 diyor.
Araştırmacı: Peki Cansu (küçük kareleri göstererek) bunlar neyi temsil ediyor?
Cansu: $+1$ ve -1.
Araştırmacı: O halde araya tekrar $+$ ve $-$ işareti koymaya gerek var mı?
Cansu: Doğru söylüyorsunuz hocam aslında gerek yok. Zaten yukarıda ki modellerde de bu işaretleri koymamıştık.



Şekil 4.33. Burak'ın modeli.

Şekil 4.33'te verilen model incelendiğinde Burak'ın modellerinin doğru olduğu ancak çıkarma işleminin sonucunu yanlış yazdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Burak neden $7x-10$?

Burak: $5x$ ve $2x$'i topladım $7x$, 7 ve 3'ü topladım 10 eksi işareti olduğu için -10 oldu.

Araştırmacı: Peki bu işlem toplama mı?

Burak: Aaaa evet çıkarma işlemi ben aslında çıkarma olarak modellemiştim. Ama unuttum.

Araştırmacı: Peki şimdi sonucu söyler misin?

Burak: Öğretmenim ben aslında modellemeyi anladım ama çıkarma işlemi her zaman kafamı karıştırıyor yapamıyorum. Modele bakarsak sonuç $3x+4$ ama model olmasa bu cevabı veremezdim.

Diyalogda görüldüğü üzere Burak'ın aslında modeli anladığı ve yapabildiği ancak çıkarma işlemini anlayamadığı anlaşılmaktadır. Burada cebirsel düşünmenin gelişiminde somut materyal ve modellerin kullanımının önemi açıkça görülmektedir. Burak'ın cevabı üzerine araştırmacı tekrar çıkarma işlemleri örnekleri yapmış, önce tam sayılarda çıkarma işlemi yapmış, sonra cebirsel ifadelerde çıkarma işlemi yapmıştır. Araştırmacı günlüğünde bu durum şu şekilde açıklanmaktadır.

"Bugün zor bir dersti. Çıkarma işlemi öğrenciler için başlı başına bir problem. Öğrenciler tam sayılarda çıkarma işlemini yapamıyorlar. Bu durumda cebirsel ifadelerde çıkarma işlemi hiç olmuyor. Bu kapsamda derste bol bol tam sayılarda çıkarma işlemi örnekleri çözdüm. Daha sonra cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yaptım. Dersin sonuna doğru öğrencilerin çoğunluğu daha iyi anladı. Ama anlamayanlar için tekrar öğretim dizisi yapmam gerekiyor."

Üçüncü etkinlik cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapmaya yönelik bir etkinliktir. Araştırmacı sınıfa cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi nasıl yapılır diye sormuş ve sınıftan *"Benzer terimlerle işlem yaparız."* cevabını almıştır. Toplama işlemi sorularına ufak tefek işlem hataları dışında genel olarak doğru cevaplar gelmiştir. İşlem hataları ise genellikle negatif sayılarla olan işlemlerdir. Daha önce de belirtildiği gibi öğrencilerin aritmetik anlamda eksik olduğu noktalar cebirsel düşünme becerilerini etkilemektedir. Bu kapsamda araştırmacı tekrar eksikleri gidermek adına tam sayılarla işlem örnekleri yapmıştır. Daha sonra çıkarma işlemi sorularına geçilmiştir. Çıkarma işlemlerinde genel olarak işlemin paranteze dağıtılması noktasında hatalar yapılmış araştırmacının desteği ile doğru cevaplara ulaşılmıştır.

Bir sonraki etkinlik kenar uzunlukları verilen bir dikdörtgen ve üçgenin çevresini bulmaya yönelik sorulardır. Araştırmacı öğrencilerin yaptıklarını incelediğinde çevre ile alan ifadelerini karıştırdıkları görülmüştür. Öğrenciler alan bulmaya çalışmışlar cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelmişlerdir. Bu kapsamda araştırmacı ilk olarak çevrenin nasıl bulunması gerektiğini hatırlatmıştır. Sınıfın yarısı bu soruya doğru cevap verebilmiştir.

Beşinci etkinlik öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmek için hazırlanmış bir sorudur *(Ferdi kırtasiyede bir defter ve bir kaleme* $(3x+5)$ *TL ödemiştir. Buna göre defter ve kalemin fiyatının alabileceği değerleri cebirsel ifade olarak yazınız.)*. Bu soruya ilk aşamada sınıfta doğru cevap veren tek öğrenci Mehmet Tahir olmuştur.

Mehmet Tahir: Hocam bu sorunun birçok cevabı olabilir. Örneğin defter $x+5$ iken kitap $2x$ olabilir.
Araştırmacı: Evet doğru söylüyorsun. Kitap ve defterin toplam fiyatı $3x+5$ olacak. Bu kapsamda söylediğin fiyatları toplarsak $3x+5$'i elde ederiz. Peki, başka neler olabilir?
Oğuzcan: Kitap $x+4$ defter $3x$.
Araştırmacı: Peki bunları toplar mısın?
Oğuzcan: $4x+4$. Evet, olmadı bunlar
Damla: Kitap $x+3$ defter $2x+2$.
Araştırmacı: Çok güzel.
Oğuzcan: Kitap $x+4$ defter $2x+1$.

Araştırmacı tüm sınıftan birer tane defter ve kalem fiyatı söylemelerini istemiştir. Tüm sınıfın katılımı ile etkinlik tamamlanmıştır.

Altıncı etkinlik öğrencilerin en çok zorlandığı etkinlik olmuştur *(Betül'ün 10 TL'si vardır. Betül parasının* $(2x-4)$ *TL'sini harcarsa geriye ne kadar parası kalır?).*

Oğuzcan: 8 buldum ben.
Zeynep: Ben de Oğuzcan'a katılıyorum.
Araştırmacı: Nasıl buldun anlatır mısın?
Oğuzcan: $2x$ 'den 4'ü çıkardım -2 kaldı 10'dan da 2'yi çıkardım 8 oldu.

Mine: 10’dan $2x-4$’ü çıkardım $8x+6$ kaldı.

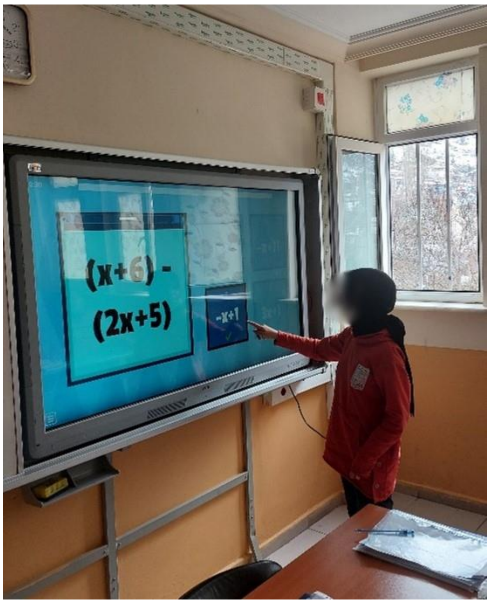
Diyaloglarda görüldüğü üzere öğrencilerin benzer terimlerle işlem yapmayı ihmal ettikleri, rastgele işlem yaptıkları görülmüştür. Benzer olmayan terimler arasında işlem yaptıkları da görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı bir tablo çizip cebirsel ifadeler vererek benzer ve benzer olmayan terimleri yazdırmıştır. Burada özellikle benzer olmayan terimler de yazılmış bu terimler arasında işlem yapılamayacağı gösterilmiştir Burada benzer terimler yazılırken farklı değişken örnekleri verilmiş ayrıca sabit terimlerin de kendi aralarında benzer olduğu vurgulanmıştır. Benzer terim kavramı hatırlatıldıktan sonra sorunun doğru cevabına ulaşılmıştır.

Son etkinlik cebirsel düşünme testinde benzeri yer alan bir etkinliktir *(*$5a$ *’ya 2 ekleyin ve sonucu ifade edin.)* Öğrencilerin cevapları aşağıda görülmektedir.

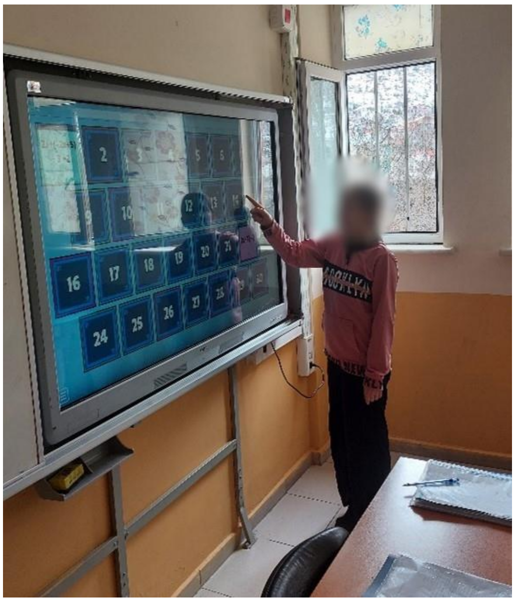
Burak: $5a+2$.
Zeynep: $5a+2$.
Cansu, Mine, Dilek: $5a+2$.
Rana: Benzer terim olmadıkları için işlem yapamayız.
Mine: Bende Rana gibi düşünüyorum.
Mehmet Tahir: Bence söylenen iki cevap aynı. Zaten bizde $5a+2$ derken toplama işlemini yapmıyoruz. $5a+2$ şeklinde kalıyor.

Öğrenci cevapları incelendiğinde artık benzer terim kavramının oluştuğu görülmektedir. Öğrencilerin hiçbiri ön testlerde yaptıkları hataları tekrarlamamışlardır. Soruya 7 ya da $7a$ şeklinde cevap veren olmamıştır.

Dersin son aşamasında web 2.0 aracı ile öğrenilenler tekrar edilmiştir. Dersin yine en hareketli olan kısmı bu kısım olmuştur. “Wordwall” kullanılmış ve “Kutuları Aç” etkinliği yapılmıştır. Bu etkinlikte her soru için 30 sn süre verilmesi öğrencileri heyecanlandırmış ve bir önceki etkinliğe göre daha çok zevk aldıkları görülmüştür. Etkinlik soruları genel olarak doğru yanıtlanmış, yanlış yapılanlar tüm sınıfın katılımıyla düzeltilmiştir. Benzer terim kavramının öğrencilerde oluştuğu ve çıkarma işlemi ile ilgili daha az hata yaptıkları görülmüştür. Etkinliğe yönelik görseller Şekil 4.34 ve Şekil 4.35’te verilmiştir.



Şekil 4.34. Şeyma'ya ait bir görsel.



Şekil 4.35. Damla'ya ait bir görsel.

Birinci öğretim seansının üçüncü haftasında *"M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar."* kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Ön değerlendirme testleri ve ön klinik görüşmelere göre öğrencilerin çarpma işleminde hataları olduğu, doğal sayı ile sadece değişkeni çarptıkları sabit terimi ihmal ettikleri görülmüştür. Bu kapsamda öğretim planları tasarlanmıştır. Dersin keşif aşaması sorgulama ile başlamıştır. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi nasıl çarparız sorusu sorulmuştur.

Araştırmacı: Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi nasıl çarparız?
Mehmet Tahir: Dağıtarak
Damla: Bende onu diyecektim.
Araştırmacı: Peki neyi dağıtmalıyız?
Şeyma: Eksiyi.
Zeynep: Parantezin dışında olan sayıyı.
Mehmet Tahir: Sayı varsa sayıyı ya da bir parantezi diğerine dağıtacağız.

Diyalogda görüldüğü üzere öğrencilerin çarpma işlemine yönelik tam olarak ifade edemeseler de bilgileri olduğu görülmektedir.

Araştırmacı: $3.(x+2)$ ifadesinin sonucunu söyler misiniz?
Oğuzcan: $3x+6$.
Öğrenciler: Katılıyorum.
Araştırmacı: Evet doğru cevap.

Üç öğrenci hariç diğer öğrenciler doğru cevabı verebilmişlerdir. Kavrama giriş aşaması için *"Bir kenar uzunluğu* $(a+1)$ *br olan karenin çevresini bulalım."* sorusu ile devam edilmiştir. Öğrenciler karenin çevresini bir kenarını 4 ile çarparak bulabileceklerini söylemişlerdir. Artık öğrencilerin geometrik şekillerin alan ve çevrelerini öğrenmeye başladıkları görülmektedir. Sınıfı gruplara ayıran araştırmacı öğrencilerden bu ifadeyi cebir karoları ile modellemelerini istemiştir. İkinci grubun modeli Şekil 4.36'da görülmektedir.

Şekil 4.36. İkinci grubun modeli.

Cebir karoları ile modellemede tek doğru yapan grup birinci grup olmuştur. İkinci ve üçüncü grup yukarıdaki şekildeki gibi modelleme yapmıştır. Ön testlerde görülen hata burada da devam etmiştir. Öğrenciler doğal sayı ile değişkeni çarpmışlar sabit terimi ihmal etmişlerdir.

Araştırmacı: $4.(x+1)$ ifadesinin ne anlama geldiğini açıklar mısın Harun?
Harun: 4 tane $x+1$.
Araştırmacı: O zaman 4 tane $x+1$ modelini koyalım (Ayrı ayrı 4 tane $x+1$ karolarını koyar).
Araştırmacı: Bunları birleştirirsek ne olur?
Cansu: 4 tane x ve 4 tane 1 olur.
Araştırmacı: O halde cevap ne diyebiliriz?
Mine: $4x+4$.

Araştırmacının model kullanması ve yaptığı sorgulayıcı yaklaşım ile öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. Ayrıca burada Damla *"Öğretmenim bu turuncular x'i temsil etmiyor muydu şimdi nasıl a'yı modelleyeceğiz?"* sorusuna Şeyma *"x dediğimiz değişken bu model x te olabilir a da olabilir"* şeklinde cevap vermiştir. Dolayısıyla Şeyma'nın değişken kavramının tam olarak oturduğu görülmektedir. Damla ise arkadaşının yardımıyla aklındaki soruyu gidermiştir. Modelden sonra bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin nasıl çarpıldığına dair genellemeye ulaşılmıştır. Ardından kavramı uygulama aşamasına geçilmiştir. İlk etkinlik bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpılmasına yönelik bir etkinliktir. Öğrencilerin çoğunluğu tüm soruları doğru bir biçimde yanıtlamışlardır. Yanlış yapan öğrencilerde ilk başta görülen hatanın devam ettiği yani sabit terimin ihmal edildiği görülmüştür. Cansu $3.(a+2)=3a+2$ şeklinde cevap vermiştir.

Araştırmacı: Cevabını açıklar mısın Cansu?
Cansu: 3'ü parantezin içine dağıttım.
Araştırmacı: Peki nasıl dağıttığını anlatır mısın?
Cansu: İlk başta 3 ve a'yı çarptım $3a$ oldu sonra da 2'yi ekledim.
Araştırmacı: Peki 3'ü dağıtırken 2 ile de çarpmamız gerekmiyor mu?
Cansu: Doğru biraz önce de uyarmıştınız.

Cansu'nun doğru cevaba ulaştığı görülmüştür. Burak ise üç terimli ifadelerde hataya düşmüştür. $6.(3m-2n+4)=6mn+24$ şeklinde cevap vermiştir.

Araştırmacı: Cevabını açıklar mısın Burak?
Burak: 6 ile hepsini çarptım.
Araştırmacı: Peki mn ifadesi nereden geldi?
Burak: 3m ve 2n'yi çarptım.
Araştırmacı: Neden peki aralarında çarpma işlemi mi var?
Burak: Hayır aslında çıkarma işlemi var ve bunlar benzer terim değil o halde işlem yapamayız 6'yı dağıtmalıyım.
Araştırmacı: Şimdi cevap ver o zaman.
Burak: $18m-12n+24$.

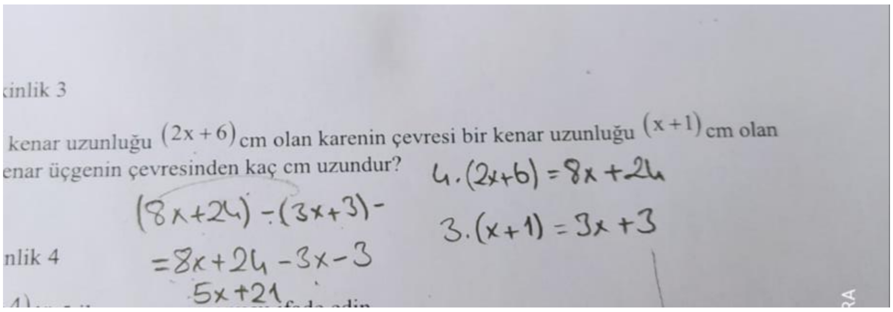
Burak'ta araştırmacının verdiği destekle doğru cevaba ulaşmıştır.

Bir sonraki etkinlik bir kenarı doğal sayı diğer kenarı cebirsel ifade olan iki dikdörtgenin alanını bulmaya yöneliktir. Öğrencilere ilk olarak dikdörtgenin alanı nasıl bulunur diye sorulmuş, tüm öğrenciler doğru cevabı vermişlerdir. Ancak Cansu, Dilek ve Harun dikdörtgenin alanının nasıl bulunduğunu bilmelerine rağmen çarpma işlemini yapamamışlardır. Bu öğrencilerle ilgili araştırmacı günlüğünde yer alan ifadeler şu şekildedir:

"Cansu, Dilek ve Harun sınıf seviyesinin çok altında. Onlar için çok üzülüyorum. Bugün çarpım tablosu bile bilmediklerini fark ettim. Doğal sayıyı parantez içine dağıtma mantığını anlamışlar ama çarpma işlemini yanlış yaptıkları için cevapları yanlış oldu. Onlar için ayrı bir çalışma yapmalı ve derslerde özel olarak desteklemeliyim."

Araştırmacı günlüğünde de görüldüğü üzere üç öğrenci sınıf seviyesinin oldukça altında kalmakta ve araştırmacı bunlar için özel olarak ek dersler yapmayı planlamıştır.

Bir sonraki etkinlik öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmek amacıyla hazırlanmıştır *(Bir kenar uzunluğu* $(2x+6)$ *cm olan* *karenin çevresi bir kenar uzunluğu* $(x+1)$ *cm olan eşkenar üçgenin çevresinden kaç cm uzundur?).*

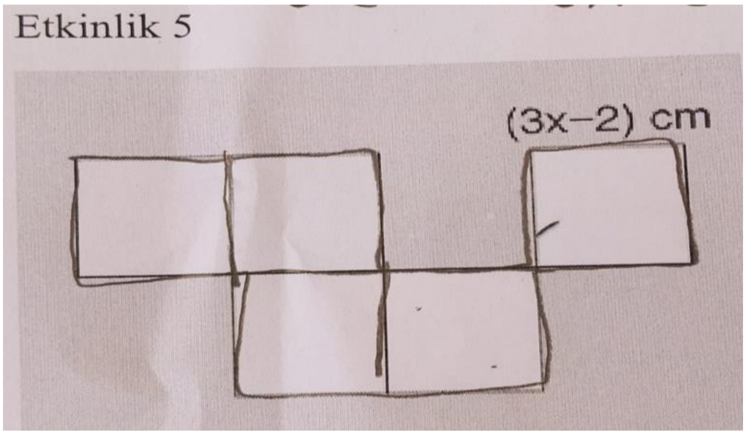


Şekil 4.37. Şeyma'nın soruya verdiği cevap.

Şekil 4.37'de görüldüğü gibi Şeyma verilen soruya eksiksiz bir şekilde doğru cevap vermiştir. Oğuzcan ise yapı öncesi düzeyde bir cevap vererek verilen iki cebirsel ifadeyi çarpmaya çalışmıştır. Araştırmacı öncelikle Oğuzcan'ın soruyu anlaması için soruyu parçalara bölerek açıklamıştır. Bunun üzerine Oğuzcan ilk önce karenin çevresini bulmuş daha sonra eşkenar üçgenin çevresini bulmuştur. Tekrar araştırmacıdan destek alarak aradaki farkı bulması gerektiğini anlamıştır. Burada dikkat çeken nokta öğrencilerin soruyu tam anlamadan cevap vermeye çalışmalarıdır. Araştırmacı bu noktada öğrencileri uyarmış ilk başta soruyu anlamak gerektiğini gerekirse parça parça okumak gerektiğini ifade etmiştir. Bazı öğrenciler ise çok yönlü yapı seviyesinde kalarak sadece karenin ve üçgenin çevresini bulmuşlardır. Bu öğrencilere de gerekli destek sağlanarak doğru cevaba ulaşmaları sağlanmıştır.

Bir sonraki etkinlik cebirsel düşünme testinde yer alan ve düzey 4 seviyesinde bulunan bir sorudur ($(x+4)$'ü 5 ile çarpın ve sonucu ifade edin.). Ön testlerde tüm öğrenciler bu soruya yanlış cevap vermişlerdir. Ancak bugün yapılan derste bu soruya sınıftaki tüm öğrenciler doğru cevap vermişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin düzey 4'e geçebilmeleri için cebirsel ifadelerde çarpma işlemine hâkim olmaları gerektiği söylenebilir.

Son etkinlik verilen bir şeklin çevresini bulmaya yönelik bir sorudur. Bu soru da öğrencilerin çoğunluğu tarafından doğru yapılan bir soru olmuştur. Yanlış yapan öğrencilerin ise yanlışı çevre kavramını anlamlandıramadıklarından dolayı olduğu görülmüştür (Şekil 4.38). Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpmada hata yapmamışlardır.



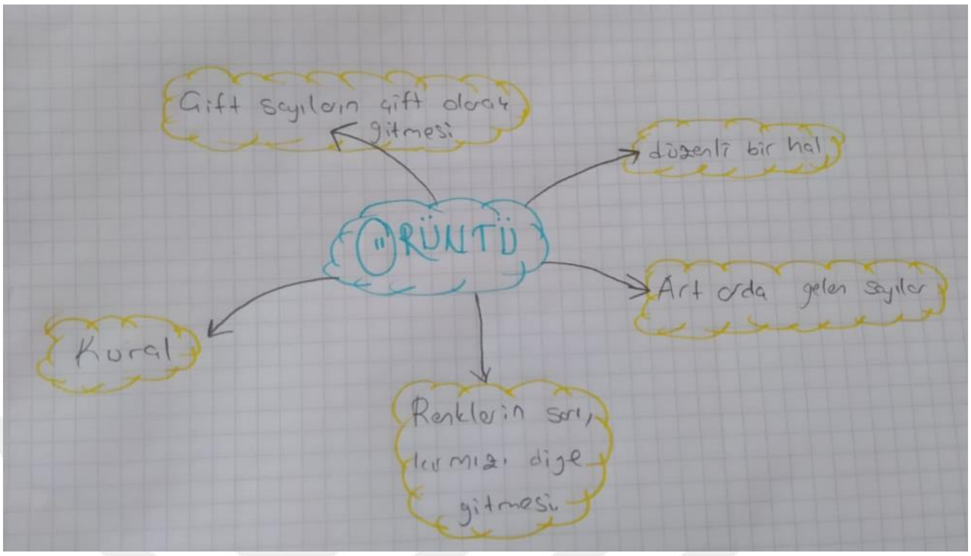
Şekil 4.38. Damla'nın şeklin çevresine ilişkin çizimi.

Ders genel olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpımını anlamlandırdıkları başarı düzeyi oldukça düşük olan üç öğrencinin bile son etkinlikleri doğru cevapladığı görülmüştür. Araştırmacının yaptığı sorgulayıcı yaklaşım ve modellerin bu konuda etken olduğu düşünülmektedir. Bu derste ortaya çıkan tek sorun elektrikler olmadığı için dersin sonunda web 2.0 aracı kullanılamamıştır. Bu duruma öğrenciler oldukça üzülmüştür. Öğrenci günlüklerinde bu durum şu şekilde ifade edilmiştir.

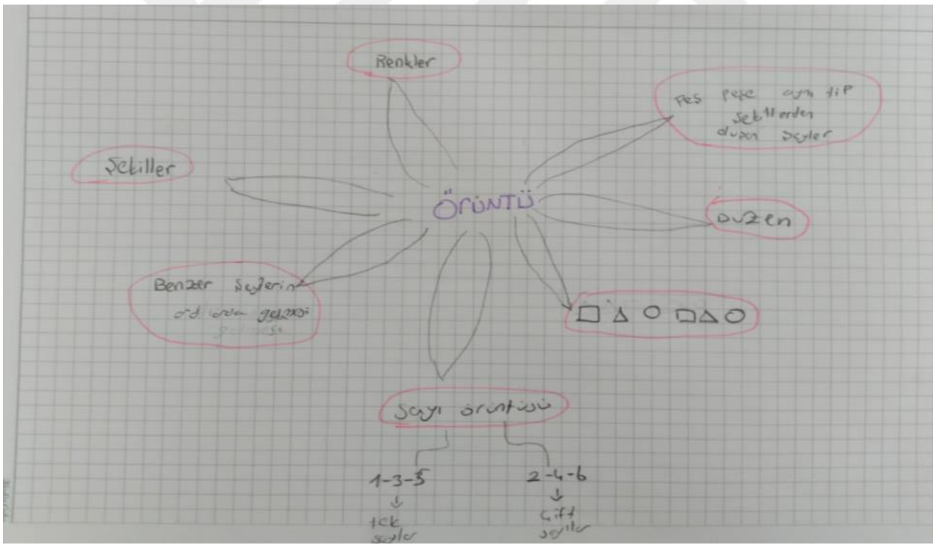
"Bugün cebirsel ifadelerde çarpma yaptık. Çok eğlenceli ve güzel geçti. Sadece 3. etkinliği yapamadım ama hoca yanıma gelip anlatınca anladım. Onun dışında her şey güzeldi ama elektrik olmadığı için web 2.0 aracı kullanamadık. Bu durum beni çok üzdü çünkü web 2.0 aracını kullandığımızda ders daha güzel geçiyordu." (Rana)

Birinci öğretim seansının son haftasında *"M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur."* kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Ön test ve ön klinik görüşme sonuçlarına göre öğrencilerin örüntü genellemesi noktasında ciddi anlamda eksikleri olduğu, örüntünün yakın adımına ilişkin soruları cevaplayabildikleri ancak uzak adım için genelleme yapamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin büyük çoğunluğu cebirsel düşünme becerisinin alt becerilerinden olan genellemeleri formüle etmede yapı öncesi düzeyde cevaplar vermişlerdir. Örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeyi bulma noktasında oldukça büyük kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Tespit edilen eksikliklere yönelik öğretim planı gerçekleştirilmiştir.

Derse *"Örüntü nedir? Örüntüler nasıl karşımıza çıkar?" "Günlük hayattan örüntü örnekleri verebilir misiniz?"* soruları ile başlanmıştır. Sorulara cevap alınmadan önce öğrencilerin örüntü kavramı ile ilgili zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin örüntü kavramına yönelik ön bilgilerinin olduğu örüntüyü ard arda gelen sayı ve şekiller, düzenli bir hal, kural, renkler, desenler, tek sayılar, çift sayılar şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Örüntü örnekleri istendiğinde ise düzenli ve ard arda gelen sayı, şekil, renk şeklinde örnekler verilmiştir. Öğrencilerin zihin haritalarından bazıları Şekil 4.39 ve Şekil 4.40’ta sunulmuştur.

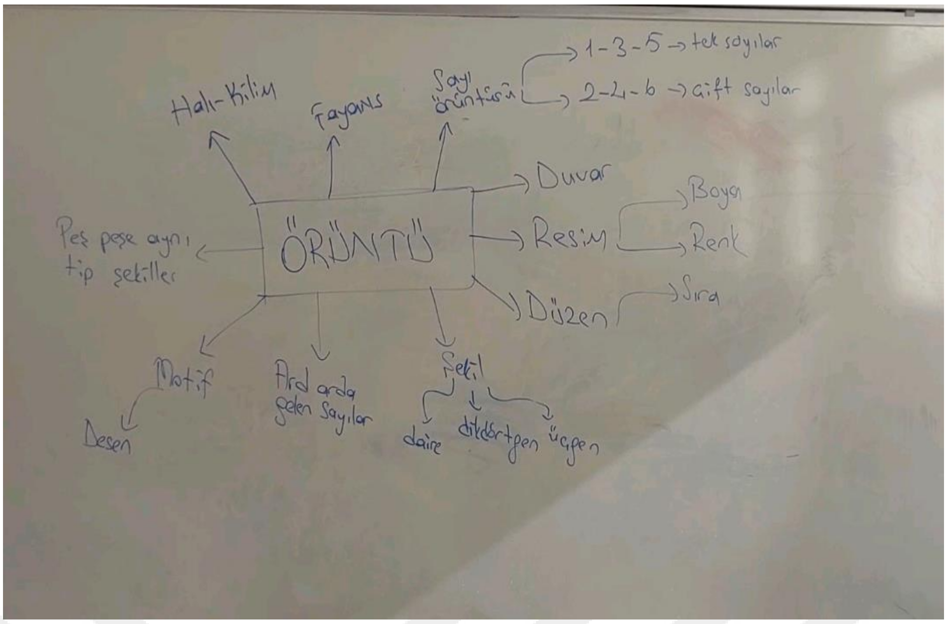


Şekil 4.39. Cansu’nun zihin haritası.



Şekil 4.40. Rana’nın zihin haritası.

Tüm zihin haritaları incelendiğinde öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin genel bir bilgilerinin olduğu örüntüyü ifade edebildikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin örüntülerin sayı ve şekil örüntüsü şeklinde olabileceğinin farkında oldukları görülmüştür. Ardından tüm sınıf örüntü kavramına yönelik ortak bir zihin haritası oluşturmuştur (Şekil 4.41).



Şekil 4.41. Sınıfça oluşturulan zihin haritası.

Öğrencilere akıllı tahta üzerinden farklı örüntü örnekleri gösterilerek dersin keşif aşaması tamamlanmıştır. Kavrama giriş aşamasına EBA'da yer alan *"Betül Hanım bir organizasyon için 4 kişilik masaları birleştirerek büyük bir masa oluşturmayı planlamaktadır. Betül Hanım 75 masayı birleştirdiğinde bu masaya kaç kişi oturabilir?"* sorusu ile devam edilmiştir. Öğrenciler 2 masa birleştirildiğinde kaç kişi oturur sorusuna 8 diyerek cevap vermişlerdir. Bu cevabın ardından 2 ve daha fazla masanın birleştirilerek oturacak kişi sayısı interaktif ortamda öğrencilere gösterilmiştir. Daha sonra öğrencilerden masa sayısı ile kişi sayısını bir tabloda göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin tamamı doğru bir şekilde tablo oluşturmuşlardır. Ardından araştırmacı öğrencilerden masa sayısı ile kişi sayısı arasındaki ilişkiyi bulmalarını istemiştir. Öğrencilerden gelen cevap kişi sayısı 2'şer 2'şer artmış masa sayısı birer birer artmış şeklindedir. Ön testlerde de öğrencilerin örüntünün ardışık artış miktarını fark ettikleri ve adım sayısına artış miktarını ekleyerek örüntünün kuralını buldukları görülmüştür.

Araştırmacı: Artıştan ziyade masa sayısı ile kişi sayısı arasında bir ilişki bulabilir miyiz?
Şeyma: İlk başta aradaki fark 3 sonra 4 sonra 5 şeklinde gidiyor.
Araştırmacı: Peki 75 masa olduğu zaman nasıl buluruz.
Şeyma: Yine tek tek saymamız gerekecek.
Oğuzcan: Hocam 75'i 2 ile çarpıp 2 ekleriz 152 olur.
Araştırmacı: Nasıl ulaştın buna Oğuzcan?
Oğuzcan: Hocam 1 masa varken 4 kişi oluyor 2 ile çarpmış 2 eklemiş sonradan.
Araştırmacı: Peki 2 ile çarptığını nasıl anladın?
Oğuzcan: Çünkü 2'şer 2'şer artıyor.

Oğuzcan doğru bir şekilde örüntünün kuralına ulaşmıştır. Tabloda bütün adımların sağlaması yapılmış 75 masa için gerekli kişi sayısı bulunmuştur. Araştırmacı öğrencilerin zihinlerinde daha kolay oturması için masanın başında ve sonundaki iki kişinin hiç değişmediğini yan kısımda oturanların ise masa sayısının iki katı olduğunu açıklamıştır. Böylece örüntünün yapısı da tanımlanarak ezber bilgi olmasının önüne geçilmiştir. Ardından araştırmacı 75. adım yerine herhangi bir adım sorulsaydı nasıl bulurduk sorusunu yöneltmiştir:

Öğrenciler: x derdik.
Rana: $x.2+2$ olurdu.

Örüntünün genel terimine ulaşılmasıyla birlikte öğrencilere genel terim ve temsilci sayı kavramları verilmiştir. Örüntünün genel teriminin n değişkeni ile gösterildiği ifade edilmiştir. Ardından öğrencilere etkinlik kâğıtları dağıtılmıştır.

İlk etkinlik verilen sayı örüntülerinin genel teriminin bulunmasına yönelik bir etkinliktir. Etkinlik sırasında geçen diyalog aşağıdaki gibidir:

Burak: Hocam biraz önce iki şey arasında ilişki kurduk burada sadece sayılar var ilişkiyi nasıl kuracağız?
Araştırmacı: Arkadaşlar sayı örüntüsünde ilk sayıya birinci adım ikinci sayıya ikinci adım şeklinde adım isimleri verebilirsiniz. Adım sayısı ile verilen sayı arasındaki ilişki size örüntünün genel terimini verecektir.
Burak: Tamam şimdi oldu.
Mehmet Tahir: 7'şer 7'şer artıyor. Örüntünün genel terimi $n+7$ olur.

Mehmet Tahir'in verdiği bu cevap ön testlerde de öğrencilerin çoğunda görülmüştür. Öğrenciler adımlar arasındaki farkı adım sayısı olan n'ye ekleyerek örüntünün kuralını verdiğini belirtmişlerdir. Öğrencilerin bu hatasını gidermek için karşılıklı tartışma yoluna gidilmiştir.

Araştırmacı: Genel terime $n+7$ diyorsun. Peki, 1. adım için n yerine 1 koyar mısın?
Mehmet Tahir: 8 olur. O zaman $n+7-3$ olur.
Araştırmacı: 2. adım için dener misin genel terimi?
Mehmet Tahir: 6 oluyor 12 olması gerekiyordu.
Araştırmacı: Arkadaşlar bir önceki etkinlikte kurala nasıl ulaştığımızı iyi düşünün adım sayısı ile verilen sayılar arasında bir ilişki arıyoruz.
Damla: Biraz önce ikişer ikişer artıyordu 2x demiştik burada 7'şer 7'şer artıyor. 7n demeliyiz bence.
Şeyma: $7.1=7$ oluyor. İlk adımı sağlaması için -2 koymamız gerekiyor.
Damla: $7n-2$ oldu.

Öğrenciler ile yapılan karşılıklı tartışma yolu ile örüntünün genel terimine ulaşılmıştır. Bir sonraki örüntünün genel terimine sınıftaki tüm öğrenciler ulaşırken 1, 8, 15, 22, … örüntüsünün kuralına ulaşamayan öğrenciler olmuştur. Öğrenciler ilk terimi bulmak için temsilci sayıya bir sayı ekleme girişiminde olmuşlardır. Araştırmacı bu kapsamda tekrar adım sayısı ile verilen sayı arasındaki ilişkiyi göstermiş örüntünün kuralına ulaştırmıştır. Etkinlik kâğıdında olmayan bir örnek araştırmacı tarafından tekrar yazılmış 3 kişi hariç tüm sınıf doğru cevabı verebilmiştir. Ders bitiminde bu üç öğrenci ile tekrar örüntü örnekleri çalışılmış, 5 örneğin ardından son örnekte 3 öğrencinin de doğru cevaba ulaştığı görülmüştür.

İkinci etkinlikte verilen bir şekil örüntüsünün yakın adımı, uzak adımı, genel terimi sorgulanmıştır. Etkinliğin ilk sorusu verilen bir şekil örüntüsünün bir sonraki adımını oluşturmaya yöneliktir. Sınıftaki tüm öğrenciler örüntünün 4. adımını çizim yaparak bulabilmişlerdir. Öğrencilerin örüntünün yakın adımını bulma konusunda başarılı oldukları söylenebilir. Bir sonraki soru *"15. adımda 29 kare gerekli ise 16. adımda kaç kare gereklidir?"* sorusudur. Öğrenciler adımlar arasındaki farktan yararlanarak bu soruya da doğru cevap vermişlerdir. Üçüncü soru örüntünün uzak adımını bulmaya yönelik bir sorudur. Sınıfın yarısından fazlası bu soruya doğru cevap verirken birkaç öğrenci cevap verememiştir. Cevap veremeyen öğrenciler ile yapılan diyalog aşağıdaki gibidir:

Araştırmacı: Cansu örüntü ile ilgili ne söyleyebilirsin?
Cansu: Her adımda 2 kare artıyor.
Araştırmacı: Adım sayısı ve kare sayıları arasında bir ilişki görebiliyor musun Harun?
Harun: Öğretmenim ben şöyle görüyorum. Sağ ve sol tarafa adım sayısının 1 eksiği kadar ekleme yapıyor ortadaki 1 kare ise hep sabit kalıyor.
Araştırmacı: Harun'un söylediğine göre 20. adımı bulabilir misin Dilek?
Dilek: Sağ ve sol tarafa 19 kare eklenirse 38 olur 1 karede sabit toplam 39 kare olur.
Araştırmacı: Gayet güzel. Peki, Zeynep 30. adımı da sen söyler misin?
Zeynep: Sağ ve sol tarafa 29 kare 58 eder 1 karede sabit 59 ediyor.
Oğuzcan: Hocam aslında Harun'un söylediğine göre adım sayısını 2 ile çarpıp 1 çıkarıyor. $20.2 = 40$ ve $40 - 1 = 39$ oluyor. Böyle daha kolay.

Diyalogda görüldüğü üzere kalan öğrencilerinde araştırmacının desteği ile örüntünün uzak adımını bulabildikleri görülmektedir. Araştırmacı burada sorgulayıcı rolüne bürünmüş ve yapılan tartışmalarla, öğrencileri doğru cevaba ulaştırmıştır. Oğuzcan ise daha ileri bir seviyede örüntünün genel terimini bularak uzak adıma ulaşmıştır. Bir sonraki soruda örüntünün kuralının cebirsel ve sözel ifadeleri istenmektedir.

Rana: 2'şer 2'şer artıyor.
Mine: Her adımda 2 artıyor.
Burak: Kare sayısı her seferinde 2 artıyor.

Araştırmacı: Peki adım sayısı ile kare sayısı arasındaki bir ilişki kursak.

Mehmet Tahir: Her adımda 2'şer artıyor ama sağlamasını yapınca mesela 2. adımda $2.2=4$ oluyor 3 olması için -1 dememiz lazım.

Şeyma: O zaman $2n-1$ olur.

Araştırmacı: Peki, bu cebirsel ifade bunu sözel olarak ifade edebilir misiniz?

Damla: Adım sayısının 2 katının bir eksiği.

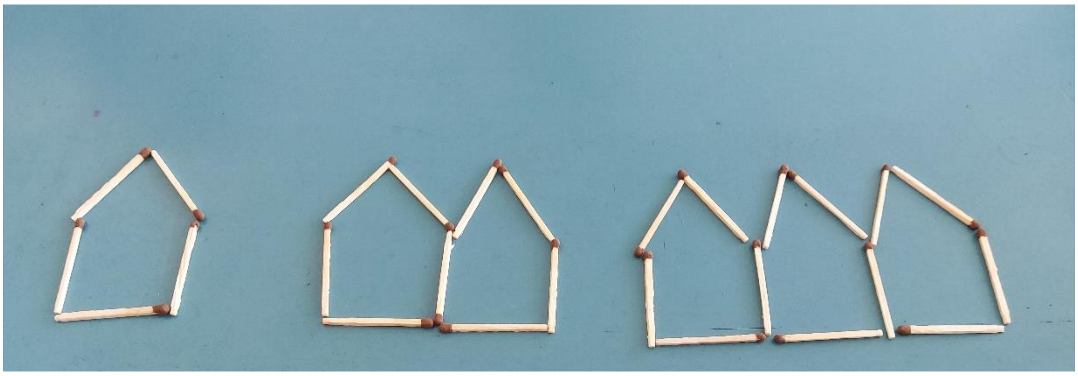
Araştırmacı: Bu söylediğin ne oluyor peki?

Damla: Kare sayısı.

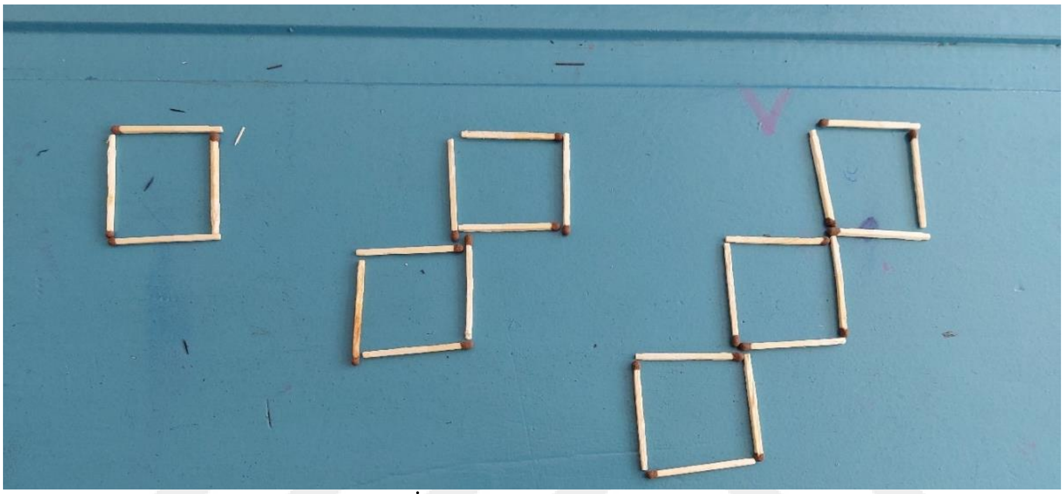
Öğrencilerin cebirsel ve sözel olarak örüntünün kuralına ulaştıkları görülmüştür. Bunun ardından kuralı kullanarak örüntünün uzak adımını bulmaya yönelik bir soru sorulmuştur. Öğrencilerin kuralı kullanarak örüntünün uzak adımını buldukları görülmüştür. Ardından 51 kare ile oluşturulan adım kaçıncı adıma denk gelmektedir? sorusu sorulmuştur. Oğuzcan *"1 eksik hali 51 o zaman 52 olur 52'yi de 2'ye bölersek 26 olur."* şeklinde cevap vermiştir. Bu soruya öğrencilerin çoğunluğu cevap verememiştir. Bunun sebebinin ise denklem çözmedeki eksiklikleri olduğu söylenilebilir. Bu kapsamda denklem çözmedeki eksikliklerinden dolayı geriye doğru çalışma stratejisi kullanılarak Oğuzcan'ın söylediği şekilde doğru cevaba ulaşmaları sağlanmıştır. Ancak Oğuzcan'ın cebirsel bir dil kullanmadığı aritmetik olarak geriye doğru çalışma stratejisi ile cevap verdiği görülmektedir.

Bir sonraki etkinlik soruları ilk etkinlik ile aynı soruları içermektedir. Tek farkı örüntünün kibrit çöpleri ile oluşturulmuş olmasıdır. Örüntünün yakın adımını, uzak adımını ve genel terimini bulma noktasında öğrencilerin sorun yaşamadıkları ancak herhangi bir adımı verilen örüntünün kaçıncı adıma denk geldiğini bulma konusunda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bunun sebebinin ise öğrencilerin denklem çözme konusunda yaşadıkları eksiklik olduğu söylenebilir. Bu kapsamda cebirsel düşünmenin alt becerilerinden olan genellemeleri formüle etme becerisi cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisiyle yakından ilişkilidir. Dolayısıyla bir beceride yaşanılan eksiklik diğerini önemli ölçüde etkilemektedir.

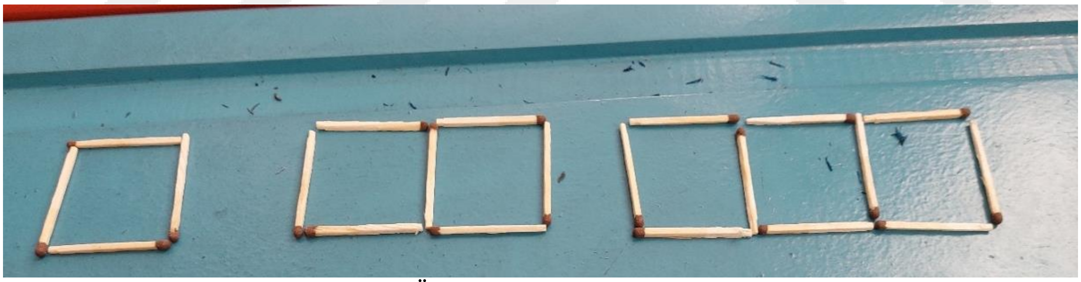
Dördüncü etkinlik için sınıf 3 gruba ayrılmıştır. Her gruba bir kutu kibrit çöpü verilmiş ve örüntü oluşturmaları istenmiştir. Grupların oluşturdukları örüntünün genel terimini bulmaları istenmiş ardından her grubun diğer grupların örüntülerini inceleyip genel terimlerini bulmaları istenmiştir. Bu etkinliğin öğrenciler için oldukça yararlı olduğu söylenilebilir. Öğrenciler hem bir örüntünün nasıl oluşturulacağını öğrenmişler hem de örüntülerin genel terimini bulma noktasında pekiştirme yapmışlardır. Grupların oluşturdukları örüntüler Şekil 4.42, Şekil 4.43 ve Şekil 4.44'te verilmiştir.



Şekil 4.42. Birinci grubun oluşturduğu örüntü.



Şekil 4.43. İkinci grubun oluşturduğu örüntü.



Şekil 4.44. Üçüncü grubun oluşturduğu örüntü.

Üç grubunda örüntüler oluşturduğu ve oluşturdukları örüntülerin genel terimlerini doğru bir biçimde bulabildikleri görülmüştür. Özellikle ikinci grubun örüntüsü öğrencilerin farklı bir örüntü görmeleri açısından iyi olmuştur. Örüntüler oluşturulduktan sonra her grubun üyeleri diğer grup üyelerinin örüntülerinin genel terimlerini bulmaya çalışmışlardır. Etkinlik başarılı bir şekilde tamamlanmıştır. Bu etkinlik ile cebirsel düşünmenin gelişiminde somut materyal kullanımının önemi de farkedilmiştir. Bu etkinlikle ilgili görüşü, gözlemci günlüğüne şu şekilde yansımıştır:

"Kibrit çöpleri ile örüntü oluşturma etkinliği oldukça zevkliydi. Basit bile olsa öğrencilerin ellerinde tuttukları somut materyaller cebirsel düşünmeleri için oldukça önemli

bence. Doğrudan kâğıda örüntü çiz denilse daha zorlanırlardı. Ayrıca grup olarak çalışıp birbirlerinin örüntülerini incelemelerinin de faydalı olduğunu düşünüyorum.”

Bir sonraki etkinliğin ilk sorusunda kuralı verilen bir örüntünün ilk 5 teriminin bulunması, ikinci sorusunda kuralı verilen bir örüntünün uzak adımının bulunmasına yönelik sorular sorulmuştur. Bu etkinlik öğrencilerin tamamı tarafından başarılı bir şekilde tamamlanmıştır.

Altıncı etkinlik *(Aşağıda genel kuralları verilen sayı örüntülerinden artış miktarı en az olan hangisidir?)* şeklindedir. Bu etkinliğe doğru cevap gelmeyince araştırmacı derste verilen tüm örüntüleri ve örüntülerin genel terimlerini göstermiştir. Buradan Mehmet Tahir *“Değişkenin başındaki katsayı artış miktarını veriyor.”* şeklinde açıklama yapmış, diğer öğrencilerde ona katıldıklarını dile getirmişlerdir. Öğrenciler değişkenin katsayısına bakarak doğru sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin karıştırdıkları tek nokta katsayısı 1 olan değişkende olmuştur.

Son etkinlik *“Güliz Hanım, kızı Birce’ye bir kumbara hediye eder. Kumbaraya 30 TL atan Güliz Hanım, kızından her hafta 3 TL biriktirmesini ister. Buna göre Birce’nin 7 hafta sonra kumbarasında kaç TL’si olur?”* sorusudur.

Araştırmacı: Arkadaşlar bu soruda bir örüntü oluşturabilir miyiz sizce?
Damla: Evet hocam çünkü düzenli giden bir şey var.
Araştırmacı: Peki örüntünün genel terimi nasıl bulunur?
Zeynep: Parası 3’er 3’er artıyor. O zaman 3n olur diye düşünüyorum.
Araştırmacı: Peki başlangıçta ne kadar parası vardı?
Dilek: 30 TL.
Araştırmacı: O zaman ne oldu örüntünün genel terimi?
Rana: $30+3n$ oldu.
Araştırmacı: 7. haftayı soruyor.
Cansu: Değişken yerine 7 koyarız.
Zeynep: 51 oluyor.

Diyalogda görüldüğü üzere öğrencilerin artık neyin örüntü oluşturduğunu anlayabildikleri ve genel terimi kolayca bulabildikleri görülmektedir. Tüm sınıfın katılımı ile doğru cevaba ulaşılmıştır. Tüm etkinliklerin bitmesinin ardından konu ile ilgili tekrar, bir web 2.0 aracı ile yapılmıştır. “Wordwall” kullanılmış ve “Gameshow” etkinliği yapılmıştır. Uygulama öğrenciler tarafından eğlenceli bir şekilde yapılmış, öğrenciler genel olarak sorulara doğru cevap verebilmişlerdir. Örüntünün genel terimini, yakın adımını ve uzak adımını bulma konusunda sıkıntı yaşamadıkları ancak herhangi bir adımı verilen örüntünün kaçıncı adıma denk geldiğini bulma konusunda sorun yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu sorunun denklem çözümünü öğrendikleri zaman çözülebileceği düşünülmektedir. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller Şekil 4.45 ve Şekil 4.46'da verilmiştir.

Şekil 4.45. Harun'a ait bir görsel.

Şekil 4.46. Burak'a ait bir görsel.

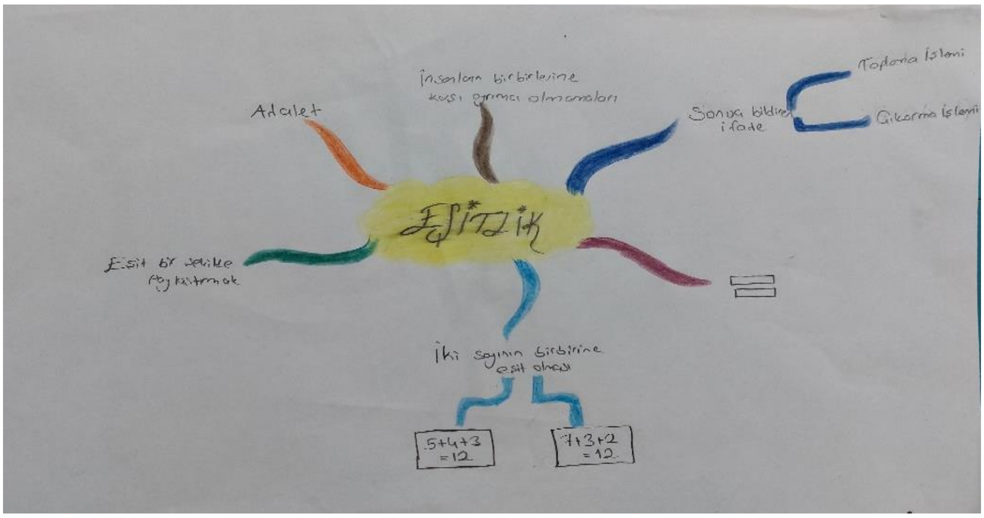
Birinci öğretim bölümünün son haftası da başarı ile tamamlanmıştır. Öğretmen bu hafta genel olarak sorgulayıcı bir biçimde yaklaşmış, sınıf tartışmalarına özen göstermiştir.

Birinci öğretim bölümü değerlendirildiğinde, başlangıçta öğrencilerin değişkeni temsil eden sembollerin her zaman bir sayıyı temsil etmesi gerektiğini düşündükleri, değişkenin her zaman aynı sayıyı ve tek bir sayıyı temsil ettiğini düşündükleri, benzer terim kavramını bilmedikleri, tam sayılarla çıkarma işlemi yapamadıkları dolayısıyla cebirsel ifadelerde çıkarma işlemi yapamadıkları, cebirsel ifadelerde çarpma işleminde sabit terimi ihmal ettikleri ve örüntünün genel terimini ve uzak adımını bulamadıkları tespit edilmiştir. Bu kapsamda araştırmacının sorgulayıcı yaklaşımı, sınıf içi tartışmalar, somut materyaller ve EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin kullanımı ile öğrencilerdeki eksikliklerin giderildiği düşünülmektedir. Ayrıca her ders sonunda kullanılan web 2.0 araçları ile hem konu tekrar edilmiş hem de sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Öğretim bölümünün sonunda sınıfın başarı düzeyi en düşük olan 3 öğrencinin bile değişken kavramını anlamlandırdığı, basit cebirsel ifadelerle işlemler yapabildikleri ve örüntüler noktasında başarılı oldukları söylenilebilir. Aynı zamanda özgüveni düşük öğrencilerin birinci öğretim bölümü sonlarında sınıf içi tartışmalara katıldıkları, sorulara cevap vermeye çalıştıkları gözlemlenmiştir.

4.2.2. İkinci öğretim bölümü

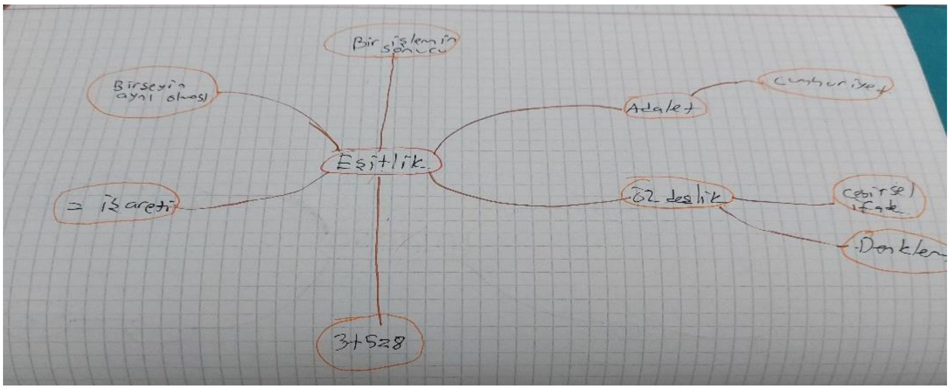
İkinci öğretim seansı "Eşitlik ve Denklem" alt öğrenme alanına ilişkin 3 kazanımı içeren 8 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Birinci hafta "*M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.*" kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Bir öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerinin neler olduğunun bilinmesi ve eksikliklerin giderilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmanın amacı kapsamında planlanan öğretimlere geçmeden önce tüm sınıfa uygulanan ön test ve ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin neler bildikleri, eksik oldukları noktalar, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiştir. Öğrencilerin "eşittir" işaretinin anlamını tam olarak bilmedikleri, her eşittir işaretinden sonra bir sayı sonucu yazmaları gerektiğini düşündükleri, denklem kavramı ile ilgili oldukça eksik bilgileri olduğu, denklem çözümü noktasında matematiksel dili doğru kullanamadıkları ve bu kapsamda denklem çözemedikleri tespit edilmiştir. Alan yazında eşitliğin öğretiminde ilişkisel anlama vurgu yapılması önerilmektedir. Öğretim seansının tasarımında bu noktaya dikkat edilmiştir.

Dersin keşif aşamasında *"Eşit işaretinin anlamı nedir?"* sorusu ile derse başlanmış, öğrencilerin eşitlik ile ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Örnek zihin haritaları aşağıda verilmiştir (Şekil 4.47 ve Şekil 4.48).



Şekil 4.47. Mine'nin eşitlik kavramına ilişkin zihin haritası.

Mine'nin zihin haritası incelendiğinde adalet, ayrımcı olmamak gibi kavramlardan bahsettiği matematiksel olarak ise toplama ve çıkarma işleminde sonuç bildiren ifade şeklinde ifadeleri olduğu görülmektedir. İki sayının birbirine eşit olması şeklinde bir cümle kullanmış ancak bu cümleye verdiği örneklerde yine toplama işleminde sonuç veren bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.48. Mehmet Tahir'in eşitlik kavramına ilişkin zihin haritası.

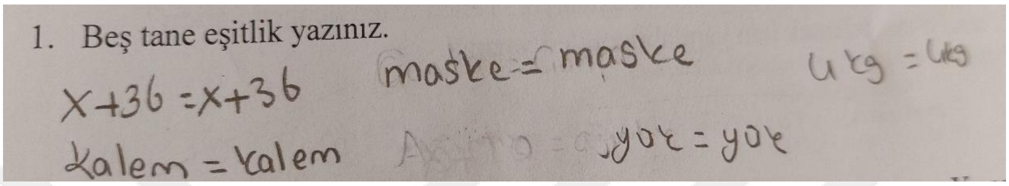
Mehmet Tahir'in zihin haritasında ise yine bir işlemin sonucu ifadesine yer verildiği, sonuç bildiren örnek bir işlem verdiği bunun yanı sıra *"bir şeyin aynı olması"* şeklinde bir cümle kullandığı görülmüştür. Araştırmacı Mehmet Tahir'e *"Bu cümle ile ne anlatmak istedin?"* şeklinde sorduğunda ise öğrenci *"Örneğin* $2x3=6$ *oluyor ikisi aynı oluyor."* şeklinde sonuç bildiren bir cevap vermiştir. Tüm öğrencilerin zihin haritaları incelendiğinde eşitliğin bir sonuç bildirdiği ifadesi her öğrencinin zihin haritasında görülmüştür. Ardından araştırmacı tekrar *"Eşit işaretinin anlamı nedir?"* sorusunu sormuştur.

Damla: İki sayının aynı olması.
Mehmet Tahir: Bir taraftaki sayının diğerine aynı olması.
Zeynep: Birbirine eşit olması.
Rana: Terazi.
Mine: Bir işlemin sonucu.
Araştırmacı: Peki iki sayının aynı olması dediniz. Aynı olan şeyler illaki sayı mı olmalı?
Damla: İki bardakta suyun eşit olması olabilir.
Burak: x'in bir sayıya eşit olması olabilir.
Araştırmacı: $elma = elma$ bir eşitlik midir?
Öğrenciler: Evet çünkü ikiside aynı.
Araştırmacı: $x+5=x+5$ eşitlik midir peki?
Öğrenciler: Evet.

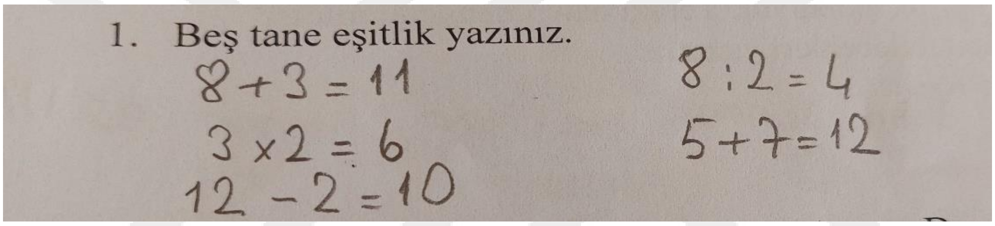
Araştırmacı burada tartışma yoluyla farklı eşitlik örnekleri göstermiştir. Burada amaç eşitliğin sadece sayılarla olmadığını göstermektir. Daha sonra araştırmacının *"Peki eşitlik her zaman bir sonuç mu bildirir?"* sorusuna tüm öğrenciler evet yanıtını vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı peki *"elma=elma ifadesinde bir sonuç mu var?"* sorusunu sormuştur.

Oğuzcan: Hayır aslında burada iki şeyin eşitliğinden bahsediyor.
Araştırmacı: Birde eşit kollu teraziyi düşünelim. Terazinin iki kefesindeki ifade sonuç mu bildirir?
Mehmet Tahir: Bence hayır. Bir kefesindeki şeyin diğerine aynı olduğunu bildirir.

Bu diyaloglar ile araştırmacının amacı eşitliğin sadece sonuç bildiren bir ifade olmadığını göstermek, iki durumun aynı olduğunu göstermek yani eşitliğin ilişkisel anlamına vurgu yapmaktır. Keşif aşamasında öğrencilerden beş tane eşitlik yazmaları istenmiştir. Şekil 4.49 ve Şekil 4.50'de öğrencilerin yazdıkları örneklerden bazıları verilmiştir.



Şekil 4.49. Dilek'in verdiği örnekler.



Şekil 4.50. Cansu'nun verdiği örnekler.

Tüm öğrencilerin verdiği örnekler incelendiğinde ya sonuç bildiren bir ifade yazdıkları ya da $\text{kalem} = \text{kalem}$ gibi iki aynı şeyden bahsettikleri görülmüştür. İlişkisel bir örnek yazan öğrenci olmamıştır. Öğrencilerin yazdıkları tüm örnekler sınıfça incelenmiştir.

Kavrama giriş aşamasında ilişkisel düşünmeye yönelik verilen örneklerden doğru yanlış cümleleri verilmiştir. Burada amaç öğrencilerin işlem yapmadan, ilişkisel düşünme odaklı verilen örnekleri doğru yanlış olarak belirtmeleridir. Öğrenciler işlemleri yaparken araştırmacı sınıfta dolaşarak kâğıtları incelemiş öğrencilerin uzun aritmetik işlemler yaptıklarını görmüştür. Bunun üzerine araştırmacı *"Bu örneklerde sizden işlem yapmanızı istemiyorum, işlem yapmadan da bunların doğru veya yanlış olduğuna karar verebiliriz."* şeklinde bir açıklama yapmış ardından ilk iki örneği ilişkisel düşünme odaklı yapmıştır. Bunun üzerine Mehmet Tahir *"Biz boşuna uğraşmışız böyle daha kolay."* demiştir.

$19-2=18-3$ örneği ile derse devam edilmiştir.

Harun: 19'dan 2 çıkarırsak 17, 18'den 3 çıkarırsak 15 yani yanlış oluyor.
Araştırmacı: Peki işlem yapmadan bulabilir miyiz?
Mine: Hocam 19 1 azalmış 2'nin de 1 azalması gerekiyordu 1 artmış yani yanlış.

Harun: Şimdi anladım işlem yapmadan nasıl olduğunu.
Araştırmacı: $15-(8-3)=(15-8)+3$ peki buna ne diyoruz?
Şeyma: Doğru hocam ama işlem yapmadım eksi işaretini parantez içine dağıttım.

Öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminde ilişkisel düşünmeye başladıkları, ayrıca değişme ve dağılma özelliğinin farkında oldukları görülmüştür. Bazı durumlarda toplama ve çıkarma işlemlerinde olan ilişkileri birbirlerine karıştırdıkları da görülmüştür. Ardından çarpma ve bölme işlemi ile ilgili sorulara geçilmiştir.

Araştırmacı: $5x18=10x9$.
Burak: 5'i 2 katlamış dengelemek için 18'i de yarıya düşürmüş bence doğru.
Harun: Bence yanlış biraz önceki gibi düşünürsek 5 sayısı 5 artmış 18 9 azalmış yani aynı değil o yüzden yanlış.

Harun burada bir önceki toplama işleminde yaptığını genelleme yaparak kavram yanılgısına düşmüştür. Harun'un orantısal anlamda yaşadığı sıkıntıdan dolayı bu hataya düştüğü söylenilebilir. Doğal olarak cebirsel düşünmenin matematiğin farklı dallarından etkilendiği söylenebilir.

Mehmet Tahir: Burada çarpma işlemi var kat olarak düşünmemiz gerekiyor çarpma ve bölmede.
Burak: Bende öyle düşündüm.

Çarpma ve bölme işlemi ile ilgili sorularda ilişkisel düşünme becerisine yönelik çözüme ulaştırılmıştır.

"$9x6=(10x6)-6$" örneği ile devam edilmiş, öğrencilerin çoğu bu örnekte zorlanmıştır. Araştırmacının yaptığı sorgulayıcı yaklaşım ile bu soruda da doğru cevaba ulaşılmıştır.

Kavrama giriş aşamasının ikinci sorusu eşitliklerde bilinmeyen yerine yazılabilecek soruları bulmaya yöneliktir. Bu soruda da öğrencilerden ilişkisel düşünmeleri yani işlem yapmadan sonuca ulaşmaları istenmiştir. İlk soruya göre öğrencilerin daha fazla ilişkisel düşünebildikleri görülmüştür.

Damla: ($8+5=x+8$) Değişme özelliği kullanışmış yani 5 olacak.
Zeynep: ($7+6=5+y$). 7, 2 azalmış dengelemek için 6 2 artacak 8 olacak.
Oğuzcan: ($40-x=30-4$) 30'dan 4 çıkmış ama diğer tarafta 30 10 artmış 4'te 10 artarsa 14 olur.

Bu sorularda öğrencilerin ilişkisel düşünmeyi artık gerçekleştirebildikleri görülmüştür. Bu bölümde öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirebilmeye yönelik sorular da sorulmuştur.

Mehmet Tahir: $(a+2+b=9+c+4)$ $a=9$ $c=2$ $b=4$ olur.
Araştırmacı: Peki farklı sayılar olabilir mi?
Damla: a ve b yer değiştirebilir ya da toplamları birbirine eşit olacak şekilde farklı sayılar verebiliriz.
Rana: $(a+b=11)$ a ve b'ye bir sürü değer verebilir. 1 ve 10, 2 ve 9, 3 ve 8, 4 ve 7, 5 ve 6 bir de bunlar yer değiştirebilir.
Zeynep: $(x+y=a+b)$ x'e 5 y'ye 6 ve a'ya 6 b'ye 5 dedim. Yani değişme özelliğini kullandım.
Burak: Bende değişme özelliğini kullandım.
Oğuzcan: Bende.
Dilek: Ben x'e 4, y'ye 7 ve a'ya 8, b'ye 3 verdim yine aynı oldu.

Bu sorular öğrencilerin hem ilişkisel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik hem de SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik hazırlanmıştır. Öğrencilerin cevapları ise oldukça tatmin edici olmuştur. Bu dersle ilgili öğrenci günlüklerine yansıyan görüşler şu şekildedir:

"Bugün eşitlik işareti ile ilgili ders yaptık. Ders çok eğlenceliydi. İşlem yapmadan dengeleyerek sonuçları buluyoruz. Başta zorlandım ama ikinci soruda daha iyi anladım." (Mehmet Tahir)
"Bugün yaptığımız derste işlem yapmadan sonuç buluyorduk. Bu çok şaşırtıcı bence çünkü matematik deyince aklıma işlemler geliyor." (Oğuzcan)

Kavrama giriş aşaması interaktif ortamda devam edilmiştir. İlk aşamada EBA'da yer alan eşitlik videosu izletilmiştir. İnteraktif bir terazide dengeleme etkinliği yapılmıştır. Ardından eşitliğin tanımı ve eşitliğin korunumu ile ilgili bilgilere öğrencilerin ulaşması sağlanmıştır. Eşitliğin korunumu da interaktif ortamda gösterilmiştir. Cebirsel düşünmenin gelişiminde EBA interaktif etkinliklerin öğrenciler için faydalı olduğu gözlemlenmiştir.

Kavramı uygulama aşaması ile derse devam edilmiştir. İlk soruya *(Bir terazinin her iki kefesinde de 10 gr ağırlık vardır. Terazi dengede midir? Terazinin sol kefesine 5 gr ağırlık ekleniyor. Terazi halen dengede midir? Teraziyi dengelemek için yapılabilecekleri yazınız.)* tüm öğrenciler doğru yanıt vermiştir. İkinci soru ise eşitlik kavramı ile birlikte denklem çözümleri için alt yapı olacak türde bir terazi sorusudur *(Sol kefede ağırlığı bilinmeyen 2 tane kese kâğıdı ile 1 kg'lık ağırlık, sağ kefede 3 tane 1 kg'lık ağırlık bulunmaktadır.)*. İkinci soruda hataya düşen öğrenciler olmuştur.

Şeyma: Kese kâğıdının ağırlığına 3 diyorum. Çünkü sağda 3 kg var kese kâğıdı da 3 olur.

Araştırmacı: Peki orada iki tane kese kâğıdı ve 1 kg'lık ağırlık var. Diğer tarafta sadece 3 kg var dengede olur mu senin dediğin şekilde.

Şeyma: Evet olmaz sol taraf 7 sağ taraf 3 olur.

Mehmet Tahir: Hocam ikisinde de var olan 1 kg'ları çıkarırsa 2 kese kâğıdı 2 kg olur o zaman 1 tanesi 1 kg olur.

Şeyma'nın yaptığı hatanın dikkatsizlik kaynaklı bir hata olduğu düşünülmektedir. Mehmet Tahir'in verdiği cevap ise tam olarak denklem çözümü için istenen cevap olmuştur. Araştırmacı bu şekilde bir anlatım gerçekleştirmiş denklem çözümü için hazırlık yapmıştır.

Üçüncü soruda yine eşitliğin ilişkisel anlamına yönelik bir soru sorulmuş ancak bu soruda öğrencilere eşitlikler doğrudan verilmek yerine terazi üzerinde verilmiştir. İlk soruda öğrenciler hiç zorlanmadan yapmış, ancak ikinci soruda zorlanan öğrenciler olmuştur. Bu soruda öğrenciler aynı ağırlığa farklı değerler vermişlerdir. Araştırmacı burada verilen ağırlığın tek bir ağırlık olduğunu ve değerinin aynı olduğunu belirtmiştir. Bunun üzerine öğrenciler farklı sayılarla eşitlik sağlamaya çalışmışlardır. Araştırmacı ise denklem çözümüne yönelik her iki taraftan da ağırlık çıkararak bir anlatım yapmıştır. Bunun üzerine Cansu *"O zaman terazide bilinmeyen ağırlıkları bulurken her iki taraftan da aynı bildiğimiz şeyleri çıkarabiliriz."* şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Dördüncü soru öğrencilerin en çok zorlandığı soru olmuştur. Her iki kefesinde üç farklı ağırlık olan ve dengede olmayan bir terazide dengenin sağlanması için hangi ağırlıkların yerinin değiştirilmesi gerektiği sorulmuştur. Burak hariç doğru cevap veren öğrenci olmamıştır. Öğrencilerin söylediği her değer için terazinin dengede olup olmama durumu incelenmiştir.

Burak: Sol taraf 52 sağ taraf 44. Arada 8 kg'lık bir fark var. 4 4 paylaşması lazım. O zaman 20 ve 24'ü değiştirmemiz gerekiyor.

Bir sonraki soru önceki soru ile benzer ancak biraz daha kolaydır. Ayrıca bu soruda öğrencilerin zorlanacağını tahmin eden araştırmacı hazırlıklı gelmiş ve bu soruda *(Ayşe'nin elinde 24 fındık vardır. Sena'nın elinde ise 6 fındık vardır. Her ikisi de eşit sayıda fındığa sahip olmak için Ayşe Sena'ya kaç fındık vermelidir?)* somut materyal kullanımına karar vermiştir. Araştırmacı bir eline 24 fındık bir eline 6 fındık almış ve her ikisinin de eşit sayıda fındığa sahip olması için ne yapılması gerektiğini sormuştur. Bu soruya diğer soruya göre daha fazla doğru cevap gelmiştir.

Zeynep: Hocam eşit paylaşacaklarsa fındıkları birleştirsek sonra ikisine eşit şekilde paylaştırsak olmaz mı?

Araştırmacı: Olur tabi deneyelim (Söylenen işlem yapılmış ve hep birlikte doğru cevaba ulaşılmıştır).

Rana: Hocam biraz önceki gibi yapsak arada 18 fındık var 9 9 paylaşsalar o da olmaz mı?

Araştırmacı: Tabi ki olur.

Sonraki iki soru öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmek için hazırlanmıştır. Ön testlerde yanlış yapılan bu tarz sorularla öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerinin gelişimi hedeflenmiştir. İlk soru *"Balcılar Mehmet Ulu İHO 8/A sınıfındaki tüm öğrenciler okulda açılan satranç ve masa tenisi kurslarından birine kaydolacaklardır. Buna göre bu öğrencilerin bu kurslara katılabileceği farklı durumları gösteriniz."* şeklindedir.

Rana: Hocam bu soru hatalı. Bizim sınıf 11 kişi 11'i ikiye bölemeyiz.

Mehmet Tahir: Eşit sayıda katılacak demiyor ki.

Rana: Aaaa doğru tamam şimdi anladım.

Araştırmacı tüm öğrencilerin kâğıtlarını incelemiş sınıfın tamamı doğru cevabı verebilmiştir. Bir sonraki soruda öğrenciler biraz daha zorlanmıştır. Çünkü bu soru hem eşitlik hem de değişken kavramı bilgisini içermektedir. Soruda ilk durumda dengede bir terazi verilmiş ikinci durumda ise aynı cisimlerin olduğu ancak dengede olmayan bir terazi verilmiş ve denge için yapılması gereken sorulmuştur. Bu soruya sadece Mehmet Tahir doğru cevap vermiştir.

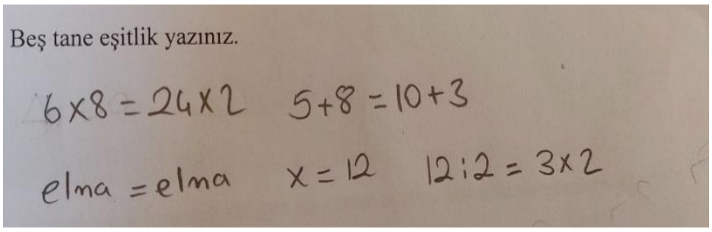
Damla: Hocam birinci terazide 8 cisim var ikinci terazide de 8 cisim olması için 2 tane eklenmesi gerekiyor.

Araştırmacı: Ama bu cisimler birbirine eşit değil.

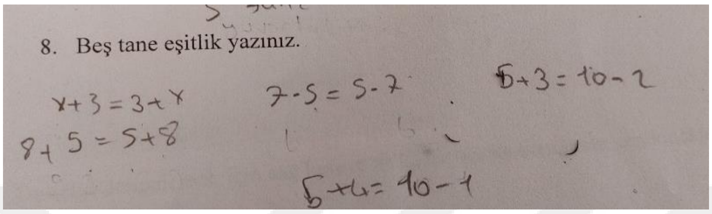
Damla: O zaman yanlış düşünüyoruz.

Araştırmacı bu soruyu benzer bir şekilde sanal ortamda göstermiştir. Öğrenciler dengenin nasıl sağlandığını sanal ortamda gördükten sonra işlemin cebirsel olarak gösterimi gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde sanal manipülatiflerle yapılan soruların öğrenciler için daha anlamlı olduğu ve ilgi çektiği dolayısıyla cebirsel düşünmenin gelişimi için önemli olduğu düşünülmektedir.

Tüm etkinliklerin bitiminin ardından öğrencilerden 5 tane eşitlik yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin yazdığı eşitliklerin artık daha çok eşitliğin ilişkisel anlamına yönelik olduğu görülmüştür. Bu kapsamda dersin istenilen sonucuna ulaştığı söylenilebilir. Her öğrenci yazdıkları eşitlikleri arkadaşları ile paylaşmıştır. Şekil 4.51 ve Şekil 4.52'de öğrencilerin yazdıkları örneklerden bazıları verilmiştir.

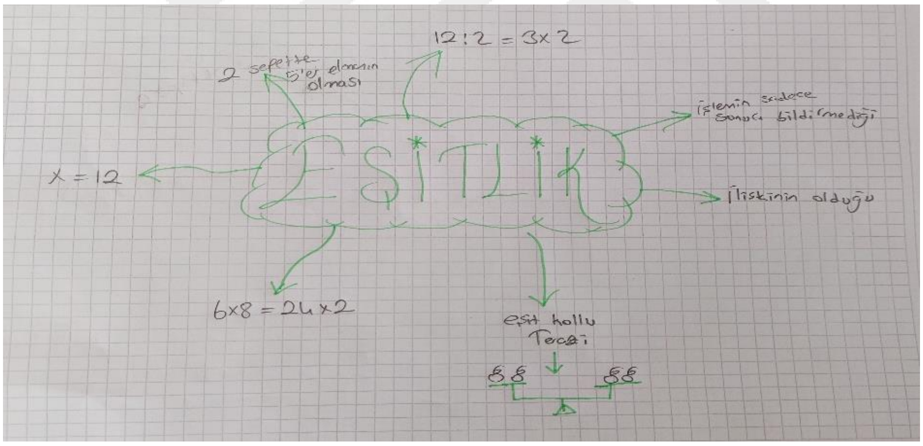


Şekil 4.51. Şeyma'nın verdiği örnekler.

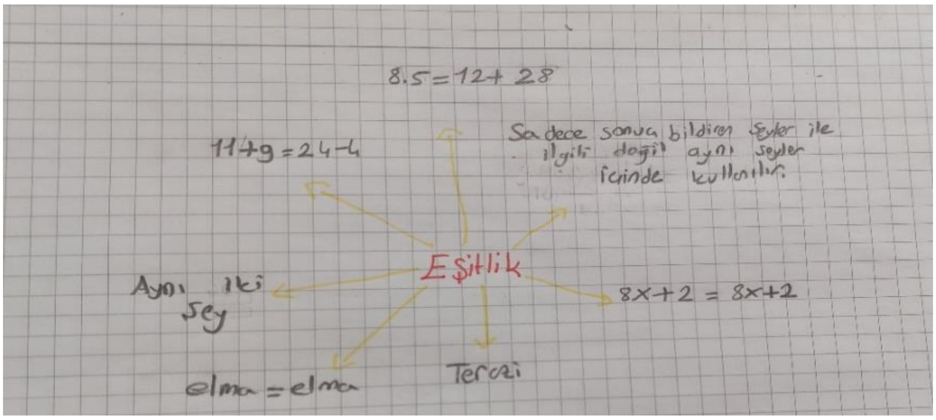


Şekil 4.52. Zeynep'in verdiği örnekler.

Son olarak öğrencilerden eşitlik kavramına ilişkin zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Örnek zihin haritaları aşağıda verilmiştir (Şekil 4.53 ve Şekil 4.54).



Şekil 4.53. Şeyma'nın eşitlik kavramına ilişkin zihin haritası.



Şekil 4.54. Rana'nın eşitlik kavramına ilişkin zihin haritası.

Öğrencilerin zihin haritaları incelendiğinde eşitlik kavramına yönelik öğrencilerde pozitif bir ilerleme olduğu söylenebilir. Eşitliği ilişkisel anlamda kullanabildikleri verdikleri örneklerle görülmektedir.

Dersle ilgili genel görüşler araştırmacı günlüğüne şu şekilde yansımıştır:

"Eşitlik dersi gayet verimli geçti. Tüm öğrencilerin ilişkisel düşünebildiklerini gördüm. Ayrıca matematiğin işlemden ibaret olmadığını söylediklerini duydum. Dersten alınan verim zihin haritalarına da yansıdı. Öğrenciler artık eşitliğin sadece sonuç bildiren bir ifade olmadığını düşünüyor. Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştiğini daha ikinci öğretim seansında hissedebiliyorum. Başarı düzeyi sınıf seviyesinin altında olan Cansu, Dilek ve Harun bile bu derste oldukça aktiflerdi."

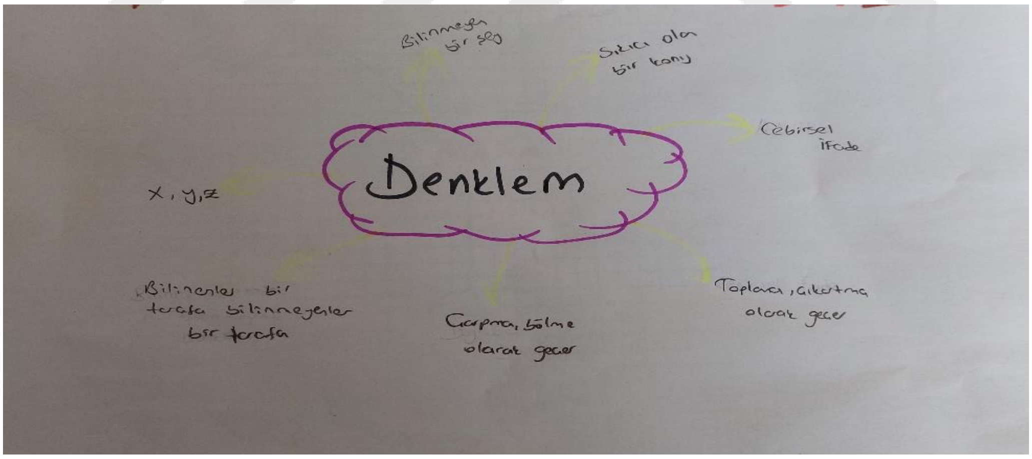
Dersin son aşamasında web 2.0 aracı ile öğrenilenler tekrar edilmiştir. "Wordwall" kullanılmış ve "Eşleştir" etkinliği yapılmıştır. Uygulama öğrenciler tarafından eğlenceli bir şekilde yapılmış, öğrenciler genel olarak sorulara doğru cevap verebilmişlerdir. Sorularda eşitliğin ilişkisel anlamına vurgu yapılmıştır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun sorulara doğru cevaplar verdikleri, yanlış cevaplayanların ise arkadaşlarının ve araştırmacının desteği ile doğru sonuçlara ulaşabildikleri görülmüştür. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller aşağıda verilmiştir (Şekil 4.55 ve Şekil 4.56).

Şekil 4.55. Dilek'e ait bir görsel.

Şekil 4.56. Cansu'ya ait bir görsel.

İkinci öğretim seansının ikinci haftasında *"M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. M.7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer."* kazanımlarına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Ön değerlendirme testleri ve ön klinik görüşmelere göre öğrencilerin denklem çözümü noktasında eksik oldukları tespit edilmiştir. Özellikle öğrencilerin denklem çözümlerinde matematiksel dili doğru kullanmadıkları bunun sebebinin de eşitliğin sadece sonuç verdiğini düşündüklerinden dolayı olduğu görülmüştür. Örneğin $5x+3x=16$ denkleminde öğrencilerin $5x+3x=8x=16$ şeklinde yazdıkları özellikle birinci eşitlikte öğrencilerin eşitliğin bir sonuç vermesi gerektiğini düşünme eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu şekilde yazılan denklemde ise işin içinden çıkamadıkları görülmektedir. Bu kapsamda ikinci öğretim seansının ilk haftasında eşitliğe yönelik ders planları hazırlanmış bunlarda eşitliğin ilişkisel anlamına odaklanılmıştır. Haftanın sonunda öğrencilerin ilişkisel düşünmeye başladıkları görülmüş dolayısıyla denklem kazanımına yönelik öğretim planının uygulanmasının daha rahat olması amaçlanmıştır.

Dersin keşif aşamasında öğrencilerin denklem kavramı ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Örnek bir zihin haritası Şekil 4.57'de verilmiştir.



Şekil 4.57. Şeyma'nın denklem kavramına ilişkin zihin haritası.

Şeyma'nın zihin haritası incelendiğinde denklemin sıkıcı bir konu olduğunu düşündüğü görülmektedir. Öğrencilerin çoğunun zihin haritasında da denklemin zor olarak düşünüldüğü görülmüştür. Bunun dışında yine öğrencilerin çoğunluğunda *"cebirsel ifade", "bilinmeyen şey*" gibi kavramların yer aldığı görülmektedir. Ayrıca zihin haritalarında dikkat çeken başka ifadeler *"Çarpma bölme olarak geçer", "Toplama çıkarma olarak geçer", "Bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa"* gibi ifadelerin varlığıdır. Araştırmacı, Şeyma ve bu tarz ifadeler yazan diğer öğrencilere bu ifadelerin anlamını sormuştur. Şeyma

“Denklemin bir tarafında toplama işlemi varsa diğer tarafına çıkarma olarak geçer, çarpma işlemi varsa bölme olarak geçer şeklinde cevap vermiştir.” Araştırmacı bunun nedenini sorduğunda Şeyma nedenini bilmiyorum ama işaretler neyse ters olarak diğer tarafa geçer şeklinde cevap vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı $2x = 16$ denklemini çözmesini istemiştir. Şeyma 2 burada artı diğer tarafa eksi geçer yani 14 olur şeklinde cevap vermiştir. Görüldüğü gibi öğrencilerin denklem konusunda hatalı ve ezbere bilgilere sahip oldukları görülmektedir. Bu yanlış bilgileri yok edebilmek için sınıf tartışmaları, somut materyal ve sanal manipülatiflerden yararlanma kararı alınmıştır.

Şekil 4.58. Harun’un denklem kavramına ilişkin zihin haritası.

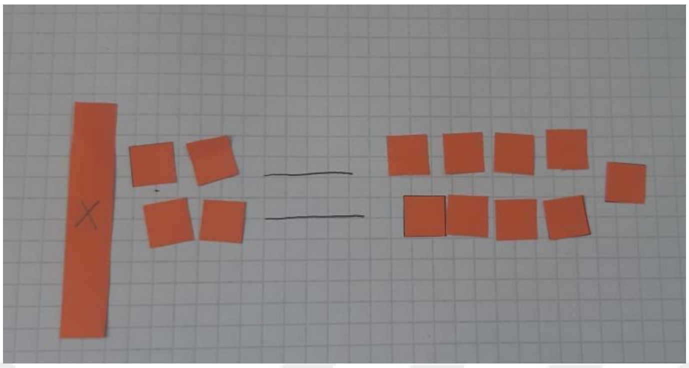
Şekil 4.58’de Harun’un zihin haritasında da Şeyma ile benzer ifadeler olduğu görülmektedir.

Dersin keşif aşaması *“Hangi sayının 4 fazlası 9 eder?”* sorusu ile devam etmiştir. Sorunun cevabına öğrencilerin tamamı 5 cevabını vermiştir. Araştırmacının “Nasıl buldunuz?” sorusuna;

Rana: 9’dan 4’ü çıkararak.
Harun: 5’e 4 ekleyerek.

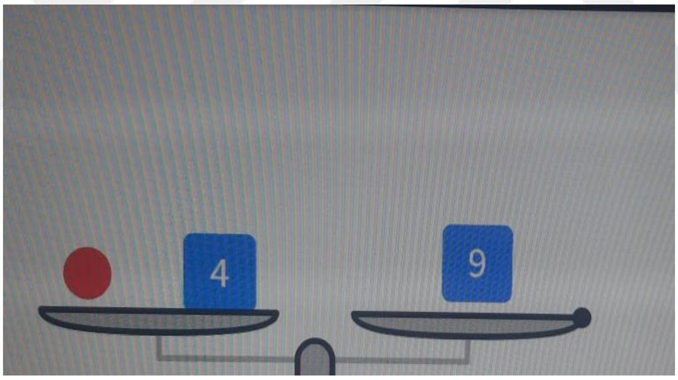
şeklinde cevaplar vermişlerdir. Araştırmacı devamında *“Bu ifadeyi cebirsel bir dil ile oluşturabilir miyiz?”* sorusunu sormuştur. Öğrencilerin tamamı defterine “$x + 4 = 9$” denklemini yazabilmişlerdir. Burada öğrencilerin sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazma konusunda eksik olmadıklarından dolayı bu denklemi oluşturabildikleri düşünülmektedir.

Kavrama giriş aşamasına verilen denklemin sayma pulları ile oluşturulması ile devam edilmiştir. Tüm öğrenciler sayma pulları ile verilen denklemi oluşturmuşlardır. Ardından farklı gösterim biçimleri kullanma açısında cebir karoları ile devam edilmiştir. Sınıf üç gruba ayrılmış ve tüm öğrenciler doğru bir şekilde modellemeyi yapabilmişlerdir (Şekil 4.59).



Şekil 4.59. Birinci grubun yaptığı modelleme ($x+4=9$).

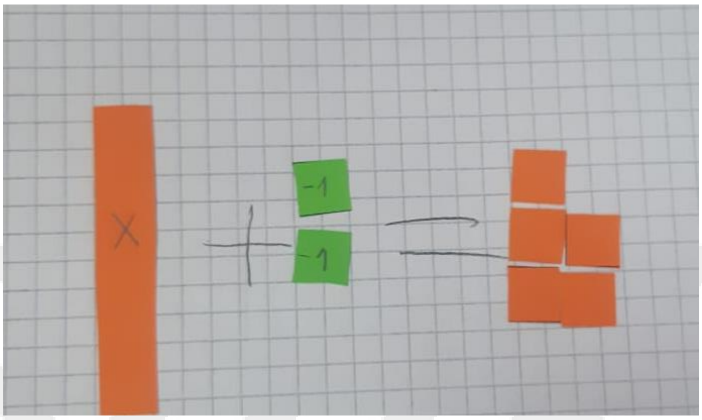
Ardından sanal manipülatif kullanılarak denklemin çözümüne ulaşılmaya çalışılmıştır (Şekil 4.60).



Şekil 4.60. Sanal manipülatif kullanılarak oluşturulmuş denklem.

Araştırmacı: Denklemi nasıl çözebiliriz arkadaşlar?
Zeynep: x'in yerine 5 koyarak.
Araştırmacı: Ama biz cevabın 5 olduğunu bilmiyoruz denklemi çözerek 5'i bulmalıyız.
Damla: 4'ü karşıya atarak.
Araştırmacı: Ama 4'ü nasıl karşıya atalım? Bizim eşitliği bozmamamız gerekiyor. Eşitliği hatırlayalım eşitlik nasıl bozulmazdı?
Cansu: Öğretmenim önceki derste terazide yapmıştık ya terazide bilinmeyen ağırlıkları bulurken her iki taraftan da aynı bildiğimiz şeyleri çıkarabiliriz.
Rana: Neleri biliyoruz peki aynı olarak?
Burak: Solda 4 ağırlık var. Sağda 9'un içinde de 4 var. Onları aynı olarak çıkarabiliriz.
Mehmet Tahir: Benim fikrimde terazinin her iki kefesine aynı işlemi uygularsak bozulmazdı. O zaman eşitliğin iki tarafına da -4 ekleyelim.

Araştırmacı terazinin her iki tarafına da -4 eklemiş ve terazinin yeniden dengeye gelişini öğrencilerin görmesini sağlamıştır. Son aşamada terazinin bir tarafında x, bir tarafında da 5 kalmıştır. Böylece öğrencilerin ilk denklemi çözmeleri sağlanmıştır. Araştırmacının *"Peki bu durumda denklem nasıl çözülüyor?"* sorusuna tüm sınıftan eşitliğin her iki tarafına aynı işlemleri uyguluyoruz cevabı gelmiştir. Ardından *"Hangi sayının 2 eksiği 5 eder?"* sorusu sorulmuştur. Burada dikkat edilmesi gereken $x-2=5$ ifadesi $x+(-2)=5$ şekline dönüştürülmesidir. Sınıf yine gruplara ayrılmış ve cebir karoları ile denklemi oluşturmaları istenmiştir. Şekil 4.61'de ikinci grubun yaptığı modelleme görülmektedir.



Şekil 4.61. İkinci grubun yaptığı modelleme ($x+(-2)=5$).

Cebir karoları kullanılarak verilen denklem istenilen şekle dönüştürülmüştür. Ardından sanal manipülatif kullanılarak denklem terazi modeli ile oluşturulmuş ve yine aynı terazi üzerinde eşitliğin her iki tarafına aynı işlemler kullanılarak çözüm gerçekleştirilmiştir. Daha sonra öğrencilere $7=x-2$ denklemi verilmiş ve çözümü kâğıt üzerinde yapmaları istenmiştir. Sorunun cevabına iki kişi 5 cevabını vermiş kalan öğrenciler ise 9 cevabını vermişlerdir.

Araştırmacı: Burak 5'i nasıl buldun?
Burak: 7'den 2'yi çıkardım.
Damla: Ama $7-2$ yazmıyor ki burada bir eşitlik var yani bir denklem var.
Araştırmacı: Peki Damla sen nasıl buldun?
Damla: Eşitliğin her iki tarafına da 2 ekledim.
Araştırmacı: Peki bu denklemin diğer denklemlerden farkı nedir?
Tüm sınıf: Bilinmeyen sağ tarafta hocam burada.

Diyalogta görüldüğü üzere Burak'ın yanlış çözümü arkadaşı tarafından düzeltilmiştir. Ayrıca sınıfın tamamı denklemin diğer denklemlerden olan farkını kolayca görebilmişlerdir.

"Ayşe'nin kalemlerinin 2 katı 12'dir. Buna göre Ayşe'nin kaç kalemi vardır?" sorusu ile derse devam edilmiştir. Verilen denklem cebir karoları ve sanal manipülatifler ile oluşturulmuş ve tüm sınıf tarafından çözüme kolayca ulaşılmıştır. Bu soru ile istenen amaç

öğrencilerin zihin haritalarında görülen ve yukarıda bahsedilen yanılgıyı gidermektir. İstenen amaca cebir karoları ve sanal manipülatifler kullanılarak kolayca ulaşılmıştır.

"Ayşe'nin kalemlerinin 2 katının 5 fazlası 9 kaleme eşittir. Ayşe'nin kaç kalemi vardır?" sorusu ile devam edilmiş, öğrencilerin artık formal metodlarla çözüme ulaşmaları istenmiştir. Öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Bu durumda tekrar sanal manipülatifle terazi modeline dönülmüştür. Oğuzcan tahtada terazi modeli ile denklemi oluşturmuş, öğrenciler teraziyi görür görmez dengeyi nasıl sağlayacakları hakkında hemen görüş belirtmişlerdir. Bu kapsamda denklem çözümü noktasında terazi modelinin oldukça etkili olduğu söylenebilir. Araştırmacı terazi ile yapılan işlemleri formal olarak tekrar özetlemiş ve her bir öğrencinin kâğıt üzerinde çözüme ulaşmalarını sağlamıştır. Bu aşamadan sonra $2x+5=4x-7$ denklemini çözmeleri istenmiştir. Yanlış bulan öğrencilerden yanlışını kendilerinin görmesi için buldukları değeri verilen denklemde yerlerine koymaları istenmiştir. Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemler uygulanarak çözüme ulaşmaları sağlanmıştır. Mehmet Tahir *"Hocam aslında son aşamada bizim zihin haritasında söylediğimiz gibi bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa işlemini yapıyoruz. Ama bunu neden yaptığımızı ve nasıl yaptığımızı o zaman bilmiyordum şimdi anladım ki eşitliğin her iki tarafına aynı işlemleri uygulayarak bu son aşamaya geliyoruz."* şeklinde konuşmuştur. Öğrencilerin ezber bir şekilde öğrendikleri bilginin nereden geldiğini ve nasıl yapıldığını öğrenmeleri sağlanmıştır. Bu derste Harun ve Cansu'nun diğer öğrencilere göre çekimser kaldıkları gözlenmiştir.

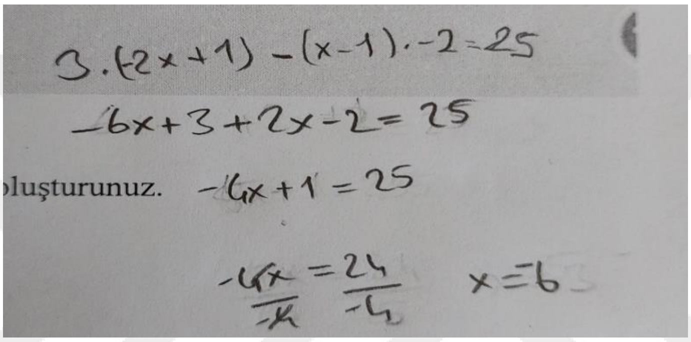
Ardından negatif değer içeren $4x-4=6-x$ denklemi öğrencilere sunulmuştur.

Şeyma: Her tarafa $+x$ ekledim.
Damla: $5x-4=6$ oldu. Her tarafa $+4$ ekledim ve $5x=10$ oldu.
Oğuzcan: Buradan $x=2$ olur.

Öğrencilerin çoğunluğu diyalogda belirtildiği şekilde denklemin çözümüne ulaşmışlardır. Çözüme ulaşamayan iki öğrenciye ise araştırmacı bireysel destek sağlamış ve birlikte çözüme ulaşmaları sağlanmıştır.

Kavramı uygulama aşaması sözel ifadeye uygun denklemi yazma etkinliği ile devam etmiştir. Basit düzeyde olan ilk soruya *(Hangi sayının 5 fazlası 18'dir?)* Oğuzcan hariç tüm öğrenciler doğru cevap vermişlerdir. Oğuzcan ise $5x=18$ cevabını vermiş arkadaşlarının desteği ile doğru cevaba ulaşmıştır. İkinci soruya *(Hangi sayının 3 katı aynı sayının 24 fazlasına eşittir?)* tüm sınıftan doğru cevap gelmiş, üçüncü soruda ise *(Ayşe'nin yaşının 18* *fazlası yaşının 2 katının 6 fazlasına eşittir. Ayşe kaç yaşındadır?)* Rana $18+2x+6$ cevabını vermiştir. Rana'nın bu cevabına karşılık Mine eşitlik olmadan denklem olmaz diyerek cevap vermiş, Rana araştırmacı ve arkadaşlarının desteği ile doğru cevaba ulaşmıştır. Kalan sorular özellikle SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için hazırlanan sorulardır. Öğrenciler bu sorularda önceki sorulara göre daha fazla zorlanmışlardır. Dördüncü soruya *(Ali'nin babasının yaşı Ali'nin yaşının 4 katından 2 eksiktir. Ali ile babasının yaşları toplamı 48 olduğuna göre Ali kaç yaşındadır?)* bir kişi doğru cevap verebilmiş kalanların çoğunluğu ise aynı hatayı yaparak $4x+2=48$ cevabını vermişlerdir. Burada öğrencilerin tek yönlü yapı seviyesinde kaldıkları gözlemlenmiştir. Araştırmacı burada akran desteği sağlamaya çalışmış ve cevabı doğru çözüm yapan Mehmet Tahir'in anlatmasını sağlamıştır. Diğer soruya *(Ardışık 3 doğal sayının toplamı 75'tir. Küçük sayı kaçtır?)* istenen şekilde cevap verilmemiş öğrencilerin çoğu $x+y+z=75$ cevabını vermişlerdir. Araştırmacı burada öğrencilere tüm sayıları tek bir değişken cinsinden yazmaları gerektiğini söylemiş, bu durumda iki öğrenci istenen şekilde denklemi oluşturabilmiştir. Araştırmacı cebir karolarını kullanarak ardışık sayıları modellemiş ve öğrencilerin zihninde anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmeye çalışmıştır. Son soru yine SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmek için hazırlanmış sadece bir kişi doğru cevap vermiştir. Bu soruda da dikdörtgenin çevre kavramıyla ilgili eksik bir bilginin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etki ettiği söylenebilir. İlk etkinlik tamamlanmış ardından denklem çözme ile ilgili etkinliğe geçilmiştir. İlk denklem ($x-15=4$) tüm öğrenciler tarafından eşitliğin her iki tarafına da 15 ekleyerek bulunmuştur. Bu sorudan sonra Mehmet Tahir *"Hocam aslında sol tarafta 15'lerin yok olacağı kesin o tarafa eklemeyi kafamızdan yapabiliriz yani 15 karşı tarafa artı olarak geçiyor."* şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bunun üzerine araştırmacı öğrencinin daha önceden öğrendiği bir ifadeyle ilgili daha fazla karmaşa yaşamaması için söylediğini onaylamıştır. Araştırmacının amacı aslında bu bilgiyi çürütmek değil sadece bu bilgiye nasıl ulaşıldığını göstermektir. Bu amaca da ulaşıldığı düşünülmektedir. Verilen denklem soruları tüm öğrencilerin aktif katılımıyla hep beraber çözülmüştür. Araştırmacı tek tek tüm sınıfın kâğıtlarını incelemiş, özellikle yanlış yapan öğrencilerle beraber tahtada çözüme ulaşılmıştır. Burada sınıf tartışmalarına ve akran desteğine önem verilmiştir. Bilinmeyenin eşitliğin sağ tarafında olan denklemlere de yer verilmiş, ayrıca negatif değer içeren denklemler sorulmuştur. Öğrencilerin negatif değer içeren denklemlerde zorlandıkları görülmüş, bu zorlanma ise denklem çözümü kaynaklı değil de aritmetik bilgi eksikliğinden olduğu gözlemlenmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin aritmetik anlamda eksiklikleri tamamlanmadan cebirsel düşünmenin aktif bir gelişim sağlanamayacağı söylenebilir.

Son etkinlik öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirebilmek için hazırlanmıştır. Literatürde SOLO taksonomisinin düzeylerine ilişkin her bir basamak için farklı gösterge fiiller belirlenmiştir. Bu soru da ilişkisel yapı düzeyinin göstergelerine dikkat edilerek seçilmiştir. Bu soruda Şeyma dikkatsizlik kaynaklı bir hata yapmış olmasına rağmen kurduğu denklemi doğru bir şekilde çözebilmiştir (Şekil 4.62). Mehmet Tahir ise denklemi oluşturmuş ancak işlem hatası sebebiyle doğru cevaba ulaşamamıştır.



Şekil 4.62. Şeyma'nın son etkinliği çözümü.

Ders EBA platformu üzerindeki etkinlikler ile devam etmiştir. İlk etkinlikte bir boya ustası verilen denklemleri çözerek engelleri aşmakta, denklemi yanlış çözdüğünde ise boya kutusu dökülmektedir. Etkinlik öğrencilerin oldukça ilgisini çekmiş, boya kutularının dökülmemesi için verilen denklemleri dikkatle çözmüşlerdir. Öğrencilerin çoğunluğunun denklem çözme konusunda iyi olduğu söylenebilir. Sadece birden fazla işlem içeren denklemlerde basit aritmetik hatalar yaptıkları görülmüştür. İkinci etkinlik yine EBA üzerinden devam etmiş öğrencilerin sözel bir ifadeye uygun denklem oluşturup çözmeleri istenmiştir. Etkinliğin güzel yanı interaktif şekilde Polya'nın problem çözme adımlarını dikkate almasıdır. Öğrenciler sırası ile problemi anlayalım, plan yapalım, planı uygulayalım ve çözümü kontrol edelim aşamalarını interaktif ortamda gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin etkinlikten oldukça keyif aldıkları görülmüştür (Şekil 4.63 ve Şekil 4.64).

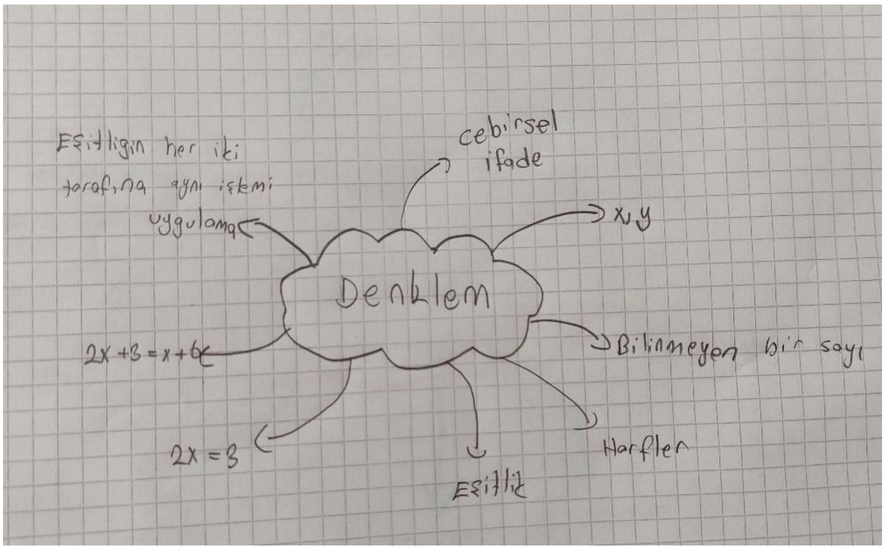
Şekil 4.63. İlk etkinliğe ilişkin görsel.

Şekil 4.64. İkinci etkinliğe ilişkin görsel.

Dersin son aşamasında web 2.0 aracı ile öğrenilenler tekrar edilmiştir. “Wordwall” kullanılmış ve “Labirent Kovalamaca” etkinliği yapılmıştır. Uygulama öğrenciler tarafından oldukça eğlenceli bir şekilde yapılmış, bugüne kadar yapılan etkinlikler içerisinde en sevdikleri olmuştur. Öğrenciler genel olarak sorulara doğru cevap verebilmişlerdir. Bir önceki etkinliğe göre doğru cevap verilme oranı artmıştır. Etkinlik sırasında bir öğrenciye ait görsel Şekil 4.65’te verilmiştir.

Şekil 4.65. Harun’a ait bir görsel.

Son olarak öğrencilerden denklem kavramına ilişkin zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Örnek bir zihin haritası Şekil 4.66’da verilmiştir.



Şekil 4.66. Harun'un denklem kavramına ilişkin zihin haritası.

Harun'un zihin haritası incelendiğinde başlangıçta yazılanlara benzer ifadeler (cebirsel ifade, bilinmeyen sayı, x, y, eşitlik) olduğu görülmektedir. Ancak burada en dikkat çeken ifade *"Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi uygulama"* ifadesidir. Bu ve buna benzer ifadeler diğer öğrencilerin zihin haritalarında da görülmektedir. Ek olarak çeşitli denklem örnekleri yazan öğrenciler olmuştur. Başlangıçta yazılan zor, sıkıcı bir konu tarzında ifadelere hiçbir öğrencide rastlanmamıştır.

Dersle ilgili genel görüşler araştırmacı günlüğüne şu şekilde yansımıştır:

"Bugün zor bir dersti. Denklem öğrenmesi ve öğretilmesi zor bir konu bence. Öncelikle öğrencilerin denklemle ilgili ciddi sıkıntıları olduğunu gördüm. Bunu gidermek için somut materyaller, sanal manipülatifler ve ilgilerini çekebilecek etkileşimli oyunlarla destek sağlamaya çalıştım. Öğrencilerin zihnine bazı ezbere bilgiler yerleşmiş. Aslında bu bilgiler onları yanlış bir şey yapmaya yönlendirmiyor ama neden yaptıklarını bilmedikleri mantıksız bir duruma dönüşmüş durumda. Bu konuda başarı sağladığımı düşünüyorum. Denklem çözümü noktasında ise öğrencilerin çoğunluğu başarı sağlamış durumda. Eşitliğin ilişkisel anlamını öğrenmeleri kilit nokta bence. Sadece Harun ve Cansu tam anlamda başarı sağlayamadılar. Onlarla öğle aralarında tekrar ilgileneceğim."

Araştırmacı günlüğüne yansıyan bir başka durum ise şu şekildedir:

"Sınıf tartışmaları ve akran desteğinin cebirsel düşünmenin gelişimi için önemli olduğunu düşünüyorum. Öğrenciler birbirlerinin yanlışını düzelterek daha iyi öğreniyorlar. Arkadaşlarından öğrendikleri bilgilerin kalıcılığının da yüksek olduğunu düşünüyorum."

Benzer konularla ilgili görüşler gözlemci günlüğüne de yansımıştır:

"Denklemler dersi bence oldukça keyifliydi. Başta öğrencilerin eksiklik ve hataları olsa da somut ve sanal materyal kullanımı ve interaktif etkinlikler oldukça faydalıydı. Özellikle cebir karoları, sanal teraziler, interaktif oyun ve etkinlikler öğrencilerin hem ilgisini

çekti hem de öğrenmelerine katkı sağladığını düşünüyorum. Ek olarak bir soruyu birlikte öğrenmeleri ve birbirlerinin hatalarını saygı çerçevesinde düzeltmeleri derslerin en önemli ve verimli kısmı bence."

İkinci öğretim bölümü değerlendirildiğinde başlangıçta öğrencilerin *"eşittir"* işaretinin anlamını tam olarak bilmedikleri, her eşittir işaretinden sonra bir sayı sonucu yazmaları gerektiğini düşündükleri, eşitliğin ilişkisel anlamını bilmedikleri, denklem kavramı ile ilgili oldukça eksik bilgileri olduğu, denklem çözümü noktasında matematiksel dili doğru kullanamadıkları ve bu kapsamda denklem çözemedikleri tespit edilmiştir. Bu kapsamda araştırmacının gerçekleştirdiği sınıf içi tartışmalar, somut materyaller, sanal manipülatifler ve EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin kullanımı ile öğrencilerdeki eksikliklerin giderildiği düşünülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin oluşturdukları zihin haritalarının da öğrenme sürecinde neleri değiştirdiği ne yönde ilerlediklerini görmelerini sağladığı söylenebilir. Ayrıca her ders sonunda kullanılan web 2.0 araçları ile hem konu tekrar edilmiş hem de sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Öğretim bölümünün sonunda tüm öğrencilerin eşitlik konusunda ilişkisel düşünebildikleri ve iki öğrenci hariç denklem çözümü noktasında anlamlı öğrenme gerçekleştirdikleri söylenebilir.

4.2.3. Üçüncü öğretim bölümü

Üçüncü öğretim seansı "Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler" alt öğrenme alanına ilişkin 4 kazanımı içeren 12 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bir öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerinin neler olduğunun bilinmesi ve eksikliklerin giderilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmanın amacı kapsamında planlanan öğretimlere geçmeden önce tüm sınıfa uygulanan ön test ve ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin neler bildikleri, eksik oldukları noktalar, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiştir. Öğrencilerin temel özdeşlikleri bilmedikleri, konu ile ilgili sorularda yapı öncesi düzeyde kaldıkları, özdeşlikleri bilmedikleri için çarpanlara ayırmayı da yapamadıkları tespit edilmiştir. Birinci hafta "*M.8.2.1.1. Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar."* kazanımına yönelik öğretim planı gerçekleştirilmiştir. Bu kazanıma ilişkin öğretim seansı oldukça kolay ve hızlı bir biçimde tamamlanmıştır. Çünkü birinci öğretim bölümünde "Cebirsel İfadeler" alt öğrenme alanına yönelik kazanımların eksiksiz bir biçimde tamamlanması bu öğretim seansının kolay geçmesine imkân sağlamıştır.

Dersin keşif aşaması Mert'in anneannesinin yaşını merak etmesi ve annesine ve dayısına bunu sorması ile başlamıştır. Annesi *"Senin yaşının 1 eksiğinin 6 katı"* ve dayısı

"Senin yaşının 6 katından 6 eksiktir" cevabını vermişlerdir. Bu soru ile özdeşliklere zemin hazırlanmak istenmiştir. Sınıftaki öğrencilerin tamamı her iki cebirsel ifadeyi de doğru bir biçimde yazmış ve dağılma özelliğini kullanarak iki ifadenin birbirine eşit olduğunu fark edebilmişlerdir. Keşif aşaması *"Esra'nın kalemlerinin sayısı Arda'nın kalemlerinin sayısının 2 katından 3 eksiktir. Esra'nın kalem sayısını veren cebirsel ifadeyi oluşturalım. Bu cebirsel ifadenin değişkenini, terimlerini, katsayılarını ve terim sayısını tabloda gösterelim."* sorusu ile devam etmiştir. Cebirsel ifade tüm öğrenciler tarafından kolaylıkla oluşturulmuştur. Değişkeni ve terim sayısı tüm öğrenciler tarafından doğru bir biçimde yanıtlanmış, ancak terimleri ve katsayıları söylenirken -3 yerine öğrencilerin çoğunluğu 3 cevabını vermiştir. Bu kapsamda araştırmacı terimler belirlenirken işaretin önemine vurgu yapmış ve rakamların işareti ile birlikte değerlendirilmesi gerektiğini söylemiştir.

Kavrama giriş aşamasında terim, sabit terim, katsayı ve değişken kavramlarının tanımlarına hep birlikte ulaşılmaya çalışılmıştır.

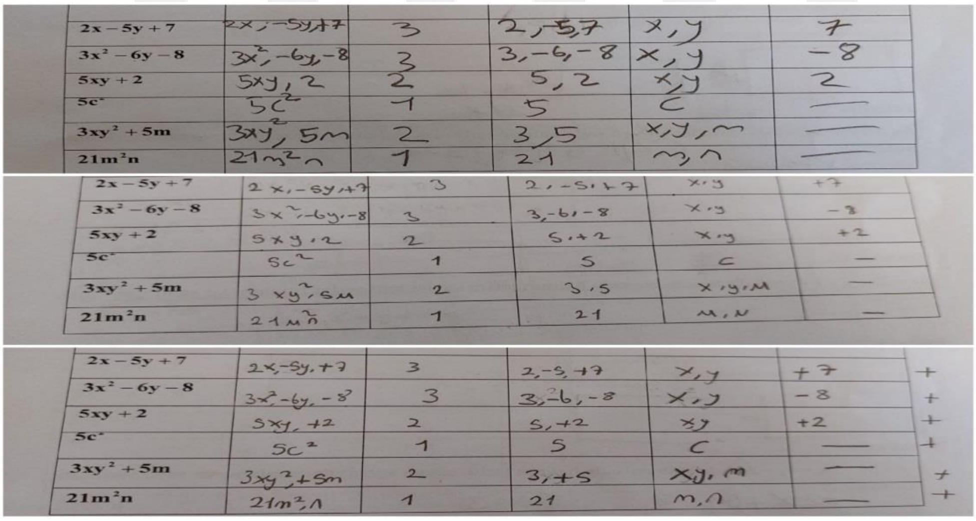
Araştırmacı: Evet çocuklar değişken neydi?
Harun: x.
Cansu: y.
Damla: Sadece bunlar değil a ve b de olabilir, başkada olabilir herhangi değişen bir şey olabilir.
Mehmet Tahir: Sadece değişen bir şey değil değeri bilinmeyen bir şeyde değişken olabilir.

Diyalogda birinci öğretim seansının olumlu çıktıları görülmektedir.

Araştırmacı: Peki terim neydi?
Rana: Hocam nasıl söyleyim bilemedim ama cebirsel ifadedeki her bir ifade.
Araştırmacı: Her bir ifadeyi nasıl anlayabiliriz?
Mine: Hocam işlem işareti ile ayrılan ifadeler.
Şeyma: Ama tüm işlem işareti değil sadece artı ve eksi. Hocam mesela önceki örnekte $2x+3$, 2x ve 3 yani iki tane terimi var. Çarpma işlemi olmaz yani 2 ve x ayrı ayrı terim diyemeyiz.
Damla: Bende Şeyma gibi düşünüyorum.
Araştırmacı: Peki ya katsayı?
Zeynep: Değişkenin başında yazan sayı.
Araştırmacı: Dilek sen ne düşünüyorsun?
Dilek: Aynısı hocam mesela önceki örnekte $2x$ 'te 2 katsayı.
Araştırmacı: Son olarak sabit terim için ne düşünüyorsunuz? Burak sen söyler misin?
Burak: Hocam x'i olmayan terim.
Araştırmacı: Sadece x mi?
Mehmet Tahir: Hocam yani değişkeni olmayan demek istiyor.

Yukarıda görüldüğü üzere öğrencilerin tamamının konu ile ilgili fikirleri olduğu söylenebilir. Araştırmacı özellikle çekimser kalan öğrencilere söz hakkı vermeye özen göstermiş ve sınıfın tamamının konu ile ilgili bilgileri olduğunu gözlemlemiştir. Ardından araştırmacı her bir ifadenin tanımını vererek *"Bir dikdörtgenin kısa kenarı 2x cm, uzun kenarı 6x cm'dir. Bu dikdörtgenin alanını veren cebirsel ifadeyi farklı biçimlerde yazınız."* sorusuna geçiş yapmıştır. Dilek ve Harun dışındaki tüm öğrenciler $12x^2$ cevabını vermişlerdir. Dilek ve Harun ise 12x cevabını vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı üslü ifadelerde çarpma işlemini hatırlatarak devam etmiştir. Burada dikkat çeken başka bir şey birinci öğretim seansında dikdörtgenin alanını bilmeyen öğrencilerin şu anda alanı tam olarak öğrendikleridir. Ardından araştırmacı bu ifadeyi farklı biçimde yazabilir miyiz diye sormuştur. Öğrencilerden 12x ve x, 4x ve 3x şeklinde cevaplar alınmıştır.

Kavramı uygulama aşaması terim, terim sayısı, katsayılar, değişken ve sabit terimleri içeren bir tablonun doldurulması ile başlanmıştır (Şekil 4.67). Tablo tüm öğrenciler tarafından doğru bir biçimde doldurulmuş ve özellikle negatif sayılara tamamının dikkat ettiği görülmüştür.



Şekil 4.67. Farklı öğrencileri ilişkin cevaplar.

İkinci etkinlik $6a^2$ cebirsel ifadesinin farklı biçimlerde yazılmasına yönelik bir etkinliktir. Öğrencilerin çoğunluğu tarafından yazılan ifadeler 3a.2a ve 6a.a olmuştur. Araştırmacının diğer işlemleri de kullanabiliriz demesi üzerine $4a^2 + 2a^2$, $7a^2 - a^2$ şeklinde ifadeler yazdıkları görülmüştür. Burada öğrencilerin çok yönlü yapı seviyesinde düşünebilmeleri için örnek sayısının artırılmasının yararlı olacağı düşünülmüş ve her bir öğrenciden birbirinden farklı olmak üzere 3'er örnek istenmiştir.

Bir sonraki etkinlik *(Her birinde 3a tane içecek bulunan iki koliye dörder içecek daha ilave ediliyor. Kolilerdeki toplam içecek sayısını 2 farklı cebirsel ifade ile gösterelim.)* hem özdeşliğe temel oluşturmak hem de öğrencilerin çok yönlü düşünme seviyesinde düşünebilmeleri için hazırlanmıştır. İki öğrenci cevap verememiş kalan öğrencilerin bir kısmı $2.(3a+4)$, bir kısmı ise $6a+8$ cevabını vermiştir. Her ikisini de yazabilen öğrenci olmamıştır.

Araştırmacı: Oğuzcan nasıl düşündüğünü söyler misin?
Oğuzcan: Hocam bir kolide 3a var ona 4 ekleniyor $3a+4$ dedim iki koli var ama burada işlem önceliğine dikkat etmek için parantez içine aldım ve bu şekilde gösterdim.
Mehmet Tahir: Hocam benimki daha kolay iki kolide 6a var ikisine de 4'er ekleniyor $6a+8$ olur.
Araştırmacı: Peki Oğuzcan'ın söylediği yanlış mı?
Damla: Yanlış değil hocam bende öyle yaptım.
Mehmet Tahir: Hocam yanlış değil de benimki daha kolay gibi.
Araştırmacı: Öyleyse bu iki ifadenin birbirine eşit olduğunu söyleyebilir miyiz?
Şeyma: Oğuzcan'ın söylediğini dağıtırsak aynısı oluyor hocam.

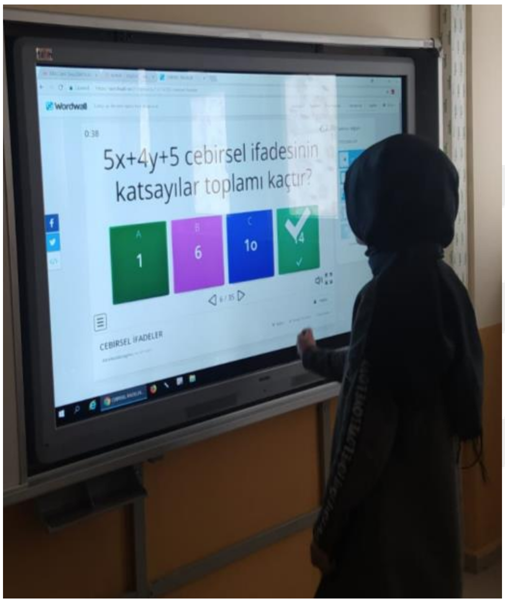
İki ifadenin de doğru olduğu ve birbirine eşit olduğuna öğrencilerin düşünceleri ile ulaşılmıştır.

Bir sonraki etkinlik farklı gösterimleri verilen cebirsel ifadelerin eşleştirilmesi ile ilgili bir etkinliktir. Bu etkinlikte hata yapan öğrenci olmamış hepsi doğru eşleşmeyi yapabilmişlerdir.

Beşinci etkinlik cebirsel ifadelerde farklı gösterimlere ilişkin çok yönlü yapı seviyesinde düşünmeyi gerektiren bir sorudur. Soruda kenar uzunlukları 9a ve 3k olan bir arsa ile aynı alana sahip iki farklı arsa modeli istenmiştir. Öğrencilerin tamamı dikdörtgenin alanını bulmuş ve kenar uzunlukları 27k ve a olan bir arsa modelini çizmiş ikinci modeli bulamamışlardır. Hatta bazıları hocam 27'yi 27 ve 1 bir de 9 ve 3 olarak ayırabiliriz başka yok 9 ve 3'te zaten soruda verilmiş şeklinde cevap vermişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı *"Değişkenlere ve katsayılara odaklansak farklı bir model çizemez miyiz?"* demesi üzerine sadece Mehmet Tahir 9k ve 3a modelini çizebilmiştir.

Altıncı ve yedinci etkinlikte verilen cebirsel ifadelerin en sade hallerinin yazılıp terim sayısı, katsayılar toplamı, sabit terim gibi kavramların yazılmaları istenmiştir. Burada katsayı, sabit terim, terim gibi kavramlarda sıkıntı olmamış ancak birinci öğretim seansında da olduğu gibi çıkarma işlemi noktasında hatalar görülmüş özellikle negatif işaretin parantez içerisine dağıtılmasında sıkıntılar yaşanmıştır. Ancak birinci öğretim seansına göre daha az kişinin sıkıntı yaşadığı görülmüştür. Araştırmacı sorularda toplama ve çıkarma işleminin benzer terimlerle yapıldığına vurgu yaparak anlatımı gerçekleştirmiştir.

Bu haftaki derste son olarak konu ile ilgili tekrar bir web 2.0 aracı ile yapılmış, “Wordwall” kullanılmış ve “Test” etkinliği yapılmıştır. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller aşağıda verilmiştir (Şekil 4.68 ve Şekil 4.69). Etkinlik tüm sınıfın aktif katılımı ile yapılmış tüm öğrencilerden eksiksiz doğru cevap alınmıştır. Web 2.0 araçları derslerin sonunda pekiştirme ve tekrar açısından oldukça verimli olmuştur.



Şekil 4.68. Mine’ye ait görsel.

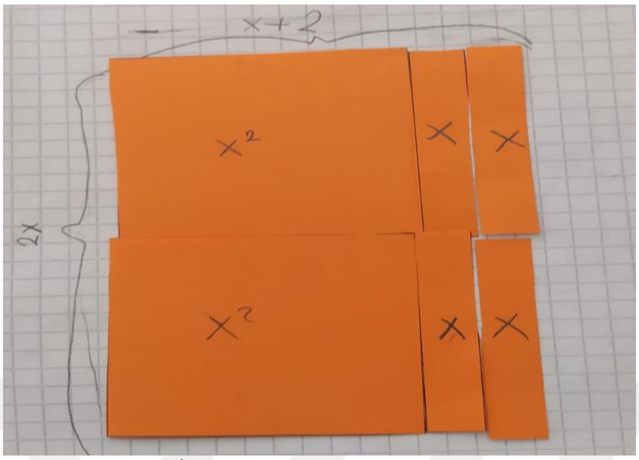
Şekil 4.69. Mehmet Tahir’e ait görsel.

İlk haftanın ikinci ders saatinde *“M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar.”* kazanımına yönelik öğretim planı gerçekleştirilmiştir. Dersin keşif aşaması *“Kenar uzunlukları 8 cm ve 5 cm olan bir dikdörtgenin alanını nasıl bulabiliriz?”* sorusu ile başlamıştır. Soruya sınıftaki tüm öğrenciler 40 cevabını vermişlerdir. Ardından *“Kenar uzunlukları 8 cm ve x cm olan dikdörtgenin alanını nasıl bulabiliriz?”* sorusu ile devam edilmiştir. Bu soruya da doğru cevap verilmiştir. Bunun üzerine *“Herhangi iki cebirsel ifadenin çarpımını bir dikdörtgenin alanından yararlanarak bulabilir miyiz?”* sorusu sorulmuştur.

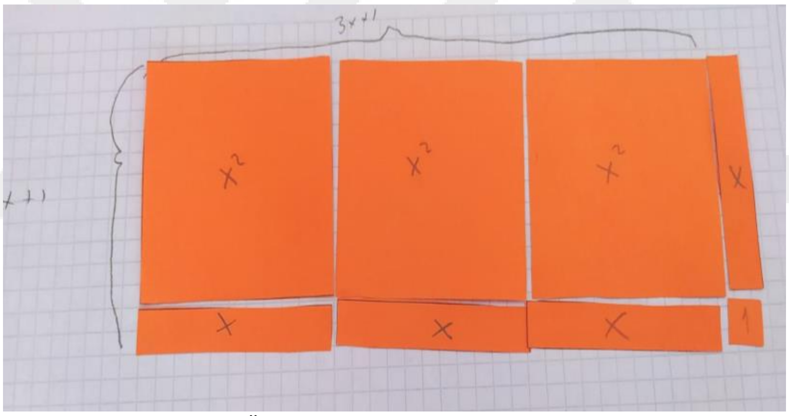
Mehmet Tahir: Hocam mesela alanı 40, ne ile neyi çarparsak 40 eder dersek bulabiliriz.

Şeyma: Hocam yani iki ifadenin çarpımının sonucu dikdörtgenin alanı oluyor.

Ardından EBA üzerinden iki cebirsel ifadenin çarpımını anlatan video izletilmiştir. Bu videoda cebir karoları ile çarpma işleminin oluşturulması anlatılmaktadır. Bu videonun izletilme amacı öğrencilerin cebir karoları ile çarpma işlemine geçmeden önce karolarla işlemin nasıl oluşturulduğunu görmelerini sağlamaktır. Öğrenciler üç gruba ayrılmış ve her bir grubun cebir karoları ile farklı dikdörtgenler oluşturmaları istenmiştir (Şekil 4.70 ve Şekil 4.71).

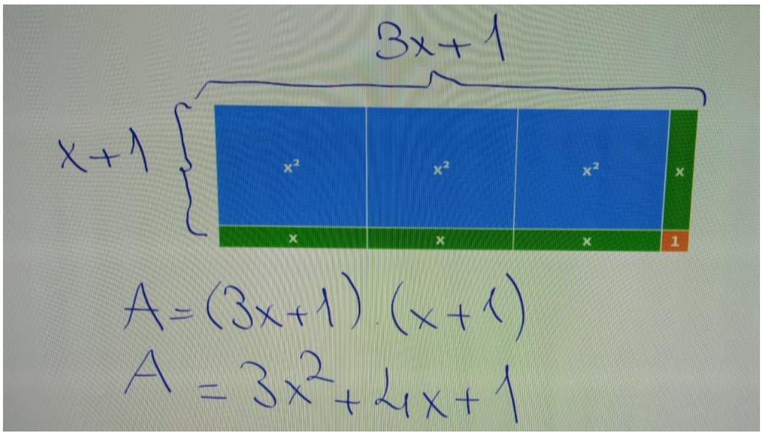


Şekil 4.70. İkinci grubun oluşturduğu dikdörtgen.



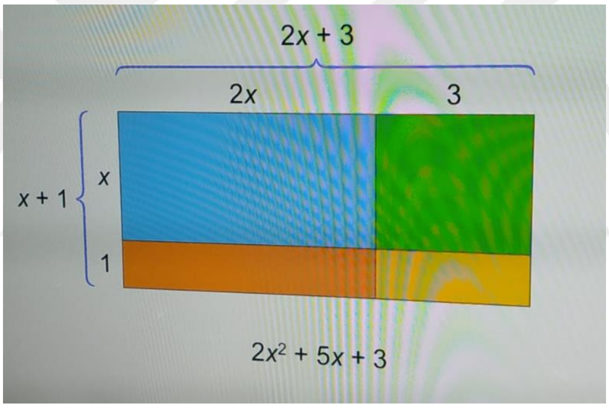
Şekil 4.71. Üçüncü grubun oluşturduğu dikdörtgen.

Üç grupta farklı dikdörtgenler oluşturup kenar uzunlukları ve alanlarını belirlemişlerdir. Her bir grup diğer grupların oluşturduğu dikdörtgenleri ve alanlarını incelemişlerdir. Ardından *"Dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile alanları arasında nasıl bir ilişki vardır?"* sorusu sorulmuş ve öğrenciler kenar uzunluklarını çarpınca alan elde ediyoruz şeklinde cevap vermişlerdir. Keşif aşamasında son olarak somut materyale ek olarak bir dikdörtgen de interaktif ortamda oluşturulmuştur. Bunun için Mathigon sanal manipülatifi kullanılmıştır (Şekil 4.72).



Şekil 4.72. Sanal manipülatif ile oluşturulan dikdörtgen ve alanı.

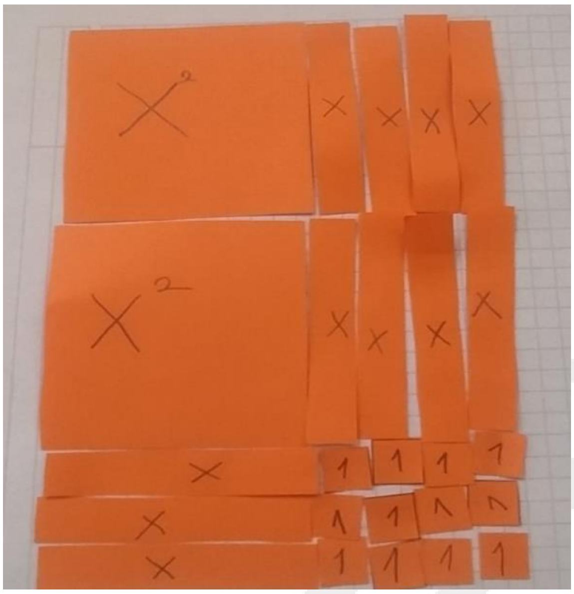
Kavrama giriş aşamasında $(x+1)(2x+3)$ işlemi interaktif ortamda öğrencilerle beraber yapılmıştır (Şekil 4.73). Bu örnek cebir karoları olmadan aşağıdaki şekilde sadece dikdörtgenleri çizerek her bir dikdörtgen ve karenin alanını ayrı ayrı bularak hesaplanmış ve buradan cebirsel ifadelerde çarpma genellemesine ulaşılmıştır.



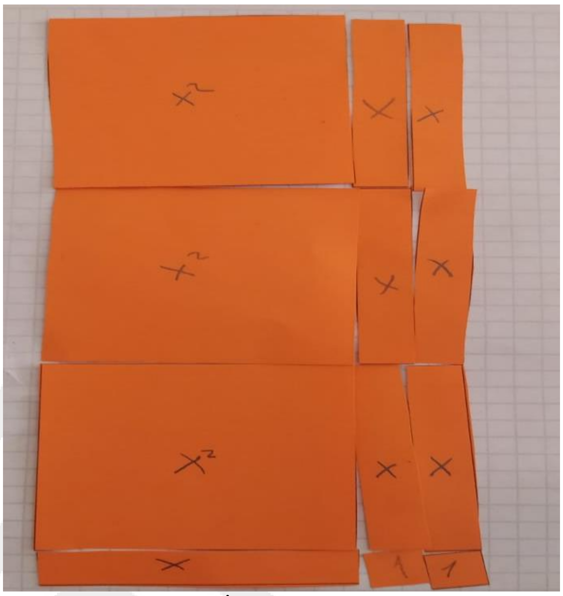
Şekil 4.73. Cebir karoları kullanılmadan yapılan işlem.

Ardından farklı örnekler hem interaktif ortamda hem de cebir karoları ile yapılmıştır. Öğrencilerin dikdörtgenlerin alanlarını hem cebir karolarına göre hem de verilen çarpma genellemesine göre bulmaları ve buldukları sonucun eşit olduğunu görmeleri sağlanmıştır. Dersin bu aşamasında tüm öğrencilerin keyifle katıldıkları hem cebir karolarında hem interaktif etkinliklerde oldukça istekli oldukları gözlemlenmiştir. Ardından öğrencilerin negatif sayılarda sıkıntı yaşadıkları göz önünde bulundurularak negatif katsayılı örnekler üzerinde durulmuştur. Bir soruda Cansu'nu -4 ve $+5$'in çarpımına 20 cevabını verip açıklamasında ikisini çarpıp büyük olanın işaretini verdim demesi üzerine tam sayılarda çarpma işlemi hızlı bir şekilde tekrar hatırlatılmıştır.

Kavramı uygulama aşamasında cebirsel ifadelerde çarpma işleminin cebir karoları ile modellenmesi istenmiştir. Bu etkinlik grup çalışması şeklinde yapılmıştır. Tüm grupların verilen dört ifadeyi de doğru modelledikleri görülmüştür (Şekil 4.74 ve Şekil 4.75). Bunun yanı sıra öğrencilerden nasıl modellediklerini anlatmaları istenmiştir. Burada özellikle başarı düzeyi düşük çekimser kalan öğrenciler seçilmiş grup çalışmasında aktif olmaları amaçlanmıştır.



Şekil 4.74. Birinci grubun modeli.

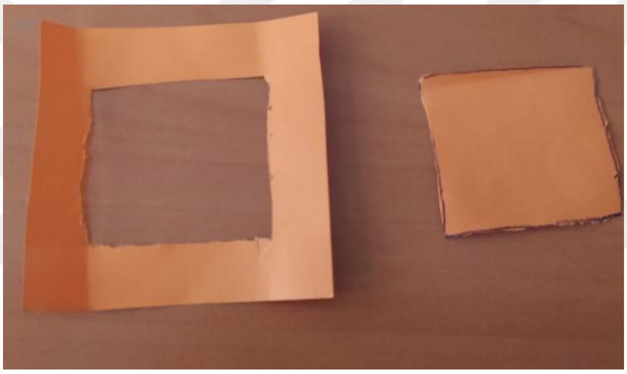


Şekil 4.75. İkinci grubun modeli.

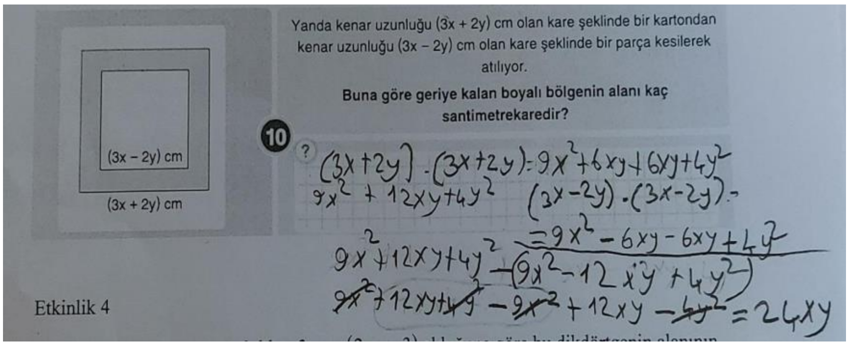
Öğrencilerin cebir karoları ile modelledikleri işlemleri ayrıca interaktif etkinlikte verilen tanıma göre yapmaları, buldukları sonuç ile cebir karolarından elde ettikleri alanları karşılaştırmaları istenmiştir. Böylece hem somut materyal hem de sanal manipülatif kullanımı gerçekleştirilmiştir.

İkinci etkinlikte öğrencilerden cebir karoları ile modellenen çarpma işlemlerini yapmaları istenmiştir. Somut materyal kullanarak daha önce modelledikleri için bu etkinlikte zorluk yaşamamışlardır. Sadece çıkarma işlemi içeren $(2x-1)(x+1)$ ifadesinde zorlanmışlardır. Bunun sebebi cebir karoları ile modelleme yaparken hep toplama işlemi içeren ifadelerle çalışılmış olmasıdır. Araştırmacı burada bu eksikliği fark etmiş etkinliğin bitiminden sonra çıkarma işlemi içeren cebirsel ifadelerle ilgili cebir karoları ile modelleme yaptırmıştır.

Bir sonraki etkinlik öğrencilerin konu ile ilgili ilişkisel düşünme seviyesinde düşünmelerini sağlamak amacıyla hazırlanmıştır. Ancak Mehmet Tahir (Şekil 4.77) ve Şeyma hariç diğer öğrencilerin tek yönlü yapı düzeyinde kaldıkları görülmüştür. Bu kapsamda araştırmacı notlarında geçen ifade *"Bu konu ile ilgili çok yönlü yapı ve ilişkisel yapı seviyesinde soruları artıralım."* şeklindedir. Öğrencilerden verilen boyalı bölgenin alanının nasıl bulunması gerektiği sorulmuş ancak iki öğrenci dışında diğerlerinden yanıt alınamamıştır. Bunun üzerine araştırmacı soruyu materyal ile görmelerini sağlamak amacıyla kare şeklindeki bir kâğıdın içerisinden kare şeklinde bir kâğıt kesmiştir (Şekil 4.76). Bu şekilde alanı sorduğu zaman tüm öğrenciler *"Büyük kareden küçük kareyi çıkaracağız."* şeklinde cevap vermişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerde düşünme seviyelerini geliştirmek için verilen soruların modellenmesinin önemli olduğu söylenebilir. Daha sonra öğrencilerden büyük karenin ve küçük karenin alanını bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu doğru cevap vermiş, yanlış cevap veren öğrencilerin de işaret hataları olduğu görülmüştür. Hatalar araştırmacı ile birlikte düzeltilmiş son olarak büyük alandan küçük alanın çıkarılması istenmiştir. Çıkarma işleminde Dilek $-6xy$ ile $-6xy$'yi toplarsak sonuç $+12xy$ olmaz mı? şeklinde bir ifadede bulunmuş arkadaşları tarafından hatası düzeltilmiştir.



Şekil 4.76. Soru için hazırlanan materyal.



Şekil 4.77. Mehmet Tahir'in çözümü.

Bir sonraki etkinlik öğrencilerin motivasyonlarını artırmak amacıyla hazırlanmıştır. Kenar uzunlukları cebirsel ifade olarak verilen dikdörtgenin alanını bulmaya yöneliktir. Tüm öğrenciler eksiksiz bir şekilde doğru cevap verebilmişlerdir.

Bu ders ile ilgili araştırmacı günlüğüne yansıyanlar şunlardır:

"M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar kazanımına yönelik gerçekleştirdiğim ders güzel ve verimliydi bence. Bu konu kesinlikle cebir karoları kullanılarak öğretilmeli. Çünkü ezber bilginin önüne geçiyor ve öğrencilerin neyi neden yaptığının farkına varmalarını

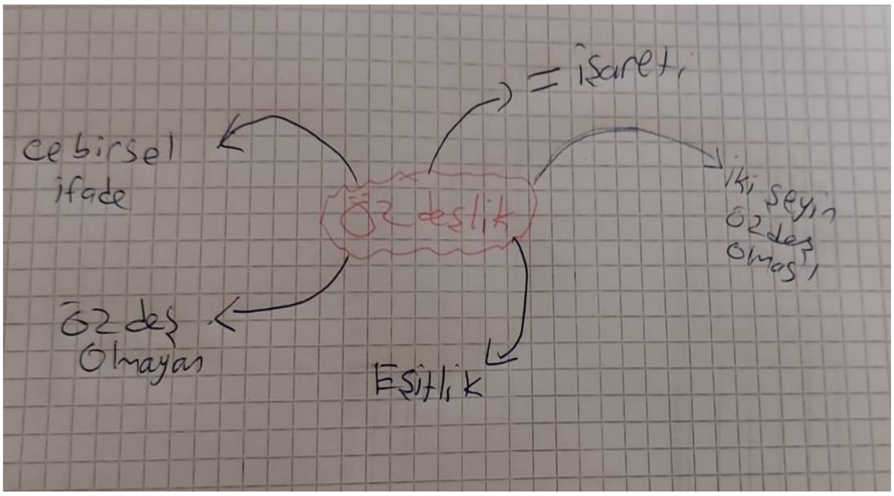
sağlıyor. Ayrıca ek olarak sanal manipülatifler de öğrencilerin ilgisini çekiyor yani ders bunlarla desteklenmeli. EBA'da yer alan etkinliklerde bu konu için kullanılmaya değer. Bunun yanı sıra öğrencilerin düşünme seviyelerinin geliştirilmesi için bazı soruların modellenmesi gerektiğini düşünüyorum. Son olarak bu konunun tam anlaşılması için tam sayılardan dört işlemin eksiksiz bilinmesi gerekiyor. Ders sonunda tüm öğrencilere tam sayılarda dört işlem içeren alıştırma ödevi verdim."

Araştırmacı günlüğü incelendiğinde cebirsel düşünmenin gelişiminde, derslerde cebir karoları gibi somut materyallerin, sanal manipülatiflerin ve EBA interaktif etkinliklerin kullanımının faydası açıkça görülmektedir.

Son olarak konu ile ilgili tekrar web 2.0 aracı ile yapılmıştır. "Wordwall" kullanılmıştır ve "Çevir, Oku, Söyle" etkinliği yapılmıştır (Şekil 4.78). Etkinlikte cebirsel ifadelerde çarpma işlemi mantığının anlaşıldığı ancak tam sayılarla ilgili sıkıntıların soruların çözümünde hatalara sebep olduğu görülmüştür. Bu kapsamda ders sonunda tüm sınıfa tam sayılarda dört işlem içeren alıştırma ödevi verilmiştir.

Şekil 4.78. Zeynep'e ait görsel.

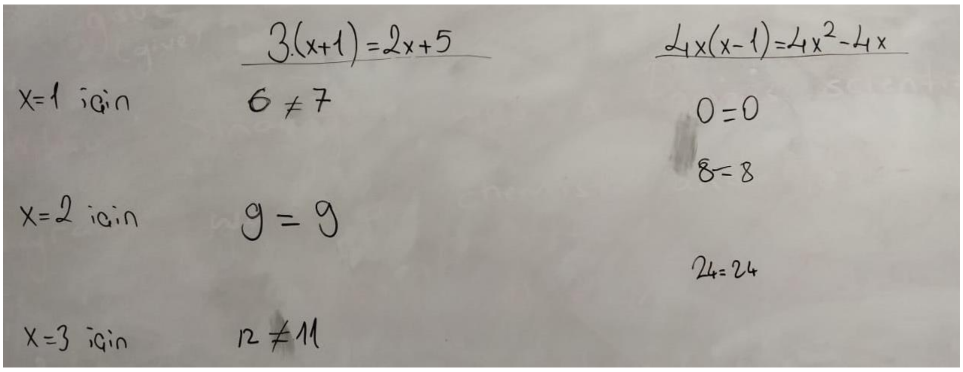
Üçüncü öğretim seansına *"M.8.2.1.3. Özdeşlikleri modellerle açıklar."* kazanımına yönelik öğretim planı ile devam edilmiştir. Özdeşlikler çarpanlara ayırma noktasında önemli olduğu için dersler titizlikle gerçekleştirilmiştir. Somut materyal, sanal manipülatif ve EBA'da yer alan interaktif etkinliklerin kullanımına özen gösterilmiştir. İlk olarak öğrencilerin özdeşlik kavramına ilişkin zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Örnek bir zihin haritası Şekil 4.79'da verilmiştir.



Şekil 4.79. Mehmet Tahir'e ait zihin haritası.

Zihin haritaları genel olarak incelendiğinde eşitlik, = işareti, özdeş, matematik, denklem, cebirsel ifade gibi kavramlardan bahsettikleri görülmüştür. Temel özdeşliklerden bahseden öğrenci olmamıştır. Öğrencilerin konu ile ilgili bilgilerinin olmadığı söylenebilir.

Dersin keşif aşaması biri özdeşlik olmayan diğeri özdeşlik olarak verilen iki ifadenin x'in 1, 2 ve 3 değerleri için incelenmesi ile başlamıştır. İfadeleri inceleyen öğrencilere aradaki fark sorulmuştur. Öğrencilerin tamamı x yerine değerleri doğru koyabilmiş sonrasında her değeri farklı öğrenci olmak üzere tahtada x yerine koymuşlardır. Sınıfça yapılan etkinlik Şekil 4.80'de sunulmuştur.



Şekil 4.80. Sınıfça yapılan etkinlik.

Değerlerin incelenmesinden sonra öğrencilere aradaki fark sorulmuştur.

Oğuzcan: Birinci de sadece 2 için eşit çıkıyor.
Burak: Diğerinde hepsi için eşit çıkıyor.
Araştırmacı: Peki neden böyle oluyor?
Mehmet Tahir: Hocam birincide sağ ve sol taraf eşit değil ikincide 4x'i parantezin içine dağıtırsak sağ ve sol taraf aynı oluyor.
Damla: Bende böyle düşünüyorum.

Öğrencilerin aradaki farkı açık bir şekilde belirledikleri görülmektedir. Ayrıca Mehmet Tahir'in açıklaması verilen denklemlerin özdeşlik olup olmamasının belirlenmesinde öğrencilere yarar sağlamıştır. Birden fazla sayı deneyerek karar vermek yerine öğrencinin açıklamasındaki gibi karar vermişlerdir. Ardından özdeşlik ifadesinde öğrencilere değişkenin hangi anlamında kullanıldığı sorulmuş tüm öğrenciler değişen nicelik anlamı şeklinde cevap vermişlerdir.

Kavrama giriş aşamasında özdeşliğin tanımı öğrencilerle birlikte oluşturulmuş ve denklem ile olan farkı sunulmuştur.

Araştırmacı: Peki ya bunlara birer denklem diyebilir miyiz?
Şeyma: Evet tabi ki.
Araştırmacı: Peki, hangisi özdeşlik?
Cansu: İkincisi.
Araştırmacı: O halde her özdeşlik aynı zamanda bir denklem diyebilir miyiz?
Tüm sınıf: Evet.
Araştırmacı: Peki her denklem bir özdeşlik diyebilir miyiz?
Mehmet Tahir: Hayır hocam birincisi denklem ama her değeri sağlamadığı için özdeşlik değil.

Burada denklem ile özdeşliğin farkı ve aradaki ilişki açığa çıkarılmıştır. Öğrencilerin verilen bir ifadeyi denklem özdeşlik diye ayırt etmesinin yanı sıra özdeşlik ve özdeşlik olmayan şeklinde ayırt etmesi sağlanmıştır.

Kavramı uygulama aşamasında ilk etkinlik verilen ifadelerin özdeşlik ve özdeşlik değil şeklinde ayırt edilmesidir.

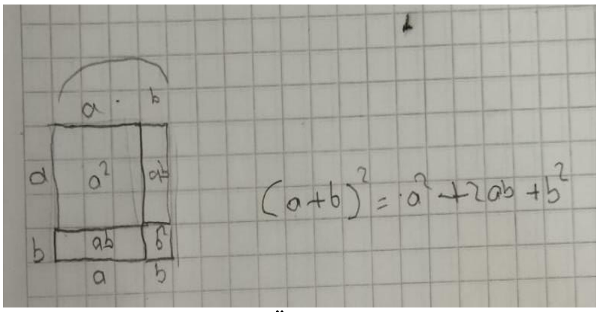
Burak: Hocam hepsine 3'er sayı denesek birazcık uzun olmaz mı?
Mehmet Tahir: Ben kolay yolunu en baştan söylemiştim (gülüyor).
Şeyma: Bende senin dediğin gibi yapıyorum.
Araştırmacı: Mehmet Tahir arkadaşlarına hatırlatır mısın?

Mehmet Tahir'in dersin başında söylediği eşitliğin sağ tarafı ve sol tarafının eşitliğine bakılması kendisi tarafından arkadaşlarına hatırlatılmış ve etkinlik bu şekilde yapılmıştır. Burada aynı zamanda eşitliğin ilişkisel anlamının kullanılması da sağlanmaktadır. Öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde ilk soruya ($4(-3+3x)=12x-12$) tüm sınıf doğru yanıt vermiştir. İkinci soruya ($(x+1)(x+2)=x^2+3x+2$) özdeşlik değil cevabını veren öğrenciler 3x yerine 2x olmalı şeklinde cevap vermiş yanlış yapan bir öğrencinin tahtada bu çarpımı yapması sağlanmıştır. Son soruya ($2x+4=5x+1$) ise tüm sınıf kolaylıkla özdeşlik değil cevabını vermiştir.

Bir sonraki etkinlik verilen özdeşliklerde bilinmeyen değerlerin bulunmasına yöneliktir. Dilek ve Harun dışında tüm öğrenciler doğru cevap verebilmişlerdir. Dilek ve Harun'un yanlış cevapları incelendiğinde ise değişkeni ihmal ettikleri sadece rakamlara göre hareket ettikleri görülmüştür. Bu kapsamda ilk olarak Dilek'e Zeynep, Harun'a Mehmet Tahir yardımcı olmuştur. Ardından araştırmacı sınıfla birlikte çözümü gerçekleştirmiştir.

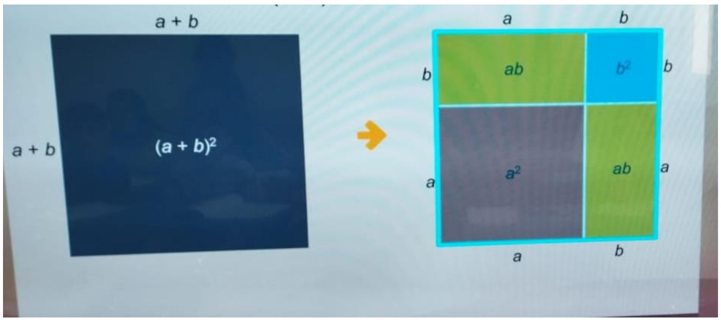
Konu ile ilgili son etkinlik verilen ifadelerin özdeşlik olup olmadığının incelenmesidir. Genel olarak öğrencilerin özdeşlik mantığını anladığı, ne olduğunu bildikleri ancak aritmetiksel hataların yanlış yapmalarına sebep olduğu görülmüştür. Bu kapsamda bol alıştırma sorusu çözülmesi için tüm öğrencilere ev ödevi verilmiştir.

Özdeşlik kavramının anlaşılmasının ardından temel özdeşlikler için keşif aşaması başlamıştır. Özdeşliklerin keşif aşamasında yapılan işlemler grup çalışması olarak uygulanmıştır. Araştırmacı ilk olarak *"Bir kenar uzunluğu* $a+b$ *olan karenin alanı nedir?"* sorusu ile başlamıştır. Mehmet Tahir $(a+b)^2$ cevabını vermiştir. Araştırmacı bunu modelle göstersek nasıl olur demiş ancak ilk aşamada hiçbir grup bir modelleme yapamamıştır. Araştırmacı cebir karolarında $x+2$'yi nasıl modelliyorsak $a+b$'yi de o şekilde modelleyelim deyince grupların tamamı doğru modelleme yapabilmişlerdir. İlk aşamada b ifadesinin dikdörtgenin kısa kenarına yazılması konusunda tereddüte düşen öğrenciler olmuş ancak araştırmacının ve arkadaşlarının desteği ile modelleme yapabilmişlerdir. Şekil 4.81'de örnek bir model sunulmuştur.



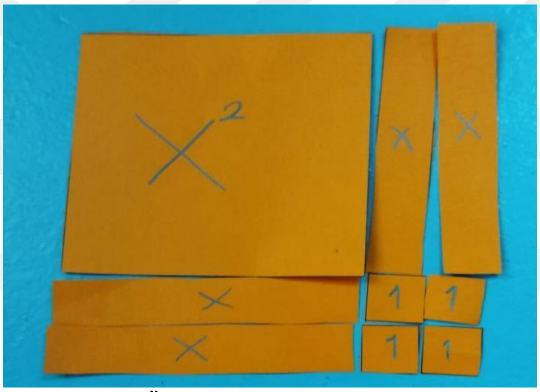
Şekil 4.81. Örnek bir model.

Devamında aynı soru EBA üzerinden interaktif ortamda gösterilmiştir (Şekil 4.82). Ancak burada dikkat edilmesi gereken EBA'da en başta özdeşliğin açılımı verilmektedir. Araştırmacı buna dikkat etmiş öğrencilerin açılıma kendilerinin ulaşması için o kısmı atlamıştır.



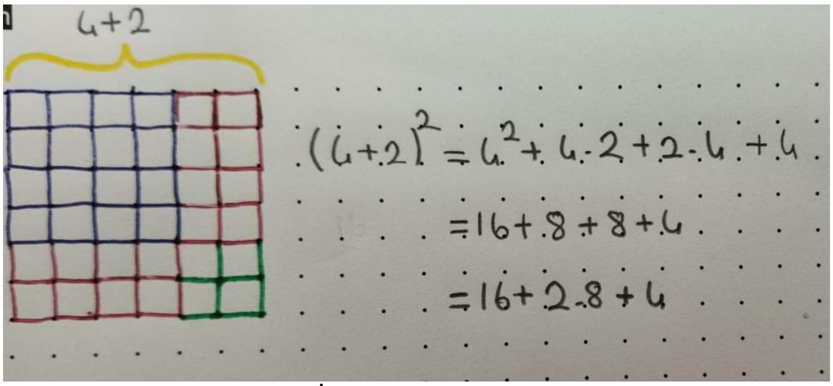
Şekil 4.82. EBA üzerinden yapılan etkinlik.

Öğrenciler $(a+b)^2$ ifadesinin açılımını not ettikten sonra araştırmacı bu kez öğrencilerden *"Bir kenarı* $x+2$ *br olan bir karenin alanını"* cebir karoları ile modellemelerini istemiştir. Cebir karolarında öğrencilerin sıkıntı yaşamadıkları kolaylıkla kullanabildikleri görülmüştür (Şekil 4.83). Tüm sınıfın yaptığı modellemenin ardından bu ifadenin de açılımı not edilmiştir.



Şekil 4.83. Üçüncü grubun yaptığı modelleme.

Son olarak araştırmacı bir kenarı $(4+2)$ olan karenin alanının modellenmesini ve bunun için noktalı kâğıttan yararlanılmasını istemiştir (Şekil 4.84). Bu etkinlikte modellemede gruplara araştırmacı biraz destek sağlamış ancak ifadenin açılımına tüm öğrenciler kendileri ulaşmıştır.



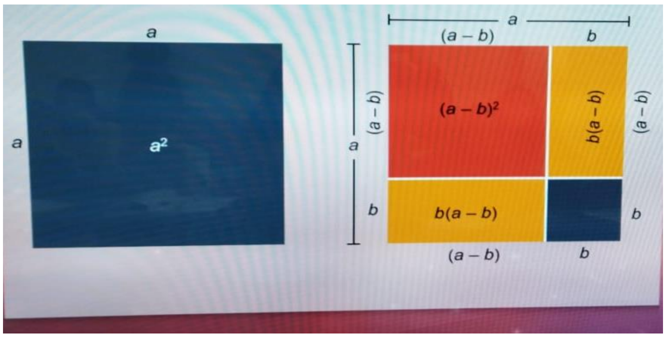
Şekil 4.84. İlk grubun yaptığı modelleme.

Öncelikle üç ifade de oluşturulan modellerin hangi geometrik şekil olduğu sorulmuş ve tüm öğrenciler kare cevabını vermişlerdir. Verilen üç ifade de alt alta yazılmış ve öğrencilerin bu ifadelere nasıl ulaştığını sorgulamaları istenmiştir. Tek başına doğru cevaba ulaşan öğrenci olmamış ama hep birlikte gerçekleştirilen tartışmalar ile doğru cevap bulunmuştur.

Mehmet Tahir: Hocam önce ilk yazılan sayısının karesini alıyor.
Oğuzcan: İkinci yazılan sayının da karesini alıyor. Ama ortada yazanı bilemedim.
Damla: Hocam hani $(4+2)$'de bi 4.2 yazdık bide 2.4 yazdık yani ikisini 2 defa çarptık. O yüzden ikisinin çarpımının iki katı diyebiliriz.

Böylelikle keşif aşaması tamamlanmış araştırmacı iki terimin toplamının karesi özdeşliğini tanıtmıştır. 2 farklı örnek yapılarak iki terimin farkının karesi özdeşliği için keşif aşamasına geçilmiştir.

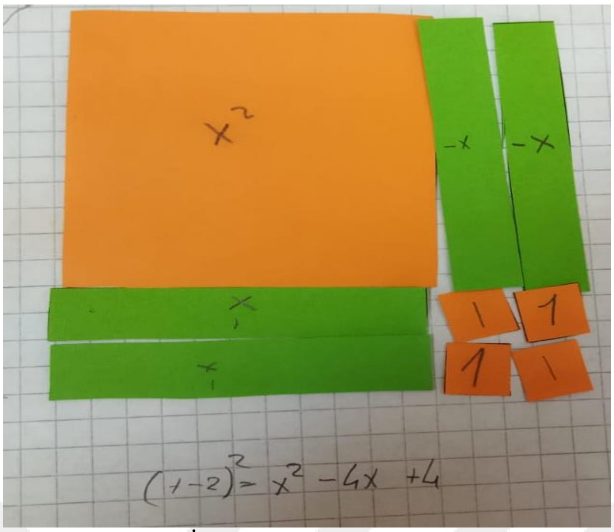
Öğrencilere bir kenarı a br olan kareden alanı $(a-b)^2$ olan bir kare elde etmek için modelleme yapmaları istenmiştir. Ancak hiçbir öğrenci doğru modelleme yapamamıştır. Öğrenciler bir kenarı a olan bir kare çizip b'lik bir kısmı çıkarmak istemişler ancak bunu da yapamamışlardır. Öğrencilerden yanıt alınamayınca EBA üzerinde verilen etkinliğe geçilmiştir (Şekil 4.85)



Şekil 4.85. EBA üzerindeki etkinlik.

Etkinlikte $(a-b)^2$'nin bulunması için alanı a olan kareden diğer iki tane dikdörtgen ve bir tane karenin çıkarılması istenmiştir. Literatürde de verilen iki terimin farkının karesi özdeşliği için yapılan bu modellemenin öğrencilerde bilişsel açıdan bir yük oluşturduğu uzun işlemleri yapamadıkları tespit edilmiştir. Verilen işlemleri doğru yapan öğrenci olmadığı gibi öğrencilerin işlemlerin içinde kaybolduğu ve oldukça sıkıldıkları görülmüştür. Bu kapsamda araştırmacı bu özdeşlik için negatif cebir karolarından faydalanmayı uygun bulmuştur (Şekil 4.86). Daha önce de kullanılan bu karolara öğrenciler yabancılık çekmemiştir. Araştırmacı *"Bir kenarı* $x-2$ *br olan bir karenin alanını"* cebir karoları ile modellemelerini istemiştir.

Tüm gruplar doğru modellemeyi ve modelden yararlanarak cebirsel ifadenin açılımını yazmışlardır.



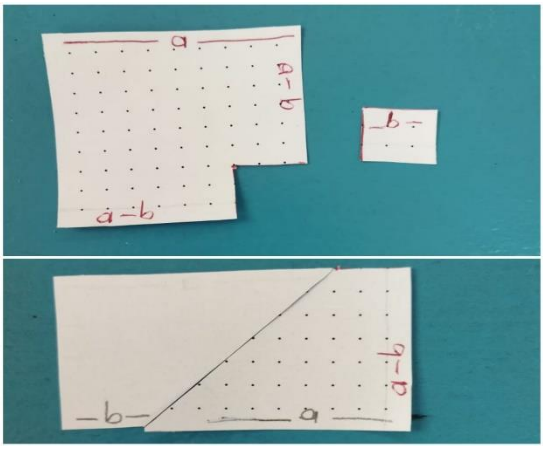
Şekil 4.86. İkinci grubun yaptığı modelleme.

Öğrenciler iki terimin toplamının karesini içselleştirdikleri için tek bir örnekle iki terimin farkının karesi özdeşliği için genellemeye ulaşmakta zorlanmamışlardır. Bu ders kapsamında literatürde ve EBA üzerinde verilmiş olan iki terimin farkının karesi için önerilen modelin bu araştırmaya katılan öğrenciler için verimli olmadığı, bilişsel açıdan zorlandıkları ve işlemlerde sıkıldıkları görülmüştür.

Keşif aşaması tamamlanmış araştırmacı iki terimin farkının karesi özdeşliğini tanıtmıştır. İki farklı örnek yapılarak iki kare farkı özdeşliği için keşif aşamasına geçilmiştir.

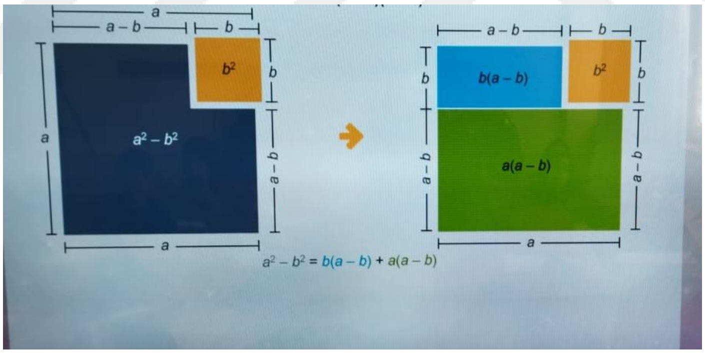
"Bir kenar uzunluğu a olan bir karesel bölgeden, bir kenar uzunluğu b olan bir karesel bölgeyi çıkaralım ve kalan alanı bulalım." sorusu ile başlanmıştır. Öğrencilerden önce kâğıt üzerinde model çizmeleri istenmiş öğrencilerin çoğu kenar uzunluğu b br olan kareyi kenar uzunluğu a br olan karenin tam ortasından çizmişlerdir. Burada özdeşliğe ulaşılmayacağı için araştırmacı sadece kalan alan nedir diye sormuş ve $a^2 - b^2$ yanıtını almıştır. Öğrencilerin çoğunluğunun bu cevabı verebilmesinin sebebinin bir önceki derste buna benzer ilişkisel düşünme seviyesinde hazırlanan sorunun etkili olduğu söylenebilir. Ardından araştırmacı öğrencilerden kâğıttan bir kare kesmelerini ve bu karenin uzunluğuna a br demelerini istemiştir. Sonrasında karenin köşesine bir kenar uzunluğu b br olan başka bir kare çizip kesmelerini istemiştir. Kalan alanın ne olduğu öğrenciler tarafından daha önceden söylenmişti. Küçük olan kare çıkarıldıktan sonra kalan parça köşesinden çapraz kesilerek iki

parçaya ayrılmış ve döndürülüp birleştirilince elde edilen büyük dikdörtgen kalan alanı vermiştir. Şekil 4.87’de Zeynep’in yaptığı modelleme verilmiştir.



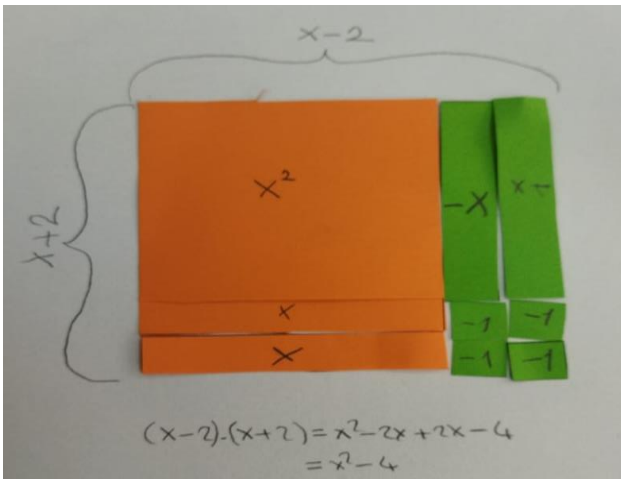
Şekil 4.87. Zeynep’in yaptığı modelleme.

Noktalı kâğıt ile yapılan etkinlik tüm öğrenciler tarafından keyifli bir şekilde tamamlanmıştır. Ardından EBA üzerinden yapılan etkinliğe geçilmiş (Şekil 4.88) ancak aşağıda verilen bu etkinlikte öğrenciler zorlanmıştır. Bu sebeple iki kare farkı özdeşliği için kâğıtla yapılan modellemenin daha faydalı olduğu söylenebilir.



Şekil 4.88. EBA üzerindeki etkinlik.

Öğrencilerin özdeşlik için genellemeye ulaşabilmeleri için son olarak cebir karoları ile bir modelleme yapılmıştır. Öğrencilerden $(x-2)(x+2)$ ifadesini cebir karoları ile modellemeleri istenmiştir. Öğrenciler modellemede 4 br’lik bölgeye hangi cebir karosunu koyacakları konusunda sıkıntı yaşamışlar iki grup -1 koyarken diğer grup $+1$ koymuştur. Bu durum araştırmacının desteği ile çözüme kavuşturulmuştur. Şekil 4.89’da birinci grubun yaptığı modelleme verilmiştir.



Şekil 4.89. Birinci grubun yaptığı modelleme.

Cebir karoları ile yapılan modelde özdeşliğin açılımı yazılmış aynı zamanda kâğıtla yapılan etkinlikteki sonuçta yazılmış ve öğrencilerden bir genellemeye ulaşmaları istenmiştir. Mehmet Tahir *"Hocam* $x^2 = x.x$ *ve* $-4 = +2.-2$ *o yüzden* $(x-2)(x+2)$ *oluyor"* şeklinde cevap vermiştir. Özdeşliğin tanımı hep birlikte yapılıp üç tane örnek çözülmüştür. Burada örneklerde her iki teriminde değişken içeren, biri değişken biri tam sayı içeren ve her ikisi de tam sayı olan örneklere yer verilmiştir.

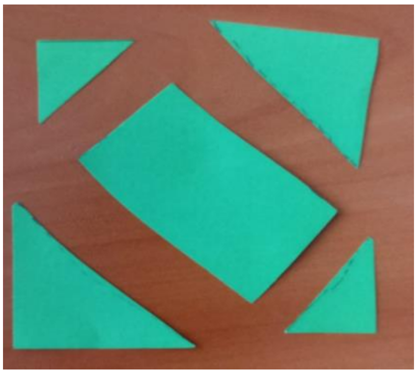
Tüm özdeşliklerin verilmesinin ardından kavramı uygulama aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada hazırlanan sorularda özdeşlikleri hep bir arada görebilmelerini sağlamak amacıyla tüm özdeşliklerden karışık örnekler sunulmuştur. İlk etkinlik için öğrenci cevapları incelendiğinde ilk aşamada özdeşlikleri kullanmadıkları örneğin $(2x+3y)^2 = (2x+3y)(2x+3y)$ şeklinde yazarak çarpma işlemi yaptıkları görülmüştür. Ardından araştırmacı *"Öğrendiğimiz özdeşlikleri kullansak nasıl olur?"* diyerek tüm özdeşlikleri yeniden hatırlatmıştır. Araştırmacının yaptığı hatırlatmanın ardından Cansu, Dilek ve Harun dışındaki öğrencilerin genel olarak doğru cevaplar verdikleri bazen işaret hataları yaptıkları gözlemlenmiştir. İşaret hatalarında özdeşliklerde çarpma işlemi yapılarak işaretleri görmeleri sağlanmış aynı zamanda özdeşliklerin açılımları hatırlatılmıştır. Ayrıca iki terimin farkının karesi ile iki kare farkı özdeşliğini karıştıran öğrenciler olmuş, $1-4c^2 = (1-2c)^2$ şeklinde cevaplar gelmiştir. Bu öğrencilere modeller tekrar hatırlatılmış aradaki fark tüm sınıfa sorulmuştur. Bu soruya Damla *"Hocam birinde a'nın ve b'nin karesi alınıp biri diğerinden çıkarılıyor diğerinde a'dan b çıkarılıp karesi alınıyor."* şeklinde aradaki farkı dile getirmiştir. Cansu, Harun ve Dilek'in bu etkinlikte yapı öncesi düzeyde kaldıkları ilgisiz cevaplar verdikleri gözlemlenmiştir. Araştırmacı daha önce de yaptığı şekilde ders arasında öğrencilerle birebir çalışmış ardından bu öğrencileri başarılı olan arkadaşları ile eşleştirerek ev ödevi vermiştir. Bir sonraki derste üç öğrencinin de özdeşlikler konusunda biraz daha ilerledikleri gözlemlenmiştir. Özdeşliklerin giriş aşamasında bol örnek çözmenin öğrencilerin daha iyi anlamaları açısından önemli olduğu söylenebilir. Bu aşamada özellikle seçilen bir örnekte $4x^2 - 5$ örneğidir. Öğrencilerin çoğunluğu $(2x-5)(2x+5)$ şeklinde cevap vermişlerdir.

Şeyma: Hocam ben böyle dedim ama yanlış gibi çünkü 5'le 5'i çarparsak 25 oluyor. Ama neyle neyi çarparsak 5 eder bulamadım.
Araştırmacı: Siz ne diyorsunuz?
Oğuzcan: Bence haklı hocam.
Araştırmacı: Peki alanı 5 olan karenin bir kenar uzunluğu kaçtır desem?
Damla: $\sqrt{5}$.

Araştırmacı soruyu karenin alanı ile ilişkilendirerek sorunca soruya doğru cevap gelmiştir. Burada *"Kareköklü İfadeler"* konusunda yaşanan bir zorluğun etkili olduğu söylenebilir. Dolayısıyla iki kare farkı özdeşliğinde sadece tam kare sayılarla değil tam kare olmayan sayılarla da çalışılması gerektiği söylenebilir.

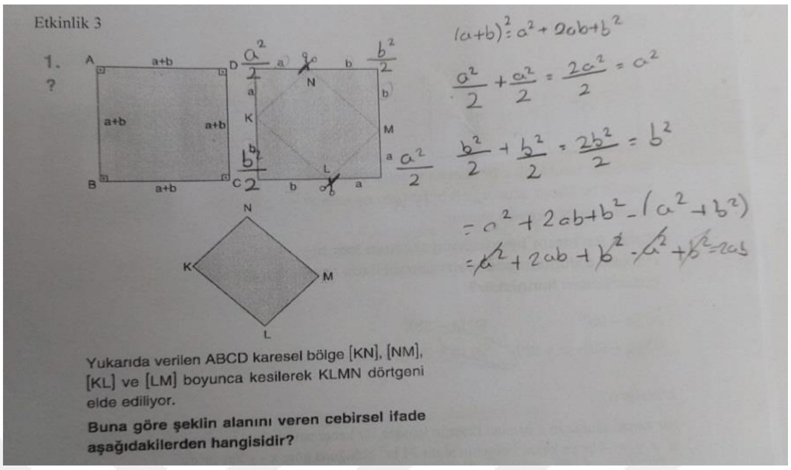
İkinci etkinlik verilen modellere uygun özdeşlikleri yazmaya yönelik bir etkinliktir. Bu etkinlikte iki terimin farkının karesi özdeşliği hariç diğer tüm özdeşliklere tüm öğrencilerden doğru yanıt alınmıştır. Konuyu zor anlayan Harun, Cansu ve Dilek'in de doğru cevaplar verebilmesi ders esnasında kullanılan somut materyallerin faydasını göstermektedir. İki terimin farkının karesi özdeşliği için verilen modeli öğrenciler EBA üzerinde verilen etkinlikte de anlamamışlardı. Bu sebeple etkinlik tekrar hatırlatılmıştır.

Üçüncü etkinlik ilişkisel yapı seviyesinde düşünmeyi gerektiren bir sorudur. Bu soru benzeri bir soru daha önce çözüldüğü için öğrencilerin çoğunluğu hangi işlemleri yapmaları gerektiğini söyleyebilmişlerdir. Söyleyemeyen öğrenciler için soru modelle gösterilmiştir (Şekil 4.90).



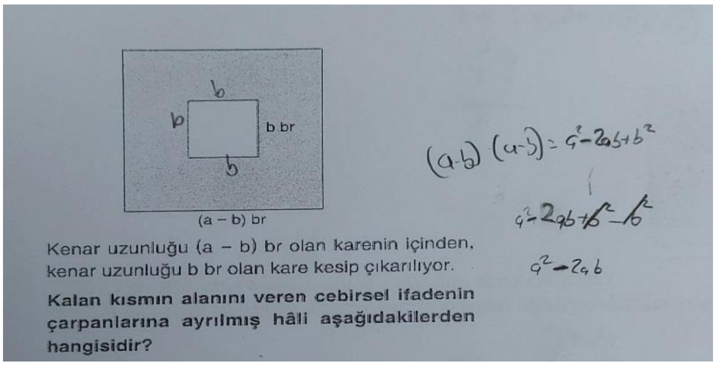
Şekil 4.90. Soruya ilişkin model.

Modelle gösterim sonucunda öğrenciler yapacakları işlemi doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. Sınıfın çoğunluğu doğru cevaba ulaşırken (Şekil 4.91) dört öğrenci işlemsel hatalar yapmışlardır. Bu öğrencilerle bireysel olarak çözüm gerçekleştirilmiş doğru cevabı görmeleri sağlanmıştır.



Şekil 4.91. Rana'nın soruya verdiği doğru cevap.

Bir sonraki soru ise benzer mantıkta bir sorudur. Araştırmacı notlarında *"İlişkisel düşünme seviyesine ilişkin soruları artıralım."* şeklinde geçen nottan dolayı bu düşünme seviyesindeki sorular artırılmıştır. Soruya eksiksiz bir şekilde tüm sınıftan doğru yanıt alınmıştır (Şekil 4.92).



Şekil 4.92. Burak'ın soruya verdiği doğru cevap.

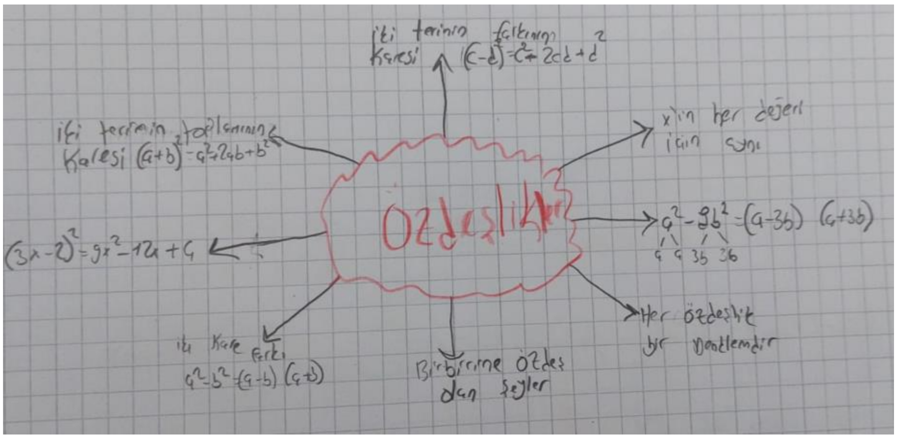
Bir diğer soru benzer mantıkta olup iki kare farkı özdeşliğinin kullanılmasını gerektirmektedir. Çoğunluktan doğru cevap alınmış yanlış yapanların ise iki terimin farkının karesi özdeşliği ile karıştırdıkları görülmüştür. Aradaki fark bir önceki derste vurgulanmasına rağmen öğrenciler tekrar karıştırmışlardır. Karıştıran öğrencilere cebir karoları verilmiş ve modellemeleri istenmiştir. Modelleme sonrası öğrenciler aradaki farkı anladıklarını dile getirmişlerdir. Bu soruda dikkat çeken bir bulgu öğrencilerin özdeşliği kullanmaktan kaçınmasıdır. Burak'a *"Neden özdeşliği kullanmadın?"* diye sorulduğunda *"Aradaki işaretin* *ne olduğunu hatırlayamadım. O yüzden garanti olsun diye çarparak yaptım."* şeklinde cevap vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı ders sonunda yapmayı düşündüğü tekrarı erkene almış ve bir web 2.0 aracı ile özdeşlikleri tekrar etmiştir. "Wordwall" kullanılmıştır ve "Eşleşmeyi Bul" etkinliği yapılmıştır. Etkinlikte yer alan sorular ilerledikçe doğru cevap veren öğrenci sayısının arttığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla temel özdeşliklerle bol alıştırma yapmanın gerekliliği belirlenmiştir.

Bir sonraki soruda *(Bir kenar uzunluğu x br olan karenin içinden bir kenar uzunluğu y br olan kare çıkarılmıştır.* $x+y=4$ *br ve kalan bölgenin alanı 24 br*^{2} *olduğuna göre* $x-y$ *kaç br'dir?)* öğrenciler hemen şekil çizmişlerdir. Kalan bölgenin alanının ne olduğuna hepsi x^2-y^2 cevabını vermişlerdir. Şeyma ve Mehmet Tahir dışında diğer öğrencilerin doğru cevap veremedikleri gözlemlenmiştir. Öğrenciler kalan alanı ifade etmişler ancak devamını getirememişlerdir. Bu kapsamda sınıf Mehmet Tahir ve Şeyma'nın grup lideri oldukları iki gruba ayrılmış ve akran öğrenmesi şeklinde soru hep birlikte çözülmüştür.

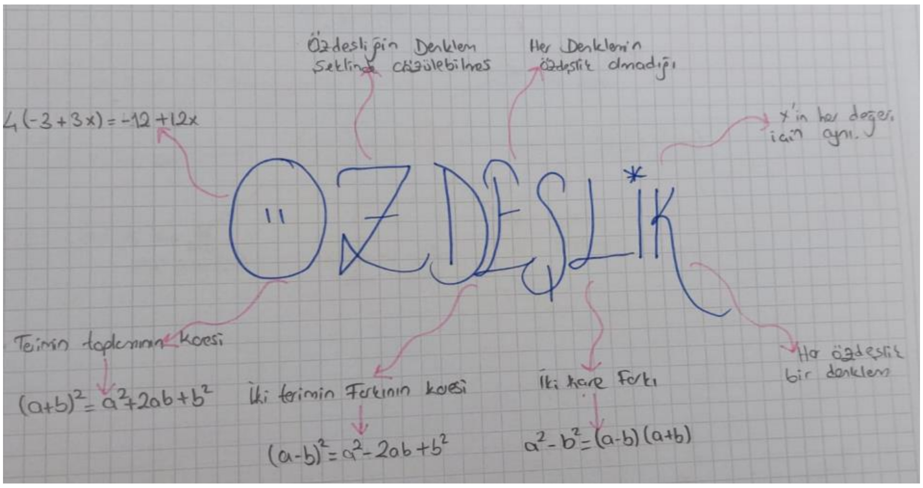
Bir sonraki etkinlik *(*$(a-3)^2=a^2-Da+E$ ise $D+E$ *'nin kaç olduğunu bulunuz.)* tüm öğrenciler tarafından doğru bir şekilde cevaplanmıştır. Bu soruya benzer sorular kullanılan web 2.0 aracında da yer aldığı için öğrencilerin doğru cevap vermesinde etkili olduğu söylenebilir.

Sekizinci etkinlik diğerleri ile aynı mantıkta ilişkisel düşünme becerisi gerektiren bir sorudur. Soruda özdeşlikleri karıştıran öğrenci olmamış ve tüm sınıftan doğru yanıt alınmıştır.

Son olarak öğrencilerden özdeşlik kavramına ilişkin zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Zihin haritaları incelendiğinde başlangıca göre çok iyi sonuçlar alınmıştır (Şekil 4.93 ve Şekil 4.94).



Şekil 4.93. Oğuzcan'a ait zihin haritası.



Şekil 4.94. Şeyma'ya ait zihin haritası.

Öğrencilerin zihin haritaları incelendiğinde büyük çoğunluğunda üç temel özdeşliğinde isimleriyle birlikte yer aldığı, her denklemin özdeşlik olduğu fakat her özdeşliğin denklem olmadığı ve çeşitli özdeşlik örnekleri verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin konu ile ilgili ilerlemeleri zihin haritalarına oldukça net bir şekilde yansımıştır.

Derslerde zihin haritası kullanımı araştırmacıya yön gösteren önemli bir bölüm olmuştur. Zihin haritaları ile ilgili gözlemci günlüğünde yazan ifadeler şu şekildedir:

"Ben zihin haritalarını derslerde hiç kullanmamıştım. Ancak bundan sonra kesinlikle kullanırım. Zihin haritaları derslerin başında öğrencinin eksikliklerini gösterirken derslerin sonunda da öğrendiklerini ve yine öğrenemedikleri kısım varsa onları gösteriyor ve araştırmacının bir sonraki bölümünü hazırlaması için de yardımcı oluyor. Bir de öğrenciler çok keyifle hazırlıyorlar."

Özdeşlikler dersine ait araştırmacı günlüğünde yazan ifadeler şu şekildedir:

"Özdeşlikler zor ama bir o kadar eğlenceli geçti. Öncelikle zaman açısından çok vakit alıyor ama kesinlikle öğrencilerin somut materyaller kullanarak öğrenmesi gereken bir konu. Ancak bu konuda iki terimin farkının karesi ve iki kare farkı özdeşliklerinde EBA'da ve literatürde yer alan modelleme öğrencilerimi zorladı. Bizim kullandığımız modelleme etkinliğinin daha faydalı olduğunu düşünüyorum. Özdeşlikler konusunda Harun, Cansu ve Dilek yine sınıfın biraz gerisinde kaldılar. Her dersin sonunda onları sevdikleri başarılı bir arkadaşlarıyla eşleştirerek birlikte yapacakları alıştırmalar verdim. Bu sayede her ders bir öncekine göre daha iyi olduklarını gözlemledim."

Üçüncü öğretim seansına *"M.8.2.1.4. Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır."* kazanımı ile devam edilmiştir. Dersin keşif aşamasında her doğal sayıyı en az iki doğal sayının çarpımı şeklinde yazılabileceği ve işleme giren her bir sayıya çarpan denildiği hatırlatılmış, hep birlikte farklı sayıların çarpanlarına örnekler verilmiştir. Ardından $4x^2+2x$ ifadesinin cebir karoları ile modellenmesi istenmiştir (Şekil 4.95).

Şekil 4.95. Öğrenciler tarafından yapılan modelleme.

Burada öğrencilere her bir kenar uzunluğunun cebirsel ifadenin çarpanı olduğu, cebirsel ifadelerde çarpma işleminde kenar uzunluklarından alana gidildiği, çarpanlara ayırmada ise alandan kenar uzunluğuna gidildiği sonucuna sınıfça ulaşılmıştır. Sonrasında cebirsel ifadenin her iki teriminin de çarpanları öğrencilere sorulmuştur.

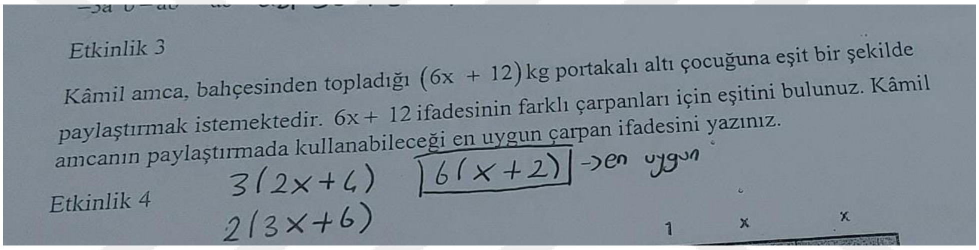
Araştırmacı: $4x^2$ ifadesinin çarpanlarını söyler misiniz? Harun?
Harun: 4 ve x^2.
Mehmet Tahir: Hocam $2x$ ve $2x$ 'de olur.
Araştırmacı: Peki bu söylediğiniz ifadeler örneğin $2x$ 'leri de çarpanlarına ayıramaz mıyız?
Damla: O zaman, 2 ve x olur.
Araştırmacı: Güzel. Peki, $2x$ 'in çarpanları ne olur?
Cansu: 2 ve x.
Araştırmacı: Peki, bu terimlerin bir ortak çarpanı var mı?
Oğuzcan: Evet hocam 2 ve x.
Araştırmacı: Bu ortak çarpanın parantezini alsak ve çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak ortak paranteze alsak nasıl olur?
Mehmet Tahir: $2x.(2x+1)$.

Sınıfça yapılan ortak tartışma şeklinde doğru cevaba ulaşılmıştır. Ardından kavrama giriş aşamasıyla ortak çarpan parantezinin kavramsal tanımı verilmiştir. $2a+2b=2(a+b)$ ifadesiyle devam edilmiş oldukça kolay bir şekilde sonuca ulaşılmıştır.

Kavramı uygulama aşamasında $6x+3$ ifadesi ile devam edilmiş çoğu öğrenci doğru cevaba ulaşırken Dilek *"Hocam birinde değişken var birinde yok. Bunu yapabilir miyiz?"* şeklinde bir soru sormuştur. Araştırmacı Dilek'ten her iki ifadenin de çarpanlarını yazmasını istemiş ve Dilek çözüme ulaşabilmiştir. $2x^2+x$ ifadesinde ise tüm sınıf doğru yanıtı verebilmiştir. Kavramı uygulama aşaması konu ile ilgili çeşitli örneklerle devam etmiştir. Bu konu kapsamında önemli olan bir husus da cebirsel ifadeler çarpanlarına ayrılırken eğer ayrılabiliyorsa tüm farklı şekillerin öğrenciler tarafından görülmesinin sağlanması cebirsel düşünme becerilerine etki edebilir. Örneğin $4x-8$ ifadesi hem $2(2x-4)$ hem de $4(x-2)$

şeklinde çarpanlarına ayrılmış, öğrencilerin her ikisini de görmesi sağlanmıştır. Buradaki örneklerde öğrencilerin ortak çarpan kavramını anlamlandırdıkları ancak işaret kaynaklı hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu kapsamda özellikle negatif tam sayıların kullanılmasının faydalı olacağı söylenebilir.

Üçüncü etkinlikte *(Kâmil amca, bahçesinden topladığı* $(6x+12)$ *kg portakalı altı çocuğuna eşit bir şekilde paylaştırmak istemektedir.* $(6x+12)$ *ifadesinin farklı çarpanları için eşitini bulunuz. Kâmil amcanın paylaştırmada kullanabileceği en uygun çarpan ifadesini yazınız.)* Kâmil amcanın portakallarının farklı çarpanları istenmiştir. Sınıfın çoğunluğu tüm çarpanları yazabilirken bazı öğrenciler bir ya da iki tanesini yazabilmişlerdir. Bu etkinlik öğrencilerin çok yönlü düşünme seviyesinde düşünebilmeleri için hazırlanmıştır. Örnek olarak Damla'nın soru çözümü Şekil 4.96'da sunulmuştur.


Etkinlik 3

Kâmil amca, bahçesinden topladığı $(6x + 12)$ kg portakalı altı çocuğuna eşit bir şekilde paylaştırmak istemektedir. $6x + 12$ ifadesinin farklı çarpanları için eşitini bulunuz. Kâmil amcanın paylaştırmada kullanabileceği en uygun çarpan ifadesini yazınız.

$3(2x+4)$ $\boxed{6(x+2)}$ -> en uygun

$2(3x+6)$

Etkinlik 4

Şekil 4.96. Damla'nın soru çözümü.

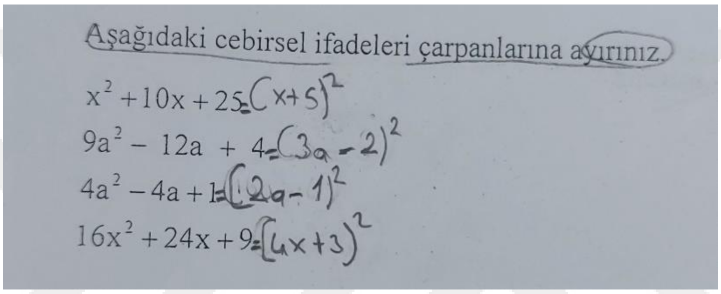
Konu ile ilgili son etkinlik ise akıllı tahtada gerçekleştirilmiştir. Etkinlik cebir karoları ile modellenmiş ifadelerin çarpanlarının belirlenmesidir. Tüm sınıf kolay bir şekilde etkinliği tamamlamıştır.

" x^2+6x+9 *ifadesini cebir karoları ile modelleyiniz."* sorusu ile derse devam edilmiştir. Burada oluşan şeklin bir kare olduğu ve kare modelinin hangi özdeşliklerde ortaya çıktığı sorgulanmış ve doğru cevap alınmıştır. Cebir karoları ile ilgili artık hiçbir öğrencinin sıkıntı yaşamadığı gözlemlenmiştir. Öğrenciler kolay bir şekilde $(x+3)^2$ cevabına ulaşmışlardır. Ardından kavrama giriş aşamasında tam kare ifadelerin çarpanlara ayrılmasının kavramsal tanımına ulaşılmıştır.

Kavramı uygulama aşamasının ilk etkinliği konu ile ilgili verilen çeşitli ifadelerin çarpanlarına ayırılması ile ilgilidir. Özdeşlik konusunda sıkıntı yaşamayan öğrencilerin kolaylıkla doğru cevaba ulaşabildikleri görülmüştür. Hata yapan öğrencilerin aslında konuyu anladıkları ancak bazı ön bilgi eksikliklerinden dolayı hata yaptıkları görülmüştür. Örneğin, $16x^2+24x+9$ ifadesini Harun $(8x+3)^2$ şeklinde çarpanlarına ayırmıştır.

Araştırmacı: Harun birinci terimin karekökü nedir?
Harun: Hocam ilk terim $16x^2$ karekökü 8x oluyor.
Araştırmacı: Peki ikinci terimin karekökü?
Harun: 3.
Araştırmacı: İlk iki terimin karekökleri çarpımının 2 katı ortadaki terime eşit oluyor mu?
Harun: (Hesaplıyor) 48x oldu hocam neden böyle oldu?
Araştırmacı: Tekrar kontrol et istersen.
Harun: Aaaa $8x8 = 64$ ilk terim 4x olacak.

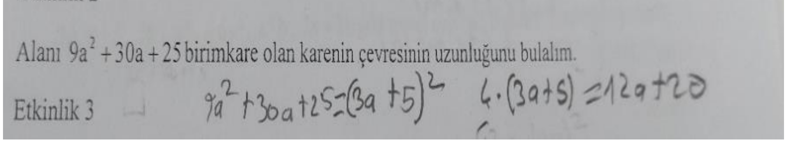
Araştırmacı yanlış cevaba doğrudan müdahale etmeden sorgulayıcı yaklaşım ile Harun'un doğru cevaba ulaşmasını sağlamıştır. Etkinliğe ilişkin bir örnek kâğıt Şekil 4.97'de verilmiştir.


Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırınız.
$x^2+10x+25=(x+5)^2$
$9a^2-12a+4=(3a-2)^2$
$4a^2-4a+1=(2a-1)^2$
$16x^2+24x+9=(4x+3)^2$

Şekil 4.97. Cansu'nun cevabı.

Özdeşlikler konusunda sınıfın gerisinde kalan Cansu'nun bu etkinlikte tüm sorulara doğru cevap verebilmesi dikkat çekicidir. Burada Cansu'nun Şeyma ile birlikte sınıf dışında çalışması ve takviye ödev desteğinin faydası olduğu düşünülmektedir.

İkinci etkinlik *(Alanı* $9a^2+30a+25$ *birimkare olan karenin çevresinin uzunluğunu bulalım.)* öğrencilerin çok yönlü düşünme seviyelerini geliştirmek amacı ile hazırlanmıştır. Şekilde kare görsel olarak verilmemiş öğrencilerin sözel bilgi ile çözüm yapmaları istenmiştir. Soruyu eksiksiz bir şekilde çözen öğrenci Mehmet Tahir olmuştur (Şekil 4.98). Diğer öğrencilerin tamamı ise sadece karenin bir kenar uzunluğunu bularak çevreyi bulamamışlar ve tek yönlü yapı seviyesinde kalmışlardır. Sorunun çözümünü Mehmet Tahir arkadaşlarına tahtada anlatmış ardından araştırmacı da tekrar etmiştir.


Etkinlik 2
Alanı $9a^2+30a+25$ birimkare olan karenin çevresinin uzunluğunu bulalım.
Etkinlik 3 $9a^2+30a+25=(3a+5)^2$ $4\cdot(3a+5)=12a+20$

Şekil 4.98. Mehmet Tahir'in çözümü.

Üçüncü etkinlik *($25x^2-30x+9$ ifadesinin değeri $x=12$ için kaçtır?)* öğrencilerin ifadeyi tam kare şeklinde yazarak bulmasını gerektiren bir sorudur. Öğrencilerin çözümleri incelendiğinde x yerine 12 koyarak uzun işlemler yaptıkları görülmüştür.

Araştırmacı: Çözümle ilgili neler yapıyorsunuz?
Oğuzcan: Hocam çok uzun bir soru. Çok işlem var.
Araştırmacı: Acaba bir kısa yolu olabilir mi bildiğimiz bir şeylere benziyor mu bu ifade?
Dilek: Hocam hani yapıyorduk ya birinci ve üçüncü terimin çarpımının iki katı ortadakini veriyordu ona benziyor.
Damla: Tam kare demek istiyor galiba hocam.
Araştırmacı: Tamam o zaman tam kare özdeşlik olarak yazarak bulmaya çalışalım.

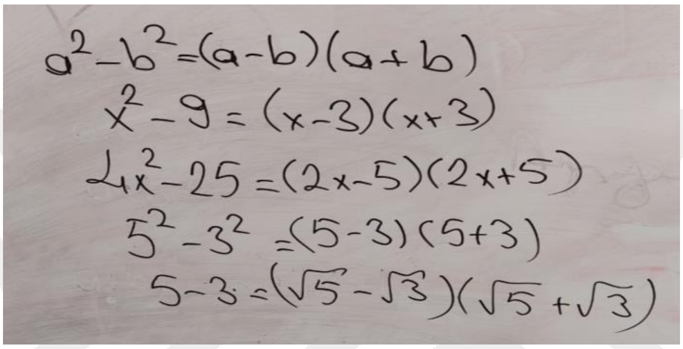
Araştırmacının yönlendirmesiyle öğrencilerin çoğunluğu özdeşliği kullanarak doğru cevaba ulaşmışlardır.

Bir sonraki etkinlik *($a^2+b^2=50$ ve $a.b=7$ olduğuna göre $a+b$ kaçtır?)* öğrencilerin konu ile ilgili sıklıkla karşılaşabilecekleri ilişkisel yapı seviyesinde bir sorudur. Bu soruya özdeşliği kullanarak cevap veren tek öğrenci Şeyma olmuştur. Diğer öğrencilerden Mine ve Oğuzcan a ve b yerine uygun sayıları deneyerek bulmuşlardır. Bu tarz sorularda öğrencilerin kolaylıkla göremeyeceği şekilde sayıların seçilmesinin daha uygun olacağı düşünülmektedir. Çünkü öğrenciler istenenin dışında bir çözümle doğru cevaba ulaşmaktadırlar.

Diğer etkinlik *(Toplamları 12 kareleri toplamı 80 olan iki doğal sayının çarpımı kaçtır?)* son yapılan etkinlikle aynı mantıkta olan özdeşliği kullanmalarını gerektiren ancak bu kez matematiksel ifadelerin verilmeyip öğrencilerin sözel ifadeden cebirsel ifadeleri oluşturmaları istenmiştir. Özellikle bu şekilde verilen soruların öğrencileri geçmiş bilgilerini kullanmaya yönlendireceği ve daha faydalı olacağı düşünülmektedir. Soruya Mehmet Tahir, Damla, Şeyma, Rana ve Zeynep doğru cevap verebilmişlerdir. Diğer öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise tamamının cebirsel ifadeleri doğru bir biçimde oluşturabildikleri ancak bazılarının işlemsel hatalar, bazılarının özdeşlikle ilgili hataları, bazılarının ise eşitliğin ilişkisel anlamını doğru bir biçimde kullanamama kaynaklı hataları olduğu görülmüştür.

Konu ile ilgili son etkinlikte *(Dikdörtgen şeklindeki duvarın tamamı, alanı $3x^2+6x$ metrekare olan duvar kâğıdı ile kaplanacaktır. Duvarın kenar uzunlukları 12x metre ve $x+2$ metre olduğuna göre kaç tane duvar kâğıdı kullanılacağını bulunuz.)* öğrencilerin çoğunluğu zorlanmış, hatta bazı öğrenciler *"Hocam bu soruda bölme işlemi var ama cebirsel ifadelerde* *bölme işlemini bilmiyoruz."* şeklinde düşüncelerini bildirmişlerdir. Doğru cevap veren üç öğrenci takım başkanı olmak üzere sınıf üç takıma ayrılmış ve ilk olarak akran öğretimi ile sorunun çözümü yapılmıştır. Sonrasında soruya doğru cevap veremeyen öğrencilerin arkadaşlarından öğrendikleri şekilde soruyu anlatmaları istenmiştir. Ardından araştırmacı sorunun çözümünü tekrar anlatmıştır.

Derse iki kare farkı özdeşliği hatırlatılarak devam edilmiştir. Öğrencilerin özdeşliği hatırladıkları görülmüş ve iki kare farkı özdeşliğinin nasıl çarpanlara ayrıldığı kavramsal bilgisine ulaşılmıştır. Bu özdeşlik ile ilgili Şekil 4.99'da sunulan örnekler yapılmıştır.



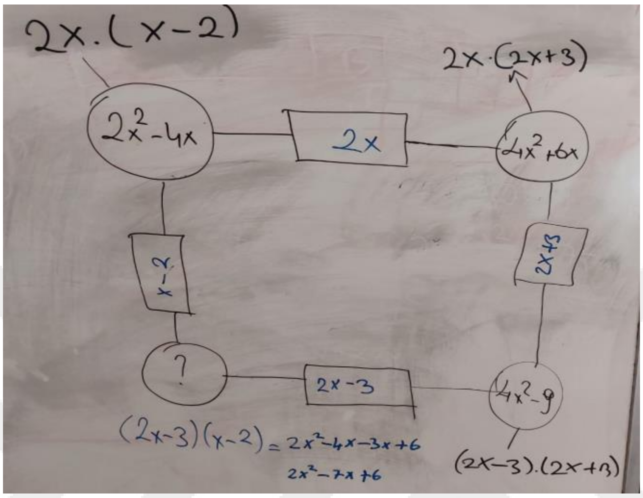
Şekil 4.99. Tahtada yapılan konuya ilişkin örnekler.

Bu örneklerde özellikle son iki örneğin bu özdeşlik ile ilgili muhakkak yapılması gerektiği düşünülmektedir. Öğrencilerin aradaki farkı anlaması ve özdeşliği içselleştirebilmeleri için önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca her zaman harflerle yapılan özdeşlikler yerine her iki teriminde tamsayı olması açısından önemlidir.

Kavramı uygulama aşaması konu ile ilgili verilen ifadelerin iki kare farkı özdeşliğini kullanarak çarpanlara ayrılması ile ilgilidir. Etkinlik sınıfın çoğunluğu tarafından doğru yapılmış yanlış yanıtları olan Harun ve Dilek'e özdeşlik yeniden hatırlatılarak akran desteği sağlanmıştır. Bu etkinlikte çoğunluk tarafından hata yapılan örnek ise $1-49m^2$ olmuştur. Öğrenciler genel olarak bu ifadeye $(7m-1)(7m+1)$ şeklinde cevap vermişlerdir. Araştırmacı burada verilen ifadede sıranın önemli olduğunu ifade etmiş ve bu konuda önce sayı sonra değişken içeren terimli örneklerin verilmesinin yararlı olacağını notları arasına almıştır.

İkinci etkinlikte *(* $x^2-y^2=48$*,* $x-y=6$ *olduğuna göre* $x+y$ *kaçtır?)* bir önceki etkinliğe benzer şekilde çoğu öğrenci tarafından doğru yanıtlanmış sorunun çözümünü yapamayan öğrencilere araştırmacı ve akran desteği sağlanmıştır.

Üçüncü etkinlik farklı ifadelerin çarpanlara ayrılmasını gerektiren bulmaca tarzı bir etkinliktir. Sadece iki kare farkı ifadesine yer verilmemiş ortak çarpan parantezine alma ifadesine de yer verilmiştir. Bu etkinlik tahtada öğrencilerin katılımı ile birlikte hep birlikte çözülmüş olup (Şekil 4.100) özellikle konu ile ilgili öğrenme seviyeleri düşük olan öğrencilerin tahtaya gelmelerine fırsat tanınmıştır. Araştırmacının bireysel desteği ile öğrencilerin çözüme daha kolay ulaştıkları görülmüştür.

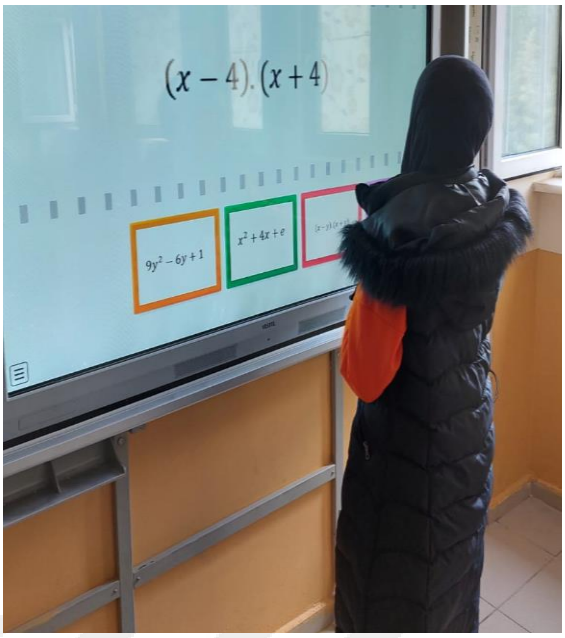


Şekil 4.100. Sınıfça yapılan etkinlik.

Son etkinlik ise *(*$16x - 25x^3$ *cebirsel ifadesini çarpanlara ayıralım.)* öğrencilerin çoğunluğu tarafından doğru yapılmasına rağmen $(4-5x)(4+5x)$ cevabına da rastlanmıştır. Bu öğrencilerin tam kare sayının ne olduğu ile ilgili eksik bilgileri olduğu düşünülerek tam kare ifadeler hatırlatılmıştır. Araştırmacı notlarında çarpanlara ayrılma konusunda yazanlar şu şekildedir: *"Çarpanlara ayırma konusu bağımsız bir konu değil. Özdeşliği içselleştiren tam olarak anlayan öğrenciler hiçbir sıkıntı yaşamıyorlar. Ama özdeşlik konusunu anlamayanlar ve yine eşitliğin ilişkisel anlamında sıkıntı yaşayan öğrenciler konu da zorlanıyorlar. Ayrıca konu için öğrencilerin aritmetik bilgileri de oldukça önemli."* Bu sorunun da çözümünün ardından tüm özdeşliklerin çarpanlara ayrılmasının yer aldığı tekrar kısmına geçilmiştir.

Konu ile ilgili tekrar bir web 2.0 aracı ile yapılmıştır. "Wordwall" kullanılmış ve "Balon Patlatmaca" ve "Eşleştir" etkinlikleri yapılmıştır. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller aşağıda verilmiştir (Şekil 4.101 ve Şekil 4.102). Etkinlik tüm sınıfın aktif katılımı ile yapılmış bazı öğrenciler hariç genel olarak doğru cevaplar alınmıştır. Yanlış yapan öğrencilerin hatalarını görmeleri sağlanmış ve doğru yanıta ulaşana kadar tahtada etkinliği yapmalarına fırsat tanınmıştır.

Şekil 4.101. Damla’ya ait görsel.



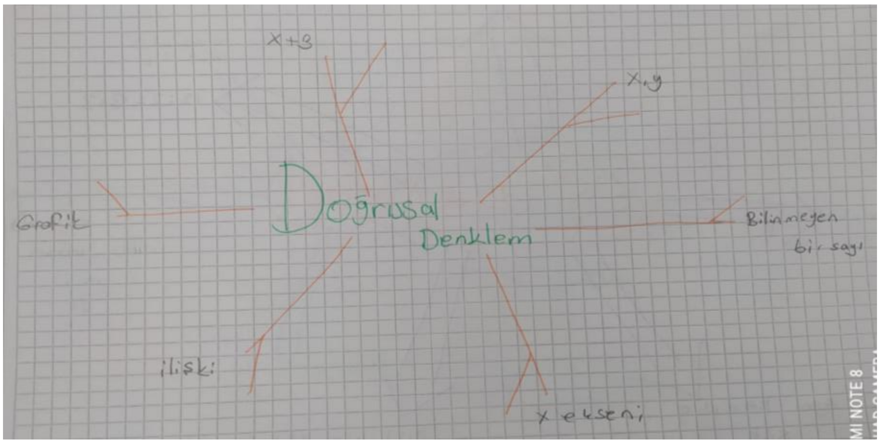
Şekil 4.102. Rana’ya ait görsel.

Üçüncü öğretim bölümü değerlendirildiğinde öğrencilerin başlangıçta temel özdeşlikleri bilmedikleri, bu konu ile ilgili ön testte yer alan sorularda yapı öncesi düzeyde kaldıkları, özdeşlikleri bilmedikleri için çarpanlara ayırmayı da yapamadıkları tespit edilmiştir. Bu ders kapsamında kullanılan cebir karolarının öğrencilerin temel özdeşlikleri anlamlandırmada oldukça etkili olduğu söylenebilir. Ancak iki terimin farkının karesi ve iki kare farkı özdeşlikleri için literatürde ve EBA’da yer alan modelde işlemsel bilgisi düşük düzeyde olan öğrencilerin zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu kapsamda bu araştırmada yapılan şekilde bir öğretim gerçekleştirilebilir. Bunların yanı sıra SOLO taksonomisine göre üst düzey düşünme seviyelerinde yer alan soruların somut bir şekilde modellenmesinin öğrencilerin düşünme seviyelerini geliştirme açısından etkili olduğu söylenebilir. Ayrıca öğretim bölümü boyunca yapılan akran öğretiminin ve sınıf dışında yapılan akran desteğinin oldukça fazla faydası olduğu tespit edilmiştir. Ders sonunda kullanılan web 2.0 araçları ile hem konu tekrar edilmiş hem de sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Öğretim bölümünün sonunda sınıfın büyük çoğunluğunun iki cebirsel ifadenin çarpımını gerçekleştirebildikleri, temel özdeşlikleri öğrendikleri, bu kapsamda verilen ifadeleri çarpanlara ayırabildikleri, cebir karolarını etkili bir şekilde kullanabildikleri söylenebilir. Ayrıca bu öğretim bölümünde araştırma boyunca uygulanan zihin haritası tekniğinin de etkililiği fark edilmiştir. Öğrencilerin ders sonunda zihin haritası yapacakları bilinciyle dersi daha dikkatli dinledikleri, bazen *“Zihin haritama bunu da yazarım.”* şeklinde kendilerince not aldıkları görülmüştür.

4.2.4. Dördüncü öğretim bölümü

Dördüncü öğretim seansı "Doğrusal Denklemler" alt öğrenme alanına ilişkin 2 kazanımı içeren 8 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Birinci hafta "*M.8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder."* kazanımı, ikinci hafta ise "*M.8.2.2.5. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar*." kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Bir öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerinin neler olduğunun bilinmesi ve eksikliklerin giderilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmanın amacı kapsamında planlanan öğretimlere geçmeden önce tüm sınıfa uygulanan ön test ve ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin neler bildikleri, eksik oldukları noktalar, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiştir. Öğrencilerin doğrusal denklemin ne olduğunu tam olarak kavrayamadıkları, doğrusal ilişkilerin denklemini yazamadıkları, verilen doğrusal ilişki grafiklerini yorumlayamadıkları, denklemi verilen bir doğrusal ilişkiyi yorumlayamadıkları, bağımlı değişken, bağımsız değişken ve doğrusal ilişki kavramlarını tam olarak bilmedikleri tespit edilmiştir.

Dersin keşif aşamasında öğrencilerin doğrusal denklem kavramı ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Zihin haritaları incelendiğinde öğrencilerin konu ile ilgili çok fazla bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür (Şekil 4.103). Hatta zihin haritaları oluşturulurken *"Hocam biraz hatırlatma yapsanız, biraz ipucu verseniz."* şeklinde öğrenci ifadeleri olmuştur.

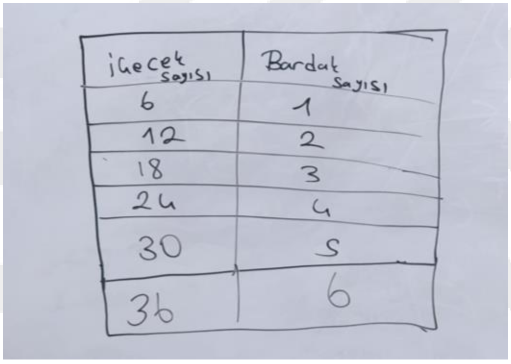


Şekil 4.103. Dilek'in doğrusal denklem kavramına ilişkin zihin haritası.

Öğrencilerin zihin haritaları incelendiğinde genellikle aynı şeylerden bahsettikleri (x, y, bilinmeyen) görülmüştür. Farklı olarak Dilek'in zihin haritasında görüldüğü gibi grafik, ilişki, x ekseni gibi doğrusal denklem kavramı ile ilişkili kavramlar olduğu görülmüştür. Araştırmacı bu yazdıklarınla doğrusal denklem arasında nasıl bir bağlantı var diye sorduğunda;

Dilek: Bu konuda grafikler çizdiğimizi hatırlıyorum. Grafiklerde x ekseni ve y ekseni vardı ve bunlar birbiri ile ilişkiliydi.
şeklinde cevap almıştır.

Dersin keşif aşaması *"Bir içecek firması sattığı her 6 içecek için 1 bardak hediye etmektedir. Firmanın sattığı içecek sayısı ile hediye ettiği bardak sayısı arasındaki ilişkiyi tabloyla gösterelim."* sorusu ile devam etmiştir. Öğrencilerin tamamı soruya kolaylıkla doğru cevap verebilmiştir. Damla tahtaya gelerek arkadaşlarıyla birlikte soruya ilişkin tabloyu oluşturmuştur (Şekil 4.104)



içecek sayısı	Bardak sayısı
6	1
12	2
18	3
24	4
30	5
36	6

Şekil 4.104. Sınıfça oluşturulan tablo.

Araştırmacı öğrencilere *"İçecek sayısı ile bardak sayısı arasında bir ilişki görebiliyor musunuz?"* diye sorduğunda öğrencilerin çoğunluğu içecek sayısı bardak sayısının 6 katı şeklinde cevap vermiştir.

Damla: Hocam bunu cebirsel olarak ifade edersek içecek sayısı $6x+1$ olur.
Araştırmacı: Sebebini açıklar mısın?
Damla: Çünkü her seferinde 6 kat artmış ve her seferinde bir bardak hediye etmiş.
Araştırmacı: Peki x dediği ne oluyor?
Damla: Bardak sayısı.
Araştırmacı: Peki Damla x yerine bardak sayısını koyduğun zaman içecek sayısını veriyor mu?
Damla: 1 koyarsam sonuç 7 oldu ama olmadı.
Mehmet Tahir: Hayır sadece 6x olur. Çünkü zaten x bardak sayısı bir daha +1 eklemeye gerek yok.
Şeyma: Bende katılıyorum.

Diyalogda görüldüğü üzere Damla yanlış bir cebirsel ifade söylemiştir. Araştırmacı Damla'nın cevabını sorgulamış ve bu cevabı çürütmek için bardak sayısını değişkenin yerine koymasını istemiştir. Damla bu şekilde hatasını görebilmiş, Mehmet Tahir ise doğru cevabı vermiş ayrıca cevabını açıklamıştır.

Kavrama giriş aşaması verilen ifadenin denkleminin oluşturulması ile devam etmiştir. Öğrenciler $6x$ ifadesine ulaşmış ancak $y=6x$ ifadesine ulaşmakta zorlanmışlardır. Araştırmacı x ve y değişkenlerini tanımlamış, aradaki 6 kat ilişkisini yeniden dile getirmiştir. Araştırmacı tekrar aynı tarz bir örnek sunmuş, öğrencilerin çoğunluğu tarafından doğrusal denklem oluşturulmuştur. Ardından bir üst düzey bir doğrusal ilişki sorusu *(Ümit'in kumbarasında başlangıçta 6 TL vardır. Ümit kumbarasına her gün 4 TL atmaktadır. Ümit'in kumbarasında biriken para ile geçen süre arasındaki ilişkiyi bulunuz.)* sorulmuştur. Öğrencilerle birlikte yeniden tablo oluşturulmuş ve ilişkinin denklemi sorulmuştur.

Mehmet Tahir: $4x+6$.
Araştırmacı: x nedir?
Mehmet Tahir: Gün sayısı.
Araştırmacı: Peki nasıl bulduğunu bize açıklar mısın?
Mehmet Tahir: x'e gün sayısı dedim her gün 4 TL artıyor 4x. Önceden de 6 lirası varmış $4x+6$ oluyor.

Soruya tek doğru cevabın Mehmet Tahir'den gelmesi üzerine araştırmacı tablo üzerinde ilişkinin görülmesi için tablonun her bir satırında ilişkiye vurgu yapmıştır. Her adım için ilişki kurulduktan sonra herhangi bir gün olan x için doğrusal denklem oluşturulmuştur. Burada doğrusal denklemlerde değişkenin ne olduğunun sorgulanması kritik nokta denilebilir. Çünkü değişkeni zihninde yapılandıramayan öğrencinin doğrusal denklem oluşturabilmesi mümkün değildir. Öğrencilerin değişken konusunda sıkıntıları olmadığı bilindiği için örnekler üzerinden pekiştirme yapılmasının daha faydalı olacağı düşünülmüştür. Bu kapsamda EBA üzerinden interaktif etkinliklerle devam edilme kararı alınmıştır. Başlangıçta içerisinde 100 ml su dolu olan bir kabın zaman geçtikçe su miktarındaki artışın incelenmesi sorusu ile devam edilmiştir. Burada etkinliğin interaktif ortamda olması musluğun öğrenciler tarafından açılıp kapatılması öğrencilerin oldukça ilgisini çekmiştir. Tablo öğrenciler tarafından oluşturulmuştur. EBA üzerindeki etkinlikte hacimdeki değişimin zamandaki değişime oranı incelenmiştir. Tek tek her adımda hacim ve zamandaki değişim yazılmış ve oranlanmıştır. Değişim oranının her aralık için sabit olduğu öğrenciler tarafından gözlemlenmiştir. Öğrenciler herhangi iki satır arasındaki orana kendileri ulaşmışlardır. İlişkinin doğrusal bir ilişki olduğunu görebilmeleri için interaktif etkinlikte noktalarla doğrusal ilişkinin grafiği oluşturulmuştur. Böylece öğrencilerin hem tablo üzerinde hem de grafik üzerinde doğrusal ilişkinin olup olmadığını anlamaları sağlanmıştır. Sonra öğrencilerle birlikte doğrusal denklemin formal tanımına ulaşılmıştır. Bu kapsamda EBA üzerindeki konu ile ilgili etkinliğin oldukça faydalı olduğu görülmüştür.

Derse EBA üzerinden devam edilmiştir. Öğrencilere doğrusal ilişkili ve doğrusal ilişkili olmayan durumlar interaktif ortamda sunulmuştur. Burada özellikle doğrusal ilişkili durumların verilmesi kadar doğrusal ilişkili olmayan durumların sunulması da oldukça önemlidir. Öğrencilerin doğrusal ilişkili olmayan durumları anlaması da oldukça önemlidir. İlk soruda *(9 saat boyunca 60 km hızla yol alan bir araç)* hız zaman grafiğini oluşturmaları istenmiştir. Tabloda ilk olarak zaman yerine 1 yazılmış hız yerine 60 yazılmıştır. Araştırmacı ikinci satırda zaman yerine 2 yazmış öğrenciler hız yerine 120 yazmıştır. Benzer şekilde 3. saatte 180 yazmışlardır. Araştırmacı burada müdahale etmemiş öğrencilerin söylediklerini tabloya yazmıştır. Öğrenciler burada hız yazdıklarının farkında olmadan aracın aldığı yolu yazmışlardır. *"Tamam"* tuşuna basınca yanlış uyarısı gelmiştir. EBA interaktif etkinlikler anında dönüt vermesi açısından oldukça verimlidir. Araştırmacı öğrencilere her saatteki hızı sorulmuş deyince Burak *"Hız diyor yani hepsi 60 olacak."* demiştir. Diğer öğrenciler de Burak'a katıldıklarını belirtmişlerdir. Ardından tablo yeniden doldurulmuş ve doğru cevap uyarısı alınmıştır. Ardından her bir eşit aralık için değişim oranı hep birlikte incelenmiş ve oranın sabit olduğu görülmüştür. Sonrasında hep birlikte interaktif ortamda grafik oluşturulmuştur. Hem tablodan hem de grafikten ilişkinin doğrusal bir ilişki olduğu görülmüştür. Ardından bir radyoaktif elementin yarılanma süresi ile ilgili ve aralarından doğrusal ilişki bulunmayan bir soru sorulmuştur. Tablo doldurulmuş ve sınıfın yarısı ilişkiye doğrusal derken diğer yarısı doğrusal değil demiştir.

Araştırmacı: Doğrusal diyenler neden doğrusal?

Cansu: Hocam zaman geçtikçe her seferinde kütle yarıya düşmüş yani hepsinde 2'ye bölerek gitmiş o yüzden doğrusal.

Araştırmacı: Diğerleri ne diyor peki?

Oğuzcan: Evet hocam bende böyle düşünüyorum.

Rana: Hocam evet yarıya düşmüş ama bu bir belirleyici değil değişim oranına bakmamız lazım iki satır arasındaki değişim oranı aynı değil.

Mehmet Tahir: Hocam bende böyle buldum.

Araştırmacı Rana'nın söylediği şekilde yanlış yapan her bir öğrencinin değişim oranını bulmasını istemiştir. Öğrenciler kendi yaptıkları işlemlerle hatalarını görebilmişlerdir. Ardından interaktif ortamda grafik oluşturulmuş ve grafiğin doğrusal olmadığı görülmüştür. Son olarak doğrusal ilişki belirten bir soru daha sorulmuştur. Öğrencilerin tamamı bu soruya doğru cevap verebilmiştir.

Araştırmacı öğrencilere bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarından ne anladıklarını sormuştur.

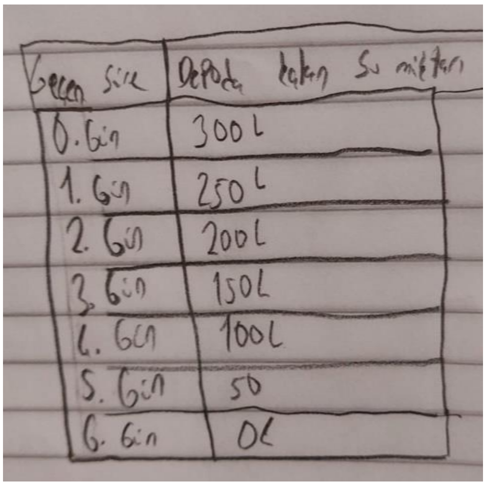
Rana: Bağımsız değişken bizim değiştirdiğimiz, bağımlı değişkeni bilemedim.
Zeynep: Bağımsız değişken bizim değiştirdiğimiz, bağımlı değişken de ona bağlı olarak değişen değişken.
Araştırmacı: Bizim değiştirdiğimiz derken ne kastediyorsunuz?
Oğuzcan: Bizim yapabildiğimiz.
Şeyma: Bağımsız değişken bir şeye bağlı değil ama bağımlı değişken o değişkene bağlı.

Diyalogda görüldüğü üzere öğrencilerin bağımlı ve bağımsız değişkenle ilgili bizim değiştirdiğimiz, bizim yapabildiğimiz şeklinde bir anlayışa sahip oldukları görülmüştür. Sınıftan tek bir kişi doğru cevap verebilmiştir. Bağımlı ve bağımsız değişkenin doğrusal denklemler konusu için kritik öneme sahip olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler denklem kurarken bağımlı ve bağımsız değişkene bağlı olarak hareket edeceklerdir. Bu kapsamda araştırmacı özenle bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarını tanımlamış, öğrencilerin zihnindeki bizim yapabildiğimiz yapamadığımız kavramını yok etmeye çalışmış ardından tüm sınıf doğru cevaba ulaşana kadar çeşitli örnekler sunmuştur. Tüm sınıfın anladığına emin olan araştırmacı örnekleri bitirmiştir.

"İçinde 300 litre su bulunan bir depodan her gün 50 litre su kullanılmaktadır. Geçen süre ile depoda kalan su miktarı arasındaki ilişkinin tablosunu oluşturup denklemini yazalım. Oluşturduğumuz denkleme ait grafiği çizelim ve grafikle ilgili yorumlar yapalım." sorusu ile devam edilmiştir. İlk aşamada öğrencilerden tablo oluşturmaları istenmiştir. Rana hariç tüm öğrenciler doğru tabloyu oluşturabilmişlerdir. Öğrencilerin tablo örneklerinden bazıları aşağıda verilmiştir (Şekil 4.105 ve Şekil 4.106).

gün sayısı	kalan su miktarı
0	300
1	250
2	200
3	150
4	100
5	50
6	0

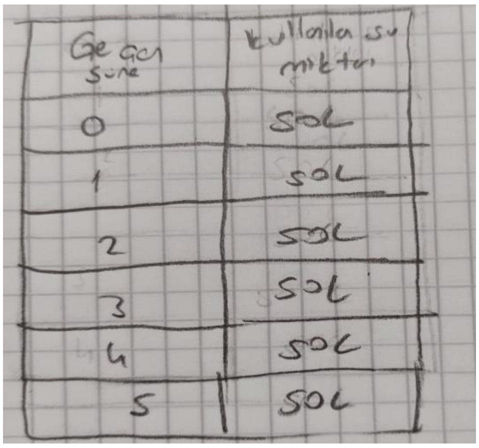
Şekil 4.105. Burak'a ait tablo.



Geçen süre	Depoda kalan su miktarı
0. Gün	300 L
1. Gün	250 L
2. Gün	200 L
3. Gün	150 L
4. Gün	100 L
5. Gün	50
6. Gün	0 L

Şekil 4.106. Dilek'e ait tablo.

Rana’nın yaptığı hatalı tablo ise Şekil 4.107’de verilmiştir.



Şekil 4.107. Rana’ya ait tablo.

Rana’nın tablosu tahtaya çizilmiş ve tabloya ait tartışma ortamı oluşturulmuştur.

Cansu: Hocam tablo yanlış hep 50 olarak gitmiş azalması lazım.
Rana: Ama kullanılan su hep 50. Birinci günde 50, ikinci günde 50. Sadece 0. gün 50 olmasaydı gerisi doğru olurdu.
Araştırmacı: Ne diyorsunuz katılıyor musunuz Rana’nın bu görüşüne?
Mehmet Tahir: Hocam aslında tablo yanlış değil doğru bir tablo ama bizden istenen bu değil. Soruda kalan su miktarı ile geçen süre diyor kullanılan su miktarı değil.

Mehmet Tahir’in bu görüşüne diğer öğrenciler de katılmış hep beraber Rana’nın yanlışı düzeltilmiştir. Ardından bu tabloya ait grafik Geogebra aracılığı ile oluşturulmuştur. Öğrenciler Geogebra’da grafik oluşturmayı çok sevseler de tek başlarına kullanımda zorlanmışlardır. Nitekim Geogebra ortaokulda matematikte belirli derslerde az bir süre ile kullanılmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin bu konuda pratiği olmamaktadır. Bu yüzden doğruları oluştururken zorlanmışlardır. Araştırmacı günlüğüne bu durum şu şekilde yansımıştır.

“Bu ders Geogebra kullanımı ile çocuklar çok eğlendiler. Ama benim desteğim çok büyüktü. Tek başlarına çizim de yapamıyorlar noktaları da oluşturamıyorlar. Çünkü programı bilmiyorlar. Aslında ortaokulda 5. sınıftan itibaren Geogebra seçmeli dersi olsa ne iyi olur.”

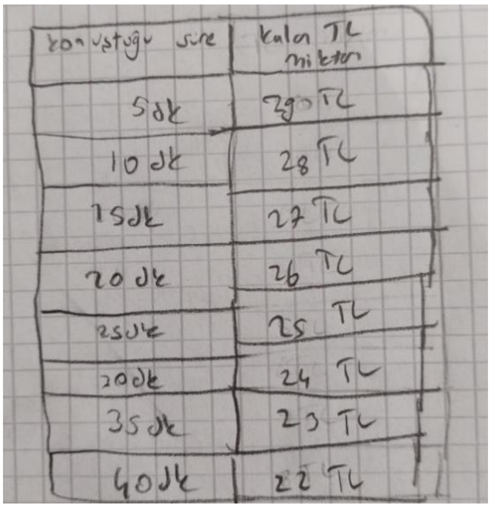
Geogebra ile yapılan etkinliğe yönelik görseller aşağıda verilmiştir (Şekil 4.108 ve Şekil 4.109).

Şekil 4.108. Zeynep'e ait görsel.

Şekil 4.109. Mehmet Tahir'e ait görsel.

Grafik çizildikten sonra Geogebra'da doğru denklemi $50x + y = 300$ olarak oluşturulmuştur. Öğrenciler burada grafiğin $y = 300 - 50x$ şekline dönüştürmeyi istemişlerdir. Araştırmacı burada x ve y'nin neler olduğunu sorguladığında doğru cevaplar alabilmiştir. Ayrıca önceki öğrenenler tekrar edilmek adına bağımlı ve bağımsız değişkenler sorgulanmış, tüm öğrenciler doğru cevap verebilmişlerdir.

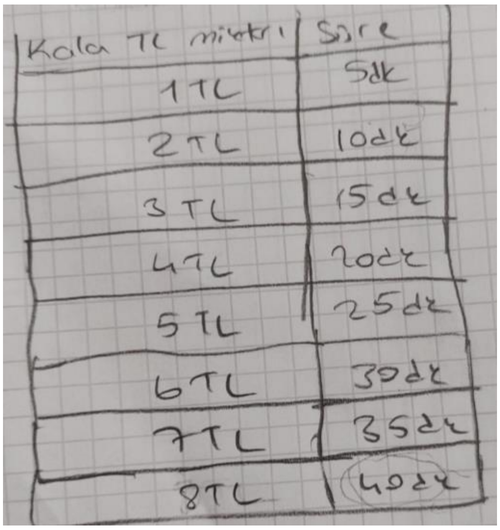
Ders *"Bir telefon şirketi şebeke içi kullanım tarifesini 5 dakikası 1 TL olarak belirlemiştir. Telefonunda 30 TL yüklü olan bir kullanıcının şebeke içi konuştuğu süre ile kalan TL miktarı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturup denklemini yazınız."* sorusu ile devam etmiştir.



konuştuğu süre	kalan TL miktarı
5 dk	29 TL
10 dk	28 TL
15 dk	27 TL
20 dk	26 TL
25 dk	25 TL
30 dk	24 TL
35 dk	23 TL
40 dk	22 TL

Şekil 4.110. Harun'a ait tablo.

Öğrencilerin çoğunluğu doğru tablolar oluşturabilmişlerdir. Genel olarak düşük başarı düzeyinde olan Harun ve Cansu da doğru tablolar oluşturabilmişlerdir (Şekil 4.110). Yanlış tablo oluşturan üç öğrenci ise aynı şekilde yanlış yapmışlardır (Şekil 4.111).



Kala TL miktrı	Süre
1TL	5dk
2TL	10dk
3TL	15dk
4TL	20dk
5TL	25dk
6TL	30dk
7TL	35dk
8TL	40dk

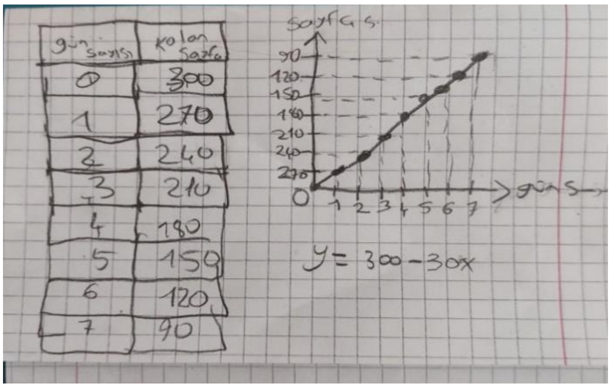
Şekil 4.111. Mine'ye ait tablo.

Öğrencilerin burada yapı öncesi düzeyde bir cevap verdiği söylenebilir. Çünkü ilgisiz ilişkiler kurmuş, kalan TL miktarını artırarak gitmiştir. Tablo tahtaya çizilmiş ve sınıfın görüşlerine sunulmuştur.

Damla: Hocam kalan TL miktarı artmış kalan bir şey nasıl artsın azalır bence.
Şeyma: Bende katılıyorum hocam bu tablo süre ve harcanan para olmuş.

Mine, Dilek ve Oğuzcan arkadaşlarının yaptığı yorum ve araştırmacının desteği ile doğru tabloyu çizebilmişlerdir. Tablolar doğru oluşturulmuş olsa da doğrusal ilişkinin denklemine ulaşan öğrenci olmamıştır. Öğrenciler ilişkinin denklemini yanlış bir şekilde $y = 30 - 5x$ şeklinde yazmışlardır. Araştırmacı burada öğrencilerden x ve y'nin ne olduğunu sorgulamalarını istemiştir. Öğrencilerin tamamı x'e konuşulan süre y'ye kalan TL miktarı cevabını verebilmişlerdir. Araştırmacı *"O halde x yerine verilen değişkenleri koyalım."* demiştir. Öğrencilerden *"Hocam bu olmadı, sağlamadı."* şeklinde cevaplar gelmiştir. Araştırmacı öğrencileri yönlendirmeye çalışsa da doğru cevabı alamamıştır. Araştırmacının notlarına yansıyan bu durum şöyle açıklanmıştır: *"Kavrama giriş aşamasında son soru biraz ağır oldu galiba. Öğrencilerden doğru cevap alamadım. Anlatırken de zorlandım. İlk örnekte rasyonel bir ifade öğrencileri zorladı."* Araştırmacı tablo üzerinde 5 dk'nın 1 TL olduğunu ve her 5 dk'da 1 TL azaldığını belirtmiş $x/5$ ifadesine ulaştırmaya çalışmıştır. Burada bu ifadeye doğrudan öğrenciler ulaşamamış araştırmacı kendisi anlatmıştır.

Ardından kavramı uygulama aşamasına geçilmiştir. Kavramı uygulama aşaması *"Turgay, 300 sayfalık kitabın her gün 30 sayfasını okumaktadır. Turgay'ın kitap okuduğu gün sayısı ile kalan sayfalar arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturup denklemini yazalım. Grafiğini çizelim."* sorusu ile başlamıştır. Tablo oluşturma noktasında sınıfta sıkıntı kalmamış denklem ve grafik konusunda bazı sorunlar olduğu görülmüştür. Tüm öğrenciler tabloyu doğru oluşturmuştur. Grafikte ise genel olarak yapılan hata Şekil 4.112'de verilen şekildedir.



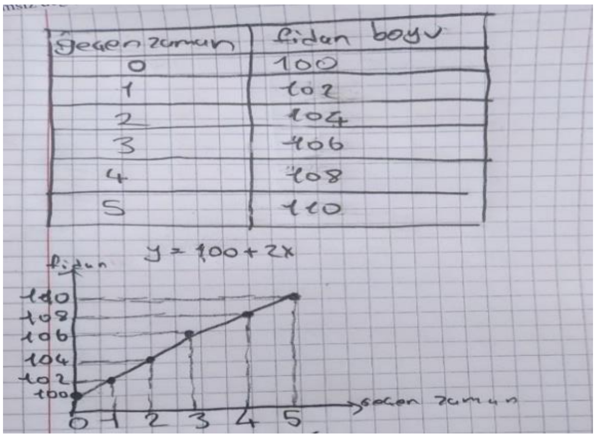
Şekil 4.112. Mehmet Tahir'in soruya cevabı.

Öğrencilerin çoğunluğu artan bir doğru grafiği çizmiştir. Bunun sebebinin genel olarak artan doğru grafiklerini daha sık görmeleri olduğu söylenebilir. Araştırmacı burada bilinçli olarak azalan bir doğru grafiği ile başlamak istemiştir. Öğrencinin cevabında görüldüğü gibi doğru denklemini oluşturabilmiş ancak grafiği yanlış çizmiştir. Araştırmacı öğrencinin grafiğini tahtaya çizmiştir ve öğrencilerin görüşlerine sunmuştur.

Rana: Hocam grafik böyle yukarıya doğru azalarak gitmez.
Mehmet Tahir: (kısık bir sesle) Aaaa doğru.
Şeyma: Hocam denklemde de $-30x$ diyor.
Mehmet Tahir: Tamam hocam aşağı doğru giden yani azalan şekilde olacak.

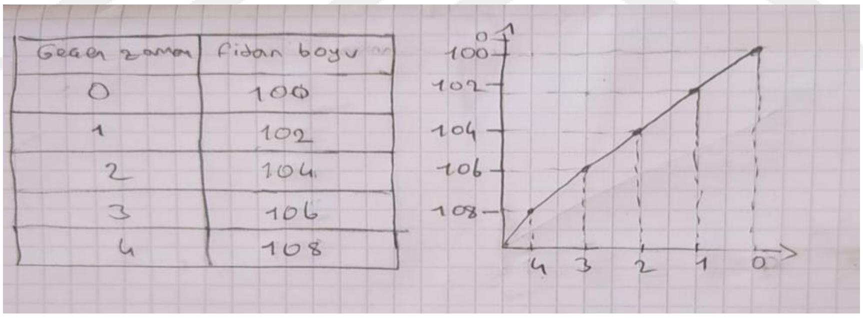
Mehmet Tahir arkadaşlarının yaptığı eleştirilerle kendisi doğru cevaba ulaşmış ve grafiğini doğru bir şekilde çizmiştir. Grafiğin yanlış çizimi çok fazla olduğundan araştırmacı grafiği önce Geogebra ile Harun'a çizdirmiş, ardından sanal bir manipülatif olan "Mathigon" ile Mehmet Tahir'e çizdirmiştir. Cansu ve Dilek dışında tüm öğrenciler doğru grafiği defterlerine çizebilmişlerdir. Araştırmacı ders arasında Cansu ve Dilek'le birlikte grafiği çizmiştir.

İkinci soru *"100 cm uzunluğundaki fidanın boyu her ay 2 cm uzamaktadır. Fidanın boyu ile geçen zaman arasındaki ilişkinin tablosunu oluşturup denklemini yazalım. Grafiğini çizelim."*dir. Sorunun tablo oluşturma kısmında sorun yaşayan öğrenci olmamıştır. Öğrencilerin bazıları doğrusal ilişkinin denklemini oluşturmada sorun yaşamışlar, bazıları ise grafik çiziminde sorun yaşamışlardır. Grafik çiziminde sorun yaşayan öğrenciler ise koordinat sistemine yönelik bilgi eksikliklerinden dolayı sorun yaşamışlardır. Doğru cevap veren bir öğrenciye ait çözüm Şekil 4.113'te sunulmuştur.



Şekil 4.113. Burak'ın soruya ait çözümü.

Burak soruya eksiksiz ve doğru bir şekilde yanıt vermiştir. Araştırmacı denklemi nasıl oluşturduğunu sorduğunda ise eksiksiz bir şekilde açıklamasını yapmıştır. Burak gibi Damla, Şeyma, Mehmet Tahir, Rana ve Zeynep de doğru bir şekilde cevap verebilmişlerdir. Harun, Oğuzcan ve Mine ise tabloyu doğru oluşturmuşlar ancak doğrusal ilişkinin denklemini $y = 2x$ şeklinde yazmışlardır. Araştırmacı öğrencilere fidanın ilk boyu olduğunu ve bu boy üzerine eklenerek uzayacağını belirttiğinde doğru denkleme ulaşabilmişlerdir. Cansu ise tabloyu ve denklemi oluşturabilmiş ancak grafiği yanlış çizmiştir (Şekil 4.114).



Şekil 4.114. Cansu'nun grafiği.

Cansu'nun grafiği incelendiğinde x ve y eksenlerini yanlış bir biçimde gösterdiği görülmektedir. Araştırmacı Cansu'ya hatırlatma amacı ile bir koordinat sistemi çizmiş ve Cansu'nun yeniden grafiğini oluşturmasını istemiştir. Cansu da arkadaşları gibi doğru grafiğe ulaşabilmiştir.

Araştırmacının bu örneklerde dikkat ettiği bir nokta ise her soruda özellikle bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarını sorgulatmasıdır. Ayrıca öğrencilerin x ve y dedikleri değişkenlerin neye ait olduğunu sürekli sorgulamış ezber bilgi olmasının önüne geçmiştir. Bir de soruda özellikle hangi değişkenlerin vurgulandığına dikkat edilmesi istenmiş öğrencilerin farklı değişkenlerle uğraşmalarının önüne geçilmek istenmiştir.

Ders tablo halinde verilen bir doğrusal ilişkinin denklemini yazma, grafiğini çizme ve değişkene verilen değerlere göre diğer değişkenin alabileceği değeri bulma sorusu ile devam etmiştir. Öğrenciler çoğu tabloyu görünce hemen örüntü kavramını hatırlamış ve öğrencilerin çoğunluğu $1+3n$ şeklinde örüntünün genel denklemini bulmuşlardır.

Araştırmacı: Arkadaşlar burada n dediğiniz şey nedir?
Damla: Örüntünün genel terimi.
Araştırmacı: Peki burada bir örüntü olduğu söyleniyor mu?
Tüm sınıf: Hayır.
Araştırmacı: Peki burada değişkenler neler?
Tüm sınıf: a ve b.
Araştırmacı: Bu değişkenleri bağımlı ve bağımsız değişken olarak sınıflandırabilir miyiz?
Mehmet Tahir: Hocam a kendi kendine sürekli artmış b ise ona bağlı olarak artmış. a bağımsız, b bağımlı değişken (Diğer öğrenciler de katıldıklarını belirtti).
Araştırmacı: Aralarında bir ilişki olduğunu söyleyebilir miyiz?
Şeyma: Hocam hepsi 3 katlamış sonra 1 eklemiş.
Araştırmacı: O halde doğrusal ilişkinin denklemini yazalım.

Cansu ve Dilek haricindeki diğer öğrenciler doğrusal ilişkinin denklemini kolaylıkla yazabilmişlerdir. Ayrıca grafik çizimi noktasında da sorun yaşamamışlardır. Cansu ve Dilek ile araştırmacı özel olarak ilgilenmiş grafiği beraber çizmişlerdir. Denklem oluşturulduktan sonra sorunun diğer şıklarında basit işlem hataları dışında hata yapan öğrenci olmamıştır. Bunun sebebinin denklem konusunun iyi bir şekilde anlaşılmasının sonucu olduğu söylenebilir.

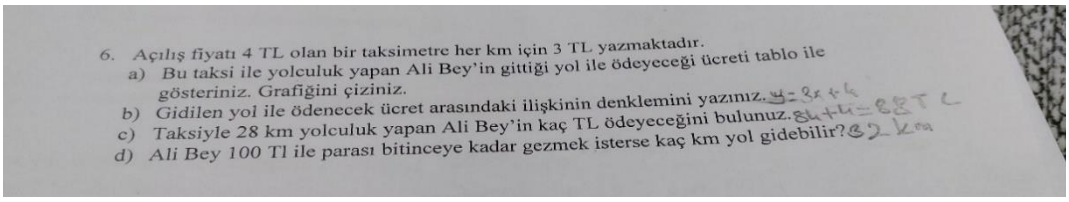
Araştırmacı kalan sorulara grup çalışması şeklinde devam etmiş sınıfı üç gruba ayırmıştır. Gruplar belirlenirken özellikle her grubun cebirsel düşünme düzeyleri bakımından heterojen olmasına özen gösterilmiştir. Öğrencilerden öncelikle her soruyu bireysel çözmeleri sonrasında cevaplarını önce grup arkadaşlarıyla sonra tüm sınıf ile paylaşmaları istenmiştir. Dördüncü soru ile öğrencilerin verilen bir grafiği yorumlamalarına ve SOLO taksonomisine göre ilişkisel düşünme seviyelerinin gelişimine katkıda bulunmak amaçlanmıştır. Soru tüm sınıf tarafından doğru bir şekilde cevaplanmıştır. Ancak soru aritmetik bir şekilde cevaplanmış cebirsel bir dil kullanımı olmamıştır. Araştırmacı daha önce fark etmediği bir şeyi ders esnasında fark etmiş grafikte fidanın boyunun bir ayda uzamasının soruyu kolaylaştırdığını fark etmiş ve ay kısmını iki olarak düzenlemiştir. Bunu bu şekilde değiştirince soruyu doğru cevaplayanların sayısı yarıya inmiştir. Araştırmacı öğrencilerin cevaplarını grup arkadaşları ile paylaşmadan önce kontrol etmiş ardından öğrencilerin birbirleriyle paylaşmalarını istemiştir. Üç grubun grup lideri de soruya doğru cevap verebilmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı Dilek'e soruyu nasıl çözdüğünü sormuş ve Dilek başlangıçta yanlış cevap vermesine rağmen arkadaşlarından öğrendiği şekilde doğru cevap verebilmiştir. Araştırmacı bu noktada grup çalışmasının etkililiğini de fark etmiştir. Akran öğrenmesinin cebirsel düşünmeyi geliştirme açısından faydalı olduğu söylenebilir. Araştırmacı notlarında bu durum şöyle açıklanmıştır: *"Dilek, Cansu ve Harun grup çalışmalarında daha aktifler. Arkadaşlarından öğrendikleri doğru bilgileri bana söylemeleri özgüvenlerini artırıyor."*

Beşinci soruda bir depodaki su miktarının zamana bağlı değişimi grafikte verilerek grafikle ilgili yorum yapmaları istenmiştir. Bu soruyu cebirsel bir dil kullanarak doğru yanıtlayan öğrenci olmamıştır. Sadece Oğuzcan soruya doğru yanıt vermiş ancak o da cebirsel bir dil kullanmamış sayıları esnek bir şekilde kullanarak çözüme ulaşmıştır.

Araştırmacı: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?
Oğuzcan: Hocam 8 saatte 20 litre su tükenmiş. Kalan 60 litrede 24 saatte tükenir. Başta da 8 saat var toplam 32 saat olur.
Araştırmacı. Peki diğer soru? (Depoda 45 lt su kaldığında geçen süre kaç saattir?)
Oğuzcan: Hocam depoda 45 litre kalması için 35 litre su tükenmeli. 8 saatte 20 litre tükeniyorsa 4 saatte 10 litre 2 saatte 5 litre tükenir. 35 litre su da 14 saatte tükenir.

Oğuzcan'ın çözümleri incelendiğinde sayı hissini kullandığı söylenebilir. Araştırmacının daha önceki derslerde de gözlemlerine göre Oğuzcan sayı hissi kuvvetli bir öğrencidir. Bu soruda da sayı hissini kullanarak doğru çözüme ulaşmıştır. Araştırmacı önce grafiği tablo şekline dönüştürmüş ardından hep birlikte doğrusal denklem oluşturulmuştur. Denkleme göre çözüme ulaşılmıştır.

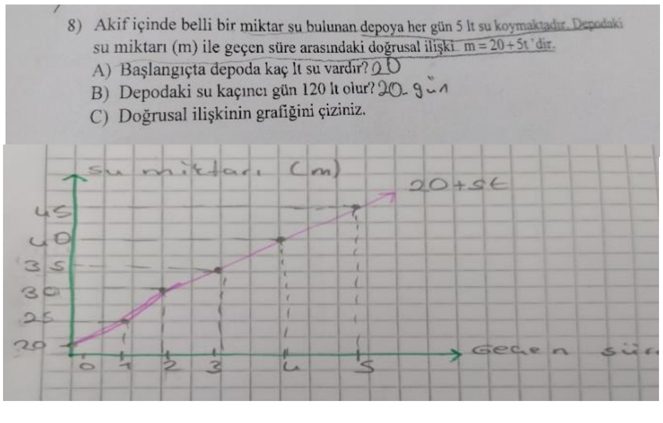
Altıncı soru *(Açılış fiyatı 4 TL olan bir taksimetre her km için 3 TL yazmaktadır.)* doğrusal denklemler konusunun öğretiminde kullanılan klasik bir soru tarzıdır. Üç grupta soruya doğru cevap verebilmişlerdir. Araştırmacı grupların cevaplarından önce tüm öğrencilerin bireysel cevaplarını incelemiş olup tablo ve grafik konusunda sıkıntı yaşayan öğrenci olmadığını görmüştür. Doğrusal denklemi oluşturma konusunda sıkıntı yaşayan 2 öğrenci grup arkadaşlarının desteği ile doğru denkleme ulaşabilmişlerdir. Öğrencilerin burada bağımlı bağımsız değişken kavramlarını bildikleri, denklemi oluştururken de ya ilk açılış ücretini ihmal ettikleri ya da $y = 3 + 4x$ şeklinde hata yaptıkları görülmüştür. İkinci hata öğrencilerin bir açıdan ezber bilgi kullanmalarının sonucu olarak nitelendirilebilir. Denklemi oluşturan öğrencilerin sorunun diğer şıklarına cevap vermede sıkıntı yaşamadıkları görülmüştür. Çünkü diğer şıklar denklem konusuna yönelik değişkeni yerine koymayı gerektiren sorulardır. Öğrencilerin bu şıklarda sıkıntı yaşamadan doğru cevaba ulaştıkları görülmüştür (Şekil 4.115).


6. Açılış fiyatı 4 TL olan bir taksimetre her km için 3 TL yazmaktadır.
a) Bu taksi ile yolculuk yapan Ali Bey'in gittiği yol ile ödeyeceği ücreti tablo ile gösteriniz. Grafiğini çiziniz.
b) Gidilen yol ile ödenecek ücret arasındaki ilişkinin denklemini yazınız. y=3x+4
c) Taksiyle 28 km yolculuk yapan Ali Bey'in kaç TL ödeyeceğini bulunuz. 84+4=88 TL
d) Ali Bey 100 Tl ile parası bitinceye kadar gezmek isterse kaç km yol gidebilir? 32 km

Şekil 4.115. Şeyma'nın soruya ilişkin cevabı.

Yedinci soruda öğrencilerin verilen bir grafiği yorumlamalarına ve SOLO taksonomisine göre ilişkisel düşünme seviyelerinin gelişimine katkıda bulunmak amaçlanmıştır. Bu soruyu öğrenciler oldukça kolay bir şekilde cevaplayabilmişler, grafik yorumlama noktasında öğrencilerin sıkıntısız olduğu bu soru ile görülmüştür.

Sekizinci soruda ise bu kez öğrencilerden verilen bir doğrusal denklemi yorumlamaları *(Akif içinde belli bir miktar su bulunan depoya her gün 5 lt su koymaktadır. Depodaki su miktarı (m) ile geçen süre arasındaki doğrusal ilişki* $m = 20 + 5t$ *'dir.)* istenmiştir. Yine araştırmacı tüm öğrencilerden doğru cevabı alabilmiştir. Burada grup çalışmasının oldukça etkili olduğu söylenebilir. Başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin bile soruların doğru bir şekilde açıklamasını yapabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin tamamının doğrusal denklemi yorumlama ile ilgili sorulara doğru cevap verebildikleri, grafiği ise doğru bir şekilde çizdikleri görülmüştür (Şekil 4.116).


8) Akif içinde belli bir miktar su bulunan depoya her gün 5 lt su koymaktadır. Depodaki su miktarı (m) ile geçen süre arasındaki doğrusal ilişki m = 20+5t 'dir.
A) Başlangıçta depoda kaç lt su vardır? 20
B) Depodaki su kaçıncı gün 120 lt olur? 20. gün
C) Doğrusal ilişkinin grafiğini çiziniz.

Şekil 4.116. Damla'nın soruya ilişkin cevabı.

Son soru ise grafik üzerinden bağımlı ve bağımsız değişkeni belirlemeye yönelik bir sorudur. Tüm öğrenciler inek sayısının bağımsız değişken, süt miktarının bağımlı değişken olduğunu söyleyebilmişlerdir.

Dersle ilgili genel görüşler araştırmacı günlüğüne şu şekilde yansımıştır:

“Bu ders oldukça keyifliydi. Öğrencilerin doğrusal denklem ile ilgili başlangıçta çok fazla bilgilerinin olmadığını fark ettim. Zaten ön testlerde bu belliydi ama zihin haritaları ve dersin giriş aşamasında daha net gördüm. Ama dersin çıktıları güzeldi bence. Doğrusal denklem konusunda örüntü ve değişken kavramlarının kilit noktası olduğunu düşünüyorum. Ben daha önceki öğretim seanslarında bu konuları tamamladığım için ders benim için kolay oldu. Ayrıca doğrusal denklemler kesinlikle sanal manipülatifler ve interaktif etkinliklerle işlenmeli. Öğrenciler bayılıyor bunlara. İnteraktif ortamda bir musluğu açmak bile çok hoşlarına gidiyor. Zümrelerimden EBA’yı çok fazla kullanmadıklarını ve verimsiz olduğunu düşündükleri görüşlerini duyuyorum. Ama ben bu görüşe kesinlikle katılmıyorum. Özellikle bu konu için EBA özenle hazırlanmış kesinlikle kullanılmalı. Bunun dışında öğrencilerin yanlışlarını arkadaşlarından daha iyi öğrendiklerini bu ders daha da iyi anladım. Bundan sonra da her derste bugün olduğu gibi grup çalışmalarına ve yapılan yanlışı tüm sınıfın hep birlikte tartışmasına özen göstereceğim.”

Grup çalışmaları ve akran öğretiminin faydaları gözlemci günlüğüne de yansımıştır:

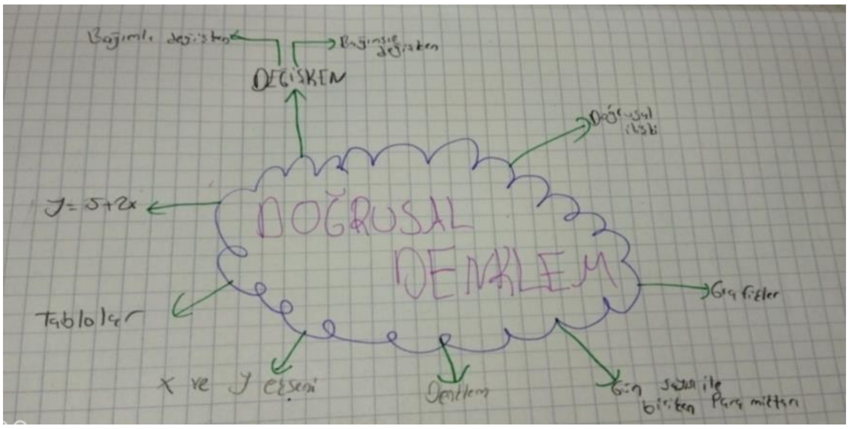
“Bu dersin en beğendiğim kısmı soruların grup çalışması şeklinde ilerlemesiydi. Önceki seanslarda da yapıldı grup çalışmaları ve çok faydalı oldu. Özellikle tek başına doğru yanıta ulaşamayan öğrenciler için çok verimliydi. Grupta öğrenip öğretmenlerine açıklama yapabildiler. Bir de öğrencilerin arkadaşlarına anlatmaları da çok hoşlarına gidiyor. Hem özgüven kazanıyor hem de bildiğini tekrar ediyor.”

Tüm etkinliklerin bitmesinin ardından konu ile ilgili tekrar bir web 2.0 aracı ile yapılmıştır. “Wordwall” kullanılmıştır ve “Kutuları Aç” etkinliği yapılmıştır. Bu etkinlik özellikle hazırlanmıştır. Bu etkinliğin içeriği öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini artırmak amacıyla hazırlanmıştır. Etkinlikte özellikle bağımlı değişken, bağımsız değişken, doğrusal ilişki, doğrusal denklem kavramlarının tanımları ve verilen örnekler üzerinde bunların belirlemelerini sağlamalarına vurgu yapılmıştır. Bunun yanı sıra verilen tablolar ile doğrusal ilişki olan ve olmayan durumların belirlenmesine yönelik örnekler yer almaktadır. Bu etkinlik tüm sınıfın aktif katılımı ve doğru cevapları ile tamamlanmıştır. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller aşağıda verilmiştir (Şekil 4.117 ve Şekil 4.118).

Şekil 4.117. Dilek’e ait bir görsel.

Şekil 4.118. Mine’ye ait bir görsel.

Son olarak öğrencilerden konu ile ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Örnek bir zihin haritası Şekil 4.119'da sunulmuştur.



Şekil 4.119. Burak'a ait zihin haritası.

Zihin haritaları incelendiğinde öğrencilerin çoğunluğunda başlangıçtan farklı olarak bağımlı, bağımsız değişken, doğrusal ilişki ve çeşitli doğrusal denklemler görülmüştür. Bunun yanı sıra gün sayısı ve biriken para gibi çeşitli örnekler verdikleri görülmüştür.

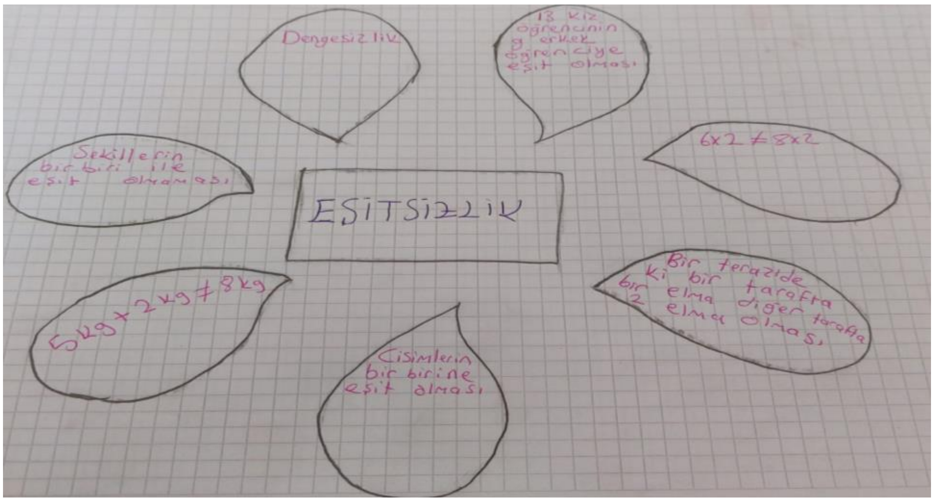
Dördüncü öğretim bölümü değerlendirildiğinde başlangıçta öğrencilerin doğrusal denklemin ne olduğunu tam olarak kavrayamadıkları, doğrusal ilişkilerin denklemini yazamadıkları, verilen doğrusal ilişki grafiklerini yorumlayamadıkları, denklemi verilen bir doğrusal ilişkiyi yorumlayamadıkları, bağımlı değişken, bağımsız değişken ve doğrusal ilişki kavramlarını tam olarak anlamlandıramadıkları tespit edilmiştir. Bu kapsamda araştırmacının gerçekleştirdiği sınıf içi tartışmalar, grup çalışmaları, dinamik matematik yazılımları ve EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin kullanımı ile öğrencilerdeki eksikliklerin giderildiği düşünülmektedir. Doğrusal denklemler konusunda özellikle dinamik matematik yazılımlarının ve EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin etkisinin oldukça fazla olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra yanlış yapan öğrencilerin yanlışlarının sınıf ortamında tartışmaya sunulmasının hem o öğrenci açısından hem de diğer öğrenciler açısından oldukça faydalı olduğu söylenebilir. Burada sınıfta oluşturulan güven ortamının etkisi büyüktür. Öğrencilerde yaptığım yanlışla alay edilmeyecek düşüncesi oluşturulması önemli olmaktadır. Konunun öğretiminde grup çalışmalarının da etkisi büyüktür. Başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin bile derse etkin katıldıkları, doğru cevaplar verebildikleri ve özgüvenlerinin arttıkları söylenebilir. Doğrusal denklemler konusunda kavramsal öğrenmenin önemli olduğu öğrencilerin temel kavramları iyi bilmeleri gerektiği, doğrusal ilişkili olan ve olmayan örneklerin bir arada sunulmasının önemli olduğu söylenebilir. Ayrıca ders sonunda kullanılan web 2.0 araçları ile hem konu tekrar edilmiş hem de sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Öğretim bölümünün sonunda sınıfın büyük çoğunluğunun doğrusal denklemler ile ilgili temel kavramları öğrendikleri, doğrusal ilişkili durumları ayırt edebildikleri, verilen bir ilişkinin denklemini kurabildikleri, verilen bir grafiğe ya da denkleme göre ilişki hakkında yorum yapabildikleri söylenebilir.

4.2.5. Beşinci öğretim bölümü

Beşinci ve son öğretim seansı “Eşitsizlikler” alt öğrenme alanına ilişkin 3 kazanımı içeren 7 ders saati kapsamında gerçekleştirilmiştir. Birinci hafta “*M.8.2.3.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazar.”* kazanımı ile *“M.8.2.3.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterir.”* kazanımı, ikinci hafta ise “*M.8.2.3.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer.”* kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Bir öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerinin neler olduğunun bilinmesi ve eksikliklerin giderilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmanın amacı kapsamında planlanan öğretimlere geçmeden önce tüm sınıfa uygulanan ön test ve ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin neler bildikleri, eksik oldukları noktalar, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiştir. Öğrencilerin eşitsizlik konusunda tam bilgileri olmadığı, özellikle sorularda verilen eşitsizlik durumlarını oluşturamadıkları eşitsizliğin yönü konusunda bilgi eksiklikleri olduğu tespit edilmiştir.

Dersin keşif aşamasında öğrencilerin eşitsizlik kavramı ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Zihin haritaları incelendiğinde öğrencilerin konu ile ilgili çok fazla bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür (Şekil 4.120 ve Şekil 4.121).

Şekil 4.120. Zeynep’e ait zihin haritası.



Şekil 4.121. Mine’ye ait zihin haritası.

Öğrencilerin zihin haritaları incelendiğinde eşitlik ifadesine yönelik tanımlar yaptıkları (İki aynı işlemin sonucu, aynı kg meyve), eşitsizlik sembollerini kullanmadan sadece ≠ sembolü ile eşitsizlikler oluşturdukları $(6x2 \neq 8x2)$ görülmüştür.

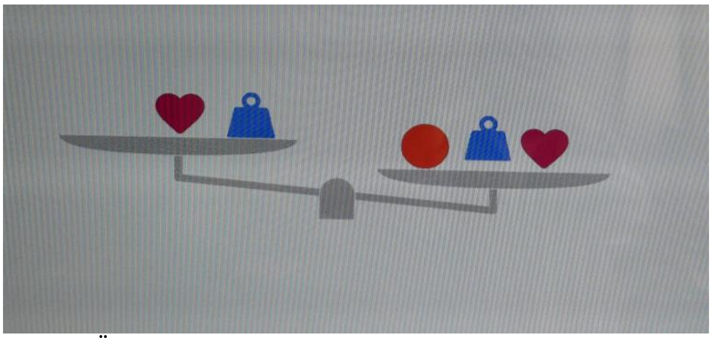
Dersin keşif aşaması *“Eşitlik”* nedir sorusu ile başlamıştır. Öğrencilerden gelen cevaplar;

Mehmet Tahir: İki şeyin aynı olması.
Damla: Aynı miktarda olma durumu.
Rana: Herhangi bir şeyin aynı olması.
Cansu: Aynı kg’da sebzeler olması.
Şeyma: Hocam sadece aynılıktan bahsetmemeliyiz mesela $5x18 = 10x9$ te bir eşitliktir.

şeklindedir. Burada Şeyma’nın cevabı özellikle kıymetlidir. Çünkü eşitliğin ilişkisel anlamına vurgu yapan bir cevap olmuştur. Şeyma’nın cevabından sonra diğer öğrenciler de eşitliğin ilişkisel anlamına yönelik örnekler verebilmişlerdir.

Araştırmacı: Bir terazinin dengede olma durumuna ne diyebiliriz?
Tüm sınıf: Eşitlik.
Araştırmacı: Peki dengede olmama durumu?
Tüm sınıf: Eşitsizlik.

Ardından sanal bir manipülatif kullanılarak öğrencilerin farklı eşitsizlik durumları oluşturmaları sağlanmıştır (Şekil 4.122)



Şekil 4.122. Öğrenciler tarafından oluşturulan bir eşitsizlik durumu örneği.

Kavrama giriş aşamasında eşitsizliğin tanımı ile devam edilmiştir. Burada özellikle *"İki ifadenin birbirlerine göre büyüklük veya küçüklük durumlarını karşılaştırma"*ya dikkat edilmiştir. Sonrasında eşitsizlik sembolleri verilmiştir. Öğrencilerin bazılarının sembolleri karıştırdıkları görülmüştür. Bunun üzerine bu semboller ile ilgili pekiştirmeler yapılmıştır. Kavrama giriş aşaması verilen terazilere uygun matematik cümleleri kurulması ile devam etmiştir. Öğrencilerden doğru cevap verenler olduğu gibi *"3x, 4 kg'a eşit değil", "3 tane x, 4 tane 1 kg'a eşit değil"* ve *"* $3x \neq 4$ *"* gibi cevaplar gelmiştir. Burada öğrencileri eşitsizlik sembolü kullandırmaya yönelik olarak bu terazinin iki kefesindeki ağırlıkların karşılaştırıldığı ve hangisinin daha ağır olduğu sorusu sorulmuştur. Bütün öğrenciler altta kalan 3x'in daha ağır olduğunu söyleyebilmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı "*3x daha büyükse hangi eşitsizlik sembolünü kullanmalıyız?"* sorusunu sormuş ve öğrencilerden $>$ sembolü cevabını almıştır. Bu öğrenileni pekiştirmek için bir terazi sorusu daha sorulmuş ve tüm sınıftan doğru cevap alınmıştır. Ardından eşitsizlikle ilgili öğrenciler tarafından en çok karıştırılan konu olan en az ve en fazla kavramlarının olduğu eşitsizlik ifadelerine geçilmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu yanlış cevap vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı ve öğrenciler arasında şu diyalog geçmiştir.

Araştırmacı: En fazla 200 kg taşıyabiliyorsa bu baskül 201 kg ağırlık taşıyabilir mi?
Tüm sınıf: Hayır.
Araştırmacı: Peki 199 kg?
Tüm sınıf: Evet taşıyabilir.
Araştırmacı: O zaman 200 kg'dan büyükleri mi taşıyor küçükleri mi?
Mehmet Tahir: Küçükleri. O zaman $x < 200$ olur.
Araştırmacı: Peki 200 kg mı taşıyamaz mı?
Damla: Hocam onu da taşır. $x \leq 200$ olur.

Araştırmacının yönlendirmesi ile öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır. Öğrenileni pekiştirmek amacı ile EBA'da yer alan bu konu ile ilgili bir video izletilmiştir. Video en az en fazla kavramlarına vurgu yapan güzel bir örnekle açıklanmıştır. Ardından yine en fazla kavramını içeren bir soru sorulmuş, Dilek hariç tüm öğrenciler doğru cevap vermiştir.

Dilek'in bir önceki sorudaki gibi sayısal değerler vererek doğru cevaba ulaşması sağlanmıştır. Bu soruda öğrencilerin verilen ifadeyi sayı doğrusunda gösterme konusunda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Örneğin $x < 60$ ifadesinde 60 büyük olduğu için 60'ın sağ tarafını işaretledikleri görülmüştür. Ayrıca sayı doğrusu konusunda eksik oldukları, sayıların sola doğru arttığını çizenler olmuştur. Bunun üzerine sayı doğrusu öğrencilere hatırlatılmış, eşitsizliklerde odak noktasının değişken olduğu, değişkene bakmak gerektiği ve ona göre işaretlemek gerektiği öğrencilere hatırlatılmış ve birlikte sayı doğrusu çizilmiştir. Burada eşitsizliğin dâhil olma ve olmama durumu da tekrar hatırlatılmıştır. Bu sorudan sonra en az kavramını içeren bir soru sorulmuş ve tüm sınıftan doğru cevap alınmıştır. Ardından ikili eşitsizliklere geçilmiştir. Bu soruya doğru cevap veren öğrenci sayısı yanlış cevap verenden daha azdır. Özellikle eşitsizliğin yönü ile ilgili öğrencilerin yapı öncesi düzeyde cevaplar verdikleri görülmüştür. Bu hataları düzeltmek için öncelikle doğru cevap veren bir öğrenci tüm sınıfa cevabı anlatmış, ardından araştırmacı cevabı tekrar anlatmıştır. Burada özellikle eşitsizlikte bilinmeyen değerin odak noktası olduğu ona göre eşitsizlik sembolleri konulması gerektiği vurgulanmıştır. Sayı doğrusu konusunda da benzer hatalar görülmüş, araştırmacı öğrencilerle birlikte doğru sayı doğrusunu çizmiştir. *"Bir lunaparktaki atlıkarınca en fazla 30 kg ağırlık taşıyabilmektedir."* sorusu ile devam edilmiştir. Sınıfın tamamından doğru cevap alınmıştır. Bu soru ile birlikte en az ve en fazla kavramının öğrencilerde oturduğu söylenebilir. Bu soruda ayrıca öğrencilere kaç kg olan çocuklar binebilir sorusu sorulmuş öğrencilerden gelen 28, 15, 16 cevaplarının üzerine kilosu 28.75, 18.50 olan öğrencilerin de bu atlıkarıncaya binebilecekleri belirtilmiştir. Burada amaç öğrencilerin tam sayılar dışında gerçek sayıları da düşünebilmelerini sağlamaktır. Sayı doğrusu çizimi konusunda yine öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları, tarayacakları yönü yanlış çizdikleri görülmüştür. Bu konuda örnekler artırılmıştır. Kavrama giriş aşamasının son sorusu ikili ifade içeren bir eşitsizliktir. Bir önceki ifadeye göre daha fazla doğru cevap alınmış yanlış yapan öğrencilerle birlikte doğru cevaba ulaşılmıştır. Araştırmacı öğrencilerin sayı doğrusu konusunda sıkıntı yaşamaları üzerine EBA'da yer alan sayı doğrusu ile ilgili interaktif etkinliği uygulamıştır (Şekil 4.123). Bu interaktif etkinlikte verilen bir sayı doğrusuna uygun eşitsizliği yazma veya verilen eşitsizliğe uygun sayı doğrusunu çizme yer almaktadır. Tüm öğrenciler tek tek interaktif etkinliğe katılım sağlamışlardır. Etkinliğin en güzel yönü anında dönüt düzeltme vermesi ve öğrencilere doğru cevaba ulaşana kadar şans vermesidir.

Şekil 4.123. Oğuzcan’a ait bir görsel.

Etkinlikle ilgili araştırmacı günlüğüne yansıyan bir ifade şu şekildedir.

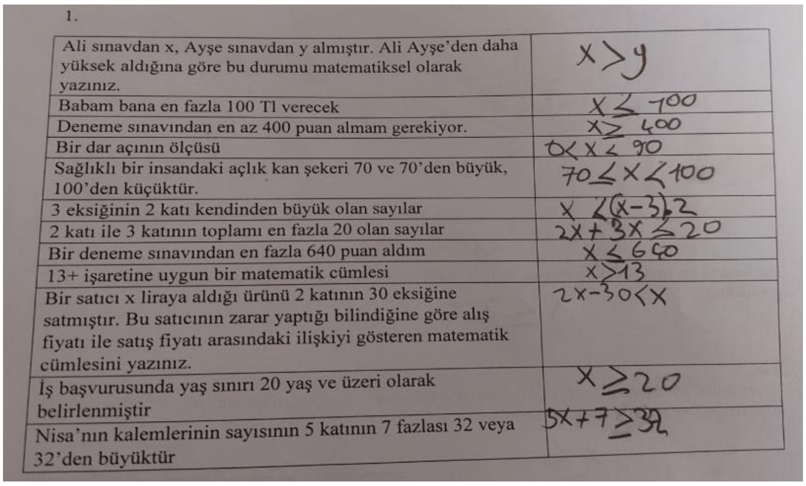
“Bugün öğrencilerin sayı doğrusu noktasında sıkıntı yaşadıklarını gördüm. Ancak EBA kurtarıcım oldu. EBA’da yer alan interaktif etkinliği hem çok sevdiler hem de konunun pekiştirilmesini sağladı. Etkinliğin sonlarında tüm öğrencilerin sayı doğrusunu doğru çizebildiklerini gördüm.”

Derslerdeki EBA kullanımı ile ilgili gözlemci günlüğüne yansıyan ifadeler şu şekildedir:

“Öğretim seanslarında kullanılan EBA etkinlikleri gayet etkili ve güzeldi. İnteraktif etkinlikler öğrenciler için çok verimli ve ilgi çekiciydi. Mesela bu derste sayı doğrusunda sıkıntı yaşayanlar için EBA interaktif etkinlik çok faydalı oldu. Genel olarak diğer öğretim seanslarında da EBA kullanımının faydalı olduğunu düşünüyorum. Bana göre en güzel yanı ise EBA etkinliklerinde anında verilen dönüt ve düzeltmelerdir.”

Etkinliğin bitiminin ardından öğrencilere birkaç tane daha eşitsizlik ve sayı doğrusunda gösterme sorusu sorulmuş ve tüm sınıftan doğru cevap alınmıştır.

Kavramı uygulama aşaması verilen sözel ifadelere uygun eşitsizlik yazma etkinliği ile başlamıştır. Etkinliğin tüm soruları Şeyma ve Mehmet Tahir tarafından doğru cevaplanmıştır. Şekil 4.124’te Mehmet Tahir’e ait cevap verilmiştir.


1.

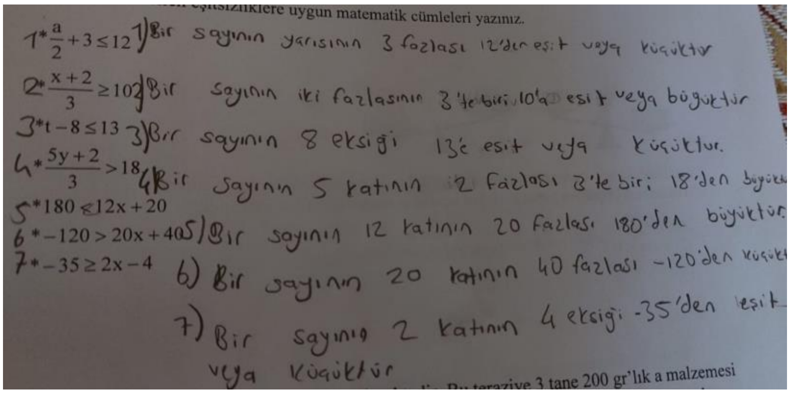
Ali sınavdan x, Ayşe sınavdan y almıştır. Ali Ayşe'den daha yüksek aldığına göre bu durumu matematiksel olarak yazınız.	$x > y$
Babam bana en fazla 100 Tl verecek	$x \leq 100$
Deneme sınavından en az 400 puan almam gerekiyor.	$x \geq 400$
Bir dar açının ölçüsü	$0 < x < 90$
Sağlıklı bir insandaki açlık kan şekeri 70 ve 70'den büyük, 100'den küçüktür.	$70 \leq x < 100$
3 eksiğinin 2 katı kendinden büyük olan sayılar	$x < (x-3).2$
2 katı ile 3 katının toplamı en fazla 20 olan sayılar	$2x + 3x \leq 20$
Bir deneme sınavından en fazla 640 puan aldım	$x \leq 640$
13+ işaretine uygun bir matematik cümlesi	$x > 13$
Bir satıcı x liraya aldığı ürünü 2 katının 30 eksiğine satmıştır. Bu satıcının zarar yaptığı bilindiğine göre alış fiyatı ile satış fiyatı arasındaki ilişkiyi gösteren matematik cümlesini yazınız.	$2x - 30 < x$
İş başvurusunda yaş sınırı 20 yaş ve üzeri olarak belirlenmiştir	$x \geq 20$
Nisa'nın kalemlerinin sayısının 5 katının 7 fazlası 32 veya 32'den büyüktür	$5x + 7 \geq 32$

Şekil 4.124. Mehmet Tahir'e ait cevap.

İlk soruya tüm öğrenciler doğru cevap verebilmişlerdir. En az ve en fazla kavramlarını içeren ikinci, üçüncü ve sekizinci sorulara tüm öğrencilerden doğru cevap alınmıştır. Bir dar açının ölçüsü sorusuna sınıfın çoğunluğundan doğru cevap alınamamış ama bunun kaynağı olarak eşitsizlik bilgilerinin olmaması değil dar açıyı bilmemelerinden kaynaklı hata yaptıkları görülmüştür. İkili eşitsizlik içeren soruya Rana $70 \geq x \geq 100$ cevabını vermiştir. Rana'nın cevabı tahtaya yazılıp sınıfın görüşlerine sunulmuştur. Şeyma *"Hocam 100'den büyük 70'den küçük bir sayı olmaz ki."* diyerek Rana'nın yanlışını örnek vererek görmesini sağlamıştır. Bu soruya $70 \leq 100$ şeklinde cevap veren Oğuzcan'a soruda verilen bir insanın açlık kan şekerinin ne olduğu sorulmuş ve buna x diyerek cevap vermiştir. 3 eksiğinin 2 katı kendisinden büyük olan sayılar sorusunda cebirsel ifade tüm öğrenciler tarafından doğru bir şekilde yazılmış ancak bazı öğrenciler eşitsizliğin yönünü yanlış yapmışlardır. Tüm sınıfın katılımı ile doğru cevaba ulaşmışlardır. $13+$ işaretine uygun bir matematik cümlesinde öğrenciler $x > 13$ ifadesini yazmışlar ancak dahil olma durumunu göz ardı etmişlerdir. *"Bir satıcı x liraya aldığı ürünü 2 katının 30 eksiğine satmıştır. Bu satıcının zarar yaptığı bilindiğine göre alış fiyatı ile satış fiyatı arasındaki ilişkiyi gösteren matematik cümlesini yazınız."* cümlesinde tüm öğrenciler $2x - 30$ ifadesini yazabilmişler ancak eşitsizliğin yönünü karıştırdıkları için tam olarak eşitsizliği oluşturamamışlardır. Bu durumda zarar kavramının ne olduğu hatırlatılmış ve eşitsizliğin yönü belirlenmiştir. Öğrencilere bu soruda alış fiyatı yazılmış satış fiyatı yazılmış hangisinin büyük olma durumuna göre eşitsizliğin yönü belirlenmiştir. Bu soruyu doğru yanıtlayanların bazıları $2x - 30 < x$ şeklinde cevap verirken bazıları $x > 2x - 30$ şeklinde cevap vermişlerdir. Araştırmacı her iki cevabın da doğru olduğunu belirtmiştir. Eşitsizlik sorularında eşitsizliğin hem küçüktür hem büyüktür işareti ile yazılmasının kavramın daha iyi anlaşılması açısından yarar sağlayacağı söylenebilir. *"İş başvurusunda yaş sınırı 20 yaş ve üzeri olarak belirlenmiştir."* sorusu tüm öğrenciler tarafından doğru yanıtlanmıştır. Son soruda ise yine verilen cebirsel ifade doğru bir biçimde yazılmış ancak eşitsizliğin yönü ile ilgili hatalar yapılmıştır. Araştırmacı yanlış yapan öğrencilerin cevaplarını incelediğinde *“32 veya 32’den büyüktür.”* ifadesine öğrencilerin …...≤ 32 şeklinde cevap verdiklerini tespit etmiştir. Yani eşitsizliğin yönünü verilen sayıya odaklanarak yazdıklarını tespit etmiştir. Bu yanılgıyı gidermek için araştırmacı soruda verilen Nisa’nın kalemlerinin 5 katının 7 fazlasının alabileceği değerlerin sayısal olarak ne olabileceğini sormuş ve verilen cevaplar doğrultusunda eşitsizliğin yönünü belirlemiştir.

İkinci etkinlik verilen eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterme ile ilgili bir etkinliktir. EBA üzerinden yapılan interaktif etkinlik sayesinde sayı doğrusunda gösterme konusunda sıkıntı kalmamış tüm öğrenciler sorulara doğru yanıt verebilmişlerdir. Sadece *“Alanı 50 m^2 ile 60 m^2 arasında olan bir çocuk parkı yapılacaktır.”* şeklinde verilen sözel ifadelerde nasıl göstereceklerini bilememişler, araştırmacı önce eşitsizliği oluşturun sonra sayı doğrusunda gösterin deyince tüm öğrenciler doğru yanıtlayabilmişlerdir. Bu soruyu başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin bile doğru yanıtlayabilmesi EBA üzerinden yapılan etkinliğin etkililiğini göstermektedir.

Üçüncü etkinlik verilen eşitsizliklere uygun matematik cümlesi oluşturma ile ilgili etkinliktir. Birinci öğretim seansında “*Bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.”* kazanımı sınıfın büyük çoğunluğu tarafından iyi anlaşıldığı için bu etkinlik sınıfın çoğunluğu tarafından genel olarak doğru yanıtlanmıştır. Etkinliği eksiksiz ve tam olarak doğru yanıtlayan öğrenciler Mehmet Tahir ve Mine’dir. Diğer öğrencilerin eşitsizliğin yönü ile ilgili hatalar yaptıkları veya rasyonel ifade içeren sözel durumlarda zorlandıkları görülmüştür. Mine’nin cevabı Şekil 4.125’te sunulmuştur.



Şekil 4.125. Mine’ye ait cevap.

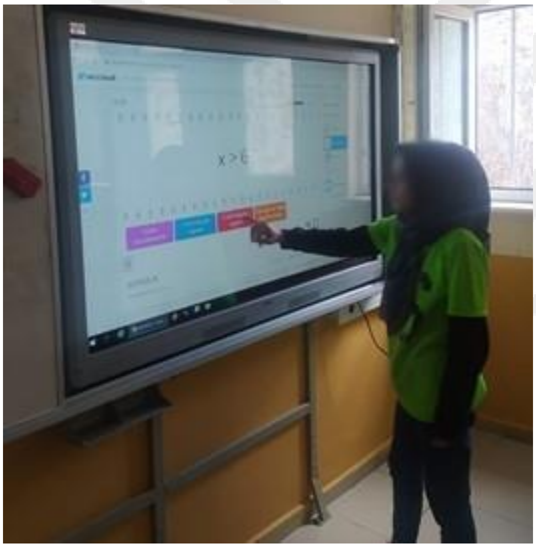
Eşitsizliğin yönü ile ilgili hatanın kaynağının yukarıda belirtilen şekilde olduğu yargısına kesin olarak bu soru ile ulaşılmıştır. Örneğin $t-8\le 13$ sorusunda 13 büyük olduğu için sözel ifadesi *"Bir sayının 8 eksiği 13'ten büyüktür"* şeklinde yazılmıştır. Burada geçen aşağıdaki diyalog dikkat çekicidir:

Rana: Aslında hocam eşitsizlikleri soldan sağa okusak sorun kalmıyor. Bir sayının 8 eksiği 13'ten küçük veya eşittir.
Mehmet Tahir: Doğru hocam diğerleri içinde sağlanıyor.
Araştırmacı: Peki son iki eşitsizliği inceler misiniz ($-35 \geq 2x-4$)? Onlar için sağlanıyor mu?
Mehmet Tahir: Aaaa evet olmadı. Çünkü değişken sağ tarafta olduğundan sanırım.

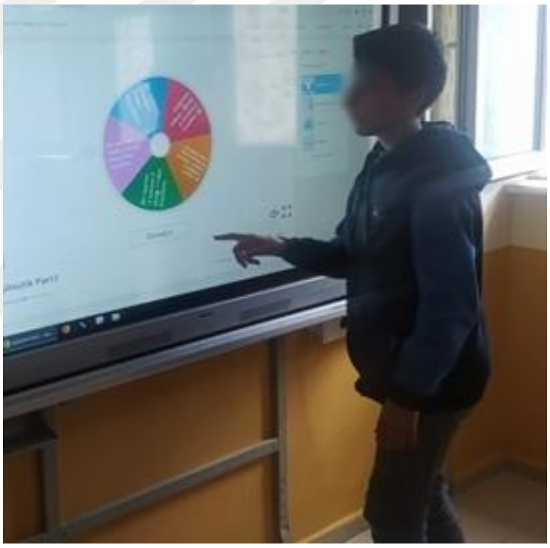
Araştırmacı bu hatayı gidermek için yapılan örnek sayısını artırmıştır. Örnek sayısı arttıkça yapılan hataların azaldığı görülmüştür. Bu tarz sorularda özellikle tek tip eşitsizlik verilmemesi gerektiği hem büyüktür hem küçüktür içeren eşitsizliklerin bir arada verilmesinin yararlı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin yukarıdaki yanılgılarını gidermek için bilinmeyenin sadece eşitsizliğin sol tarafında olmadığı sağ tarafında da olduğu örneklere yer verilmelidir.

Kalan etkinliklere grup çalışması şeklinde devam edilmiş, gruplar heterojen bir şekilde oluşturulmuş ve sonucu araştırmacının seçeceği bir öğrencinin açıklaması istenmiştir. Tüm öğrencilerin grup çalışmasına istekli bir şekilde katılım gösterdikleri görülmüştür. İlk soru *(Bir mutfak terazisi en fazla 3 kg tartabilmektedir. Bu teraziye 3 tane 200 gr'lık a malzemesi ve geriye kalan kısmına da olabildiğince 100 gr'lık b malzemesi koyulacaktır. Kaç tane b malzemesi koyulacağını bulmak için oluşturulacak eşitsizliği yazınız.)* öğrencilerin ilişkisel yapı seviyesinde düşünmelerini sağlamak için hazırlanmıştır. İlk soruya tüm gruplar doğru cevap verebilmişlerdir. Araştırmacı özellikle soruyu açıklamak için gruplardan derslerde başarı düzeyi diğerlerine göre daha düşük olan öğrencileri seçmesine rağmen öğrencilerin eksiksiz biçimde soruyu açıklayabildikleri görülmüştür. Bir sonraki soru *(Bozuk bir baskül üzerindeki kütleyi gerçek kütlesinden 4 kilograma kadar daha az veya 6 kilograma kadar daha fazla gösterebilmektedir. Bu baskülün 60 kg gösterdiği bir kişinin gerçek kütlesi a kilogramdır. Buna göre a'nın alabileceği en geniş aralık aşağıdaki eşitsizliklerden hangisinde verilmiştir?)* yine ilişkisel yapı seviyesinde düşünmeyi sağlamak için hazırlanmıştır. Bu soruya tüm gruplar $56 \leq a \leq 66$ cevabını vererek yanlış cevaplamışlardır. Bu soruda öğrencilerin okuduklarını anlama becerilerinin düşük olduğu ve bu kapsamda yanlış cevapladıkları söylenebilir. Araştırmacı burada *"4 kilograma kadar daha az hali 60 kg oluyor."* dediğinde öğrencilerden gerçek kütle için 64 cevabını alabilmiştir. Benzer şekilde *"6 kilograma kadar daha fazla hali 60."* dediğinde de öğrenciler gerçek kütle için 54 cevabını vererek doğru cevaba ulaşmışlardır. Bir diğer soru *(Yerleşim yerleri içinde hız sınırı 50* *km/sa'tir. Yerleşim yeri içinde hareket eden bir aracın hızı 35 km/sa'den fazla olup hız sınırına uyan bu hareketlinin hızını gösteren eşitsizliği yazınız.)* başlangıçta yapılan sorulara benzer şekilde olup tüm öğrenciler tarafından doğru cevaplanmıştır. Son soru ise iki tane dengede olmayan terazide bulunan ağırlıkları sıralamayı içeren bir sorudur. Öğrencilerin çok yönlü yapı seviyesinde düşünmelerini geliştirmek amacı ile hazırlanan soruda tüm öğrencilerden doğru yanıt alınmıştır.

Tüm etkinliklerin bitmesinin ardından konu ile ilgili tekrar bir web 2.0 aracı ile yapılmıştır. "Wordwall" kullanılmış ve "Eşleştir" ve "Rastgele Tekerlek" etkinlikleri yapılmıştır. Şekil 4.126 ve Şekil 4.127'de etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller verilmiştir. Etkinlik tüm sınıfın aktif katılımı ile yapılmış genel olarak tüm öğrencilerden doğru cevap alınmıştır.

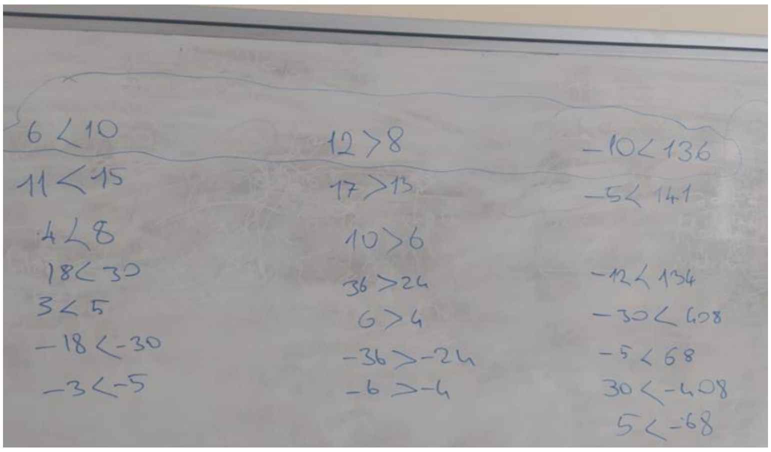


Şekil 4.126. Cansu'ya ait görsel.



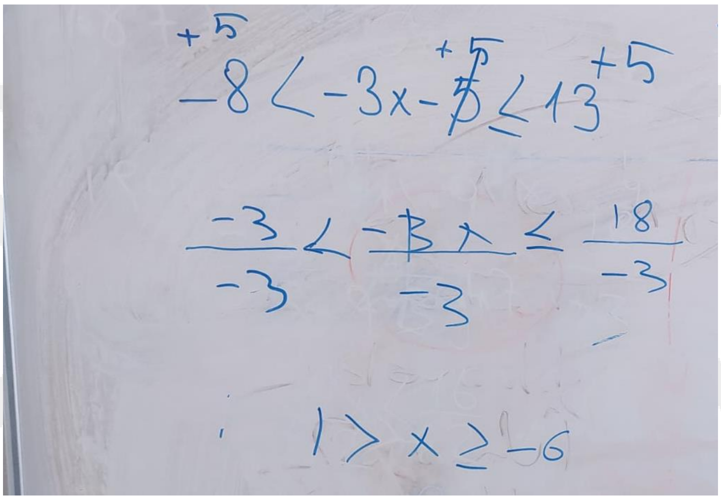
Şekil 4.127. Burak'a ait görsel.

Beşinci öğretim seansının ikinci haftasında "*M.8.2.3.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer."* kazanımına yönelik öğretim planları gerçekleştirilmiştir. Dersin keşif aşamasında 4 tane eşitsizlik tahtaya yazılmış ve bu eşitsizlikler üzerinde pozitif ve negatif tam sayılarla toplama çıkarma çarpma ve bölme işlemleri yapılıp eşitsizliğin korunup korunmadığı, yönünün değişip değişmediği incelenmiştir. Tüm sınıfın katılımı ile tamamlanan etkinlikte (Şekil 4.128) *"Eşitsizliğin her iki tarafını -3 ile çarpalım."* ifadesinde eşitsizliğin yönünün değiştiği görülmüştür. Araştırmacı diğerleri ile bunun arasındaki farkı sorup eşitsizliğin yönünün neden değiştiğini sorduğunda *"Negatif bir sayıyla çarptığımız için."* cevabını almıştır. Benzer şekilde *"Eşitsizliğin her iki tarafını -2'ye bölelim."* ifadesinde de eşitsizliğin yönünün değiştiği görülmüş ve tüm öğrenciler tarafından istenen genellemeye ulaşılmıştır.



Şekil 4.128. Sınıfça yapılan etkinliğe ait görsel.

Ardından öğrenilen bilgiyi farklı bir etkinlikle pekiştirmek isteyen araştırmacı $x<y$ sayı doğrusunda gösterilip -1 ile çarpılmasını istemiştir. Negatif bir sayı ile çarpılan eşitsizliğin yön değiştirdiği bir de bu şekilde görülmüştür. Ardından eşitsizliklerin çözümüne geçilmiş ve $2x-7<9$ eşitsizliği ile başlanmıştır. Öğrencilere çözümün nasıl yapılacağı sorulduğunda her iki tarafa 7 ekleriz sonra her iki tarafı 2'ye böleriz şeklinde cevap alınmıştır. Ayrıca Mehmet Tahir *"Hocam 7'yi karşıya atarız artı olarak geçer sonra 2'ye böleriz ben böyle daha kolay yapıyorum."* şeklinde cevap vermiş ve araştırmacı *"Neden karşıya atıyorsun ve neden artı olarak geçiyor?"* şeklinde sorgulayıcı bir yaklaşımda bulunmuştur. Öğrenci *"Hocam aslında aynı şeyi yapıyoruz her iki tarafa 7 ekliyorum bende ama sol tarafta 7'ler birbirini götürüyor ve diğer tarafa 7 eklenmiş oluyor."* şeklinde cevap vermesi üzerine araştırmacı öğrencinin karşı tarafa atma mantığının sebebini kavradığını görmüş ve düşüncesi üzerinde düzeltme yapmamıştır. Çünkü Mehmet Tahir denklemlerde de aynı durumu ifade etmiş, mantığını da söyleyebildiği için araştırmacı öğrencinin zihnine yerleşmiş ifade de değişiklik yapmamıştır. Bu soru ile ikinci öğretim seansının öğrencilere sağladığı fayda görülmektedir. Bir sonraki soru ise ($-3x-15>-6$) öğrencilerin çoğunluğu tarafından Mehmet Tahir'in söylediği biçimde çözülmüş ve öğrenciler bu şekilde daha kolay olduğunu dile getirmişlerdir. Araştırmacı burada öğrencilerin yaptıkları işlemin mantığını anladıklarını gördüğü için bu şekilde yapmalarına müsaade etmiştir. Bir diğer soru eşitsizliğin her iki tarafında da değişken içeren bir sorudur ($5a<8a-24$). Öğrencilerin bir kısmı her iki tarafa $-8a$ ekleyerek soruyu çözmüşler, bir kısmı her iki tarafa $-5a$ ekleyerek soruyu çözmüş, Mehmet Tahir ise bilinen ve bilinmeyenleri ayrı taraflara toplayarak buldum şeklinde cevap vermiştir. Araştırmacı 3 yöntemi de öğrencilerle birlikte çözmüştür. Ayrıca bu sorunun çözümünün $8<a$ ve $a>8$ şeklinde iki türlü de gösterimi yapılmıştır. Öğrenciler başlangıçta sonuç farklı çıktı şeklinde tepkiler verse de sonucun aynı olduğunu anlamışlardır. Sorularda eşitsizliklerin çözüm kümelerinin sayı doğrusunda gösterilmeleri istenmiş ve bu konuda sıkıntı yaşayan öğrenci olmadığı görülmüştür. Bir sonraki soru da basit bir eşitsizlik sorusu olup Harun ve Dilek dışında tüm öğrenciler tarafından doğru çözülmüştür. Bu kapsamda araştırmacı tam öğrenme modeli kapsamında Harun'u Mehmet Tahir ile Dilek'i Mine ile bir grup yaparak eşitsizlik çözümü ile ilgili 20 alıştırma ödevi vermiştir. Son olarak *(* $-8 < -3x - 5 \le 13$ *eşitsizliğinde x'in alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerini bulalım.)* sorusu sorulmuştur. Sorunun çözümü tüm sınıfın katılımı ile aşağıdaki şekilde yapılmıştır (Şekil 4.129). Soruda eşitsizliğin yön değiştireceği sınıfın çoğunluğu tarafından hemen fark edilmiştir.

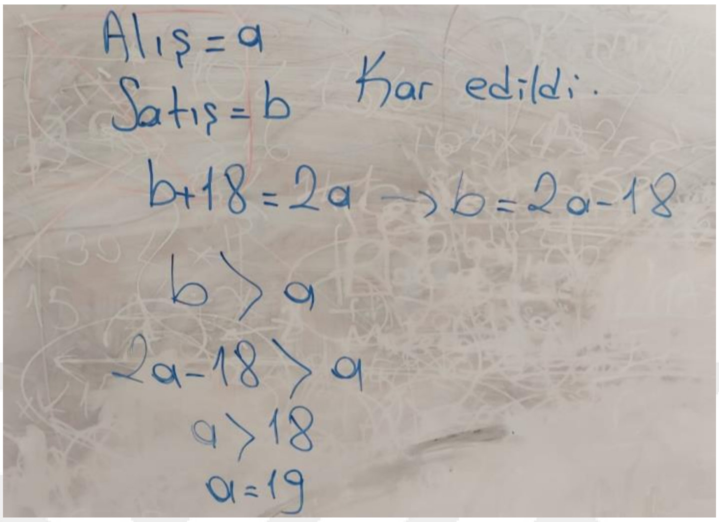


Şekil 4.129. Soruya ait çözüm.

Kavramı uygulama aşaması $-8x + 14 > -6x + 6$ sorusu ile başlamıştır. Soruda öğrencilerin çoğunluğu önce eşitsizliğin her iki tarafına -6 eklemişler ardından her iki tarafına $+8x$ eklemişler ve son olarak eşitsizliğin her iki tarafını 2 ile bölerek sonuca ulaşmışlardır.

İkinci soru *(Ahmet'in yaşının 8 katının 9 fazlası kendi yaşının 4 katının 29 fazlasından büyüktür. Buna göre, Ahmet'in yaşı en az kaçtır?)* tüm sınıf tarafından doğru bir şekilde çözülmüştür. Bu soruyu Harun ve Dilek'in de doğru çözmesi grup çalışması ile verilen ev ödevinin faydasını göstermektedir. Bu soruda ayrıca verilen cebirsel ifadelerin doğru bir biçimde oluşturulması birinci öğretim seansından elde edilen kazanımları göstermektedir.

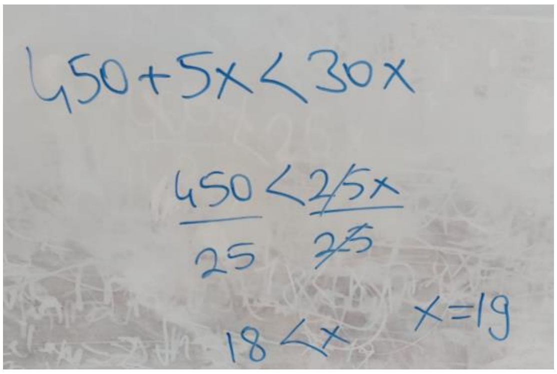
Üçüncü soru *(a liraya mal edilen bir kalem b liraya satılmaktadır. a ile b arasında* $b + 18 = 2a$ *eşitliği vardır. Bu kalemin satışından kar edilebilmesi için a'nın en küçük tam sayı değeri kaç olmalıdır?)* öğrencilerin ilişkisel yapı seviyesinde düşünmelerini sağlamak için hazırlanmıştır. Bu soruyu doğru çözen öğrenci olmamıştır. Çünkü öğrenciler verilen ilişkiyi kuramamışlardır. Soru tüm sınıfın katılımı (Şekil 4.130) ve araştırmacının sorgulayıcı yaklaşımı ile çözülmüştür. Bu sorudaki eşitsizlik çözülürken her iki tarafa da aynı sayıların eklenmesi eşitsizlik üzerinde uzun uzun yazılmamış öğrenciler pratik şekilde çözüme ulaşmışlardır.



Şekil 4.130. Soruya ait çözüm.

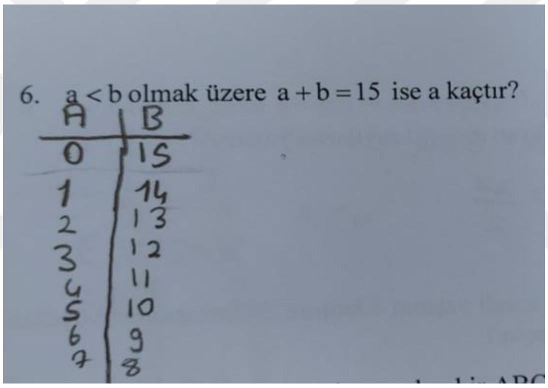
Dördüncü soru *(İbrahim'in boyu* $2x+40$ *cm, Engin'in boyu* $x+100$ *cm'dir. Engin, İbrahim'den daha uzun olduğuna göre, x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?)* basit düzeyde bir eşitsizlik sorusu olup tüm sınıf tarafından doğru çözülmüştür.

Beşinci soru ilişkisel yapı seviyesinde düşünmeyi gerektiren *(Yukarıda bir spor salonunun uyguladığı iki farklı fiyat tarifesi verilmiştir. Abonelik ücreti tek sefer ödenip günlük giriş ücretleri seçilen pakete göre değişmektedir. 1. paketi daha ekonomik olduğu için tercih eden bir kişi bu spor salonuna bir ay boyunca en az kaç defa gitmeyi planlamaktadır?)* bir soru olup bu soru sınıftaki dört öğrenci tarafından eksiksiz çözülmüştür. Kalan öğrencilerin tamamı ise verilen eşitsizlikleri doğru yazıp aradaki ilişkiyi kuramamışlardır. Bu kapsamda öğrencilerin çok yönlü yapı seviyesinde düşünebildikleri söylenebilir. Dolayısıyla araştırmacı notlarına bu durum *"İlişkisel yapı seviyesinde düşünmeyi gerektiren soruları artıralım."* olarak yansımıştır. Damla sorunun çözümünü tahtada arkadaşlarına anlatarak gerçekleştirmiştir (Şekil 4.131). Burada araştırmacı notlarında bir durum daha dikkat çekmektedir: *"En iyi öğrenmenin birine anlatarak öğrenme olduğunu düşünüyorum. Damla'nın arkadaşlarına anlatırken soruyu daha iyi özümsediğini fark ettim. Bu kapsamda akran öğrenmesi hem öğreten hem de öğrenen kişi için ciddi anlamda değerli. Ayrıca normalde bana hiç soru sormayan Harun Damla'ya ben anlamadım bir kez daha anlatır mısın dedi. Bu benim çok hoşuma gitti."*



Şekil 4.131. Damla'nın soruyu çözümü.

Altıncı soru SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme testinde yer alan ve öğrencilerin tek yönlü yapı düzeyinde cevap verdikleri bir sorudur. Daha önceki öğretim seanslarında da bu tarz sorulara yer verilmiş ve bu soru araştırmacının beklentisinin yüksek olduğu bir sorudur. Araştırmacının beklentisi karşılanmış ve tüm sınıf tarafından doğru cevap verilmiştir. Örnek bir cevap Şekil 4.132'de sunulmuştur.



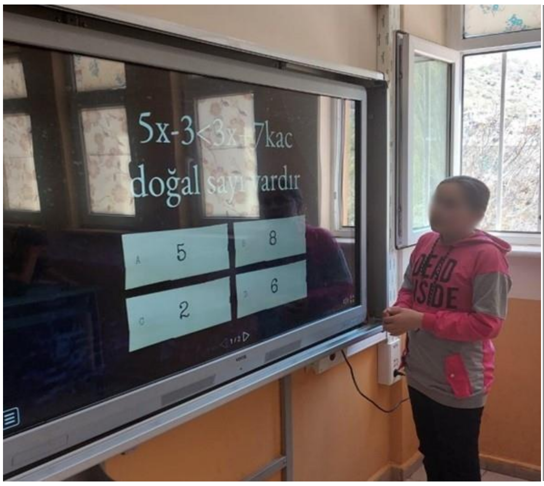
Şekil 4.132. Rana'nın soruyu çözümü.

Bir sonraki soru ilişkisel yapı seviyesinde düşünmeyi gerektiren *(Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir ABCD dikdörtgeninin uzun kenar uzunluğu kısa kenar uzunluğunun 3 katıdır. Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 24 cm'den büyük ve kenar uzunlukları birer doğal sayı olduğuna göre kısa kenar uzunluğunun alabileceği en küçük değeri bulunuz.)* bir sorudur. Beşinci soruya benzer şekilde sınıfta 3'ü aynı 3'ü farklı kişi olan 6 kişi soruyu eksiksiz olarak yanıtlamıştır. Diğer öğrenciler ise çok yönlü yapı seviyesinde kalmış olup soruda verilen cebirsel ifadeleri doğru bir biçimde yazabilmişler bu ifadeleri dikdörtgenin çevresi ile ilişkilendirememişlerdir. SOLO taksonomisine göre ilişkisel yapı seviyesinde düşünmeyi sağlamak için verilen örnek sayısını artırmanın faydalı olabileceği söylenebilir. Örnek sayısı arttıkça bu seviyeye ulaşan kişi sayısının arttığı söylenebilir.

Sekizinci soru *(* $7x1 \geq 753$ *eşitsizliğinde sayısı üç basamaklı bir doğal sayıdır. Buna göre x yerine yazılabilecek rakamları bulunuz.)* öğrencilerin motivasyonunu artırmak için hazırlanmış basit düzeyde bir eşitsizlik sorusudur ve tüm sınıf eksiksiz bir şekilde doğru yanıtlamıştır.

Son soru parantezli ifade içeren ($-2.(x+5) \geq x-1$) bir eşitsizlik çözümü sorusudur. Denklem çözümü konusunda iyi olan öğrenciler soruyu eksiksiz bir biçimde çözmüşlerdir. Denklem konusunda da sıkıntı yaşayan Harun, Cansu ve Dilek sorunun çözümünde sıkıntı yaşamışlardır. Aslında bu üç öğrencinin temelden eksikliklerinin olduğu ve bunun cebirsel düşünme düzeylerini etkilediği söylenebilir. Çünkü öğrencilerin üçü de öğretim seanslarında anlatılanları uygulamaya çalışmakta ancak tam sayılarda toplamada yaşadıkları bir sıkıntı sorunun doğru çözümünü engellemektedir. Bu kapsamda daha önceden de yapılan şekilde Harun Burak'la, Cansu Şeyma ile, Dilek'te Zeynep ile eşleştirilerek tam sayılarda dört işlem ve eşitsizlik çözümü ile ilgili alıştırma sorusu ödevi verilmiştir. Ayrıca ertesi gün araştırmacı bu üç öğrenci ile ayrı bir çalışma yapmış verilen ödevleri birlikte çözmüş ve ek örnekler çözmüştür. Üç öğrencinin de doğru çözüme ulaşana kadar devam eden ek öğretim seansı öğrencilerin başarısı ile sonuçlandırılmıştır.

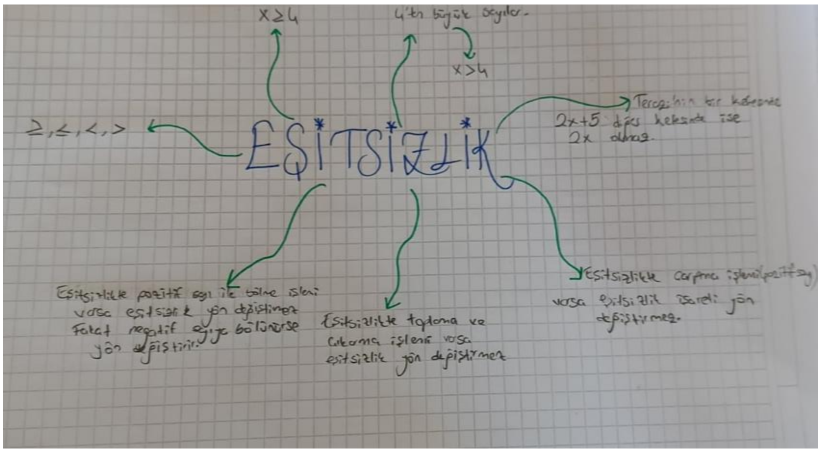
Tüm etkinliklerin bitmesinin ardından konu ile ilgili tekrar bir web 2.0 aracı ile yapılmıştır. "Wordwall" kullanılmış ve "Test" etkinliği yapılmıştır. Etkinlik sırasında öğrencilere ait görseller aşağıda verilmiştir (Şekil 4.133 ve Şekil 4.134).



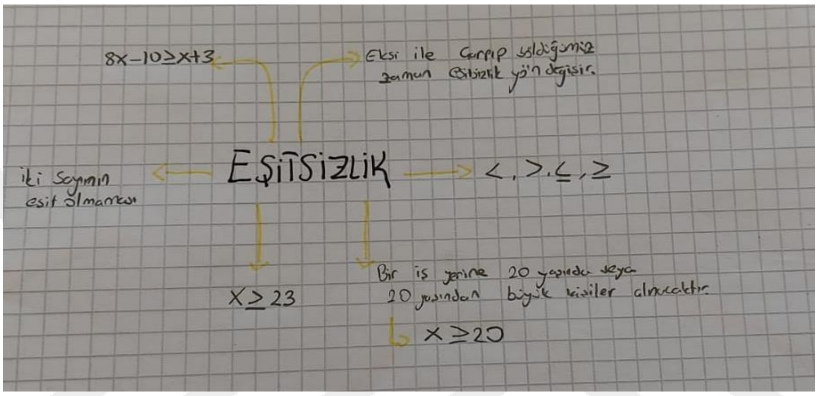
Şekil 4.133. Damla'ya ait bir görsel.

Şekil 4.134. Şeyma'ya ait bir görsel.

Son olarak öğrencilerden konu ile ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenmiştir. Örnek zihin haritaları Şekil 4.135 ve Şekil 4.136'da verilmiştir.



Şekil 4.135. Şeyma'nın zihin haritası.



Şekil 4.136. Cansu'nun zihin haritası.

Öğrencilerin zihin haritalarında genel olarak başlangıca göre farklı olarak rastlananlar negatif bir sayı ile çarpma ve bölme işlemlerinde eşitsizliğin yön değiştirdiği, toplama ve çıkarmada yön değiştirmenin olmadığı, eşitsizlik sembolleri ve çeşitli eşitsizlik örnekleridir. Bunlar öğrencilerin eşitsizlik kavramına yönelik bilgilerinin pozitif yönde ilerlediğini göstermektedir.

Beşinci öğretim bölümü değerlendirildiğinde başlangıçta öğrencilerin ön testleri ve zihin haritaları incelendiğinde eşitsizlik konusunda tam olarak bilgilerinin olmadığı, genellikle eşitlik ifadesi tanımı yaptıkları, eşitsizlik sembollerini kullanmadan sadece ≠ sembolü ile eşitsizlik tanımı yaptıkları, eşitsizliğin hangi durumlarda ve neden yön değiştirdiği ile ilgili bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür. Bu kapsamda araştırmacının SOLO taksonomisine ilişkin hazırladığı sorular, akran desteği ve verilen ev ödevlerinin faydalı olduğu söylenebilir. Ayrıca eşitsizlik konusu için cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklemler konusunun temel olduğu, bu konuların önceki öğretim seansları ile tamamlanmasının eşitsizlik öğretimi noktasında araştırmacıya fayda sağladığı söylenebilir. Konu ile ilgili öğrencilerin en az, en fazla kavramlarını içeren eşitsizliklerde zorlandıkları, bu zorlukların fazla alıştırma çözümü ve sayısal örnekler verilerek giderilebildiği, eşitsizliğe uygun sözel ifade yazma konusunda eşitsizliğin yönüne dikkat edilmesi gerektiği, tek tip eşitsizlik verilmemesi gerektiği hem büyüktür hem küçüktür içeren eşitsizliklerin bir arada verilmesinin yararlı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca bilinmeyenin sadece eşitsizliğin sol tarafında olmadığı sağ tarafında da olduğu örneklere yer verilmelidir. Eşitsizlik konusunda özellikle EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin etkisinin fazla olduğu söylenebilir. Özellikle eşitsizlikleri sayı doğrusunda interaktif bir şekilde göstermenin faydası göz ardı edilmez. Bunun yanı sıra akran öğrenmesinin hem öğreten hem de öğrenen kişi için ciddi anlamda değerli olduğu söylenebilir. Ayrıca ders sonunda kullanılan web 2.0 araçları ile hem konu tekrar edilmiş hem de sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Öğretim bölümünün sonunda sınıfın büyük çoğunluğunun eşitsizlik sembollerini kullanabildikleri, eşitsizliğin hangi durumda yön değiştirdiğini bildikleri, eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterebildikleri, sözel olarak verilen bir duruma uygun eşitsizlik yazabildikleri ya da tam tersini yapabildikleri, eşitsizlik çözümlerini gerçekleştirebildikleri ve sınıfın %50'sinin bu konuda ilişkisel yapı seviyesine ulaşabildikleri söylenilebilir.

4.3. Öğretim Deneyi Sonrası Genel Durum Değerlendirmesi

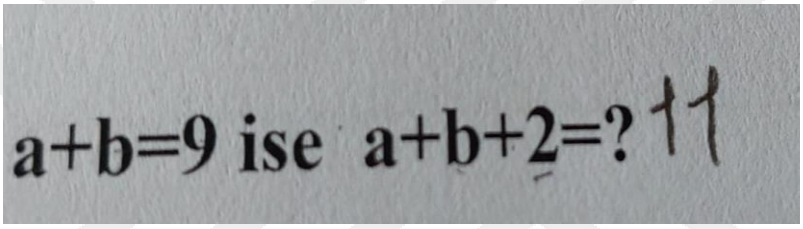
4.3.1. Cebirsel düşünme testi bulguları

Araştırmaya katılan öğrencilerin öğretim deneyi sonrası cebirsel düşünme becerilerini ortaya koyabilmek amacıyla katılımcılara cebirsel düşünme testi uygulanmış ardından her bir katılımcı ile bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilerek cebirsel düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Elde edilen bulgular incelendiğinde öğretim deneyi öncesi katılımcıların tamamı düzey 0'da olmasına rağmen öğretim deneyi sonrası düzey 0'da öğrenci kalmamıştır. Tablo 4.4'te katılımcıların son testler sonucu cebirsel düşünme düzeyleri verilmiştir.

Tablo 4.4. Katılımcıların son testler sonucu cebirsel düşünme düzeyleri.

Öğrenci ismi	Düşünme Düzeyi
Mehmet Tahir	Düzey 4
Mine	Düzey 3
Damla	Düzey 3
Şeyma	Düzey 3
Rana	Düzey 3
Burak	Düzey 2
Oğuzcan	Düzey 2
Zeynep	Düzey 2
Harun	Düzey 1
Dilek	Düzey 1
Cansu	Düzey 1

Cebirsel düşünme testine göre öğrencinin düzey 1 seviyesine geçebilmesi için ilk 3 sorunun $2/3$'sini doğru yanıtlaması gerekmektedir. Alt maddelerle birlikte 6 sorudan oluşan bölümde en az 4 doğru yapması gereken öğrenciler genel olarak 5 veya 6 soruya doğru cevap vererek düzey 1 düşünme seviyesini tamamlamışlardır. Cebirsel düşünme testinde düzey 1 tümüyle aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değerini bulma, harfleri birer nesne olarak düşünüp bir problemi sonuçlandırma veya harflere değer vermeden bir işlemi sonuçlandırabilme şeklinde soruları içermektedir. Öğrencilerin ön testlerde harflere değer vermeden işlemleri sonuçlandıramadıkları, harflerin illaki bir sayısal değeri olduğu düşüncesinde oldukları görülmüştür. Son testlerde öğrencilerin harflere değer vermeden işlemi sonuçlandırmaları gereken 3. soruda harflere değer vermeden cevaba ulaştıkları görülmüştür. Şekil 4.137'de Zeynep'in cevabı verilmiştir.

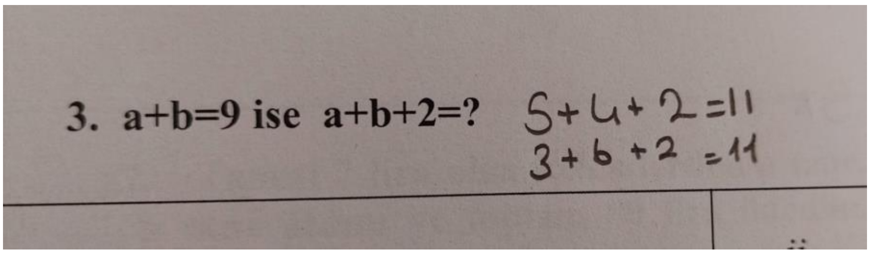


Şekil 4.137. Zeynep'in 3. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: Zeynep nasıl buldun sonucu?

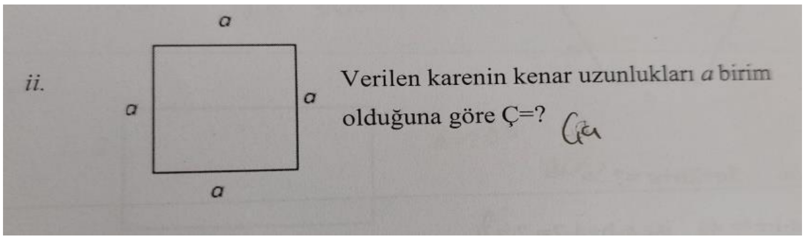
Zeynep: Hocam a ve b'nin toplamı 9'muş. Bize $a+b+2$'yi soruyor 9'a 2 ekledim ve 11 buldum.

Benzer şekilde açıklamalar Harun ve Dilek harici diğer öğrencilerden de gelmiştir. Harun ve Dilek ise doğru cevap vermiş ancak ön testlerde olduğu gibi a ve b yerine sayılar koyarak buldukları görülmüştür (Şekil 4.138). Bu cevabın olumlu bir yönü ise ön testlerde tek bir sayı deneyerek sonuç yazan öğrenciler son testte birden fazla sayı ikilisi denemişlerdir. Bu durum SOLO taksonomisine göre çok yönlü yapı seviyesinde düşünebildiklerini göstermektedir.



Şekil 4.138. Dilek'in 3. soruya verdiği cevabı.

Çeşitli çokgenlerin alan ve çevresini bulmaya yönelik sorularda tüm öğrenciler doğru yanıt verebilmişlerdir. Öğretim deneyi boyunca bu konuda yapılan etkinliklerin karşılığının bulduğu söylenebilir. Özellikle 2. sorunun (ii) şıkkında kenar uzunlukları a olarak verilen karenin alanına cebirsel olarak ulaşabilmeleri bu duruma örnektir. Çünkü ön testlerde bu sorularda değişken yerine çeşitli sayılar verilerek sonuca ulaşmışlardır. Burak'ın soruya cevabı Şekil 4.139'da sunulmuştur.



Şekil 4.139. Burak'ın 2. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: Burak nasıl buldun bu soruyu?

Burak: Hocam karenin çevresini bir kenarını 4 ile çarparak buluyorduk yani aslında bütün kenarlarının toplamı. Bu soru benim için bir şanstı hocam.

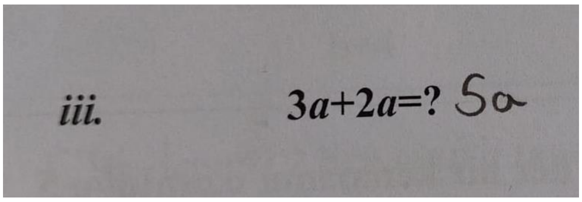
Araştırmacı: Neden böyle düşünüyorsun?

Burak: Çünkü böyle bir soru Rastgele Tekerlek etkinliğinde bana gelmişti. O zaman bilememiştim ama o etkinlikle birlikte öğrendim ve şimdi aklıma geldi.

Burak'ın benzer bir soruyla öğretim deneyi süresinde web 2.0 aracı ile yapılan etkinlikte karşılaştığı görülmüştür. Dolayısıyla öğretim deneyi süresinde kullanılan web 2.0 aracının etkililiği de bu şekilde görülmüştür.

Ön testlerde dikkat çeken bir bulgu ise bir soruda verilen değişkenin değerinin tüm sorularda aynı olması gerektiğini düşünmeleridir. Bu sonuç özellikle 3 alt şıktan oluşan 2. soruda görülmüştür. Ancak son testlerde bu hatayı yapan öğrenci olmamıştır.

Ön testlerde dikkat çeken bir diğer bulgu öğrencilerin $3a+2a$ ifadesine 5 şeklinde cevap verilmesidir. Son testlerde böyle bir durumla karşılaşılmamış, öğrencilerin tamamı $3a+2a$ ifadesinin sonucunu 5a olarak bulabilmişlerdir (Şekil 4.140).



Şekil 4.140. Cansu'nun 2. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: Cansu nasıl buldun sonucu?

Cansu: Hocam gayet kolay ikisini toplayınca 5a oluyor.

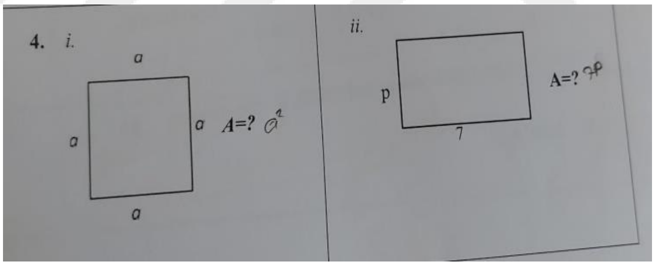
Araştırmacı: İlk yaptığımız testlerde a yerine çeşitli sayılar vererek sonucu bulmaya çalışmışsın.

Cansu: Hocam gerek yok ki sonuçta a bir değişken değeri çok farklı şeyler olabilir. Biz doğrudan ikisini toplayarak sonucu bulabiliriz.

Cansu ile yapılan görüşme incelendiğinde derslerde performansı oldukça düşük olan Cansu'nun değişken kavramını anlamlandırdığı ve cebirsel ifadelerde toplama işlemini yapabildiği görülmektedir.

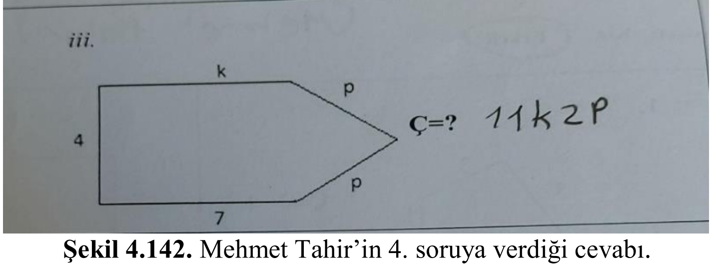
Öğrencilerin düzey 1 için cevapları incelendiğinde artık harfleri değer vermeden kullanabildikleri, harfleri birer değişken olarak görebildikleri ve bu kapsamda sorulara doğru yanıt verdikleri görülmüştür. Dolayısıyla tüm öğrencilerin düzey 1'e ulaşabildikleri görülmüştür.

Düzey 2 birinci düzeyle soyutluk bakımından aynı olup; farkı soruların daha karmaşık olmasıdır. Öğrencilerin bu düzeyde alt maddelerle birlikte 7 sorudan oluşan bu bölümde 5 ve üstü doğru cevap vermeleri gerekmektedir. Harun bu düzeyde 3, Cansu 4 ve Dilek 2 soruya doğru cevap vererek düzey 2'ye ulaşamamışlardır. Bu düzeyde verilen çeşitli çokgenlerin çevre ve alanının bulunması ile ilgili sorulara genel olarak doğru cevaplar verilmiştir (Şekil 4.141).



Şekil 4.141. Oğuzcan'ın 4. soruya verdiği cevabı.

Bu konu ile ilgili hatalar genel olarak 4. sorunun (iii) şıkkında görülmüştür (Şekil 4.142).



Şekil 4.142. Mehmet Tahir'in 4. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

Mehmet Tahir: Hocam iki tane p var 2p, bir tane k var o da k sayıları da toplarsak 11 oluyor. Hepsini toplayıp 14 yazmadım çünkü bunlar benzer terim değil. O yüzden bu şekilde yaptım.

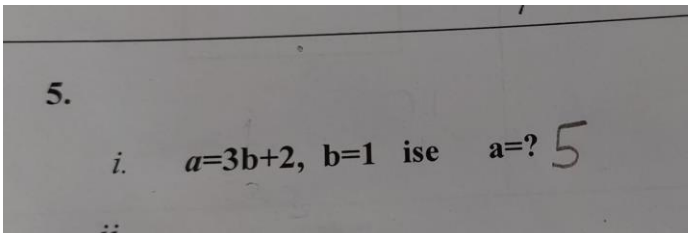
Araştırmacı: Toplama işleminden bahsettin sen burada toplama işlemi mi yaptın?
Mehmet Tahir: (düşünüyor) Hocam çarpma yapmışım hayır hayır bu yanlış $11+2p+k$ olacak cevap.

Soruya kâğıt üzerinde yanlış cevap veren Mehmet Tahir araştırmacı ile görüşmesinde doğru cevaba ulaşmıştır. Burada öğrencinin benzer terim kavramını anlamlandırdığı ancak işlem olarak çarpma işlemini kullanmasının anlık bir hata olduğu düşünülmektedir. Çünkü görüşme sırasında öğrencinin verdiği cevaplar mantığa uygundur. Benzer bir hata yapan Damla ile görüşme aşağıda verilmiştir.

Damla: Hocam ben bu soruyu 13pk buldum.
Araştırmacı: Nasıl bulduğunu anlatır mısın?
Damla: Hocam 7 ve 4'ü topladım bir de 2'yi ekledim 13 oldu p ve k toplanmaz aynen kalır.
Araştırmacı: Damlacığım 7 ve 4'ü toplamanı anlıyorum ama 2p'nin 2'sini onlarla toplayabilir miyiz?
Damla: Hocam hani katsayılar toplamını buluyorduk ya bende o şekilde topladım.

Damla'nın benzer terim kavramını kısmen ihlal ettiği katsayılar toplamını bulduğu görülmüştür. Öğretim deneyi süresinde fark edilmeyen bu hata öğrencileri yanlışa sürükleyebilecek oldukça büyük bir hatadır. Öğrencilerle katsayılar toplamı konusu işlenirken benzer terime tekrar vurgu yapılması gerektiği, cebirsel ifadelerle toplama işlemi ile katsayılar toplamının farklı olduğunun vurgulanması araştırmacının notlarına eklenmiştir.

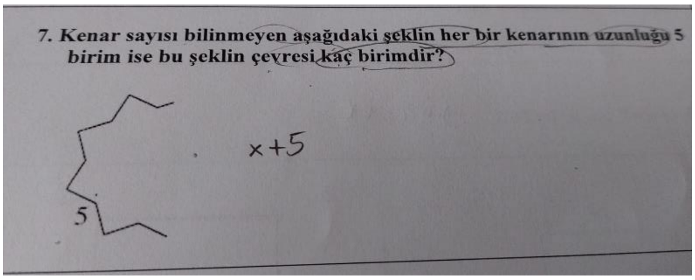
Ön testlerde bu soruya yanlış cevap veren Mine'nin soruya doğru cevap verdiği görülmektedir. Ön testlerde farklı öğrencilerde de karşılaşılan 33 cevabı son testlerde hiçbir öğrencide karşılaşılmamıştır. Şekil 4.143'te Mine'nin cevabı verilmiştir.



Şekil 4.143. Mine'nin 5. soruya verdiği cevabı.

Düzey 3 harflerin birer bilinmeyen olarak algılandığı ve kullanıldığı düzeydir. 6 sorudan oluşan bu düzeyde öğrencilerin 4 ve üstü sayıda doğru cevap vermeleri gerekmektedir. Burak, Oğuzcan ve Zeynep bu düzeyde yeteri kadar doğru cevap veremedikleri için düzey 2'de kalmışlardır.

Ön testlerde büyük çoğunluk tarafından cevap verilemeyen bir soru olan 7. soruya Şeyma hariç düzeye ulaşan tüm öğrenciler doğru yanıt verebilmiştir. Öğrencilerin bu soru ile birlikte bilinmeyen kavramını kullandıkları görülmüştür. Şeyma'nın cevabı ise Şekil 4.144'te verilmiştir.

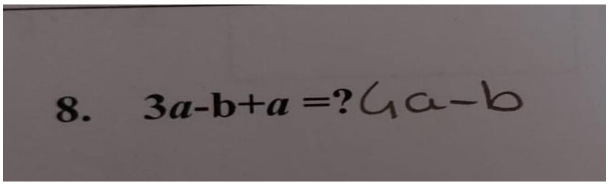


Şekil 4.144. Şeyma'nın 7. soruya verdiği cevabı.

Araştırmacı: Şeyma cevabını açıklar mısın?
Şeyma: Hocam kenar sayısına x dedim x kenarlı, bir de 5 var $x+5$ oldu.
Araştırmacı: Peki bir şeklin çevresi nasıl bulunur?
Şeyma: Kenar sayısı ile bir kenar uzunluğu çarpılarak.
Araştırmacı: O zaman tekrar bakar mısın?
Şeyma: Evet 5 kenar uzunluğu $x.5$ olacak

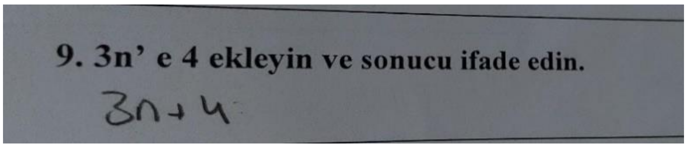
Şeyma araştırmacı desteği ile doğru cevaba ulaşmış olsa da Şeyma'nın bilgisini soru üzerinde mantıklı bir şekilde kullanamadığı görülmektedir.

Düzey 3'e ait 8. soruya düzeye ulaşan öğrencilerin tamamı doğru yanıt verebilmişlerdir (Şekil 4.145). Hatta bu soruya düzey 1 ve düzey 2'de kalan öğrencilerden de doğru yanıt gelmiştir. Öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi noktasında artık yetkin oldukları söylenebilir.



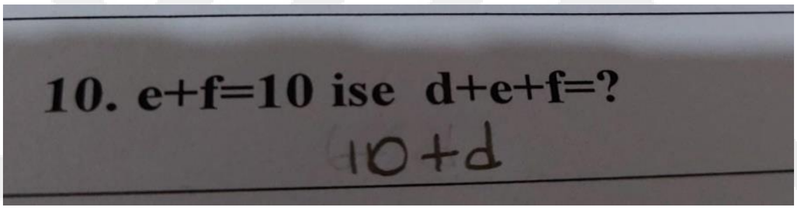
Şekil 4.145. Rana'nın 8. soruya verdiği cevabı.

Dokuzuncu soru da düzey 3'e ulaşan tüm öğrenciler tarafından doğru yanıtlanmıştır (Şekil 4.146). Yine bu düzeye ulaşamayan öğrencilerden olan Zeynep'in de soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Düzey 1 seviyesinde kalan Harun, Dilek ve Cansu'nun ise ön testte yapılan hataları tekrar ettikleri görülmüştür.



Şekil 4.146. Şeyma'nın 9. soruya verdiği cevabı.

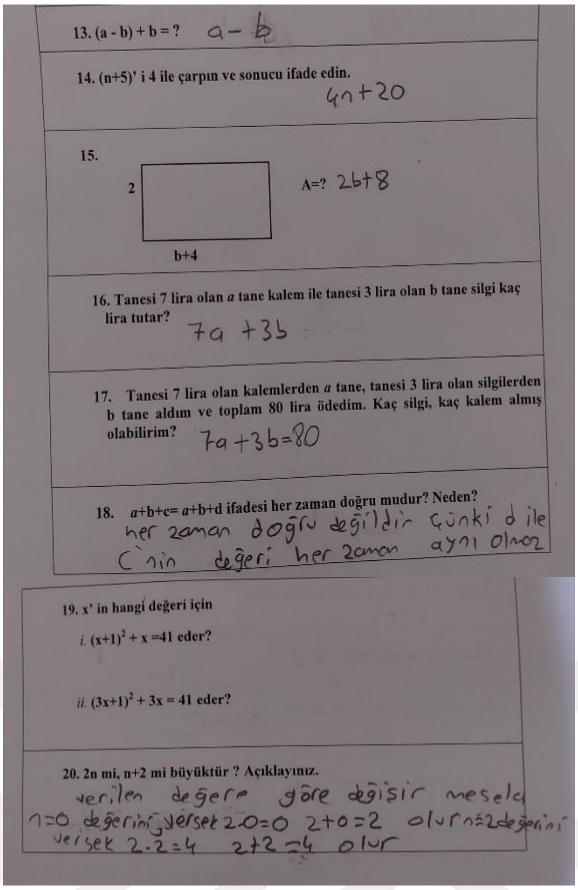
10 ve 11. sorular genel olarak bu düzeyde bulunan öğrenciler tarafından ya yanlış yanıtlanmış ya da boş bırakılmıştır. Boş bırakan öğrencilerin ifadelerinde ise "*Birbirinden farklı üç değişken bulunduğu için ne yapacağımı bilemedim."* şeklinde cevaplar alınmıştır. Bu kapsamda değişken öğretiminde aynı soru içerisinde ikiden fazla değişkenin sunulmasının önemli olduğu söylenebilir. 10. soruya gelen yanlış cevaplar arasında 10d ifadesi de bulunmaktadır. Bu cevabı veren öğrenciler araştırmacı desteği ile doğru cevaba ulaşmış olsalar da cebir öğretiminde toplama işlemi ile çarpma işlemi arasındaki farkın ciddi bir şekilde kavratılmasının yararlı olacağı söylenebilir. Çünkü toplama işlemi ile çarpma işlemi arasındaki farka yönelik hatalar daha önceki sorularda da dikkat çekmiştir. Damla'nın cevabı ise Şekil 4.147'de verilmiştir.



Şekil 4.147. Damla'nın 10. soruya verdiği cevabı.

Düzeye ait son soruda ($c+d=16,\ c<d$ ise $c=?$) tüm öğrenciler doğru yanıt verebilmiştir. Bu sorunun benzeri bir soru öğretim seanslarında da çözülmüştür.

Düzey 4'te öğrenciler üçüncü düzeydekilere benzer ancak daha karmaşık ifadelere anlamlar yükleyebilir ve işlemleri sonuçlandırabilirler. Alt maddelerle birlikte 9 sorudan oluşan bu düzeyde öğrencilerin 6 ve üstü doğru cevap verebilmeleri gerekmektedir. Bu düzeye ulaşabilen tek öğrenci Mehmet Tahir olmuştur. Şekil 4.148'te Mehmet Tahir'in düzey 4'e ait cevapları verilmiştir.


13. (a - b) + b = ? a – b

14. (n+5)' i 4 ile çarpın ve sonucu ifade edin.
4n+20

15.
2
b+4
A=? 2b+8

16. Tanesi 7 lira olan *a* tane kalem ile tanesi 3 lira olan b tane silgi kaç lira tutar? 7a +3b

17. Tanesi 7 lira olan kalemlerden *a* tane, tanesi 3 lira olan silgilerden b tane aldım ve toplam 80 lira ödedim. Kaç silgi, kaç kalem almış olabilirim? 7a+3b=80

18. *a*+b+c= *a*+b+d ifadesi her zaman doğru mudur? Neden?
her zaman doğru değildir çünki d ile c'nin değeri her zaman aynı olmaz

19. x' in hangi değeri için
i. $(x+1)^2 + x = 41$ eder?
ii. $(3x+1)^2 + 3x = 41$ eder?

20. 2n mi, n+2 mi büyüktür ? Açıklayınız.
verilen değere göre değişir mesela n=0 değerini versek 2.0=0 2+0=2 olur n=2 değerini versek 2.2=4 2+2=4 olur

Şekil 4.148. Mehmet Tahir'in düzey 4'e ait cevapları.

Mehmet Tahir'in cevapları incelendiğinde 17 ve 19. soru dışındaki bütün sorulara doğru cevap verdiği görülmektedir. 13. soruya ise kâğıdında yanlış cevap yazmış ancak görüşme esnasında son ifade olan b'yi görmediğini belirtmiştir ve doğru cevabı vermiştir. 19. soru için özdeşlikleri fark etmiş ancak işlem yapmamıştır. 17. soruda ise cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde oluşturmuş ancak değerler verememiştir. Bu düzeye ait bazı sorulara diğer öğrencilerden de doğru yanıtlar gelmiş olsa da cebirsel düşünme testinde cebirsel düşünme düzeylerinin sıralı bir yapıya sahip olduğu göz önüne alınarak öğrencinin bir düzeye geçebilmesi için daha önceki düzeylerde başarılı olma koşulu aranmıştır.

Cebirsel düşünme son testi genel olarak değerlendirildiğinde başlangıçta düzey 0'da olan öğrencilerden bu düzeyde hiç öğrencinin kalmadığı görülmüştür. Oldukça düşük başarı düzeyine sahip 3 öğrenci dahi düzey 1'e ulaşabilmişlerdir. Başlangıçta değişken kavramı ile ilgili oldukça sınırlı ve yanlış bilgilere sahip öğrencilerin öğretim süreci sonrasında tamamının düzey 1'e ulaşarak değişken kavramını anlamlandırabildikleri, değişkenin anlamlarının farkında oldukları, değişkeni temsil eden sembollerin her zaman bir sayıyı temsil etmesi gerektiği ve bunun her zaman aynı sayıyı ve tek bir sayıyı temsil ettiği düşüncelerinin tamamen ortadan kalktığı, cebirsel ifadelerde işlemler yapabildikleri görülmüştür. Yanı sıra üç öğrenci düzey 2, dört öğrenci düzey 3 ve bir öğrenci düzey 4'e ulaşabilmişlerdir.

4.3.2. SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri testi bulguları

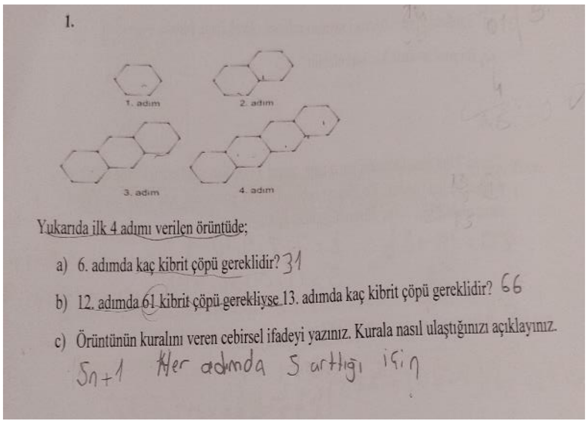
Araştırmaya katılan öğrencilerin öğretim deneyi sonrası SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini ortaya koyabilmek amacıyla katılımcılara araştırmacı tarafından geliştirilen yazılı değerlendirme aracı uygulanmış ardından her bir katılımcı ile bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilerek cebirsel düşünme seviyeleri belirlenmiştir. Katılımcıların cebirsel düşünme seviyeleri yazılı değerlendirme aracıyla belirlenmiş, klinik görüşmeler ile de bu bulgular desteklenmiştir.

Genellemeleri Formüle etme Becerisi

Ölçme aracının ilk 3 sorusu genellemeleri formüle etme becerisine yönelik hazırlanan basit düzeyde örüntü sorularıdır. Bu sorular örüntünün kuralını bulma, belirli bir adımdaki terim sayısını bulma ve bir terimin kaçıncı adıma denk geldiğini bulmaya yönelik sorulardır. Son testler sonucunda genellemeleri formüle etme becerisinde üç öğrencinin ilişkisel yapı, beş öğrencinin çok yönlü yapı ve üç öğrencinin ise tek yönlü yapı düzeyinde oldukları tespit edilmiştir. Son testler sonucunda yapı öncesi seviyede kalan öğrenci olmamıştır. Tablo 4.5'te öğrencilerin son testler sonucu genellemeleri formüle etme becerisine yönelik düşünme seviyeleri verilmiştir.

Tablo 4.5 Öğrencilerin son testler sonucu genellemeleri formüle etme becerisine yönelik düşünme seviyeleri.

Öğrenci ismi	SOLO seviyesi
Mehmet Tahir	İlişkisel yapı
Mine	İlişkisel yapı
Burak	İlişkisel yapı
Oğuzcan	Çok yönlü yapı
Damla	Çok yönlü yapı
Şeyma	Çok yönlü yapı
Rana	Çok yönlü yapı
Zeynep	Çok yönlü yapı
Harun	Tek yönlü yapı
Dilek	Tek yönlü yapı
Cansu	Tek yönlü yapı


1.

1. adım

2. adım

3. adım

4. adım

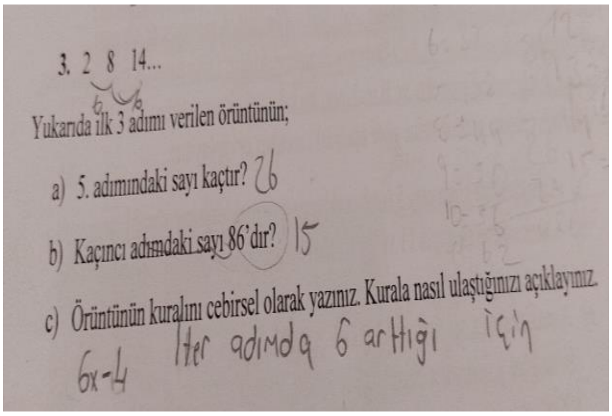
Yukarıda ilk 4 adımı verilen örüntüde;

a) 6. adımda kaç kibrit çöpü gereklidir? 31

b) 12. adımda 61 kibrit çöpü gerekliyse 13. adımda kaç kibrit çöpü gereklidir? 66

c) Örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeyi yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

5n+1 Her adımda 5 arttığı için


3. 2 8 14...

Yukarıda ilk 3 adımı verilen örüntünün;

a) 5. adımındaki sayı kaçtır? 26

b) Kaçıncı adımdaki sayı 86'dır? 15

c) Örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

6x-4 Her adımda 6 arttığı için

Şekil 4.149. Mine'nin 1 ve 3. soruya verdiği cevaplar.

Mine'nin yazılı cevapları (Şekil 4.149) ve klinik görüşme bulguları incelendiğinde örüntünün kuralını kolayca oluşturabildiği ve oluşturduğu kural ile diğer sorulanlara cevap verebildiği görülmüştür. Mine'nin artık cebirsel dili kullanmada sıkıntı yaşamadığı ve ilişkilendirme yapabildiği cevaplarında açıkça görülmektedir

Araştırmacı: Mine birinci soruda yaptıklarını anlatabilir misin?

Mine: Öğretmenim önce soruyu okudum. Örüntüyü inceledikten sonra ilk olarak c maddesini cevapladım. Örüntüdeki artış miktarından yola çıkarak örüntünün kuralına ulaştım. Daha sonra a maddesi zaten çok kolay n yerine 6 koyarak hesapladım, b maddesi de denklemi hatırlattı onu da denklem çözerek buldum.

Araştırmacı: n dediğin ne oluyor burada?

Mine: Değişken öğretmenim.

Araştırmacı: Değişken nedir, neden değişken oldu?

Mine: Adım sayısı ve sürekli 1. adım 2. adım şeklinde değiştiği için.

Araştırmacı: Güzel. Peki, üçüncü soru?

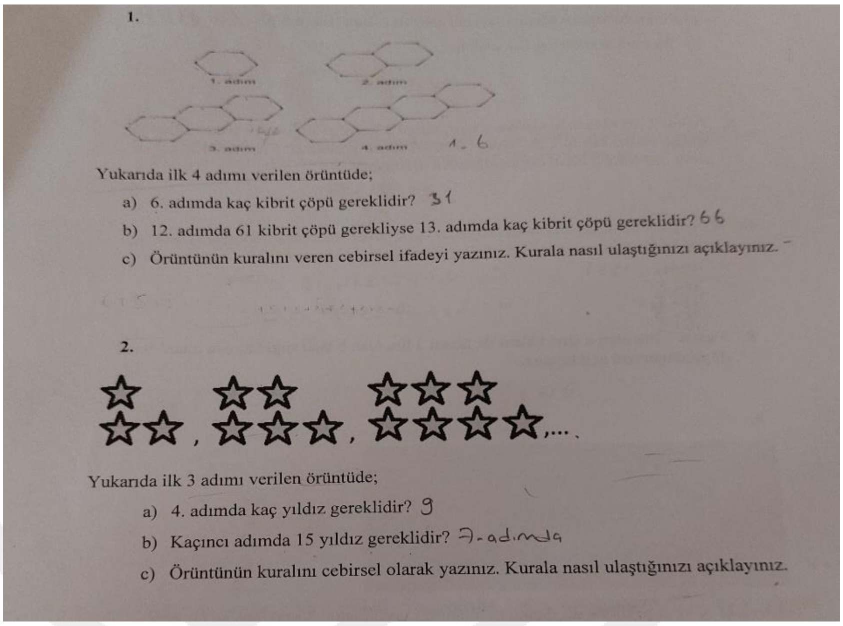
Mine: Öğretmenim ilk sorunun aynısı sadece şekil yerine sayılar doğrudan verilmiş.

Araştırmacı: Burada bazı şeyler yazıp silmişssin onlar neydi?

Mine: Doğru yaptığımdan emin olsam da en son sağlamasını yaptım doğru mu diye.

Mine sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri görmüş ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilmiştir. Ayrıca Mine'nin adım sayısını değişken olarak ifade etmesi, değişken bilinmeyen ayrımını artık yapabildiğini göstermektedir. Ön testlerde ve öğretim deneyi süreci başında bu ayrımın öğrenciler tarafından yapılamadığı görülmüştür. İlişkisel yapı düzeyinde olan diğer öğrenciler Mehmet Tahir ve Burak benzer şekilde cevaplar vermişlerdir.

Çok yönlü yapı seviyesine ilişkin cevaplar incelendiğinde öğrencilerin soruların birden fazla yönüne odaklandıkları ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremedikleri açıkça görülmektedir. Öğrenciler bu seviyedeki sorularda artık örüntünün ortak farkını anlamlandırabilir, ortak farkı kullanarak sorulara doğru cevap verebilirler. Bu seviyede bulunan beş öğrencinin üçü örüntünün kuralına ulaşamazken ikisi kurala ulaşmış ancak kuralı kullanarak a ve b maddelerine cevap verememişlerdir.



Şekil 4.150. Damla'nın 1 ve 2. soruya verdiği cevaplar.

Damla (Şekil 4.150) ve bu seviyede cevap veren diğer öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin ortak farkı fark ettikleri ve buna göre a ve b maddelerine cevap verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin örüntünün kuralına ulaşamadıkları görülmektedir.

Araştırmacı: Damla birinci soruda yaptıklarını anlatabilir misin?

Damla: Hocam her adımdan geçerken 5 kibrit çöpü artmış. Bunu bulduktan sonra a çok kolay hemen hesapladım. b daha da kolay 12. adımda 61 ve her adım 5 arttığı için 66 ediyor. Ama kuralı tam olarak bulamadım maalesef. Yani artış miktarına göre hesaplıyorduk ama ben yapamadım şu an.

Araştırmacı: Peki, ikinci soruyu anlatabilir misin?

Damla: Hocam a aynı mantık üstteki ile b şıkkında ise artış miktarına göre 15 yıldıza denk gelen adım 7. adım. Neyse ki çok yüksek bir sayı vermemiş çok vaktimi alırdı (gülüyor).

Bu seviyedeki öğrencilerden örüntünün kuralına ulaşamayanlar Damla'nın cevapları gibi cevaplar verirken örüntünün kuralına ulaşan Şeyma ve Rana önce a ve b maddelerine Damla'nın söylediği şekilde cevap vermişler en son kuralı yazmışlardır. Araştırmacının *"Kuralı kullanarak a ve b maddelerine cevap veremez miydik?"* sorusuna Rana *"Öğretmenim kurala göre nasıl olacağı konusunda emin değilim benim yaptığım şekilde çok kolay ve garanti oluyor."* şeklinde cevap vermiştir.

Tek yönlü yapı seviyesine ilişkin cevaplar incelendiğinde öğrencilerin sorunun tek bir yönüne odaklanarak cevap verebildikleri örüntünün ortak farkını fark edemedikleri, soruların a ve b maddelerine çizim yaparak veya tek tek sayarak cevap verdikleri ve örüntünün kuralına ulaşamadıkları görülmüştür.

SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinden "Genellemeleri Formüle Etme" becerisinde öğretim deneyi sonrası altı öğrenci iki seviye, beş öğrenci ise bir seviye yükselmiştir.

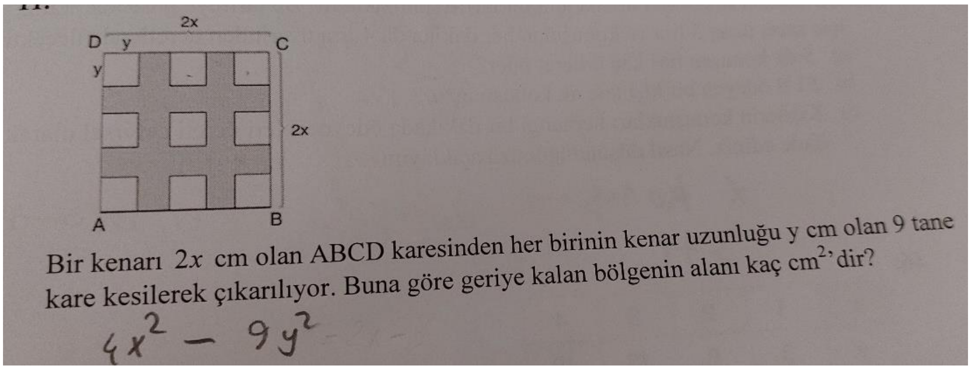
Cebirsel İlişki ve Sembollerin Kullanımı

Ölçme aracının 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ve 12. soruları cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisine yönelik sorulardır. Bu sorularda değişken kavramını anlama ve farklı durumlarda kullanma ve cebirsel ifadelerle işlem yapma becerilerine yönelik sorular bulunmaktadır. Bu sorular aynı zamanda cebirsel dilin doğru kullanımını gerektirmektedir. Ön testlerde Mehmet Tahir (tek yönlü yapı) ve Mine (tek yönlü yapı) hariç diğer öğrencilerin yapı öncesi seviyede kaldıkları görülmüştür. Son testlerde ise sonuç Tablo 4.6'da sunulmuştur.

Tablo 4.6. Öğrencilerin son testler sonucu cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisine yönelik düşünme seviyeleri.

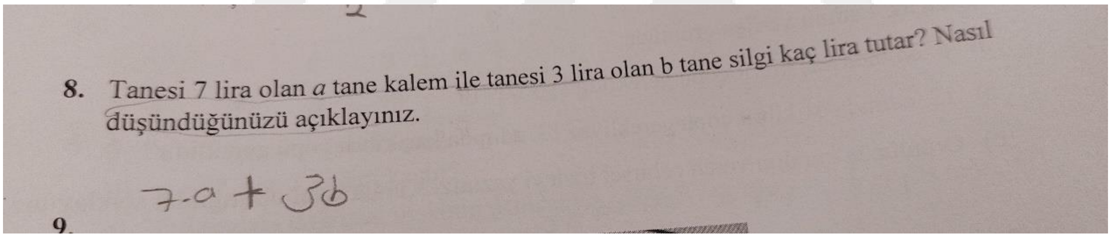
Öğrenci ismi	SOLO seviyesi
Mehmet Tahir	İlişkisel yapı
Mine	İlişkisel yapı
Burak	Çok yönlü yapı
Şeyma	Çok yönlü yapı
Damla	Çok yönlü yapı
Rana	Çok yönlü yapı
Oğuzcan	Tek yönlü yapı
Harun	Tek yönlü yapı
Zeynep	Tek yönlü yapı
Dilek	Tek yönlü yapı
Cansu	Tek yönlü yapı

Ön testlerde bu seviyede dikkat çeken bulgu öğrencilerin tamamının eşitsizlik, özdeşlik ve çarpanlara ayırma konusuna ait sorulara cevap verememeleridir. Konu hakkında bilgi sahibi oldukları ancak hem cebirsel dili doğru kullanamadıkları hem de bazı konuları tam anlamlandıramadıkları görülmüştür. Son testler ile öğrencilerin bu konularda olumlu yönde gelişme kaydettikleri dikkat çekmektedir. Farklı seviyelere ait öğrenci cevaplarından örnekler sunulmuştur.



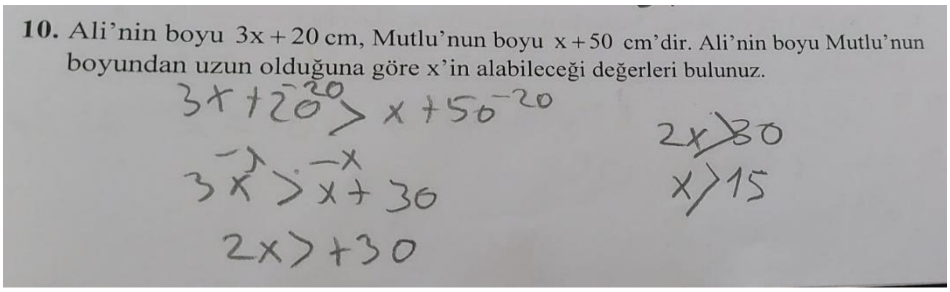
Şekil 4.151. Mehmet Tahir'in 11. soruya verdiği cevap.

Mehmet Tahir'in sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilerek ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirerek cevap verdiği görülmektedir (Şekil 4.151). Klinik görüşmede Mehmet Tahir önce ABCD karesinin sonra da küçük karelerin toplam alanını bularak çıkarma işlemi yaptığını dile getirmiştir. Araştırmacının *"Bulduğumuz ifadeye eş değer başka bir ifade yazılabilir mi?"* sorusuna Mehmet Tahir *"Evet bu bir özdeşlik ve* $(2x-3)(2x+3)$ *olarak yazabilirim."* şeklinde cevap vermiştir. Mehmet Tahir'in cebirsel ifadelerle işlemlerde, özdeşliklerde ve alan konusunda artık yeterli seviyeye ulaştığı görülmüştür.



Şekil 1.152. Mine'nin 8. soruya verdiği cevap.

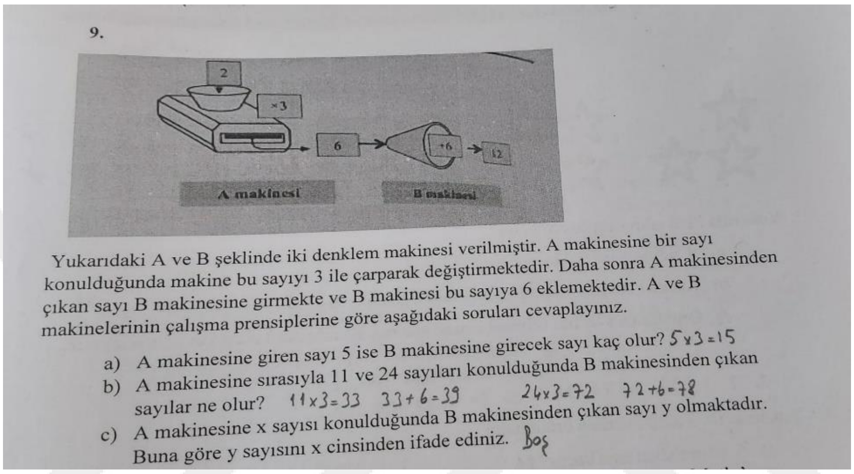
Mine'nin cevabı detaylı incelendiğinde ilişkisel yapı seviyesinde olduğu görülmüştür (Şekil 4.152). Mine cevabını *"a ve b yerine birden çok hatta sonsuz sayıda değer gelebilir. Dolayısıyla toplam fiyat birçok şey olabilir."* şeklinde dile getirmiştir. Ön testlerde bu şekilde olan sorularda öğrencilerin a ve b yerine tek bir sayısal değer vererek sadece bir tane değer aldıklarını belirttikleri dikkat çekmekteydi. Bu kapsamda öğretim deneyi sonrası değişken konusunda öğrencilerde ciddi bir ilerleme olduğu görülmektedir.



Şekil 4.153. Mehmet Tahir'in 10. soruya verdiği cevap.

Mehmet Tahir'in cevabı incelendiğinde (Şekil 4.153) problem durumuna uygun eşitsizliği doğru bir biçimde oluşturduğu ve çözümü doğru bir şekilde yaptığı hem yazdıklarında hem de görüşmelerde görülmüştür. Mehmet Tahir'e x'in alabileceği değerler nelerdir? diye sorulduğunda *"15'ten büyük tüm sayıları alabilir."* şeklinde cevap vermiştir.

Ön testlerde yapı öncesi seviyede olan dört öğrenci son testlerde SOLO taksonomisine göre çok yönlü yapı seviyesine ulaşabilmişlerdir. Bu seviyede öğrenciler ilişkilendirme yapamamakta ancak sorunun birden fazla farklı yönlerini görebilmektedirler.

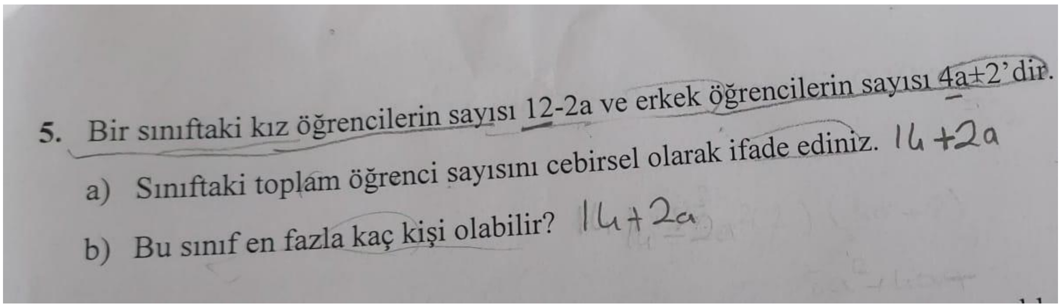


Yukarıdaki A ve B şeklinde iki denklem makinesi verilmiştir. A makinesine bir sayı konulduğunda makine bu sayıyı 3 ile çarparak değiştirmektedir. Daha sonra A makinesinden çıkan sayı B makinesine girmekte ve B makinesi bu sayıya 6 eklemektedir. A ve B makinelerinin çalışma prensiplerine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) A makinesine giren sayı 5 ise B makinesine girecek sayı kaç olur? 5x3=15
b) A makinesine sırasıyla 11 ve 24 sayıları konulduğunda B makinesinden çıkan sayılar ne olur? 11x3=33 33+6=39 24x3=72 72+6=78
c) A makinesine x sayısı konulduğunda B makinesinden çıkan sayı y olmaktadır. Buna göre y sayısını x cinsinden ifade ediniz. Boş

Şekil 4.154. Burak'ın 9. soruya verdiği cevap.

Burak sorunun a ve b seçeneklerine kolayca cevap verebilmiştir (Şekil 4.154). c şıkkına ise *"Boş"* şeklinde cevap yazmış, klinik görüşmelerde araştırmacıya *"a ve b işlemleri kolaydı ama x ve y devreye girince işin içinden çıkamayacağımı düşündüm."* şeklinde cevap vermiştir. Benzer tarz cevaplar bu seviyede diğer öğrencilerde de görülmüştür. Bu durum bu öğrencilerin cebirsel dilin kullanımı ve cebirsel ilişki kurmada zorlandıklarını göstermektedir.


5. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı 12-2a ve erkek öğrencilerin sayısı 4a+2'dir.

a) Sınıftaki toplam öğrenci sayısını cebirsel olarak ifade ediniz. 14+2a
b) Bu sınıf en fazla kaç kişi olabilir? 14+2a

Şekil 4.155. Rana'nın 5. soruya verdiği cevap.

Rana'nın 5.soruya verdiği cevabı (Şekil 4.155) detaylandırmak amacıyla görüşme gerçekleştirilmiştir.

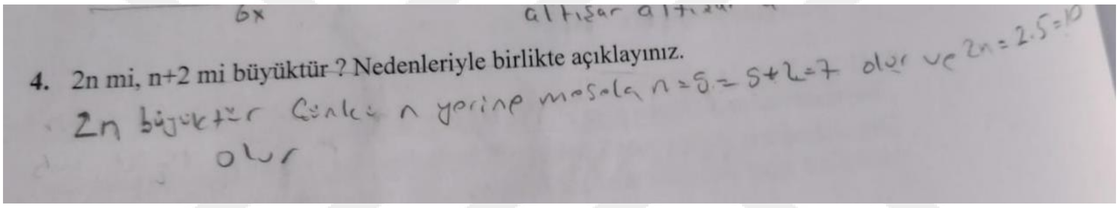
Rana: Hocam a şıkkı cebirsel ifadelerde toplama onu hemen yaptım hem de negatifleri karıştırmadan. b şıkkı da zaten aynısı ama en fazla diyor orada biraz karıştırdım.

Araştırmacı: En fazla kaç olabilir mevcut?

Rana: Hocam a'ya bir sürü değer verilebilir. Mesela 1 versem 16 kişi olur, 2 versem 18 ama böyle sonsuza kadar nasıl gideyim?

Rana'nın cevapları incelendiğinde cebirsel ifadelerde işlemler yapabildiğini ve *"negatifleri karıştırmadan"* şeklinde belirtmesi bu konuda özgüveninin ve işlem becerisinin arttığını göstermektedir. Sınıf mevcudunu bulurken değişkene farklı değerler verebilmesi çok yönlü yapı seviyesine ulaşabildiğini göstermektedir. Ancak kız ve erkek öğrenci sayılarını dikkate alarak a'ya verebileceği değerleri sınırlandıramaması ilişkilendirme yapamadığını göstermektedir.

Ön testlerde yapı öncesi seviyede olan beş öğrenci son testlerde SOLO taksonomisine göre tek yönlü yapı seviyesine ulaşabilmişlerdir. Bu öğrencilerin üçü başarı düzeyi düşük, sınıf seviyesinin altında olan öğrencilerdir.



Şekil 4.156. Zeynep'in 4. soruya verdiği cevap.

Zeynep tek yönlü yapı seviyesinde bir cevap vermiştir (Şekil 4.156). Ön testlerde bu soruya Zeynep n'yi bilmediğimiz için sonucu bilemeyiz şeklinde cevap vererek yapı öncesi seviyede kalmıştır. Tek yönlü yapı seviyesinde kalan diğer öğrenciler de benzer şekilde, sorularda tek bir yöne odaklanarak cevaplar vermişlerdir.

SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinden "Cebirsel İlişki ve Sembollerin Kullanımı" becerisinde öğretim deneyi sonrası altı öğrenci iki seviye, beş öğrenci ise bir seviye yükselmiştir.

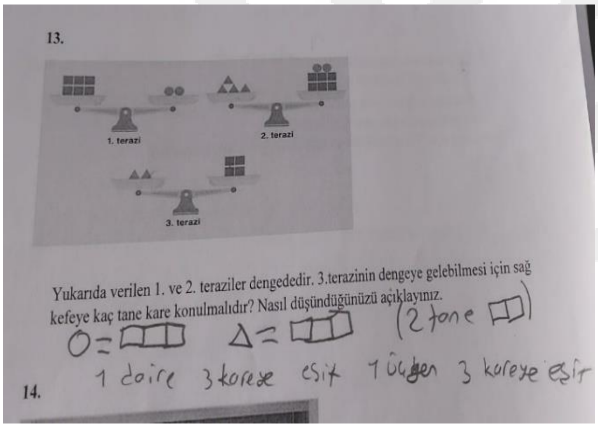
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma

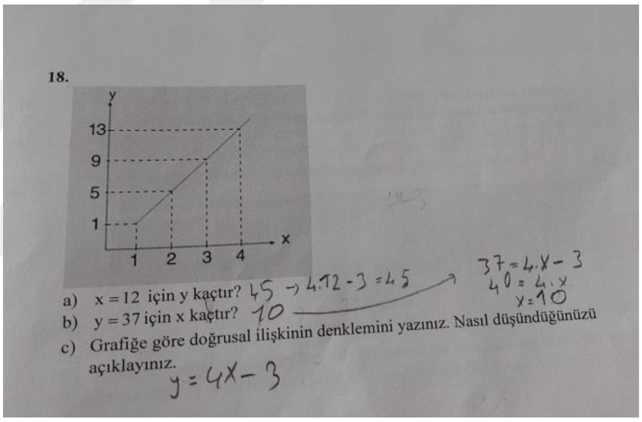
Ölçme aracının 13, 14, 15, 16, 17 ve 18. soruları çoklu gösterimlerden yararlanma becerisini kapsamaktadır. Bu sorularda öğrencilerin tablo, şekil, resim, sözel ifade gibi gösterimlerden yararlanarak cebirsel ilişkileri anlamalarına yönelik sorular bulunmaktadır. Ön testlerde tüm öğrencilerin yapı öncesi seviyede bulundukları tespit edilmiştir. Ayrıca bu bileşene yönelik sorularda yer alan eşitlik, denklem ve doğrusal denklem konularında öğrencilerin ön bilgilerinin oldukça yetersiz olduğu görülmüştür. Bu bileşene yönelik son testler incelendiğinde öğrencilerin tamamının seviyelerinde artış olduğu görülmüştür. Tablo

4.7’de öğrencilerin son testler sonucu çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine yönelik düşünme seviyeleri becerisine yönelik düşünme seviyeleri verilmiştir.

Tablo 4.7. Öğrencilerin çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine yönelik düşünme seviyeleri.

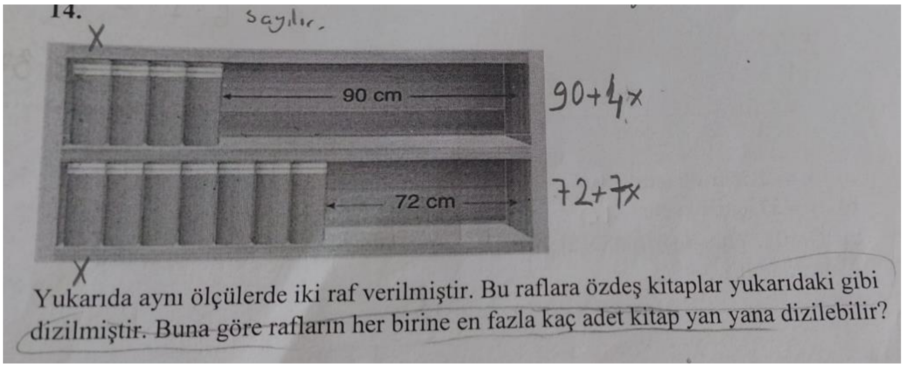
Öğrenci ismi	**SOLO seviyesi**
Mehmet Tahir	İlişkisel yapı
Mine	Çok yönlü yapı
Burak	Çok yönlü yapı
Damla	Çok yönlü yapı
Şeyma	Tek yönlü yapı
Rana	Tek yönlü yapı
Oğuzcan	Tek yönlü yapı
Harun	Tek yönlü yapı
Zeynep	Tek yönlü yapı
Dilek	Tek yönlü yapı
Cansu	Tek yönlü yapı





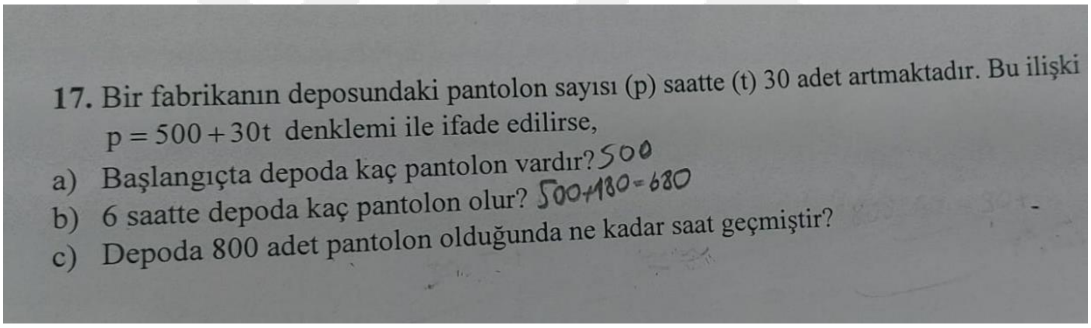
Şekil 4.157. Mehmet Tahir’in 13 ve 18. sorulara verdiği cevaplar.

Mehmet Tahir’in cevapları incelendiğinde (Şekil 4.157) bu bölümdeki sorularda artık ilişkilendirmeyi kolayca yapabildiği ve cebirsel dilin kullanımı noktasında başarılı olduğu görülmektedir. Mehmet Tahir 13. soruda sembollerin birbiri ile ilişkisini doğru bir biçimde ifade ederek sonuca ulaşmıştır. Araştırmacı ile görüşmesinde eşitlik ifadelerini de doğru bir biçimde yazabilmiştir. 18. soruda ise verilen grafiği doğru bir biçimde yorumlayarak doğrusal ilişkinin denklemini oluşturmuş, sorunun diğer seçeneklerine bu denklem ile cevap verebilmiştir.



Şekil 4.158. Damla'nın 14. soruya verdiği cevap.

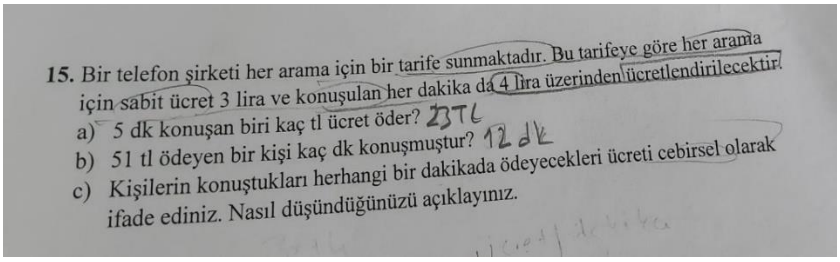
Damla 14. soruda rafların her birinin uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi yazmış (Şekil 4.158) ancak bunları birbiri ile ilişkilendirerek eşit olduğunu belirtemediği için çok yönlü yapı seviyesinde kalmıştır. Klinik görüşmelerde Damla'ya araştırmacı tarafından çeşitli ipuçları verilmiş olsa da Damla ilişkilendirmeyi yapamamıştır. Bu soruda cebirsel dil kullanmadan rafların eşit uzunlukta olduğunu düşünüp kalan boşluklar arasındaki fark ile kitap sayısı arasındaki farkın ilişkilendirmesini de yapamamıştır.



Şekil 4.159. Burak'ın 17. soruya verdiği cevap.

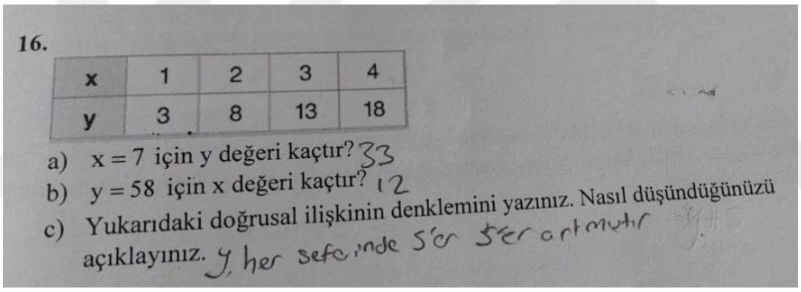
Çok yönlü yapı seviyesinde bulunan Burak'ın 17. soruya ilişkin cevabı incelendiğinde (Şekil 4.159) başlangıçta depoda 500 tane pantolon bulunduğunu ifade etmiştir. 6 saatte depoda kaç pantolon bulunduğunu da aritmetik işlemlerle ifade etmiştir. Klinik görüşmelerde sorunun b maddesine soru kökünde bulunan *"saatte 30 adet artmaktadır."* ifadesinden ulaştığı tespit edilmiştir. Görüşmelerde, verilen ilişkinin denklemini de cebirsel olarak kullanabilmiştir. Sorunun c maddesine ise cevap veremediği görülmüştür. Görüşmelerde bu konuya *"saat konusunda farklı sayılar ile denemeler yaptım ama 800 pantolona denk gelecek sayıyı bulamadım."* şeklinde cevap vermiştir. Genel anlamda Burak'ın verilen ilişkinin denklemini kısmen yorumlayabildiği tespit edilmiştir. Sorunun c seçeneği için farklı sayılar kullanması ile Burak'ın cevabı çok yönlü yapı seviyesinde değerlendirilmiştir.

Tek yönlü yapı seviyesinde bulunan öğrencilerden Şeyma, Rana ve Cansu'nun kâğıtlarından örnekler sunulmuştur.


15. Bir telefon şirketi her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarifeye göre her arama için sabit ücret 3 lira ve konuşulan her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir.
a) 5 dk konuşan biri kaç tl ücret öder? 23TL
b) 51 tl ödeyen bir kişi kaç dk konuşmuştur? 12 dk
c) Kişilerin konuştukları herhangi bir dakikada ödeyecekleri ücreti cebirsel olarak ifade ediniz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Şekil 4.160. Şeyma'nın 15. soruya verdiği cevap.

Şeyma'nın cevabı görüşmelerle birlikte detaylı bir şekilde incelendiğinde tamamen basit aritmetik işlemler kullandığı, cebirsel bir dilin kullanılmadığı görülmüştür (Şekil 4.160). Şeyma "Genellemeleri Formüle etme Becerisi"nde sayı ve şekil ile verilen örüntü sorularında daha iyi cevaplar verebilmesine rağmen bu tarz sözel şekilde verilen sorularda diğer birkaç öğrenci gibi daha çok zorlanmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları durumları içeren sorularda aritmetik olarak daha başarılı işlemler yaptıkları da tespit edilen bulgular arasındadır. Şeyma görüşmelerde "*Öğretmenim zaten evde böyle parasal işleri babam hep bana hesaplattırıyor o yüzden zorlanmadım.*" şeklinde bir cevapta bulunmuştur.

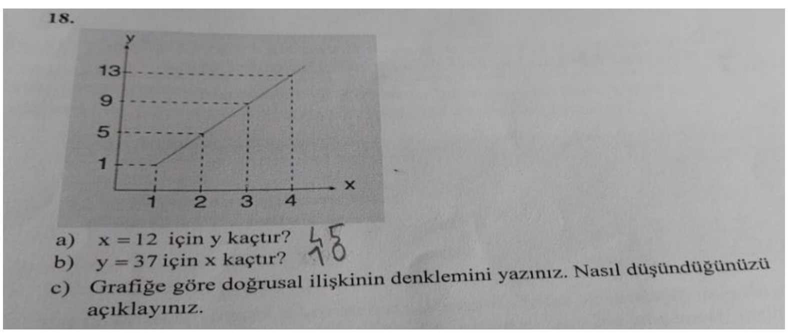

16.

x	1	2	3	4
y	3	8	13	18

a) x = 7 için y değeri kaçtır? 33
b) y = 58 için x değeri kaçtır? 12
c) Yukarıdaki doğrusal ilişkinin denklemini yazınız. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız. y her sefeinde 5'er 5'er artmıştır

Şekil 4.161. Rana'nın 16. soruya verdiği cevap.

Rana'dan cevabını (Şekil 4.161) detaylandırması istendiğinde sorunun a ve b maddelerine *"Birinci ve ikinci soruda x'in hizasına 5 6 7 yazarak ilerlettim tabi onların alt kısmına y'nin hizasına da 5'er artırarak yazınca ilk 2 soruyu buldum. Ama c şıkkında ilişkinin denklemini istiyor onu yapamadım."* şeklinde cevap vermiştir. Bu cevabı ile Rana'nın cebirsel bir dil kullanmadığı aritmetik bir şekilde soruyu cevaplandırdığı ve tek yönlü yapı seviyesinde kaldığı görülmüştür. Şeyma'nın yaşadığı benzer durumun Rana'da da görüldüğü söylenebilir.


18.

a) x = 12 için y kaçtır? 45
b) y = 37 için x kaçtır? 10
c) Grafiğe göre doğrusal ilişkinin denklemini yazınız. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Şekil 4.162. Cansu'nun 18. soruya verdiği cevap.

Cansu ile yapılan görüşmede de Rana ile aynı şekilde düşündüğü x değerlerini üste altlara da bu değerlere karşılık gelen y değerlerini yazarak bulduğu tespit edilmiştir. Soruya basit aritmetik işlemlerle cevap verdiği ve ilişkinin denklemini de yazamadığı için tek yönlü yapı seviyesinde kalmıştır (Şekil 4.162). Ancak Cansu'nun grafiği doğru bir şekilde okuyabilmesinin Cansu için bir başarı olduğu söylenebilir.

SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinden "Çoklu Gösterimlerden Yararlanma" becerisinde öğretim deneyi sonrası bir öğrenci üç seviye, üç öğrenci iki seviye, yedi öğrenci ise bir seviye yükselmiştir.

SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri son testi genel olarak değerlendirildiğinde cebirsel düşünme becerisinin alt becerileri olan genellemeleri formüle etme, cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinin tamamında yapı öncesi düzeyde öğrenci kalmadığı tespit edilmiştir. Başlangıçta yapı öncesi seviyede olan ve başarı düzeyleri oldukça düşük olan Harun, Dilek ve Cansu öğretim deneyi sonunda tüm alt becerilerde tek yönlü yapı seviyesine ulaşmışlardır. Başlangıçta yapı öncesi seviyede olan Damla ise öğretim deneyi sonunda tüm alt becerilerde çok yönlü yapı seviyesine ulaşmıştır. Mehmet Tahir ise tüm alt becerilerde SOLO taksonomisine göre araştırmamızda en üst seviye olan ilişkisel yapı seviyesine ulaşabilmiştir. Tüm öğrencilerin öğretim seansı öncesinde bulundukları seviyeden daha üst seviyelere ulaşmış olmaları araştırmanın önemli sonuçları arasındadır.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma neticesinde ulaşılan sonuçlara ve bu sonuçların alan yazın ile ilişkisine yer verilmiştir. Araştırmanın alan yazına nasıl katkıda bulunduğuna ve önerilere değinilmiştir.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Cebirsel düşünme, matematik için gerekli temel becerileri içeren bir düşünme şeklidir. Bu düşünme şekli, içerisinde, değişkenleri anlama, akıl yürütme, gösterimleri kullanma ve sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi becerileri içerir (Kaf, 2007). Matematik adına bu denli önemli olan cebirsel düşünme erken yaşlardan itibaren geliştirilebilir. Matematik eğitimcileri de cebirsel düşünmeye erken sınıflarda ve erken yaşlarda başlanılması gerektiğini vurgulamaktadırlar (Kieran, 1992). Cebirsel düşünme becerisinin öneminden yola çıkarak, bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. SOLO taksonomisini kullanmak öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını değerlendirmek için iyi bir araçtır (Lian ve Idris, 2006; Pegg ve Tall, 2005). Çünkü SOLO taksonomisi bir cevabın doğru ya da yanlış olmasından ziyade problemin nasıl ele alındığı ile ilgilenir (Tuna, 2011). Bu yönüyle SOLO taksonomisi derinlemesine değerlendirme yapma fırsatı tanımaktadır. Araştırmada öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin yanı sıra SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini de geliştirmek amaçlanmıştır. Öğretim deneyi yöntemi ile yürütülen araştırmada öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin zamanla değişim süreci ve bu sürece etki eden faktörler incelenmiştir.

Araştırmaya katılan öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin kazanılmasına ilişkin geçmişte dersler almış olmalarına rağmen uygulama öncesinde, tamamının düzey 0’da olduğu görülmüştür. Hem yazılı değerlendirme aracı hem de klinik görüşme sonuçları incelendiğinde; öğrencilerin harflere değer vermeden işlemleri sonuçlandıramadıkları, harflerin mutlaka sayısal bir değeri olduğu, sadece bir sayıyı temsil ettiği düşüncesinde oldukları görülmüştür. Benzer olarak Erdem ve Sarpkaya Aktaş’ın (2018) yedinci sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada, öğrencilerin yoğunlukla sahip oldukları kavram yanılgıları, cebirdeki harflerin değişik kullanımlarını anlayamamaları, harflerin sadece rakamlardan oluşacağını düşünmeleri, her harfin sadece bir değere sahip olduğuna inanmaları şeklinde belirlenmiştir. Ayrıca literatürde de sıklıkla karşılaşılan (Akkaya, 2006; English ve Halford, 1995; Perso, 1992; Wagner, 1983) öğrencilerin 5x ya da 3b gibi ifadeleri iki basamaklıymış gibi düşündükleri bu araştırmada da görülmüştür. Öğrenci cevaplarında diğer dikkat çeken bulgular, öğrencilerin harfleri yok sayma veya harflere rastgele değer verme eğiliminde olmalarıdır. Ayrıca öğrencilerin değişkenleri bir bilinmeyen olarak algılayamadıkları, değişkenlerle işlemler arasında bağ kuramadıkları, cebirsel ifadelerde işlemlerde sabit terimi ihmal ettikleri ve değişkenleri yanlış yorumladıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin kullandıkları sembollerin anlamını bilmemeleri cebirde başarsızlığın nedeni olabilmektedir (Van de Walle vd., 2012). Ayrıca değişken kavramının farklı anlamlarının olması da öğrencilerin değişken konusunda yaşadıkları zorlukların önemli bir nedenidir (Kunuth vd., 2005). SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri testinin ön değerlendirme sonuçlarına göre öğrencilerin çoğunluğunun tüm düzeylerde yapı öncesi seviyede oldukları tespit edilmiştir. SOLO taksonomisine göre "Genellemeleri Formüle Etme" becerisinde bir öğrenci hariç diğer öğrencilerin yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeyinde oldukları tespit edilmiştir. İlişkisel yapı seviyesine ulaşabilen öğrenci olmamıştır. Bu beceriye ait sorularda örüntünün kuralını bulma, belirli bir adımdaki terim sayısını bulma ve bir terimin kaçıncı adıma denk geldiğini bulmaya yönelik sorular yer almaktadır. Çok yönlü yapı seviyesinde öğrenci cevaplarında öğrencilerin örüntülerde ortak farkı fark edebildikleri ancak örüntünün kuralını oluşturamadıkları ve kural oluşturma ile ilgili yanlış bilgiye sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin, örüntülerin adım sayısının değiştiğinin farkında olmalarına rağmen adım sayısını bilinmeyen olarak ifade ettikleri ve bu kapsamda değişkenin anlamlarını tam olarak kavrayamadıkları görülmüştür. SOLO taksonomisine göre "Cebirsel İlişki ve Sembollerin Kullanımı" becerisinde iki öğrenci hariç diğer öğrenciler yapı öncesi seviyede kalmışlardır. Bu durum öğrencilerin işlemsel bir bakış açısına sahip oldukları, işlem ve algoritmalara odaklanarak cebirsel ilişki ve sembollerin anlamlarını dikkate almadıklarını, değişken, eşitlik, eşitsizlik gibi kavramları anlamlandıramadıklarını göstermektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin sembolleri anlamaları, cebirsel olarak işlem yapmaları ya da değişkenlerin alabileceği farklı değerlere göre sonuçlar oluşturacağını yorumlamaları gereken sorularda çok yönlü düşünemedikleri ve ilişkilendirme yapamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin bu seviyede eşitsizlik, özdeşlik ve çarpanlara ayırma konusunda sorulara cevap veremedikleri dikkat çekmiştir. Son olarak SOLO taksonomisine göre "Çoklu Gösterimlerden Yararlanma" becerisinde tüm öğrencilerin yapı öncesi seviyede bulundukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin eşitlik, denklem ve doğrusal denklem konularında oldukça yetersiz oldukları görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak ilgisiz cevaplar verdikleri, değişken ve eşitlik kavramlarını anlamlandıramadıkları, denklem konusunda yetersiz bilgi sahibi oldukları, doğrusal denklemleri bilmedikleri, farklı gösterimler arası geçiş yapamadıkları, doğru cevap verdikleri sorularda bile cebirsel bir dil kullanımı olmadan basit aritmetik işlemlerle sonuca ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin genel olarak grafik, sembolik ya da tablo gösteriminden yola çıkarak ifade ettikleri özellikleri, cebirsel olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Bu sonuç Even'in (1998) öğretmen adayları ile yaptığı çalışma sonucu ile uyumludur.

Öğrencilerle yapılan ön değerlendirmelerin analizi öğretim seanslarının tasarlanmasına rehberlik etmiştir. Birinci öğretim seansı "Cebirsel İfadeler" alt öğrenme alanına yönelik gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin değişken ve cebirsel ifade kavramları noktasında eksik oldukları göz önüne alınarak değişken ve cebirsel ifade kavramları, değişkenin farklı anlamları ve farklı değişkenler üzerinde durulmuştur. Cebir konuları değişken kavramı ile başlar (Kieran, 2018) ve bu kavram cebir konularının anlaşılmasında temel bir kavramdır (Ünlü, 2023). Alan yazında değişkenin öğretiminde farklı anlamlarının dikkate alınarak öğretilmesi önerilmektedir. Çünkü öğrencilerin değişkenin farklı kullanımlarını bilmemeleri, yorumlayamamaları ve bu kavramla ilgili işlem yetersizlikleri değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılamamasına neden olmaktadır (Dede ve Argün, 2003). Van de Walle ve diğerleri (2012) değişkenin bilinmeyen değer ve değişen nicelik anlamına değinmişlerdir. Öğretim seanslarında da bu iki anlam kullanılmıştır. Öğrencilerin genel olarak yanıldığı durumlardan olan cebirsel ifadeden sonra eşittir işareti konulması gerekmediği ve değişkeni temsil eden sembollerin her zaman bir sayıyı temsil etmesi gerekmediği öğrenciler tarafından kavranmıştır. Cebirsel düşünmenin sıralı yapısı göz önüne alınarak her öğretim seansı bir sonrakilere adım oluşturmuştur. Örneğin birinci öğretim seansında değişkenin tam olarak kavranması örüntüye, eşitliğe, denkleme ve daha birçok kavrama temel oluşturmuştur. Birinci öğretim seansının önemli bir bölümü örüntü kavramına yönelik gerçekleştirilen öğretim planlarıdır. Çünkü cebirsel düşünmenin temelinde örüntü arama ve genelleme vardır. Bu kapsamda cebirsel düşünme örüntülerin keşfedilmesi ile başlar (Takır ve Özerem, 2020). Örüntüler, sembolleri yorumlamak için bir araç olup, sayılar ve şekiller ile ilgili genel ifadeleri oluşturmayı ve tanımayı sağlarlar. Bu sebeple örüntüler cebir için bir köşe taşı durumundadır (Threlfall, 1999). Ancak öğrencilerin örüntü genellemesi noktasında ciddi anlamda eksikleri olduğu, örüntünün yakın adımına ilişkin soruları cevaplayabildikleri ancak uzak adım için genelleme yapamadıkları, örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeyi bulma noktasında oldukça büyük yanılgılara sahip oldukları ön değerlendirmelerde görülmüştür.

Benzer olarak Yakut Çakır ve Akyüz'ün (2015) araştırmasında da lise öğrencilerinin örüntülerin yakın terimlerini, uzak terimlere göre bulmada daha başarılı oldukları ve örüntüye ilişkin diğer terimleri, terimler arası sabit farka odaklanarak ya da terimleri art arda yazarak diğer terimleri elde etmeye çalıştıkları görülmüştür. Araştırmalar öğrencilerin bir örüntü ile karşılaştıklarında yinelemeli bir yaklaşım kullanmaya eğilimleri olduğunu göstermektedir. Bu yaklaşımı kullanan öğrenciler örüntüyü tanımlayabilir ve devam ettirirken bu örüntünün altında yatan matematiksel fonksiyonu anlamakta zorlanmaktadır (Orton ve Orton, 1999; Threlfall, 1999, Warren, 2005). Benzer şekilde bu araştırmada da ön testlerde öğrencilerin örüntüyü hiçbir ilişki kurmadan sayısal ya da görsel anlamda tekrar ettirerek devam ettirdikleri görülmüştür. Böyle bir örüntü bilgisinde öğrencilerin ilişkisel olarak düşünmeleri mümkün değildir. Aynı zamanda öğrencilerin örüntünün uzak adımı için genelleme yapamamaları pek çok araştırmada karşımıza çıkmaktadır (Becker ve Rivera, 2005; Rivera, 2007; Stacey, 1989; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011). Bunun sebebi olarak ise öğrencilerin örüntülerde şekillerin yapılarını dikkate almadan ve modellerden hiç yararlanmadan örüntülerin sayısal yönüne odaklanma eğiliminde olmaları gösterilmiştir (Becker ve Rivera 2005; Kutluk, 2011; Ndlovu, 2011; Noss, Healy ve Hoyles 1997; Orton, Orton ve Rooper, 2005; Rivera ve Becker, 2007; Stacey, 1989). Dolayısıyla, öğrencilerin özellikle görsel olarak verilen örüntü sorularında şekillerin yapılarını dikkate almaları tavsiye edilmektedir (Becker ve Rivera, 2006; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011). Bu kapsamda, öğretim seanslarında görsel olarak verilen örüntü sorularında öğrencilerin örüntüleri detaylı incelemelerine ve yapılarını dikkate almalarına odaklanılmıştır. Öğretim boyunca çok çeşitli örüntü örnekleri incelenmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin örüntü genellemesi noktasında yaşadıkları sıkıntılarla öğrenciler ve öğretmen adayları ile yürütülen çalışmalarda da karşılaşılmıştır (Bağdat, 2013; Çelik, 2007, Lannin, 2005; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011; Yeşildere ve Akkoç, 2011). Ayrıca öğrencilerin, herhangi bir elemanı verilen örüntünün kaçıncı adıma denk geldiğini bulma konusunda ciddi sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Benzer durum ile Kocamaz ve İkikardeş (2021)'in araştırmasında da karşılaşılmıştır. Bunun sebebinin ise öğrencilerin denklem çözme konusunda yaşadıkları eksiklik olduğu söylenebilir. Bu kapsamda, cebirsel düşünmenin alt becerilerinden olan genellemeleri formüle etme becerisi cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı becerisiyle yakından ilişkilidir. Dolayısıyla, bir beceride yaşanılan eksiklik diğerini önemli ölçüde etkilemektedir. Bu kapsamda, öğretim seansı boyunca farklı örüntü örnekleri, yakın adım, uzak adım, genel terim, örüntünün kuralı gibi temel bilgilerin çeşitli etkinlikler, somut materyaller ve sanal manipülatifler kullanılarak öğretimi gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Ayrıca her öğretim seansında olduğu gibi öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik sorular yer almıştır. Bu sorular öğrencilerin çok yönlü düşünebilmelerini ve ilişkilendirme yapabilmelerini geliştirmek için kullanılan sorulardır. Birinci öğretim bölümünün sonunda sınıfın başarı düzeyi en düşük olan 3 öğrenci dâhil tamamının değişken kavramını anlamlandırdığı basit cebirsel ifadelerle işlemler yapabildikleri ve örüntüler noktasında başarılı oldukları görülmüştür.

İkinci öğretim seansı "Eşitlik ve Denklem" alt öğrenme alanına yönelik gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin "eşittir" işaretinin anlamını tam olarak bilmedikleri, her eşittir işaretinden sonra bir sayı sonucu yazmaları gerektiğini düşündükleri, denklem kavramı ile ilgili oldukça eksik bilgileri olduğu, denklem çözümü noktasında matematiksel dili doğru kullanamadıkları ve bu kapsamda denklem çözemedikleri ön değerlendirmelerde tespit edilmiştir. Benzer şekilde literatürde öğrencilerin "eşit işaretini" ilişkisel bir sembol olarak değil, işlemsel bir sembol olarak gördüklerine ve eşit işaretinin bir işlemin sonucunu verdiğini düşündüklerine ilişkin pek çok araştırma bulunmaktadır (Baroudi, 2006; Behr, Erlwanger ve Nichols, 1975; Carpenter vd., 2005; Ünlü, 2023; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Öğretim seansında eşitliğin öğretiminde ilişkisel anlama vurgu yapılarak öğretim gerçekleştirilmiştir. Ön değerlendirmelerde öğrencilerin denklem çözümü noktasında eksik oldukları tespit edilmiştir. Alan yazında da denklem kurma ve çözme konusunda zorluklar karşımıza çıkmaktadır (Ertekin, 2002; Özarslan, 2010; Van Amerom, 2003; Yenilmez ve Avcu, 2009). Özellikle öğrencilerin denklem çözümlerinde matematiksel dili doğru kullanamadıkları, bunun sebebinin de eşitliğin sadece sonuca yönlendirdiğini düşündüklerinden dolayı olduğu görülmüştür. Denklem kavramının öğretiminde eşitliğin her iki tarafının niceliksel olarak aynı olduğu ve çift yönlü bir eşitliği belirttiğinin vurgulandığı öğretim durumları önemlidir (Yıldız ve Atay, 2019). Çünkü öğrencilerin eşittir işaretini doğru yorumlamaları denklem çözme performansları ile orantılıdır (Ünlü, 2023). Bu kapsamda ikinci öğretim seansının ilk haftasında eşitliğe yönelik ders planlarında eşitliğin ilişkisel anlamına odaklanılması ile öğrencilerin ilişkisel düşünmeye başladıkları görülmüş ve denklem kazanımına yönelik öğretim planının uygulanması beklenenden daha olumlu gerçekleşmiştir. Aynı zamanda denklem çözümü öğretiminde kuralların kavramsal anlayışları ile birlikte verilmemesi de öğrenciyi ezberlemeye yöneltmektedir (Çavuş Erdem, 2013). Öğrencilerin denklem kurma konusunda da sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Özellikle birden fazla bilinmeyenin olduğu problemlerde bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi anlamadan denklem kurmaya çalıştıkları ve doğal olarak çözümü yapamadıkları görülmüştür. Öğrenciler farklı bilinmeyenleri tek bir bilinmeyen cinsinden gösterememektedirler. Bu durum aynı zamanda SOLO taksonomisine göre ilişkisel düşünmeyi de etkilemektedir. Bu araştırmada öğrencilerin denklem konusunda yaşadıkları zorluklar Cengiz'in (2019) araştırmasında da görülmüştür. Denklem konusunda somut materyal ve sanal manipülatif kullanımına özen gösterilmiştir. Ayrıca, bilinmeyenin eşitliğin sağ tarafında olduğu denklemlere de yer verilmiş, negatif değer içeren denklemler üzerinde durulmuş ve öğrencilerin denklem ile ilgili zihinlerine yerleşen ezber bilgilerin mantığının kavranması ile anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi sağlanmaya çalışılmıştır. İkinci öğretim seansı ile birlikte değişken, bilinmeyen, eşitlik, örüntü gibi temel kavramların oluşmasıyla birlikte öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişimi güçlü bir şekilde hissedilmeye başlanmıştır. Çünkü cebir konuları genel olarak sembollerin kullanılması üzerine olduğundan öğretimde kavramsal öğrenmenin gerçekleştirilmesi ve her bir kavramın öğrenciler için anlamlı hale gelmesi önemlidir (Oktaç, 2010). Buna paralel olarak Sarı (2012), kavramsal anlamanın desteklenmesi, işlemsel bilginin anlaşılması ve kullanılması ile başarının artırılabileceğini belirtmektedir. Öğretim bölümünün sonunda tüm öğrencilerin eşitlik konusunda ilişkisel düşünebildikleri ve büyük çoğunluğunun denklem çözümü noktasında anlamlı öğrenme gerçekleştirdikleri söylenebilir.

Üçüncü öğretim seansı "Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler" alt öğrenme alanına ilişkin gerçekleştirilmiştir. Bu öğretim seansının önemli bir bölümünü özdeşlikler oluşturmaktadır. Çünkü özdeşlikler, sayılarla yapılan işlemlerin değişkenler aracılığıyla genelleştirilmesini içerdiğinden aritmetikten cebire geçiş için oldukça önemlidir (Şen ve Güler, 2022). Ön değerlendirmelerde öğrencilerin temel özdeşlikleri bilmedikleri, bu konu ile ilgili sorularda yapı öncesi düzeyde kaldıkları, özdeşlikleri bilmedikleri için çarpanlara ayırmayı da yapamadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin denklem ve özdeşlik farkını ve ilişkisini kavramaları üzerinde durulmuştur. Altaylı Özgül (2023) özdeşlik konusundaki kavram yanılgılarının olası nedenleri arasında denklem ve özdeşlik arasındaki benzerlik ve farklılıkların öğrenciler tarafından anlaşılmaması olduğunu belirtmiştir. Baki ve Kartal (2004) matematiksel kavramların öğretiminde öğrencilerin kavramların ilişkilerini incelemesinin, matematiği öğrenmelerini daha etkili ve kalıcı hale getireceğini belirtmektedirler. Her öğretim seansında olduğu gibi öğrencilerin aritmetik ve geometrideki eksiklikleri de giderilmeye çalışılmıştır. Bunun yanı sıra bu öğretim bölümünde özellikle alan kavramı da önem kazanmıştır. Öğrencilerin dikdörtgen ve karenin alanı bilgisini öğrenmeleri özdeşlikler için temel noktayı oluşturmaktadır. Geometrik gösterimler; özdeşliklerin öğretiminde daha anlamlı öğrenmeler sağlamaktadır (Altaylı Özgül, 2023). Dündar (2012) özdeşliklerin modellenmesinde, öğrencilerin geometrik şekiller üzerinde cebir ile geometri bilgileri arasında ilişkilendirme yapmada zorluklar yaşadığını belirtmiştir. Yenilmez ve Şan (2008) ise öğrencilerin özdeşliklerin geometrik yorumlarını tanıma düzeylerinin düşük olduğunu belirtmektedir. Bu kapsamda öğretim seansında geometrik şekillerin kenar uzunlukları ve alan arasındaki ilişkiye, cebir ile geometri ilişkisine hem etkili öğrenme için hem de ilişkisel düşünme becerisinin gelişimi için özen gösterilmiştir. Bu öğretim seansında somut materyal, interaktif etkinlikler ve sanal manipülatiflerin kullanımı daha fazla gerçekleşmiştir. Cebir karolarının öğrencilerin temel özdeşlikleri anlamlandırmasında oldukça etkili olduğu söylenebilir. Benzer biçimde Çaylan (2018), cebir karoları kullanılarak gerçekleştirilen etkinliklerde öğrencilerin konuyu daha etkili bir şekilde öğrendiklerini ve cebirsel düşünmenin gelişimi üzerinde olumlu bir etkisinin olduğunu ve dersleri daha eğlenceli hale getirdiğini belirtmektedir. Akın ve Pesen (2010) ile Ünlüer (2019) özdeşlik konusunun öğretiminde somut materyallerin kullanılmasının öğrencilerin aktif bir öğrenme gerçekleştirmelerini sağladığını, kavramsal öğrenmeye katkı sağlayacağını ve bilgilerinin daha kalıcı olmasında etkili olduğunu belirtmişlerdir. EBA da bu öğretim seansında yoğun olarak kullanılmakla birlikte literatürde ve EBA üzerinde verilmiş olan iki terimin farkının karesi ve iki kare farkının öğretimi için önerilen modelde öğrencilerin zorlandığı tespit edilmiş ve bu özdeşlik için somut materyaller ile öğretim gerçekleştirilmiştir. Özdeşliklerde anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirebilen öğrencilerde çarpanlara ayırma konusunda sıkıntı yaşanmadığı görülmüştür. Ancak öğrencilerin aritmetik anlamda olan bazı sıkıntıları (işlem önceliği, üslü sayılar, tam sayılarla dört işlem vb.) çarpanlara ayırma ile ilgili soruların çözümünde yanlışlıklar yapmalarına neden olmuştur. Her öğretim seansında olduğu gibi öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik sorular yer almıştır. Öğretim seansları ilerledikçe SOLO taksonomisine göre ilişkisel düşünme becerisini geliştirmeye yönelik sorular da artırılmıştır. SOLO taksonomisine göre üst düzey düşünme seviyelerinde yer alan soruların somut bir şekilde modellenmesinin öğrencilerin düşünme seviyelerini geliştirme açısından etkili olduğu söylenebilir. Üçüncü öğretim bölümünün sonunda sınıfın büyük çoğunluğunun iki cebirsel ifadenin çarpımını gerçekleştirebildikleri, temel özdeşlikleri öğrendikleri, bu kapsamda verilen ifadeleri çarpanlara ayırabildikleri ve cebir karolarını etkili bir şekilde kullanabildikleri tespit edilmiştir.

Dördüncü öğretim seansı "Doğrusal Denklemler" alt öğrenme alanına ilişkin gerçekleştirilmiştir. Ön değerlendirmelerde öğrencilerin doğrusal denklemin ne olduğunu tam olarak kavrayamadıkları, doğrusal ilişkilerin denklemini yazamadıkları, verilen doğrusal ilişki grafiklerini çizemedikleri ve yorumlayamadıkları, denklemi verilen bir doğrusal ilişkiyi yorumlayamadıkları, bağımlı değişken, bağımsız değişken ve doğrusal ilişki kavramlarını tam olarak anlamlandıramadıkları tespit edilmiştir. Benzer sorunlar literatürde de karşımıza çıkmaktadır (Adıyaman, 2009; Erbaş vd., 2009; Gürbüz ve Şahin, 2015; Tekay ve Doğan, 2015). Öğretim seansı boyunca bağımlı ve bağımsız değişken kavramları üzerinde durulmuştur. Bağımlı ve bağımsız değişkenin, doğrusal denklemler konusu için kritik öneme sahip olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler denklem kurarken bağımlı ve bağımsız değişkene bağlı olarak hareket etmektedirler. Aynı zamanda bu bilgiler lise matematik müfredatında yer alan fonksiyon, türev gibi konular için de önemlidir. Öğretim seansı boyunca bağımlı ve bağımsız değişken kavramları sürekli sorgulatılarak öğrencilerin x ve y dedikleri değişkenlerin neye ait olduğunu anlayarak ezber bilgi olmasının önüne geçilmiştir. Ayrıca doğrusal ilişkili ve doğrusal ilişkili olmayan durumlar üzerinde durulmuştur. Burada özellikle doğrusal ilişkili durumların verilmesi kadar doğrusal ilişkili olmayan durumların sunulması da gerekmektedir. Öğrencilerin doğrusal ilişkili olmayan durumları anlaması da oldukça önemlidir. Aynı zamanda tablo, denklem ve grafikleri üzerinde durulmuş aralarındaki ilişkiler incelenmiştir. Tablo, denklem ve grafikler arasındaki ilişkileri anlama ve bunlar arasında geçiş yapabilmesi öğrencilerin matematik öğrenme ve problem çözme süreçlerinde oldukça önemlidir (Molina vd., 2017; NCTM, 2000). Doğrusal denklemler konusunda özellikle dinamik matematik yazılımlarının ve EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin pozitif etkisinin oldukça fazla olduğu görülmüştür. Benzer olarak çeşitli araştırmalarda doğru denklemi konusunun öğretiminde bilgisayar destekli programların kullanılmasının etkili olduğu (Chiu vd., 2001; Kutluca ve Birgin, 2007; Moschkovich, 1999) belirtilmektedir. Öğretim bölümünün sonunda sınıfın çoğunluğunun doğrusal denklemler ile ilgili temel kavramları öğrendikleri, doğrusal ilişkili durumları ayırt edebildikleri, verilen bir ilişkinin denklemini kurabildikleri, verilen bir grafiğe ya da denkleme göre ilişki hakkında yorum yapabildikleri görülmüştür.

Beşinci ve son öğretim seansı “Eşitsizlikler” alt öğrenme alanına yönelik gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin eşitsizlik konusunda tam bilgileri olmadığı, özellikle sorularda verilen eşitsizlik durumlarını oluşturamadıkları, eşitsizliğin yönü konusunda bilgi eksikliklerinin olduğu, sayı doğrusunda eşitsizlikleri yanlış gösterdikleri ve eşitsizliğin hangi durumlarda ve neden yön değiştirdiği ile ilgili bilgi sahibi olmadıkları tespit edilmiştir. Eşitsizlik konusunda yer alan sembollerin farkında olmalarına rağmen; kavramsal olarak ne anlama geldiğini bilmedikleri ve yorumlayamadıkları tespit edilmiştir. Eşitsizlik sembollerinin öğrenciler tarafından anlamlandırılmasında zorluk yaşadıklarını Warren (2006) de belirtmektedir. Bu zorluğun nedeni olarak, öğrencilerin sürekli denklik kurmaya alıştıkları için farklı bir durum karşısında zihinsel karmaşa yaşamaları gösterilebilir (Altaylı Özgül, 2023). Araştırmada karşılaşılan güçlüklerin tamamına Çoban ve Yenilmez'in (2020) çalışmasında da ulaşılmıştır. Konyalıoğlu (2011), eşitsizliklerde yaşanan zorlukların, öğrencilerin daha önceki deneyimlerinden kalan aşırı genellemeler ile ezberden kaynaklandığını belirtmektedir. Benzer şekilde Altun (2014) da eşitsizliklerin öğrenilebilmesi için eşitlik ve denklem kavramlarının anlamlı bir şekilde öğrenilmiş olması gerektiğini belirtmektedir. Bu kapsamda ilk olarak eşitlik ile başlanmış sonrasında terazinin dengede olmama durumu ile eşitsizlik kavramına ulaşılmıştır. Bu şekilde başlanarak eşitsizlik ile eşitlik arasındaki ilişkinin tam olarak kavranması amaçlanmıştır. Öğrencilerin en az, en fazla kavramlarını içeren eşitsizliklerde zorlandıkları ancak bu zorlukların birçok örnek çözümü ve sayısal örnekler verilerek giderilebildiği, eşitsizliğe uygun sözel ifade yazma konusunda eşitsizliğin yönüne dikkat edilmesi gerektiği, tek tip eşitsizlikler yerine hem büyüktür hem küçüktür içeren eşitsizliklerin bir arada verilmesinin yararlı olduğu öğretim bölümü boyunca tespit edilen sonuçlardır. Ayrıca bilinmeyenin sadece eşitsizliğin sol tarafında olmadığı sağ tarafında da olduğu örneklere yer verilmelidir. Öğrencilerin konu ile ilgili yaptıkları hatalar ve yanılgıların nedeni eşitsizliklerin doğru yorumlanması ile ilgili eksikliklerdir (Siagian vd., 2022). Aynı zamanda aritmetik ve cebir anlamında eksik ve hatalı ön bilgiler de bu durumun sebebidir. Bu öğretim seansında EBA üzerindeki interaktif etkinliklerin etkisinin fazla olduğu söylenebilir. Özellikle eşitsizlikleri sayı doğrusunda interaktif bir şekilde göstermenin faydası göz ardı edilemez. Benzer şekilde eşitsizlik konusunun öğretiminde teknolojinin olumlu etkisi farklı araştırma sonuçlarında da görülmektedir (Abramovich ve Ehrlich, 2007; Dankal, 2017). Öğretim bölümünün sonunda sınıfın büyük çoğunluğunun eşitsizlik sembollerini kullanabildikleri, eşitsizliğin hangi durumda yön değiştirdiğini bildikleri, eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterebildikleri, sözel olarak verilen bir duruma uygun eşitsizlik yazabildikleri ya da tam tersini yapabildikleri, eşitsizlik çözümlerini gerçekleştirebildikleri görülmüştür.

Araştırmanın en temel sonuçlarından biri cebirsel düşünmenin geliştirebilir bir beceri olduğudur. Planlı bir şekilde hazırlanan öğretimler ile destekleyici, yönlendirici ve sorgulayıcı bir sınıf ortamında cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik bir öğrenme süreci sağlanmıştır. Aynı zamanda, SOLO taksonomisine göre çok yönlü düşünme ve ilişkisel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik soruların çözümlerinin de katkısı büyüktür. Öğretim seansları ilerledikçe öğrencilerin gelişimleri bariz bir şekilde fark edilmiştir. Öğretim deneyi öncesi katılımcıların tamamı düzey 0'da olmasına rağmen öğretim deneyi sonrası düzey 0'da öğrenci kalmamıştır. Cebirsel düşünme son testi genel olarak değerlendirildiğinde başlangıçta değişken kavramı ile ilgili oldukça sınırlı ve yanlış bilgilere sahip öğrencilerin öğretim süreci sonrasında tamamının düzey 1'e ulaşarak değişken kavramını anlamlandırabildikleri, değişkenin anlamlarının farkında oldukları, değişkeni temsil eden sembollerin her zaman bir sayıyı temsil etmesi gerektiği ve bunun her zaman aynı sayıyı ve tek bir sayıyı temsil ettiği düşüncelerinin tamamen ortadan kalktığı, cebirsel ifadelerde işlemler yapabildikleri görülmüştür. Ayrıca düzey 2, düzey 3 ve düzey 4'e ulaşan öğrenciler olmuştur. SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyeleri son testi genel olarak değerlendirildiğinde ise cebirsel düşünme becerisinin alt becerileri olan genellemeleri formüle etme, cebirsel ilişki ve sembollerin kullanımı ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinin tamamında yapı öncesi düzeyde öğrenci kalmadığı tespit edilmiştir. Başlangıçta yapı öncesi seviyede olan ve başarı düzeyleri oldukça düşük olan öğrenciler de öğretim deneyi sonunda tüm alt becerilerde tek yönlü yapı seviyesine ulaşmışlardır. Başlangıçta yapı öncesi seviyede olan bir öğrenci ise öğretim deneyi sonunda tüm alt becerilerde çok yönlü yapı seviyesine ulaşmıştır. Bir öğrenci ise tüm alt becerilerde SOLO taksonomisine göre araştırmanın en üst seviyesi olan ilişkisel yapı seviyesine ulaşabilmiştir. SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerisinin alt becerilerinde öğrencilerin ortalama seviyeleri arasında genel bir tutarlılık gözlemlenmiştir. Bazı öğrencilerin ortalama seviyeleri tüm alt becerilerde aynı iken kalan öğrenciler farklı alt becerilerde ya bir seviye üstte ya da bir seviye aşağıdadır. Benzer sonuçlara Çelik'in (2007) öğretmen adayları ile yürüttüğü çalışmasında da rastlanmaktadır. Dolayısıyla cebirsel düşünmenin alt becerilerinin birbiri ile yakından ilişkili olduğu söylenebilir. Tüm öğrencilerin öğretim seansı öncesinde bulundukları seviyeden daha üst seviyelere ulaşmış olmaları araştırmanın en önemli sonucudur.

Araştırmanın temel sonuçlarından bir tanesi de cebirsel düşünmenin matematiğin farklı dallarından etkilendiğidir. Öğrencilerin aritmetik ve geometri alanlarında sahip oldukları eksik ya da yanlış bilgilerinin cebirsel düşünme becerilerini etkiledikleri de ulaşılan sonuçlar arasındadır. Bu sonucu destekler nitelikte Warren (2005) cebirsel düşünmede yaşanılan temel zorluklardan birisinin yeterli olmayan aritmetik bilgisi olduğunu belirtmektedir. Öğrenciler aritmetik bilgileri ile cebir öğrenme alanındaki yeni bilgileri ilişkilendiremedikleri için anlamlı öğrenme gerçekleşememektedir (Çağdaşer, 2008; Gülpek, 2006). Çünkü öğrenmenin doğası gereği, cebirsel düşünme geçmiş deneyim olan aritmetik düşünme üzerine kurgulandığından (Macgregor ve Stacey, 1997; Warren ve Cooper, 2009) bu iki düşünme tarzının ilişkilendirilmesi önemli bir husus olarak görülmektedir. Bu sebeple erken yaşlarda öğrencilerin cebirsel düşünmelerini geliştirmek için aritmetik ile cebirin ilişkilendirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Girit ve Akyüz, 2016). Benzer şekilde geometrik düşünme ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında da pozitif bir ilişkinin olduğu bilinmektedir (Kabatabak, 2019; Oral vd., 2013). Örnek olarak; geometride şekillerin alan ve çevre formüllerinin gösterilmesinde değişkenlerden yararlanılır (Gürefe, 2019). Bu kapsamda her öğretim seansında öğrencilerin aritmetik ve geometrideki eksiklikleri de giderilmeye çalışılmıştır.

Öğretim deneyi, araştırmacıların araştırma amaçlarına uygun olarak hazırladıkları yeni öğrenme ortamları içerisinde katılımcıların zihinsel işlemlerinin nasıl gelişim gösterdiğini deneyimlemelerini sağlayan bir araçtır (Elstak, 2007; Kantowski, 1977; Steffe ve Thompson, 2000). Araştırmada öğrencilerin zihinlerindeki konu ile ilgili değişim ve gelişimleri görmek için zihin haritası tekniği kullanılmıştır. Zihin haritaları bir not alma tekniği olarak 1960'ların sonunda Tony Buzan tarafından geliştirilmiştir. Ancak zihin haritaları görsel bir not alma tekniği olmanın yanı sıra düşünceleri organize etmenin bir yolu olup; bilgi kümelerini bir kâğıt üzerine özetleme tekniği olarak karşımıza çıkar (Nast, 2006). Zihin haritaları konuya genel bir bakış açısı sağladığı gibi ayrıntıya odaklanmaya da olanak tanır (Townsend, 2003). Araştırmada bu tekniğin kullanılma amacı araştırmacının, öğrencilerin oluşturdukları zihin haritaları ile öğrenme sürecinde zihinlerinde nelerin değiştiğini ve ne yönde ilerlediklerini görmesini sağlamaktır. Öğrencilerin konuya başlamadan önce ve konu bitiminde konu ile ilgili zihin haritalarını oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin konu öncesi oluşturdukları zihin haritaları konu öncesi var olan bilgileri ve yanılgıları hakkında araştırmacıya yol göstererek öğretim bölümlerinin tasarlanmasına yardımcı olmuştur. Öğretim bölümü sonunda oluşturulan zihin haritaları ise öğrencinin ilerlemesini ve eksik kalan kısımları göstermiştir. Bu kapsamda zihin haritası tekniği öğretim deneyi yönteminin kullanıldığı araştırmalarda ekstra kullanılabilecek bir teknik olarak önerilebilir. Ayrıca, matematik öğretmenlerinin derslerinde de sıklıkla kullanılabileceği bir tekniktir. Çünkü araştırmada her öğretim bölümünde kullanılan zihin haritası tekniğinin etkililiği genel olarak da fark edilmiştir. Öğrencilerin ders sonunda zihin haritası yapacakları bilinciyle dersi daha dikkatli dinledikleri görülmüştür.

Araştırmada EBA'da yer alan cebir öğrenme alanı ile ilgili konu anlatım videoları ve interaktif etkinlikler de incelenmiş ve uygun olanları kullanılmıştır. Böylece EBA'da yer alan cebir öğrenme alanına ilişkin içeriğin de değerlendirilmesi yapılmıştır. Cebir öğrenme alanında EBA kullanımının pozitif etkililiği araştırmanın sonuçları arasındadır. EBA'da yer alan interaktif etkinliklerin öğrenciler için oldukça faydalı olduğu görülmüştür. Özellikle bu interaktif etkinliklerin anında dönüt vermesi öğrenci açısından oldukça verimlidir. Aşkar (1991) da en iyi öğrenmenin insanın kendi hatalarını fark etmesi ile olduğunu söylemiş ve teknolojinin bu imkânı kolaylaştırdığını belirtmiştir. EBA'ya ulaşımın kolaylığı ile tüm öğrenciler ve öğretmenler için fırsat eşitliği sunması bakımından düşünüldüğünde platform üzerindeki bu interaktif etkinliklerin oldukça değerli olduğu düşünülmektedir.

Öğretim seansları boyunca EBA interaktif etkinliklerin yanı sıra somut materyaller ve sanal manipülatifler ile öğrencilerdeki eksikliklerin giderildiği düşünülmektedir. Genel olarak cebir karoları kullanılmakla birlikte bazen bir terazi, bazen bir kâğıt, fındık, kibrit çöpleri vb. somut materyaller kullanılmıştır. Literatürde cebirsel somut materyallerin cebir öğretimine etkisi olduğunun belirtilmesi araştırma bulgularımızı destekler niteliktedir (Anh ve Phuc, 2014; Moyer, Bolyard ve Spikell 2002; Moyer, 2005; Paek ve Hoffman, 2014). Ayrıca cebir öğrenme alanının somutlaştırarak anlamlandırılması, hem matematik öğretiminin amaçlarından biri olan matematik okuryazarlığının kazandırılmasında hem de cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde önemli bir yer tutmaktadır (Ünlüer, 2019). Hem somut materyallerin hem de sanal manipülatiflerin cebirsel düşünmenin gelişimine etkisi oldukça büyüktür. Ayrıca öğretim seanslarında her ders sonunda kullanılan web 2.0 araçları ile hem konu tekrar edilmiş hem de sınıfça eğlenceli bir ortam oluşturulmuştur. Özellikle web 2.0 araçları öğretim seanslarında öğrencilerin en çok keyif aldıkları ve öğrendiklerini pekiştirdikleri bölümler olmuştur. Benzer şekilde alan yazındaki çalışmalarda derslerde sanal manipülatiflerin kullanımının öğrencilerin matematiğe olan tutumlarını olumlu yönde etkilediği ve derse ilgilerinin arttığı belirtilmektedir (Çakıroğlu, 2014; Hangül ve Üzel, 2010; Mutluoğlu 2019; Samioğlu ve Siniksaran, 2016).

Araştırma boyunca uygulanan öğretim seanslarında sınıf tartışmalarına önem verilmiş, doğrudan bilgi verilmemiş, grup çalışması yaptırılmış ve akran öğretimine yer verilmiştir. Araştırmacı öğrenci merkezli, öğrenciyi cesaretlendiren, akıl yürütmeye ve sorgulamaya teşvik eden esnek bir yaklaşım kullanmıştır. Matematik eğitimcileri de öğrencileri düşünmeye sevk etmek gerektiğini, onları bir yığın ezber bilgiden kurtarmak gerektiğini ve öğrencilere bilgi yüklemekten çok muhakeme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğini vurgulamaktadırlar (Cobb vd., 1991; Fennema ve Franke, 1992; Resnick, 1983). Dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirecek yönde öğrenme etkinlikleri ve ortamları sağlamaları büyük önem kazanmaktadır (Fennema ve Franke, 1992). Öğretim sürecinde sınıf tartışmaları ile öğrencilerin fikirlerini açıkça ortaya koymaları ve birbirlerinden öğrenmeleri sağlanmıştır. Cebirsel ifadeler konusunda oluşan hata ve kavram yanılgılarının sınıf içerisinde öğrencilerin etkin katılımı ile tartışılması öğrenciler açısından faydalı olabilmektedir (Birgin ve Demirören, 2020). Ayrıca her öğrenci ile bireysel ilgilenilerek konuyu tam öğrenemeyen öğrencilere akran desteği ve ev ödevi takviyesi sağlanmıştır. Bu şekilde ilerleyen öğretim seanslarının cebirsel düşünmenin gelişiminde katkısı olduğu araştırmanın sonuçları arasındadır. Araştırmacı bazı soru ve etkinlikleri grup çalışması şeklinde yürütmüştür. Öğrencilerin gruplara ayrılması işbirlikçi öğrenmeyi aktif hale getirmiştir. Dolayısıyla öğrenciler, yapılandırmacı yaklaşımın temelinde olan işbirlikçi öğrenmeyi gerçekleştirmişlerdir. Gruplar belirlenirken özellikle her grubun cebirsel düşünme düzeyleri bakımından heterojen olmasına özen gösterilmiştir. Öğrencilerden öncelikle her soruyu bireysel çözmeleri sonrasında cevaplarını önce grup arkadaşlarıyla sonra tüm sınıf ile paylaşmaları istenmiştir. Hem öğretim seansları boyunca gerçekleştirilen grup çalışmalarında hem de ders dışında gerçekleştirilen akran desteğinin cebir öğretiminde büyük katkısı olduğu söylenebilir. Öğrencilerin yaptıkları yanlışları arkadaşlarından daha iyi öğrendikleri ve ders sırasında grup çalışması ile birlikte ulaşılan sonucun sınıf ortamında dile getirilmesinin başarı düzeyi düşük öğrencilerin özgüvenlerini artırdığı ve derse etkin katılımlarını sağladığı görülmüştür. Ayrıca akran öğrenmesinin sadece öğrenen kişi için değil öğreten kişi içinde ciddi anlamda değerli olduğu söylenebilir. Öğrencilerin arkadaşlarına anlatırken konuları daha iyi özümsediği araştırmacı tarafından fark edilen sonuçlar arasındadır. Akran öğretimi etkinliği sırasında hızlı öğrenen öğrenciler arkadaşlarına öğretmek için kendi öğrenme süreçlerini ve alışkanlıklarını da gözden geçirmektedirler (Acar ve Ader, 2017). Bu tür akran destekli öğretim ortamlarının öğretici öğrencilerde üstbilişsel mekanizmaları desteklediği alan yazında da karşımıza çıkmaktadır (Whitebread vd., 2007). Öğretim seanslarında kullanılan sınıf tartışmalarının ve araştırmacının kullandığı sorgulayıcı yaklaşımın cebirsel düşünmenin gelişiminde etkisi ciddi anlamda fark edilmiştir. Hem kavramların keşif aşamasında hem de yanlış yapan öğrencilerin yanlışlarının sınıf ortamında tartışmaya sunulmasının ve hep birlikte sorgulanmasının hem o öğrenci açısından hem de diğer öğrenciler açısından oldukça faydalı olduğu söylenebilir. Çünkü matematik derslerinde öğrencilerin hataları üzerine konuşmaları ve hatalarını incelemeleri öğrenmelerindeki eksiklikleri gidermek açısından oldukça önemlidir (Cengiz, 2019). Burada sınıfta oluşturulan güven ortamının etkisi büyüktür. Öğretim seansları boyunca yapılan sınıf tartışmalarında ve sorgulamalarda, öğrencilerin aktif katılımı sağlanarak düşüncelerini rahatlıkla açıklamaları istenmiştir. Gerçekleşen aktif tartışma ortamı ile öğrencilerin eksikliklerini ve yanlışlıklarını kolaylıkla düzeltebildikleri görülmüştür. Buna paralel olarak Saylık, Memduhoğlu ve Yayla (2017) çok sorunun sorulduğu bir sınıfta öğrencilerin anlatılan konuyu daha iyi anladığını ve akademik başarının arttığını ifade etmektedirler. Kutluca ve diğerleri (2009) ise öğrenme ortamında öğrenci aktif değilse dersin sıkıcı ve monoton olduğunu, öğrencilerin derse yönelik korkularının arttığını ve kendilerine güven duymadıklarını belirtmektedirler. Bu kapsamda öğrencilerin aktif olduğu, düşüncelerini rahatlıkla ifade edebildiği öğrenme ortamında cebirsel düşünme becerilerinin geliştiği söylenebilir.

5.2. Öneriler

Araştırmanın sonuçlarına ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik geliştirilen öneriler aşağıda sunulmuştur.

5.2.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler

- Cebirsel düşünmenin temel kavramlarından bilinmeyen, değişken, eşitlik, eşitsizlik kavramları üzerine öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyecek şekilde öğretimler düzenlenmesi önerilmektedir.
- Araştırma sonucunda, uygulanan öğretim planlarının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirdiği sonucuna varılmıştır. Bu kapsamda öğretim seanslarında dikkat edilen hususların öğretmenler tarafından derslerde kullanılması önerilmektedir.
- Araştırmada öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için hazırlanan sorular ve değerlendirme kriterleri sunulmuştur. Ayrıca her öğretim seansında öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerini geliştirmeye yönelik sorular yer almıştır. Bu sorular öğrencilerin çok yönlü düşünebilmelerini ve ilişkilendirme yapabilmelerini geliştirmek için kullanılan sorulardır. Bu tarz soruların derslerde kullanılmasının öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayacağı, bu nedenle derslerde kullanılması önerilmektedir.
- Araştırmada planlı bir şekilde hazırlanan öğretimler ile destekleyici, yönlendirici ve sorgulayıcı bir sınıf ortamında cebirsel düşünmenin gelişimine yönelik bir öğrenme süreci sağlanmaya çalışılmıştır. Öğretim sürecinde gerçekleşen sınıf tartışmalarının, iş

birliğinin, akran desteğinin cebirsel düşünmenin gelişimi açısından yararlı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda öğretmenler, sınıf etkinliklerinde sorgulayıcı yaklaşım, sınıf içi tartışmalar, akran desteği ile hem bireysel çalışmalar hem de grup çalışmaları tasarlayabilirler.

- Cebir karoları ile birlikte somut materyallerin, sanal manipülatiflerin ve web 2.0 araçlarının cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde önemli rol oynadığı düşünülmektedir. Bu kapsamda cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek için öğretmenler tarafından etkili bir şekilde kullanılmaları önerilmektedir.

5.2.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler

- Bu çalışma, öğretim deneyi yöntemi kullanılarak sınırlı sayıda 8. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. İlerideki araştırmalarda daha detaylı inceleme imkânı sunabilmesi açısından farklı yöntemlerle ve farklı sınıf düzeylerinde daha kalabalık gruplarla çalışmalar gerçekleştirilebilir, ayrıca karşılaştırmalar yapılabilir.
- Yapılacak araştırmalarda teknoloji daha kapsamlı kullanılarak, teknoloji destekli bir ortamda cebirsel düşünmenin gelişim süreci incelenebilir.
- Cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi için karşılaşılan güçlüklerin nedenlerini belirlemeye yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyinin gelişiminde öğretmenin etkisi oldukça büyüktür. Bu kapsamda öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi ve geliştirilmesine yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Öğrencilerin konu öncesi ve sonrası oluşturdukları zihin haritaları öğrencilerin mevcut bilgilerini, yanılgılarını, ilerlemelerini ve eksik kalan kısımları göstermiştir. Bu kapsamda zihin haritası tekniği öğretim deneyi yönteminin kullanıldığı araştırmalarda ekstra kullanılabilecek bir teknik olarak önerilebilir. Ayrıca matematik derslerinde de kullanımı önerilmektedir.

KAYNAKLAR

Abramovich, S., & Ehrlich, A. (2007). Computer as a medium for overcoming misconceptions in solving inequalities. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *26*(3), 181-196.

Acar, F., & Ader, E. (2017). Matematikte akran öğretimi sırasında öğretici görevi üstlenen öğrencilerde üstbiliş. *İlköğretim Online, 16*(3), 1185-1200. https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.330250

Acar, S. (2019). *Sayı hissi ile cebirsel düşünme becerisi arasındaki ilişkinin farklı değişkenler açısından incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Acar, S., & Peker, B. (2023). 2018 Ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(2), 1155-1171. https://doi.org/10.17679/inuefd.1220514

Adıyaman, D. (2009). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel akıl yürütme becerilerini destekleyen öğrenme ortamından yansımalar* [Yüksek Lisans Tezi]. Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.

Ahuja, O. P. (1998). Importance of algebraic thinking for preservice primary teachers. *The Mathematics Educator, 3*(1), 72-92.

Akın, M.F., & Pesen, C. (2010). Özdeşliklerin elde edilmesinde tam küp modelinin öğrenme ürünlerine etkileri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 14,* 86-102.

Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* [Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Akkan, Y. (2016). Cebirsel düşünme. E. Bingölbali, S. Arslan ve Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s.43-64). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerini aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 43,* 01-13.

Akkaş, E. N. (2009). *6.-8. sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşüncelerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

Akkaya, R. (2006). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanılgılarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği* [Yüksek Lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu

Akkaya, R., & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgılarının giderilmesinde çalışma yapraklarının etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 27*, 1-16.

Aktaş F. (2020). *Görme engelli öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi: öğrenme yol haritaları* [Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Alagic, M. (2003). Technology in the mathematics classroom: Conceptual orientation. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 22*(4), 381-399.

Alkan, H., & Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 221-236.

Altaylı Özgül, D. (2023). Cebir öğrenme alanındaki olası hatalar ve kavram yanılgıları II; Doğrusal denklemler, özdeşlik ve eşitsizlik. E. Ertekin ve S.Ö. Bütüner (Ed.), *Ortaokul Matematiğinde Hatalar-Kavram Yanılgıları ve Giderilmesine Yönelik Etkinlikler* (s.271- 307). Ankara: Vizetek Yayıncılık.

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayıncılık.

Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Amit, M., & Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM, 40,* 111-129.

Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher, 41*(1), 16-25.

Anh, N.H., & Phuc, N.D.M. (2014). Using virtual manipulative materials for supporting teaching and learning fraction division and area of a circle. *Proceedings of the 7th International Conference on Educational Reform Innovations and Good Practices in Education: Global Perspectives.* Hue city, Vietnam.

Ardıç, E.Ö., Yılmaz, B., & Demir, E. (2012). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri hakkındaki istatistiksel okuryazarlık düzeylerinin SOLO taksonomisine göre incelenmesi.* X. Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (X. UFBMEK 2012). Niğde, Türkiye.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi.* Ankara: Gazi Kitabevi.

Arslan, E. (2021). *Turistik tüketimin kimlik inşasındaki rolü* [Doktora Tezi]. Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.

Arzarello, F., Bazzini, L., & Chiappini, G. (1993). Cognitive processes in algebraic thinking: towards a theoretical framework. *PME-NA, California, 1,* 138- 145.

Aşık, G., & Yılmaz, Z. (2017). Design-based research and teaching experiment methods in mathematics education: Differences and similarities. *Journal of Theory and Practice in Education, 13*(2), 343–367.

Aşkar, P. (1991). *Bilgisayar destekli öğretim programı.* I. Eğitimde Arayışlar Kongresi: Eğitimde Nitelik Geliştirme Bildiri Özetleri, Kültür Koleji Genel Müdürlüğü, İstanbul, Türkiye.

Aykan, F.B. (2013). *Farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin uzamsal becerilerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Bağdat, O., & Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. *International Journal of Social Science Studies, 26,* 473-496.

Baki, A. (2006) *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi* (3. baskı). Trabzon: Derya Kitabevi.

Baki, A. (2020). *Matematik öğretme bilgisi* (3. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karekterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(1), 27-46.

Bakker, A., & Smit, J. (2017). Theory development in design-based research: An example about scaffolding mathematical language. S. Doff ve R. Komoss (Ed.), *Making Change Happen* (s.111-126). Springer Fachmedien Wiesbaden.

Bal, A.P. (2016). The effect of the differentiated teaching approach in the algebraic learning field on students' academic achievements. *Eurasian Journal of Educaional Research, 63,* 185-204.

Bal, B. (2022). *Ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezi sınav sorularının matematik öğretim programı ve SOLO taksonomisi kapsamında değerlendirilmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Baroudi, Z. (2006). Easing students' transition to algebra. *Australian Mathematics Teacher, 62*(2), 28‒33.

Becker, J.R., & Rivera, F. (2005). Generalization an strategies of beginning high school algebra students. Chick, H.L. ve Vincent, J.L. (Eds). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4. Melbourne, Australia.

Becker, J.R., & Rivera, F. (2006). Sixth Graders' Figural and Numerical Strategies for Generalizing Patterns in Algebra. Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A. (Eds). *Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* 2. Merida, Mexico.

Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics teaching*, *92*(1), 13-16.

Biggs, J.B., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Pres.

Biggs, J.B., & Collis, K.F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. H.A.H., Rowe (Ed.). *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (s.57-76). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Birgin, O., & Demirören, K. (2020). Ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki başarı performanslarının incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 50, 1-19.

Blanton, M., Stroud, R., Stephens, A., Gardiner, A. M., Stylianou, D. A., Knuth, E., & Strachota, S. (2019). Does early algebra matter? The effectiveness of an early algebra intervention in grades 3 to 5. *American Educational Research Journal*, *56*(5), 1930-1972.

Blanton, M.L., & Kaput, J. (2005a). Helping elementary teachers build mathematical generality into curriculum and instruction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37*(1), 34-42.

Blanton, M.L., & Kaput, J. (2005b). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education, 36*(5), 412- 446.

Blitzer, R. (2003), *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.

Bourbaki, N. (1939). *Éléments de mathématique: Première partie, les structures fondamentales de l'analyse*. Hermann.

Bozkaya, C. (2020). *Aritmetik işlemlerden cebire geçişte öğretmen yaklaşımlarının incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Braun, V., & Clarke, V. (2013). *Successful qualitative research: A practical guide for beginners*. Sage Publications.

Brizuela, B.M., Blanton, M., Sawrey, K., Newman-Owens, A., & Murphy Gardiner, A. (2015). Children's use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, *17*(1), 34-63.

Burgos, M., & Godino, J.D. (2019). Emergencia de razonamiento proto-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria. *Educación matemática, 31*(3), 117-150.

Burnett, P.C. (1999). Assessing the structure of learning outcomes from counselling using the SOLO taxonomy: An exploratory study. *British Journal of Guidance & Counselling, 27*(4), 567-581.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(l), 35-49.

Bush, S.B., & Karp, K.S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated misconceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior, 32*, 613-632.

Cañadas, M.C., Castro, E., & Castro, E. (2011). Graphical representation and generalization in sequences problems. M. Pytlak, E. Swoboda ve T. Rowland (Ed.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów, Poland.

Carpenter, T.P., Levi, L., Franke, M.L., & Zeringue, J.K. (2005) Algebra in elementary school: Developing relational thinking, *ZDM, 37*(1), 53-59.

Carraher, D.N., Schliemann, A.D., Brizuela, B.M., & Earnest, D. (2006). Aritmetic and algebra in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(2), 87-115.

Cengiz, C. (2019) *Ortaokul öğrencilerinin denklem çözmede ve kurmada yaşadıkları zorlukların incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Chan, C.C., Tsui, M.S., Chan, M.Y., & Hong, J.H. (2002). Applying the structure of the observed learning outcomes (SOLO) taxonomy on student's learning outcomes: An empirical study. *Assessment ve Evaluation in Higher Education, 27*(6), 511-527. https://doi.org/10.1080/0260293022000020282

Charbonneau, L. (1996). From euclid to descartes: Algebra and its relation to geometry. In *approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (s.15-37). Dordrecht: Springer Netherlands.

Chiu, M.M., Kessel, C., Moschkovich, J., & Munoz-Nunez, A. (2001). Learning to graph linear functions: A case study of conceptual change. *Cognition and Instruction, 19*(2), 215-252.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. *Handbook of research design in mathematics and science education,* 547- 589.

Cobb, P. & Steffe, L. (2011). The constructivist researcher as teacher and model builder. E. Yackel, Gravemeijer ve A. Sfard (Ed.), *A Journey in Mathematics Education Research: Insights From the Work of Paul Cobb* (s.19–30). Netherlands: Springer.

Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, *31*(3/4), 175–190.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiment in collaboration with teachers. A.E. Kelly ve R.A. Lesh (Ed.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (s.307-333). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Cobb, P., & Steffe, L.P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, *14*(2), 83-94.

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, *32*(1), 9-13.

Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2017). Conducting design studies to investigate and support mathematics students' and teachers' learning. J. Cai (Ed.), *First Compendium for Research in Mathematics Education* (s.208–233). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem- centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education, 22,* 3-29.

Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while engaged mathematical problem solving. D.B. McLeod & V.M. Adams (Ed.), *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective* (s.117–148). New York: Springer-Verlag.

Cockcroft, W.H. (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of enquiry.* London: Her Majesty‟s Stationery Office.

Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences,13*(1), 15-42

Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. R.K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (s.135-152). New York: Cambridge University Press.

Creswell, J.W. (2003). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches.* California: Sage Publications.

Creswell, J.W. (2013). *Qualitative inquiry and research method: Choosing among five approaches*. CA: Los Angeles.

Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of Mathematics Teaching Research - A Tool for Teachers- Researchers* (s.47–58). Poland: University of Reszów.

Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Çakıroğlu, Ü. (2014). Enriching project-based learning environments with virtual manipulatives: A comparative study. *Eurasian Journal of Educational Research, 55*, 201– 222. https://doi.org/10.14689/ejer.2014.55.12

Çavuş Erdem, Z. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanılgılarının belirlenmesi ve bu hata ve yanılgıların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri* [Yüksek Lisans Tezi]. Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Çaylan, B. (2018). *Cebir karosu kullanımının altıncı sınıf öğrencilerinin cebir başarısı, cebirsel düşünmeleri ve cebir karosu kullanımına ilişkin görüşleri üzerindeki etkileri* [Yüksek Lisans Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi* [Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Çelik, D. (2016). Matematiksel düşünme. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s.17- 42). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Çelik, D., & Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(2), 1157-1175.

Çetin, B., & İlhan, M. (2016). SOLO taksonomisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Ed.), Matematik Eğitiminde Teoriler (s.861–879). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Çıkla Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representationsbased ınstruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference* [Doktora Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Çoban, K., & Yenilmez, K. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin eşitsizlikler konusunda karşılaştıkları güçlüklerin incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi (ESTÜDAM) Eğitim Dergisi, 5* (1), 40-56.

Dankal, B. (2017). *Eşitsizlikler konusunun öğretiminde dinamik matematik yazılımı geogebra kullanımının matematik tutumuna etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine. *Kastomonu Eğitim Dergisi, 13*, 1, 139-148.

Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24,* 180–185.

Dede, Y., Yalın, H.İ., & Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Ankara, Türkiye.

Dikkartın Övez, F.T., & Çınar, B.A. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 20*(1), 483-502.

Dikkartın, F.T., & Uyangör, S.M. (2007). İlköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi. *1. Ulusal İlköğretim Kongresi.* Ankara, Türkiye.

Dilekçi, S. (2022). *Ortaokul matematik dersi kazanımlarının ve ünite değerlendirme sorularının SOLO taksonomisi ile incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon.

Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level* [Doktora Tezi]. Illinois State University, Illinois.

Doğan Temur, Ö., & Turgut, S. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının erken cebire yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(1), 35-53.

Doğan, A. (2020). İlkokul matematik öğretim programındaki kazanımların SOLO sınıflandırmasına göre incelenmesi. *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi, 9*(3), 2305-2325.

Dreyfus T. (2002) Advanced mathematical thinking processes. Tall D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library* (s.25-41). Dordrecht: Springer.

Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6- 10.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Driscoll, M., & Moyer, J. (2001). Using students' work as a lens on algebraic thinking. *Mathematıcs Teaching in The Middle School, 6*(5), 282-287.

Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). The nature of the process conception of function. G. Harel ve E. Dubinsky (Ed.), *The concept of function: Aspects of Epistemology and Pedagogy* (s.85-106). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Dündar, K. T. (2012). *İlköğretim 8. Sınıf öğrencilerinde özdeşlikleri modelleme becerile-rinin incelenmesi: Origami ile modellenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.

Elazzabi, A.A.K. (2020). *Türkiye'deki ve Libya'daki öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomiye göre incelenmesi* [Doktora Tezi]. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.

Elstak, I.R. (2007). *College students'understanding of rational exponents: a teaching experiment* [Doktora Tezi]. The Ohio State University, Ohio.

Engelhardt, P.V., Corpuz, E.G., Ozimek, D.J., & Rebello, N.S. (2004). The Teaching Experiment- What it is and what it isn't. In *2003 Physics Education Research Conference 720,* 157-160. Madison, Wisconsin.

English, L., & Halford, S. (1995). *Mathematics education*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Erbaş, A.K. (2005). Çoklu gösterimlerle problem çözme ve teknolojinin rolü. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET* 4(4), 88-92.

Erbaş, A.K., Çetinkaya, B., & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 34*(152), 45-59.

Erbaş, İ. (2021). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının ve matematik ders kitabı değerlendirme sorularının SOLO taksonomisi çerçevesinde incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Erdem, Ö., & Sarpkaya Aktaş, G. (2018). Ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında yaşadıkları kavram yanılgılarının giderilmesinde etkinlik temelli öğretimin değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 9*(2), 312-338.

Ersoy, Y., & Erbaş, K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online, 4*(1), 18-39.

Ertekin, E. (2002). *Denklem öğretimindeki hata ve yanılgıların teşhisi ve alınması gereken tedbirler* [Yüksek Lisans Tezi]. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Ertekin, E. (2019). Denklem kavramı ve denklem kavramının öğretimi. G. Sarpkaya Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (s.191-218). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 105-121.

Fennema, E., & Franke, M.L. (1992). Teachers'knowledge and its impact. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 147-164.

Fraenkel, J.R., Wallen, N.E., & Hyun, H.H. (2015). *How to design and evaluate research in education 9*. New York: McGraw-Hill.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Reidel Publishing.

Fyfe, E.R., McLeon, L.E., & McEldoon, R.J.K. (2013). Emerging understanding of patterning in 4- year old. *Journal of Cognition and Development*, 376-396.

Gelici, Ö. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin çevre ve alan ile ilgili kavram imajlarının ve kanıt şemalarının araştırılması* [Doktora Tezi]. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Geller, L.R.K., & Chart, D.J. (2011). Algebra readiness for students with learning difficulties in grades 4-8: Support through the study of number. *Australian Journal of Learning Difficulties, 16*(1), 65-78.

Gezer, M., & İlhan, M. (2015). Sosyal bilgiler dersi öğretim programı kazanımları ile ders kitabı değerlendirme sorularının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29,* 1-25.

Ginsburg, H. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the learning of mathematics, 1*(3), 4-11.

Ginsburg, H.P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical ınterview in psychological research and practice.* Cambridge: Cambridge University Press.

Girit, D., & Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10*(1), 243-272.

Goldin, G.A. (1997). Observing mathematical problem solving through task-based interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 9,* 40–177.

Goldkuh, G. (2013). Action research vs. design research: Using practice research as a lens for comparison and integration (accepted paper). *SIG Prag workshop on IT artefact design & workplace improvement*. Tilburg, the Netherlands.

Göktepe, S., & Özdemir, A.Ş. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinin SOLO modeli ile incelenmesi. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 3*(2), 91-146.

Görpe, A. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin problem çözme becerilerinin solo taksonomisine göre analizi* [Yüksek Lisans Tezi]. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Greenes, C., & Findell, C. (1998). *Algebra Puzzles and Problems (Grade 7).* Mountain View, CA: Creative Publications.

Groth, R.E. (2002). Characterizing secondary students'understanding of measures of central tendency and variation, *XXIV PME-NA, Athens Georgia, Bildiriler Kitabı, 1*, 247-259.

Groth, R.E., & Bergner, J.A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning, 8*(1), 37-63. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0801_3

Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi* [Doktora Tezi]. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Gürbüz, M.Ç. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerinin incelenmesi* [Doktora Tezi]. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Gürbüz, R., & Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim, 33*(148), 64-76.

Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 23*(4), 1869-1888.

Gürefe, N. (2019). Cebirsel ifade ve değişken kavramının öğretimi. G. Aktaş (Ed.), *Uygulama ve Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (s.103-127). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Hangül, T., & Üzel, D. (2010). Bilgisayar destekli öğretimin (BDÖ) 8. sınıf matematik öğretiminde öğrenci tutumuna etkisi ve BDÖ hakkında öğrenci görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 4*(2), 154–176.

Harper, E. (1979). *The child's interpretation of a numerical variable* [Doktora Tezi]. University of Bath, England.

Hart, K.M., Brown, M.L., Kuchermann, D.E., Kerslach, D., Ruddock, G., & Mccartney, M. (1998). *Children's understanding of mathematics: 11-16,* General Editor K.M. Hart, The CSMS Mathematics Team.

Henderson, P.B., Marion, B., Fritz, J.S., Riedesel, C., Hamer, J., Scharf, C., & Hitchner, L. (2004). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin, 35*(2), 185-190.

Herbert, K., & Brown, R.H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics, 3,* 340-345.

Hodges, L.C., & Harvey L. C. (2003). Evaluation of student learning in organic chemistry using the SOLO taxonomy. *Journal of Chemical Education, 80*(7), 785- 787.

Hohensee, C. (2017). Early childhood teachers' professional learning in early algebraic thinking: A model that supports new knowledge and pedagogy. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(3), 231–257.

Hunting, R.P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behaviour, 16*(2), 145-165.

Isoda, M., & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking: How to develop it in the classroom.* Singapore: World Scientific.

İncikabı, L., & Biber, A.Ç. (2016). Problems posed by prospective elementary mathematics teachers in the concept of functions: An analysis based on SOLO taxonomy. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(3), 796-809. https://doi.org/10.17860/mersinefd.282381.

Johanning, D.I. (2004). Supporting the development of algebraic thinking in middle school: A closer look at students' informal strategies. *The Journal of Mathematical Behavior, 23*(4), 371-388.

Jones, G.A., Thornton C.A., Langrall, C.W., Mooney, E.S., Perry, B., & Putt, I.J. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 2*(4), 269-307.

Kabatabak, F.N. (2019). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri ile merkezi sınavlardaki başarılarının karşılaştırılması: Demirci örneği* [Yüksek Lisans Tezi]. Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Manisa.

Kaf, Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kamol N., & Yeap B.H. (2010). Upper primary school students' algebraic thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia.* Freemantle, Western Australia.

Kantowski, M.G. (1977). Processes involved in mathematical problem solving. *Journal For Research in Mathematics Education, 8*(3) 163-180.

Kanuka, H. (2011). Interaction and the online distance classroom: Do instructional methods effect the quality of interaction? *Journal of Computing in Higher Education, 23*(2- 3), 143- 156.

Kaput, J.J. (1999). Teaching and learning a new algebra. E.L. Fennema & T.A. Romberg (Ed.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (s.133–156). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Karlı, M.G. (2019). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.

Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme* [Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Kaya, D., & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education, 3*(2), 38-48.

Kelly, A.E., & Lesh, R.A. (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. London: Lawrence Erlbaum.

Kılıç, E. (2020). *8. sınıf öğrencilerinin kavram karikatürü etkinlikleri ile dönüşüm geometrisi konusundaki öğrenmelerinin SOLO taksonomisine göre değerlendirilmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.

Kırıcı, M. (2023). *7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki öğrenmelerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. *Research Issues in The Learning and Teaching of Algebra, 4*, 33-56.

Kieran, C. (1992). The learning of school algebra. D.A Grouws (Ed.) *Handbook of Resarch on Mathematics Teaching and Learning* (s.390-419). New York: Macmillan.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What is it?. *The Mathematics Educator, 8*(1), 139-151.

Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher question from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante, 16*(1), 5-26.

Kieran, C. (2014). Algebra teaching and learning. S. Lerman (Ed.), *Encyclopaedia of Mathematics Education* (s.27–32). Dordrecht: Springer Reference.

Kieran, C. (2018). The early learning of algebra: A structural perspective. S. Wagner ve C. Kieran (Ed.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (s.33-56). New York: Routledge.

Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. T.D. Owens (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. New York: Macmillan.

Kinzel, M.T. (2000). *Charecterizing ways of thinking that underlie college students ınterpretation and use of algebraic notation* [Doktora Tezi]. The Pennslyvania State University, Pennsylvania.

Kinzel, M.T. (2001). Analyzing College Calculus Students' Interpretation and Use of Algebraic Notation. *PME-NA*, 109-113.

Knuth, E.J., Alibali, M.W., McNeil, N.M., Weinberg, A., & Stephens, A.C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37*(1), 68-76.

Kocamaz, B., & İkikardeş, N.Y. (2021). Örüntüler konusunda 7. sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları zorlukların incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *23*(2), 831-849.

Koç Y., Işıksal M., Osmanoğlu A., Çetinkaya B., Aşkun C.S., Bulut S., Seviş S., & Esen Y. (2011). SOLO modeli ile uzamsal görselleştirme becerilerinin incelenmesi. *X. Matematik Sempozyumu*. Ankara, Türkiye.

Konyalıhatipoğlu, M. E. (2016). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin analitik ve bütüncül düşünme stillerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.

Konyalıoğlu, A.C. (2011). Inequalities. *Mathematics Teaching*, *224*, 18.

Köse, O. (2018). *Üst düzey uzamsal yeteneğe sahip matematik öğretmen adaylarının düşünme yapılarına göre SOLO taksonomisi düzeylerinin belirlenmesi* [Yüksek Lisans Tezi] Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Kriegler, S. (2007). *Introduction to Algebra.* Los Angeles, CA: Center for Mathematics and Teaching Press.

Kusmaryono, I., Suyitno, H., Dwijanto, D., & Dwidayati, N. (2018). Analysis of abstract reasoning from grade 8 students in mathematical problem solving with SOLO taxonomy guide. *Infinity Journal*, *7*(2), 69-82. https://doi.org/10.22460/infinity.v7i2.p69-82

Kutluca, T., & Birgin, O. (2007). Doğru denklemi konusunda geliştirilen bilgisayar destekli öğretim materyali hakkında matematik öğretmeni adaylarının görüşlerinin değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(2), 81-97.

Kutluca, T., Çatlıoğlu, H., Birgin, O., Aydın, M., & Butakın, V. (2009). Çoklu zekâ kuramına göre geliştirilen etkinliklere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*, 1-16.

Kutluk, B. (2011). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Lacampagne, C., Blair, W., & Kaput, J. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national instutute on student achievement, curriculum and assessment. *The Algebra İnitiative Colloquium, 2*, 237-242.

Lake, D. (1999). Helping students togo SOLO: Teaching critical numeracy in the biological sciences. *Journal of Biological Education*, *33*(4), 191-198.

Langrall, C.W., & Mooney, E.S. (2002). The development of a framework characterizing middle school students' statistical thinking. *Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS6)*. Cape Town, South Africa.

Lannin, J.K. (2005). Generalization and justification: The challenge of ıntroducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7(3), 231-258.*

Lawrence, A., & Hennessy, C. (2002). *Lessons for algebraic thinking: Grades 6-8.* Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Lee, J., Collins, D., & Melton, J. (2016). What does algebra look likes in early childhood. *Childhood Education, 4,* 305-310.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. N. Bednarz, C. Kieran ve L. Lee (Ed.), *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (s.87–106). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 428-433.

Lesh, R. & Sriraman, B. (2005). Mathematics education as a design science. *ZDM*, *37*(6), 490-505.

Leung, C.F. (2000). Assement for learning: Using SOLO taxonomy to measure design performance of design & technology students. *International Journal of Technology and Design Education*, *10*(2), 149-161.

Lian, L.H., & Idris, N. (2006). Assessing algebraic solving ability of form four students. International *Electronic Journal of Mathematics Education, 1*(1), 55-76. https://doi.org/10.29333/iejme/171

Lincoln, Y., & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry: Establishing Trustworthiness.* New Delhi: Sage Publications.

Lister, R., Simon, B., Thompson, E., Whalley, J.L., & Prasad, C. (2006). Not seeing the forest forthetrees: Novice programmers and the SOLO taxonomy. *ACM SIGCSE Bulletin, 38*(3), 118-122.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students'understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational Studies in Mathematics*, *33*(1), 1-19.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1998). *Thinking Mathematically.* Boston: Addison-Wesley Publisher Limited.

McGee, S., Panizzon, D., Pegg, J., & Howard, B.C. (2000). Integrating Inquiry-Based Multimedia Learning Outcomes into Educational Accountability Systems. B. Fishman ve S. O'Connor-Divelbiss (Ed.), *Fourth International Conference of the Learning Sciences.* Mahwah, New Jersey: Erlbaum.

McGowan, M., & Tall, D. (2001). Flexible thinking, consistency, and stability of responses: A study of divergence. Retrieved from http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/drafts/dot2001-mcgowen-tall-draft.pdf

Miles, M.B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu.* Ankara: TTK Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* Ankara: TTK Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* Ankara: TTK Başkanlığı.

Molina, M., Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M.C., & Castro, E. (2017). Secondary school students' errors in the translation of algebraic statements. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*, 1137-1156.

Mooney, E.S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(1), 23-63.

Moschkovich J. (1999). Students' use of the x-ıntercept as an ınstance of a transitional conception. *Educational Studies in Mathematics, 37*, 169–197.

Moyer, P.S. (2005). Using virtual manipulatives to investigate patterns and generate rules in algebra. *Teaching Children Mathematics, 11*(8), 437-444.

Moyer, P.S., Bolyard, J.J., & Spikell, M.A. (2002). What are virtual manipulatives?. *Teaching children mathematics*, *8*(6), 372-377.

Mutluoğlu, A. (2019). *6. sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanında geliştirilen bir sanal manipülatif takımının (Matmap) öğrencilerin akademik başarılarına, geometriye yönelik tutumlarına ve geometrik muhakeme süreçlerine etkisi* [Doktora Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Nast, J. (2006). *Idea mapping how to access your hidden brain power, learn faster, remember more, and achieve success in business.* New Jersey: John Wiley & Sons Inc.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Ndlovu, W.C. (2011). *Learners' mathematical reasoning when generalizing from number patterns in the general education and training phase* [Doktora Tezi]. University of the Witwatersrand, South Africa.

Noss, R., Healy, L., & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics, 33*(2), 203-233.

Oktaç, A. (2010). Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ile ilgili kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M. Özmantar (Ed.), *Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri* (s.241-262). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar.* Ankara: Ekinoks Yayınları.

Oral, B., İlhan, M., & Kınay, İ. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *34*, 33-46.

Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and the approach to algebra. A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (s.104-120). London: Cassel.

Orton, J., Orton, A., & Rooper, T. (2005). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (s.121-136). London: Cassell.

Öğdem, H. (2022*). 9.sınıf matematik ders kitaplarındaki değerlendirme soruları ile TYT matematik testi sorularının SOLO taksonomisi açısından incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Balıkesir.

Öner Sünkür, M., İlhan, M., & Kılıç, M.A. (2012). Yedinci sınıf cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(2), 183-200.

Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Adana.

Özel, Z. (2019). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerilerinin örüntü genelleme bağlamında incelenmesi*. [Yüksek Lisans Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Padiotis, I., & Mikropoulos, T.A. (2010). Using SOLO to evaluate an educational virtual environment in a technology education setting. *Educational Technology & Society, 13*(3), 233–245.

Paek, S. & Hoffman, D.L. (2014). *Challenges of using virtual maiıpulative software to explore mathematical concepts.* Proceedings of the 41st Annual Meeting of the Research Council on Mathematics Learning. San Antonio, Texas.

Palabıyık, U., & Akkuş İspir, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 111-123.

Panizzon, D. (2003). Using cognitive structral model to provide new ınsight into students' understanding of diffusion. *International Journal of Science Education*, *25*(12), 1427-1450.

Pegg, J., & Coady, C. (1993). Identifying SOLO levels in the formal mode. *PME-NA, Bildiriler Kitabı, 1,* 212-219.

Pegg, J., & Davey, G. (1998). Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models. R. Lehrer ve D. Chazen (Ed.), *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space* (s.83-111). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.

Pegg, J., & Tall, D. (2004). Fundamental cycles in learning algebra: An analysis. In *12th ICMI Study Conference on the Future of the Teaching and Learning of Algebra.* Melbourne, Australia.

Pegg, J., & Tall, D. (2005). The fundamental cycles of concept construction underlying various theoretical frameworks. *International Reviews on Mathematical Education, 37*(6), 468- 475. https://doi.org/10.1007/BF02655855

Peker, B., & Acar, S. (2023). Öğretim deneyi. M. Bulut ve Z. Karacagil (Ed.), *Sosyal Bilimlerinde Güncel Tartışmalar 12,* (s.624-635). Ankara: Bilgin Kültür Sanat Yayınları.

Perso, T. (1992). *Using dıagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra.* Mirrabooka: The Mathematical Association of Western Australia Inc.

Philipp, R.A. (1999). The Many Use of Algebraic Variables. B. Moses (Ed.), *Algebraic Thinking, Grades 9-12: Readings from NCTM's School Based Journals and Other Publications* (s.150-156). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* New Jersey: Princeton University.

Ponte, J.P. (1992). The history of the concept of function and some educational implications. *The Mathematics Educator*, *3*(2).

Pugalee, D.K. (2001). Algebra for all: The role of technology and constructivism in an algebra course for at-risk students. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, *45*(4), 171-176.

Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education, 12*(1), 1-19.

Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 6*(4), 117-133

Rahmawati, D.I., Priatna, N., & Juandi, D. (2019). Algebraic thinking characteristics of eighth grade junior high school students based on Superitem Test of SOLO model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157.

Resnick, L.B. *(1983).* Toward a Cognitive Theory of Instruction. *Learning and Motivation in the Classroom,* 5-38.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: Understanding figural generalization. *Mathematics Teacher*, *101*(1), 69–75.

Rivera, F., & Becker, J.R. (2007). Abduction-induction (generalization) processes of preservice elementary majors on patterns in algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(2), 140–155.

Sağdıç, A., Sarıtaş, S., & Canlı, H. (2020a). *Etkinlikli kazanım soru bankası 6.* Ankara: Çanta Yayıncılık.

Sağdıç, A., Sarıtaş, S., & Canlı, H. (2020b). *Etkinlikli kazanım soru bankası 7.* Ankara: Çanta Yayıncılık.

Sağdıç, A., Sarıtaş, S., & Canlı, H. (2020c). *Etkinlikli kazanım soru bankası 8.* Ankara: Çanta Yayıncılık.

Samioğlu, M., & Siniksaran, E. (2016). Embedding virtual manipulatives into middle school mathematics curriculum. *The Anthropologist, 25*(3), 207–213. https://doi.org/10.1080/09720073.2016.11892108

Sarı, S. (2012). *7. sınıf cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklendiği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Sarıhan Musan, M. (2012). *Dinamik matematik yazılımı destekli ortamda 8. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikleri anlama seviyelerinin SOLO taksonomisine göre incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

Sayı, M.Ş. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin problem kurma becerileri ile cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki* [Yüksek Lisans Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Saylık, N., Memduhoğlu, H., & Yayla, A. (2017). İlkokul öğrencilerinde eleştirel ve sorgulayıcı düşünmeyi geliştirmeye yönelik yeni bir öğretim tekniği denemesi: Soru topları tekniği. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 16*(61), 519-533.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s.334-370). New York: Macmillan Publishing Company.

Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *The mathematics teacher, 81*(6), 420-427.

Seeley, C. (2004). A journey in algebraic thinking. *NCTM News Bulletin, 41*(2), 3.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1-36.

Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gain and the pitfalls of reification-the case of algebra. *Educational Studies in Mathematics, 26*, 191-228.

Siagian, M. D., Suryadi, D., Nurlaelah, E., & Prabawanto, S. (2022). Investigation of Secondary Students' Epistemological Obstacles in the Inequality Concept. *Mathematics Teaching Research Journal*, *14*(4), 106-128.

Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructive perspective. *Journal of Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114–145.

Sinclair, H. (1987). Constructivism and the psychology of mathematics. J.C. Bergeron, N. Herscovics ve C. Kieran (Ed.), *Proceedings of the 11th PME International Conference,* 1, (s.28-41). Montréal: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Skemp, R.R. (1987). *The psychology of learning mathematics. Expanded american edition* (1. baskı). New York: Routledge.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematic*, 20, 147-164.

Stacey, K. (2006). *What is mathematical thinking and why is it important.* Progress report of the APEC project: Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II)–Lesson Study focusing on Mathematical Thinking. University of Tsukuba, Tsukuba.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, *90*(2), 110-113.

Steele, D.F., & Johanning, D.I. (2004). A schematic–theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics, 57*(1), 65-90.

Steffe, L.P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. E. Von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (s.177–194). New York: Kluwer Academic Publishers.

Steffe, L.P., & Olive, J. (2010). *Children's fractional knowledge*. New York: Springer.

Steffe, L.P., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. R. Lesh ve A.E. Kelly (Ed.), *Research Design in Mathematics And Science Education* (s.267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Steffe, L.P., & Ulrich, C. (2014). Constructivist teaching experiment. *Encyclopedia of mathematics education* (s.102-109). Dordrecht: Springer Netherlands.

Şen, C., & Güler, G. (2022). *Cebir Uygulamaları ile ilkokul ve ortaokulda cebir öğretimi.* Ankara: Vizetek Yayıncılık.

Takır, A., & Özerem, A. (2020). Ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme başarılarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 49,* 582- 599. https://doi.org/10.9779/pauefd.523388.

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. *PME conference 1*, (s.1-61). The Program Committee of the 18Th PME Conference. Recife, Brazil.

Tall, D., & Thomas, M. (1991). Encouring Versatile Thinking in Algebra Using the Computer. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(2), 125-147.

Tall, D., Gray, E., Bin Ali, M.B., Crowley, L., DeMarois, P., McGowen, M., Pitta, D., Pinto, M., Thomas, M., & Yusof, Y. (2001). Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 1,* 80-104.

Tanışlı, D., & Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice, 9*(3), 1453-1497.

Tanışlı, D., & Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198.

Tanışlı, D., & Yavuzsoy Köse, N. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: Bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 12*(44), 255-283.

Taylor Cox, J. (2003). Algebra in Early Years? Yes!. *Young Children*, 14-21.

Tekay, T., & Doğan, M. (2015). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafikleri ile ilgili soruları çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi*, *2*(1).

Tekcan, T. (2022). *Öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri: Tam öğrenme ilkeleri çerçevesinde zenginleştirilmiş öğrenme ortamının etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Threlfall, J. (1999). *Repeating patterns in the early primary years*. A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics.* London: Cassell.

Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi, 19*(2), 81-103.

Townsend, R. (2003). *Öğrenme Zenginliği* (Çev. Pelin Siral). İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi* [Doktora tezi]. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Tunks, J., & Weller, K. (2009). Changing practice, changing minds, from arithmetical to algebraic thinking: an application of the concerns-based adoption model (CBAM). *Educational Studies in Mathematics, 72*(2), 161-183. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9189-x

Turgut, S., & Doğan Temur, Ö. (2017). Sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşüncelerinin belirlenmesi. *Elementary Education Online*, *16*(4), 1469-1490.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 234- 243.

Usiskin, Z. (1997). Doing Algebra in Grades K-4. B. Moses (Ed.). *Algebraic Thinking, Grades K-12*. Reston, VA: NCTM.

Usta, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 6*(3), 427-453.

Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: Kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Eğitimde Nitel Araştırmalar, 7*(2), 792-825. https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.14m

Ünlü, M. (2023). Cebir öğrenme alanındaki olası hatalar ve kavram yanılgıları I; Değişken ve eşitlik, cebirsel ifadeler ve denklem. E. Ertekin ve S.Ö. Bütüner (Ed.), *Ortaokul Matematiğinde Hatalar-Kavram yanılgıları ve Giderilmesine Yönelik Etkinlikler* (s.223-270). Ankara: Vizetek Yayıncılık.

Ünlüer İ. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikler ve çar-panlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Vallecillos, A., & Moreno, A. (2002). Framework for Instruction and Assesment on Elementary Inferential Statistics Thinking. *2nd International Conference on The Teaching Mathematics*. Crete, Greece.

Van Amerom, B. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics, 54*(1), 63-75.

Van De Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics* (5. baskı.) Boston: Allyn and Bacon.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.W. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Ankara: Nobel Yayıncılık.

Varışlı, M.A., & Demir, S. (2020a). *Matematik atölyem 6*. İstanbul: Arı Yayıncılık.

Varışlı, M.A., & Demir, S. (2020b). *Matematik atölyem 7*. İstanbul: Arı Yayıncılık.

Varışlı, M.A., & Demir, S. (2020c). *Matematik atölyem 8*. İstanbul: Arı Yayıncılık.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: Falmer Press.

Wagner, S. (1983). What are these called variables? *Mathematics Teacher*, *76*, 474-478.

Wang, X. (2015). The literature review of algebra learning: Focusing on the contributions to students' difficulties. *Creative education*, *6*(2), 144-153.

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce ve A. Roche (Ed.), *Building Connections: Research, Theory and Practice*. Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Melbourne, (s.759-766). Sydney: MERGA.

Warren, E. (2006). Comparative mathematical language in the elementary school: A longitudinal study. *Educational Studies in Mathematics, 62*, 169-189. https://doi.org/10.1007/s10649-006-4627-5.

Warren, E., & Cooper, T.J. (2009). Developing mathematics understanding and abstraction: The case of equivalence in the elementary years. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 76-95.

Whitebread, D., Bingham, S., Grau, V., Pino Pasternak, D., & Sangster, C. (2007). Development of metacognition and self-regulated learning in young children: The role of collaborative and peer-assisted learning. *Journal of Cognitive Education and Psychology, 6*(3), 433–455.

Williams, S. (1997). Algebra: What students can learn. The nature and algebra in the K-14 curriculum. *Proceedings of a National Symposium*. Washington, DC.

Williams, S.E., & Molina, D. (1997). Algebra: What all students can learn. The nature and role of algebra in the K-14 curriculum. *Proceedings of a National Symposium*. Washington, DC.

Wongyai, P., & Kamol, N. (2004). A framework in characterizing lower secondary school students' algebraic thinking. Retrieved from http://www.icme-organisers.dk/tsg09/PiyavadeeWongyai.pdf

Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics, 3*(1), 276-280.

Yakut Çakır, M., & Akyüz, G. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9*(2), 205-229.

Yaman, H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24,142-151.

Yenilmez, K., & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(2), 37-45.

Yenilmez, K., & Şan, İ. (2008). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeyleri. *Journal of New World Sciences Academy, 3*(3), 409-418.

Yerushalmy, M., & Schwartz, J.L. (1993) Seizing the opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting. T.A. Romberg, E. Fennema ve T.P. Carpenter (Ed.), *Integrating Research on the Graphical Representation of Functions Hillsdale* (s.41-68). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Yeşildere, S., & Akkoç, H. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Şekil Örüntülerini Genelleme Süreçleri, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*(Temmuz 2011/II), 141-153.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme* (3. baskı). İstanbul: Remzi Kitapevi.

Yıldırım, K. (2016). *Denklemler konusunun etkinliklerle öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve matematik kaygılarına etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yıldız, P., & Atay, A. (2019). Ortaokul Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Eşit İşaretine İlişkin Anlamaları. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *5*(2), 426-438.

Yıldız, P., Koza Çiftçi, Ş., Şengil Akar, Ş., & Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Eğitim Araştırmaları Dergisi, 8*(1), 18-31.

Yılmaz, A. (2022). *Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

Yılmaz, N. (2015). Cebir öğretiminde yazma etkinliklerini kullanmanın ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin başarılarına etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15*(1), 357-376.

Yılmaz, Ö. (2023). *Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal ve cebirsel muhakemelerinin ve aralarındaki ilişkinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yurtyapan, M.I., & Kaleli Yılmaz, G. (2021). An investigation of the geometric thinking levels of middle school mathematics preservice teachers according to SOLO taxonomy: Social Distance Problems. *Participatory Educational Research, 8*(3), 188-209. https://doi.org/10.17275/per.21.61.8.3.

Zaelani, K.M., Marlina, R., & Effendi, K.N.S. (2020). The algebraic thinking profile of junior high school students at extended abstract level of SOLO taxonomy. *Edumatika: Jurnal Riset Pendidikan Matematika, 3*(2), 120-128.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies In Mathematics, 49*(3), 379-402. https://doi.org/10.1023/A:1020291317178

EKLER

EK- 1: Araştırma İzni

T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı : E-48178250-300-133576 28.12.2021
Konu : Araştırma İzni (Sema ACAR)

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 15.12.2021 tarihli ve E-71052239-100-128996 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Sema ACAR'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ve Solo Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi" adlı tezi kapsamında araştırma yapma isteği ile ilgili Konya Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 24.12.2021 tarih ve 39794690 sayılı yazısı ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Muhiddin OKUMUŞLAR
Rektör Yardımcısı

Ek: Resmi Yazı ve Ekleri (13 Sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : 0MBB-D88E-05EK Belge Doğrulama Adresi : https://ebyssorgu.erbakan.edu.tr

T.C.
KONYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-83688308-605.99-39794690 24.12.2021
Konu : Araştırma İzni (Sema ACAR)

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığının (Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü) 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi.
b) 17.12.2021 tarihli ve E-48178250-300-129371 sayılı yazınız.
c) 23.12.2021 tarihli Araştırma İzinleri Değerlendirme Komisyonu Tutanağı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Doktora Programı öğrencisi Sema ACAR'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ve Solo Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi" konulu araştırmasını uygulama talebi incelenmiştir.

Araştırmanın, Taşkent Balcılar Mehmet Ulu İmam Hatip Ortaokulu Müdürlüğünde eğitim gören 8. sınıf öğrencilerine eğitim öğretimi aksatmamak ve ilgi (a) Genelgede belirtilen açıklamalara uyulması kaydıyla gerçekleştirilmesi ilgi (c) komisyon tutanağı ile uygun görülmektedir. Müdürlüğümüze bağlı eğitim kurumlarındaki çalışmaların 2021-2022 eğitim öğretim yılı içerisinde tamamlanması zorunludur. Araştırma kapsamında yürütülecek çalışmaların 2021-2022 eğitim öğretim yılında tamamlanmaması durumunda Müdürlüğümüzden tekrar izin alınması gerekmektedir.

Araştırmada Müdürlüğümüz tarafından onaylanarak gönderilen veri toplama araçlarının kullanılması, elde edilecek kişisel verilerin gizliliği hususuna dikkat edilmesi ve araştırma sonucunun çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde bir adet kitapçık ve bir adet CD olarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Arz ederim.

Seyit Ali BÜYÜK
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek:
1-Genelge (3 Sayfa)
2-Veli Onam Formu (1 Sayfa)
3-Cebirsel Düşünme Testi (4 Sayfa)
4-SOLO Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyeleri Ölçeği (4 Sayfa)

EK- 2: Öğrenci - Veli Onam Formu

Bu çalışma, "Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ve Solo Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi" başlıklı bir araştırma çalışması olup katılımcıların cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi amacını taşımaktadır. Çalışma, Doktora Öğrencisi Sema ACAR tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, ön test, öğretim seansları, klinik görüşmeler ve son test yapılarak sizden veriler toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler gizlilik yöntemi ile korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabileceksiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü doktora öğrencisi Sema ACAR'a yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı : Sema ACAR İletişim bilgileri :

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.
(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

Sayın Veli;

Bu çalışma, "Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ve Solo Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi" başlıklı bir araştırma çalışması olup katılımcıların cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi amacını taşımaktadır. Çalışma, Doktora Öğrencisi Sema ACAR tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile öğrencilerin cebirsel düşünme becerisinin gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılım gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, ön test, öğretim seansları, klinik görüşmeler ve son test yapılarak öğrencilerden veriler toplanacaktır.
- İsim yazmak ya da kimliği açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Toplanan veriler gizlilik yöntemi ile korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde öğrenciye rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılım sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissedilirse öğrenci çalışmadan istediği zaman ayrılabilir. Çalışmadan ayrılma durumunda öğrenciden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü doktora öğrencisi Sema ACAR'a yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı : Sema ACAR İletişim bilgileri :

Yukarıda yer alan ve araştırmadan önce katılımcıya verilmesi gereken bilgileri okudum ve bu çalışmanın kapsamını ve amacını, gönüllü katılımcılara düşen sorumlulukları anladım.

Çalışma hakkında yazılı/sözlü açıklama araştırmacı tarafından yapıldı ve katılımcının kişisel bilgilerinin özenle korunacağı konusunda yeterli güven verildi.

Bu koşullarda, velisi/vasisi bulunduğum …………………………………….'nın araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve telkin olmaksızın katılmasını kabul ediyorum.

İsim-Soyisim İmza:

EK- 3: Etik Kurul Kararı

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMALAR ETİK KURULU BAŞKANLIĞI
ETİK KURUL KARARI

Etik Kurul Toplantı Tarihi/Sayısı ve Karar No	**Tarih :18/06/2021** **Toplantı Sayısı:06** **Karar No :2021/368**
Araştırmanın Başlığı	Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Ve Solo Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi
Sorumlu Araştırmacı	Doç. Dr. Bilge PEKER
Yardımcı Araştırmacılar	Doktora Öğrencisi Sema ACAR
Etik Kurul Kararı	Başvurunuz değerlendirilmiş olup araştırmanız Etik Kurul tarafından uygun görülmüştür.
Uygun Değil ise gerekçeleri	

ASLI GİBİDİR
24/06/2021

Doç. Dr. Ahmet KURNAZ
Etik Kurul Başkanı

EK- 4: Cebirsel Düşünme Testi Kullanım İzni

EK- 5: Kitap Kullanım İzinleri

Oluştur
Gelen Kutusu
Yıldızlı
Ertelenenler
Gönderilmiş Postalar
Taslaklar
Diğer
Etiketler

İZİN Gelen Kutusu

sema acar
Alıcı: info

Merhaba
İsmim Sema ACAR . Konya'da bir devlet okulunda ilköğretim matematik öğretmeni olarak görev yapmaktayım. Aynı zamanda Necmettin Erbakan Üniversitesinde doktora öğrencisiyim. Arı Yayıncılık Matematik Atölyem kitaplarını yıllardır derslerimde öğrencilerimle birlikte severek kullanıyoruz. Doktora tezimin öğrencilerle birlikte yürüteceğim uygulama aşamasında kitaplarınızdan soruları ve sorularla birlikte yer alan resimleri, grafikleri kullanmak istiyorum. İzin vermeniz durumunda sorular tezimde yer alacak ve kaynakçada yayınevi ve kullandığım kitapları da belirteceğim. Bu konuda yayınevi olarak izninizi istiyorum.
En kısa zamanda cevabınızı bekliyor ve kolaylıklar diliyorum. İyi günler.

Arı Yayıncılık
Alıcı: ben

Merhaba, yetkililerden izin alındı. Kullanabilirsiniz. İlginize teşekkür ederiz.

Oluştur
Gelen Kutusu
Yıldızlı
Ertelenenler
Gönderilmiş Postalar
Taslaklar
Diğer
Etiketler

İZİN Gelen Kutusu

sema acar
Alıcı: info

Merhaba
İsmim Sema ACAR . Konya'da bir devlet okulunda ilköğretim matematik öğretmeni olarak görev yapmaktayım. Aynı zamanda Necmettin Erbakan Üniversitesinde doktora öğrencisiyim. Çanta Yayıncılık Matematik kitaplarını yıllardır derslerimde öğrencilerimle birlikte severek kullanıyoruz. Doktora tezimin öğrencilerle birlikte yürüteceğim uygulama aşamasında kitaplarınızdan soruları ve sorularla birlikte yer alan resimleri, grafikleri kullanmak istiyorum. İzin vermeniz durumunda sorular tezimde yer alacak ve kaynakçada yayınevi ve kullandığım kitapları da belirteceğim. Bu konuda yayınevi olarak izninizi istiyorum.
En kısa zamanda cevabınızı bekliyor ve kolaylıklar diliyorum. İyi günler.

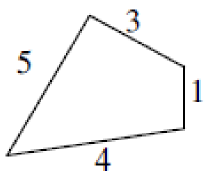
Yayınları Çanta
Alıcı: ben

merhaba hocam çanta yayıncılıkdan alıntı olarak belirttiğiniz sürece kullanabilirsiniz iyi günler dileriz

EK- 6: Cebirsel Düşünme Testi

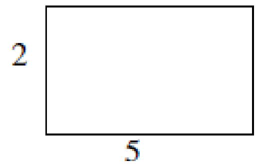
1.

i)



Ç=?

ii)

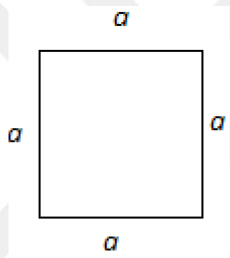


A=?

2.

i. $a+2=5$ ise $a=?$

ii.

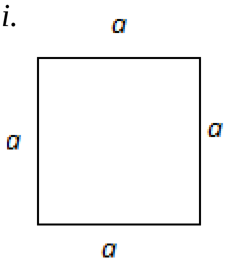


Verilen karenin kenar uzunlukları *a* birim olduğuna göre $Ç=?$

iii. $\mathbf{3}a+\mathbf{2}a=?$

3. $a+b=9$ ise $a+b+2=?$

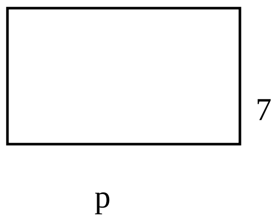
4. *i.*



A

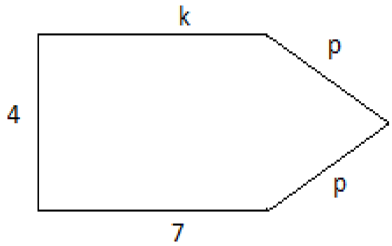
$A=?$

ii.



$A=?$

iii.

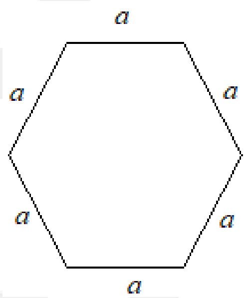


$Ç = ?$

5.

i. $a = 3b + 2$, $b = 1$ ise $a = ?$

ii.

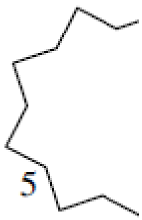


$Ç = ?$

iii. $3a + 2b + a = ?$

6. $a - b + 4 = 40$ ise $a - b + 4 - 2 = ?$

7. Kenar sayısı bilinmeyen aşağıdaki şeklin her bir kenarının uzunluğu 5 birim ise bu şeklin çevresi kaç birimdir?



8. $3a - b + a = ?$

9. $3n$’ e 4 ekleyin ve sonucu ifade edin.

10. $e+f=10$ ise $d+e+f=?$

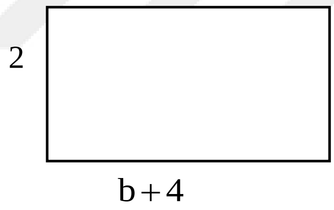
11. $r=u+v$, $r+u+v=30$ ise $r=?$

12. $c+d=16$, $c<d$ ise $c=?$

13. $(a-b)+b=?$

14. $(n+5)$ ’i 4 ile çarpın ve sonucu ifade edin.

15.



$A=?$

16. Tanesi 7 lira olan a tane kalem ile tanesi 3 lira olan b tane silgi kaç lira tutar?

17. Tanesi 7 lira olan kalemlerden a tane, tanesi 3 lira olan silgilerden b tane aldım ve toplam 80 lira ödedim. Kaç silgi, kaç kalem almış olabilirim?

18. $a+b+c=a+b+d$ ifadesi her zaman doğru mudur? Neden?

19. x’ in hangi değeri için

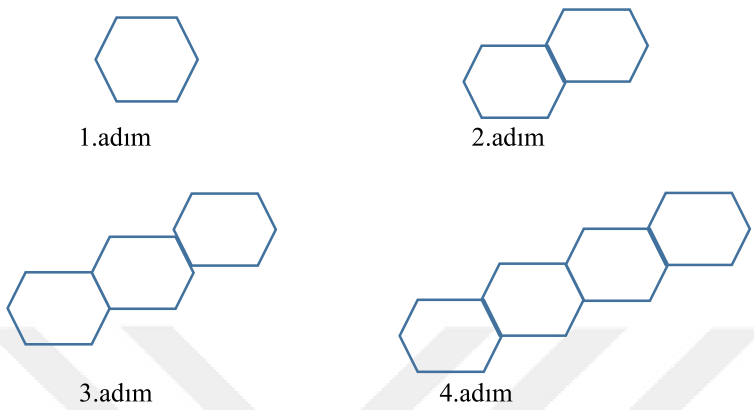
i. $(x+1)^2 + x = 41$ eder?

ii. $(3x+1)^2 + 3x = 41$ eder?

20. 2n mi, $n+2$ mi büyüktür? Açıklayınız.

EK- 7: SOLO Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyeleri Testi ve Değerlendirme Kriterleri

1.



Yukarıda ilk 4 adımı verilen örüntüde;

a) 6. adımda kaç kibrit çöpü gereklidir?
b) 12. adımda 61 kibrit çöpü gerekliyse 13. adımda kaç kibrit çöpü gereklidir?
c) Örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeyi yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. Öğrenci örüntünün ortak farkını anlayamaz. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. 6. adım için gerekli olan kibrit çöpü sayısını çizim yaparak bulabilir ancak iki adım arasındaki farktan yararlanamaz yani ortak farkı fark edemez. Dolayısıyla sorunun b maddesine doğru cevabı veremez.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Öğrenci bu seviyede artık örüntünün ortak farkını anlamlandırabilir, ortak farkı kullanarak a ve b maddelerine doğru cevap verebilir. Bu seviyede öğrenci örüntünün kuralını yazmaya çalışır, bu aşamada doğru bir şekilde örüntünün kuralını yazabilir ancak a ve b maddelerini kurala göre hesaplayamaz. Yani kuralı henüz doğru kullanamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Bu aşamada öğrenci ilk olarak örüntünün kuralını cebirsel olarak yazabilir. Daha sonra kural doğrultusunda a ve b maddelerine cevap verebilir.

2.

Yukarıda ilk 3 adımı verilen örüntüde;

a) 4. adımda kaç yıldız gereklidir?
b) Kaçıncı adımda 15 yıldız gereklidir?
c) Örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. Öğrenci örüntünün ortak farkını anlayamaz. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Sorunun a ve b maddelerine çizim yaparak cevap verebilir ancak ortak farkı anlamlandıramaz. Cebirsel olarak örüntünün kuralına ulaşamaz.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Öğrenci bu seviyede artık örüntünün ortak farkını anlamlandırabilir, örüntünün kuralını yazmaya çalışır, bu aşamada doğru bir şekilde örüntünün kuralını yazabilir ancak a ve b maddelerini kurala göre hesaplayamaz. Yani kuralı henüz doğru kullanamaz. Ancak adım sayısının 2 katının 1 fazlası gibi aritmetik işlemlerle b maddesine doğru cevap verebilir.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Bu aşamada öğrenci ilk olarak örüntünün kuralını cebirsel olarak yazabilir. Daha sonra kural doğrultusunda a ve b maddelerine cevap verebilir.

3. 2 8 14…

Yukarıda ilk 3 adımı verilen örüntünün;

a) 5. adımındaki sayı kaçtır?
b) Kaçıncı adımdaki sayı 86'dır?
c) Örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız. Kurala nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. Öğrenci örüntünün ortak farkını anlayamaz. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Ortak farkı fark edebilir, sorunun a maddesine sayarak cevap verebilir hatta sürekli ekleme metoduyla b maddesine de cevap verir ancak ortak farkı anlamlandıramaz. Cebirsel olarak örüntünün kuralına ulaşamaz.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Öğrenci bu seviyede artık örüntünün ortak farkını anlamlandırabilir, örüntünün kuralını yazmaya çalışır, bu aşamada doğru bir şekilde örüntünün kuralını yazabilir ancak a ve b maddelerini kurala göre hesaplayamaz. Yani kuralı henüz doğru kullanamaz. Ancak adım sayısının 6 katının 4 eksiği gibi aritmetik işlemlerle b maddesine doğru cevap verebilir.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Bu aşamada öğrenci ilk olarak örüntünün kuralını cebirsel olarak yazabilir. Daha sonra kural doğrultusunda a ve b maddelerine cevap verebilir.

4. $2n$ mi, $n+2$ mi büyüktür? Nedenleriyle birlikte açıklayınız (Altun, 2005).

Düşünme Düzeyleri	Sorunun değerlendirilmesi
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Değişkene tek bir değer vererek yorum yapmaya çalışır.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Değişkene birden fazla değer vererek yorum yapmaya çalışır.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Değişkenle ilgili tüm olasılıkları değerlendirir. Kritik değerin farkına vararak değişimi fark edebilir.

5. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı $12-a$ ve erkek öğrencilerin sayısı $4a+2$'dir.

a) Sınıftaki toplam öğrenci sayısını cebirsel olarak ifade ediniz.
b) Bu sınıf en fazla kaç kişi olabilir?

Düşünme Düzeyleri	Sorunun değerlendirilmesi
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Öğrenci sınıftaki toplam öğrenci sayısını cebirsel olarak ifade edemez. Yanlış işlemler yapar.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Sınıftaki öğrenci sayısını cebirsel olarak doğru bulabilir ancak sorunun b maddesine cevap veremez.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. a maddesini doğru bir şekilde cevaplandıran öğrenci b maddesi için a'ya değerler vererek birkaç farklı sınıf mevcudu sayısı bulur. Ancak en fazla kaç olacağını bulabilmek için ilişkilendirme yapamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. a ve b maddelerini eksiksiz bir şekilde doğru cevaplandırabilir.

6. Tanesi 7 lira olan kalemlerden a tane, tanesi 3 lira olan silgilerden b tane aldım ve toplam 80 lira ödedim. Bu ifadeyi cebirsel olarak gösteriniz. Kaç silgi, kaç kalem almış olabilirim? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız (Altun, 2005).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazamaz.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Bu seviyedeki öğrenci cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazamasa da soru için tek bir cevap bulabilir.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Bu seviyedeki öğrencinin cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazması beklenir ancak cebirsel ifadeyi yazamasa da defter ve kalem sayısı için birden fazla alternatif söyleyebiliyorsa öğrencinin çok yönlü yapı seviyesinde olduğu kabul edilir.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Öğrenci cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazabilir. Sorunun bütün alternatiflerini değerlendirebilir. Yani a ve b'nin alabileceği tüm değerleri bulur.

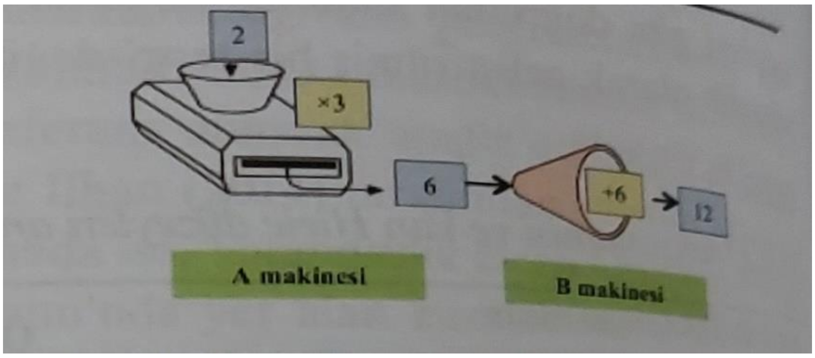
7. $c+d=16$, $c<d$ ise $c=?$ Cevabınızı açıklayınız (Altun, 2005).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. c ve d değişkenlerini anlamlandıramaz.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Yani c ve d için tek bir doğru cevap verebilir.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. c ve d için birden fazla doğru cevap verebilir ancak tüm durumları göz önünde bulunduramaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. c ve d için tüm doğru cevapları verebilir.

8. Tanesi 7 lira olan a tane kalem ile tanesi 3 lira olan b tane silgi kaç lira tutar? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız (Altun, 2005).

Düşünme Düzeyleri	Sorunun değerlendirilmesi
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Cebirsel ifadeyi yazamaz. a ve b yerine tek bir sayısal değer vererek bir sonuç söyler.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Bu seviyede öğrenci birden fazla sonuç olacağının farkındadır. a ve b yerine farklı sayılar vererek farklı sonuçlar söyler.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Bu seviyede öğrenci cevabın $7a+3b$ olduğunu ve bu değerinde sonsuz sayıda değer alabileceğini ifade eder.

9.



Yukarıdaki A ve B şeklinde iki denklem makinesi verilmiştir. A makinesine bir sayı konulduğunda makine bu sayıyı 3 ile çarparak değiştirmektedir. Daha sonra A makinesinden çıkan sayı B makinesine girmekte ve B makinesi bu sayıya 6 eklemektedir. A ve B makinelerinin çalışma prensiplerine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız (Çetin ve İlhan, 2016).

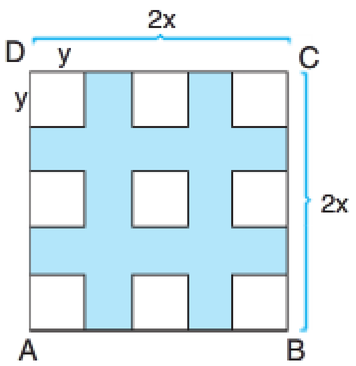
a) A makinesine giren sayı 5 ise B makinesine girecek sayı kaç olur?
b) A makinesine sırasıyla 11 ve 24 sayıları konulduğunda B makinesinden çıkan sayılar ne olur?
c) A makinesine x sayısı konulduğunda B makinesinden çıkan sayı y olmaktadır. Buna göre y sayısını x cinsinden ifade ediniz.

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Yani sorunun sadece a şıkkına doğru cevap verebilir.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Sorunun b şıkkına doğru cevap verebilir.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Sorunun c şıkkına doğru cevabı verebilir.

10. Ali'nin boyu $3x+20$ cm, Mutlu'nun boyu $x+50$ cm'dir. Ali'nin boyu Mutlu'nun boyundan uzun olduğuna göre x'in alabileceği değerleri bulunuz (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020c).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. x değeri için herhangi bir yorum yapamaz.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Eşitsizliği oluşturamaz. Soruda verilen durumu sağlamaya yönelik tek bir değer arayışına girer.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Eşitsizliği oluşturabilir ancak çözüm yapamaz. Eşitsizliği sağlayan birden fazla değer bulabilir.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Eşitsizliği yazarak x'in tüm değerlerini bulabilir.

11.



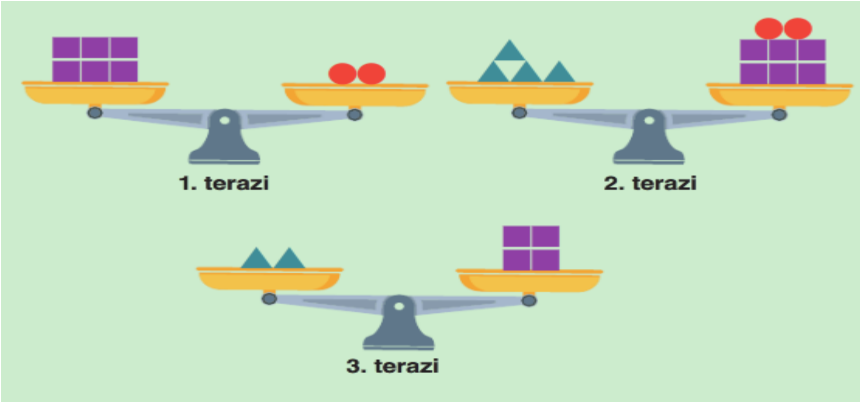
Bir kenarı 2x cm olan ABCD karesinden her birinin kenar uzunluğu y cm olan 9 tane kare kesilerek çıkarılıyor. Buna göre geriye kalan bölgenin alanı kaç cm^2'dir? (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020c).

Düşünme Düzeyleri	Sorunun değerlendirilmesi
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Soruda sadece ABCD karesinin alanını veya sadece küçük karelerin birinin alanını bulabilir.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. ABCD karesinin alanını ve verilen küçük karelerin alanını bulabilir ancak bunları birbiri ile ilişkilendiremez.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. ABCD karesinin ve küçük karelerin alanını bulduktan sonra gerekli çıkarma işlemini yapar. Yani öğrenci soruyu eksiksiz bir biçimde cevaplar.

12. ABCD karesinin alanı $25x^2 + 30x + 9$ br^2 ve EFGH karesinin alanı $4x^2 + 28x + 49$ br^2'dir. Buna göre ABCD karesinin çevre uzunluğu EFGH karesinin çevre uzunluğundan kaç birim uzundur?

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Soruda sadece verilen karelerin birer kenarını bulmaya çalışır.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Öğrenci her iki karenin de çevre uzunluğunu bulabilir ancak aradaki farkı bulamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Öğrenci soruyu eksiksiz bir biçimde cevaplar.

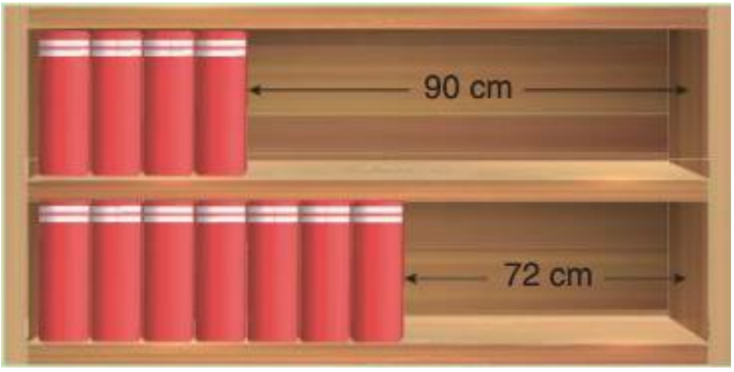
13.



Yukarıda verilen 1. ve 2. teraziler dengededir. 3.terazinin dengeye gelebilmesi için sağ kefeye kaç tane kare konulmalıdır? Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020b).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Bu seviyedeki öğrenci sorudaki değişken kavramlarını anlamlandıramaz. Eşitlik ifadelerini doğru bir biçimde yazamaz.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Bu seviyedeki öğrenci sorudaki farklı değişkenleri anlayabilir. Eşitlik ifadelerini henüz bu seviyede yazamaz ancak sorunun tek bir yönüne odaklanarak değişkenlerin yerine tek bir sayı deneyerek bulmaya çalışır.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Eşitlik ifadelerini yazabilir ancak sembollerin birbiri ile olan ilişkisini anlayamaz. Yani dairenin 3 tane kareye eşit olduğunu anlayamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Eşitlik ifadelerini doğru bir biçimde yazarak sembollerin birbiri ile ilişkisini anlar ve doğru cevaba ulaşır.

14.



Yukarıda aynı ölçülerde iki raf verilmiştir. Bu raflara özdeş kitaplar yukarıdaki gibi dizilmiştir. Buna göre rafların her birine en fazla kaç adet kitap yan yana dizilebilir? (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020c).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Öğrenci kitapların genişliğinin değişken olduğunun farkında değildir.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Kitapların genişliğinin değişken olduğunun farkındadır. Değişkenin yerine bir değer vererek rafın uzunluğunu bulmaya çalışır.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Ayrı ayrı rafların uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi hesap edebilir ama bunları birbiri ile ilişkilendirip eşitleme yapamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Rafların uzunluğunu birbiri ile eşitleyip her kitabın genişliğini bularak rafa kaç adet kitap sığacağını hesap edebilir.

15. Bir telefon şirketi her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarifeye göre her arama için sabit ücret 3 lira ve konuşulan her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir.

a) 5 dk konuşan biri kaç tl ücret öder?
b) 51 tl ödeyen bir kişi kaç dk konuşmuştur?
c) Kişilerin konuştukları herhangi bir dakikada ödeyecekleri ücreti cebirsel olarak ifade ediniz. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız.

Düşünme Düzeyleri	Sorunun değerlendirilmesi
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Cebirsel ifadeyi kesinlikle oluşturamaz. Sorulara doğru cevap veremez.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Uzun aritmetik işlemlerle a veya b maddelerine cevaplar verebilir. Ancak kesinlikle cebirsel bir dil kullanımı yoktur.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Cebirsel ifadeyi yazabilir ancak a veya b maddelerine bu ifadeye göre doğru cevabı veremez.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. İlk aşamada cebirsel ifadeyi oluşturarak a veya b maddelerine bu ifadeye göre doğru cevabı verebilir.

16.

x	1	2	3	4
y	3	8	13	18

a) $x = 7$ için y değeri kaçtır?

b) $y = 58$ için x değeri kaçtır?

c) Yukarıdaki doğrusal ilişkinin denklemini yazınız. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020c).

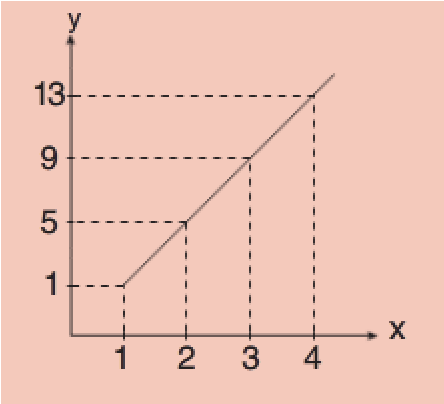
Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Cebirsel ifadeyi kesinlikle oluşturamaz. Sorulara doğru cevap veremez.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. x ve y'nin birbirine bağlı olarak değiştiğinin farkında değildir. Öğrenci uzun aritmetik işlemlerle a veya b maddelerine cevaplar verebilir ancak kesinlikle cebirsel bir dil kullanımı yoktur.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. x ve y'nin birbirine bağlı olarak değiştiğinin farkındadır. Doğrusal ilişkinin denklemini yazabilir ancak a veya b maddelerini bu denkleme göre bulamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Öğrenci ilk aşamada cebirsel ifadeyi oluşturarak a veya b maddelerine bu ifadeye göre doğru cevabı verebilir.

17. Bir fabrikanın deposundaki pantolon sayısı (p) saatte (t) 30 adet artmaktadır. Bu ilişki $p = 500 + 30t$ denklemi ile ifade edilirse,

a) Başlangıçta depoda kaç pantolon vardır?
b) 6 saatte depoda kaç pantolon olur?
c) Depoda 800 adet pantolon olduğunda ne kadar saat geçmiştir? (Varışlı ve Demir, 2020c).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Sorunun a şıkkına dahi cevap veremez.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. Sorunun a şıkkına doğru cevap vererek cebirsel ifadeyi yorumlayabilir. Uzun aritmetik işlemlerle b şıkkına cevap verebilir ancak kesinlikle cebirsel bir dil kullanımı yoktur.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. Sorunun c şıkkına cevap verebilmek için değişkenin yerine farklı sayılar deneyerek çözüme ulaşmaya çalışır.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. Verilen cebirsel ifadeye göre tüm maddelere eksiksiz cevap verir.

18.



a) $x = 12$ için y kaçtır?
b) $y = 37$ için x kaçtır?
c) Grafiğe göre doğrusal ilişkinin denklemini yazınız. Nasıl düşündüğünüzü açıklayınız (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020c).

Düşünme Düzeyleri	**Sorunun değerlendirilmesi**
Yapı öncesi	Öğrencinin cevapları soru ile alakalı değildir, soruyu anlamakta güçlük çeker. İlgisiz cevaplar verir. Cebirsel ifadeyi kesinlikle oluşturamaz. Sorulara doğru cevap veremez.
Tek yönlü yapı	Öğrenci sorunun tek bir yönüne odaklanır. x ve y'nin birbirine bağlı olarak değiştiğinin farkında değildir. Uzun aritmetik işlemlerle a veya b maddelerine cevaplar verebilir ancak kesinlikle cebirsel bir dil kullanımı yoktur.
Çok yönlü yapı	Öğrenci sorunun birden fazla yönüne odaklanır ancak bu yönleri birbiri ile ilişkilendiremez. x ve y'nin birbirine bağlı olarak değiştiğinin farkındadır. Doğrusal ilişkinin denklemini yazabilir ancak a veya b maddelerini bu denkleme göre bulamaz.
İlişkisel yapı	Öğrenci sorunun cevabıyla ilgili tüm yönleri bilir ve bu yönleri birbiri ile ilişkilendirebilir. İlk aşamada cebirsel ifadeyi oluşturarak a veya b maddelerine bu ifadeye göre doğru cevabı verebilir.

EK- 8: Öğretim Seansları İçin Hazırlanan Örnek Bir Ders Planı

Öğretim Seansı 2 (Birinci Hafta)

Öğrenme Alanı: Cebir

Alt Öğrenme Alanı: Eşitlik ve Denklem

Kazanım

M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

Ders İçeriği

Keşif:

“Eşit işaretinin anlamı nedir?” sorusu ile derse başlanır. Öğrencilerin eşitlik ile ilgili zihin haritaları oluşturmaları istenir. Öğrenci cevapları hep birlikte analiz edilir. Öğrencilerden gelen cevaplar eşitliğin aritmetik anlamına yönelik olursa öğrencileri cebirsel anlama yani eşitliğin ilişkisel anlamına yöneltecek sorular sorulur. Öğrencilerden beş tane eşitlik yazmaları istenir.

Kavrama Giriş:

Çalışma kâğıdı dağıtılır. 1 ve 2. sorular çözülür. Bu çalışma kâğıdında eşitliğin ilişkisel anlamına vurgu yapacak etkinlikler hazırlanmıştır. Etkinliklerin çözümünde ilişkisel anlama dikkat edilir.

1. Aşağıdaki ifadelerde doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y yazınız.

( ) $3+8=8+3$　　　( ) $5x18=10x9$

( ) $27+62=26+63$　　　( ) $9x6=(10x6)-6$

( ) $19-2=18-3$　　　( ) $9x6=7x8$

( ) $15-(8-3)=(15-8)+3$　　　( ) $42:16=84:32$

2. Aşağıdaki bilinmeyenlerin yerine gelebilecek değerleri yazınız.

$8+5=x+8$　　　$15+8=x+4=y$

$7+6=5+y$　　　$a+2+b=9+c+4$

$a-41=184-36$　　　$a+b=11$

$b+52=125$　　　$x+y=a+b$

$7+2=s+4$　　　$20-a=27-12$

$40-x=30-4$　　　$40=12+2x$

Teraziyi dengelemek için sağ kefeye ne kadar ağırlık konulması gerektiği interaktif ortamda gösterilir. Terazi dengelendikten sonra eşitliğin tanımına ulaşılır.

- Eşitlik, birden çok niceliğin değer olarak aynı veya denk miktarda olmaları durumudur. Eşitlik için “=” sembolü kullanılır. Daha sonra dengede duran bir teraziye yeni ağırlıklar eklemek istediğimizde dengeyi korumak için ne yapabiliriz sorusu yöneltilir. Cevaplar hep beraber tartışılıp eşitliğin korunumu ilkesi anlatılır.

Bir eşitliğin: 1) Her iki tarafındaki terimlere aynı sayı eklenince 2) Her iki tarafındaki terimlerden aynı sayı çıkarılınca 3) Her iki tarafındaki terimler aynı sayı ile çarpılınca 4) Her iki tarafındaki terimler sıfırdan farklı bir sayıya bölününce eşitlik bozulmaz.

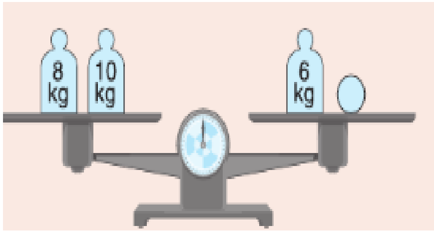
Kavramı Uygulama:

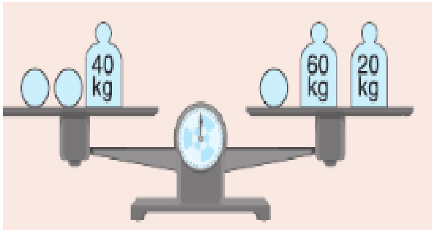
1. Bir terazinin her iki kefesinde de 10 gr ağırlık vardır. Terazi dengede midir?
   Terazinin sol kefesine 5 gr ağırlık ekleniyor. Terazi halen dengede midir?
   Teraziyi dengelemek için yapılabilecekleri yazınız

2. 

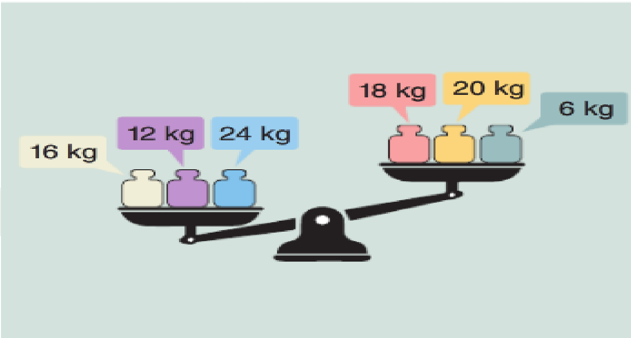
   Kese kâğıdının ağırlığını bulunuz.

3. Aşağıdaki bilinmeyen ağırlıkları bulunuz (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020b).





4.

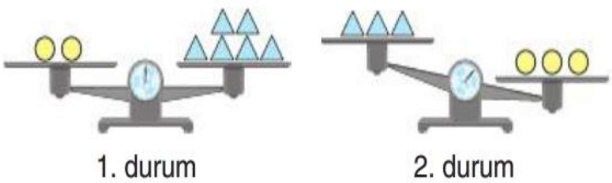


Bir çocuk şekildeki eşit kollu teraziyi dengeye getirmek istiyor.
Bunun için hangi kütlelerin yerleri değiştirilmelidir? (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020b).

5. Ayşe'nin elinde 24 fındık vardır. Sena'nın elinde ise 6 fındık vardır. Her ikiside eşit sayıda fındığa sahip olmak için Ayşe Sena'ya kaç fındık vermelidir?

6. Balcılar Mehmet Ulu İHO 8/A sınıfındaki tüm öğrenciler okulda açılan satranç ve masa tenisi kurslarından birine kaydolacaklardır. Buna göre bu öğrencilerin bu kurslara katılabileceği farklı durumları gösteriniz.

7.



1. durumda terazi dengededir. Buna göre 2. durumda terazinin denge konumunda olması için sol kefeye kaç tane daha △ kütlesi konulmalıdır? (Sağdıç, Sarıtaş ve Canlı, 2020b).

8. 5 tane eşitlik yazınız.

9. Eşitlik kavramı ile ilgili zihin haritanızı oluşturunuz.

10. Bir web 2.0 aracı kullanılarak öğrenilenler tekrar edilir.

EK- 9: Özgeçmiş

Adı Soyadı **:** Sema ACAR

Yabancı Dili **:** İngilizce

Eğitim Geçmişi

- **Doktora:** Necmettin Erbakan Üniversitesi, Matematik Eğitimi, 2019-2024
  Tez Adı: Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ve SOLO Taksonomisine Göre Cebirsel Düşünme Seviyelerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi

- **Yüksek Lisans:** Necmettin Erbakan Üniversitesi, Matematik Eğitimi, 2017-2019
  Tez Adı: Sayı Hissi ile Cebirsel Düşünme Becerisi Arasındaki İlişkinin Farklı Değişkenler Açısından İncelenmesi

- **Lisans:** Necmettin Erbakan Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, 2012-2016

Mesleki Deneyim

Görev	**Kurum/Kuruluş**	**Yıl**
Matematik Öğretmeni	Balcılar Mehmet Ulu İHO	2018-2023
Müdür Yardımcısı	Sultan Alparslan İHO	2023-devam ediyor

Yayınlar

Makale

✓ Acar, S., Peker, B., & Küçükgencay, N. (2020). Çeşitli Branşlardaki Ortaokul Öğretmenlerinin Online Eğitim Platformları Hakkındaki Görüşleri. *Journal Of Social, Humanities and Administrative Sciences,* *6*(27), 901-925. https://doi.org/10.31589/JOSHAS.347

✓ Küçükgençay, N., Peker, B., & Acar, S. (2020). Teachers' Access Statuses to Manipulatives in Mathematics Lessons and The Factors Limiting Their Access: A Qualitative Study. *Turkish Studies-Education,* *15*(5), 3513-3534. https://dx.doi.org/10.47423/TurkishStudies.43727

✓ Acar, S., & Peker, B. (2021). What Are the Purposes of Teachers for Using the eTwinning Platform and the Effects of the Platform on Teachers?. *Acta Didactica Napocensia, 14*(1), 91-103. https://doi.org/10.24193/adn.14.1.7

- ✓ Peker, B., Küçükgençay, N., & Acar, S. (2021). New Answer For The Question of How We Will Make Mathematics Attractive: Cinema. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat), 12*(14), 3765-3778.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2021). 2018 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programının Sayı Hissi Bileşenlerine Göre İncelenmesi. *International Journal of Education and New Approaches, 4(*2), 114-128. https://doi.org/10.52974/jena.952589

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2022). Türkiye'de Matematik Eğitimi Alanında Yayımlanan Sayı Hissi ile İlgili Makalelerin İçerik Analizi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 9*(1), 14-32. https://doi.org/10.17278/ijesim.1016379

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2022). Matematik Öğretmenlerinin Eş Zamanlı Uzaktan Eğitime İlişkin Görüşleri. *Yaşadıkça Eğitim, 36*(2), 453-471. https://doi.org/10.33308/26674874.2022362401

- ✓ Acar, S. & Peker, B. (2023). 2018 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı Kazanımlarının SOLO Taksonomisine Göre İncelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(2), 1155-1171. https://doi.org/10.17679/inuefd.1220514

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2024). Gateway to Europe in Education: eTwinning Projects. *Journal of QualitativeResearch in Education, 37,* 281-304. https://doi.org/10.14689/enad.37.1725

- ✓ Peker, B. & Acar, S. (2024). Opinions of Mathematics Teachers on Measurement and Evaluation. *AhmetKeleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi (AKEF) Dergisi, 6*(1), 58-79. https://doi.org/10.38151/akef.2024.130

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2024). Is There a Relationship Between Number Sense and Algebraic Thinking?. *Journal of Necmettin Erbakan University Ereğli Faculty of Education*, *6*(2), 533-552. https://doi.org/10.51119/ereegf.2024.94

Kitap Bölümü

- ✓ Peker, B., Küçükgençay, N., & Acar, S. (2018). Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı Dersinin, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Öğretmenlik Öz Yeterliliklerine ve Öğretmenlik Mesleğine Yönelik Tutumlarına Etkisi. E. Yılmaz ve S. Solak (Ed.), *Human Society and Education in the Changing World* (s.180-188). Palet Yayınları.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2021). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Sayı Hissi ve Bileşenleri Hakkında Bilgileri ve Derslerinde Kullanımları: Nitel Bir Araştırma. Ö.T. Kara ve S. Erol (Ed.), *Güncel Alan Eğitimi Araştırmaları III* (s.109-132). Akademisyen Kitabevi.

- ✓ Peker, B., & Acar, S. (2022). Algebra and Algebraic Thinking. O. Tunaboylu ve Ö. Akman (Ed.), *Current Studies in Social Sciences 2022* (s.191-205). ISRES Publishing.

- ✓ Peker, B., & Acar, S. (2023). Öğretim deneyi. M. Bulut ve Z. Karacagil (Ed.), *Sosyal Bilimlerinde Güncel Tartışmalar 12* (s.624-635). Bilgin Kültür Sanat Yayınları.

- ✓ Peker, B., & Acar, S. (2024). Education in the Digital Information Age. E. Yünkül ve A.M. Güneş (Ed.), *Transforming School Systems Through Assessment, Technology, and Non-Traditional Learning Methods* (s.25-52). IGI Global.

Tam Metin

- ✓ Acar, S. & Peker, B. (2023). Türk Milli Eğitim Sisteminde Denetimin Tarihsel Sürecine Bakış. *Internatıonal Educatıon Congress, Tam Metin Kitabı,* 535-547. 17-19 Kasım 2022 / Akdeniz Üniversitesi.

Bildiri

- ✓ Küçükgençay, N., Acar, S., & Peker, B. (26-29 Ekim 2018). The Views of Mathematics Teachers at Secondary Schools About Getting Materials (Bildiri). *International Conference on Technology, Engineering and Science,* Antalya.

- ✓ Peker, B., Küçükgençay, N., & Acar, S. (22-24 Ekim 2018). Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı Dersinin, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Öğretmenlik Öz Yeterliliklerine Ve Öğretmenlik Mesleğine Yönelik Tutumlarına Etkisi (Bildiri). *2. Uluslararasi Sosyal Bilimler ve Eğitim Araştırmaları Sempozyumu,* Konya.

- ✓ Acar, S., Peker, B., & Küçükgençay, N. (22-24 Ekim 2018). Matematik Derslerinde Matematik Temalı Film İzlemenin Matematiğe Yönelik Tutuma Etkisi (Bildiri). *2. Uluslararasi Sosyal Bilimler ve Eğitim Araştırmaları Sempozyumu*, Konya.

- ✓ Acar, S., Peker, B., & Küçükgencay, N. (19-22 Haziran 2019). Çeşitli Branşlardaki Ortaokul Öğretmenlerinin Online Eğitim Platformları Hakkındaki Görüşleri (Bildiri). *VIth International Eurasian Educational Research Congress (EJER Congress 2019),* Ankara.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (11-13 Temmuz 2019). The Investigation of the Relationship Between Number Sense and Algebraic Thinking Skill (Bildiri). *International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME, 2019),* Konya.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (10-12 Eylül 2020). Eğitimde Avrupa'ya Açılan Kapı: eTwinning Projeleri (Bildiri). *VIIth International Eurasian Educational Research Congress (EJER Congress 2020),* Ankara.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2-5 Haziran 2022). Student Assessments On The Math Education Postgraduate Education Program (Bildiri). *International Technology Sciences and Design Symposium (ITESDES 2022)*, Giresun.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (2-5 Haziran 2022). Investigation of 2018 Secondary School Mathematics Curriculum OutcomesAccording to SOLO Taxonomy (Bildiri). *International Technology Sciences and Design Symposium (ITESDES 2022),* Giresun.

- ✓ Peker, B., & Acar, S. (5-7 Eylül 2024). Geleceğin Sınıflarında eTwinning Projeleri (Bildiri). *Uluslararası Projeden Uygulamaya Eğitim Sempozyumu (UPUES 2024),* Konya.

- ✓ Acar, S., & Peker, B. (5-7 Eylül 2024). Öğretmen Adaylarının Gözünden: ChatGPT'nin Eğitimde Kullanımı (Bildiri). *Uluslararası Projeden Uygulamaya Eğitim Sempozyumu (UPUES 2024).* Konya