



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

MATEMATİK EĞİTİMİNDE KAVRAM YANILGILARI KONUSUNDA YAPILMIŞ
ARAŞTIRMALARIN İNCELENMESİ: SİSTEMATİK DERLEME ÇALIŞMASI

Şule DAĞ

ORCID: 0000-0002-5497-2054

Danışman

Doç. Dr. Tuğba Horzum

ORCID: 0000-0003-0630-4518

Konya – 2022

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans eğitiminin boyunca bu çalışmanın tamamlanmasında en büyük katkı sağlayan, sabrı ile değerli vaktini, tecrübelerini ve bilgi birikimini her an zaman ve mekân sınırı gözetmeksizin benimle paylaşan, kendisinden hep çok şey öğrendiğim, birlikte çalıştığım için kendimi şanslı hissettiğim saygıdeğer hocam Doç. Dr. Tuğba HORZUM'a çok teşekkür ederim.

Lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca ihtiyacım olan her an bana bilgi ve tecrübeleri ile yol gösteren Dr. Öğr. Üyesi İbrahim ÇETİN hocama teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimimin bir kısmında birlikte çalışma imkânı bulduğum değerli tecrübelerini benden esirgemeyen, çalışmamda ve akademik hayatımda bana yol gösteren değerli Dr. Gloria KAUFFMAN' a teşekkürlerimi sunarım.

Yoğun çalışma temposu içinde kıymetli zamanlarını ayırarak tez jüri üyelikleri ile destek veren Dr. Öğr. Üyesi Selin ÇENBERCİ ve Prof. Dr. Kamil ARI hocalarıma şükranlarımı sunarım.

Son olarak, farklı farklı şehirlerde, farklı farklı ülkelerde yazdığım bu tez çalışmam boyunca maddi/manevi desteklerini sunan, eğitim hayatım boyunca hep yanımda olan, her zaman arkamda varlıklarını hissettiğim sevgili aileme ve tez sürecim boyunca her an desteğini ve varlığını bana hissettiren değerli eşim Flavio PALOMBA'ya sonsuz teşekkürler. İyi ki varsınız.

Şule DAĞ
Temmuz 2022

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Araştırmanın Önemi	4
1.4. Varsayımlar	5
1.5. Sınırlılıklar.....	6
1.6. Tanımlar	6
2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	8
2.1. Matematik Öğretiminde Kavram ve Kavram Yanılgısı	8
2.2. Kavram yanılgıları ve Hata	9
2.3. Sosyal Bilimler ve Eğitim Bilimleri Alanlarında Sistemantik Derleme	10
2.3. Kavram Yanılgısı ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Çalışmalar	11
2.4 Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar	15
3. YÖNTEM.....	18
3.1. Araştırmanın Modeli	18
3.2. Kaynakların Belirlenmesi.....	19
3.3. Verilerin Toplanması.....	27
3.4. Verilerin Analizi.....	27
4. BULGULAR	29
4.1. Türkiye’de matematik eğitimi alanında belirlenmiş kavram yanılgıları.....	29
4.2. Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanılgılarını belirlemek için kullanılan araçlar	148
4.2.1. Lisansüstü tezlerde kavram yanılgılarını belirlemek için kullanılan araçlar ..	148
4.2.2. Makalelerde tezlerde kavram yanılgılarını belirlemek için kullanılan araçlar	149
4.3. Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanılgılarını gidermek için kullanılan çözüm yolları.....	153
4.3.1. Lisansüstü tezlerde kavram yanılgılarını gidermek için kullanılan çözüm yolları	153
4.3.2. Makalelerde kavram yanılgılarını gidermek için kullanılan çözüm yolları.....	163
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	168

<i>5.1. Yayımlanan tezlerle ilgili sonuç ve tartışma</i>	168
<i>5.2 Yayımlanan makalelerle ilgili sonuç ve tartışma</i>	170
5.2.1 Yayımlanan makalelerde matematik eğitiminde belirlenen kavram yanlışlarına ilişkin sonuç ve tartışma	170
5.2 ÖNERİLER	172
KAYNAKLAR	174
EKLER	180



TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Matematik Eğitiminde Kavram Yanılgıları Konusunda Yapılmış Araştırmaların İncelenmesi: Sistemik Derleme Çalışması başlıklı tez çalışmamın toplam **193** sayfalık kısmına ilişkin, 13/09/2022 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%27** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarımı inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

13/09/2022

Şule DAĞ

Doç. Dr. Tuğba HORZUM

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

13/09/2022

Şule DAĞ

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

MATEMATİK EĞİTİMİNDE KAVRAM YANILGILARI KONUSUNDA YAPILMIŞ ARAŞTIRMALARIN İNCELENMESİ: SİSTEMATİK DERLEME ÇALIŞMASI

Şule DAĞ

Bu çalışmanın amacı, ülkemizde matematik öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ile ilişkili yayınlanmış makalelerin ve YÖKTEZ veri tabanında erişime açık olan tezlerin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda, son 25 yılda [1997-2021], matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında yayınlanan 64 makale ve erişime açık olan 73 tez, belirlenen kavram yanlışları, kavram yanlışlarını bulurken kullanılan yollar ve kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yollarına göre incelenmiştir. Sistemik derleme yöntemi açısından incelenen tezler ve makalelerden elde edilen bulgular tablolar halinde sunulmuştur. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında yapılan tezlerde en çok işlenen konu temel geometrik kavramlar, matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında yayınlanan makalelerde en çok işlenen konu kesirler ve kesirlerde işlemler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Aynı şekilde matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında yayınlanan tezlerde, kavram yanlışlarını belirlemek için en çok kullanılan yöntemin test yöntemi ve yine makalelerde kavram yanlışlarını belirlemek için en çok kullanılan yöntemin test yöntemi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Matematik eğitiminde kavram yanlışlarını gidermek için, tezlerde en çok öğrenme modellerinin kullanılması ve makalelerde ise en çok öğretmen yeterliliklerinin giderilmesi tercih edilen yöntemler olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sistemik derleme, Matematik eğitimi, Kavram Yanlışları

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

INVESTIGATION OF STUDIES ON MISCONCEPTIONS IN THE MATHEMATICS EDUCATION: SYSTEMATIC REVIEW STUDY

Şule DAĞ

The aim of this study is to examine the published articles related to the misconceptions encountered in mathematics education in our country and the theses that are open to access in the YÖKTEZ database. For this purpose, in the last 25 years [1997-2021], 64 articles published in the field of misconceptions in mathematics education and 73 theses that are open to access have been examined according to the identified misconceptions, the ways used to find misconceptions and the solutions used to eliminate misconceptions. The findings obtained from the theses and articles examined in terms of systematic review method are presented in tables. According to the findings obtained as a result of the research, it was concluded that the most common topic in the theses published in the field of misconceptions in mathematics education, and the most common misconception in the articles published in the field of misconceptions in mathematics education was basic geometric concepts. Likewise, in the theses published in the field of misconceptions in mathematics education, it was concluded that the most commonly used method to determine topic was operations on fractions and fractions and the most commonly used method to determine misconceptions in articles was the test method. In order to eliminate misconceptions in mathematics education, it was concluded that the use of learning models in theses and the elimination of teacher competencies in articles were the preferred methods.

Keywords: Systematic review, Mathematics education, Misconceptions

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematik öğretimi, bireylerin içinde buldukları çevre ile kurdukları ilişkileri ve içinde buldukları dünyayı daha çok keşfetmeleri bakımından, kişilere bir bilgi ve birikim sağlayarak sosyal ortamlarını anlamaya yardımcı olacak bakış açıları vermektedir. Matematik öğretimi öğrenenlerin farklı tecrübeleri inceleyip açıkladıkları, tahminler ortaya koyabilecekleri ve problemleri çözüme ulaştırmaları için gerekli olan sistematığı elde etmelerine destek olan bir araçtır (Ocak & Dönmez, 2010). Bu açıdan bakıldığında matematik öğretimi öğrenenlerin sadece belirtilen bu sistematığı kazanmalarına değil aynı zamanda bu bakış açılarına yorum getirmeyi öğretmekte de önemli bir rol oynamaktadır. Ancak yorumlamaların öğretilmesi süresince, öğretmenin yaklaşımı, kullanılan öğretim yöntemi, bulunulan sınıf ortamı, matematiksel içeriğin yapısı, psikolojik veya bilişsel kaynaklı farklı nedenler sebebiyle öğrencilerin bazı zamanlarda sorunlar yaşaması olasıdır. Araştırmalara göre matematik dersinde öğrencilerin çoğunlukla sembollerin kullanımında (Pesen, 2007, 2008), matematiksel dilin ifade edilmesinde (Ünal, 2013) ve kavramsal öğrenmede (Soylu ve Aydın, 2006) sorunlar yaşadıkları bilinmektedir. Aynı zamanda matematik dersinde kavramlara ve işlemlere yönelik öğretimlerinin dengeli olmadığı, daha fazla işlemsel öğrenmenin vurgulandığı ve bu nedenle öğrencilerin matematik dersi kapsamında öğrendikleri kavramların ya da tanımların uygulamalarını gerçekleştiremedikleri gibi sorunlarla karşılaştığı görülmüştür (Soylu ve Aydın 2006).

Yapılan araştırmalarda görülmektedir ki kavramsal ve işlemsel bilgiyi anlamlandırmanın koşullarından biri işlemsel ve kavramsal bilgilerin öğretimlerinin birbirleri ile iç içe olmamasıdır (Olkun ve Toluk, 2004). Bununla birlikte matematikte kalıcı ve işlevsel öğrenmenin ancak işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi ile mümkün olduğu bilinmektedir (Baki, 2008). Fakat belirtildiği gibi matematik öğretiminde kavramsal ve işlemsel öğrenmede dengenin kurulması gerekli olmasına rağmen işlemsel öğrenmeye daha fazla ağırlık verilmiş, bu durumda işlemsel ve kavramsal öğrenme dengelenememiştir (Soylu & Aydın, 2006). İşlemsel ve kavramsal öğrenmede bu denge sağlanamadığında konular kavrama düzeyinde matematik öğretimi konusunda eksik kalmıştır (İşleyen ve Işık, 2003). Aynı zamanda belirtilen kavramsal öğrenmede yaşanan problemlerin genellikle daha önceden

edinilen kavramsal hatalardan (Hansen, 2011) ve kavram yanlışlarından (Mohyuddin ve Khalil, 2016; Ryan ve Williams, 2007) kaynaklandığı belirtilmektedir.

Bahsi geçen bu kavram yanlışları öğrencilerin matematik dersi başarılarının yüksek elde edilememesinin önemli nedenlerinden olarak görülmektedir (Baki ve Bell, 1997; McDermott, 1991). Çünkü kavram yanlışları öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde kuvvetli etkilere sahiptir (Smith III, diSessa ve Roschelle, 1994). Bu nedenle kavram yanlışlarının görülmesinin azlığına daha da ötesi ortadan kaldırmaya yönelik öğrenme tecrübeleri sağlayacak öğretim ortamlarının ve ders materyallerinin tasarlanması kavramsal ve işlemsel bilgilerin dengeli öğretilmesi adına önem arz etmektedir. Bunun için öncelikle matematiksel kavramlara ilişkin kavram yanlışlarının neler olduğu, bu kavram yanlışlarının nasıl tespit edildiği ve en önemlisi de bu kavram yanlışlarının nasıl giderildiğine ilişkin bakış açılarına ihtiyaç duyulmaktadır.

Öğretmenlerin öğretim ortamlarının tasarlanmasında birinci dereceden sorumlu kişiler olarak mesleki gelişimleri doğrultusunda hangi konunun veya kavramın nasıl öğretilmesi gerektiğine dair pedagojik alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir (Shulman, 1986, 1987). Pedagojik alan bilgisi öğretmenin mesleğine ilişkin pedagoji bilgisinin ve alan bilgisinin kesişiminde yer almaktadır. Shulman'a (1986) göre bu bilgi öğretmenin öğretimini yapacağı konuyu ve kavramı öğrencilere anlaşılır bir şekilde sunulabilmesi için uygun öğretim yöntemlerini bilmesini, konunun veya kavramın öğrenci seviyesine göre uyarlayabilmesini, öğrencilerin zorluk yaşadıkları noktaları bilmesini gerektirmektedir. Zorluk çekilen durumlardan biri de yukarıda belirtildiği gibi kavram yanlışlarıdır. Bu doğrultuda öğrenenlerin hangi kavram yanlışlarına sahip olduklarını bilmenin eğitimciler için kavram öğretiminde yol gösterici bir rol oynayacağı düşünülmektedir. Ancak alanyazında sadece öğrencilerin değil aynı zamanda öğretmenlerin (Gökkurt-Özdemir, Bayraktar ve Yılmaz, 2017; Sırmacı ve Gökkurt-Özdemir, 2016) ve öğretmen adaylarının (Akbayır, 2004; Akbulut ve Işık, 2005; Kılıç, Temel ve Şenol, 2015; Moralı, Köroğlu ve Çelik, 2004) da kavram yanlışlarına sahip oldukları bildirilmiştir. Bu doğrultuda öğretmenler kavram yanlışlarını anlamakta yetersiz kaldıkları için de (Chick, Pham ve Baker, 2006; Karaağaç ve Köse 2015) matematik eğitiminde kavram öğretimi bakımından zorluklarla karşılaşmaktadır. Bu sebeple sahadaki öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağlamak adına, bireylerin hangi olası kavram yanlışlarına sahip oldukları ile ilgili eğitimcilerin ve araştırmacıların farkındalıklarının artırılmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu durum için ise kavram yanlışlarının nasıl tespit edildiğini görmek hem öğretmenler hem de araştırmacılar için önem arz etmektedir. Yapılan araştırmalarda (Gökkurt

Özdemir, Bayraktar ve Yılmaz, 2017) öğretmenlerin kavram yanlışlarını tespit etmekte zorlandıkları bildirilmiştir. Öğretmenlerin yaşadıkları bu zorluklar nedeniyle kavram yanlışlarının nasıl tespit edildiğine dair araştırmalardan elde edilecek bilgilere ihtiyaç duyulmaktadır. Ayrıca kavram yanlışlarının giderilmemesi, matematik öğretiminin amaçlarına ulaşılmasında büyük zorluklar oluşturmaktadır (Yılmaz ve Yenilmez, 2007). Bu nedenden dolayı kavram yanlışlarının bilinmesi, tespitinin ortaya konması ve ortadan kaldırılması eğitim kalitesi bakımından önem taşımakta ve gerekli görülmektedir (Ayyıldız ve Altun, 2013). Öğretmen ve öğretmen adaylarının kavram yanlışlarının nasıl giderileceğine dair çözüm yollarını bilmesi hem mesleki gelişimlerini sağlayacak hem de öğrencilerinin sahip oldukları kavram yanlışlarının giderilmesini sağlayarak etkili bir öğretim ortamının oluşmasını kolaylaştıracaktır. Nitekim Öksüz (2010) etkili bir matematik eğitiminin verilebilmesi için öğretmenlerin öğrencilerde oluşabilecek kavramsal hataların, kavram yanlışlarının bir başka ifadeyle alternatif kavramsallaştırmaların farkında olunmasının gerekliliğini vurgulamaktadır. Öğretmenler bu kavram yanlışlarının ortaya çıkma nedenlerini iyi bir şekilde belirlemeli, bu kavram yanlışlarının oluşmasını engelleyecek metotlar bulmalı, en önemlilerinden birisi de kendi öğretiminin bireylerde kavram yanlışına neden olmamasına dikkat etmelidir. Dolayısıyla, öğrenenlerin sahip olabileceği olası kavram yanlışlarını, bu kavram yanlışlarının nasıl tespit edildiğini ve ortadan kaldırılmasını sağlamanın yollarını sunan akademik araştırmaların taranması ve analiz edilmesiyle ortaya bütüncül bir bakış açısının sunulmasının matematik öğretiminin amacına ulaşması bakımından anahtar bir role sahip olduğu düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ülkemizde matematik öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ile ilişkili yayımlanmış makalelerin ve YÖKTEZ veri tabanında erişime açık olan tezlerin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda bu çalışmanın problem cümlesi '*Türkiye'de matematik eğitiminde kavram yanlışları ile ilgili yayınlanan çalışmaların eğilimi nasıldır?*' olarak belirlenmiştir. Bu problem cümlesine ait alt problemler aşağıdaki gibidir;

1. Türkiye'de matematik eğitimi alanında belirlenmiş kavram yanlışları nasıldır?
2. Türkiye'de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar nelerdir?
3. Türkiye'de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları nelerdir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik dersi içeriğinde birçok soyut kavramı barındırdığı için soyut ve zor bir ders olarak algılanmaktadır. Ayrıca içeriğinde yer alan konu ve kavramların başka konu ve kavramlar için temel oluşturması ve matematik öğretim programının (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) sarmal bir yapıya sahip olması, her ne kadar matematiğin kendi içinde bir bütünlük sağlamasına yol açsa da bu sarmal yapı kademeli olmasından dolayı bazı olumsuz durumlara da neden olmaktadır. Bu durum, öğrencilerin matematik dersinde yer alan kavramlarla ilişkili olarak kavram yanlışlarına sahip olmaları ile sonuçlanmaktadır. Nitekim matematik dersi diğer dersler içerisinde kavram yanlışlığı ile ilişkili olarak en fazla çalışma ortaya konulan derslerin başındadır (Demiri, 2013). Ausubel'in anlamlı öğrenme teorisi doğrultusunda, matematik kavramlarına ilişkin tam öğrenilmeme durumu ve kavram yanlışları giderilmediği müddetçe yeni kavramların öğrenilmesi ve hatta anlaşılması bir zorlaşmaktadır (Zengin, 2013). Griffiths, Thorney, Cooke ve Normore (1988) kavram yanlışlarını ortadan kaldırmak için bir dizi öneride bulunmuştur. Buna göre ilk olarak öğrencilerin kavram yanlışlarının tespit edilmesi gerekmektedir. Bir sonraki aşamada bu yanlışların giderilmesi için uygun materyallerin geliştirilmesi yani bazı öğretimsel yolların keşfedilmesi gerekmektedir. Son olarak ise geliştirilen bu öğretimsel yolların uygun yöntem ve stratejilerle uygulanarak kavram yanlışlarının giderilmesi için çaba gösterilmesi yer almaktadır. Bunun için matematik öğretiminde var olan kavram yanlışlarına yönelik farkındalıkların artırılmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Bunun için kavram yanlışları konulu çalışmaların ayrıntılı bir şekilde incelenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

Bir alan üzerine yapılan akademik çalışmaların taranması ve analiz edilmesi incelenen o alanın literatürdeki durumunu yansıtabilir. Bu doğrultuda bu araştırma hem matematik eğitimi araştırmacılarının hem sahada aktif olarak görev yapan öğretmenlerin hem de program geliştirme uzmanlarının Türkiye'de matematik eğitiminde kavram yanlışlarıyla ilişkili yapılmış çalışmalar hakkında geniş bir bakış açısı elde etmelerine imkân tanınması bakımından önemlidir. Bu bağlamda araştırmanın matematiksel kavramlara yönelik öğretim tasarımlarının geliştirilmesi konusunda uygulayıcılara ön bilgi sağlayarak fikir sahibi olmalarına yardımcı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğrenilen bilgilerin bir sonraki uygulamalarda kullanılacağından bu çalışmada tespit edilen bulguların, matematik eğitiminde yürütülecek kavram yanlışlığı araştırmalarına ve programları hazırlayan çalışmacılara, öğretmenlere ve hatta öğretmen adaylarına yol göstereceği düşünülmektedir. Bununla birlikte sahada aktif olarak görev yapan öğretmenlere kavram yanlışlarını belirleme yolları hakkında bütüncül bilgiler

sunularak ölçme-değerlendirme uygulamalarının zenginleştirilmesi sağlanabilecektir. Öte yandan akademik çalışmalarının içeriklerinin derinlemesine incelenmesi ve bu doğrultuda bilimsel bilgi birikimine yaptığı katkılarının belirlenmesinin, halihazırdaki durumu açığa kavuşturmasıyla birlikte, önümüzdeki süreçlerde yapılacak araştırmaların daha yenilikçi ve daha özgün olmaları bakımından katkı sağlayabilecek bulguların alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu anlamda araştırmanın ilk alt problemi olan *‘Türkiye’de matematik eğitimi alanında belirlenmiş kavram yanlışları nasıldır?’* sonucunda elde edilen sonuçların araştırmacılara Türkiye’deki matematik eğitiminde yapılan çalışmaları bütüncül olarak görmeleri ve kendi yapacakları çalışmalar için, bu araştırma da belirlenmiş olan kavram yanlışları, bu kavram yanlışlarının nasıl tespit edildiği ve bu kavram yanlışlarının nasıl giderileceğine dair rehber niteliğinde olduğu düşünülmektedir. Bu sayede öğrencilerde var olan kavram yanlışlarının tespit edilmesinin, eğitimcilerin verimli matematik öğretimi adına olası kavram yanlışlarını görmeleri bakımından önem taşımaktadır. Araştırmanın ikinci alt problemi olan, *‘Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanlışlarını belirlemek için nasıl bir yol izlenmiştir?’* sonucunda elde edilen sonuçların kavram yanlışlarını belirlemek üzere çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve öğrencilerinin kavram yanlışlarını belirlemek isteyen eğitimcilere, matematik öğretiminde kavram yanlışlarını belirlerken kullanılabilecekleri yolları sunmak açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler üzerinde tespit edilen bu kavram yanlışlarını gidermek kolay olmasa da elbette mümkündür. Bu doğrultuda araştırmanın üçüncü alt problemi olan *‘Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları nelerdir?’* sonucunda elde edilen sonuçların matematik eğitiminde kavram yanlışlarını gidermeye yönelik çalışma yapan araştırmacıların veya eğitimcilerin kavram yanlışlarını gidermek açısından hangi yöntemleri kullanmaları gerektiği bakımından yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Yukarıda da bahsedildiği gibi uygulamaya dönük gerekçeler göz önüne alınarak bu çalışmada kavram yanlışlarına, kavram yanlışlarının tespit edilme yöntemlerine ve kavram yanlışlarını giderebilecek çözüm yollarına odaklanılmıştır.

1.4. Varsayımlar

1. Araştırmacılar tarafından ulusal alanda hazırlanan matematik eğitimi ve matematik öğretimi alanında hazırlanan makalelerin ilgili dergilere ve tezlerin ise enstitüler tarafından Yükseköğretim Kurulu Yayın ve Dokümantasyon Daire Başkanlığına eksiksiz olarak ulaştırıldığı varsayılmıştır.

2. Tezlerin sağlandığı Yüksek Öğretim Kurulu Yayın ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın, tezlerin kataloglanmasını hata içermeyen yaptığı varsayılmıştır.
3. Türkçe makalelerin yayınlandığı dergilerin, makalelerin sınıflandırılmasını hatasız bir biçimde yaptığı varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma, her araştırmada olduğu gibi çeşitli sınırlılıklara ve bir kapsama sahiptir. Aşağıda bu araştırmanın sınırlılıkları ve kapsamı sırasıyla verilmektedir:

1.5.1. Sınırlılıklar

Bu araştırmada matematik eğitimi alanında kavram yanılgıları konusunda Türkiye'de 1997-2021 yıllarında Türkçe dilinde hazırlanmış lisansüstü tezlerde (yüksek lisans ve doktora) ve Türkçe dilinde hakemli dergilerde yayımlanmış makaleler kullanılmaktadır. Bu bağlamda tam metnine ulaşılamayan çalışmalar bulunmaktadır. Ulaşılamayan bu çalışmalar araştırmanın bir sınırlılığı olarak değerlendirilmektedir. Bu doğrultuda 95 adet teze ve 86 adet makaleye ulaşılamamıştır.

1.5.2. Kapsam

Bu araştırma matematik eğitimi alanında kavram yanılgıları konusunda Türkiye'de hazırlanmış Türkçe dilinde hazırlanmış lisansüstü tezlerde (yüksek lisans ve doktora) ve hakemli dergilerde Türkçe dilinde yayımlanmış makalelerde ulaşılabilen ve alan yazın taraması veya derleme çalışması olmayan tüm tez ve makaleler ile sınırlıdır. Bu bağlamda bazı tezlerin ve makalelerin erişime açık olmadığı düşünülerek, bu çalışmaların araştırma dışında bırakılması sağlanmıştır. Bu araştırmada kavram yanılgıları konuları ile ilgili yapılmış sistematik derleme, meta-sentez veya tematik incelemelerin yapıldığı çalışmalar araştırma dışında bırakılmıştır. Ayrıca bu araştırmada ele alınan konu ile ilgili Türkçe dili dışında yazılmış tüm tezler ve makaleler araştırma dışı bırakılmıştır.

1.6. Tanımlar

Kavram: Genel anlamdan bakıldığında kavram, insanın zihninde canlanan, farklı türde nesne ve olguların değişmekte olan ortak niteliklerini temsil eden bilgi yapısıdır (Ülgen, 2004). Belli niteliklere sahip olay, düşünce ve nesnelere bütününe ortak adıdır ve matematiksel açıdan bakıldığında da sayı, sayıların her biri, fonksiyon, denklem, geometrik şekiller, işlemler vb. birer kavramdır (Ural Keleş, 2018).

Kavram öğrenme: Kavram öğrenme, uyarınları belli başlıklara ayırarak, zihinde bilgiler oluşması, yapılanması ve yapılandırılması işlemidir (Ülgen, 2004).

Kavram yanlışlığı: Kavram yanlışlığı ifadesi, öğrencilerin kendi kişisel hatalı anlamaları olarak hayal edilebilir. Kavram yanlışlığı ile bilgi eksikliği karıştırılmamalıdır. Kavram yanlışlığı, bireyin zihninde bir kavramın yerine oturması; ancak o kavramın bilimsel açıdan yapılan tanımlamadan farklı olması anlamına gelmektedir. Öğrenci, hatalarının doğru olduğunu sebepleriyle birlikte açıklayabiliyorsa, burada kavram yanlışlığından söz edilebilir (Ural Keleş, 2018). Sistemli bir biçimde hata üreten algı biçimidir (Smith III, diSessa ve Roschelle, 1994). Dikkat edilecek olursa; basit olarak hata kavramından çok, sistematik bir biçimde insanı hataya teşvik eden algı biçimi olarak tanımlanmıştır. Kavram yanlışlığı, genel olarak alanyazında, herhangi bir konu hakkında uzmanların üzerinde hemfikir kıldığı görüşten uzakta kalan algı ya da kavrayış biçiminde kullanıldığı görülmektedir (Zembat, 2008).

Hata: Hata kelimesi Türk Dil Kurumunda ‘istemeyerek ve bilmeyerek yapılan yanlış, kusur, yanlış’ olarak belirlenmiştir (TDK, t.y.). Bununla birlikte spesifik bir tanımla matematiksel işlem hatası ise literatürde (Legutko, 2008) bir problemin çözümünde bireyin uygun işlemi veya işlemler dizisini belirleyebilmesi ancak bu işlemi veya işlemleri doğru bir şekilde uygulayamamasıdır. Hata kavramı, basit anlamda bakıldığında kavram yanlışlığı ile karıştırıldığı hatta birbirinin yerine kullanıldığı görülür (Özmantar, Bingölbali, Akkoç, 2015) Ancak hata kavramı, kavram yanlışlığının yerine kullanılacak bir terim değil nitekim kavram yanlışlığının bir sonucu olduğu söylenebilir (Özmantar, Bingölbali, Akkoç, 2015).

BÖLÜM 2

2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde; matematik öğretiminde kavram ve kavram yanılgısı, kavram yanılgısı ve hata, sosyal bilimler ve eğitim bilimleri alanlarında sistematik derleme, kavram yanılgısı ile yurt dışında ve yurt içerisinde yapılan çalışmalar ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmektedir.

2.1. Matematik Öğretiminde Kavram ve Kavram Yanılgısı

Matematik temel olarak matematiksel kavramların ve bu kavramların birbirleri ile olan ilişkilerini ele alan mantıksal bir düşünme sistemi ve aynı zamanda varlıklar arasındaki ilişkilerin açıklanmasını sağlayan bir iletişim aracıdır. Matematik dersi bu doğası gereği yığılmalı yani bir konunun ve kavramın diğer konu ve kavramlar için öncül olarak kullanıldığı bir yapıya sahip olduğu için, öğretiminin her aşamasında sorunlar yaşanmaktadır. Bunun en temel sebeplerinden birinin öğrencilerin işlemleri veya formülleri anlamlandırmamaları veya ilişkilendirememeleri yani kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda matematik öğretim programlarında öğrencilerin formülleri veya işlemleri anlamlandırmadan ve ilişkilendirmeden ezberlemelerinin yerine, kavramların arasında neden-sonuç ilişkisini kurdukları ve kavramsal öğrenmenin ön planda olduğu öğretimin hedeflendiği belirtilmektedir (Özmantar, Bingölbalı ve Akkoç, 2013). Kavramsal öğrenmenin ön plana çıkarılmasının en kritik noktalarından birisi kavramların öğrenmeye olan desteğidir (Dane, 2008). Nitekim Toumasis (1995) matematikteki kavramları “*matematikte düşünmenin, özellikle ileri-düzey düşünmenin temel yapı bloklarına (p. 98)*” benzetmiştir.

Kritik bir öneme sahip olan matematiksel kavramların öğrenilmesinde zaman zaman bazı zorluklarla karşılaşmaktadır. Bu nedenle bazı kavramlar ya öğrenilememekte ya eksik öğrenilmekte ya da yanlış olarak öğrenilmektedir. Kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmesinde karşılaşılan bu zorluklardan biri de alternatif kavramalar (alternative conceptions) veya kavram yanılgıları (misconceptions) olarak isimlendirilen yapılardır (Byrd, McNeil, Chesney ve Matthews, 2015). Alanyazında kavram yanılgıları farklı şekillerde tanımlanmıştır. Ojose (2015) kavram yanılgılarını “*Öğrenenlerin genel olarak bilgi eksikliklerinden kaynaklanan yanlış anlamlandırmalar yapımlarıyla meydana gelmiş olan hatalı düşünce ya da yorumlamalar*” şeklinde tanımlarken; Zembat (2013) “*bir konunun uzmanları tarafından genel bir biçimde kabul edilmiş kavram ya da algılarla çelişen kavramlar*” şeklinde tanımlamıştır.

Gerek sınıf ortamlarının yapısından gerek bireysel farklılıklardan gerekse de öğretmenlerden kaynaklanan nedenlerden dolayı kavram yanlışlarının olmadığı bir öğretimin yapılması mümkün görünmemektedir (Koklu ve Topçu, 2012). Bu nedenle öğrencilerin neyi öğrendiği veya öğrenmediği veya neyi yanlış öğrendiğine dair tespit çalışmalarının yapılması ve ardından kavram yanlışlarının giderilmesi için öğretim ortamlarının tasarlanması büyük bir önem taşımaktadır (Osborne ve Gilbert, 1980; Resnick vd., 1989). Anlamlı öğrenme kuramına göre bireyin zihninde yer bulan her kavram daha önceki kavramlarla ilişkilendirildiği için, oluşan her bir kavram yanlışlığı bireyin zihnindeki bu ilişkilendirme ile daha da yerini sağlamlaştırmakta ve kavramların oluşumu daha da karmaşık bir hale gelmektedir (Comins, 1998). İlkokul çağlarından itibaren soyut kavramları içeriğinde barındıran ardışık ve yığılmalı bir bilim dalı olan matematikteki kavramlara ilişkin geliştirilen kavram yanlışlarının günlük yaşamlarında bile öğrenenlerin zorluklar yaşamalarına neden olduğu bilinmektedir (Ercan, 2010; Stacey vd., 2001). Bu şekilde oluşan kavram yanlışlarının daha sonra öğrenilen kavramlarda ortaya çıkmasına veya daha da kök salmasına yol açmasının nedenini Türkdoğan, Güler, Bülbül ve Danışman (2015) matematiksel kavramlarda yer alan ön-koşul ilişkilerinin yüksek düzeyde olması şeklinde açıklamaktadırlar. Öğrenenlerin daha önce edindikleri kavram yanlışlarının, yeni öğrendikleri kavramlarla bütünleşmesiyle veya kavram yanlışlarını yeni karşılaştıkları problem durumlarına genellemeleri sonucu yeni kavram yanlışlarının oluşmasına neden olmaktadır (Byrd vd., 2015; Stafylidou ve Vosniadou, 2004). Ancak Stefanich ve Rokusek (1992) kavramların öğretiminde gerçekleşen bu derin çatlağın kavram yanlışlarının tespit edilmesinin ardından, bu yanlışları giderilmesine yönelik yapılan öğretim desteği ile giderilerek anlamlı öğrenmenin gerçekleşebileceğini bildirmektedir.

2.2. Kavram yanlışları ve Hata

Öğrenenlerin matematiksel kavramlara ilişkin sahip oldukları hataları tespit etmek ve kavrama ilişkin hata oluşumlarını engellemek oldukça önemlidir. Nitekim Zembat (2010, s.10) herhangi bir kavramın bireylere öğretilme süresince yaşanan zorlukların ya da yanlış öğrenmelerin ilgili kavram ile inşa edilen birçok kavramın yanlış algılanmasına ve zorluklar yaşanmasına neden olabileceğini belirtmiştir. Öğrenci zorlukları içerisinde kavramlarla ilişkili olarak eksik öğrenmeler, hatalar ve kavram yanlışları yer almaktadır. Burada bahsi geçen kavramsal hatalar ile kavram yanlışları karıştırılan iki yapıdır. Her iki yapıda da öğrenenler kendilerine yöneltilen sorulara yanlış cevaplar verdiği için aralarındaki farkların bilinmesi

gereklidir. Araştırmacılar (Burns, 2007; Cockburn, 2005; Hansen, 2014; Ryan ve Williams, 2007) hataların kaynaklarını aşağıda verilen Şekil 2.1 ile açıklamışlardır:



Kavram yanılığları
Dikkatsizlik
Anlık bir kalem kayması
Sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması
Matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim eksikliği
Anlama ve bilgi eksikliği
Verilen cevabı kontrol etmede farkındalık eksikliği
Yetersizlik

Şekil 2.1. Hatanın kaynakları

Şekil 2.1 ile değinilen matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim eksikliği ile kastedilen ön bilgiler ve bunlara ilişkin önyargılardır. Ön bilgiler öğrenenlerin yeni bilgilerini inşa etmek için kullandıkları bilgilerdir. Bu nedenle öğrencilerin ön bilgilerinden kaynaklanan önyargılarını değerlendirmek oldukça kritik öneme sahiptir. Nitekim ön bilgiler her zaman doğru olmayabilir ve öğrenenler kavram yanılığına yol açan bir örneğe dikkatini yoğunlaştırmış olabilir ve bu durumda kavram ile ilişkili hatalı süreç öğrenebilirler (Ashlock, 2006, s.13). Bu doğrultuda kavram yanılığları çoğunlukla öğrenenlerin doğru cevap verememesine neden olur. Kavram yanılığı anlama eksikliğinin ürünü olarak ve çoğu durumda devamlı olacak biçimde bir kuralın yanlış uygulanması veya matematiksel genellemeler olarak ortaya çıkmaktadır (Önal ve Aydın, 2018). Matematikteki hatalar ise genellikle basit hatalar veya daha temel kavram yanılığları bakımından ayrılmaktadır (Rickard, 2013, s.2). Yanlış öğrenmelerin hangisinin kavram yanılığı veya hangisinin başka bir sebepten dolayı kaynaklanan bir hata olduğunun anlaşılmasının en iyi yolu hata yapılma sıklığı ve tutarlılığına bakmaktır (Spooner, 2002, s.3).

2.3. Sosyal Bilimler ve Eğitim Bilimleri Alanlarında Sistematik Derleme

Tarih boyunca bilimsel bilgilerin üretilmesinde daha önce gerçekleştirilmiş araştırmaların anahtar bir rolü bulunmaktadır. Bu nedenle önceki çalışmaların izlenmesi, değerlendirilmesi, bire bir aynısı olmasa bile yinelenmesi bilimsel araştırma sürecinin geliştirilmesi adına önemli bir işleve sahiptir (Yılmaz, 2021). Araştırmacılar son zamanlarda

kendi disiplinlerindeki araştırmaları değerlendirme, inceleme ve bulguları bütünleştirme yolunu tercih etmeye başlamıştır. Alp ve şen (2021) bu araştırmaların herhangi bir disiplinde gelinen noktayı anlama, olup bitenin farkına varma, yanlış veya eksik yapıları gözler önüne serme ve gelecek çalışmalara yol gösterme amacıyla gerçekleştirildiğini ifade etmektedir. Sistematik derleme olarak adlandırılan bu çalışmalar “eğitim bilimleri, eğitim yönetimi, ğretmen yetiştirme, psikoloji, sosyoloji, sağlık bilimleri, işletme” gibi pek çok disiplinde yıllar boyunca gerçekleştirilmektedir (Higgins vd., 2019; Zawacki-Richter, 2020). Hatta sosyal bilimler ve eğitim bilimleri disiplinlerinde “Evidence for Policy and Practice Information and Coordinating (EPPI) Centre- Londra Üniversitesi (1993-2001)”, “EPPI-Center-Londra niversitesi (2001-...)” ve “Campbell Collaboration (2000-...)” gibi bazı merkezler tarafından finanse edilmektedir (Campbell Collaboration, 2020; EPPI Centre, 2019).

Karaçam (2013, s.26), sistematik derlemeyi en iyi araştırma kanıtını tespit etmek için benzer metotlar ile yapılmış birçok sayıdaki araştırmanın yapılandırılmış ve kapsamlı bir sentezi olarak tanımlamaktadır. Meta-analiz, meta-sentez ve betimsel içerik analizi olmak üzere üç Şekilde gerçekleştirilen sistematik derlemelerde (Bellibaş ve Gümüş, 2018) amaç çelişkili, düzensiz ya da kompleks görünen sonuçlardan daha sade, anlamlı, bir bütün olacak Şekilde ve sahada kullanılabilir sonuçlar elde etmektir (alık ve Sözbilir, 2014, s. 34).

2.3. Kavram Yanılgısı ile İlgili Yurt İçinde Yapılan alışmalar

Bu bölümde öncelikle matematik ğretiminde karşılaşılan kavram yanılgıları ile ilgili olarak gerekleştirilmif saha çalışmalarına ardından kavram yanılgıları ile ilişkili gerçekleştirilen sistematik derleme çalışmalarına yer verilmiştir.

Kavram yanılgıların ele alan alışmalar (Köğce, Yıldız ve Aydın 2019; zsoy ve Kemankaşlı, 2004; Yenilmez ve Yılmaz, 2018; Turanlı, Keçeli ve Türker, 2007) oğunlukla ilköğretim ve ortaöğretim matematik eğitimine odaklanmışlardır. Örneğin Yıldız, Demirci, Gali, Urhan, Kavuncu, Mayan Yıldız, Ozansak Topçu ‘Ortaokul ve lise ğrencilerinin matematiksel kavram yanılgılarına yönelik Türkiye’de yapılan çalışmaların sistematik derlemesi’ adlı makalelerinde, Türkiye’de 5-12 sınıf düzeyi aralığında, 2014 yılından 2020 yılına kadar kavram yanılgıları alanında yürütülen çalışmaların sistematik olarak derlenmesini amaçlamışlardır. Araştırma sonuçlarında ise, lise düzeyinde en çok araştırmanın sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanlarında yürütüldüğü, aynı Şekilde ortaokul düzeyinde yapılan araştırmaların sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanlarında artığı belirtilmiştir. alışmalar

yöntemsel olarak incelendiğinde ise nitel yöntemlerin nicel yöntemlere oranla daha çok kullanıldığı görülmektedir.

Türkdoğan, Güler, Bülbül, Danışman (2015), yayınladıkları makalelerinde, Türkiye’de 1999-2013 yılları arasında yapılan matematik eğitimi alanında kavram yanlışlarını konusu üzerinde araştırma yapan makalelerin tematik olarak incelenmesi amacı güdülerek gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, Türkçe olarak yayınlanmış olan 45 makale, sınıflandırma analiz tekniği ile örneklem ve katılımcı sayısı, konu, öğrenim düzeyi, yayın yılı, kavram yanlışlarının tespit tekniği, gibi özellikler açısından incelenmiştir. Tespit edilen bulgularda ise, son yıllar da kavram yanlışını konu edinen çalışmaların sayısında bir yükseliş olduğunu ancak araştırmaların çoğunda kavram yanlışını tespit için araştırma yapıldığı, kavram yanlışlarını gidermeye yönelik çalışmaların ise sınırlı sayıda kaldığı gösterilmiştir.

Özsoy ve Kemankaşlı (2004) makalelerinde, 11. sınıf 3 şube olmak üzere toplamda 70 öğrenci örnekleme olarak almışlardır. Çalışmada bulgular, 12 tane açık uçlu soru içeren sınavdan elde edilmiştir. Ortaöğretim öğrencilerin geometri dersinde çemberde açılar konusundaki öğrenme düzeyleri, hatalar ve kavram yanlışları açısından incelenen çalışmada, öğrencilerin problemlerdeki çember içindeki üçgensel ve dörtgensel bölgelerdeki açı kavramlarında bazı özellikleri uygulamakta zorluk çektikleri ve problemlerdeki verileri iyi analiz edemedikleri araştırmanın sonuçlarından olarak belirlenmiştir.

Turanlı, Keçeli ve Türker (2007) çalışmalarında, 11. sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve karmaşık sayılar konusuna yönelik tutumlarını tespit etmek ve öğrencilerin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile kavram yanlışları arasında bir ilişki olup olmadığını araştırmayı amaçlamışlardır. Veri toplama araçları olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen 20 maddelik Karmaşık Sayılar Tutum Ölçeği ile kavram yanlışları ve hataların belirlenmesinde 15 maddelik Karmaşık Sayılar Teşhis Testi kullanılan çalışmada, Katılımcıların, karmaşık sayılar konusunda kavram yanlışlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Bununla birlikte, karmaşık sayılara yönelik tutumların neredeyse olumlu olduğu ve karmaşık sayılara yönelik tutumla karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu çalışmanın sonuçlarında belirlenmiştir.

Yenilmez ve Yılmaz (2018), makalelerinde ilköğretim ikinci düzeyindeki öğrencilerin problem çözme konusundaki kavram yanlışları ile bununla ilgili olabilecek demografik değişkenler arasındaki ilişkileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda ikinci

düzyey öğrencilerinden tabakalama yöntemi ile rastlantısal olarak seçilen 960 öğrenci 3 ay süreyle gözlemlenmişlerdir. Öğrencilere ilköğretim matematik öğretimi programında belirlenmiş olan amaç ve davranışları kapsayan her bir sınıf düzeyi için 12 sorudan oluşan testler uygulanmış olup araştırmanın sonucunda; öğrencilerin en fazla problemde birimlerin değişmesinde kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir.

Köğce, Yıldız ve Aydın (2019) makalelerinde, matematik öğretmen adaylarının matematik alanındaki kavram yanlışlıklarını belirlemeye, gidermeye ve kavram öğretimine ilişkin görüşlerinin incelenmesi amaç olarak belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda 2017-2018 yılları arasında eğitim-öğretim yılı güz döneminde bir üniversitenin İlköğretim Matematik Eğitim Anabilim Dalında öğrenim gören 32 matematik öğretmen adayına 6 açık uçlu sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. Araştırmada 12 nitel veri analiz programı kullanılarak içerik analizine tabi tutulmuştur. Araştırmada belirtilen sonuçlarda, öğretmen adaylarının matematiksel kavram yanlışlıklarının belirlenmesi, giderilmesi ve kavram öğretiminde kavram haritası, kavram karikatürü ve iki aşamalı teşhis testlerinin kullanılmasını daha doğru bulduklarını belirlemişlerdir.

Yurt içinde sistematik derleme veya betimsel içerik analizi olarak tasarlanan çalışmaların bazılarının ise matematik eğitiminde kavram yanlışlıkları ile ilişkili olarak tasarlandığı belirlenmiştir. Bunlardan bazıları YÖKTEZ de bulunan yüksek lisans ve doktora tezlerini ele alırken (Adıgüzel, Şimşir, Çubukluöz ve Gökkurt-Özdemir 2018; Dağ ve Horzum, 2022; Mutlu ve Söylemez, 2018), bazıları ise yayımlanmış makaleleri (Tatar ve Tatar, 2008; Akbulut Taş (2017); Türkdoğan, Güler, Bülbül ve Danışman 2015) bazıları ise hem tezleri hem de makalelere hem de tezlere (Kara, 2021; Yıldız vd., 2021) odaklanmışlardır. Örneğin Mutlu ve Söylemez (2018) makalelerinde, Türkiye’de matematiksel kavram yanlışlıkları alanında yayımlanmış yüksek lisans ve doktora tezlerini betimsel içerik analizi yöntemi ile incelemeyi amaçlamışlardır. İncelenen 52 tezde, 2007 yılı ile matematiksel kavram yanlışlıkları alanında yapılan tezlerin miktarında güçlü derecede artışların olduğu, ilkököl kademesinde matematiksel kavram yanlışlıkları ve güçlüklerine yönelik herhangi bir çalışmanın yayınlanmadığı tespit edilmiştir.

Öte yandan Yıldız ve arkadaşları (2021) makalelerinde, Türkiye’de 2014 yılından 2020 yılına kadar, 5-12. Sınıflarındaki matematiksel kavram yanlışlıkları konusunda yapılmış çalışmaların sistematik olarak derlenmesini amaçlamışlardır. Çalışmaya, sistematik derleme için dahil etme kriterlerine göre belirlenen 46 araştırma dahil edilmiştir. Matematiksel kavram

yanılgısı çalışmaları incelendiğinde, lise düzeyine kıyasla ortaokul düzeyinde yoğunlaşma tespit edilmiştir. Bununla birlikte lise düzeyinde en çok araştırmanın sayılar ve cebir öğrenme alanında yapıldığı görülmüştür. Ortaokul düzeyinde yapılan araştırmaların sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanlarında artış görüldüğü çalışmanın diğer sonuçlarındandır. Çalışma kapsamında incelenen araştırmaların veri toplama araçlarında ise ağırlıklı olarak açık uçlu sorular içeren başarı testlerinin kullanıldığı belirlenmiştir.

Kara (2021) yüksek lisans tezinde, ortaokul seviyesinde 2009 yılından 2019 yılına kadar kavram yanılgıları alanında yapılan araştırmaların betimsel içerik analizi yapılarak incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada amaçlarına uygun olarak görülen 21 makale, 42 yüksek lisans tezi ve 1 doktora tezi incelenmiştir. Araştırmada belirlenen çalışmalar; çalışmanın adı, türü, yılı, yazarları, yayımlandığı kaynak, ilişkili olduğu öğrenme alanı, konusu, örneklem ve örneklem büyüklüğü, araştırma yöntemi, veri toplama araçları ve veri analiz yöntemi kategorileri altında sınıflanmıştır. Araştırmada yapılan analizlerin yanı sıra, çalışmalarda belirlenen kavram yanılgıları, öğrenme alanlarına ve sınıf düzeylerine göre kategoriler ile sunulmuştur.

Türkdoğan, Güler, Bülbül ve Danışman (2015) makalelerinde, matematik eğitimi konusunda, kavram yanılgıları ile ilgili makalelerin tematik bir incelenmesi amaçlanmıştır. Belirlenen amaç doğrultusunda betimsel araştırma yöntemlerinden tarama modeli benimsen ve Türkçe olarak yayınlanan 45 makale; örneklem ve katılımcı sayısı, konu, öğrenim düzeyi, yayın yılı, kavram yanılgısı tespit tekniği, gibi özellikler açısından incelenmiştir. Araştırmadan belirlenen bulgular ile son yıllarda kavram yanılgısı çalışmalarının pek çoğunda kavram yanılgısı belirleme araştırmaların yapıldığı, kavram yanılgılarını gidermeye yönelik araştırmaların ise sınırlı sayıda olduğu belirtilerek bu konuda önerilerde bulunulmuştur.

Adıgüzel, Şimşir, Çubukluöz, Özdemir (2018) makalelerinde 2007 yılından itibaren 2017 yılına kadar olan matematik ve fen eğitimi alanında yapılan kavram yanılgıları alanındaki tezleri tematik olarak incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma, alan taraması biçiminde yapılmış ve verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Belirlenen tezler; tez türü, yıl, öğrenme alanı/konu, yaklaşım ve örneklem kapsamında kategorize edilmiştir. Çalışma kapsamında incelenen tezlerde nicel analiz yapılan tezlerin ağırlıkta olduğunu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca son yıllarda bu konu kapsamında tezlerin miktarında azalma olduğu da araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar olarak belirtilmiştir.

Tatar ve Tatar (2008) Türkiye’de yayınlanan fen bilimleri ve matematik eğitimi makalelerinin betimsel bir analizinin yapılmasını amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda 680 makalenin anahtar kelimeleri bağlamında sınıflandırma yapılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda; çalışmacıların, fen eğitiminde kavram yanılığısı ve matematik eğitimde ise tutum çalışmalarına daha çok ağırlık verdiği tespit edilmiştir.

Akbulut Taş (2017) makalelerinde, betimsel tarama modeli yöntemi ile veriler toplanmış ve veri analizinde nitel araştırma tekniklerinden yararlanılmıştır. Çalışmada ölçüt örnekleme yöntemine göre seçilen toplam 241 çalışma incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda araştırmacıların en az çalıştıkları öge ise kavram adı ve kavram hiyerarşisi olduğu ve araştırma raporlarında kavramın içerik öğelerine yer vermiş olan çalışmacıların ise en fazla tanım, özellikler ve örneklerle ilgili belirlemeler yaptıkları ve en çok örneklerle ilgili önerileri ifade ettikleri sonuçlar kısmında belirtirmiştir.

Son olarak Dağ ve Horzum (2022) çalışmalarında matematik eğitimi alanındaki kavram yanılığısı alanında 1998-2021 yıllarında yapılmış 100 adet yüksek lisans, 6 adet doktora olmak üzere toplamda 106 lisansüstü tez betimsel olarak analiz etmişlerdir. Araştırmada, matematik eğitiminde kavram yanılığısı alanında yürütülmüş lisansüstü tezlerin Türkiye’deki 207 üniversitenin sadece 41’inde hazırlandığı sonucu belirlenmiştir. Matematik eğitiminde kavram yanılığısı alanında çalışılan ve ulaşılabilen tezlerin 1998 yılı itibari ile yayınlandığı, 17 tez ile en fazla tezin yayımlandığı yılın ise 2019 olduğu araştırmada elde edilen diğer sonuçlardır. Çalışmada lisansüstü tezlerdeki katılımcı grubunun sayılarına bakıldığında çoğunlukla 11-50 daha sonra sırasıyla 51-100 ve 201-300 kişilik katılımcı grupları ile araştırmaların yürütüldüğü tespit edilmiştir.

2.4 Yurt Dışında Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde yurt dışında yapılmış ve yayınlanmış matematik öğretiminde kavram yanılığısı ile ilgili olarak gerçekleştirilmiş saha araştırmalarının ardından kavram yanılığısı ile ilişkili gerçekleştirilen sistematik derleme çalışmasına yer verilmiştir.

Matematik eğitiminde kavram yanılığısı ele alan saha çalışmaları (Mishra 2020; Lee ve Ginsburg 2009; Hamzah, Maat ve Ikhsan 2021) çoğunlukla ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde öğrenciler üzerine odaklanmışlardır. Örneğin, Winarso ve Toher (2017) çalışmalarında, Hindistan’da 16 öğrenci üzerinde gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada düşük kategorisinde belirtilen öğrencilerin yaşadığı kavram yanılığısının düzeyi %12,18 olarak

belirtilmiştir. Fakat kavramı anlamayan öğrenciler % 40,38 ile oldukça yüksek, diğerleri ise %47,44 ile kavramı anlayan öğrenciler olarak bulunmuştur. Ayrıca araştırma sonucunda öğrencilerin yaşadığı kavram yanlışları, hata ve işlem kavramları üzerinde yer aldığı belirtilmiştir.

Kadarisma, Fitriani ve Amelia (2020) yaptıkları çalışmada geometri kavramına ilişkin ortaokul öğrencilerinde sıklıkla karşılaşılan kavram yanlışlarını soyutlama düzeyine göre incelemeyi amaçlardır. Durum çalışması desenindeki çalışmanın örneklem grubu, ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin 27 öğrencisidir. Temel geometri konusunu ele alan araştırma sonucunda öğrencilerin ürettiği kavram yanlışları öğrencilerin matematiksel soyutlamalarıyla yakından ilişkili olduğu, soyutlama yeteneği ne kadar yüksekse öğrenci kavram yanlışlarından o kadar uzaklaştığı bulunmuştur. Çalışmada elde edilen sonuçların öğrencilerde sıklıkla meydana gelen kavram yanlışlarının türleri ve bu kavram yanlışlarının tekrar oluşmaması için nasıl bir çözüm yolu olabileceği konusunda bilgi kaynağı olabileceği belirtilmiştir.

“Conception and misconception in teaching arithmetic at primary level” isimli çalışma, Mishra (2020) tarafından Mizoram'daki ilköğretim öğretmenlerinin aritmetik öğretimi için yetkin, kendine güvenen ve hazır olup olmadığını analiz etmek amacıyla yapılmıştır. Öğretmen ve öğrencilerin aritmetik konusundaki kavram, kavram yanlışları ve alternatif anlayışlarını belirlemek ve öğretmenlerin karşılaştıkları aritmetik zorluk derecelerini belirlemek çalışmanın amaçları olarak belirtilmiştir. Araştırmada her ilçeden 20 ilköğretim okulu ve öğretmenlerin “yetkinlik, güven ve aldıkları destek düzeylerini araştırmak için her okuldan birer tane olmak üzere 160 sınıf öğretmeni seçilmiştir. Kavram yanlışları ve alternatif kavramlara ilişkin algıları ortaya çıkarmak amacıyla 320 öğrenci çalışmaya seçilmiştir. Araştırma, neredeyse hiçbir öğretmenin aritmetik kavram yanlışlarının farkında olmadığı belirtildi. Sadece farkındalık değil, aynı zamanda öğrencilerin kavram yanlışlarını belirleme yeteneğine de sahip olmadığı araştırmada belirtilen bir diğer unsurdur. Elde edilen bulgulara göre, bazı öğretmenler öğrencilerin aritmetik konusundaki kavram yanlışlarını anlayamadıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin sınırlı bilgisi, kavram yanlışları konusunda farkındalık eksikliği, ihmal vb. gibi faktörler, öğretmenlerin öğrencilerin kavram yanlışlarını anlamalarını daha karmaşık hale getirmekte olduğu araştırmada belirtilmiştir.

Lee ve Ginsburg (2009) makalelerinde, Amerika Birleşik Devletleri'ndeki erken çocukluk öğretmenleri arasında yaygın olan, küçük çocuklar için matematik öğrenme ve öğretme konusunda yaygın olan dokuz yanlış bulguyu tartışmaktadır. Bu kavram yanlışları

şunlardır: 1. Küçük çocuklar matematik eğitimine hazır değildir; 2. Matematik, matematik genleri olan zeki çocuklar içindir; 3. Basit sayılar ve şekiller yeterlidir; 4. Dil ve okuryazarlık matematikten daha önemlidir; 5. Öğretmenler zenginleştirilmiş bir ortam sağlamalı, geri çekilmeli ve çocukların oynamasına izin vermelidir; 6. Matematik tek başına bir konu olarak öğretilmemelidir; 7. Küçük çocuklar söz konusu olduğunda matematikte değerlendirme önemsizdir; 8. Çocuklar matematiği ancak somut nesnelere etkileşime girerek öğrenirler; 9. Bilgisayarlar matematik öğretimi ve öğrenimi için uygun değildir.

Kavram yanlışlarını ele alan diğer çalışmalardan (Lee ve Boyadzhiev 2020) üniversite düzeyinde matematik eğitimine odaklanmışlardır. Örneğin, Lee ve Boyadzhiev (2020) çalışmasında, 22 üniversite öğrencisinden veriler toplayarak kesirler ile ilgili sahip oldukları kavram yanlışları incelenmiştir ve katılımcıların kesirlerin temel tanımını, en küçük ortak paydaları/en küçük ortak katları ve işlem sırasını anlama eksikliği ile ilişkili kavram yanlışlarına sahip olduğunu ortaya çıkarmışlardır. Ayrıca, bazı öğrenciler yukarıda sıralanan kavram yanlışlarından dolayı işlemleri hatırladıkları ancak kesirleri doğru hesaplayamadıkları bulunmuştur.

Yurt içinde sistematik derleme veya betimsel içerik analizi olarak tasarlanan çalışmaların bazıları matematik eğitiminde kavram yanlışları ile ilişkili olarak tasarlandığı belirlenmiştir. Örneğin, Hamzah, Maat ve Ikhsan (2021) çalışmalarında, trigonometrideki kavram yanlışlarını ve bunları ortadan kaldırmanın yollarını belirleyen makalelerden belirledikleri kriterlere göre 26 makaleyi incelemişlerdir. Çalışmada manipülatif materyaller ve dijital form yazılımı kullanarak trigonometri öğrenmenin kavram yanlışlarını ortadan kaldırabileceğini keşfetmişlerdir. Trigonometrik bileşenlerin öğrenilmesinde kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesinde uygun yöntemleri belirlemek için yeni çalışmaların yapılması araştırmanın öneriler kısmında belirtilmiştir.

BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırma modeli (deseni), evren ve örneklem, verilerin toplanmasında yararlanılan ölçme aracının hazırlanması ve uygulanması açısından bilgiler sunulmuştur. Bunun yanı sıra verilerin toplanması ve toplanan verilerin analiz edilmesinde yararlanılan teknikler açıklanmıştır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Matematik eğitiminde kavram yanlışları konusunda Türkiye’de yayımlanmış araştırmaların incelenmesini amaçlayan bu çalışma kapsamında sistematik derleme yöntemi kullanılmıştır. Sistematik derleme, söz konusu çalışmaları tespit etmek, seçmek ve eleştirel bir şekilde değerlendirmek ve derlemeye dâhil edilen araştırmalardan verileri toplayıp analiz etmek için sistematik ve net yöntemler kullanılarak açıkça belirlenmiş problemin tekrar gözden geçirilmesidir (Millar, 2004; Littell, Corcoran & Pillai, 2008; Torgerson, 2003). Sistematik derleme çalışmaları; meta-analiz, meta-sentez ve betimsel içerik analizi olmak üzere üç başlık altında incelenmektedir (Bellibaş ve Gümüş, 2018). Bu çalışmada belirli bir konu bakımından gerçekleştirilen çalışmaların ele alınarak eğilimlerinin incelendiği bir sistematik derleme çalışması olan betimsel içerik analizi kullanılmıştır. Bu doğrultuda daha önceden jüri değerlendirmesinden geçmiş lisansüstü tezlerin ve kör hakemlik değerlendirilmesinden geçmiş makalelerin sistematik bir incelemesi yapılarak bu tezlerde ve makalelerde tespit edilen kavram yanlışları, bu kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar ve kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları değerlendirilmiştir.

Millar’a (2004) göre sistematik derleme çalışmalarında belirli basamakları takip etmek gerekmektedir. Bu doğrultuda bu çalışmanın sistematik derleme işlem basamakları şu şekildedir (Şekil 3.1):



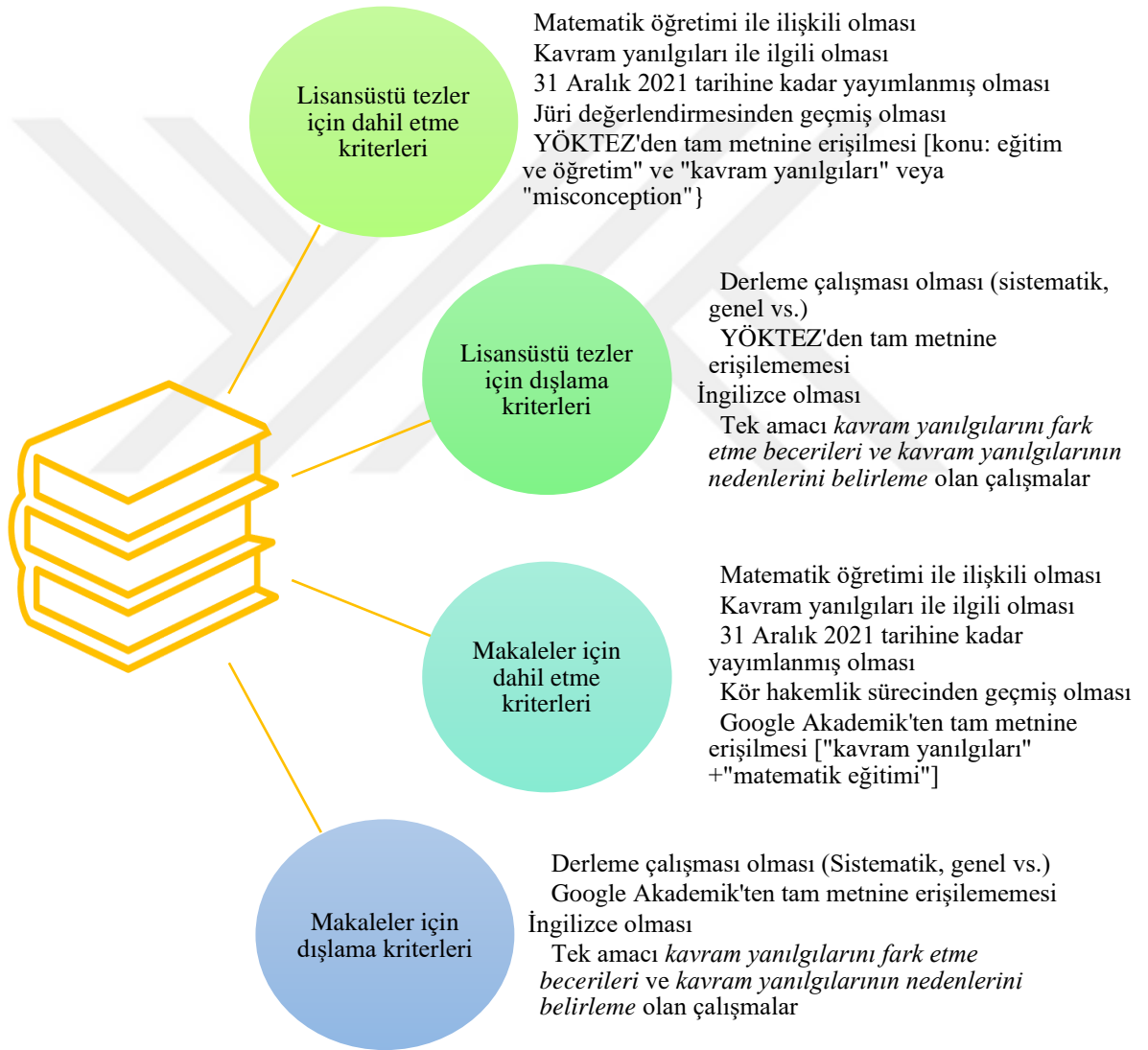
Şekil 3.1. Sistematik derleme işlem basamakları

Şekil 3.1’den görülebileceği gibi bu araştırmada öncelikle tez önerisinin verilmesiyle birlikte araştırma sorusu ve araştırmanın alt problemleri belirlenmiştir. Tez önerisi Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tarafından kabul edildikten sonra tezin yazarı ve danışmanı tarafından alanyazın taraması gerçekleştirilmiş, ardından dahil etme ve çıkarma (dışlama) kriterleri belirlenmiştir. Ardından belirlenen bu kriterler uygulanarak alanyazın taramasında elde edilen çalışmalardan derlemeye dahil edilecek çalışmaların belirlenmesi sağlanmıştır. Bir sonraki aşama derlemeye dahil edilen çalışmaların veri analizine hazırlanması amacıyla organize edilmesi işlemleri (tezler-makaleler şeklinde sınıflandırma, isimlendirme) gerçekleştirilmiştir. Organize işlemleri tamamlandıktan sonra derlemeye dahil edilen çalışmalardan araştırmanın alt problemleri doğrultusunda verilerin toplanması ve analizi süreci deneyimlenmiştir. Son olarak elde edilen sonuçlar yorumlanarak çalışmaya son hali verilmiştir. Bu açıklamalar göz önüne alındığında matematik eğitimi alanında yapılmış lisansüstü tezlerin ve kör hakemli dergilerde yayımlanan makalelerin derinlemesine incelenmesinin ve yorumlanmasının amaçlandığı bu araştırma için Türkiye’de matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında yapılmış araştırmaların sistematik bir şekilde incelenmesi amaçlanmıştır.

3.2. Kaynakların Belirlenmesi

Sistematik derleme çalışmalarında verileri, daha önceden yayımlanmış araştırmalar yani dokümanlar oluşturmaktadır. Doküman incelemelerinde araştırmacıların neyi neden,

niçin, nasıl ve nerede arayacağını bilmesi gerekmektedir (Sönmez ve Alacapınar, 2016). Bu durum örnekleme yöntemi belirlenirken ve açıklanırken hem sistematik ve düzenli bir çalışma yapma açısından hem de tezin geçerliliği ve güvenilirliği bakımından önemlidir. Bu doğrultuda bu araştırmaya dahil edilip incelenmiş olan akademik çalışmalar ölçüt örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden tespit edilmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 112). Bir başka ifade ile mevcut araştırmanın verileri dahil etme ve dışlama kriterleri ile belirlenmiştir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2. Dahil etme ve dışlama kriterleri

Şekil 3.2 doğrultusunda araştırmada lisansüstü tezler ve makaleler incelenmiştir. Lisansüstü tezlerin ve makalelerin belirlenmeleri ile ilgili ayrıntılı açıklamalar aşağıda ayrıntılı bir şekilde verilmektedir:

Lisansüstü tezlerin belirlenmesi: Türkiye’de üniversitelere bağlı olarak bulunan enstitüler bünyesinde jüri değerlendirmesinden geçmiş olan, Ocak 2022 tarihi itibarıyla YÖKTEZ’ den tam metin olarak ulaşılabilen matematik öğretiminde kavram yanlışları ile ilgili lisansüstü tezler incelenmiştir. Fakat bu tezlerin bazılarının tez yayımlama izin formunun bulunmaması nedeniyle ulaşılamayan bazı tezler, derleme olarak desenlenen ve İngilizce yazılmış tezler araştırmaya dâhil edilmemiştir. Bununla birlikte kavram yanlışlığı başlığı altında ‘hata’ tanımlaması ile bu kavramlar arasında kavram yanlışlığına yapan tezler araştırmaya dahil edilmemiştir.

Araştırmaya dahil edilen tezler için; son 25 yılda [1997-2021] YÖK Dokümantasyon Daire Başkanlığı’nda “eğitim ve öğretim” konusunda yayımlanmış ve araştırma problemlerinin içeriğinde “kavram yanlışları” (424 tez), “misconception” (1000 tez) olan lisansüstü tezler dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda tezlerin amaçlarına dikkat edilmiştir. Genel olarak tezlerin amaçlarının “*kavram yanlışlarının belirlenmesi*”, “*kavram yanlışlarının giderilmesi*”, “*kavram yanlışlarını fark etme becerisi*” ve son olarak “*kavram yanlışlarının nedenleri*” şeklinde yapılandırıldığı gözlemlenmiştir. Ancak mevcut araştırmanın amacı doğrultusunda bu araştırmada “*kavram yanlışlarının belirlenmesi*” (63 tez) ve “*kavram yanlışlarının giderilmesi*” (19 tez) amacıyla yazılmış lisansüstü tezler çalışmaya dahil edilmiştir (Tablo 3.1). Bazı lisansüstü tezlerin ise birden fazla amaçla (9 tez) yazıldığı belirlenmiştir. Buna doğrultuda bu araştırmaya dahil edilen 73 adet lisansüstü tez bulunmaktadır (Ek-1).

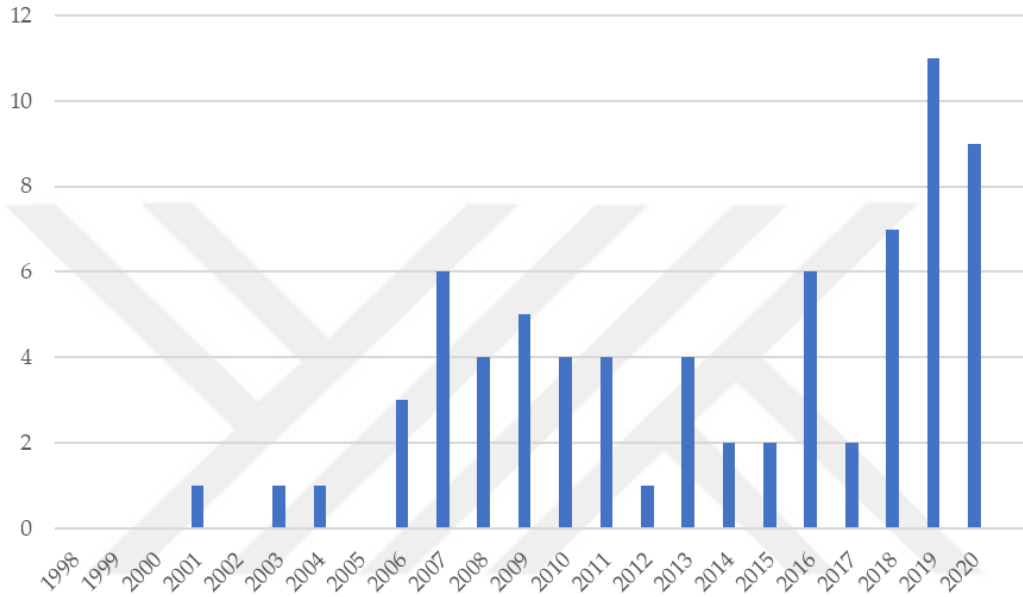
Tablo 3.1. Araştırmaya dahil edilen lisansüstü tezlerin amaçlarına göre dağılımı

Amaç	f	Lisansüstü tez kodu
Kavram yanlışlarını belirleme	63	B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11, B13, B15, B16, B17, B18, B19, B20, B21, B22, B23, B24, B25, B26, B27, B28, B29, B30, B31, B32, B33, B34, B35, B36, B37, B38, B39, B40, B43, B44, B45, B47, B48, B49, B50, B51, B52, B53, B54, B55, B56, B57, B58, B59, B60, B61, B62, B63, B64, B66, B67, B69, B70, B71
Kavram yanlışlarını giderme	19	B1, B12, B14, B15, B19, B27, B38, B41, B42, B46, B58, B59, B60, B61, B63, B65, B68, B72, B73
Toplam	73	

Not: B15, B19, B27, B38, B58, B59, B60, B61, B63 kodlu lisansüstü tezlerin birden fazla amaç gözetilerek yazıldığı belirlenmiştir.

Tablo 3.1’den görülebileceği gibi araştırmaya dahil edilen lisansüstü tezlerin 63 tez ile kavram yanlışlığını belirlemek amaçlı tezlerin, 19 tez ile kavram yanlışlığı giderilmesi amaçlı tezlerden daha fazla olduğu görülür. Bununla birlikte 9 tezde araştırma amacı hem kavram yanlışlığı belirlemek hem de kavram yanlışlarının giderilmek olarak belirlendiği görülür.

Tablo 3.1 ile verilen lisansüstü tezlerin yıllara ve yayımlandığı üniversitelere göre dağılımı sırasıyla Şekil 3.3 ve Tablo 3.2. ile sunulmuştur.



Şekil 3.3. Araştırmaya dahil edilen lisansüstü tezlerin yıllara göre dağılımı

Şekil 3.3’ten görülebileceği gibi araştırmaya dahil eden çalışmalar 11 tez ile, en çok 2019 yılında ardından 9 tez ile 2020 yılında yayımlandığı görülmektedir. Öte yandan 2018 yılında 7, 2016 ve 2007 yıllarında ise 6 tez yayımlandığı görülmektedir. Bununla birlikte 1998, 1999, 2000, 2002 ve 2005 yıllarında dahil etme ve dışlama kriterleri doğrultusunda tezlerin yayımlanmadığı görülmektedir.

Tablo 3.2. Araştırmaya dahil edilen lisansüstü tezlerin üniversitelere göre dağılımı

Üniversiteler	f	%
Gazi Üniversitesi	6	8,21
Dokuz Eylül Üniversitesi	6	8,21
Marmara Üniversitesi	4	5,47
Atatürk Üniversitesi	3	4,10
İnönü Üniversitesi	3	4,10
Yüzüncü Yıl Üniversitesi	3	4,10
Abant İzzet Baysal Üniversitesi	3	4,10

Tablo 3.2 devamı		
Adnan Menderes Üniversitesi	3	4,10
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	3	4,10
Karadeniz Teknik Üniversitesi	3	4,10
Necmettin Erbakan Üniversitesi	3	4,10
Uşak Üniversitesi	3	4,10
Selçuk Üniversitesi	2	2,73
Giresun Üniversitesi	2	2,73
Balıkesir Üniversitesi	2	2,73
Bartın Üniversitesi	2	2,73
Ege Üniversitesi	2	2,73
Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi	2	2,73
Fırat Üniversitesi	2	2,73
Hacettepe Üniversitesi	1	1,36
Bayburt Üniversitesi	1	1,36
Trabzon Üniversitesi	1	1,36
Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi	1	1,36
Erciyes Üniversitesi	1	1,36
Yıldız Teknik Üniversitesi	1	1,36
Akdeniz Üniversitesi	1	1,36
Aksaray Üniversitesi	1	1,36
Çukurova Üniversitesi	1	1,36
Adıyaman Üniversitesi	1	1,36
Kastamonu Üniversitesi	1	1,36
Kırıkkale Üniversitesi	1	1,36
Mersin Üniversitesi	1	1,36
Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi	1	1,36
Pamukkale Üniversitesi	1	1,36
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi	1	1,36
Toplam	73	100

Tablo 3.2’den görülebileceği gibi 6 tez ile en çok Gazi ve Dokuz Eylül üniversitelerinde dahil etme ve dışlama kriterleri doğrultusunda tezlerin yayımlanmadığı görülmektedir. Ardından 4 tez ile en çok tez yayınlanan üniversite Marmara üniversitesi olmuştur. Bununla birlikte pek çok üniversitede sadece birer yayın yapıldığı görülmektedir.

Makalelerin belirlenmesi: Öncelikle matematik öğretiminde kavram yanlışları ile ilgili Ocak 2022 tarihi itibarıyla kör hakemlik sürecinden geçmiş ve Google Akademik üzerinden tam metin olarak ulaşılabilen, konu başlıklarından ‘kavram yanlışları’ ve ‘matematik eğitimi’ şeklinde indekslenen Türkçe makaleler incelenmiştir. Kavram yanlışları ile ilişkili tam metnine erişilemeyen, derleme olarak desenlenen ve İngilizce olarak yayımlanmış makaleler bu araştırmaya dâhil edilmemiştir. Bununla birlikte kavram yanlışlığı

başlığı altında ‘hata’ tanımlaması ile bu kavramlar arasında kavram yanlışlığına yapan makaleler araştırmaya dahil edilmemiştir.

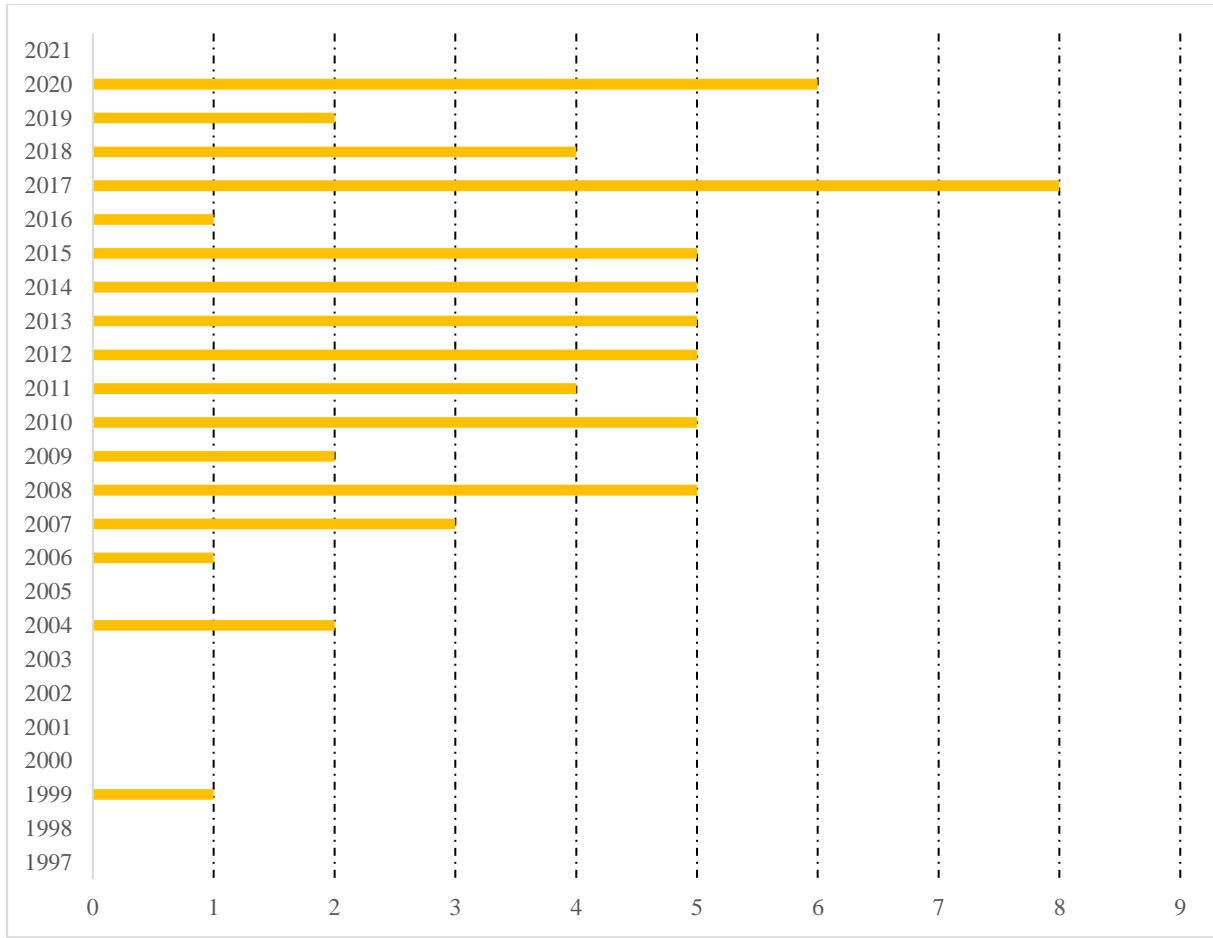
Araştırmaya dahil edilen makaleleri belirlemek için öncelikle son 25 yılda [1997-2021] Google Akademik’ te [“kavram yanlışlığı” + “matematik eğitimi”] anahtar kelimeleriyle 64 adet makale dikkate alınmıştır. Daha sonra çakışan, tam metnine erişilemeyen, derleme olan ve İngilizce dilinde yazılmış olan makalelerin çıkarılmasıyla elde edilen 81 adet makale daha sonra araştırmanın alt problemleri doğrultusunda incelenmiştir. Bu doğrultuda makalelerin amaçlarına dikkat edilmiştir. Genel olarak makalelerin amaçlarının “*kavram yanlışlığının belirlenmesi*”, “*kavram yanlışlığının giderilmesi*”, “*kavram yanlışlığını fark etme becerisi*” ve son olarak “*kavram yanlışlığının nedenleri*” şeklinde yapılandırıldığı gözlemlenmiştir. Bazı lisansüstü tezlerin ise birden fazla amaçla (9 makale) yazıldığı belirlenmiştir. Ancak mevcut araştırmanın amacı doğrultusunda bu araştırmada “*kavram yanlışlığının belirlenmesi*” (60 makale) ve “*kavram yanlışlığının giderilmesi*” (9 makale) amacıyla yazılmış makaleler çalışmaya dahil edilmiştir (Tablo 3.3). Buna göre bu araştırmaya dahil edilen 64 adet makale bulunmaktadır (Ek-2).

Tablo 3.3. Araştırmaya dahil edilen makalelerin amaçlarına göre dağılımı

Amaç	f	Makale kodu
Kavram yanlışlığını belirleme	60	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A40, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A56, A57, A58, A59, A61, A62, A63, A64
Kavram yanlışlığını giderme	9	A4, A5, A15, A26, A28, A35, A39, A54, A60
Toplam	64	

Not: A4, A5, A26, A35, A54 kodlu makalelerin birden fazla amaç gözetilerek yazıldığı belirlenmiştir.

Tablo 3.3’ten görülebileceği gibi mevcut araştırmaya dahil edilen 64 makaleden 60 tanesi kavram yanlışlığını belirlemek amacı ile, dokuz tanesi kavram yanlışlığını giderme amacı ile yayımlanmıştır. Makalelerden beş tanesi ise hem kavram yanlışlığını belirleme hem de kavram yanlışlığını giderme amacıyla gerçekleştirilmiştir. Tablo 3.3 ile verilen makalelerin yıllara göre dağılımı Şekil 3.4 ile sunulmuştur.



Şekil 3.4. Araştırmaya dahil edilen makalelerin yıllara göre dağılımı

Şekil 3.4'ten görülebileceği gibi mevcut araştırmaya dahil edilen makalelerin en çok 2017 yılında ardından 2020 yılında yayımlandığı söylenebilir. Öte yandan 2008, 2010, 2012, 2013, 2014, 2015 yıllarında beşer adet tez yazıldığı görülmektedir. Bununla birlikte makalelerin taranmaya başlandığı 1997, 1998 yıllarında ve 2000, 2001, 2002, 2003, 2005 ve 2021 yıllarında dahil etme ve dışlama kriterleri doğrultusunda makalelerin yayımlanmadığı görülmektedir.

Araştırmaya dahil edilen makalelerin yayımlandığı dergilere göre dağılımı Tablo 3.4 ile aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.4. Araştırmaya dahil edilen makalelerin yayımlandığı dergilere göre dağılımı

Dergiler	f	%
Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi	4	6,25
Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi	4	6,25
E-Journal of New World Sciences Academy	3	4,68
Turkish Journal of Computer and Mathematics Education	3	4,68
Cumhuriyet International Journal of Education	3	4,68
Kuramsal Eğitimbilim Dergisi	2	3,12

Tablo 3.4 devamı		
Eğitim ve Bilim Dergisi	2	3,12
Necatibey Eğitim Fakóltesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)	2	3,12
International Periodical for The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic	2	3,12
Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	2	3,12
Eğitim Bilimleri ve Uygulama	2	3,12
Kastamonu Eğitim Dergisi	2	3,12
İnönü Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	2	3,12
Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi	2	3,12
Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	2	3,12
Trakya Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	1	1,56
Ege Eğitim Dergisi	1	1,56
Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi	1	1,56
Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	1	1,56
Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education	1	1,56
Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi	1	1,56
International Journal of Human Sciences	1	1,56
Uluslararası Eğitim Bilim ve Teknoloji Dergisi	1	1,56
Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi	1	1,56
Buca Eğitim Fakóltesi Dergisi	1	1,56
Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	1	1,56
Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi	1	1,56
International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education	1	1,56
Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi	1	1,56
Elementary Education Online	1	1,56
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi	1	1,56
Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi	1	1,56
International Journal of Field Education	1	1,56
Eğitimde Kuram ve Uygulama	1	1,56
Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi	1	1,56
The Turkish Online Journal of Educational Technology	1	1,56
Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi	1	1,56
Saü Eğitim Fakóltesi Dergisi	1	1,56
Fen Bilimleri Dergisi	1	1,56
Kafkas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi	1	1,56
Afyon Kocatepe Üniversitesi	1	1,56
Journal of Educational Science	1	1,56
Toplam	64	100

Tablo 3.4'e göre dahil etme ve dışlama kriterleri doğrultusunda araştırmaya dahil edilen makalelerin 4 makale ile en çok Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi ve Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakóltesi Dergisinde yayınladığı görölmektedir. Bununla birlikte araştırmaya dahi edilen makalelerin yayınladığı dergilerin çoğunda sadece tek bir makale yayımlandığı görölmektedir.

3.3. Verilerin Toplanması

Araştırmada, veri toplama yöntemlerinden doküman inceleme metodu kullanılmıştır. Bu bakımdan ilk aşama Ocak 2022 tarihi itibari ile, YÖKTEZ’de matematik eğitimi alanında 1997 ve 2021 yılları arasında yayınlanmış ve “kavram yanılgısı”, “misconception” anahtar kelimesini taşıyan, matematik eğitimi ile ilişkili lisansüstü tezlerin ve hakemli dergilerde matematik eğitimi alanında kavram yanılgısı konulu Türkçe makalelerin taraması yapılmıştır. Bu özellikleri taşıyan tezlerin belirtilen veri tabanında erişime açık olması ölçütüne dikkat edilmiştir. Ayrıca bu lisansüstü tezlerin hazırlandığı enstitüler, bölümler ve anabilim dallarında herhangi bir ayırım yapılmamıştır. Bu bakımda, bazı lisansüstü tezlerin YÖKTEZ arşivinde ulaşılamaması, derleme çalışma olması ve İngilizce dilinde yazılmış olması gibi sebeplerden dolayı incelemeye alınamayan tezler bulunmaktadır. YÖK Ulusal Tez Merkezinde tam metin ve erişime açık bulunan matematik eğitiminde kavram yanılgıları konulu lisansüstü tezlerin Google Drive’a pdf formatında “çalışmaya dâhil edilen tezler” başlığı adı altındaki bir klasör içerisine kaydedilmiştir. Bu şekilde Google Drive ortamında örneklem bölümünde de belirtilen ölçütler dikkate alınarak tezler sınıflandırılmıştır. Daha sonra Google Akademik üzerinde tam metin olan ve erişime açık bulunan ve derleme çalışması olmayan matematik eğitiminde kavram yanılgıları konulu Türkçe makaleler pdf formatında Google Drive’a “çalışmaya dâhil edilen makaleler” başlığı adı altında bir klasör içerisine kaydedilmiştir. Ardından hem lisansüstü tezler için hem de makaleler için öncelikle mevcut araştırmanın alt problemleri göz önüne alınarak incelenen lisansüstü tezlerin ve makalelerin amaçları belirlenmiştir. Bu aşamada Makaleler M1, M2, M3, ... şeklinde, tezler ise T1, T2, T3, ... şeklinde numaralandırılmıştır. Tespit edilen amaçlar içerisinde kavram yanılgılarını belirleme ve kavram yanılgılarını giderme olanları seçilerek diğer tezler ve makaleler elenmiştir. Makale ve tez eleme süreci sonunda elde edilen makaleler A1, A2, ..., A64 şeklindeki kodlarla, lisansüstü tezler ise B1, B2, ..., B73 şeklinde isimlendirilmiştir. Bu şekilde isimlendirilen makaleler ve lisansüstü tezler veri analizine hazır hale getirilmiştir.

3.4. Verilerin Analizi

Bu araştırmada verilerin kategorilere ayrılması, çalışmaların bu kategorilere göre kodlanması ve kodlanan bu verilerin düzenlenerek verilerin tanımlanması ve yorumlanması aşamaları sebebiyle nitel araştırmalarda kullanılan analiz yöntemlerinden içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde temel işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar bakımından bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlamlandırabileceği biçimde düzenlemek ve yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu bağlamda araştırmanın veri

analizini yapmak için öncelikle isimlendirilen lisansüstü tezler ve makaleler araştırmacı ve danışmanı tarafından sınıflandırılmıştır ve ayrı ayrı olacak şekilde kodlamalar yapılmıştır. Kodlamalar daha sonra karşılaştırılarak tam uyum yakalanana kadar veri analizi üzerinde tartışılmıştır.

Kodlamalar ilk olarak alt problemler bazında gerçekleştirilmiştir. Başka bir ifade ile öncelikle birinci alt problem doğrultusunda ilk olarak kavram yanılđlarını belirlemeyi amaçlayan lisansüstü tezlerde ve makalelerde olacak şekilde belirlenen kavram yanılđları alta sıralanmıştır. Ardından çalışmalarda tespit edilen kavram yanılđları konu bazında olacak şekilde kendi içerisinde gruplandırılmıştır. Daha sonra ikinci alt problem doğrultusunda yine kavram yanılđlarını belirlemeyi amaçlayan lisansüstü tezlerde ve makalelerde kavram yanılđlarını tespit etmek için kullanılan araçların neler olduğu önce çalışmaların her birinde tek tek yazılmış ardından ise araçlar kendi içerisinde gruplandırılmıştır. Son olarak üçüncü alt problem doğrultusunda kavram yanılđlarını gidermeyi amaçlayan çalışmalar göz önüne alınarak veri analizleri gerçekleştirilmiştir. Buna göre çalışmalarda kavram yanılđlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları tek tek belirlenmiş ardından çözüm yolları kendi içerisinde gruplandırılmıştır. Veri analizine son hali verildikten sonra sonuçlar grafik, frekans ve yüzde tablolarına dönüştürülerek betimsel bir şekilde sunulacaktır.

BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemleri doğrultusunda sırasıyla önce yayımlanmış tezlere ardından ise yayımlanmış makalelere ilişkin kavram yanlışlarının neler olduğu, kavram yanlışlarını belirlemek için çalışmalarda nasıl bir yol izlendiği, kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yollarının neler olduğu ele alınmıştır.

4.1. Türkiye’de matematik eğitimi alanında belirlenmiş kavram yanlışları

Bu bölümde Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış lisansüstü tezlerde ve makalelerde belirlenen kavram yanlışlarını ayrı ayrı ele alınacaktır.

4.1.1. Lisansüstü tezlerde kavram yanlışları

Bu araştırma kapsamında matematik eğitimi alanında kavram yanlışlarını belirlemeyi konu alan toplam 63 lisansüstü tez bulunmaktadır. Bu lisansüstü tezlerde çok erken çağdan üniversite düzeyine kadar farklı bilişsel gelişim dönemlerinde farklı konu başlıklarında matematiksel kavram yanlışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda çalışma kapsamında ele alınan makalelerde kavram yanlışlarının üzerinde çalışıldığı konular Tablo 4.1 ile aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.1. Kavram yanlışlarının belirlenmesini amaçlayan lisansüstü tezlerde konu başlıkları

Konular	Lisansüstü tezler
Temel Geometrik Kavramlar (nokta, doğru parçası, doğru, ışın, düzlem, açı)	B4, B22, B26, B39, B45, B59
Cebirsel İfadeler	B2, B27, B33, B43, B52
Dörtgenler	B5, B19, B21, B59
Olasılık	B9, B25, B54, B67
Doğal Sayılar	B10, B18, B61, B71
Üçgenler	B19, B30, B47
Geometrik cisimler	B30, B59, B70
Üslü ve Köklü Sayılar	B24, B44, B48
Çokgenler	B5, B21, B57
Ondalık gösterim ve Ondalık sayılar	B20, B31, B40

Tablo 4.1 devamı

Temel Matematik Konuları	B55, B64
Çember ve daire	B19, B28
Denklemler	B6, B50
Tam sayılar	B58, B63
Trigonometri	B17, B56
Rasyonel Sayılar	B23, B51
Karmaşık Sayılar	B34, B49
Toplama ve Çıkarma	B61
Kesirler ve kesirlerle ilgili işlemler	B3
Yüzdeler	B7
Oran orantı	B8
Mantık	B11
Sıfır	B13
Lineer Cebir	B16
Problem Çözme	B29
İrrasyonel Sayılar	B32
Limit	B35
Analitik Geometri	B36
Fonksiyonlar	B37
Mutlak Değer	B38
Eğim	B53
Diferansiyel	B62
Dört İşlem	B66

Not: Bazı makaleler birbirinden farklı konuları araştırarak şekilde desenlenmiştir.

Tablo 4.1'den görülebileceği gibi kavram yanılgılarının belirlenmesini amaçlayan lisansüstü çalışmaların konu dağılımları, altı adet lisansüstü tez ile en çok temel geometrik kavramlar (nokta, doğru parçası, doğru, ışın, düzlem, açı), beş lisansüstü tezle cebirsel ifadeler, dörder lisansüstü tez ile dörtgenler, olasılık, doğal sayılar konuları şeklindedir. Ardından üçer lisansüstü tez ile üçgenler, geometrik cisimler, üslü ve köklü sayılar, çokgenler, ondalık gösterim ve ondalık sayılar konuları ele alınmıştır. İkişer lisansüstü tez ile temel matematik

konuları, çember ve daire, denklemler, tam sayılar, trigonometri, rasyonel sayılar ve karmaşık sayılar il ilişkili konular irdelenmiştir. Son olarak sadece birer adet lisansüstü tezde tercih edilen konular toplama ve çıkarma, kesirler ve kesirlerle ile ilgili işlemler, yüzdeler, oran orantı, mantık, sıfır, lineer cebir, problem çözme, irrasyonel sayılar, limit, analitik geometri, fonksiyonlar, mutlak değer, eğim, diferansiyel ve dört işlem şeklindedir. Aşağıda bu konular ve bu konular ile ilişkili olarak lisansüstü tezlerde tespit edilen kavram yanlışları, konular bazında ele alınmıştır.

4.1.1.1. Temel Geometrik Kavramlar (nokta, doğru parçası, doğru, ışın, düzlem, açı) ile ilgili kavram yanlışları

B4, B22, B26, B39, B45, B59 kodlu tezlerde nokta, doğru, doğrusallık, doğru parçası, ışın, düzlem, açı, paralellik-diklik gibi temel geometrik kavramlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Lisansüstü tezlerde çoğunlukla bir arada çalışılan bu kavramlara ilişkin tespit edilen kavram yanlışlarını ele alan tablo aşağıda Tablo 4.2 ile verilmiştir.

Tablo 4.2. Temel geometrik kavramlarla ilgili kavram yanlışları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanlışları
B4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Paralellik/diklik kavramlarını bilmeme 2. Semboller ile gösterimi yapamama 3. Düzlemde üç doğrunun durumlarını ayırt edememe 4. Düzlemde üç doğrunun durumlarını inşa edememe 5. Yöndeş açıları belirleyememe 6. İç ters açıları belirleyememe 7. Dış ters açıları belirleyememe 8. Ters açıları belirleyememe 9. Paralel iki doğruyu kesen bir doğrunun oluşturduğu açılardan eş olanları bilememe 10. Bütünler açıların ölçülerinin toplamının 180° olduğunu bilmeme 11. Tümlemler ile bütünler açıları birbirleri ile karıştırma
B22	<p>Nokta ile ilgili farklı kavram yanlışları</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Noktayı doğru olarak algılama 2. Noktayı düzlemde herhangi bir bölge olarak ifade etme 3. Noktayı noktalama işareti olarak ifade etme <p>Doğru ile ilgili kavram yanlışları</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Doğruyu, düzlem olarak ifade etme 2. Doğruyu, doğru parçası olarak ifade etme 3. Doğruyu, ışın olarak ifade etme 4. Doğruyu açı olarak ifade etme <p>Doğru parçası ile ilgili kavram yanlışları</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Doğru parçasını doğru olarak ifade etme 2. Doğru parçasını ışın olarak ifade etme 3. Doğru parçasını bir cisim olarak ifade etme

Tablo 4.2 devamı

B22	<ol style="list-style-type: none">4. Doğru parçasını açı olarak ifade etme5. Doğru parçasını doğrunun yarısı olarak ifade etme6. Doğru parçasını düzlemin parçası olarak ifade etme <p>Doğrusallık ile ilgili kavram yanılgıları</p> <ol style="list-style-type: none">1. Doğrusallığı düzlem parçası olarak ifade etme2. Doğrusallığı doğru parçası olarak ifade etme3. Doğrusallığı doğru olarak ifade etme4. Doğrusallığı ışın olarak ifade etme5. Doğrusallığı paralel doğrular olarak ifade etme <p>Işın ile ilgili kavram yanılgıları</p> <ol style="list-style-type: none">1. Işın kavramının sınırlı olduğunu ifade etme2. ışını doğru olarak ifade etme3. Işın kavramını yansıma ile ilişkilendirme ve ısı-ışık kaynağı olarak ifade etme4. Işın kavramını doğrunun yarısı olarak ifade etme <p>Açı ile ilgili kavram yanılgıları</p> <ol style="list-style-type: none">1. Açığı doğru parçası olarak ifade etme2. Açığı açılal bölgenin ölçüsü olarak ifade etme3. Açığı çokgenlerin köşeleri olarak ifade etme4. Açığı açının iç bölgesi olarak ifade etme5. Açığı şekillerin çevresi olarak ifade etme <p>Düzlem ile ilgili kavram yanılgıları</p> <ol style="list-style-type: none">1. Düzlem kavramını doğru olarak ifade etme2. Düzlemi yamuk, kare, çember gibi düzlemsel şekiller olarak ifade etme3. Düzlem kavramını açı olarak ifade etme4. Düzlem kavramını düzlem parçası, alan olarak ifade etme <p>Düzlem kavramını yüzey ve yeryüzü olarak ifade etme</p>
-----	--

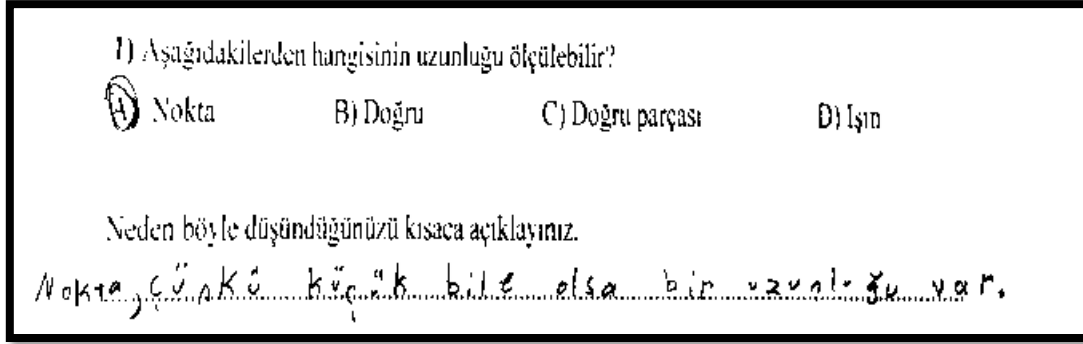
B26	<ol style="list-style-type: none">1. Geometrik şekilleri günlük hayatla ilişkilendirememe2. Bilinen temel geometrik kavramlarının özelliklerini işlemsel sorularda kullanamama3. Geometrik kavramlar arasında ilişki kuramama
-----	---

B39	<ol style="list-style-type: none">1. Noktanın boyutu olduğu düşüncesine sahip olma2. Doğrunun sonsuz noktanın birleşmesiyle oluştuğunu anlayamama3. Doğrunun ölçülebilir bir uzunluğunun olduğunu düşünme4. Doğru modelinin isimlendirilmesinde kullanılan harflerin doğruyu oluşturan sonsuz noktadan ikisinin adı olduğunu ilişkilendirememe5. İki noktası birbirine yakın verilen ışın modelini doğru parçası olarak kabul etme6. Doğru parçası, doğrunun yarısı olduğunu düşünme7. İkidenden fazla noktası verilen bir doğru veya ışın üzerinde istenen doğru veya ışını doğru parçası olarak gösterme8. A noktasının B noktasına göre konumu yerine B noktasının A noktasına göre konumunu ifade etme9. Noktalı kâğıt üzerinde eğik olarak verilen doğru parçalarının uzunluğunu belirlememe10. Işın kavramının sınırlı olduğunu ifade etme11. İki doğru parçasının uzunluğunun eşitliği ifadesini ($AB = CD$), doğru parçalarının paralellığı olarak algılama12. Doğru parçalarının paralel olması için alt alta, hizalı ve eşit uzunluğa sahip olması gerektiği düşüncesine sahip olma13. Açının kolları uzatıldığında açının ölçüsünün değiştiğini düşünme
-----	---

Tablo 4.2 devamı

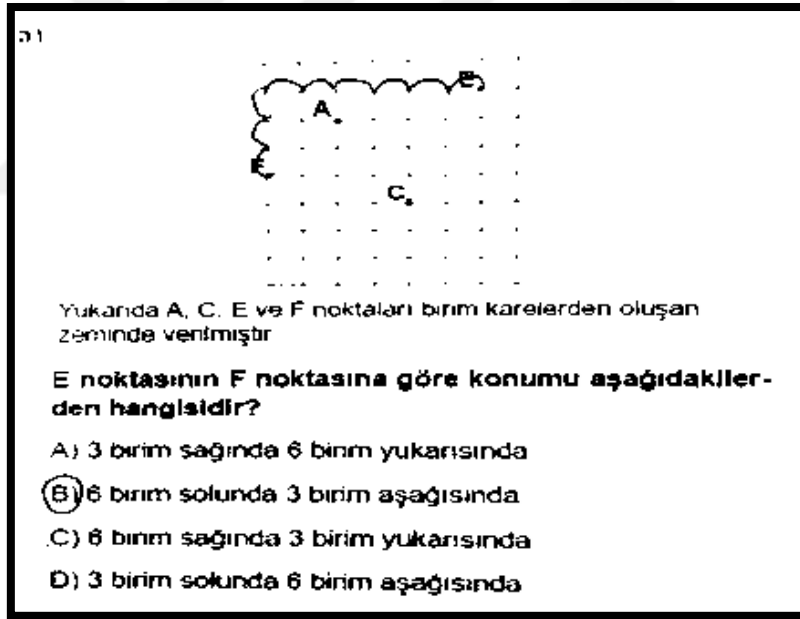
B39	14. Doğru parçasının orta noktasına çizil(e)meyen doğru parçalarının dik olamayacağını düşünme
B45	Nokta ile ilgili kavram yanılgıları 1. Türkçede cümle sonuna konulan noktalama işareti olan “nokta” olarak düşünme 2. Öğrencilerin noktayı matematikte çarpma işlemi sembolü olarak tanımlama Doğru ile ilgili kavram yanılgıları 1. Doğruyu sınırlı bir parça olarak görme 2. Doğrunun ölçülebilir bir uzunluğu olduğunu düşünme 3. Doğrunun ışın olduğunu düşünme Doğru parçası ile ilgili kavram yanılgıları 1. Doğru parçasını, doğrunun yarısı olarak görme 2. Doğru parçasının sınırlı olma durumunu “kapalılık” olarak algılama 3. Doğru parçasının uzunluğunun ölçülemeyeceğini düşünme Işın ile ilgili kavram yanılgıları 1. Işının ölçülebilir uzunlukta olduğu düşünme 2. Işının doğru olduğunu düşünme 3. Işının doğru parçası olduğunu düşünme Düzlem ile ilgili kavram yanılgıları 1. Düz devam eden her şeyin düzlem olduğunu düşünme Açı ile ilgili kavram yanılgıları 1. Açının iki doğru arasında kalan mesafe olduğunu düşünme 2. Açının doğru parçalarının birleştiği yer/nokta olduğunu düşünme 3. Açının konumunun değişmesiyle ölçüsünün değişeceğini düşünme
B59	1. Doğru parçasını doğrunun yarısı olduğunu düşünme 2. Doğrunun ölçülebilir bir uzunluğunun olduğunu düşünme 3. Düzlemin uzunluğunun ölçülebileceğini ifade etme 4. Düzlem ile düzlem parçasını ayırt edememe

Tablo 4.2’den görülebileceği gibi nokta kavramının yapısı ve birbirlerine göre konumları ile ilgili kavram yanılgıları olarak incelenebilir. Nokta kavramının yapısı ile ilişkili kavram yanılgıları *noktayı doğru olarak algılama* (B22), *noktayı düzlemde herhangi bir bölge olarak ifade etme* (B22), *noktayı noktalama işareti olarak ifade etme* (B22, B45), *noktanın boyutu olduğu düşüncesine sahip olma* (B39), *noktayı çarpma işleminin sembolü olarak ifade etme* (B45) olarak belirlenmiştir. Örneğin B22 kodlu tezde katılımcılar nokta kavramını “*düzlemlerin sınırını korumak için kullanılan şeydir*” ve “*boyutsuz ve ölçüsüz düzlem*” şeklinde açıklarken, B45 kodlu tezde katılımcıların “*Küçük ve yuvarlak olup çarpma işleminde kullanılan sembol*” ifadesini kullanmışlardır. Öte yandan B39 kodlu tezde ise katılımcı nokta kavramı için aşağıda verilen açıklamayı yapmıştır (Şekil 4.1.1):



Şekil 4.1.1. B39 kodlu tezde noktaya ilişkin katılımcı açıklaması

Noktaların birbirine göre konumlarını konu edinen kavram yanlışlığı ise *A noktasının B noktasına göre konumu yerine B noktasının A noktasına göre konumunu ifade etme* (B39) olarak belirlenmiştir. B39 kodlu tezde katılımcılara yöneltilen bir soruda Şekil 4.1.2 ile verilen cevap verilmektedir. Buna göre katılımcı istenen noktanın konumunu belirlerken ifade edilen noktaya göre değil tam tersi durumu göz önüne almıştır.



Şekil 4.1.2. B39 kodlu tezde noktanın konumuna ilişkin katılımcı açıklaması

Tablo 4.2'den görülebileceği gibi doğru ile ilişkili kavram yanlışlığı doğru kavramının yapısı ile, düzlemde doğruların birbirlerine göre durumları ile ve doğrusalılık ile ilgili kavram yanlışlığı olarak incelenebilir. Buna göre doğru kavramının yapısı ile ilgili kavram yanlışlığı; *doğruyu düzlem olarak ifade etme* (B22), *doğruyu doğru parçası veya sınırlı bir parça olarak ifade etme* (B22, B39, B45), *doğruyu ışın olarak ifade etme* (B22, B45), *doğruyu açı olarak ifade etme* (B22), *doğrunun sonsuz noktanın birleşmesiyle oluştuğunu anlayamama* (B39),

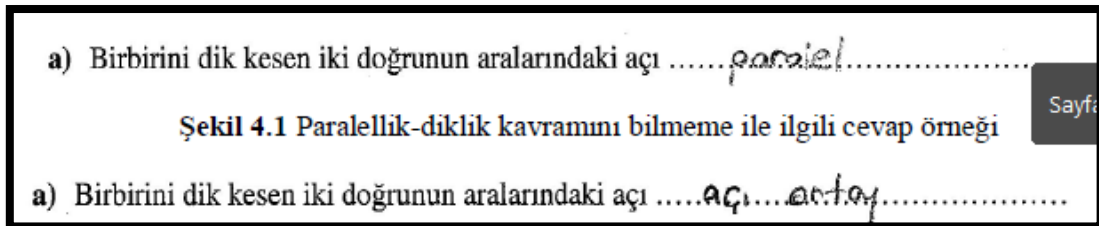
doğrunun ölçülebilir bir uzunluğunu olduğunu düşünme (B39, B45) ve doğru modelinin adlandırılmasında kullanılan harflerin doğruyu oluşturan sonsuz noktadan ikisinin adı olduğunu ilişkilendirememe (B39) şeklindedir. Örneğin B22 kodlu tezde katılımcıların “Üçgen çizer ve üçgenin kenarlarını örnek olarak verir” ifadesi doğruyu bir düzlem olarak algıladıklarını göstermektedir. B22 kodlu tezde katılımcıların “Işık bir doğrudur. Önüne engel gelmedikçe hep doğrusal olarak gider”, B45 kodlu tezde katılımcıların “Bir ucu belli bir ucu belli olmayan” doğruyu bir ışın olarak algıladıklarını göstermektedir. B39 kodlu tezde katılımcıların “Doğrunun iki ucunda da nokta olduğu için uzayamaz ve uzunluğu ölçülür.” ifadesi ise doğrunun sonsuz noktanın birleşmesiyle oluştuğunu anlayamadıklarını, doğrunun bir uzunluğunun olduğunu ve ölçülebildiğini düşündüklerini göstermektedir. Benzer şekilde B45 kodlu tezde de katılımcılar “Bir noktada başlayıp bir noktada bitiyor” ve “Doğru ölçülebilir çünkü dümdüz olduğu için.” diyerek doğrunun ölçülebilir bir uzunluğunun olduğunu ifade etmişlerdir. B45 kodlu tezde katılımcıların doğruyu ışın ve doğru parçası olarak modelledikleri şekiller aşağıda Şekil 4.1.3’te verilmiştir.



Şekil 4.1.3. B45 kodlu tezde katılımcıların doğru kavramını anlayışları

Doğrunun yapısına ilişkin kavram yanlışlarından bir diğeri ise B39 kodlu tezde “Doğrunun gösteriminde tek bir noktanın yeterli olduğu düşüncesi öğrencilerde kendini göstermektedir.” şeklinde ifade edilmiştir.

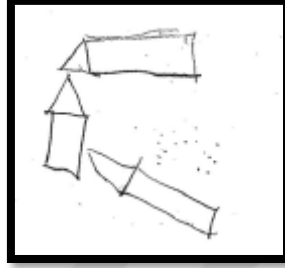
Düzlemde doğruların birbirlerine göre durumlarını konu edinen kavram yanlışları; düzlemde iki/üç doğrunun durumlarını ayırt edememe (B4), düzlemde üç doğrunun durumlarını inşa edememe (B4) şeklindedir. Aşağıda Şekil 4.1.4 ile katılımcıların düzlemde doğruların birbirine göre durumları ayırt edemedikleri ve Şekil 4.1.5 ile düzlemde doğruların durumlarını inşa edemediklerini gösteren çizimlere yer verilmiştir.



b) Bir düzlem içindeki üç doğrunun hiç ortak noktaları yoksa, bu doğrular *Noktadaş*

b) Bir düzlem içindeki üç doğrunun hiç ortak noktaları yoksa, bu doğrular *terci açılardır*

Şekil 4.1.4. B4 kodlu tezde doğruların birbirine göre durumlarını gösteren katılımcı ifadeleri

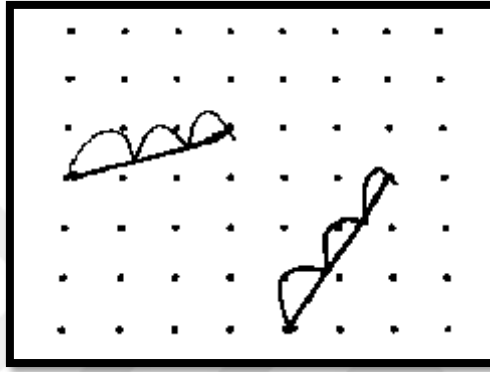


Şekil 4.1.5. B4 kodlu tezde doğruların birbirine göre durumlarını inşa etmelerini gösteren katılımcı çizimi

Doğrusallık ile ilişkili kavram yanılgıları; *doğrusallığı düzlem parçası olarak ifade etme* (B22), *doğrusallığı doğru parçası olarak ifade etme* (B22), *doğrusallığı doğru olarak ifade etme* (B22), *doğrusallığı ışın olarak ifade etme* (B22), *doğrusallığı paralel doğrular olarak ifade etme* (B22) şeklindedir. Örneğin B22 kodlu tezde katılımcıların “*Her yeri doğru, düzgün ve boyutlu olan şekil*” ifadesi doğrusallığı düzlem ile, “*Noktadaş doğrular*” ifadesi doğrusallığı doğrular ile, “*Işınların doğrular halinde yayılmasıdır*” ifadesi doğrusallığı ışınlar ile, “*Düzlemde yatay bulunan her şey*” ifadesi doğrusallığı paralel doğrular ile ilişkilendirdiği gözlemlenmektedir.

Tablo 4.2’den görülebileceği gibi doğru parçası ile ilişkili kavram yanılgıları; *doğru parçasını doğru olarak ifade etme* (B22), *doğru parçasını ışın olarak ifade etme* (B22), *doğru parçasının bir cisim olarak ifade etme* (B22), *doğru parçasını açı olarak ifade etme* (B22), *doğru parçasını doğrunun yarısı olarak ifade etme* (B22, B39, B45, B59), *doğru parçasını düzlemin parçası olarak ifade etme* (B22), *doğru parçasının sınırlı olma durumunu kapalılık olarak algılama* (B45), *doğru parçasının uzunluğunun ölçülemeyeceğini düşünme* (B45) ve *noktalı kâğıt üzerinde eğik olarak verilen doğru parçalarının uzunluğunu belirleyememe* (B39) şeklindedir. Örneğin B22 kodlu tezde katılımcıların “*İki tane okun veya şeklin kesişmesine denir*” ifadesi ile doğru kavramına, “*Sonsuzluğa uzanan çizgiden alınmış bir parça*” ifadesi ile ışın kavramına, “*Belirli bir boyta ve hacme sahip olan geometrik çizgi*” ifadesi ile cisim kavramına, “*İki nokta arasındaki sınırlı bir açı*” ifadesi ile açı kavramına, “*Doğru parçası iki*

boyutludur” ifadesi ile düzlemin bir parçasına vurgu yaptıkları görülmektedir. Öte yandan doğru parçasının doğrunun yarısı olduğuna dair açıklamaların tespit edildiği B22 kodlu tezde “*Işın parçasına yani doğrunun yarısına denir*” ifadesi ile değinilirken, B45 kodlu tezde “*Doğru parçası doğrunun yarısıdır*” ifadesi ile irdelenmiştir. Yine B45 kodlu tezde katılımcıların “*Kenarları kapalı olduğu için ölçülebilir*” ifadesinde sınırlılık ifadesini kapalılık olarak algıladıkları ve doğru parçasının uzunluğunun ölçülemeyeceğini söyledikleri belirlenmiştir. B39 kodlu tezde ise katılımcıların eğik olarak verilen doğru parçalarının uzunluğunu ölçmede yanlış bir yöntem izledikleri bildirilmiştir (Şekil 4.1.6).



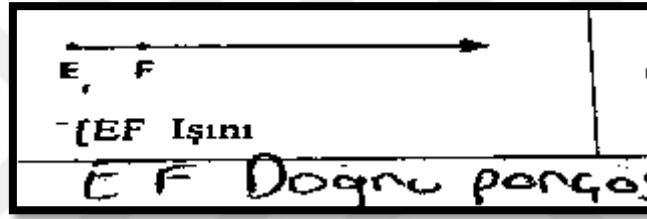
Şekil 4.1.6. B39 kodlu tezde eğik verilen doğru parçalarının uzunluklarının ölçülmesi

Tablo 4.2’den görülebileceği gibi ışın ile ilişkili kavram yanılgıları; *ışın kavramının sınırlı olduğunu ifade etme* (B22, B39, B45), *ışının doğru olduğunu belirtme* (B22, B45), *ışını yansıma ile ilişkilendirme ve ısı-ışık kaynağı olarak ifade etme* (B22), *ışının doğrunun yarısı olduğunu ifade etme* (B22), *ışını doğru parçası olarak kabul etme (iki noktası birbirine yakın verilen veya ikiden fazla noktası verilen)* (B39), *ışının ölçülebilir uzunlukta olduğunu düşünme* (B45) şeklindedir. Örneğin ışın kavramının sınırlı olduğuna dair katılımcı ifadeleri B39 kodlu tezde “*...ışın bir doğru üzerinde gider, bir başlangıcı ve sonu vardır*” ve “*...ışın belli bir uzunluktadır*” şeklinde vurgulanırken, B45 kodlu tezde “*İki tarafında nokta olan uzamayan bir çizgi*” şeklinde ifade edilmiştir. Yine ışının doğru olduğunu belirten katılımcıların olduğu B22 kodlu tezde “*...doğrudur. Önüne engel gelmedikçe ... doğrusal olarak gider.*” şeklinde sunulurken, B45 kodlu tezde “*Hiçbir tarafın sınırlanmadığı parçadır*” şeklinde sunulmuştur. Işının sınırlı ve sınırsız olduğu örnekler yine B45 kodlu tezde Şekil 4.1.7’deki gibi gösterilmiştir.



Şekil 4.1.7. B45 kodlu tezde ışının modellenmesi örneği

Işının yansıma ile ilişkilendirildiği ısı-ışık kaynağı olarak algılandığı katılımcı ifadeleri “Bir kaynaktan yansıyan, kırılan bir enerji” ve “Işığın vurduğu yere ışın denir” şeklinde B22 kodlu tezde verilmektedir. Işının doğrunun yarısı olarak algılandığı kavram yanılığı B22 kodlu tezde “Doğrunun iki eş parçaya bölünmesidir” şeklinde öğrenciler tarafından ifade edilmiştir. Işının doğru parçası olarak algılandığı kavram yanılığı B39 kodlu tezde “Çünkü ışın bir doğru üzerinde gider, bir başlangıcı ve sonu vardır” şeklinde öğrenci ifadesiyle örneklenmiş ve Şekil 4.1.8 ile verilen görselle iki noktası birbirine yakın verilen ışının doğru parçası olarak algılandığı şeklinde kavram yanılığıyla desteklenmiştir.

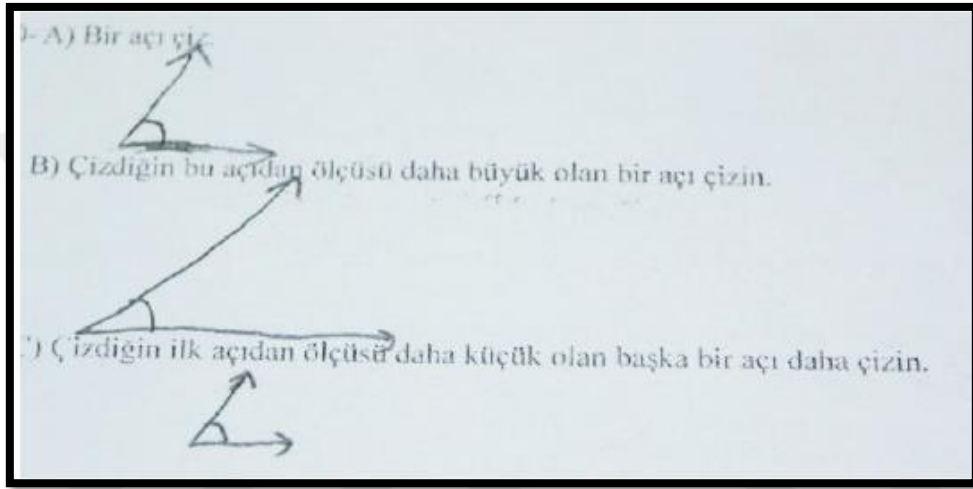


Şekil 4.1.8. B39 kodlu tezde ışının doğru parçası olarak algılanması kavram yanılığı

Son olarak B45 kodlu tezde katılımcılar “Çünkü metre bir yerden başlayarak ölçmeye devam eder. Işın da bir yerden başlayarak uzamaya devam eder” ifadesiyle ışının ölçülebilir uzunlukta olduğunu belirtmişlerdir.

Tablo 4.2’den görülebileceği gibi açı kavramı ile ilişkili kavram yanılıkları açı kavramının yapısı ile, açı türleri ile ve paralel iki doğruyu kesen başka bir doğrunun oluşturduğu açılar ile ilgili kavram yanılıkları olarak incelenebilir. Açı kavramının yapısı ile ilişkili kavram yanılıkları; açığı doğru parçası olarak ifade etme (B22), açığı açısız bölgenin ölçüsü olarak ifade etme (B22), açığı çokgenlerin köşeleri olarak ifade etme (B22), açının doğru parçalarının birleştiği yer/nokta olduğunu düşünme (B45), açığı açının iç bölgesi olarak ifade etme (B22), açığı şekillerin çevresi olarak ifade etme (B22), açının iki doğru arasında kalan mesafe olduğunu düşünme (B45) açının kolları uzatıldığında açının ölçüsünün değiştiğini düşünme (B39), açının konumunun değişmesiyle ölçüsünün değişeceğini düşünme (B45) şeklindedir. Örneğin açının doğru parçası, açısız bölgenin ölçüsü, açının iç bölgesi, şekillerin çevresi olarak algılandığını belirten B22 kodlu tezde öğrenci ifadeleri şu şekildedir: “İki çizgi arasındaki

mesafe(aralık)dir”, “*Açısal bölgedir*”, “*İki ışın arasında kalan yerdir*”, “*Geometrik şekillerin çevresidir*”. Öte yandan B22 ve B45 kodlu tezlerde açığı köşe veya nokta olarak tanımladıkları ve B45 kodlu tezde katılımcıların “*Doğru parçalarının birleştiği yerdir*” ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. B45 kodlu tezde açının ayrıca “*İki doğrunun arasında kalan mesafe*” ve “*Birleşmiş iki kenar arasında kalan mesafe*” şeklindeki katılımcı ifadeleriyle tanımlandığı gözlemlenmiştir. Son olarak B45 kodlu tezde farklı ölçülerde açıları çizmelerini istedikleri katılımcıların Şekil 4.1.9 ile verilen açıları çizdikleri ve buradan açının kollarıyla ölçüleri arasında bir bağ kurdukları gözlemlenmiştir.



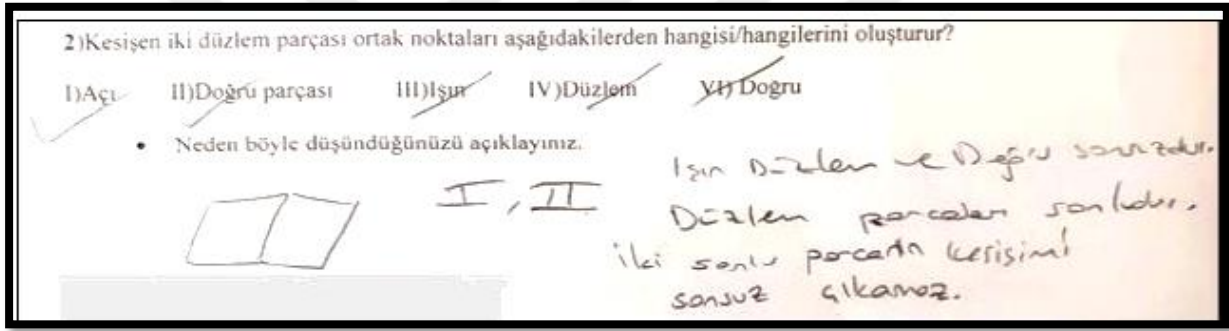
Şekil 4.1.9. B45 kodlu tezde açının kollarıyla ölçüleri arasında bağ kuran katılımcı çizimi

Açı türleri ile ilişkili kavram yanılgıları tümler ve bütünler açıları üzerinden verilmiştir. Buna göre kavram yanılgıları; *bütünler açıların ölçülerinin toplamının 180° olduğunu bilmeme* (B4), *tümlemler ile bütünler açıları karıştırma* (B4) şeklindedir. Paralel iki doğruyu kesen başka bir doğrunun oluşturduğu açıları ile ilişkili kavram yanılgıları; *yöndeş açıları belirleyememe* (B4), *iç ters açıları belirleyememe* (B4), *dış ters açıları belirleyememe* (B4), *ters açıları belirleyememe* (B4) ve *paralel iki doğruyu kesen bir doğrunun oluşturduğu açılardan eş olanları bilememe* (B4) şeklindedir. B4 kodlu tezde bu durum şu şekilde açıklanmıştır (Şekil 4.1.10):

Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların eş olanlarını ve bütünler olanlarını belirleme ile ilgili olan bu soruda öğrencilerin ölçüleri eş olan açıları belirleyemedikleri, sonuca ulaşmak için verilmeyen bilgileri var kabul ettikleri ya da rastgele 4 işlem yaptıkları görülmüştür. Ayrıca, bazı öğrenciler soruda geçen x 'in bilinmeyen yerine kullanıldığını kavrayamamışlardır.

Şekil 4.1.10. B4 kodlu tezde açı türleri ile ilişkili kavram yanılgılarına ilişkin açıklama

Tablo 4.2’den görülebileceği gibi düzlem kavramı ile ilişkili kavram yanılgıları; *düzlemi doğru olarak ifade etme* (B22), *düzlem kavramını yamuk, kare, çember gibi düzlemsel şekillerle ifade etme* (B22), *düzlem kavramını açı olarak ifade etme* (B22), *düzlem kavramını düzlem parçası/alan olarak ifade etme (düzlem ile düzlem parçasını ayırt edememe)* (B22, B59), *düzlem kavramını yüzey ve yeryüzü olarak ifade etme* (B22), *düz devam eden her şeyin düzlem olduğunu düşünme* (B45), *düzlemin uzunluğunun ölçülebileceğini ifade etme* (B59) şeklindedir. Örneğin B22 kodlu tezde düzlemin doğru olduğu “*Kesişen iki doğrudur*” ifadesi ile, düzlemin düzlemsel şekillerle açıklandığı “*Kare, dikdörtgen gibi kenarların düz olması*” ifadesi ile, düzlemin açı olduğu “*Açısal bölgedir*” ifadesi ile, düzlemin yüzey olduğunu “*Düzlem deyince aklıma düzlem ayna geliyor*” ifadesi ile katılımcılar tarafından belirtilmiştir. B59 kodlu tezde katılımcıların düzlemi düzlem parçası olarak algıladıklarını ifade ettikleri görsel aşağıda Şekil 4.1.11 ile verilmiştir.



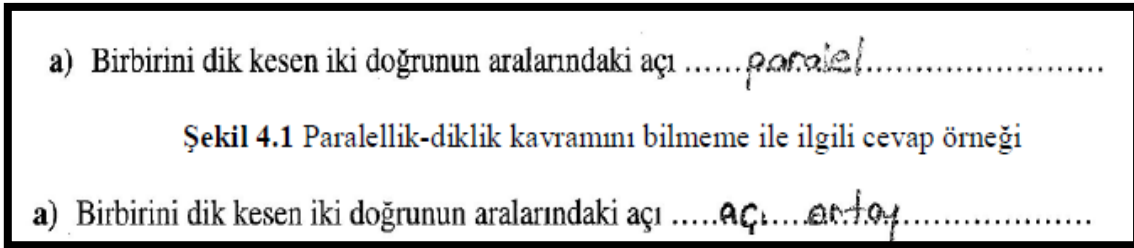
Şekil 4.1.11. B59 kodlu tezde düzlemin düzlem parçası olarak yorumlanması

B45 kodlu tezde ise katılımcılar “*Düz olan her şey*” açıklaması ile düzlemin düz olmasına vurgu yapıldığı belirlenmiştir. B59 kodlu tezde ise katılımcıların düzlemin ölçülebilir olduğunu gözlemlenmiştir. Bu duruma ilişkin B59 kodlu tezin açıklamaları Şekil 4.1.12 ile verilmiştir.

Tablo 4.15’te öğretmen adaylarının kurduğu cümle örnekleri kategorilere ayrılmıştır. Özellikle öğretmen adaylarının düzlemle ilgili kurdukları cümlelerin birçoğunun hatalı olduğu görülmüştür. Düzlemin eni ve boyu sonsuza kadar gittiği için uzunluğu ölçülemez ancak bazı öğretmen adayları uzunluğunun ölçülebileceğini iddia etmiştir. Aynı şekilde doğru parçasıyla ilgili yazılan kavram yanılgısı içeren cümle incelendiğinde doğrunun her iki ucundan sonsuza gittiği düşünülürse bu uzunluğun yarısını hesaplamak mümkün değildir, hesaplanamaz ancak öğretmen adayı doğrunun yarısıdır diyerek hatalı yanıt vermiştir.

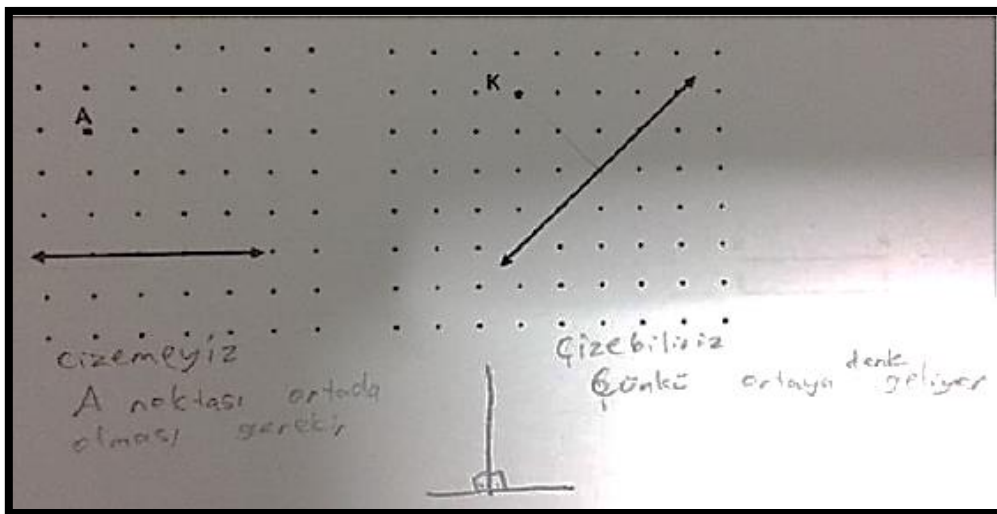
Şekil 4.1.12. B59 kodlu tezde düzlemin ölçülebilir olması kavram yanılgısına ilişkin açıklama

Yukarıdaki temel geometrik şekiller haricinde lisansüstü tezlerde ayrıca diklik ve paralellik ile ilişkili kavram yanlışlarının da araştırıldığı gözlemlenmiştir. Buna göre kavram yanlışları; *paralellik ve diklik kavramlarını bilmeme* (B4), *iki doğru parçasının uzunluğunun eşitliği ifadesini ($|AB| = |CD|$) doğru parçalarının paralelliği olarak algılama* (B26), *doğru parçalarının paralel olması için alt alta, hizalı ve eşit uzunluğa sahip olması gerektiği düşüncesine sahip olma* (B26) ve *doğru parçasının orta noktasına çizil(e)meyen doğru parçalarının dik olamayacağını düşünme* (B39) şeklindedir. Örneğin B4 kodlu tezde paralellik ve diklik kavramlarını katılımcıların bilinmediği aşağıda Şekil 4.1.13 ile örneklenmiştir.



Şekil 4.1.13. B4 kodlu tezde katılımcıların paralellik-diklik kavram yanlışlarına ilişkin örnek

B26 kodlu tezde katılımcıların “*sütunların art arda geldiği için paralel olduğunu*” ve “*karşılıklı olarak sıralandığı için paralel olduğunu*” belirtmeleri doğru parçalarının paralel olması için hizalı ve eşit uzunluğa sahip olmaları gerektiği şeklinde algıları olduğunu örneklemektedir. B39 kodlu tezde katılımcıların dikmenin doğru parçasının orta noktasına gelmesi gerektiğini aksi takdirde doğru parçasına bir dikme çizilemeyeceğini belirttikleri kavram yanılması Şekil 4.1.14 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.14. B39 kodlu tezde belirtilen diklik ile ilişkili kavram yanılması

Sonuç olarak; kavram yanlışlarının belirlenmesini amaçlayan lisansüstü tezlerde ortaya çıkan sonuçlar; bireylerin kavramlara ilişkin sembol gösterimlerini kullanamadıklarını, geometrik şekilleri günlük hayatla ilişkilendiremediklerini, geometri kavramları arasında ilişki kuramadıklarını hatta birbirinin yerine kullandıklarını ve bilinen geometri kavramlarının özelliklerini ise işlemsel sorularda kullanamadıklarını göstermektedir.

4.1.1.2. Cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışları

B2, B27, B33, B43, B52 kodlu tezlerde benzer terim, sabit terim, terim sayısı, işlem, harfli ifade, denklem, özdeşlik gibi cebirsel ifadeler konusunda yer alan kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler konusu ile ilişkili olarak tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.3).

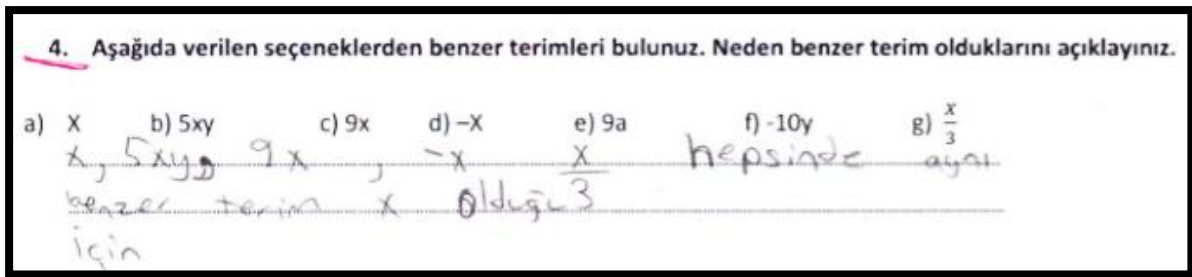
Tablo 4.3. Cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanlışları
B2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Benzer terim ile ilgili kavram yanlışları <ol style="list-style-type: none"> a) Terimlerin benzer olması için işaretlerinin de aynı olması gerektiğini düşünme b) Kesirli ifadeleri benzer terim olarak kabul etmeme c) İçerisinde aynı değişkeni barındıran terimlerin benzer olduğunu düşünme d) Benzer terimleri sayısal çarpanların değerlerine göre bulma e) Terimlerin barındırdığı değişken sayılarına göre benzer terimleri bulma 2. Sabit terim ile ilgili tespit edilen kavram yanlışları <ol style="list-style-type: none"> a) Sabit terimin negatif olabileceğini düşünmeme b) Her cebirsel ifadenin sabit terimi olacağını düşünme c) Sayısal çarpanları sabit terim olarak kabul etme d) Sayısal bölenleri sabit terim olarak kabul etme 3. Terim sayısı ile ilgili kavram yanlışları <ol style="list-style-type: none"> a) Bir terimin çarpanlarını farklı terimler olarak kabul etme b) İçerisinde bölme işlemi barındıran bir terimi iki terim olarak düşünme c) İçerisinde çarpma işlemini açık şekilde barındıran bir terimi iki terim olarak düşünme d) Terim sayısını terimin içerdiği sayısal çarpan ve bölen sayısı kadar olduğunu düşünme e) Terimleri bulurken sayı ve değişkenler arasındaki mesafeyi önemseme f) Terim sayısını dört işleme göre bulma 4. İşlem ile ilgili kavram yanlışları <ol style="list-style-type: none"> a) Yarıyı bölme işlemi olarak algılama b) Eşittir işaretini sonuç olarak görme c) Cebirsel ifade yazarken işlem önceliğinin öneminin farkında olmama d) Katsayıların işaretini işlem işareti olarak kabul etme e) Bir terimin çarpanları arasında işlem olmadığını düşünme 5. Katsayı ile ilgili kavram yanlışları <ol style="list-style-type: none"> a) 1'i veya -1'i katsayı olarak kabul etmeme, b) Katsayının negatif olabileceğini düşünmeme c) Her değişkenin ayrı bir katsayısı olduğunu düşünme 6. Değişken ile ilgili kavram yanlışları

Tablo 4.3 devamı

	<ol style="list-style-type: none">Değişkenlerin sayıları temsil ettiğinin farkında olmamaDeğişkenin aldığı değerlerin sınırlı olduğunu düşünmeBir değişkeni iki farklı sayının temsilinde kullanmaSabit sayı ve değişkenin çarpımını iki basamaklı sayı olarak düşünme
B27	<ol style="list-style-type: none">Harflerin matematikte bir anlamı yoktur düşüncesine sahip olmaHarfler sayılar gibi davranmaz düşüncesine sahip olmaHarflerin basamak değeri vardır düşüncesine sahip olmaHarfler nesnelere kısaltmasıdır düşüncesine sahip olmaHarfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar düşüncesine sahip olmaHarfler alfabede olduğu gibi sıralanırlar düşüncesine sahip olma"=" işareti daima bir sonuç üretir. 8- "+" ve "-" işareti daima bir sonuç üretir düşüncesine sahip olma
B33	<ol style="list-style-type: none">Cebirde harfler alfabedeki gibi sıralanırlar düşüncesine sahip olmaHer harfin sadece bir değeri vardır düşüncesine sahip olmaHarfler nesnelere gösterir düşüncesine sahip olma"+" ve "=" işareti daima sonuç üretir düşüncesine sahip olmaİşlemlerin sırası önemli değildir düşüncesine sahip olma"=" işareti sadece eylem belirtir düşüncesine sahip olmaMatematikte her zaman soldan sağa doğru işlem yapılır düşüncesine sahip olmaCebirde parantezleri göz ardı ederek işlem yapmaCebirde harflerin hiçbir anlamı olmaması düşüncesine sahip olmaHarfler alfabedeki gibi sıralanması düşüncesine sahip olmaHarfler alfabetik sıralamada olduğu gibi sayısal konum belirttiği düşüncesine sahip olmaTek kalan harfler 1'e eşittir düşüncesine sahip olmaHer harfin sadece bir değeri vardır düşüncesine sahip olmaHarfler sadece rakam olabilir düşüncesine sahip olmaHarfler nesnelere gösterir düşüncesine sahip olma"=" işareti sadece eylem belirtir düşüncesine sahip olmaCebirde parantezler önemli değildir düşüncesine sahip olmaBir denklemin diğer tarafında da aynı işlem yapılır düşüncesine sahip olmaSayılar, değişkenler ve işaretler birbirinden farklıdır düşüncesine sahip olma
B43	<ol style="list-style-type: none">Denklemler ile özdeşlik kavramlarını ayırt edip edememeÖzdeşlik açıklamalarını kavrayamamaÖzdeşlik modellemesini kavrayamama
B52	<ol style="list-style-type: none">Cebir geometri ilişkisini kuramamaCebirsel ifadelerde çarpma işleminde parantezi dikkate almamaŞekil örüntüsünden denkleme hatalı geçişDeğişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genellemeBir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade edememeCebirsel ifadelerde benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almamaSözel ifade cebirsel ifadeye çevrilirken hatalı değişkenler kullanılmasıSözel ifade cebirsel ifadeye çevrilirken işlem önceliğine dikkat etmemeSözel ifadelerin rasyonel terim gerektiren cebirsel ifadelere çevrilememesiİfade sözele çevrilirken işlem önceliğinin göz ardı edilmesiEşittir işaretini eylem veya sonuç olarak görme

Tablo 4.3'te görülebileceği gibi benzer terim ile ilgili kavram yanılgıları; *terimlerin benzer olması için işaretlerinin de aynı olması gerektiğini düşünme* (B2), *kesirli ifadeleri benzer terim olarak kabul etme* (B2), *içerisinde aynı değişkeni barındıran terimlerin benzer olduğunu düşünme* (B2), *benzer terimleri sayısal çarpanların değerlerine göre bulma* (B2), *terimlerin barındırdığı değişken sayılarına göre benzer terimleri bulma* (B2), *benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almama* (B52) şeklindedir. Buradan da anlaşılabilir olduğu gibi benzer terim ile ilgili kavram yanılgıları sadece B2 ve B52 kodlu tezlerde ele alınmıştır. B2 kodlu tezde içerisinde aynı değişkeni içeren terimlerin benzer olduğunu düşünme kavram yanılgısı ile ilişkili aşağıdaki açıklamaya yer verilmiştir (Şekil 4.1.15).



Şekil 4.1.15. İçerisinde aynı değişkeni içeren terimlerin benzer olduğunu düşünme

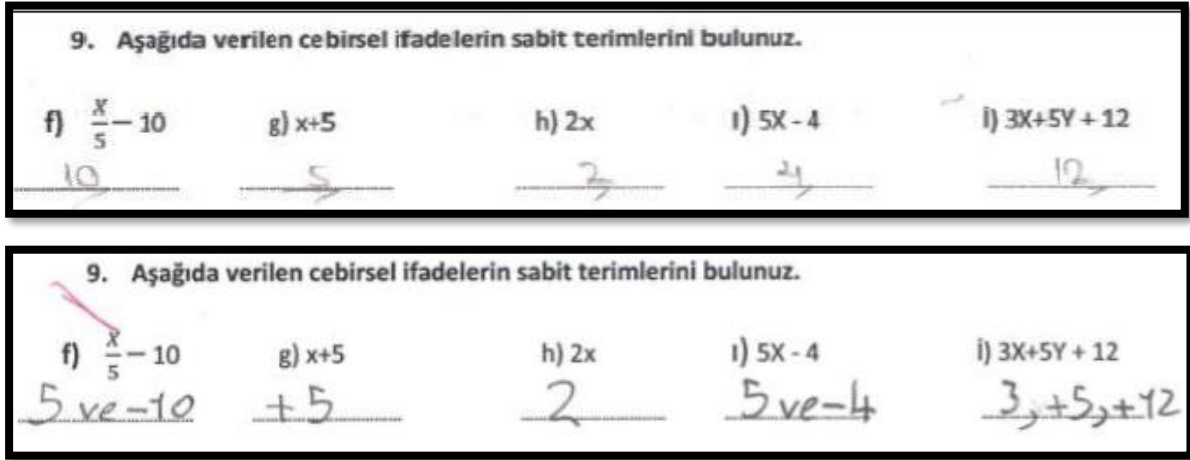
Öte yandan B52 kodlu tezde benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almama kavram yanılgısı ile ilişkili aşağıdaki açıklamaya yer verilmiştir (Şekil 4.1.16).

Bu araştırmada bazı öğrencilerin cebirsel ifadelerde benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almadıkları tespit edilmiştir. Nitekim Soru 8'de öğrencilerden verilen cebirsel ifadenin farklı gösteriminin bulmaları istenmiştir. Ancak öğrencilerin bir kısmı çarpma işlemi parantez içine dağıtırken sayıların işaretlerini dikkate almada cevaplamışlardır. Benzer şekilde Soru 9'da öğrenciler, alanı " $9x^2$ " olarak verilen karenin bir kenarını bulmayı bilmelerine rağmen işlem yaparken değişkenin kuvvetini dikkate almamış ve bir kenarı " $3x^2$ " bulmuşlardır. Bu sebeple çevreyi " $12x^2$ " olarak hatalı ifade etmişlerdir. 22. Soruda öğrencilerden " $6xy$ " ifadesine "5" eklendiğinde elde edilen sonucu seçenekler içerisinde seçmeleri istenmiştir. Benzer olmamasına rağmen bazı öğrenciler terimleri toplayarak " $11xy$ " cevabını vermişlerdir (%13.3). Akkaya ve Durmuş'un (2006)

Şekil 4.1.16. Benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almama yanılgısı

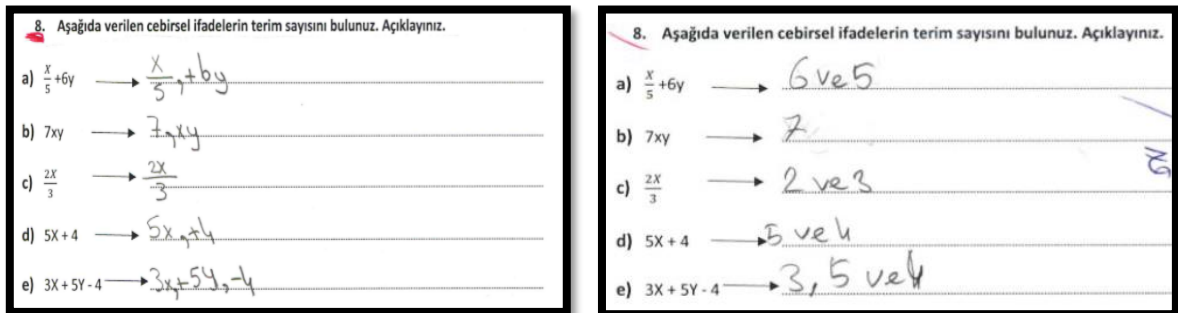
Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi sabit terim ile ilgili kavram yanılgıları; *sabit terimin negatif olabileceğini düşünmeme* (B2), *her cebirsel ifadenin sabit terimi olacağını düşünme* (B2), *sayısal çarpanları sabit terim olarak kabul etme* (B2), *sayısal bölenleri sabit terim olarak*

kabul etme (B2) şeklindedir. Aşağıda B2 kodlu tezde yer alan bu kavram yanlışlarına örnekler Şekil 4.1.17 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.17. Sabit terim ile ilişkili kavram yanlışları

Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi terim sayısı ile ilgili kavram yanlışları; *bir terimin çarpanlarını farklı terimler olarak kabul etme (B2), içerisinde bölme işlemi barındıran bir terimi iki terim olarak düşünme (B2), içerisinde çarpma işlemini açık şekilde barındıran bir terimi iki terim olarak düşünme (B2), terim sayısını terimin içerdiği sayısal çarpan ve bölen sayısı kadar olduğunu düşünme (B2), terimleri bulurken sayı ve değişkenler arasındaki mesafeyi önemseme (B2), terim sayısını dört işleme göre bulma (B2) şeklindedir. Aşağıda B2 kodlu tezde yer alan bu kavram yanlışlarına örnekler Şekil 4.1.18 ile verilmiştir.*



Şekil 4.1.18. Terim sayısı ile ilişkili kavram yanlışları

Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi cebirsel ifadelerde işlemler ile ilgili kavram yanlışları; *yarıyı bölme işlemi olarak algılama (B2), eşittir işaretini eylem veya sonuç olarak görme (B2, B27, B33, B52), cebirsel ifade yazarken işlem önceliğinin öneminin farkında olmama (B2, B33, B52), bir terimin çarpanları arasında işlem olmadığını düşünme (B2), “+” ve “-” işareti daima bir sonuç üretir düşüncesine sahip olma (B27, B33), parantezleri göz ardı*

ederek işlem yapma (B33, B52) şeklindedir. B27 kodlu tezde katılımcı ile araştırmacının eşittir işaretini eylem veya sonuç olarak görme kavram yanılığısına ilişkin aşağıdaki gibi bir diyalogu örnek olarak gösterilebilir (Şekil 4.1.19):

A. $18 + = 21 + 14$ eşitliğinde yerine hangi sayı gelmelidir?
E3. (...) 21' den 18 çıkarsa 3. yerine 3 gelir.
A. Peki 21 yanında bir de 14 var o ne olacak?
E3. 21 ile 14 toplayacağız, 35 (sona eşittir yazıp $21+14=35$)

A. $12 + 13 = + 16$ eşitliğinde yerine hangi sayı gelmelidir?
K4. 12 artı 13 eşittir 25, 25 artı 16 eşittir 41 ($12+13=25+16=41$)
A. Neden böyle yaptın? Bir tane eşittir işareti var sen iki tane yazdın. Neden eşittir koydun oraya?
K4. 12 ile 13 toplayıp yerine yazdım. Sonra burada 16 var, 25 ile 16 topladım 41 oldu.
A. "=" işareti sana neyi ifade ediyor? Nerede kullanıyorsun bu işaret?
K4. Mesela toplama işleminin sonucunu ya da çıkarma işleminin sonucunu yazarken kullanıyorum.
A. Başka nerede kullanabiliriz?
K4. Bilmiyorum.

Şekil 4.1.19. Eşittir işaretini eylem veya bir sonuç olarak görme

Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi katsayı kavramı ile ilgili kavram yanılığaları; 1'i veya -1'i katsayı olarak kabul etmeme (B2), katsayının negatif olabileceğini düşünmeme (B2), her değişkenin ayrı bir katsayısı olduğunu düşünme (B2), katsayıların işaretini işlem işareti olarak kabul etme (B2) şeklindedir. Aşağıda B2 kodlu tezde yer alan bu kavram yanılığalarına örnekler Şekil 4.1.20 ile verilmiştir.

9. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin sabit terimlerini bulunuz.

f) $\frac{x}{5} - 10$ -10	g) $x+5$ -5	h) $2x$ vak	i) $5x-4$ -4	j) $3x+5y+12$ 12
------------------------------	----------------	----------------	-----------------	---------------------

7. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin bütün terimlerinin katsayılarını bulunuz, altına yazınız.

a) $-3x$ <u>$-3x$</u>	b) ac <u>Yok</u>	c) $3x$ <u>$3x$</u>	d) $9+x$ <u>Yok</u>	e) $x+2x+5$ <u>$x, 2x$</u>	f) $-x$ <u>Yok</u>	g) $14x+6y-5$ <u>$\pm 6y, 14x$</u>
-------------------------------------	-----------------------	-----------------------------------	------------------------	--	-----------------------	--

7. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin bütün terimlerinin katsayılarını bulunuz, altına yazınız.

a) $\frac{3}{3}x$ <u>3</u>	b) (ac) <u>1</u>	c) $(3x)$ <u>3</u>	d) $(9+x)$ <u>9</u>	e) $x+2x+5$ <u>2 ve 5</u>	f) $(-x)$ <u>1</u>	g) $(14x+6y-5)$ <u>14, 6, ve 5</u>
-------------------------------	-----------------------	-----------------------	------------------------	------------------------------	-----------------------	---------------------------------------

7. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin bütün terimlerinin katsayılarını bulunuz, altına yazınız.

a) $-3x$ <u>$-3, +1$</u>	b) ac <u>$+1, +1$</u>	c) $3x$ <u>$+3, +1$</u>	d) $9+x$ <u>$+9, +1$</u>	e) $x+2x+5$ <u>$+1, +2, +5$</u>	f) $-x$ <u>-1</u>	g) $14x+6y-5$ <u>$+14, +1, +6, -5$</u>
--	---------------------------------------	---------------------------------------	--	---	-----------------------------------	--

Şekil 4.1.20. Katsayı kavramı ile ilişkili kavram yanlışları

Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi değişken kavramı ile ilişkili kavram yanlışları; *değişkenlerin sayıları temsil ettiğinin farkında olmama* (B2, B33), *değişkenin aldığı değerlerin sınırlı olduğunu düşünme* (B2), *bir değişkeni iki farklı sayının temsilinde kullanma* (B2), *sabit sayı ve değişkenin çarpımını iki basamaklı sayı olarak düşünme* (B2), *değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme* (B52), *sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirirken hatalı değişkenleri kullanma* (B52) şeklindedir. Aşağıda B33 kodlu tezde yer alan bu kavram yanlışlarına örnek olarak Şekil 4.1.21 verilmiştir. B52 ile verilen sözel ifadenin cebirsel ifadeye çevrilmesi esnasında hatalı değişkenlerin kullanılması örneği ise Şekil 4.1.22 ile sunulmuştur.

Soru 9 : $12-2x=4x+3$ ise $x=?$

a) $x=\frac{15}{12}$	b) $x=\frac{15}{16}$
c) $x=\frac{9}{6}$	d) $x=\frac{10}{7}$

Ö 8.4 :
 Öğrt : Nasıl çözersin bu soruyu?
 Ö 8.4 : Denkleme.
 Öğrt : Hi hi ...
 Ö 8.4 : Denklemi aslında karıştırıyorum açıkçası.
 Öğrt : Şöyle bir fikir yürütürsen ne yapman lazım?
 Ö 8.4 : On iki'den iki çıkarsa on, dört ile üç toplarsa yedi. Cevapta on bölü yedidir.

Şekil 4.1.21. Değişken kavramı ile ilişkili kavram yanlışları-1

a) *Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılması:* 11. ve 13. sorularda öğrencilere verilen sözel durumlara uygun cebirsel ifadeleri seçenekler içerisinde seçmeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin hangi değişken için hangi harf kullanacakları belirtilmesine rağmen değişkenler genellikle ters kullanılmıştır. 11. soruda '3TL değerindeki kalemler ile 2 TL değerindeki defterlerden alındığında 15 TL ödendiği' belirtiliyor. Bu sözel duruma ait cebirsel ifadeyi yazarken, 20 öğrenci tarafından değişkenlere dikkat edilmeden ' $3d + 2k = 15$ ' ifadesi işaretlenmiştir (Şekil 3.11). Bu

Şekil 4.1.22. Değişken kavramı ile ilişkili kavram yanılgıları-2

Tablo 4.3'ten görülebileceği gibi harfli ifadelerle ilgili kavram yanılgıları; *harflerin matematikte bir anlamı yoktur düşüncesine sahip olma* (B27, B33), *harfler sayılar gibi davranmaz düşüncesine sahip olma* (B27), *harflerin basamak değeri vardır düşüncesine sahip olma* (B27), *harfler nesnelere kısaltmasıdır düşüncesine sahip olma* (B27, B33), *harfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar düşüncesine sahip olma* (B27, B33), *harfler alfabe olduğu gibi sıralanırlar düşüncesine sahip olma* (B27, B33), *her harfin sadece bir değeri vardır düşüncesine sahip olma* (B33), *tek kalan harflerin 1'e eşit olduğunu düşünme* (B33), *harflerin sadece rakam olabileceğini düşünme* (B33), *bir cebirsel ifadenin en sade haliyle ifade edilememesi* (B52), *sözel ifadeleri rasyonel terim gerektiren cebirsel ifadelere çevirememesi* (B52) şeklindedir. B27 ve B33 kodlu tezlerde sırasıyla harflerin basamak değeri vardır düşüncesine ve tek kalan harflerin 1'e eşit olması yanılgısına ilişkin katılımcı ifadelerine sırasıyla aşağıdaki örnekler verilmiştir (Şekil 4.1.23 ve Şekil 4.1.24).

<p>A. $2xy=240$ ve $x=4$ ise y ne olur? K2. ($x=4$ ise y.....) 0 A. $2xy=240$ ve $x=4$ ise y ne olur? K3. 0 olur. A. Neden 0 olur? K3. x 4 olursa y de 0 olur.</p>	<p>A. $2xy=240$ ve $x=4$ ise y ne olur? E4. (240 önce 2 bölüyor, sonra 120 4 bölüyor) 30 olur. B. Neden? E4. Burada 2, x ve y çarpılıyor. Çarpıldığı için y'yi bulabilmek için bölmemiz gerekir</p>
<p>A. $2xy=240$ ve $x=4$ ise y ne olur? K2. ($x=4$ ise y.....) 0 A. $2xy=240$ ve $x=4$ ise y ne olur? K3. 0 olur. A. Neden 0 olur? K3. x 4 olursa y de 0 olur. A. $2xy=240$ ve $x=4$ ise y ne olur? E4. (240 önce 2 bölüyor, sonra 120 4 bölüyor) 30 olur. B. Neden? E4. Burada 2, x ve y çarpılıyor. Çarpıldığı için y'yi bulabilmek için bölmemiz gerekir</p>	

Şekil 4.1.23. Harflerin basamak değeri olduğunu düşünme yanılgısı

Soru 2: $v + y + z = v + t + z$ ifadesinin doğruluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz?

- a) Her zaman doğru b) Her zaman yanlış
c) $y = t$ d) Hiçbiri

Ö 6.3 : Bence hiçbiri.

Öğrt : Peki. Neden sence hiçbiri. Bana açıklayabilir misin?

Ö 6.3 : Çünkü v artı y artı z eşittir v artı t artı z ifadesinin doğruluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz diyor.

Öğrt : Hi ...

Ö 6.3 : Burada her zaman doğrudur diyor. Bir şık verilmediği için bu olamaz.

Öğrt : Hi ...

Ö 6.3 : b her zaman yanlıştır diyor. Burada bir formül olduğu için yanlış olamaz.

Öğrt : Hi ...

Ö 6.3 : y eşittir t diyor. Burada tüm rakamlar verildiği için bu da olamaz.

Öğrt : Peki .

Ö 6.3 : Ama d de hiçbiri.

Şekil 4.1.24. Tek kalan harfler 1'e eşittir kavram yanılığı

Tablo 4.3'ten lisansüstü tezlerde denklem ve özdeşlik kavramları ile ilişkili kavram yanılığının da belirlendiği görülmektedir. Buna göre bu kavram yanılığarı; *denklem ve özdeşlik kavramlarını ayırt edememe* (B43), *bir denklemin diğer tarafında da aynı işlem yapılır düşüncesine sahip olma* (B33), *özdeşlik açılımlarını/modellerini kavrayamama* (B43), *şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçiş* (B52) şeklindedir. B43 kodlu tezde katılımcıların denklem ve özdeşlik kavramlarını ayırt edip edemediğini belirlemek için sorulardan elde edilen öğrenci cevapları aşağıdaki gibidir (Şekil 4.1.25).

1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?
A) $4x + 6 = 2 \cdot (2x + 4)$ $4x + 6 = 2 \cdot (2x + 4)$
B) $3 \cdot (x + 1) = x + 3$ $= 4x + (2 + 4)$
C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ $= 4x + 6$
D) $x^2 + y^2 = z^2$

1) Aşağıdaki ifadelerden hangisi özdeşliktir?
A) $4x + 6 = 2 \cdot (2x + 4)$ $(x + 1) = x + 3$
B) $3 \cdot (x + 1) = x + 3$ $= x + 3$
C) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
D) $x^2 + y^2 = z^2$

Şekil 4.1.25. Denklem ve özdeşlik kavramlarını ayırt edememe yanılığı

Sonuç olarak cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi için gerçekleştirilen lisansüstü tezlerde cebir ve geometrinin ilişkilendirilemediği, benzer terim, sabit terim, katsayı, terim sayısı, değişken, harfli ifade, denklem ve özdeşlik gibi kavramların kullanımında kavram yanlışlarının olduğu ve ayrıca cebirsel ifadelerle yapılan işlemlerin uygulanmasında kavram yanlışlarının kavram öğrenme sürecinde zorluklarla karşılaşılmasına neden olduğu söylenebilir.

4.1.1.3. Dörtgenler ile ilgili kavram yanlışları

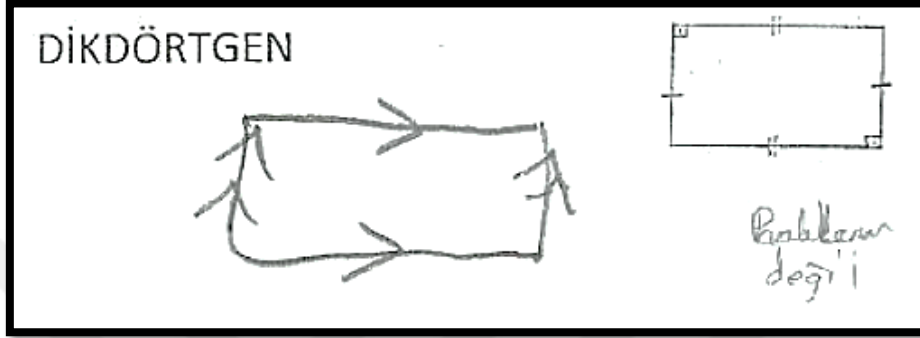
B5, B19, B21, B59 kodlu lisansüstü tezlerde dörtgenler ile ilgili kavram yanlışları belirlenmiştir. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde dörtgenler ile ilişkili tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.4).

Tablo 4.4. Dörtgenler ile ilgili kavram yanlışları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanlışları
B5	<ol style="list-style-type: none"> 1. Belirli bir alan içine yerleştirilebilecek en büyük alanlı çokgenin kare olduğunu kavrayamama 2. Dikdörtgenin ve karenin aynı zamanda birer paralelkenar olmadığını düşünme 3. Yamuk, paralelkenar ve eşkenar dörtgen şekillerinde yüksekliği gösterememe
B19	<ol style="list-style-type: none"> 1. Karenin dört kenarı ve dört köşesi olduğunu anımsayamama 2. Karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu anlamlandıramama 3. Dikdörtgenin uzun ve kısa kenarı yer değiştirdiğinde dikdörtgen özelliği kaybettiğini düşünme 4. Dikdörtgenin köşelerinin doğruların kesişim noktası olduğunu hatırlayamama
B21	<ol style="list-style-type: none"> 1. Karenin döndürülmüş halini tanıyamama 2. Paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı açılarının eşit olmasının göz ardı edilmesi 3. Paralelkenar ve yamuk için dört kenarının olduğu, karşılıklı açılar eşit, karşılıklı kenarlar paralel özellikleri göz ardı edilmesi 4. Yamuğun eşkenar dörtgenin zıttı şeklinde kabul edilmesi 5. Hiçbir kenarı paralele olmayanı yamuk olarak seçilmesi
B59	<ol style="list-style-type: none"> 1. Dikdörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olmadığını düşünme 2. Deltoidin karenin özel bir hali olduğunu kavrayamama 3. Eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olduğunu kavrayamama 4. Eşkenar dörtgenin karşılıklı açı ölçülerinin toplamının 180° olması gerektiğini kavrayamama 5. Paralelkenarın dikdörtgenin özel bir hali olduğunu ifade etme

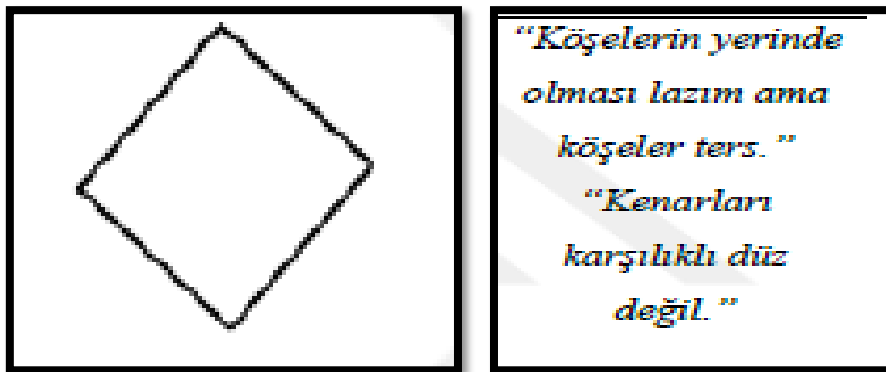
Tablo 4.4'ten görülebileceği gibi dörtgenler ile ilgili kavram yanlışlarının belirlendiği lisansüstü tezlerde özel dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılması ile ilişkili kavram yanlışları ile karşılaşıldığı belirtilmiştir. Bu kavram yanlışları; *dikdörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olmadığını düşünme* (B5, B59), *karenin aynı zamanda bir paralelkenar*

olmadığını düşünme (B5), karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu anlayamama (B19), yamuğu eşkenar dörtgenin zıttı olarak kabul etme (B21), hiçbir kenarı paralel olmayan dörtgenlerin yamuk olduğunu düşünme (B21), karenin deltoidin özel bir hali olduğunu kavrayamama (B59) şeklindedir. Örneğin B5 kodlu tezde katılımcılara yöneltilen paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkiyi sorgulayan iki farklı probleme ilişkin katılımcı çizimleri aşağıdaki gibidir (Şekil 4.1.26):



Şekil 4.1.26. Dikdörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olmadığını düşünme yanılığı

Tablo 4.4'ten görülebileceği gibi kare kavramı ile ilişkili kavram yanılırları; *belirli bir alan içine yerleştirilebilecek en büyük alanlı çokgenin kare olduğunu kavrayamama* (B5), *karenin dört kenarı ve dört köşesi olduğunu anımsayamama* (B19), *karenin döndürülmüş halini tanıyamama* (B21) şeklindedir. Örneğin B21 kodlu tezde kare kavramı için katılımcılara yöneltilen döndürülmüş kare sorusu ve bu soruya ilişkin katılımcı ifadesi aşağıdaki gibidir (Şekil 4.1.27):



Şekil 4.1.27. Karenin döndürülmüş halini tanıyamama

Tablo 4.4'ten görülebileceği gibi dikdörtgen ile ilişkili kavram yanılırları; *dikdörtgenin uzun ve kısa kenarı yer değiştirdiğinde dikdörtgen özelliği kaybettiğini düşünme* (B19), *dikdörtgenin köşelerinin doğruların kesişim noktası olduğunu hatırlayamama* (B19),

dikdörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olmadığını düşünme (B59) şeklindedir. Eşkenar dörtgen ile ilişkili kavram yanılgıları; *yüksekliği gösterememe* (B5), *köşegen uzunluklarının eşit olduğunu kavrayamama* (B59), *karşılıklı açı ölçülerinin toplamının 180° olması gerektiğini kavrayamama* (B59) şeklindedir. Ayrıca paralelkenar ve yamuk ile ilişkili kavram yanılgıları; *yüksekliği gösterememe* (B5); *dört kenarının olduğunu, karşılıklı açıların eşit olduğunu göz ardı etme* (B21) şeklindedir.

Sonuç olarak dörtgenler ile ilgili olarak kavram yanılgılarının belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilen lisansüstü tezlerde dörtgenlere yönelik hiyerarşik sınıflandırmanın yapılamadığı, dörtgenlerde yüksekliği belirleyememe, dörtgenlere yönelik temel elemanları bilmeme, dörtgenlerin konumları değiştirildiğinde oluşan yeni şekli tanıyamama, dörtgenlerde köşegen uzunlukları ile ilişkili özelliklerini bilmeme, dörtgenlerde açı özelliklerini kavrayamama gibi yanılgıların tespit edildiği söylenebilir.

4.1.1.4. Olasılık ile ilgili kavram yanılgıları

B9, B25, B54, B67 kodlu lisansüstü tezlerde olasılık ile ilgili kavram yanılgıları belirlenmiştir. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde olasılık ile ilişkili tespit edilen kavram yanılgılarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.5).

Tablo 4.5. Olasılık ile ilgili kavram yanılgıları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanılgıları
B9	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bir olayın olma ve olmama olasılıklarının toplamı 1'dir şeklinde düşünme 2. Muhtemel, kesin ve imkânsız olaylar tanımlarının birbirini ile karıştırma 3. Basit ve birleşik olayların farklılıklarının kavrayamama 4. Örneklem büyüklüğünü kavrayamama 5. Şans oyunları ve çevresel faktörlerin kişiler aracılığıyla tespit edildiği inancına sahip olma 6. Mevcut olma durumunu anlamlandıramama 7. Çıkanları sıralayamama 8. Bağımlı ve bağımsız olayların kavramlarını birbirleri ile karıştırma 9. Parça- bütün ilişkisi kuramama 10. Gerekli ve rastgele durumun ayırt edilmemesi
B25	<ol style="list-style-type: none"> 1. Genel çarpma tanımının permütasyona ait olduğunu düşünme 2. Permütasyon ve kombinasyon kavramlarının arasındaki farkı ayırt edememe 3. Deney, çıktı, örnek uzay, olay, rasgele seçim ve eş olasılık terim kavramlarını birbirleri ile karıştırma 4. Deneysel olasılıkta deney sayısı ile olasılık sonucu arasındaki ilişkiyi kavrayamama 5. Bir sonraki denemede gerçekleşmeyen çıktıya daha fazla şans verme 6. Bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını birbirleri ile karıştırma

Tablo 4.5 devamı

B54	1. Bağımlı ve bağımsız olay ve olasılık kavramlarını birbirleri ile karıştırma 2. Permütasyon ve kombinasyonu ayırt edememe
B67	1. Bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edememe 2. Olasılık çeşitlerini birbirleri yerine kullanma 3. Olasılık, permütasyon ve kombinasyondan kavramlarını ayırt edememe

Tablo 4.5'ten görülebileceği gibi olasılık ile ilişkili kavram yanılgıları deney, çıktı, örnek uzay, olay, rasgele seçim, eş olasılık, kesin olay, imkânsız olay, basit olay, birleşik olay, bağımlı olay, bağımsız olay, deneysel olasılık, permütasyon ve kombinasyon kavramlarına ilişkin kavramları üzerinden açıklanmıştır. Buna göre kavram yanılgılarında örneklem büyüklüğünün kavranamadığı, şans oyunlarının ve çevresel faktörlerin kişiler aracılığıyla tespit edildiği inancına sahip olduğu, mevcut durumun anlamlandırılmadığı, deneysel çıkanların sıralanamadığı ve parça-bütün ilişkisinin kurulamadığı ifade edilmiştir. Bu bağlamda lisansüstü tezlerde olasılık ile ilişkili belirlenen kavram yanılgıları; *bir olayın olma ve olmama olasılıklarının toplamını 1'dir şeklinde düşünme* (B9), *muhtemel, kesin ve imkânsız olayların tanımlarını karıştırma* (B9), *basit ve birleşik olayların farklarını kavrayamama* (B9), *bağımlı ve bağımsız olay kavramlarını karıştırma* (B9, B25, B54, B67), *deney-çıktı-örnek uzay-olay-rasgele seçim ve eş olasılık kavramlarını karıştırma* (B25), *bir sonraki denemede gerçekleşmeyen çıktıya daha fazla şans verme* (B25), *deney sayısı ile olasılık sonucu arasındaki ilişkiyi kavrayamama* (B25), *olasılık, permütasyon ve kombinasyon kavramlarını ayırt edememe* (B25, B54, B67), *genel çarpma tanımının permütasyona ait olduğunu düşünme* (B25), *olasılık çeşitlerini birbirinin yerine kullanma* (B67) şeklindedir. Aşağıda Şekil 4.1.28 ile B9 kodlu tezde bir olayın olma olasılığının olma olasılığı ile eşit olduğunu belirten ve muhtemel, kesin ve imkansız olayların karıştırıldığını gösteren katılımcı ifadeleri bulunmaktadır.

21) Bir olayın olmama olasılığı 1/4 ise bu olayın olma olasılığı hangi bilgidен yararlanılarak bulunabilir?

a) Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılıkları toplamı 1 dir.
b) Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılıkları çarpımı 1 dir.
c) Bir olayın olma olasılığı, olmama olasılığına eşittir.
d) Bir olayın olma olasılığı daima 1 dir.

...Çünkü... bir olayın olma ve olmama olasılığı eşittir...
Paradoksa... gibi... birbirine eşittir...

Şekil 4.1.28. Bir olayın olma ve olmama olasılıklarının eşit olduğunu düşünme (B9)

19) Klasik bir zarın atılması deneyinde aşağıdaki olayların parantez içerisinde "imkansız", "kesin" veya "muhtemel" diye belirtiniz.

a. Çift sayı gelmesi (kesin)
b. 7 den küçük bir sayma sayısının gelmesi (imkansız)
c. 6 dan büyük bir sayının gelmesi (kesin)
d. 0 dan büyük bir sayının gelmesi (muhtemel)
e. 3 gelmesi (imkansız)

Şekil 4.1.29. Muhtemel, kesin ve imkansız olayları karıştırma (B9)

B54 ve B67 kodlu tezlerde verilen permütasyon ile kombinasyon ile ilgili ve bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıkları ile ilgili kavram yanlışları ise sırasıyla Şekil 4.1.30 ve Şekil 4.1.31 ile verilmiştir.

10) Bir kutuda 6 kırmızı, 4 yeşil bilye vardır. Bu kutudan çekilen bilyeler rengine bakılıp tekrar kutuya atılmak şartıyla iki kez bilye çekiliyor. İkisinin de kırmızı olma olasılığı nedir?

$$\frac{6}{10} + \frac{4}{10} - \frac{10}{10} = 10$$

10) Bir kutuda 6 kırmızı, 4 yeşil bilye vardır. Bu kutudan çekilen bilyeler rengine bakılıp tekrar kutuya atılmak şartıyla iki kez bilye çekiliyor. İkisinin de kırmızı olma olasılığı nedir?

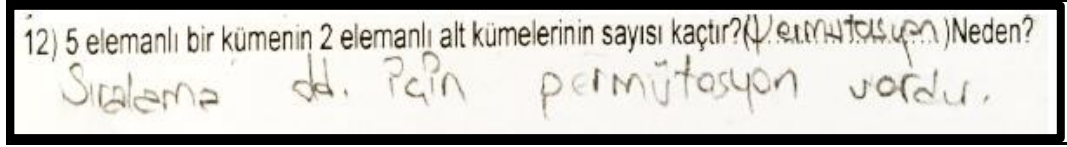
6 kırmızı
4 yeşil

$$6 - 4 = 2$$

11) Bir torbada 4 mavi, 3 sarı, 5 beyaz top vardır. Torbaya geri atılmamak koşuluyla art arda çekilen üç topunda mavi olma olasılığı nedir?

$$\frac{4}{12} + \frac{3}{11} + \frac{2}{10} = \frac{1}{3} + \frac{3}{11} + \frac{1}{5} = \frac{55+45+35}{165} = \frac{135}{165}$$

Şekil 4.1.30. Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarına ilişkin kavram yanlışları (B54)



Şekil 4.1.31. Permütasyon ve kombinasyon kavramları ile ilişkili kavram yanılgıları (B67)

Sonuç olarak; olasılık ile ilişkili kavram yanılgılarının belirlenmesi amacıyla yazılan lisansüstü tezlerde olay çeşitleri, olasılık çeşitleri, permütasyon ile kombinasyon kavramlarının karıştırıldığı ve birbirinin yerine kullanıldığı ve bir olayın olma ve olmama olasılığın eşit olduğu şeklinde kavram yanılgılarının tespit edildiği söylenebilir.

4.1.1.5. Doğal sayılar ile ilgili kavram yanılgıları

B10, B18, B61, B71 kodlu lisansüstü tezlerde doğal sayılar ile ilgili kavram yanılgılarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde doğal sayılar ile ilişkili tespit edilen kavram yanılgılarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.6).

Tablo 4.6. Doğal sayılar ile ilgili kavram yanılgıları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanılgıları
B10	<ol style="list-style-type: none">1. Doğal sayıları diğer sayılardan ayırt edememe2. Sıfırın doğal sayı olmadığını düşünme3. Doğal sayılar kümesinin, tam sayılar ve rasyonel sayılar kümelerini kapsadığını düşünme4. Doğal sayılar kümesinin, onluk tabandaki rakamlardan oluştuğunu düşünme5. 0'ın çift doğal sayı olmadığını düşünme6. Rakamları diğer sayılardan ayırt edememe7. 0'ın rakam olmadığını düşünme8. On sayı tabanını oluşturan rakamların 9'dan büyük olabileceğini düşünme9. Bölüm sayısının basamaklarından en az birinde sıfır olacak şekilde iki doğal sayının bölme işleminde, bölümdeki 0'ı yazamama10. $-x + y = -(x + y)$ yanlış cebirsel kurullanması11. Matematiksel işlemlerin her zaman soldan sağa doğru yapılacağını düşünme12. Bölünen ile bölen sadeleştirildiğinde kalanın değişmeyeceğini düşünme13. $-(x - y) = -x - y$ yanlış cebirsel kurullanması14. Sözel problemin yanlış bir şekilde cebirsel olarak ifade edilmesi15. Eksilen, çıkan ve fark kavramlarının birbirleri yerine kullanılması16. Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün sıfır olduğunu düşünme17. Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün sayının kendisine eşit olduğunu düşünme18. Belirsiz ve tanımsız kavramlarının aynı anlamda olduğunu düşünme19. Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün 1'e , tanımsız ya da sayıya eşit olduğunu düşünme20. Doğal sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesi arasındaki altküme- kapsama ilişkisini kuramama

Tablo 4.6 devamı

- B10
21. bölümünden elde edilen bölümün toplama yazılacağını ve kalanın elde olarak ele alınacağını düşünme
 22. Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları çıkarırken onluk tabandaki sayılar gibi çıkarılacağını düşünme
 23. Onluk tabandan farklı bir tabanda olmak üzere, aynı tabanda verilen sayılarda çıkarma işlemi yaparken 0'dan bir tam ödünç alınacağını düşünme
 24. Farklı tabanlardaki sayıların doğrudan çarpılabileceğini düşünme
 25. Onluk tabandaki bir sayıyı farklı bir tabanda yazma veya onluk tabandan farklı tabandaki bir sayıyı on tabanında yazarken yapılan işlemleri karıştırma
 26. Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların basamaklarını yanlış isimlendirme
 27. Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların basamaklarının, onluk tabandaki sayılar gibi 10^n 'un kuvvetleri şeklinde isimlendirileceğini düşünme
 28. Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların basamaklarının, basamak değerleri ile isimlendirileceğini düşünme
 29. Onluk tabandan farklı n tabanındaki bir sayının basamaklarının, $10^0, n$ tabanında $10^1, n$ tabanında $10^2, \dots$ şeklinde isimlendirileceğini düşünme
 30. Onluk tabandan farklı n tabanındaki bir sayının basamaklarının, $10^0, n$ tabanında $10^1, n$ tabanında $10^2, \dots$ şeklinde isimlendirileceğini düşünme
 31. Onluk tabandaki bir sayıyı, ondan farklı bir tabandaki karşılığını bulmak için sayının istenen tabana, bölüm kalandan küçük oluncaya kadar bölünerek elde edilen bölümlerin, sondan başa doğru sıralanmasıyla yazılabileceğini düşünme
 32. 1'in asal sayı olduğunu düşünme
 33. Bölme ve bölünebilme kavramlarının birbirlerinin yerine kullanılması
 34. 0'in asal sayı olduğunu düşünme
 35. Asal sayıların negatif işaretlilerinin de asal sayı olduğunu düşünme
 36. Aralarında asal sayıların, asal sayı olmaları gerektiğini düşünme
 37. 1'den başka pozitif ortak böleni olmayan doğal sayıların, aralarında asal olmadığını düşünme
 38. 1 ile doğal sayıların aralarında asal olmadığını düşünme
 39. İki çok doğal sayının bir kısmının ortak böleninin olması halinde, bu sayıların aralarında asal olmadığını düşünme
 40. Bir doğal sayının pozitif bölenleri sorulduğu halde pozitif bölenlerin sayısını bulma
 41. Sıfırın pozitif bölen olduğunu düşünme
 42. Bir doğal sayının pozitif çarpanlarının sayısını katları olduğunu düşünme
 43. $0! = 1$ 'in doğru olduğunu düşünme
 44. $0!$ 'in tanımsız olduğunu düşünme
 45. $\binom{x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right)!$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme
 46. Bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı sorulduğu halde asal bölenlerinin sayısını bulma
 47. Bir doğal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulmak için kullanılan formülü yanlış bir şekilde kullanma
 48. Doğal sayıların, rasyonel sayı olarak ifade edilemeyeceğini düşünme
 49. Rasyonel sayılar kümesi ile reel sayılar kümesini karıştırma
 50. Rasyonel sayılar kümesinin, doğal sayılar kümesinin elemanlarından daha fazla sayıda elemana sahip olduğunu düşünme
 51. Doğal sayılar kümesinin, rasyonel sayılar kümesini kapsadığını düşünme
 52. Basamak değeri ile basamak kavramlarının aynı anlamda olduğunu düşünme
 53. Onluk tabandaki sayıların basamaklarını oluşturan rakamlara, 9'dan büyük değer verilebileceğini düşünme
 54. 0'in sıfırcı kuvvetinin sıfıra eşit olduğunu düşünme
-

Tablo 4.6 devamı

- B10
55. 0'ın sıfırcı kuvvetinin 1'e eşit olduğunu düşünme
 56. $\underbrace{x + x + x + \dots + x}_{n \text{ tane}} = x^n$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme
 57. $\underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x}_{n \text{ tane}} = n \cdot x$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme
 58. Tabanları aynı olan üslü sayıları çarparken, üslerin çarpılacağını düşünme
 59. Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların toplanacağını düşünme
 60. Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların çarpılacağını ve üslerin toplanacağını düşünme
 61. $x^{(a^b)} = x^{a \cdot b}$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme
 62. $(x^a)^b = x^{a+b}$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme
 63. Tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken, üslerin toplanarak aynı tabanda yazılacağını düşünme
 64. Tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken, tabanların ve üslerin aralarında toplanacağını düşünme
 65. Benzer üslü sayıları toplarken, üslü sayının tabanının katsayı ile çarpılacağını ve tabanların toplanarak tek kuvvette yazılacağını düşünme
 66. $a \cdot x + b \cdot x + x = (a + b)x$ şeklinde paranteze alma hatası
 67. Benzer üslü sayıları toplarken, üslü sayıların tabanlarının katsayılar ile çarpılacağını düşünme
 68. $a \cdot x + b \cdot x + c \cdot x = (a \cdot b \cdot c) \cdot x$ şeklinde paranteze alma hatası
 69. Benzer üslü sayıları toplarken, katsayıların toplanarak ortak kuvvette yazılacağını düşünme
 70. Bir sayı tabanı oluşturan rakamların taban sayısından büyük olabileceğini düşünme
 71. Ön şart olarak verilmediği halde sayının basamaklarındaki rakamları birbirinden farklı olarak düşünme
 72. Bir sayı tabanında kullanılan rakamların, taban sayısına eşit olabileceğini düşünme
 73. En küçük sayı tabanın 1 olduğunu düşünme
 74. En küçük sayı tabanın 0 olduğunu düşünme
 75. Onluk tabandan farklı tabandaki bir sayının basamaklarının, onluk
 76. Tabandaki sayıların basamakları gibi 10'un kuvvetleri şeklinde olduğunu düşünme
 77. Sayı değeri yerine, basamak değerini düzenleme
 78. Sayı değeri yerine, sayının basamak değerlerinin katsayısını düzenleme
 79. Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları toplarken eldeyi hesaplamaya dâhil etmeme
 80. Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları toplarken onluk tabandaki sayılar gibi toplanacağını düşünme
 81. Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların onluk tabandaki karşılıklarını bulmak için yapılan çözümlemede, basamak değerlerini yanlış hesaplama
 82. Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları toplarken, aynı sütundaki basamaklarda bulunan sayıların toplamının taban sayısına
-
- B18
1. Sıfırın basamakta bir yerinin olmadığını düşünme
 2. Rakamların basamak ve sayı değerlerini ve bölük ve basamak kavramlarını ayırt edememe
 3. Basamak ve sayı değerleri, sıfırın basamakta yeri ve bölük - basamak ilişkisini kavrayamama
 4. Yuvarlamada başka basamakları yuvarlama
-

Tablo 4.6 devamı

B18	<ol style="list-style-type: none">5. Örüntüyü sayılarla ilişkilendirme, eksik olan bölümü farklı yollardan tamamlama6. İki farklı basamakta bulunan sıfırı tek bir sıfır olarak algılama7. Basamak ve sayı değeri kavramlarını ayırt edememe8. Bütünün ikiye bölünmesini bütünü büyüttüğü anlamına geldiğini düşünme9. Sıfırı bir yer tutucu olarak kabul etmeme
B61	<ol style="list-style-type: none">1. Toplama işleminde saymaya ilk terimden başlama2. Eşitliği tek taraflı olarak düşünmek3. Sıfırın işlemlerde etkisini kavrayamama4. Yer tutucu olarak kullanılan sembollere farklı anlamlar yüklemek
B71	<ol style="list-style-type: none">1. Çıkarma yapmaya sol taraftan başlama2. Çıkarma işleminde sıfırdan ödünç alma3. Çıkarılacak sayıyı soldan hizalama4. Çıkarma işleminin algoritmasını bilememe5. 0'ı bölüme eklememe6. Bölüme yanlış durumda sıfır ekleme7. Basamağı indirmeme8. Sadece yeni indirdiği basamağın içinde bölen arama

Tablo 4.6' da görülebileceği gibi doğal sayılar ile ilgili kavram yanlışları; *doğal sayılar kümesi ve diğer sayı kümeleri ile ilişkilendirmeye dönük (B10), sıfır ile ilişkili (B10, B18, B61, B71), doğal sayılarla işlemlere yönelik (B10, B18, B61, B71), sayı tabanları ile ilişkili (B10), üslü ifadeler ile ilişkili (B10), asal sayılarla ilişkili (B10), faktöriyel ile ilişkili (B10), basamak değeri ile ilişkili (B10, B18, B71), yuvarlama ile ilişkili (B18), örüntü ile ilişkili (B18)* yanlışlar şeklindedir. Böylelikle doğal sayılarda işlemler konusunda kavram yanlışları belirleme amaçlı yapılan tezlerde en çok yanlışın B10 kodlu tezde bulunduğu görülmektedir. Aşağıda Şekil 4.1.32 ile B10 kodlu tezde 'doğal sayıları diğer sayılardan ayırt edememe' kavram yanlışlığı ile ilgili katılımcı ifadelerini gösteren cevaplar bulunmaktadır.

<p>Hayır değildir çünkü doğal sayılar paydaları yoktur.</p> <p>ıçıklayınız. Hayır. Çünkü rasyonel sayılar yarımlar, çeyrek gibi ifadelerden doğal sayıya tandır.</p>	<p>Doğal sayıların rasyonel sayı olarak ifade edilemeyeceğini düşünme.</p>
--	--

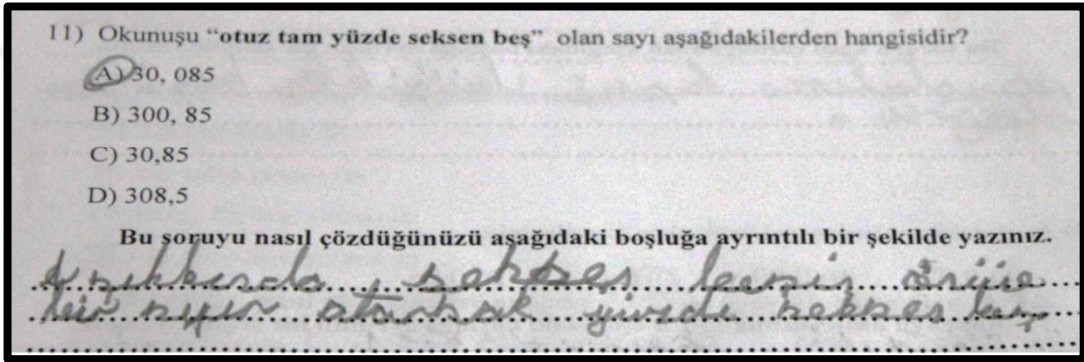
Şekil 4.1.32. Doğal sayıları diğer sayılardan ayırt edememe ile ilgili kavram yanlışlığı(B10)

Yine B10 kodlu tezde verilen 'üstleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların çarpılıp üslerin toplanacağını düşünme' kavram yanlışlığı ile ilgili verilen katılımcı ifadesi Şekil 4.1.33 ile verilmiştir.

<p>c) $2^8 \cdot 5^8 = \dots \dots 10^{16}$</p>	<p>Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların çarpılıp üslerin toplanacağını düşünme.</p>
--	--

Şekil 4.1.33. Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların çarpılıp üslerin toplanacağını düşünme kavram yanılığı (B10)

B18 kodlu tezde verilen rakamların basamak ve sayı değerlerini ve bölük ve basamak kavramlarını ayırt edememe ile ilgili kavram yanılığı örneği Şekil 4.1.34 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.34. Rakamların basamak ve sayı değerlerini ve bölük ve basamak kavramlarını ayırt edememe ile ilgili kavram yanılığı örneği (B18)

Sonuç olarak doğal sayılarla ilgili işlemler konusunda kavram yanılıklarını belirleme amacı ile yapılmış tezlerde doğal sayılar konusu ile ilgili birçok alt başlık altında inceleme yapıldığı görülmektedir. B10 kodlu tezde de görüldüğü gibi, üslü sayılar ve taban kavramı gibi konularının da doğal sayılarda işlemlerde kavram yanılıkları başlığı altında incelenip, bulunana kavram yanılıkları bu başlık altında sunulmuştur.

4.1.1.6. Üçgenler ile ilgili kavram yanılıkları

B19, B30, B47 kodlu lisansüstü tezlerde üçgenler ile ilgili kavram yanılıklarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde üçgenler konusunda tespit edilen kavram yanılıklarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.7).

Tablo 4.7. Üçgenler ile ilgili kavram yanılgıları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanılgıları
B19	<ol style="list-style-type: none">1. Üçgenin yönünün değişmesi durumunda, artık o şeklin üçgen özelliği göstermediğini düşünme2. Düzlemde kesişen herhangi üç doğrunun kapalı şekil olmaması durumunda üçgen olduğunu düşünme
B30	<ol style="list-style-type: none">1. Üçgen çeşidini birbirleri ile karıştırma2. 90 derecelik açığa sahip üçgenin dar açılı üçgen olduğunu düşünme3. Bir üçgenin iç açılarının toplamını bilirken bu üçgenin tam ortadan ikiye bölünmesiyle oluşan üçgenin iç açılarının toplamının 90° olduğunu düşünme4. Kenar uzunluklarını sıralamak yerine zaten değerleri verilmiş olan iç açıları sıralama
B47	<ol style="list-style-type: none">1. İki kenarı verilen bir üçgenin üçüncü kenarının alabileceği en büyük değer, verilen iki kenarın toplamı kadar olduğunu düşünme2. Verilen üç uzunluktan, biri küçük bir sayıdan oluşursa üçgen oluşmayacağını düşünme3. Bir üçgen çizmek için iki uzunluk bilirse üçüncü uzunluğun alabileceği değer 'Pisagor bağıntısı' ile bulunacağını düşünme4. Verilen üç uzunluğun üçgen oluşturup oluşturmaması incelendiğinde, en büyük uzunluk ile en küçük uzunluğun farkının diğer uzunluğa eşit olmaması yeterlidir düşüncesi5. Ortak kenarı olan iki üçgende ortak kenar uzunluğunun alabileceği değerler bulunurken, sadece bir üçgenin kenar uzunluklarını dikkate alma6. Üç kenar uzunluğu ile üçgen oluşup oluşmadığı incelenirken, sadece bazı özel üçgenleri oluşturan kenar uzunluklarını göz önünde bulundurma7. Üç uzunluğun üçgen oluşturabilmesi için uzunlukların oranlı olması gerektiğini düşünme8. Birkaç uzunluktan, çevresi en fazla olan bir üçgen oluşturabilecek uzunluklar seçilirken doğrudan en büyük uzunlukları seçme9. Ortak kenarı olan birden fazla üçgeni olan şekillerde ortak kenarı, farklı derecelerde iki açı gördüğünde açı-kenar ilişkisinin kurulamayacağını düşünme.10. Dik açının karşısındaki kenarın her zaman (ortak kenarları olan üçgenlerden oluşan şekiller vb.) en uzun kenar olduğunu düşünme11. Bir açığa ait kenarın, açığa bitişik olan kenarın olduğunu düşünme12. Bir üçgende en uzun kenarını şekle bakarak karar verme13. Kenar uzunluğunu bir köşe olarak düşünme14. Bir üçgende herhangi bir açı ile gördüğü kenar arasında ters bir orantı olduğunu düşünme. Açı büyükse kenar küçük olur veya tersi olarak düşünme15. Verilen herhangi bir ABC üçgeninin açı büyüklükleri veya küçüklükleri sıralanmasının, üçgenin harflerinin sıralaması (büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe) gibi olacağını düşünme.16. Sözel olarak verilen bir ifadeyi üçgen şekli üzerine yerleştiremememe17. Üç iç açı ölçüsü bilinen belirli bir üçgenin çizilebileceğini düşünme18. Bir üçgenin çizilebilmesi için herhangi bir açının olması yeterli düşüncesi19. İki kenar uzunluğu ve herhangi bir açı ölçüsünün bilinmesini belirli bir üçgen çizilemek için yeterli görme20. Bir üçgenin çizilebilmesi için gerekli elemanlardan bir açı ile o açının karşısındaki kenarın uzunluğunun verilmesi arasında bir fark olmadığını düşünme (açı ile kenar aynı işlevi görür düşüncesi)21. Sadece iki kenar uzunluğu ile üçgenin çizilebileceğini düşünme22. Dar açılı üçgenlerin yüksekliğinin her zaman en kısa olduğunu düşünme


Tablo 4.7 devamı

B47	23. Kenarortayın sadece dik açıdan çizilebileceğini düşünme. 24. Tüm üçgen çeşitlerinde yardımcı elemanların (kenarortay ile yüksekliğin) farklı olması gerektiğini düşünme 25. Dik üçgende kenarortayın çizilemeyeceğini düşünme 26. Açıortay ile kenarortayı ayırt edememe 27. Kenarortayın dik bir doğru parçası olması (dik inmesi) gerektiğini düşünme 28. Bir üçgende yüksekliğin her zaman taban uzunluğuna inmesi yani verilen üçgenin taban uzunluğuyla birleşmesi gerektiğini düşünme (uzantısına inemez) 29. Bir üçgende yüksekliğin her zaman üçgen içinde olması gerektiğini düşünme (üçgenin dışında ve kenarı üzerinde ise olmaz)
-----	--

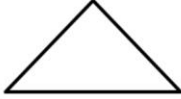
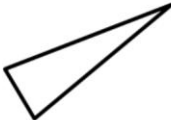

Tablo 4.7’de görülebileceği gibi üçgenler konusu ile ilişkili olarak lisansüstü tezlerde, üçgen kavramının yapısına ilişkin kavram yanılgıları, üçgen çeşitlerine ilişkin kavram yanılgıları, üçgen çizimine ilişkin kavram yanılgıları, üçgenlerde kenarlar ve açılar arasındaki ilişki ile ilgili kavram yanılgıları, üçgenlerde yükseklik ile ilişkili kavram yanılgıları tespit edilmiştir.

Üçgen kavramının yapısına ilişkin kavram yanılgıları; *bireylerin düzlemde kesişen herhangi üç doğrunun kapalı şekil olmadığı durumlarda bile üçgen oluşturduğunu düşündüklerini* (B19), *verilen üç uzunluktan birinin küçük sayıdan oluşması durumunda üçgen oluşmayacağını düşündüklerini* (B47), *bir üçgende en uzun kenarına karar verirken verilen şekle baktıklarını* (B47), *kenar uzunluklarının köşe olduğunu düşündüklerini* (B47), *kenarortayın dik inmesi gerektiğini düşündüklerini* (B47), *açıortay ile kenarortayı ayırt edemediklerini* (B47), *ortak kenarı olan iki üçgende ortak kenar uzunluğunun alabileceği değerleri bulurken, sadece bir üçgenin kenar uzunluklarını dikkate aldıklarını* (B47), *üçgenin konumunun değiştirilmesi durumunda üçgen olma özelliğini kaybettiğini* (B19), *sözel olarak verilen ifadeleri üçgen üzerine yerleştiremediklerini* (B47) göstermektedir. Ayrıca bireylerin *bir üçgenin iç açılar toplamını bilirken bu üçgenin tam ortadan ikiye bölünmesiyle oluşan üçgenin iç açıları toplamının 90° olduğunu düşündükleri* (B30) ifade edilebilir.

Aşağıda, üçgen kavramının yapısına ilişkin kavram yanılgılarını inceleyen B19 kodlu tezde; bireylerin düzlemde kesişen herhangi üç doğrunun kapalı şekil olmadığı durumlarda bile üçgen oluşturduğunu düşündüklerini kavram yanılgısı verileri Şekil 4.1.35 ile ve üçgenin konumunun değiştirilmesi durumunda üçgen olma özelliğini kaybettiği kavram yanılgısı ise Şekil 4.1.36 ile verilmiştir.

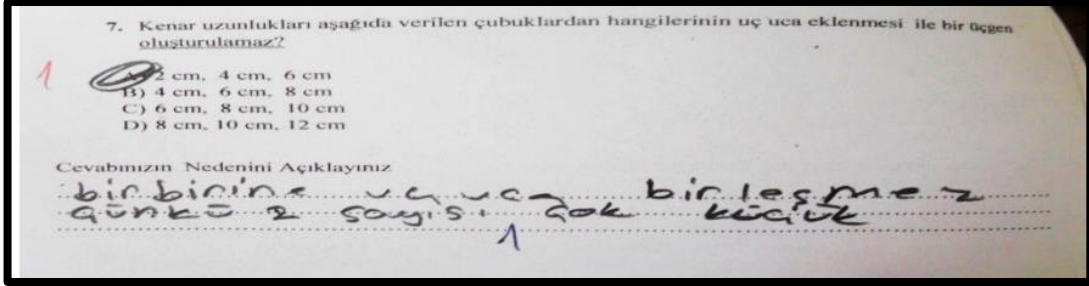
Şekil	Özellikler	Doğru Cevaplar	Yanlış Cevaplar
	“Doğrusal olamayan üç noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu şekle üçgen denir.”	“Bu üçgenin ortası açık olduğu için üçgen sayılmaz.”	“Üç kenarı var.”
	“Bir üçgenin üç köşesi ve bu köşeleri birleştiren doğru parçalarından oluşan üç kenarı vardır.”	“Yarım çizilmiştir.” “Üstü silinmiş.” “Çünkü parçası eksiktir.” “Üst kısmı tam birleşmemiş yani kenarları tam birleşmemiş”. “Çünkü bir yanı kesik.” “Üç çizgi ram olmamıştır.” “Uçları birleşmediği için.”	“Bütün kenarları eşit değil.” “Üç kenarı eşit olduğu için.”

Şekil 4.1.35. Bireylerin düzlemde kesişen herhangi üç doğrunun kapalı şekil olmadığı durumlarda bile üçgen oluşturduğunu düşündüklerini kavram yanılığı (B19)

Şekil	Özellikler	Doğru Cevaplar	Yanlış Cevaplar
	“Doğrusal olamayan üç noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu şekle üçgen denir.”	“Üç kenarı birleşik.” “Üç köşeli ve kenarları köşelerine tamamen birleşik.”	
	“Doğrusal olamayan üç noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu şekle üçgen denir.”	“3 tane kenar ve köşeden birleşmiş.” “Üçgen dar olsa bile özelliğini kaybetmez.”	“Üçgen düz durmadığı için.” “Çünkü iki kenarı birbirine eşit ve eni kısa.” “Düz durmadığı için.”
	“Doğrusal olamayan üç noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu şekle üçgen denir.”	“Üçgenin tersidir.” “Üç kenarı var ve birbirlerine değiyorlar.”	“Üçgen olamaz çünkü yarım daire şeklindedir.” “Ters olup, düz halini almadığı için.”

Şekil 4.1.36. Üçgenin konumunun değiştirilmesi durumunda üçgen olma özelliğini kaybettiği kavram yanılığı (B19)

Yine aynı şekilde üçgen kavramının yapısına ilişkin kavram yanılgılarını inceleyen B47 kodlu tezde, ‘verilen üç uzunluktan birinin küçük sayıdan oluşması durumunda üçgen oluşmayacağını düşündüklerini’ kavram yanılgısına ait katılımcı verisi Şekil 4.1.37 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.37. Verilen üç uzunluktan birinin küçük sayıdan oluşması durumunda üçgen oluşmayacağını düşündüklerini (B47)

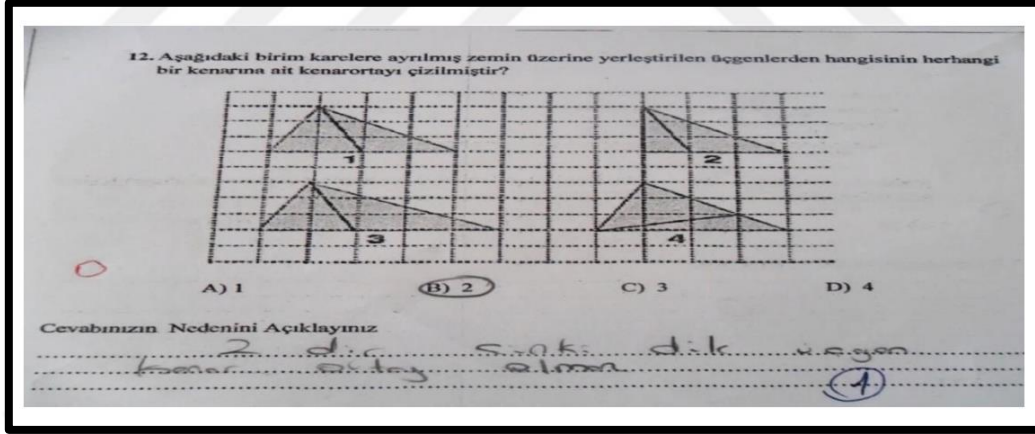
Üçgen çeşitlerine ilişkin kavram yanılgıları; bireylerin üçgen çeşidini birbirleri ile karıştırdıklarını (B30), 90° derecelik açıya sahip üçgenin dar açılı üçgen olduğunu düşündüklerini (B30), dik üçgende kenarortayın çizilemeyeceğini düşündüklerini (B47), tüm üçgen çeşitlerinde yardımcı elemanların (kenarortay ile yüksekliğin) farklı olması gerektiğini düşündüklerini (B47) göstermektedir.

Aşağıda üçgen çeşitlerine ilişkin kavram yanılgılarından; bireylerin üçgen çeşidini birbirleri ile karıştırdıkları kavram yanılgısını inceleyen B30 kodlu tezde verilen bireylerin üçgen çeşidini birbirleri ile karıştırdıkları kavram yanılgısına ait veriler Şekil 4.1.38 ile verilmiştir.

Öğrencilerin açılara göre üçgen çeşitlerini kavramalarında ve üçgen çeşitlerini tanımlamada yaptıkları kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla sorulan 1. sorunun oluşturduğu 4. alt probleme %66.2 oranında yanlış cevap verilmiştir. Öğrencilerin özellikle verilmeyen açılar bulmadan yorum yaptıklarından dolayı verilen üçgen çeşidini belirlemede hata ve kavram yanılgısına düştükleri görülmüştür.

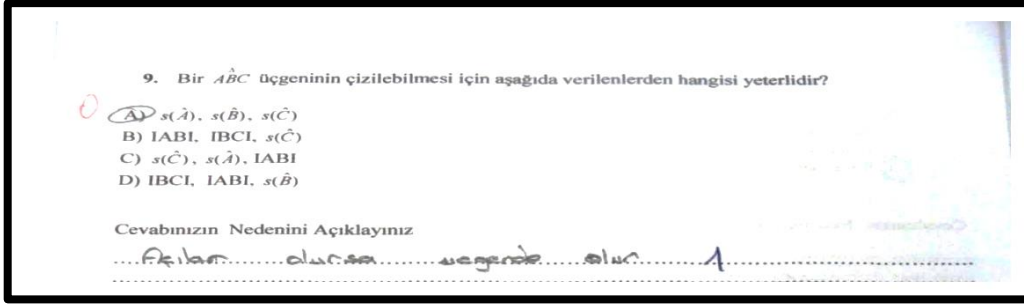
Şekil 4.1.38. Üçgen çeşidini birbirleri ile karıştırdıkları kavram yanılgısı (B30)

Yine aynı şekilde, aşağıda üçgen çeşitlerine ilişkin kavram yanlışlarından; B47 kodlu tezde verilen dik üçgende kenar ortay çizilemez kavram yanlışına ait veri, Şekil 4.1.39 ile verilmiştir.



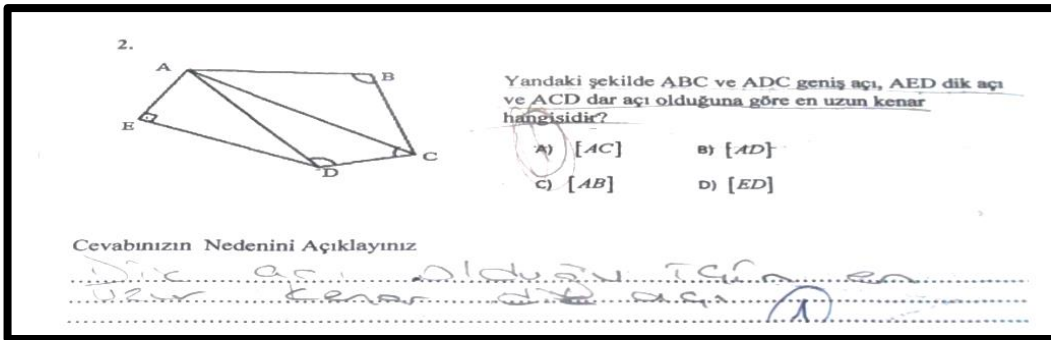
Şekil 4.1.39. Dik üçgende kenar ortay çizilemez kavram yanlışlığı (B47)

Üçgen çizimine ilişkin kavram yanlışları; bireylerin çevresi en fazla olan üçgen için en büyük uzunlukları seçtiklerini (B47), kenarortayın sadece dik açıdan çizilebileceğini düşündüklerinin (B47), üç iç açı ölçüsü bilinen belirli bir üçgenin çizilebileceğini düşündüklerini (B47), sadece iki kenar uzunluğu ile üçgenin çizilebileceğini düşündüklerini (B47), bir üçgenin çizilebilmesi için herhangi bir açının olması yeterli olduğunu düşündüklerini (B47), iki kenar uzunluğu ve herhangi bir açısının ölçüsü verilen bir üçgenin çizilebileceğini düşündüklerini (B47), bir üçgenin çizilebilmesi için bir açı ile o açının karşısındaki kenarın uzunluğunun verilmesi arasında bir fark olmadığını düşündüklerini (B47), üç kenar uzunluğunun üçgen oluşturabilmesi için uzunlukların oranlı olması gerektiğini düşündüklerini (B47), üç kenar uzunluğu ile üçgen oluşup oluşmadığı incelerken, sadece bazı özel üçgenleri oluşturan kenar uzunluklarını göz önünde bulundurdıklarını (B47) göstermektedir. Bunların haricinde tezlerde ele alınan konular doğrultusunda üçgenlerin çiziminde bireylerin kendilerine verilen üç uzunluğun üçgen oluşturup oluşturulmaması incelendiğinde, en büyük uzunluk ile en küçük uzunluğun farkının diğer uzunluğa eşit olmaması gerektiğini düşündükleri (B47) ve bir üçgen çizilemek için iki uzunluk bilirse üçüncü uzunluğun alabileceği değer 'Pisagor bağıntısı' ile bulunacağını düşündükleri (B47) tespit edilmiştir. Aşağıda B47 kodlu tezden, üçgen çizimine ilişkin kavram yanlışlarından katılımcılara ait örnek verilmiştir. (Şekil 4.1.40)



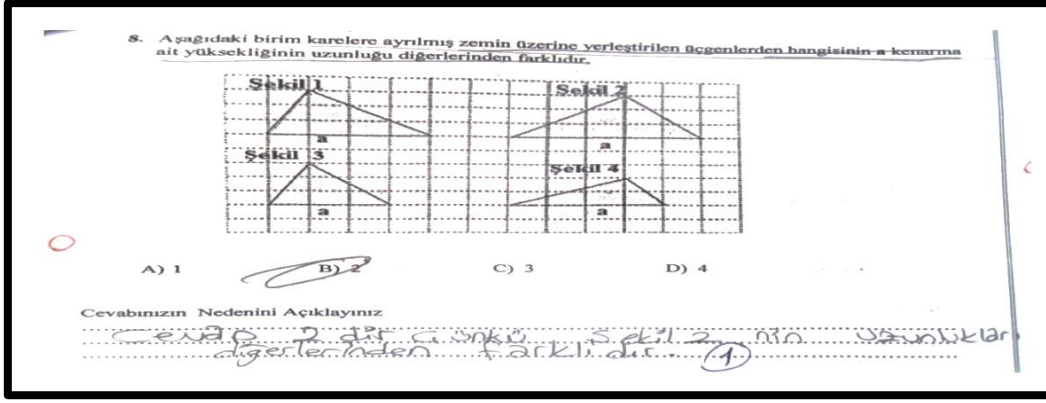
Şekil 4.1.40. Üçgen çizimine ilişkin kavram yanılgısı (B47)

Üçgenlerde kenarlar ve açılar arasındaki ilişki ile ilgili kavram yanılgıları; bireylerin kenar uzunluklarını sıralamak yerine zaten değerleri verilmiş olan iç açıları sıraladıklarını (B30), iki kenarı verilen bir üçgende üçüncü kenarının alabileceği en büyük değerin, verilen iki kenarın toplamı kadar olduğunu düşündüklerini (B47), verilen herhangi bir ABC üçgeninin açı büyüklükleri veya küçüklükleri sıralanmasının alfabetik olacağını düşündüklerini (B47), bir üçgende herhangi bir açı ile gördüğü kenar arasında ters bir orantı olduğunu düşündüklerini (B47), açı büyük olduğunda kenarın küçük olduğunu veya tam tersinin olduğunu düşündüklerini (B47), dik açının karşısındaki kenarın her zaman en uzun kenar olduğunu düşündüklerini (B47) göstermektedir. Aşağıda B47 kodlu tezden, üçgende kenarlar ve açılar ilişkisi katılımcı örneği verilmiştir. (Şekil 4.1.41)



Şekil 4.1.41. Üçgende kenarlar ve açılar arasındaki ilişki ilişkisi katılımcı örneği (B47)

Üçgenlerde yükseklik ile ilişkili kavram yanılgıları ise bireylerin üçgende yüksekliğin her zaman üçgen içinde olması gerektiğini düşündüklerini (B47), bir üçgende yüksekliğin her zaman taban uzunluğuna inmesi gerektiğini düşündükleri (B47) ve son olarak dar açılı üçgenlerin yüksekliğinin her zaman en kısa olduğunu düşündükleri (B47) yönündedir. Aşağıda üçgende yükseklik ile ilişkili kavram yanılgılarına ilişkin katılımcı örneği verilmiştir. (Şekil 4.1.42)



Şekil 4.1.42. Üçgende yükseklik ile ilişkin kavram yanılgısı (B47)

B47 kodlu tezde, üçgenlerde yükseklik kavramına ilişkin katılımcı örneği incelendiğinde katılımcının bir üçgenin yüksekliğini incelerken, üçgenin bütün ebatlarına yani genel büyüklüğüne (kenar uzunluklarına) bakarak karar verdiği görülmektedir bu da “Kenar uzunlukları büyük olan üçgenlerin yükseklikleri de en uzun olur” kavram yanılgısını göstermektedir.

Sonuç olarak üçgenler ile ilgili kavram yanılgılarını birçok farklı kategoriye ayrılarak incelendiği görülmektedir. Bu alt kategoriler bir tezlerde katılımcı örnekleri verilerek incelenmiştir.

4.1.1.7. Geometrik cisimler ile ilgili kavram yanılgıları

B30, B59, B70 kodlu lisansüstü tezlerde geometrik cisimler ile ilgili kavram yanılgılarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde tespit edilen kavram yanılgılarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.8).

Tablo 4.8. Geometrik cisimler ile ilgili kavram yanılgıları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanılgıları
B30	1. Prizmanın herhangi iki köşesini doğru parçası oluşturduğunu düşünme 2. Prizma çeşitlerini şekil olarak birbirleriyle karıştırma
B59	1. Üç boyutlu geometrik cisimlerin tanımlarından birbirleri ile karıştırma 2. Üç boyutlu geometrik cisimlerin özelliklerini birbirleri ile karıştırma
B70	1. Koni kavramı için; Bir kenarı ince açıldıkça üçgene benzeyen üç boyutlu cisim ya da yan alanı ise üçgensel bölgeden oluşan geometrik cisim tanımı yapma 2. Prizma için; Üç boyutlu cisimlerin hepsi prizma olduğunu düşünme ya da dikdörtgen ve karelerin bir araya gelmesi ile oluştuğunu düşünme

Tablo 4.8 incelendiğinde lisansüstü tezlerde gerçekleştirilen çalışmalarda katılımcıların *geometrik cisimlerle ilgili tanımları, özellikleri, çeşitleri birbirleriyle karıştırdıkları, ayırt, kenar ve cisim köşegeni arasındaki ayrımı bilmedikleri* söylenebilir. Aşağıda geometrik cisimler ile ilgili B59 kodlu tezden katılımcılara ait örnek ve örnek ile ilişkili bulgular verilmiştir. (Şekil 4.1.43)

Tuba öğretmen koni tanımı doğru yapmıştır.

Şekil 4.72: Ö1'in Ön Görüşme Formundaki Altıncı Soruya İlişkin Yanlış Cevabı

Ö1'in yanıtı yukarıda verilmiştir. Ö1'in yanıtı incelendiğinde soruda Tuba öğretmenin koni tanımını doğru olarak ele aldığını ifade etmiştir. Soruda Tuba öğretmenin koniyi '*Tabanı daire şeklinde ve tepe noktası olan üç boyutlu geometrik cisimdir.*' şeklinde tanımlamış olup hatalı bir tanım yapmıştır. Çünkü koni tabanının kenarlarındaki herhangi bir noktadan köşeye doğru parçaları çizilen ve tabanı herhangi bir şekil olan katı cisimdir (Walle, Karp ve Williams, 2018). Koninin tabanının herhangi bir şekil olduğu (Gökkurt ve Soylu, 2016a) düşünülürse piramidin de özel bir koni olduğu sonucuna varılır (Gökkurt, 2014). Soruda Tuba öğretmenin koniyi sadece dairesel koniyle sınırladığı için hata yapmış ve kavram yanılığına düşmüştür (aşırı özelleme kavram yanılığısı). Ö1'in buna benzer bir tanım yapması beklenirken hataya düşmüş ve cevabı '*Yanlış*' kodunda yer almıştır.

Şekil 4.1.43. Üç boyutlu geometrik cisimlerin tanımlarından birbirleri ile karıştırma kavram yanılığısı (B59)

B30 kodlu tezde katılımcı cevaplarına ait örneklere yer verilmediği görülmüştür.

Aşağıda B70 kodlu tezde '*Koni kavramı için; bir kenarı ince açıldıkça üçgene benzeyen üç boyutlu cisim ya da yan alanı ise üçgensel bölgeden oluşan geometrik cisim tanımı yapma*' kavram yanılığısına ait öğrenci görüşleri verilmiştir (Şekil 4.1.44).

Öğretmen GÜL'den 9. soruda koni için birbirinden farklı tanımlar yapması istenmiş ve GÜL aşağıdaki cevabı vermiştir;

"Alt tabanı daireden, yan alanı ise üçgensel bölgeden oluşan geometrik cisim"

Şekil 4.1.44. Koni kavramı için kavram yanılığısı (B70)

4.1.1.8. Üslü ve köklü sayılar ile ilgili kavram yanlışları

B24, B44, B48 kodlu lisansüstü tezlerde üslü ve köklü sayılar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.9).

Tablo 4.9. Üslü ve köklü sayılar ile ilgili kavram yanlışları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanlışları
B24	1. Kök içleri aynı yapılabilecek şekilde verilen kareköklü sayıları toplayıp, çıkarıp sonucunu bulma
B44	1. Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini ifade etmeme 2. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin üslü olarak ifade etmeme 3. Tam sayıların tam sayı değerlerini bulmada üslü sayının değerinin anlaşılabilmesi 4. Sayıların sıfırcı kuvvetini alırken $a^0 = a$ veya $a^0 = 0$ şeklinde ifade etme. 5. Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin değerlerini 6. Rasyonel sayının tam sayı ve rasyonel sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama 7. Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü biçimde ifade etmeme 8. 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenme, basamaklandırma hatası, yer tutucuyu dikkate almama 9. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturamama, basamaklandırma hatası ve yer tutucuyu dikkate almama 10. Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması, tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası, tam sayının üssün üssünü üslü olarak ifade edememe, parantezi dikkate almama, sıfırcı kuvvet hatası, parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama 11. Tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası, tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası, tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası, parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama, parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama 12. Üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe, üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası, üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası 13. Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama hatası, tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası 14. Üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe, üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası, parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama 15. Sayıyı bilimsel gösterimle ifade edememe, bilimsel gösterim şekline uygun olmama, basamaklandırma hatası, küçük sayı olduğunu fark edememe, büyük sayı olduğunu fark edememe 16. Basamaklandırma hatası, virgülü sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası 17. 10'un kuvvetini dikkate almama, katsayıyı dikkate almama
B48	1. Doğal sayılara özgü toplama işlemi özelliklerini aşırı genelleyip köklü ifadelere uygulama

Tablo 4.9 devamı

B48	<ol style="list-style-type: none">2. Öğrencilerin üslü sayılarda tabanın parantez içine alınmaması ile ilgili soruda parantez varmış gibi düşünüp eksiği görmezden gelerek soruyu kısıtlı algılaması3. Karekök içindeki sayının negatif olması sonucu pozitif gibi düşünüp soruyu kısıtlı algılayarak eksi kavramını göz önünde bulundurmaması4. Öğrencilerin kök ve kök içerisinde eksi kavramlarını göz önünde bulundurmaması
-----	---

Tablo 4.9’da görüldüğü gibi üslü sayılar ile ilişkili kavram yanlışları; negatif ve pozitif tam sayı kuvvetlerinin değerlerinin hesaplanması, sayıların üslü sayı olarak ifade edilmesi, sıfırıncı kuvvet alınırken sayının kendine veya sıfıra eşitlenmesi, 10’un tam sayı kuvvetlerinin kullanılmasıyla çözümlenmede, basamaklandırmada yer tutucunun dikkate alınmaması, 10’un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturamama, tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımının alınması, parantez içerisindeki negatif tam sayının kuvvetinin tek ve çift kuvvetlerini sırasıyla negatif ve pozitif olduğunun kavrayamama, üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama, tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama, sayıyı bilimsel olarak gösterememe, virgülü sola kaydırırken 10’un kuvvetini azaltma ve son olarak 10’un kuvvetini ve katsayıyı dikkate almama şeklindedir.

Aşağıda B44 kodlu tezden alınan ‘10’un kuvvetini dikkate almama, katsayıyı dikkate almama’ kavram yanlışlarına ait örnekler sırasıyla Şekil 4.1.45 ve Şekil 4.1.46 ile verilmiştir.

$$44 \cdot 10^{-22} ; 4,4 \cdot 10^{-23} ; 0,44 \cdot 10^{-19}$$
$$0,44 \cdot 10^{-19} < 44 \cdot 10^{-22} < 4,4 \cdot 10^{-23}$$

Şekil 4.1.45. 10’un kuvvetini dikkate almama kavram yanlışlığı (B44)

$$243 \cdot 10^{24} ; 87 \cdot 10^{26} ; 10,2 \cdot 10^{25}$$
$$10,2 \cdot 10^{25} < 87 \cdot 10^{26} < 243 \cdot 10^{24}$$

Şekil 4.1.46. Katsayıyı dikkate almama kavram yanlışlığı (B44)

B44 kodlu tezde verilen ‘Üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe, üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası, üsleri aynı olan

sayıların çarpımında işlem hatası' kavram yanlışlığında 'üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası' kavram yanlışlığı Şekil 4.1.47 ile verilmiştir.

a. $2^3 \cdot 5^3 = 3^{10}$ (a)

a. $2^3 \cdot 5^3 = 10^3 \cdot 10^3 = 10^6$ (b)

Şekil 4.1.47. Üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası (B44)

Tablo 4.9'da görüldüğü gibi köklü sayılar ile ilişkili kavram yanlışları; *kök içleri aynı yapılabilecek şekilde verilen kareköklü sayıları toplayıp, çıkarıp sonucu bulma* (B24), *doğal sayılardaki toplama işlemi köklü sayılara genelleme* (B48), *kök ve kök içindeki eksi kavramların göz ardı edilmesi* (B48) şeklindedir.

B24 kodlu tezde '*Kök içleri aynı yapılabilecek şekilde verilen kareköklü sayıları toplayıp, çıkarıp sonucunu bulma*' kavram yanlışlığına ait kavram yanlışlığı Şekil 4.1.48 ile verilmiştir.

Soru 3: $\sqrt{0,01} + 1\sqrt{0,36} - \sqrt{0,25}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi?

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4

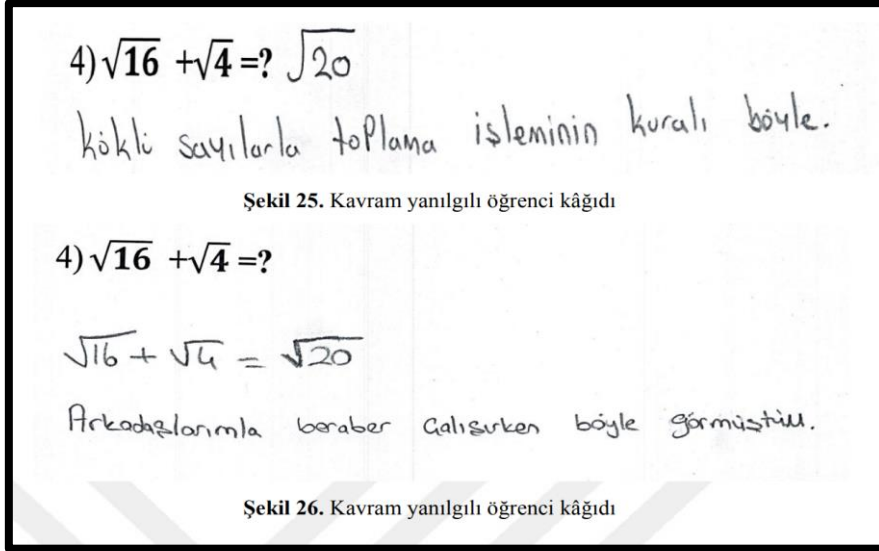
Bu soruyu öğrenciler 48,1 doğru cevaplamıştır. %17'si A şıkkını, % 17,8' si C şıkkını % 17'si D şıkkını işaretlemiştir.

Birinci soruya bakıldığında karekök içindeki sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazmada öğrencilerin bilgi eksikliği görülmektedir.

İkinci soruya bakıldığında kök içleri aynı yapılabilecek şekilde verilen kareköklü sayıları toplayıp, çıkarıp sonucunu bulmada öğrencilerin yarısından fazlasında bilgi eksikliği ve kavram yanlışlığı olduğu söylenebilir.

Şekil 4.1.48. Kök içleri aynı yapılabilecek şekilde verilen kareköklü sayıları toplayıp, çıkarıp sonucunu bulma kavram yanlışlığı (B24)

Aşağıda B48 kodlu tezde '*Doğal sayılara özgü toplama işlemi özelliklerini aşırı genelleyip köklü ifadelere uygulama*' kavram yanlışlığına ait katılımcı verileri Şekil 4.1.49 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.49. Doğal sayılara özgü toplama işlemi özelliklerini aşırı genelleyip köklü ifadelere uygulama (B48)

Sonuç olarak, üslü ve köklü sayılar ile ilgili kavram yanlışları 3 tezde görülmüş olup, birçok farklı başlıkta kavram yanlışlarına rastlanmıştır.

4.1.1.9. Çokgenler ile ilgili kavram yanlışları

B5, B21, B57 kodlu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.10).

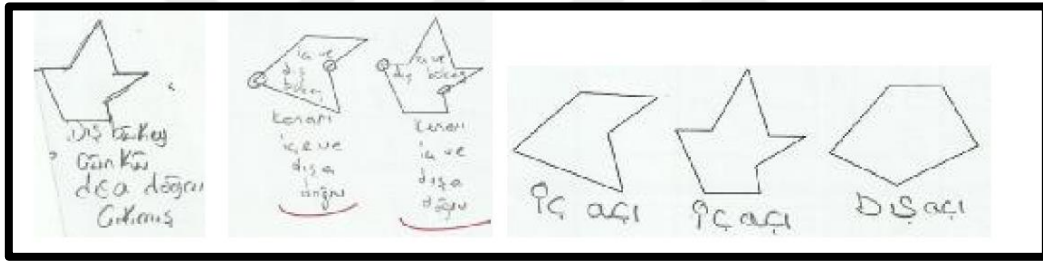
Tablo 4.10. Çokgenler ile ilgili kavram yanlışları

Tez kodu	Belirlenen kavram yanlışları
B5	<ol style="list-style-type: none"> 1. Çokgenlerde iç bükey (konkav) ve dış bükey (konveks) kavramların birbirine karıştırma 2. Çokgenlerde köşegen kavramını kenar ile karıştırma 3. Toplam köşegen sayısını belirleyememe 4. Çokgen içerisinde bir köşeden çıkan köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısını belirleyememe 5. Çokgenlerde iç açıyı hesaplamada ve dış açıyı hesaplayamama 6. Belirli bir alan içerisinde yerleştirilebilecek en büyük alanlı çokgenin kare olduğunu belirleyememe
B21	<ol style="list-style-type: none"> 1. Çokgenler en az 4 kenardan oluştuğunu düşünme 2. Üçgen çokgen değildir ama eşit kenarlı şekiller çokgendir, şeklinde ifade etme 3. Açık şekillerin kenarının olmadığını düşünme 4. Klasik form da olmayanları çokgen kabul etmemekte
B57	<ol style="list-style-type: none"> 1. İçbükey çokgenlerin tüm köşegenlerinin, şeklin iç bölgesinde olması gerektiğini düşünme

Tablo 4.10 devamı

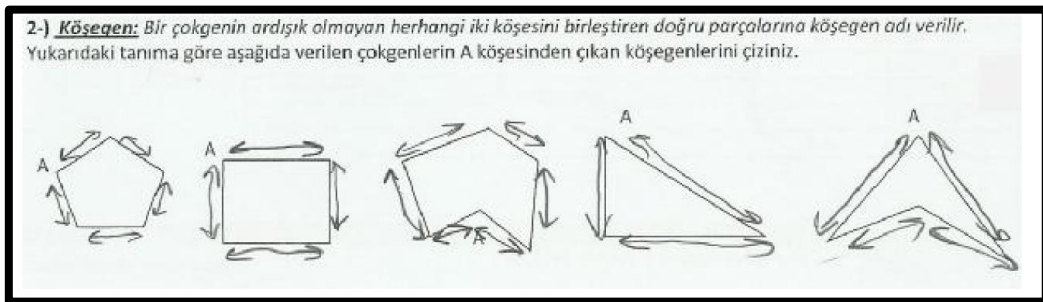
B57	<ol style="list-style-type: none">2. Bir çokgenin içbükey olabilmesi için tüm köşegenlerinin şeklin dış bölgesinde olması gerektiğini düşünme3. Geometride kullanılan kavramlarla günlük dilde kullanılan kavramların anlamını karıştırma4. Çokgenlerin kenar uzunlukları eşitse köşegenlerinin açıortay olacağını düşünme
-----	--

Tablo 4.10’da görüldüğü gibi çokgenler ile ilişkili olarak bireylerin sahip oldukları kavram yanlışları çoğunlukla kavramların birbiriyle karıştırılması veya birbirinin yerine kullanılması, çokgen tanımına aykırı kavramalara sahip olunması, çokgenlerin kenar uzunluklarının eşit olması durumunda köşegenlerinin açıortay olacağını düşünülmesi, içbükey veya dışbükey çokgenlerde köşegenlerinin konumunun yanlış yorumlanması şeklinde ortaya çıkmıştır. Aşağıda B5 kodlu tezde ‘Çokgenlerde iç bükey ve dış bükey kavramlarının birbirine karıştırma’ kavram yanlışları Şekil 4.1.50 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.50. Çokgenlerde iç bükey ve dış bükey kavramlarının birbirine karıştırma (B5)

Aşağıda B5 kodlu tezde ‘Çokgenlerde köşegen kavramını kenar ile karıştırma’ kavram yanlışları Şekil 4.1.51 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.51. Çokgenlerde köşegen kavramını kenar ile karıştırma (B5)

Aşağıda B57 kodlu tezdten alınan ‘Çokgenlerin kenar uzunlukları eşitse köşegenlerinin açıortay olacağını düşünme’ kavram yanlışlığına ait katılımcı görüşü Şekil 4.1.52 ile verilmiştir.

Kısmen anlama gösteren öğrencilerin sorunun ikinci aşamasına verdikleri cevaplardan bazıları şu şekildedir: Ö84'ün “eğer çokgenin kenar uzunlukları eşitse köşegenleri açırtay olur” şeklinde yaptığı açıklama ve seçenekler arasından sadece eşkenar dörtgenin olduğu seçeneği seçmiş olması, kısmen doğrudur. Benzer şekilde Ö148, Ö391 ve Ö399 da “kenarları eşit olduğundan eşkenar dörtgenin köşegenleri açırtaydır” şeklinde bir açıklama yapmışlardır.

Şekil 4.1.52. Çokgenlerin kenar uzunlukları eşitse köşegenlerinin açırtay olacağını düşünme (B57)

4.1.1.10. Ondalık Gösterimler ve Ondalık Sayılar ile ilgili kavram yanlışları

B20, B31, B40 kodlu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu lisansüstü tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.11).

Tablo 4.11. Ondalık gösterimler ve ondalık sayılar ile ilgili kavram yanlışları

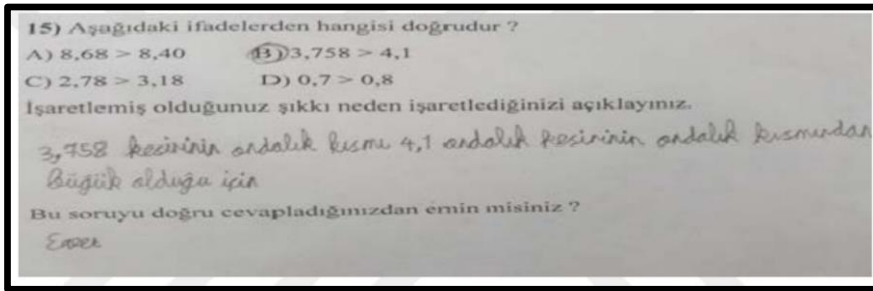
Tez kodu	Belirlenen kavram yanlışları
B20	<ol style="list-style-type: none"> Doğal sayılarda basamak sayısı fazla olan sayı büyüktür düşüncelerini, ondalık kısmı uzun olan büyüktür düşüncesine genelleme Ondalık sayılar virgülden sonra gelen sıfırın bir değerinin olmadığı düşüncesi Ondalık sayılarda tam kısım eşit ise, kesir kısmında daha büyük bir sayı veya daha uzun bir sayı gördükleri zaman yanlış bir karşılaştırma yapma Ondalık sayıların tam kısmı ve kesir kısmını birbirleri ile karıştırma Ondalık sayıları, kesirli bir sayı olarak düşünme Ondalık sayıları, kesirli sayı olarak düşünme Ondalık sayıları tam sayılar gibi düşünme
B31	<ol style="list-style-type: none"> Ondalık sayıları sayı doğrusunda gösterememe Ondalık sayıyla çarpmayı tam sayı gibi düşünme İki ondalık sayıdan büyük olanı seçmeleri istendiğinde, öğrenciler çok basamaklı ondalık sayıların daha büyük olduğunu düşünme Ondalık sayıları okuma ve yazmada kavram yanlışlığı Ondalık sayıların kesirlerle ilişkisi konusunda kavram yanlışlığı
B40	<ol style="list-style-type: none"> Virgülden sonra sıfırı dikkate almama Virgülden sonra yanlış basamaklandırma Ondalık gösterimi yanlış adlandırma Virgülden sonraki kısmı tam sayı olarak düşünme Basamakları yanlış adlandırma Ondalık virgülünü görmezden gelerek sayıyı tam sayı olarak düşünme Sayıların basamak değerine dikkat etmeme Çok basamaklı yani daha uzun ondalık sayıların daha küçük olduğunu düşünme Ondalık virgülünü görmezden gelerek sayıyı tam sayı olarak düşünme Tam sayıların basamak değerini dikkate almama Çok basamaklı yani daha uzun ondalık sayıların daha küçük olduğunu düşünme

Tablo 4.11 devamı

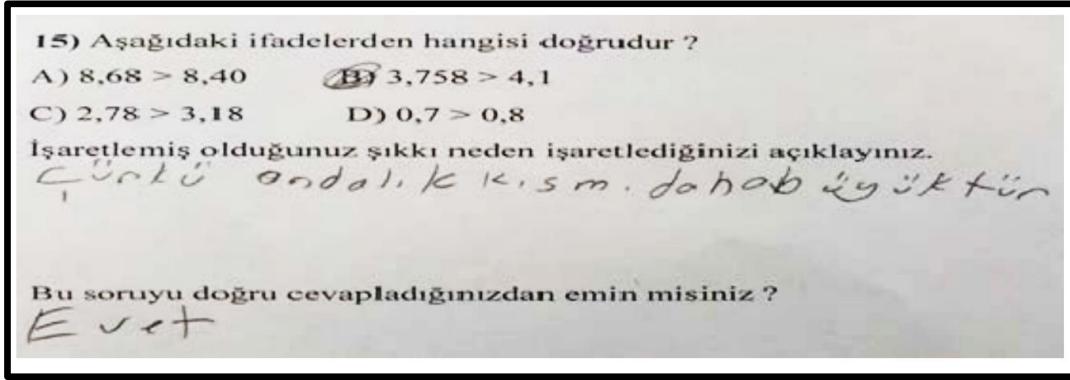
B40	<ol style="list-style-type: none">12. Virgülden sonraki sayıların basamak değerini dikkate almama13. Virgülden sonraki kısmı tamsayı olarak düşünme14. Tam kısmı bir basamak olarak düşünme15. Yanlış basamaklandırma16. Ondalık gösterimi pay olarak düşünüp 10,100,1000 yazma17. Tam kısmı pay, ondalık kısmı payda olarak düşünme18. Ondalık kısmı pay tam kısmı payda olarak düşünme19. Payı tam paydayı da ondalık kısım olarak düşünme20. Paydayı tam kısım payı ondalık kısım olarak düşünme21. Virgüülü önemsemeden tamsayı gibi işlem yapma22. Ondalık kısımdaki tüm eldeleri tam kısma aktarma23. Operatörlere dikkat etmeme24. Tam kısmı kendi arasında çıkarma ondalık kısmı kendi arasında çıkarma25. Virgüülü görmezden gelerek tamsayılarda çarpma işlemi yapma26. Virgüülü yanlış yere koyma27. Çarpma işlemini sadece tam kısım ile yapma
-----	---

Tablo 4.11’ de görüldüğü gibi ondalık gösterimler ve ondalık sayılar ile ilişkili kavram yanlışları; ondalık sayıları sayı doğrusunda gösterememe, virgülin yerini ve anlamını kavrayamama, ondalık sayıları kesirli sayılar veya tam sayılar gibi düşünme, ondalık sayılarda virgülden sonra gelen sıfırın değerinin olmadığını düşünme, ondalık sayılarda ondalık kısmın uzunluğu ile sayının değeri arasında pozitif ilişki kurma, ondalık sayıları okuyup ve yazamama, ondalık sayılarla kesirler arasında ilişki kuramama şeklinde kendini göstermektedir.

Aşağıda B20 kodlu tezden alınan ‘Doğal sayılarda basamak sayısı fazla olan sayı büyüktür düşüncelerini, ondalık kısmı uzun olan büyüktür düşüncesine genelleme’ kavram yanlışlığına ait katılımcı görüşü sırasıyla Şekil 4.1.53 ve Şekil 4.1.54 ile verilmiştir.

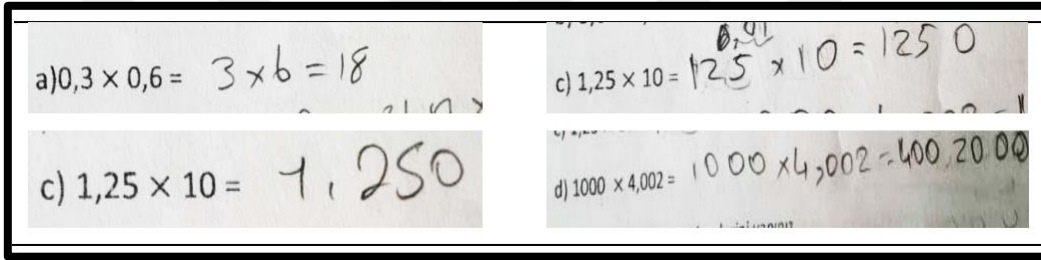


Şekil 4.1.53. Doğal sayılarda basamak sayısı fazla olan sayı büyüktür düşüncesini, ondalık kısmı uzun olan büyüktür düşüncesine genelleme (B20)



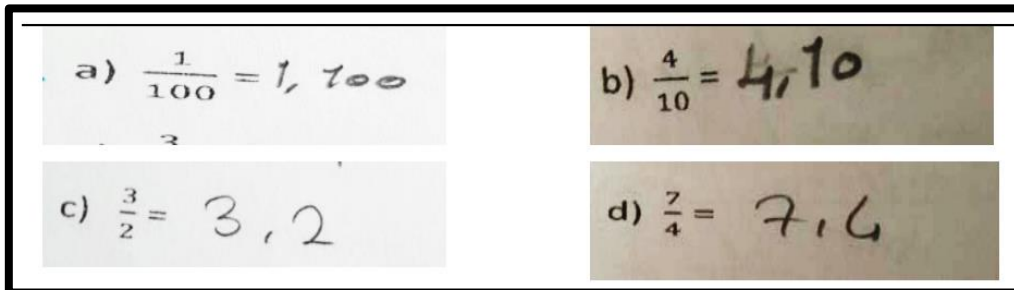
Şekil 4.1.54. Doğal sayılarda basamak sayısı fazla olan sayı büyüktür düşüncesini, ondalık kısmı uzun olan büyüktür düşüncesine genelleme (B20)

B40 kodlu tezde verilen 'Virgüülü görmezden gelerek tamsayılarda çarpma işlemi yapma' kavram yanılığısına ait katılımcı görüşü Şekil 4.1.55 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.55. Virgüülü görmezden gelerek tamsayılarda çarpma işlemi yapma (B40)

B40 kodlu tezde ter verilen 'Tam kısmı pay, ondalık kısmı payda olarak düşünme' kavram yanılığısına ait katılımcı görüşü ise Şekil 4.1.56 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.56. Tam kısmı pay, ondalık kısmı payda olarak düşünme (B40)

4.1.1.11. Temel matematik konuları ile ilgili kavram yanılığları

B55 ve B65 kodlu lisansüstü tezlerde temel matematik ile ilgili kavram yanılığlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılığlarının; kesirli işlemleri anlamlandırma (B55) ve bu işlemleri model üzerinde gösterme (B55), radyan kavramını tanımlayamama (B65) konularında olduğu


belirlenmiştir. Aşağıda B55 kodlu tezde ‘Radyan kavramını tanımlayamama’ kavram yanılığısına ilişkin araştırmacı ve katılımcı arasında geçen görüşmeden kesit Şekil 4.1.57 verilmiştir.

Araştırmacı: 1 radyanın tanımında geçiyor ya. Ne kadar uzunluğunda olması gerekiyor o yayın?
 Ayşe: Yarıçap
 Araştırmacı: Bir açının gördüğü yay uzunluğu ne kadar? Bizim yarıçapımız ne?
 Ayşe:.....o da r birim r/r den, 1.


Şekil 4.1.57. Radyan kavramını tanımlayamama (B55)

4.1.1.12. Çember ve Daire konuları ile ilgili kavram yanılığları

B19 ve B28 kodlu lisansüstü tezlerde çember ve daire ile ilgili kavram yanılığlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılığları; *çemberin çevresinden alınan herhangi bir noktanın merkeze eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayamama* (B19) ve *dairenin içinin dolu(taralı alan) olduğunu hatırlayamama* (B19), *merkezin bir nokta olduğunu bilmeme* (B28), *merkezin yerini belirlemede sorun yaşama* (B28), *yarıçap uzunluğunu belirtememe* (B28), *yarıçap uzunluğunun bir doğru parçası olduğunu bilmeme* (B28), *çap ve yarıçap arasındaki ilişkiyi kuramama* (B28), *çap uzunluğunu belirleyememe* (B28), *dairenin alanı ile çemberin alanı arasında bir fark olmadığını düşünme*, *çember ve daireyi birbirine karıştırma* (B28), *dairenin özelliklerinin belirleyememe*, *çember kavramının özelliklerini belirleyememe* (B28) alanlarında olduğu görülmektedir. Aşağıda B19 kodlu tezde verilen ‘*çemberin çevresinden alınan herhangi bir noktanın merkeze eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayamama*’ kavram yanılığısına ait katılımcı görüşü tezde kullanılan veriler ile sırasıyla Şekil 4.1.58 ve Şekil 4.1.59 ile verilmiştir. Fakat B28 kodlu tezde katılımcı görüşüne rastlanmamıştır.

Şekil	Özellikler	Doğru Cevaplar	Yanlış Cevaplar
	“Çember, düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesinin oluşturduğu yuvarlak, geometrik şekildir.”	“Tam yuvarlak olmadığı için, yuvarlağımsı.” “Üstü eğrilmiştir.” “Çok uzundur.”	“Bu bir çemberdir çünkü içi dolu değil.”

Şekil 4.1.58. Çemberin çevresinden alınan herhangi bir noktanın merkeze eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayamama (B19)

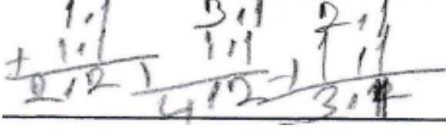
	“Çember, düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesinin oluşturduğu yuvarlak, geometrik şekildir.”	“Yamuk olduğu için.”	“Yusyuvarlak ve hiç köşesi yok.”
---	--	----------------------	----------------------------------

Şekil 4.1.59. Çemberin çevresinden alınan herhangi bir noktanın merkeze eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayamama (B19)

4.1.1.13. Denklemler ile ilgili kavram yanlışları

B6 ve B50 kodlu lisansüstü tezlerde denklemler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *uzaklığın negatif olabileceği düşünme* (B6), *sıralı ikililerin ondalık sayı olduğunu düşünme* (B6), *değişkenler arasındaki kat ilişkisini görememe* (B50), *eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi yapamama* (B50), *bilinmeyen sadece harf olduğunu düşünme* (B50) olarak belirlenmiştir.

Aşağıda B6 kodlu tezde yer alan ‘sıralı ikililerin ondalık sayı olduğunu düşünme’ kavram yanlışına ait katılımcı görüşü Şekil 4.1.60 verilmiştir.

Yanlış şık	Öğrenci cevaplarından seçilen ortak hata içeren örnekler	Yüzde (%)
B		19
C	2.1 daha yakın	11.7
D	5-4=5-4 Bu ona daha yakın.	17.1

Şekil 4.1.60. Sıralı ikililerin ondalık sayı olduğunu düşünme (B6)

B50 kodlu tezde verilen ‘Bilinmeyen sadece harf olduğunu düşünme’ kavram yanlışına ilişkin kullanılan veriler ile katılımcı ve araştırmanın arasında geçen görüşme verileri Şekil 4.1.61 ile verilmiştir.

S.6. $x - 128 = 176$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
a) 176 b)128 c) 304 d)48

S.11. $176 = \square - 128$ ifadesinde \square yerine gelebilecek sayı aşağıdakilerden hangisidir?
a) 304 b) 176 c)128 d) 48

	Soru 6	yüzde	Soru 8	yüzde
Boş cevap sayısı	4	2,1	9	4,7
A şıkkı cevap sayısı	1	0,5	140	72,5
B şıkkı cevap sayısı	5	2,6	2	1
C şıkkı cevap sayısı	148	76,7	3	1,6
D şıkkı cevap sayısı	35	18,1	39	20,2
Toplam cevap sayısı	193	100	193	100

Şekil 4.1.61. Bilinmeyen sadece harf olduğunu düşünme (B50)

4.1.1.14. Tam sayılar ile ilgili kavram yanlışları

B58 ve B63 kodlu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *tam sayılarda işlemlerde işaretleri karıştırma* (B58), *çarpmada dağılma özelliği* (B58), *biri negatif diğeri pozitif olan iki tam sayıyı toplama işlemindeki bilgilerini çarpma işlemine de uyarlayarak büyük olan sayının işaretini çarpma işleminin sonucu olarak belirleme* (B58), *iki pozitif tam sayıyı bölme işleminde ise öğrencilerin işaret belirleyememe* (B58), *öğrencilerin parantez içerisindeki tam sayıların pozitif ve negatif olma durumuna göre sonucun işaretini belirleme* (B58), *sayı doğrusunun sonsuz olmadığı düşünülmesi* (B63), *negatif sayılar negatif tam sayı, pozitif sayılar pozitif tam sayı ama bunlar tam sayı değildir şeklinde düşünme* (B63), *toplama işleminin sonucu toplanan sayılardan büyüktür, çıkarma işleminin sonucu eksilen ve çıkan sayılardan küçüktür* (B63), *basamak sayısı fazla olan sayıların toplanmasının sonucu daha büyüktür şeklinde düşünme* (B63), *tam sayılarda sıfıra yanlış bir anlam yükleme, üssü büyük olan üslü ifadenin değeri daha büyüktür, üssünün basamak sayısı fazla olan üslü ifadenin değeri daha büyüktür, tabanının basamak sayısı fazla olan üslü ifadenin değeri daha büyüktür, tabanı büyük olan üslü ifadenin değeri daha büyüktür şeklinde düşünme* (B63) olarak belirlenmiştir.

Aşağıda B58 kodlu tezde verilen ‘çarpmada dağılım özelliği’ ile ilgili kavram yanlışlarına ait öğrenci görüşleri Şekil 4.1.62 ile verilmiştir.

$$(-5) \cdot [(-3) + (-4)] = +4 = \text{enimin}$$

$$\text{eminim} \quad (+3) \cdot [(-2) + (-8)] = \rightarrow 14$$

$$(-4) \cdot [(-10) - (-2)] = 4 \cdot -8 = -32 \text{ Eminim}$$

Şekil 4.1.62. Çarpmada dağılım özelliği ile ilgili kavram yanlışlığı (B58)

4.1.1.15. Trigonometri ile ilgili kavram yanlışları

B17 ve B56 kodlu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *sinüs fonksiyonunun çarpanı veya böleni durumundaki açının, açı ile doğrudan işleme alınabileceği yanlışlığı* (B17), *ters trigonometrik fonksiyonların yazılışının kavranamaması* (B17), *trigonometrik kavramların karıştırılması* (B56), *trigonometrik şekilleri oluşturamama* (B56), *trigonometrik fonksiyonlar arası bağlantı kuramama* (B56) olarak belirlenmiştir. Aşağıda B56 kodlu tezde verilen ‘trigonometrik kavramların karıştırılması’ kavram yanlışlığına ait katılımcı cevapları Şekil 4.1.63 ile verilmiştir.

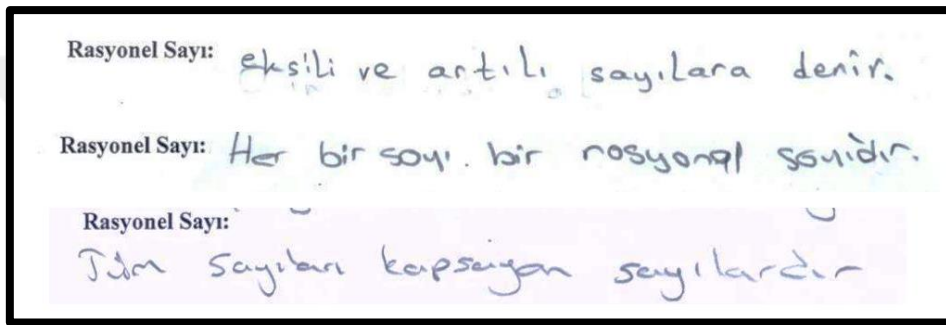
Şekil 4.63. Trigonometrik kavramların karıştırılması (B56)

4.1.1.16. Rasyonel Sayılar ve ile ilgili kavram yanlışları

B23 ve B51 kodlu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *rasyonel sayıları gösterme konusunda öğrencilerin gösterim hatası* (B23), *ondalık sayıları sıralarken büyük-küçük işaret kullanamama* (B23), *negatif tam sayılı kesirleri sıralarken bileşik kesre çevirme* (B23), *modellemede sonucu işlem olarak görme* (B23), *rasyonel sayılarda işlemleri karıştırma* (B23), *rasyonel sayı problemlerini matematiksel ifade edememe ve problemi günlük hayatla ilişkilendirememe* (B23), *kesir sayısını sayı doğrusu üzerinde gösterirken, bütünü eş parçalara ayırmama* (B51), *rasyonel sayılarda*

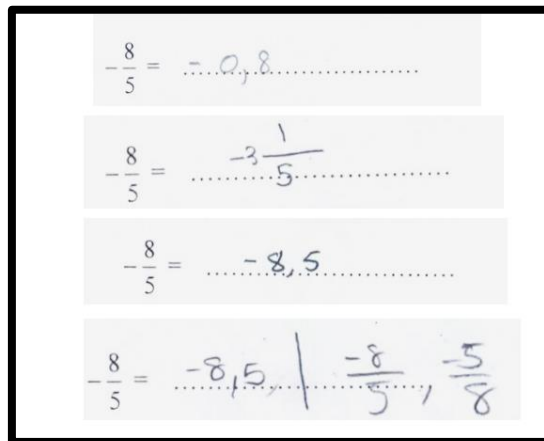
sayı doğrusunda yön belirleyememe (B51), bileşik kesrin tam sayılı kesre dönüştürememe (B51), rasyonel sayılarda negatif sayıları görmezden gelerek işlem yapma (B51), sıralama yaparken payda eşitlemeden negatif sayıların en küçük olduğu düşünme (B51), toplama işlemini yaparken paydaları eşitleme gereği duymama (B51), çarpma işlemini yaparken payda eşitleme (B51), toplama işlemi kuralını bölme işlemi üzerine genelleme (B51) olarak belirlenmiştir.

Aşağıda B23 kodlu tezde verilen ‘rasyonel sayı problemlerini matematiksel ifade edememe ve problemi günlük hayatla ilişkilendirememe’ kavram yanılığı ile ilgili öğrenci cevapları Şekil 4.1.64 ile verilmiştir.



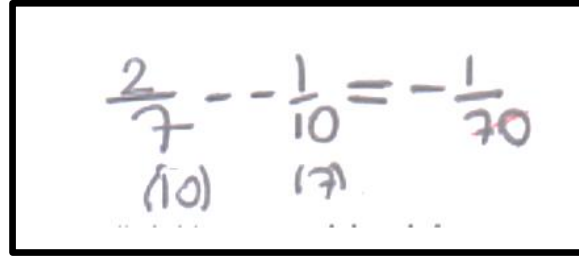
Şekil 4.1.64. Rasyonel sayı problemlerini matematiksel ifade edememe ve problemi günlük hayatla ilişkilendirememe (B23)

Şekil 4.1.65'te B23 kodlu teze ait ‘negatif tam sayılı kesirleri sıralarken bileşik kesre çevirme’ kavram yanılığına ait öğrencin farklı cevaplarında görülen kavram yanılıklarına yer verilmiştir.



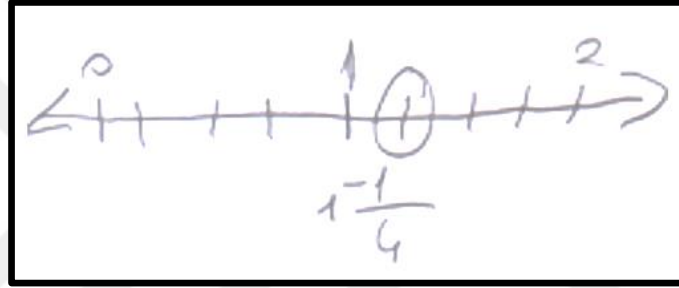
Şekil 4.1.65. Negatif tam sayılı kesirleri sıralarken bileşik kesre çevirme (B23)

Şekil 4.1.66’da B51 kodlu tezde verilen ‘*toplama işlemini yaparken paydaları eşitleme gereği duymama*’ kavram yanılıgısına ait katılımcılara ait cevaplara yer verilmiştir.


$$\frac{2}{7} + \frac{1}{10} = \frac{1}{70}$$

Şekil 4.1.66. Toplama işlemini yaparken paydaları eşitleme gereği duymama (B51)

Şekil 4.1.67’ de B51 kodlu tezde verilen ‘*rasyonel sayılarda sayı doğrusunda yön belirleyememe*’ kavram yanılıgısına ait öğrencilere ait veriye yer verilmiştir.



Şekil 4.1.67. Rasyonel sayılarda sayı doğrusunda yön belirleyememe (B51)

4.1.1.17. Karmaşık sayılar ile ilgili kavram yanılıgıları

B34 ve B49 kodlu lisansüstü tezlerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanılıgılarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılıgıları; karekökün içi negatif olmaz şeklinde düşünme (B34), reel sayılar kümesinde olan bir kuralı karmaşık sayılar üzerinde genelleme (B34), *öğrenciler reel katsayılı olmayan ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulamama* (B34), karmaşık sayıda işlemlerde reel sayılar gibi düşünme (B34), kompleks sayının modülü kavramını anlayamama (B49) konularında olduğu belirlenmiştir.

B34 ve B49 kodlu tezde kavram sayılarla ilgili katılımcı örneklerine yer verilmezken, tezlerde öğrencilere yöneltilen soruların cevapları yüzde değerleri ile belirtilmiştir.

4.1.1.18. Toplama ve Çıkarma ile ilgili kavram yanılıgıları

B61 kodlu lisansüstü tezlerde toplama ve çıkarma ile ilgili kavram yanılıgılarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılıgıları; ‘*toplama işleminde saymaya birinci terimden başlama*’,

'sıfırı toplamı artıran sayı olarak düşünmek', 'eşitliği tek taraflı olarak düşünme', 'yer tutucu sembollerine farklı anlamlar yüklemek', 'terimlerin birbiri ile ilişkisini göz ardı etme', 'toplama işleminde farklı terimlerin toplanılması' olarak bulunmuştur.

Aşağıda 'eşitliği tek taraflı olarak düşünme' kavram yanılıgısına ait öğrenci cevapları Şekil 4.1.68 ile verilmiştir.

..... Ö14 : 9 ile 8 doğru. A : 9 ile 8'in nesi doğru? Ö14 : Onlar toplanabilir sayılar. A : Peki 17 ve 7 ile ilgili bir fikrin var mı? Ö14 : Onları toplarsak. A : Peki bu eşitlik doğru mu? Ö14 : Sol taraf doğru sağ taraf yanlış.	A : Bu eşitlik doğru mu? Ö2 : Hayır. A : Neden ? Ö2 : Eşitlik hepsi birbirine eşit değil. A : Eşitliğin doğru olması için nasıl olması gerekirdi, yazar mısın? Ö2 :(yazamadı). Ö2 : Doğru. A : Neden? Ö2 : 4 ile 5'i toplayınca 9 eder. A : 9 eder.
---	---

Şekil 4.1.68. Eşitliği tek taraflı olarak düşünme (B61)

4.1.1.19. Kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili kavram yanılıgıları

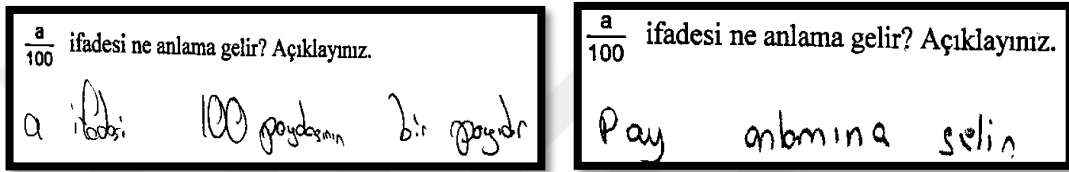
B3 kodlu lisansüstü tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanılıgılarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılıgılarının aşağıdaki gibi oldukları bildirilmiştir:

1. Bir kesrin yarısının bulunması istendiğinde kesrin $\frac{1}{2}$ kesrine bölünmesi gerektiğinin düşünülmesi ve yarım kavramının her durumda $\frac{1}{2}$ olarak düşünülmesi
2. Referans alınan bütün ne olursa olsun referans alınan aynı kesirlerin belirttikleri miktarın aynı olduğunun düşünülmesi
3. Kesirlerde çarpma işleminin tam sayılarda olduğu gibi her zaman sayının değerini büyütmesi gerektiğinin düşünülmesi
4. Bileşik kesirleri parça-bütün şeklinde gösterirken, bütünü pay kadar parçaya bölme
5. Parça -bütün ilişkisinde, bütünü oluşturan parçaların eşit büyüklükte olması gerektiğini anlayamama
6. Kesir sayısını, sayı doğrusu üzerinde gösterirken 0-1 aralığını paydanın bir eksiği kadar parçaya bölme, kesir sayısını
7. Sayı doğrusu üzerinde gösterirken 0-1 aralığını paydanın bir fazlası kadar parçaya bölme

Yukarıda kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilişkili belirtilen kavram yanlışlarına yönelik B3 kodlu tezde katılımcı ifadelerine yer verilmediği gözlemlenmiştir.

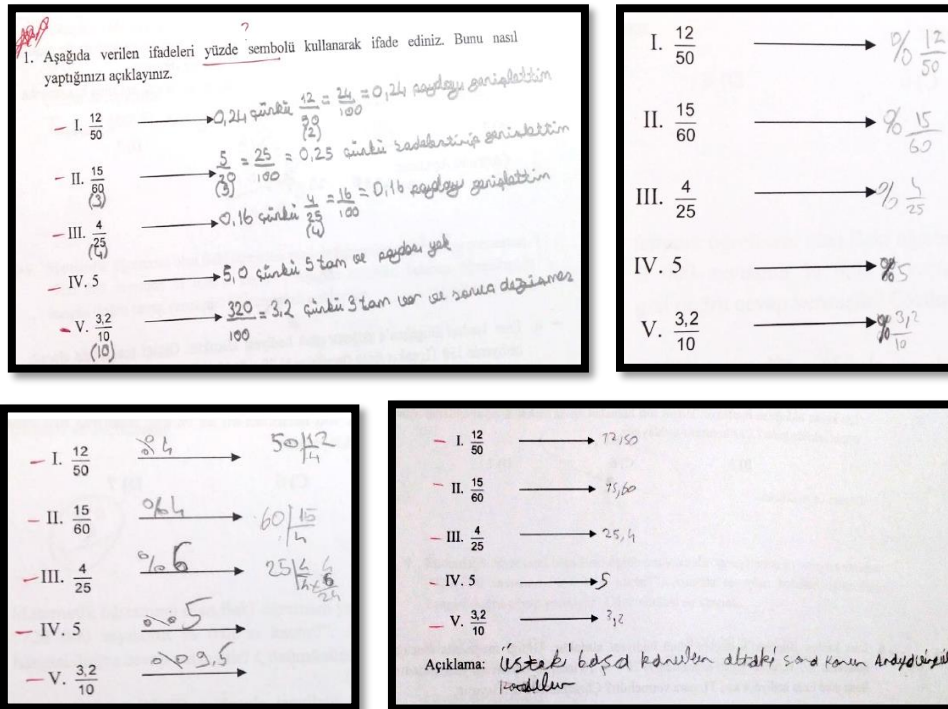
4.1.1.20. Yüzdeler ile ilgili kavram yanlışları

B7 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; verilenleri doğru adlandırmama, yüzdeler konusunu ondalık sayılar ve kesirler ile ilişkilendirememe, oran orantı konusunu ile yüzde konusunu ilişkilendirememe olarak görülmektedir. Aşağıda Şekil 4.1.69 'te B7 kodlu tezde bulunan katılımcıların kendilerine verilenleri anlamlandıramadıkları örnekler verilmiştir.



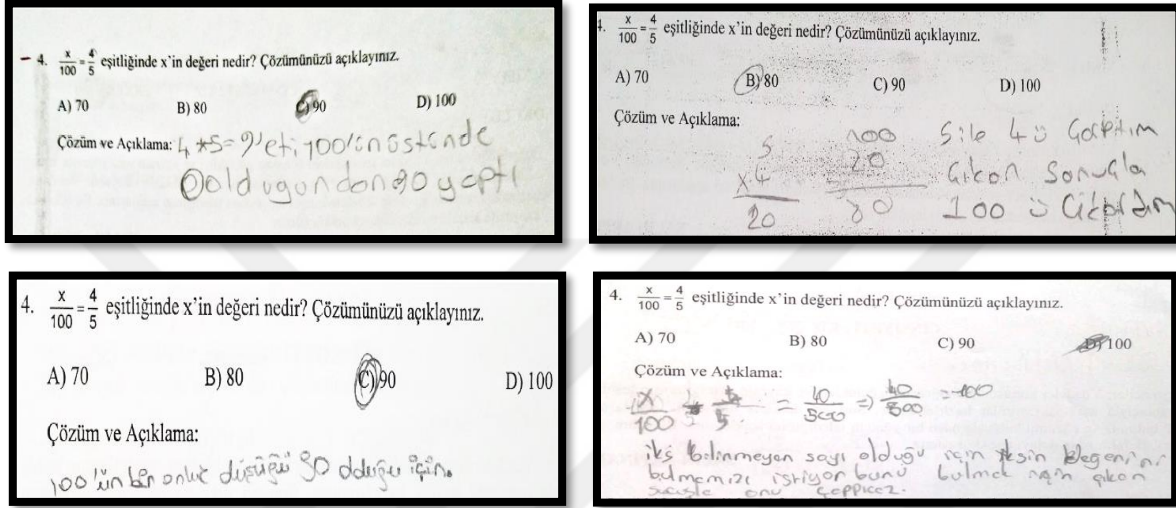
Şekil 4.1.69. Verilenleri anlamlandıramama yanlışları örneği

B7 kodlu tezde katılımcıların ondalık gösterimini buldukları kesir ifadelerini yüzde olarak gösteremedikleri ve kesirlerin önüne yüzde sembolünü yazarak, herhangi bir ilişki kurmadan yüzde sembolü kullanarak ifade ettikleri Şekil 4.1.70 ile görülmektedir.



Şekil 4.1.70. Yüzdeler konusunu ondalık sayılar ve kesirler ile ilişkilendirememe

B7 kodlu tezde katılımcıların oran-orantı konusunu yüzde ile ilişkilendiremedikleri kavram yanlışları ortaya çıkmıştır. Bu durum katılımcıların verilen pay ve paydadaki sayıların toplanması sonucu elde edilen yeni sayının katı olacağına, verilen pay ve paydaların çarpılarak 100'den çıkarılmasıyla elde edileceğine, verilen pay ve payda arasındaki fark kadar bir onluk kadar fark olacağına ve bilinmeyi bulmak için karşılıklı payların ve payların çarpılması ile sonucun elde edileceğine ilişkin ortaya çıkan kavram yanlışları Şekil 4.1.71 ile görülmektedir.



Şekil 4.1.71. Oran-orantı ve yüzdeler konularının ilişkilendirilememesi yanlışlarına örnekler

4.1.1.2. Oran orantı ile ilgili kavram yanlışları

B8 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *sıfır ile sıfırdan farklı pozitif bir tamsayının da oran oluşturacağını düşünememe, oran kavramını bir bölme işlemi olarak değerlendirme, kesir sayılarının aynı zamanda birer oran olduğunu düşünme, orantıyı oluşturan terimlerden içler ve dışlar kavramlarını bilmeme, bir bütünü üçe beş oranında ayırma işlemi bütünün beşte üçünü bulma olarak algılama, bir orantıda, içler ve dışlar kendi aralarında yer değiştirdiğinde eşitlik bozulmadığı için orantı sabitinin de değişmeyeceği şeklinde düşünme, çarpımları sabit olan iki çokluğun arasında ters orantı olduğunu ve bölümleri sabit olan çoklukların arasında doğru orantı olduğunu yorumlayamama* olarak belirlenmiştir. Aşağıda bu kavram yanlışları örnekleyen B8 kodlu tezdeki katılımcı ifadeleri yer almaktadır (Şekil 4.1.72).

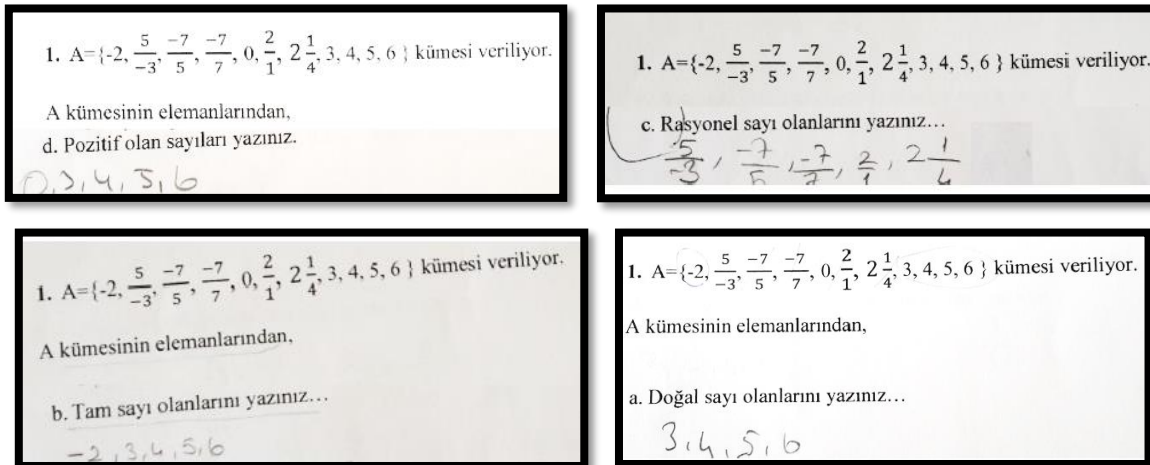
9. Totoloji ve çelişki kavramlarını karıştırma
10. İki yönlü koşullu önermeler ile koşullu önermeleri karıştırma
11. İki yönlü koşullu önermelerin de koşullu önermeler ile aynı özelliklere sahip olduğunu düşünme
12. Açık önermenin verilen bir değer için bulunan sonucu direkt olarak doğruluk değerini kabul etme
13. Açık önermenin verilen bir değer için buldukları sonucu soruda verilen yerine değişkene verilen değerle kıyas yapma
14. Açık önermenin verilen bir değer için bulunan sonucu soruda verilen değer yerine değişkene verilen değerle kıyas yapma
15. Her ve bazı niceleyicilerinin birbirinin olumsuzu olarak kabul edilirken verilen eşitlik veya eşitsizliklerin olduğu gibi kalacağını düşünme
16. Niceleyicilerin olumsuzunun da aynı niceleyici olarak kaldığı ve sadece verilen eşitlik veya eşitsizliğin olumsuzunun alınması gerektiğini kabul etme
17. Bileşik önermelerde dağılma özelliğini her bağlaç için uygulanabilir olduğunu düşünme
18. Dağılma özelliğinde dağılımı yapan önermenin hangi bağlaçla dağılmayı yapacağını karıştırma
19. Bileşik önermelerde dağılma özelliğinin ' \leftrightarrow ' bağlacı için kullanılabileceğini düşünme
20. \leftrightarrow Bağlacının ' \rightarrow ' bağlacıyla aynı özelliklere sahip olduğunu düşünme
21. İki yönlü koşullu önermeler ile koşullu önermeleri koşullu önermeler ile yazmanın ' \vee ' bağlacı ile sağlanabileceğini kabul etme
22. Sözel olarak verilen önermelerde ifadeyi matematiksel olarak belirtirken ' \wedge, \vee ' bağlaçlarını karıştırma
23. Kullanılan bağlaçların özelliklerini sözel ifadeye uyarlamada olumsuz ifadelerin sadece ' \neg ' olarak yazılabileceğini düşünme
24. Önermeleri birbirinden bağımsız düşünerek verilen önerme sayısını iki ile çarparak sonuca ulaşma
25. Verilen önerme sayısının doğruluk değerini değiştirmeyeceği düşüncesi ile verilen önerme ne kadar olursa olsun doğruluk değerleri için yalnızca iki farklı durum olacağını düşünme
26. Bir önermenin karşıt tersini, tersi olarak düşünme veya bir önermenin karşıt tersini karşıtı gibi düşünme

27. Aksiyom kavramını tanım, teorem, totoloji gibi ana konunun diğer kavramlarıyla karıştırma
28. Koşullu önerme ile verilen bileşik önermelerde, koşullu önermelerin tersi, karşıtı ve karşıt tersini karıştırma
29. ‘ \wedge ’ bağlacının özelliklerini karıştırma, bir önermenin olumsuzunun tek kuvvet özelliğiyle aynı olduğunu düşünme
30. De Morgan Kurallarını bulurken ‘ \wedge ’, ‘ \vee ’ bağlaçlarının özelliklerinin bu kurallarda farklı olabileceğini düşünme

olarak belirlenmiştir. B11 kodlu tezde belirtilen bu kavram yanlışlarına ilişkin katılımcı ifadelerine yer verilmediği belirlenmiştir.

4.1.1.23. Sıfır ile ilgili kavram yanlışları

B13 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışlarının genellikle elemanı olduğu kümelerin belirlenmesi ile ilgili, sıfır sayısının işlevleri ve yapısı ile ilgili ve farklı matematiksel konularda özellikle işlem yaparken ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Buna göre B13 kodlu tezde *sıfırın elemanı olduğu kümeler ile ilgili kavram yanlışları; sıfır sayısını pozitif sayılar kümesinin bir elemanı olarak kabul etme, rasyonel sayılar kümesinin bir elemanı olması, tam sayılar kümesinin bir elemanı olması, doğal sayılar kümesinin bir elemanı olması* ile ilgili kavram yanlışları şeklinde adlandırılmıştır (Şekil 4.1.73).



Şekil 4.1.73. Sıfır sayısının işlevi ve yapısı ile ilgili kavram yanlışları

Sıfır ile ilgili diğer kavram yanlışlarının farklı matematiksel konularda özellikle işlem yaparken ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Buna göre bunlar *birinci dereceden bir bilinmeyenli*

denklemlerin çözüm kümesini bulurken, aritmetik ortalama hesabı yaparken, bir sayının kuvvetini alırken (0. kuvvet), mutlak değerli ifadelerde işlem yaparken, rasyonel sayılarda payı sıfır olan bir rasyonel sayı ile bir başka rasyonel sayının paydalarını eşitlerken, bir rasyonel sayıyı sıfır sayısı ile bölerken veya çarparken ortaya çıkan kavram yanlışlarıdır.

Tablo 4.12. Sıfır ile ilişkili işlem yaparken ortaya çıkan kavram yanlışları

İşlemler	Katılımcı ifadeleri
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünde 0 ile ilgili kavram yanlışları	
Aritmetik ortalama hesabı yaparken	
Bir sayının kuvvetini alırken	
Mutlak değerli ifadelerde işlem yaparken	
Bir rasyonel sayıyı sıfır sayısı ile bölerken veya çarparken	

Sıfır ile ilişkili kavram yanlışlarının bazıları ise sıfır sayısının işlevi ve yapısı ile ilgilidir. Buna göre bunlar sıfır sayısının bir miktar belirttiğinin düşünülmesi, boş kümenin

eleman sayısının ifade edilmesi, ondalık sayılarda 0 sayısının basamak konumuna göre değer ifade etmesi, sıfır sayısının çift sayı olduğunun düşünülmemesi yanlışlarıdır.

7. Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını yazınız.

a. $A = \{ \}$ $s(A) = \text{Boş küme}$

b. $B = \{ 0 \}$ $s(B) = \dots 1$

c. $C = \{ 0, 1, 2 \}$ $s(C) = \dots 3$

7. Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını yazınız.

a. $A = \{ \}$ $s(A) = \dots$

b. $B = \{ 0 \}$ $s(B) = \dots 0$

c. $C = \{ 0, 1, 2 \}$ $s(C) = \dots 0, 1, 2$

7. Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını yazınız.

a. $A = \{ \}$ $s(A) = \dots \text{Boş küme } 0$

b. $B = \{ 0 \}$ $s(B) = \dots 1$

c. $C = \{ 0, 1, 2 \}$ $s(C) = \dots 3$

1. $A = \{-2, \frac{5}{-3}, \frac{-7}{5}, \frac{-7}{7}, 0, \frac{4}{1}, 2\frac{1}{4}, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi veriliyor.

A kümesinin elemanlarından,

g. Çift sayıları yazınız. $-2, 4, 6, \frac{2}{1}, 2\frac{1}{4}$

Şekil 4.1.74. Sıfır sayısının işlevi ve yapısı ile ilgili kavram yanlışları

4.1.1.24. Lineer Cebir ile ilgili kavram yanlışları

B16 kodlu tezde lineer cebir ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları B16 kodlu tezde aşağıdaki gibi sıralanmıştır (Şekil 4.1.75).

- ❖ Vektör uzayı aksiyomlarını karıştırma veya dağınık olarak kullanma,
- ❖ Alt uzay ile üst uzayı soyut olarak birbirinden ayıramama,
- ❖ Alt uzay ile vektör uzayını karıştırma,
- ❖ Skaler toplamı ile vektörler toplamını birbirine karıştırma,
- ❖ Köşegen matrisini bilememe,
- ❖ Tanımlanan elemanlardan, hangisini hangi kümeye ait olduğunu karıştırma
- ❖ Bir kümenin ürettiği kümenin vektör uzayı olacağını görememe,
- ❖ Bir kümeyle bu kümenin ürettiği kümeyle karıştırma,
- ❖ Lineer bağımlı yada bağımsız olmanın üzerinde çalışılan cisme göre değişeceğini bilememe,

- ❖ Alınan skalerin üzerinde çalışılan cisme göre değişeceğini bilememe,
- ❖ İki vektör uzayın eşitliğini, iki kümenin eşitliği bilgisinden faydalanılarak gösterememe,
- ❖ Taban olma kriterlerini bilememe,
- ❖ n – boyutlu bir vektör uzayı için n – elemanlı bir alt kümenin taban olma kriterlerinden yalnızca bir tanesinin sağlanmasının yeterli olacağını uygulayamama,
- ❖ Bir koordinat vektörünün taban vektörlerini sıralamasına bağlı olarak bulunduğu farkında olmama,

- ❖ Bir tabandan diğerine geçiş matrisini bulurken hangi taban vektörlerini diğer taban vektörlerini bir lineer bileşimi olarak yazılacağını karıştırmama,
- ❖ Verilen bir kümenin bağımsız olup olmadığını kontrol etmenin gerekliliğinin farkında olamama,
- ❖ Lineer bağımsız bir kümeye, lineer bağımsızlığı bozulmayacak şekilde bir vektör ekleyememe,
- ❖ Bir vektörün bağımlı ve bağımsız değişkenlerin birbirinden ayırt edememe gibi kavram yanlışları ortaya çıkmıştır.

Şekil 4.1.75. Lineer Cebir ile ilişkili kavram yanlışları

Şekil 4.34 ile verilen katılımcıların vektör uzayı aksiyomlarını karıştırmama veya dağınık kullanma kavram yanlışlığı ve alt uzay ile üst uzay soyut olarak birbirinden ayırt edememe kavram yanlışlığı B16 kodlu tezde aşağıdaki gibi bir kanıt sunulmuştur (Şekil 4.1.76):

$$W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$$

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

$$w_1 + u_1 \in M_n(R)$$

$$\alpha \cdot w_1 \in R$$

- 1) Abel grup
- 2) $1 \cdot u_1 = u_1 \in M_n(R)$
- 3) $0 + u_1 = u_1 \in M_n(R)$
- 4) $(u_1 + u_2) \cdot c = c u_1 + c u_2$
- 5) $(u_1 \cdot w_1) \cdot w_2 = u_1 (w_1 \cdot w_2) \in M_n(R)$

Öğrencilerin 5'i vektör uzayını alt uzay ile karıştırmışlardır. Abdurrezzak'ın çözümünden bu kavram yanlışlığını görebiliriz [Bkz. Ek 5].

- 1) $0 \in R$ olmalı yani $m_n(R) \neq \emptyset$
 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in m_n(R)$ olduğundan $m_n(R) \neq \emptyset$
- 2) $\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x+y)_{11} & (x+y)_{12} \\ (x+y)_{21} & (x+y)_{22} \end{bmatrix} \rightarrow$
 $a + b \in R$ olmak üzere $\begin{bmatrix} (x+y)_{11} & (x+y)_{12} \\ (x+y)_{21} & (x+y)_{22} \end{bmatrix} \in m_n(R)$
- 3) $\alpha \in R$ olmak üzere $\alpha \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} =$
 $\begin{bmatrix} \alpha x_{11} & \alpha x_{12} \\ \alpha x_{21} & \alpha x_{22} \end{bmatrix} \in m_n(R)$ olduğundan alt uzaydır

Soruda vektör uzayıdır sorulmasına rağmen Abdurrezzak alt uzay olduğunu göstermeye çalışarak kavram yanlışlığına düşmüştür.

Şekil 4.1.76. Lineer Cebir kavram yanlışları örneği-1

Bir başka kavram yanlışlığı olan bir kümenin ürettiği kümenin vektör uzayı olacağını görememe kavram yanlışlığı B16 kodlu tezde aşağıdaki gibi bir örnekle belirtilmiştir (Şekil 4.1.77):

Öğrencilerden 7'si bir kümenin ürettiği kümeyi taban ile karıştırdıklarından hatalı cevaplar vermişlerdir. Bu yanlışlığı Güzin'in çözümünde görebiliriz [Bkz Ek 18].

$$A = \{1, x\} \Rightarrow c_0 + c_1x = 0 \quad \forall ci = 0 \text{ olduğundan lineer bağımsız}$$

$$P_1(x) = c_0 + c_1x = 0 \quad \forall ci = 0 \text{ dir.}$$

$$c_0 + c_1x = \alpha_0 + c_1x \quad \text{o halde } A, P_1(x) \text{ 'i geçer}$$

$$P_1(x) \leq P_2(x)$$

Burada Güzin $P_1(x) \leq P_2(x)$ göstermiş olmasına rağmen A'nın ürettiği uzayı taban olma kurallarına göre çözerek yanlışlığa düşmüştür.

Şekil 4.1.77. Lineer Cebir kavram yanlışları örneği-2

Örneklerden görülebileceği ve B16 kodlu tezde belirtildiği gibi katılımcılar Lineer Cebir ile ilişkili anahtar öneme sahip pek çok kavram hakkında kavram yanlışlığına sahiptir denebilir.

4.1.1.25. Problem Çözme ile ilgili kavram yanlışları

B29 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *matematiksel ifade-sözel ifadeye yönelik kavram yanlışları, problemde aynı kavramı farklı yerlerde görme, problemin sayılarının değişmesi, problemin birimlerinin değişmesi, izledikleri mekanik yol dışına çıkılması, problem cümlesinde kelimeler eklenip çıkarılması veya değiştirilmesi* olarak adlandırılmıştır. Buna göre B29 kodlu tezde katılımcıların matematiksel ifade yerine sözel ifade veya tam tersi verildiğinde kavram yanlışlarının ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Aşağıda bu durumu örnekleyen katılımcı problem çözme durumları yer almaktadır (Şekil 4.1.78).

1) Yarısının yarısı 60 olan sayı kaçtır?

$\frac{60}{2} = 30$ yarısı $\frac{30}{2} = 15$ yarısının yarısı

$\frac{60}{2} = 30$
 $\frac{30}{2} = 15$

7) 360 sayısının $\frac{1}{8}$ 'inin $\frac{16}{5}$ 'i kaçtır?

$\frac{1}{8} + 3 \frac{1}{5} = 3 \frac{2}{40}$

$\frac{360}{40} = 9$
 $9 \times 2 = 18$
 $18 - 3 = 15$

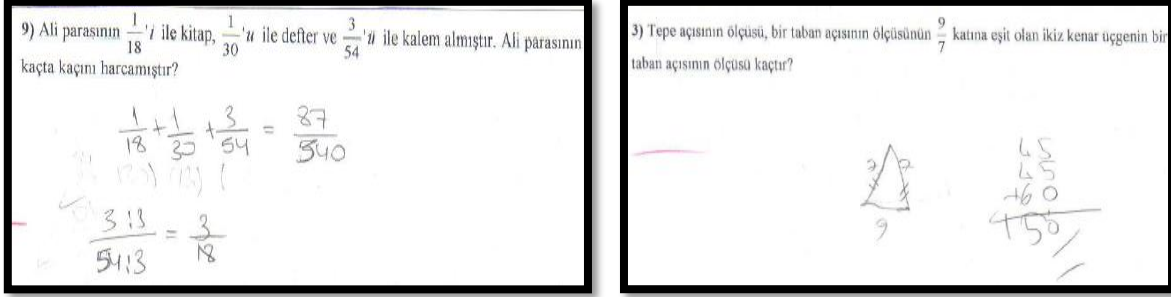
1) Bir bisikletli gideceği yolu yarısının yarısını, yarım saatte gitmiştir. Bisikletli yolun tamamını kaç dakikada gider?

Yolun yarısının yarısı 30 dakiyle geyreğidir. Yolun tamamı 4 geyreğidir.

$30 \times 4 = 120$

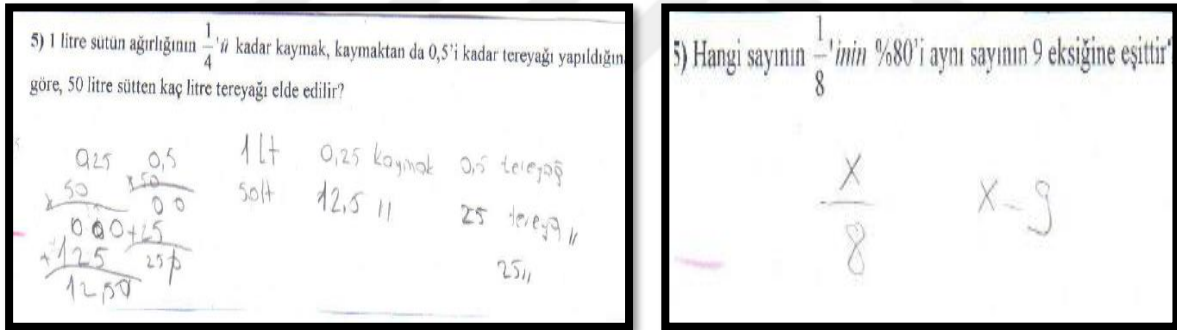
Şekil 4.1.78. Matematiksel-Sözel ifade durumunda katılımcıların kavram yanlışları

B29 koldu tezde katılımcıların bir problemde aynı kavramı farklı yerlerde görmeleri durumunda da bazı kavram yanlışlarının ortaya çıktığı bildirilmiştir. Bu durumu örnekleyen katılımcıların problem çözme durumları Şekil 4.1.79 ile verilmiştir.



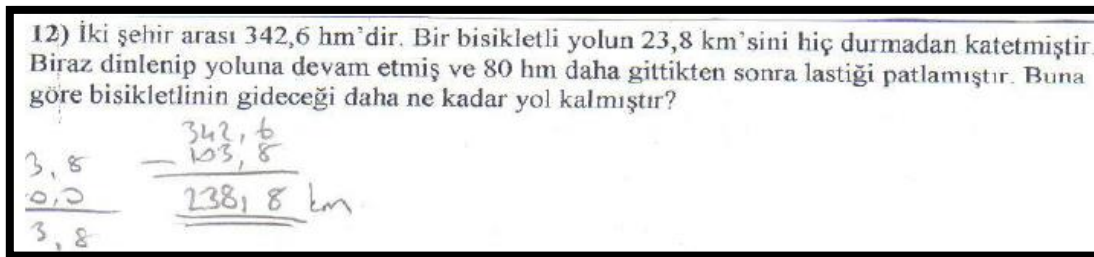
Şekil 4.1.79. Aynı kavramın farklı yerlerde görülmesi durumunda ortaya çıkan kavram yanlışları

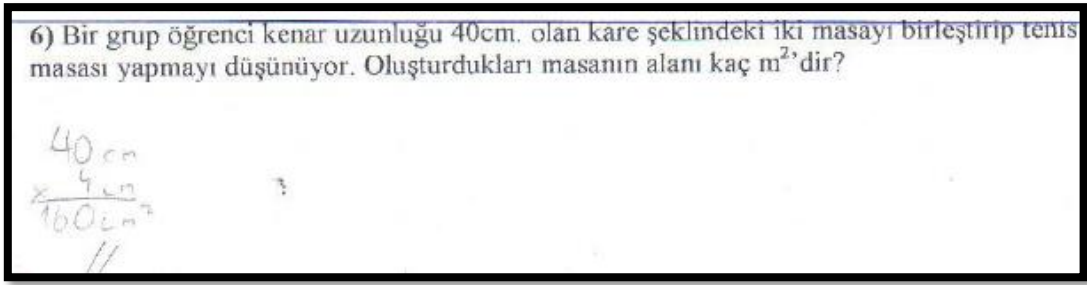
B29 kodlu tezde katılımcıların problemin sayılarının değişmesi durumunda bazı kavram yanlışlarının ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Bu durumu örnekleyen katılımcıların problem çözme durumları Şekil 4.1.80 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.80. Problemin sayılarının değişmesi durumunda ortaya çıkan kavram yanlışları

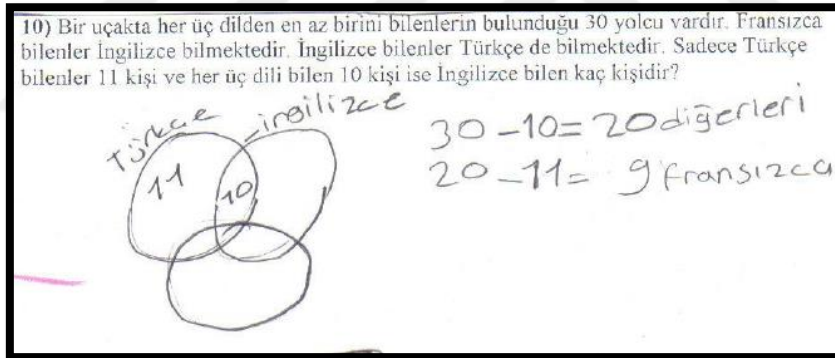
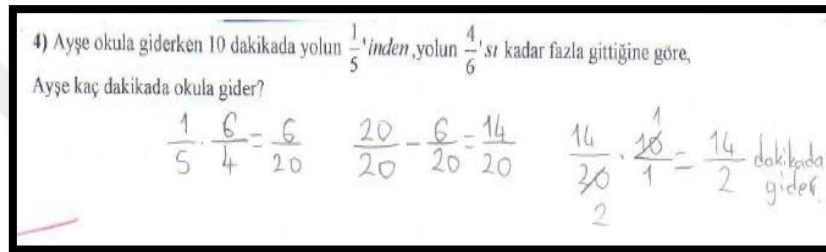
B29 kodlu tezde katılımcıların problemin birimlerinin değişmesi durumunda bazı kavram yanlışlarının ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Bu durumu örnekleyen katılımcıların problem çözme durumları Şekil 4.1.81 ile verilmiştir.





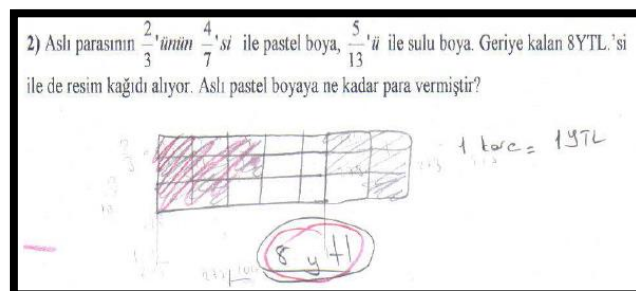
Şekil 4.1.81. Problemin birimlerinin değişmesi durumunda ortaya çıkan kavram yanlışları

B29 kodlu tezde katılımcıların izledikleri mekanik yol dışına çıkılması durumunda bazı kavram yanlışlarının ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Bu durumu örnekleyen katılımcıların problem çözme durumları Şekil 4.1.82 ile verilmiştir.



Şekil 4.1.82. İzlenen mekanik yol dışına çıkılması durumunda ortaya çıkan kavram yanlışları

B29 kodlu tezde katılımcıların problem cümlesinde kelimeler eklenip çıkarılması veya değiştirilmesi durumunda bazı kavram yanlışlarının ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Bu durumu örnekleyen katılımcıların problem çözme durumları Şekil 4.1.83 ile verilmiştir.



2) Bir yolcu otobüsü, benzin deposu dolu olarak Sakarya otobüs terminalinden İzmir'e doğru yola çıkıyor. Balıkesir'e geldiğinde deposunun $\frac{9}{10}$ 'u boşalıyor. Balıkesir'den 360 litre benzin alarak deposunun yarısını dolduruyor. Bu otobüsün deposu kaç litreliktir?

$$\begin{array}{r} 360 \text{ } | 9 \\ -36 \text{ } | 40 \\ \hline 000 \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \times 10 = 400 \\ 400 \times 2 = 800 \end{array}$$

Şekil 4.1.83. Problem cümlesine kelimeler eklenip çıkarılması veya değiştirilmesi durumunda ortaya çıkan kavram yanlışları

4.1.1.26. İrrasyonel Sayılar ile ilgili kavram yanlışları

B32 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *irrasyonel sayıları virgülden sonra basamakları devam eden sayılar olarak algılama ama düzenli (devirsiz) devam edip etmemesinin öneminden haberdar olmama, pi sayısının reel sayı olduğunun farkında olmama, $\sqrt{2}$ sayısının reel sayı olduğunu bilmeme, irrasyonel sayıları kök içinde olan sayılar olarak algılama, π nin $22/7$ 'ye eşit olduğunu ve rasyonel sayı olduğunu iddia etme, $\sqrt{2}$ 'nin rasyonel olduğunu iddia etme, irrasyonel sayıları köklü sayılar olarak düşünme, irrasyonel sayıları kompleks sayı olarak düşünme, kompleks sayıları irrasyonel sayı olarak düşünme, irrasyonel sayıların rasyonel sayıları kapsadığını düşünme, irrasyonel sayıların rasyonel sayılardan daha fazla olacağını düşünme, irrasyonel sayı kümesinin sayılabilir olduğunu düşünme* olarak adlandırıldığı belirlenmiştir.

B32 kodlu tezde irrasyonel sayılar ile ilgili katılımcılara ait örnekler verilmezken, öğrencilerden alınan cevaplar toplu olarak yorumlanıp tablo oluşturulmuştur. Ayrıca bu tablolar yorumlanarak kavram yanlışlarına dair bilgiler verilmiştir. Aşağıda Şekil 4.1.84 ile öğrenci cevaplarına dair yapılan yorumlamadan kesit verilmiştir.

Öğrencilerin çoğunda rasyonel sayı, irrasyonel sayı, reel sayı ve tamsayıların hangi sayılar olduğu konusunda da eksikliklerin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin bazıları irrasyonel sayıların aynı zamanda reel sayılar olduğunu düşünmemektedirler.

Şekil 4.1.84. B32 kodlu tezde katılımcı cevaplarına ilişkin yorumlar

4.1.1.27. Limit ile ilgili kavram yanlışları

B35 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları; *limitin $\varepsilon - \delta$ tanımı ile ilgili kavram yanlışları, limit kavramı tanımı ile ilgili*

kavram yanlışları, *fonksiyonun bir noktadaki limitinin varlığı ile ilgili kavram yanlışları, sağ ve sol limit kavramları ile ilgili kavram yanlışları, limit ve süreklilik kavramları arasındaki ilişki ile ilgili kavram yanlışları, bir fonksiyonun bir noktada tanımlı olması ile ilgili kavram yanlışları, fonksiyon grafiklerinin çizimi ve ∞ kavramının anlaşılması ve işlemlerde kullanılması ile ilgili kavram yanlışları* şeklindedir. Aşağıda B35'in limit kavramı ile ilişkili tespit ettiği kavram yanlışlarına yönelik örnek öğrenci ifadeleri sunulmuştur (Şekil 4.1.85).

<i>Genel limit tanımı. Yani $f(x) = l$ fonksiyonunun δ 'da limiti vardır ve l 'dir.</i>	$\varepsilon - \delta$ tanımını yanlış anlama	<i>Fonksiyonun x_0 noktasında limitinin olduğunu ve bu noktada tanımlı olduğunu ifade eder.</i>	Fonksiyonun bir noktadaki limiti ile fonksiyonun o noktadaki değerinin aynı şeyler olduğunu düşünme
<i>x_0 sayısına yakın öyle bir reel sayı var ki bu da l 'dir.</i>	$\varepsilon - \delta$ tanımını yanlış anlama	<i>$f(x)$ fonksiyonu x_0 'da sürekli anlamındadır. Ayrıca $f(x_0) = l$ 'dir.</i>	Limiti hem süreklilik hem de o noktada fonksiyonun değeri ile aynı olduğunu düşünme
<i>x giderken x_0 'a eğer fonksiyon tanımlanabiliyorsa ve bu da l ise fonksiyonun limiti l 'dir.</i>	Limitin olabilmesi için fonksiyonun o noktada tanımlı olması gerektiğini düşünme	<i>x_0 'in δ komşuluğunda $f(x)$ fonksiyonunun değeri l 'dir.</i>	$\varepsilon - \delta$ tanımını anlayamama
<i>x 'in x_0 komşuluğundaki değeri her $\varepsilon > 0$ sayısından küçük olabilir.</i>	$\varepsilon - \delta$ tanımını yanlış anlama	<i>x noktasının x_0 noktasına olan uzaklığının belirlediği pozitif bölgeye karşılık $f(x)$ değerinin de $f(x_0)$ değeri ile olan uzaklığının pozitif olduğu anlamına gelir.</i>	$\varepsilon - \delta$ tanımını anlayamama
<i>$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ 'dir yani x_0 noktasında süreklidir.</i>	Süreklilik ile limit aynı kavramlar olarak algılama	<i>x_0 'in δ komşuluğu anlatılmak isteniyor.</i>	$\varepsilon - \delta$ tanımını anlayamama
<i>Düzenli süreklilik tanımıdır.</i>	Limit ile düzenli süreklilik kavramlarını aynı olarak algılama	<i>$f(x_0)$ 'in limiti l 'dir. x, x_0 'a yaklaştığında $f(x)$ 'in limiti l 'dir.</i>	Dikkatsizlik
<i>Limit kavramı. f fonksiyonunun x_0 'daki değeridir.</i>	Fonksiyonun bir noktadaki limiti ile fonksiyonun o noktadaki değerinin aynı şeyler olduğunu düşünme		

Şekil 4.1.85. Limit ile ilişkili kavram yanlışlarına örnekler

4.1.1.28. Analitik Geometri ile ilgili kavram yanlışları

B36 kodlu tezde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları;

1. İki vektörün standart iç çarpımı sonucunda bir vektör elde edileceğinin düşünülmesi
2. $\vec{x} = \frac{\vec{b}}{a}$ şeklinde yazıp \vec{a} ile \vec{b} orantılı olmasının sonucunda bulunacağını belirterek vektörlerde bölme işlemi yapma
3. R^2 'de nokta yerine R^3 'de doğru, R^2 'de doğru yerine R^3 'de düzlem kavramlarının karşılık geleceğini kavrayamama ve bu kavramları boyutlara göre ilişkilendirememe
4. İki katlı vektörel çarpım ile karma çarpımın karıştırılması
5. Eşitliğin olmamasının nedenini iki vektöründe sıfır vektörü olmamasına bağlanması

6. Vektörlerle işlem yapıldığı için skalerlerle işlem yaparken elde edilen eşitliğin elde edilemeyeceğinin, hiçbir zaman sayıların mutlaklarının çarpımı ile çarpımlarının mutlağının aynı şeyi ifade etmemesi savunulması
7. R^2 ve R^3 ile ilgili bilgilerin karıştırılması
8. \vec{a} ve \vec{b} , \vec{c} ve \vec{d} aynı düzlemde olmalı şeklinde düşünülmesi
9. R^3 'te geometrik bölme olmaz şeklinde düşünülmesi
10. Doğru denklemini düzlem denklemi gibi düşünüp doğrultu vektörünü $\vec{u} = (a, b)$ yazılması
11. Nokta kavramı ile vektör kavramı arasındaki ilişki kurulamaması
12. Dik koordinat sistemi ile eğik koordinat sistemi arasındaki ilişki kuramaması
13. Düzlem ile doğru denklemlerini karıştırılması
14. Verilen \vec{a} ve \vec{b} Gibi iki vektörün farkını bulurken $\overrightarrow{a - b}$ gösterimini kullanma
15. Doğrultman kosinüslerinin açıları arasındaki ilişkinin kavranamaması
16. Yönlü doğru parçaları ile vektörler arasındaki ilişkinin anlaşılabilmesi
17. Doğrunun doğrultu vektörünü, düzlemin normal vektörü sanma
18. Özel düzlemlere paralel olan düzlem denklemlerini bulurken normal vektörleri bulamama
19. Doğrunun doğrultu vektörü ile düzlemin normal vektörünün arasındaki açıyı bulurken, düzlemin normal vektörünün düzleme dik olduğu fakat doğrunun doğrultu vektörünün doğruya paralel olduğunun unutulması
20. Katsayıları eşitlemeden, paralel düzlemler ile ilgili işlem yapma
21. Doğrunun doğrultu vektörü ile, doğrultman kosinüslerinin arasındaki ilişkiyi tam olarak kavrayamama

olarak belirlenmiştir.

B36 kodlu tezde Analitik geometri ile ilgili katılımcı yanıtlarına yer verilmez iken, elde edilen veriler yorumlanarak verilmiştir. Şekil 4.1.86'de görüldüğü gibi yorumlanan bir soruya ait 'İki vektörün standart iç çarpımı sonucunda bir vektör elde edileceğinin düşünülmesi' kavram yanılgısı belirtilmiştir.

1. soru, amaç 7'nin 1. kazanımıyla ilgilidir(bakınız tablo1). Burada yapılan hata herhangi iki vektörün standart iç çarpımının yine bir vektör çıkacağına düşünülmesi ve bu denklemin her türlü doğru olacağına söylenmesidir. Öğrencilerde vektörel çarpım ile iç çarpımı karıştırdıkları için kavram yanılığı fark edilmiştir. 2. soru,1. sorudaki \vec{x} 'nü bulma ile ilgilidir. Bu soruda tümü diyecek kadar çok öğrenci $\vec{x} = \frac{\vec{b}}{\vec{a}}$ şeklinde yazıp \vec{a} ile \vec{b} 'nin orantılı olmasının sonucunda bulunur deyip vektörlerde bölme işlemi yaparak kavram yanılığına düşmüşlerdir.3. soruda öğrencilerden

Şekil 4.1.86. İki vektörün standart iç çarpımı sonucunda bir vektör elde edileceğini düşünme

4.1.1.29. Fonksiyonlar ile ilgili kavram yanılığları

B37 kodlu tezde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanılığlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılığları ve kavram yanılığlarına ilişkin örnekler Tablo 4.13 ile sunulmuştur:

Tablo 4.13. Fonksiyon ile ilgili kavram yanılığlarının sınıflandırılması

Kavram yanılığı	Örnek
Sıralı ikililerin fonksiyonlarla ilişkilendirilmesi kavram yanılığı	$A = \{1,3,5,6\}$ ve $f: A \rightarrow R, f(x) = 2x + 3$ fonksiyonu sıralı ikililer halinde yazılırken, $f(1) = 2.1 + 3 = 5, f(3) = 3.2 + 3 = 9, f(5) = 2.5 + 3 = 13, f(6) = 2.6 + 3 = 15; f(x) = \{(5,1), (9,3), (13, 5), (15,6)\}$ gibi
Tanım, değer ve görüntü kümeleri gibi isimlerin karşılaştırılmasına dayanan yanılığlar	$A = \{1,2,3,4\}$ 'dan $B = \{2,3,4,5,6,7\}$ 'ye tanımlı $f(x) = x + 1$ fonksiyonunun görüntü kümesi istendiğinde A'nın elemanlarını fonksiyonda yerine koymadan görüntü kümesinin B olduğunu belirtme veya görüntü kümesinin $\{a, b, c, d, e, f\}$ olduğunun belirtilmesi
Fonksiyon tanımının anlaşılmasıyla ilgili yanılığlar	İki kümenin kartezyen çarpımının her alt kümesinin bir fonksiyon olabileceğini ve tanım kümesinin elemanlarının eşlenmediği bağıntıların fonksiyon olabileceğini düşünme <ul style="list-style-type: none"> $A = \{1,2,3,4\}$ kümesinden $B = \{a, b, c, d, e\}$'ye tanımlı $\{(a, 4), (c, 1), (e, 3), (d, 2)\}$ ve $\{(a, 4), (a, 2), (c, 1), (e, 3), (d, 2), (b, 3)\}$ bağıntılarının fonksiyon olabileceğini düşünme $x^2 + y^2 = 1$ ifadesinin fonksiyon olacağını ifade etme Parçalı, sürekli olmayan grafikleri fonksiyon olarak düşünmeme
Fonksiyon birebirliği, örtenliği ve fonksiyonların eşitliğiyle ilgili yanılığlar	<ul style="list-style-type: none"> Örtenliği tanım kümesinde eşlenmemiş elemanın olmadığı durumlarda değerlendirme Değer kümesinde eşlenmemiş elemanlar olması durumunda fonksiyonun örten olabileceğini düşünme, Fonksiyonlarda eşitlik kavramını iki fonksiyon arasında değil tek bir fonksiyon için düşünme

Tablo 4.13 devamı

Fonksiyon birebirliği, örtenliği ve fonksiyonların eşitliğiyle ilgili yanılgılar	<ul style="list-style-type: none">• Tanım kümesindeki eleman sayılarının değer kümesindeki eleman sayılarına eşit olması durumunda fonksiyonların eşit olacağını düşünme
Sabit, içine ve birim fonksiyonların karşılaştırılmasına dayanan yanılgılar	<ul style="list-style-type: none">• Tanım kümesinin farklı elemanlarının, değer kümesinin aynı elemanlarına eşlenemeyeceğinin düşünülmesi• Sabit fonksiyonu fonksiyon kategorisine koymama• $y = 4$'ün grafiğinin x –eksenine paralel olmasından ve x'in her değeri için aynı değeri alması nedeniyle fonksiyon olamayacağını düşünme
Fonksiyon grafiğinin yorumlanmasıyla ilgili kavram yanılgıları	<ul style="list-style-type: none">• Grafiği verilen fonksiyonun koordinat sisteminde, fonksiyonun x –eksenini kesmiş olduğu noktayı y –ekseni kesmiş olduğu noktaya eşleyeceğini düşünme• Fonksiyon grafiklerinin orijini tanımlaması gerektiğini düşünme• Fonksiyon grafiklerinin genellikle doğrular gibi doğrusal olmaları gerektiğini düşünme• Fonksiyon grafiklerinin parabol gibi kollarının simetrik olması gerektiğini düşünme
Fonksiyon tersinin yanlış anlaşılmasıyla ilgili yanılgılar	<ul style="list-style-type: none">• Fonksiyonların tersleri olarak fonksiyonların çarpmaya göre terslerini alma / fonksiyonun üzerindeki -1 ifadesini fonksiyonun kuvveti olarak algılanması• $f: R - \{-3/2\} \rightarrow R$ fonksiyonu $f(x) = \frac{x-1}{-2x-3}$ fonksiyonunun tersinin $f^{-1}(x) = \frac{-2x-3}{x-1}$ olarak kabul edilmesi• $g: R \rightarrow R, g(x) = x + 1$ fonksiyonunun tersinin $g^{-1}(x) = \frac{1}{x+1}$ olarak kabul edilmesi
Fonksiyon bileşke işlemiyle ilgili yanılgılar	<ul style="list-style-type: none">• Bileşkesi verilen iki veya daha fazla fonksiyonun tanım kümelerinin aynı olacağını düşünme• $f^{-1} \circ f = I, I \circ g = g$ ifadelerinin ne anlama geldiğini kavrayamama• $f \circ g = f + g$ olarak algılama• $(f \circ g)(x) = g(f(x))$ olarak algılama

Tablo 4.13'ten görülebileceği gibi B37 kodlu tezde katılımcıların sıralı ikililerin fonksiyonlarla ilişkilendirilememesi, tanım-değer ve görüntü kümeleri gibi isimlerin karıştırılması, fonksiyon tanımının anlaşılammaması, sabit, içine ve birim fonksiyonların karşılaştırılması, fonksiyon grafiklerinin yanlış yorumlanması, fonksiyon tersinin yanlış anlaşılması, fonksiyonların bileşkeleri ile ilişkili ve son olarak fonksiyonun birebirliği, örtenliği ve fonksiyonların eşitliği ile ilgili yanılgıları bulunmaktadır.

4.1.1.30. Mutlak değer ile ilgili kavram yanılgıları

B38 kodlu tezde mutlak değer ile ilgili kavram yanılgılarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılgıları ve bu kavram yanılgılarına ilişkin B38 kodlu tezde yapılan açıklamalar hemen akabinde aşağıda sıralanmıştır:

- Verilen $x < a$ ifadesinde x 'den küçük tamsayıları alma fakat belirtilen noktada reel sayılar olabileceğini düşünmeme

1. Verilen $x < a$ ifadesinde öğrencilerin x den küçük tamsayıları aldıkları fakat belirtilen noktada reel sayılar olabileceğini düşünmedikleri görülmüştür. Sorularda verilen aralık kavramlarını öğrencilerin dikkate almadıkları veya istenen aralığı tespit edemedikleri görülmüştür.

- Sorularda verilen aralık kavramlarını dikkate almama veya istenen aralığı tespit edememe

3. Eşitsizlik olarak verilen ifadeleri ise eşitlik olarak kabul ettikleri ve çözüm kümesini denklem çözerek bulup yazdıkları yani eşitsizlik olarak verilen ifadenin çözüm kümesini aralık olarak değil de bir ya da iki elemanlı çözüm kümesi olarak kabul etmişlerdir.

- Bir sayıyı karekök dışına çıkarırken $\sqrt{x^2} = |x|$ kuralını uygulamama

2. Bir sayıyı karekök dışına çıkarırken $\sqrt{x^2} = |x|$ olarak verilen ifadeyi öğrencilerin yanlış olarak işaretlediği sorunun cevabını $\sqrt{x^2} = x$ olarak ifade ettikleri görülmüştür.

- $|a - b| = a + b$ olarak kabul etme

4. Mutlak değer konusu ile ilgili olarak daha önce yapılan çalışmalarda karşılaşmadığımız hatalardan biri de öğrencilerin $|a - b| = a + b$ olarak kabul etmeleridir. Verilen mutlak değerli ifadelerin işaretlerine bakmaksızın mutlak değer içindeki her - (eksi) işaretini dışarı + olarak aldıklarıdır.

- Mutlak değerli denklemin mutlak değer içindeki - işaretleri dışarı + olarak çıkarma
- Mutlak değerli denklemin sadece $f(x) > 0$ ya da $f(x) \geq 0$ için çözdükleri verilen mutlak değerli denklemlerde öğrencilerin mutlak değeri yok sayarak denklemin çözme

5. Ön testteki cevaplar incelendiğinde mutlak değer mutlak değer içindeki – işaretleri dışarı + olarak çıkarması şeklinde algılandığı fakat mutlak değer içindeki ifadeyi bir bütün olarak değerlendirmeden sadece – işaretini + olarak mutlak değer dışına çıkardıkları, mutlak değerli denklemleri sadece $f(x) > 0$ ya da $f(x) \geq 0$ için çözdükleri verilen mutlak değerli denklemlerde öğrencilerin mutlak değeri yok sayarak denklemleri çözdükleri mutlak değer ile verilen denklemleri ifadeyi sağlayan değerler vererek çözüm kümesi bulmaya çalıştıkları görülmüştür.

- $|-6x| = 6x$ ifadesi doğru kabul etme, buradaki x in işaretinin negatif olacağını düşünmeme

9. Önteste sorulan $|-6x| = 6x$ ifadesinin doğru veya yanlış olduğunun işaretlenmesinin istendiği bir soruda öğrencilerin tamamının ifadeyi doğru kabul ettikleri fakat buradaki x in işaretinin negatif olacağını düşünülmediği, buradan x in önünde – olmadığı için x i pozitif olarak kabul ettikleri düşünülmüştür. Buradan öğrencilerin mutlak değer yorumunu yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

4.1.1.31. Eğim ile ilgili kavram yanlışları

B53 kodlu tezde eğim ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışları eğimin yapısına yönelik kavram yanlışları, eğimin bulunmasına yönelik kavram yanlışları; *geometrik oran anlamı, trigonometrik anlamı, gerçek yaşam durumu anlamı, parametrik katsayı anlamı, cebirsel oran ve parametrik katsayı anlamı, geometrik oran ve cebirsel oran anlamı, fiziksel anlam ve gerçek yaşam durumu anlamı* ile ilgili kavram yanlışları şeklinde sınıflandırılabilir (Tablo 4.14).

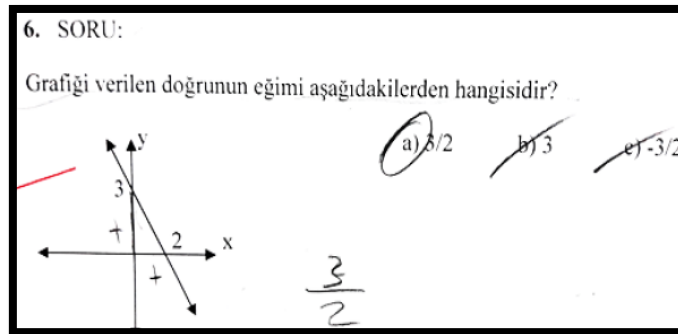
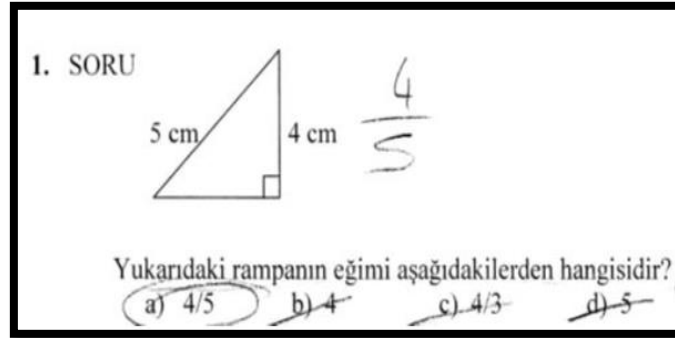
Tablo 4.14. Eğitim ile ilgili kavram yanlışları

Geometrik oran anlamı	Bir üçgende uzunluğu verilen kenarın dikey ya da yatay olmasına dikkat etmeme ve rastgele oranlama
	Eğimin yatay uzunluğun dikey uzunluğa oranı olduğunu söyleme
	Dik kenarın uzunluğunu eğim olarak açıklama
Trigonometrik anlamı	Koordinat sisteminde verilen bir doğrunun eğimini bulurken doğrunun yönünü (sola yatık veya sağa yatık olması) dikkate almayıp sadece doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatlarına bakarak eğimi bulmaya çalışma
	Verilen açının nerede olduğuna aldırmadan eğim açısıdır diye açıklama yapma
	Gördüğü en büyük açıyı eğim açısı olarak açıklama
	Doğrunun eğim açısını, “doğrunun dikeyle yaptığı açıdır

Tablo 4.14 devamı

Gerçek yaşam durumu anlamı	Doğrunun yönünü dikkate almaması gerekirken dikkate alma Doğru sağa yatıksa eğim büyüktür, sola yatıksa eğim küçüktür
Parametrik katsayı anlamı	Verilen denklemde “y” değişkeninin katsayısının 1’den farklı olup - olmadığına bakmadan “x” değişkeninin önündeki sayıyı eğim olarak alma Verilen denklemdeki sabit terimin eğim olduğunu söyleme
Cebirsel oran ve parametrik katsayı anlamı	Denklemleri $y = a$ (a, reel sayı) şeklinde verilen bir doğrunun eğimini ordinat ekseninin duruşu ile ilişkilendirip doğruyu dik doğru olarak alma ve “doğrunun eğimi yoktur” diye cevap verme Geçtiği iki noktası bilinen doğrunun eğimini dikeydeki değişimin yataydaki değişime oranı dışında farklı oranlarla ifade etme $A(x, y)$ noktasını $(x, 0)$ ve $(0, y)$ gibi iki noktayımış gibi alarak eğimi hiç dikkate almadan iki noktadan geçen doğrunun grafiğini çizme.
Geometrik oran ve cebirsel oran anlamı	“x” (apsis) eksenine paralel olan doğrunun eğimini açıklarken “yokuş yoktur” informal bilgisini “eğim yoktur” şeklinde transfer etme Eğimi “x değişkenlerindeki değişimin y değişkenlerindeki değişime oranıdır” şeklinde ifade etme. $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğruyu iki farklı $(A(x_1, y_1)$ noktasını $(x_1, 0)$ ve $(0, y_1)$ gibi iki farklı nokta olarak) doğru olarak çizme
Fiziksel anlam ve gerçek yaşam durumu anlamı	Yokuş yukarı çıkmayı “pozitif eğim”, yokuş aşağı inmeyi “negatif eğim” olarak açıklama. Yolun uzun olmasını eğimi artıran bir durum olarak açıklama

Tablo 4.14’ten görülebileceği gibi eğimin geometrik oran anlamı ile ilgili kavram yanlışlarından geometrik oran anlamı ile ilgili kavram yanlışlığı verilen kenarların yatay veya dikey olmasına aldırış etmeden rastgele oranladıkları, yatay uzunluğun dikey uzunluğa oranı olarak algıladıkları örnek Şekil 4.87 ile verilmiştir.



11. SORU:
Aşağıda grafikleri verilen doğrulardan hangisinin eğimi 1 dir? Neden?

1 no'lu grafik 2 no'lu grafik 3 no'lu grafik 4 no'lu grafik

CEVAP **AÇIKLAMA**

2 no'lu grafik çünkü 1 ve 3 no'lu grafikler eğim şeklinde değildir 4 no'lu ise (-) olduğu için olamaz.

Şekil 4.1.87. B53 kodlu tezde belirlenen eğimin geometrik anlamına yönelik kavram yanlışları

Tablo 4.14'ten görülebileceği gibi eğimin trigonometrik anlamına yönelik “üçgende verilen açının konumuna aldırmadan verilen açıyı eğim açısı olarak yorumlama” ve “bir doğrunun eğim açısını o doğrunun dikey ile yaptığı açı olarak yorumlama” kavram yanlışlarına örnek olarak B53 kodlu tezde aşağıdaki katılımcı açıklamaları ile örneklenmiştir.

I

2. SORU:

1 no'lu rampa 2 no'lu rampa 3 no'lu rampa 4 no'lu rampa

Yukarıda verilen rampalardan hangisinin eğimi daha büyüktür?

a) 1 no'lu rampanın b) 2 no'lu rampanın c) 3 no'lu rampanın d) 4 no'lu rampanın

II

1 no'lu doğru 2 no'lu doğru

yatay zemin yatay zemin

Yukarıdaki doğruların hangisinin eğiminin daha fazla olduğunu bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

ÇÖZÜM **AÇIKLAMA**

1 no'lu doğru = % 50 Bu iki doğru'nun eğimlerinin
2 no'lu doğru = % 40 1 no'lu durumunda eğim daha
büyüktür.

Şekil 4.1.88. B53 kodlu tezde trigonometrik oran anlamına yönelik kavram yanlışlarına örnek

Tablo 4.14'ten görülebileceği gibi eğimin gerçek yaşam durumu anlamına yönelik doğrunun sağa veya sola yatık olması gibi yönünün dikkate alınmaması gerekirken dikkate alınması şeklindeki kavram yanlışlığına örnek olarak B53 kodlu tezde aşağıdaki katılımcı açıklaması ile örneklenmiştir.

10. SORU:

1 no'lu rampa

5 cm

2 no'lu rampa

3 cm

10 cm

Yukarıdaki rampalardan hangisinin eğiminin daha büyük olduğunu nedenini de açıklayarak yazınız.

CEVAP	AÇIKLAMA
$\frac{10}{3} > \frac{3}{10}$	<p>1. rampanın eğimi daha azdır -1</p> <p>2. rampanın eğimi 1. rampanın göre daha fazladır +3,3</p>

Şekil 4.1.89. B53 kodlu tezde gerçek yaşam durumu anlamına yönelik kavram yanlışlığı örneği

Eğimin parametrik katsayı anlamına yönelik kavram yanlışlarından biri olan y değişkeninin katsayısının 1 olmasına dikkat etmeden x değişkeninin katsayısına bakma ve denklemdaki sabit terim ile eğimi kavram yanlışlığı aşağıda Şekil 4.1.90 ile sunulmuştur.

9. $y = 3x + 10$ denklemi ile verilen doğrunun eğimi m_1 ve $m = 3$
 $2y = 4x - 8$ denklemi ile verilen doğrunun eğimi m_2 olmak üzere: $m > 4$
 m_1 ve m_2 yi karşılaştırıp hangi doğrunun eğiminin daha büyük olduğunu belirleyiniz.
 Nasıl belirlediğinizi açıklayınız.

ÇÖZÜM	AÇIKLAMA
m_2 'nin eğimi m_1 'den daha fazladır.	x Sayısının yanına bakarak eğimleri buldum ve büyük olanı seçtim.

4. SORU:

Denklemleri $2y = 6x + 5$ şeklinde verilen doğrunun eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

a) 2 b) 3 c) 5 d) 6

Şekil 4.1.90. B53 koldu tezde parametrik katsayı anlamına yönelik kavram yanlışlığı örnekleri

Eğimin cebirsel ve parametrik katsayı anlamına yönelik kavram yanılması problem içerisinde verilenleri rastgele yerleştirerek doğru denklemini oluşturma şeklinde ortaya çıkmıştır. Bu durumu örnekleyen katılımcı açıklaması aşağıdaki gibidir (Şekil 4.91).

14. Eğimi 5 olan ve (2, 9) noktasından geçen doğrunun denklemini yazınız, nasıl bulduğunuzu açıklayınız..	
ÇÖZÜM	AÇIKLAMA
$9y = 5x + 2$	x ve y'nin katsayılarını yazdım doğru denklemini buldum.

14. Eğimi 5 olan ve (2, 9) noktasından geçen doğrunun denklemini yazınız, nasıl bulduğunuzu açıklayınız..	
ÇÖZÜM	AÇIKLAMA
$9y = 5x + 2$	x ve y'nin katsayılarını yazdım doğru denklemini buldum.

Şekil 4.1.91. Eğimin cebirsel ve parametrik katsayı anlamına yönelik kavram yanılması örneği

Eğimin geometrik oran ve cebirsel oran anlamına yönelik kavram yanılırları katılımcıların eksnelere paralel doğruların eğimi bulamadıklarına, $A(x, y)$ noktasını $(x, 0)$ ve $(0, y)$ olacak şekilde iki nokta olarak aldıklarına, iki noktası verilen doğrunun eğimini bulamadıklarına işaret etmektedir. Bu durumları örnekleyen katılımcı çizimleri ve açıklamaları aşağıdaki gibidir (Şekil 4.1.92).

7. SORU: $y=4$ denklemleri ile verilen doğrunun eğimi aşağıdakilerden hangisidir?
 a) 1 / b) 4 / c) 0 (Sıfır) / d) Eğimi yoktur (belirsizdir)

8. $A(5,3)$ ve $B(7,3)$ noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz. Nasıl bulduğunuzu kısaca açıklayınız.

ÇÖZÜM	AÇIKLAMA
	A'nın eğimi $\frac{3}{5}$ buldum. çünkü grafiğini B'nin eğimi $\frac{3}{7}$ buldum. çünkü oranda yazdım ve $\frac{3}{7}$

8. $A(5,3)$ ve $B(7,3)$ noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz. Nasıl bulduğunuzu kısaca açıklayınız.

ÇÖZÜM	AÇIKLAMA
$\frac{x_2+y_2}{x_2+y_1} = \frac{8-4}{10-5}$	Cevap $\frac{4}{5}$, çünkü iki noktanın eğimini bulmak için $\frac{x_2+y_2}{x_2+y_1}$ formülü kullanılır.

Şekil 4.1.92. Eğimin geometrik oran ve cebirsel oran anlamına yönelik kavram yanılıgısı örneği

Son olarak fiziksel anlam ve gerçek yaşam durumu anlamı ile ilişkili kavram yanılıgıları; yokuş çıkılıyorsa eğimin büyük, yokuş iniliyorsa eğimin küçük olduğunun düşünülmesi ve sağa yatık olan doğruların eğimlerinin büyük, sola yatık doğruların eğimlerinin ise küçük olduğunun düşünülmesi şeklinde ortaya çıkmıştır. Aşağıda B53 kodlu tezde bu durumu örnekleyen katılımcı örnekleri Şekil 4.1.93 ile sunulmuştur.

15. SORU:

Verilen şekle göre A noktasından B noktasına doğru yuvarlanan bir bilyenin geçtiği bölgeler için;

a. Eğimi en büyük olan bölge kaç numaralı bölgedir? Neden?

4, çünkü bölge sağa yatıktır.

15. SORU:

Verilen şekle göre A noktasından B noktasına doğru yuvarlanan bir bilyenin geçtiği bölgeler için;

a. Eğimi en büyük olan bölge kaç numaralı bölgedir? Neden?

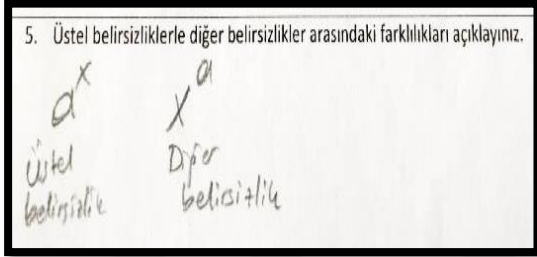
Eğim en büyük olan bölge 4 numaralı bölgedir çünkü 4 numaralı bölgede yokuş çıkılırken top daha yavaş gider.

Şekil 4.1.93. Eğimin fiziksel anlam ve gerçek yaşam durumu anlamı ile ilişkili kavram yanılıgıları

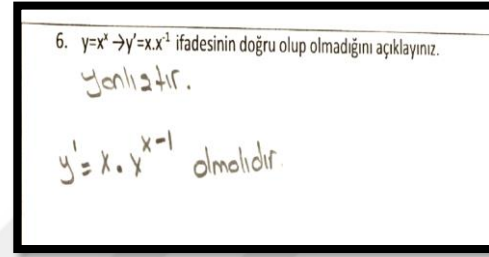
4.1.1.32. Diferansiyel ile ilgili kavram yanlışları

B62 kodlu tezde diferansiyel ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanlışlarından biri olan üstel belirsizliklerin tanımı yapmakta zorlanma ve üstel belirsizlikler ile diğer belirsizlikler arasındaki farkı ayırt edememesidir. Aşağıda bu durumu örnekleyen öğrenci ifadesine yer verilmiştir (Şekil 4.1.94).

Belirsizliklerin tanımını yapamama kavram yanlışlığı

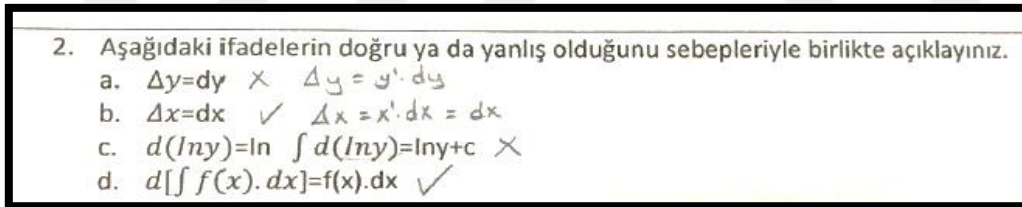


Üstel belirsizliğin türevi ile üslü ifadenin türevi arasındaki farkın ayırt edilememesi



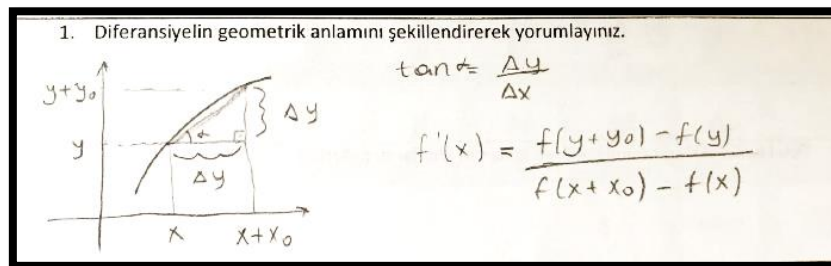
Şekil 4.1.94. Belirsizliklerin tanımını yapamama yanlışlığına örnek

Kavram yanlışlarından bir diğeri Δy , Δx , dy ve dx kavramlarını kavrayamama şeklinde ortaya çıkmıştır. B62 kodlu tezdeki bu kavram yanlışlığı için; Δx için kullanılan türev alma kuralının Δy için de kullanılarak genelleme yapıldığı ifade edilmektedir (Şekil 4.1.95).



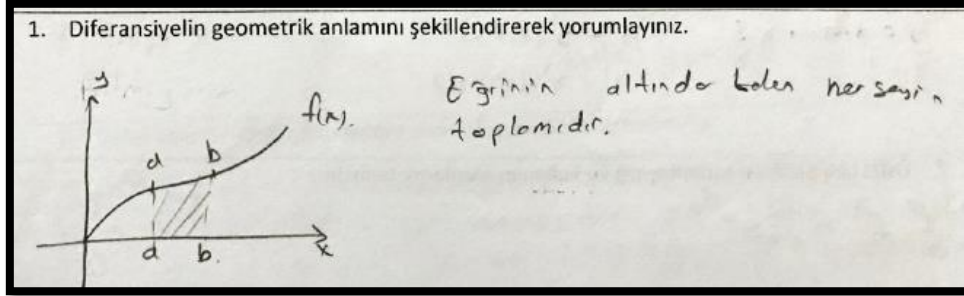
Şekil 4.1.95. Δy , Δx , dy ve dx kavramlarını kavrayamama yanlışlığına örnek

Kavram yanlışlarından üçüncüsü diferansiyel ile türevin geometrik tanımını birbiri ile karıştırma şeklinde ortaya çıkmıştır. Aşağıda bu durumu örnekleyen öğrenci çizimi ve ifadesi bulunmaktadır (Şekil 4.96).



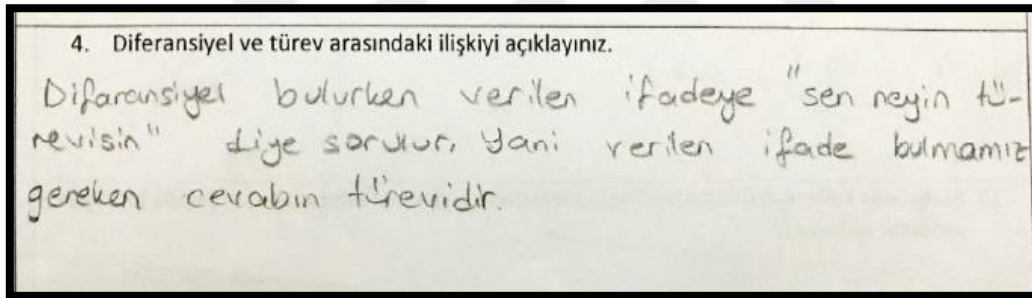
Şekil 4.1.96. Diferansiyel ile türevin geometrik anlamının karıştırılması

Bir diğer kavram yanılığı diferansiyelin belirli integralin geometrik gösterimi ile karıştırılması şeklinde ortaya çıkmıştır. Aşağıda bu durumu örnekleyen öğrenci çizimi ve ifadesi yer almaktadır (Şekil 4.1.97).



Şekil 4.1.97. Diferansiyel ile belirli integralin karıştırılması

Kavram yanılığlarından bir diğeri diferansiyel ve türev arasındaki ilişkiyi açıklayamama şeklinde ortaya çıkmıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci ifadesi aşağıda verilmiştir (Şekil 4.1.98).



Şekil 4.1.98. Diferansiyelin tanımında kavram yanılığı

4.1.1.33. Dört işlem ile ilgili kavram yanılığarı

B66 kodlu tezde dört işlem ile ilgili kavram yanılığlarına rastlanmıştır. Bu kavram yanılığarı; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerindeki kavram yanılığarı şeklinde aşağıda Tablo 4.15 ile sırasıyla ifade edilmiştir.

Tablo 4.15. Dört işlemlerde yaşanan kavram yanılığarı ve örnekler

İşlem	Kavram yanılığarı	Örnek
Toplama	Toplama yerine çıkarma yapma	$15+7=8$
	İki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, onlar basamağındaki sayıyı işleme dahil etmeme	$15 + 7 = 12$
	İki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, toplama sütunlarını birbirinden bağımsız düşünme	$15 + 7 = 112$

Tablo 4.15 devamı

Toplama	İki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, birler basamağındaki sayılar toplandıktan sonra fazla olan onlukları onlar basamağına aktarmama	$25 + 7 = 22$
	İki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, birler basamağındaki sayılar toplandıktan sonra fazla olan onlukları onlar basamağına aktarıırken, sonuç kısmındaki sayının onlar basamağını değil de birler basamağını elde olarak aktarma	$18 + 4 = 31$
	İki basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, iki basamaklı sayılarla çarpma işleminde olduğu gibi onlar basamağının toplamından elde edilen sonuçlar birler basamağının toplamından elde edilen sonuçların altına bir basamak kaydırarak yazma.	
	Üç basamaklı sayılarla toplama işlemi yapılırken, birler ve onlar basamağındaki eldeleri yüzler basamağına aktarma	$384 + 128 = 502$
	Toplama işleminin değişme özelliğine sahip bir işlem olduğunu bilmeme	$8 + 4 = 12$ $4 + 8 = 13$
	Toplama işleminde 0'ı çarpmadaki gibi yutan eleman olarak kabul etme	$10 + 4 = 10$
	Toplama işleminde 0'a 1 gibi değer verme	$4 + 0 = 5$
Çıkarma	Çıkarma işlemindeki kuralların toplama işlemine genellenmesi (Doğal sayılarla çıkartma işlemi yapılırken küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz kuralını toplama da küçük sayı ile büyük sayı toplanmaz kuralına dönüştürme ve yandan 1 onluk alma)	
	Eksi işaretini görünce her zaman toplama yapma	$20 - ? = 5, ? = 25$
	Çıkarma yerine toplama yapma	$15 - 7 = 22$
	Her zaman büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma	$15 - 7 = 12$
	Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç küçük sayının kendisidir diyerek onlar basamağından 1 onluk alma kuralını ortadan kaldırma	$15 - 7 = 15$
	Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç büyük sayının kendisidir diyerek onlar basamağından 1 onluk alma kuralını ortadan kaldırma	$15 - 7 = 17$
	Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç 0'dır diyerek onlar basamağından 1 onluk alma kuralını ortadan kaldırma	$15 - 7 = 10$
	Çıkarma işleminin değişme özelliğine sahip bir işlem olduğunu düşünme	$7 - 5 = 2,$ $5 - 7 = 2$
	Onlar basamağından bir onluk alırken, birler basamağındaki sayıyı işleme dahil etmeme, sadece onlar basamağından alınan 10'u işleme dahil etme	$15 - 7 = 3$
	Toplama işleminin kurallarını çıkarmaya genelleme (çıkarma işlemi yapılmasına rağmen elde 1 var deyip onlar basamağına onluk aktarma)	
	Çıkarma işleminde 0'ı çarpma işleminde olduğu gibi yutan eleman olarak kullanma	$24 - 10 = 10$
	İki basamaklı sayılarla çıkarma yapılırken her zaman onlar basamağından 1 onluk eksiltme	$24 - 12 = 2$
	İki basamaklı sayılarla çıkarma yapılırken onlar basamağından 1 onluk alınmasına rağmen, onlar basamağından 1 onluk eksiltmeme	$32 - 14 = 28$
	Çıkarma yerine çarpma yapma	$32 - 14 = 38$
	Çarpmadaki kuralları çıkarmaya genelleme; çıkan sayıyı eksilen sayının hem birler hem de onlar basamağı ile ayrı ayrı çıkartma	$23 - 8 = 65$
	Onluk alma işlemini soldan sağa doğru değil sağdan sola doğru yapma	

Tablo 4.15 devamı

Çıkarma	Toplama ve çıkarmada kuralları çarpmaya genelleme (Örneğin; toplama ve çıkarma işlemlerinde olduğu gibi çarpma işleminde de birlerle birler, onlarla onlar vb. basamağı arasında işlem yapma)	
Çarpma	Doğal sayılarla çıkarma işlemi yapılırken küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz kuralını çarpma işlemine genelleyerek, küçük sayı ile büyük sayı çarpılmaz kuralına dönüştürme	
	Çarpma yerine toplama yapma	$8 \times 5 = 13$
	Çarpma yerine çıkartma yapma	$8 \times 5 = 3$
	İki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yaparken 2. çarpanın birler basamağı ile 1. çarpanın çarpımının sonucu ile 2. çarpanın onlar basamağı ile 1. çarpanın çarpımının sonucunu yan yana yazma	$21 \times 15 = 21105$
	İki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yapılırken basamak kaydırmama.	
	Çarpma toplamanın kısa yoludur ifadesini iki sayıyı toplamak ile iki sayıyı çarpmanın aynı sonucu vereceği şeklinde anlama	$2 + 3 = 5$ $2 \times 3 = 5$
	Çarpma işleminin değişme özelliğine sahip bir işlem olduğunu bilmeme	
	Çarpma işleminde 0'ı toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak kabul etme	$5 \times 0 = 5$
	Çarpma işleminde herhangi bir sayı 1 ile çarpılırsa sonucun her zaman 1 çıkacağını düşünme	$5 \times 1 = 1$
Bölme	Çarpma işleminin altına her zaman toplama işlemi yapıldığını düşünme	$4 \times 3 = 12 + 4 = 16$
	Bölme yerine çarpma yapma	$8 \div 2 = 16$
	Toplama, çıkartma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağ taraftan başlama	$24 \div 2 = 21$
	Toplama, çıkartma işleminde olduğu gibi birlerle birler, onlarla onlar vb. basamağı arasında işlem yapma	$24 \div 12 = 22$
	Bölme yerine çıkartma yapma	$8 \div 2 = 6$
	Sonucu bölüm kısmında değil de kalan kısmında arama	
	Bölen kısmında yer alan sayıyı bir bütün halinde değil basamak basamak işleme dahil etme	$24 \div 12 = 2412$
	Bölünen sayı bölen sayıdan küçük ise bölüm 0'dır şeklinde düşünme	$14 \div 2 = 02$
	Bölünen sayı bölen sayıdan küçük ise bölüm bölünenin kendisidir şeklinde düşünme	$14 \div 2 = 12$
	Bölme işleminden sonra her zaman çarpma işlemi yapma	
Diğer	İleriye doğru ritmik sayma yaparken hangi sayıdan başlayacağını bilmeme	
	Geriye doğru ritmik sayma yaparken hangi sayıdan başlayacağını bilmeme	
	Sayının korunumunu bilmeme	
	İşlemlerde sadece 10 parmağını kullanma	
	Soruda ilk geçen sayı üste, daha sonra gelen sayı ise alta yazılır şeklinde düşünme	
	Büyük sayı başta olursa çıkarma, küçük sayı başta olursa toplama yapılır şeklinde düşünme	

Tablo 4.15'ten de görülebileceği gibi toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapılırken genellikle işlemlerin birbirinin yerine kullanıldığı, eşitliğin her iki tarafı için gerçekleştirilen aynı işlemin eşitliği bozmayacağı kuralının katılımcılar tarafından yanlış

yorumlanarak tam tersi işlemin eşitliğin tek tarafta yapıldığı, işlemlerde birim eleman ve yutan elemanların işlemler göz önüne alınmadan kullanıldığı, sayının konumunu belirleme ile ilişkili kavram yanlışlarının gözlemlendiği söylenebilir.

4.1.2. Makalelerde kavram yanlışları

Bu araştırma kapsamında matematik eğitimi alanında yanlışlarını belirlemeyi konu alan toplam 60 makale bulunmaktadır. Bu makalelerde erken çağlardan üniversite düzeyine kadar farklı bilişsel gelişim dönemlerinde farklı konu başlıklarında matematiksel kavram yanlışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda çalışma kapsamında ele alınan makalelerde kavram yanlışlarının üzerinde çalıştığı konular Tablo 4.16 ile aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.16. Kavram yanlışlarının belirlenmesini amaçlayan makalelerde konu başlıkları

Konular	Makaleler
Kesirler ve kesirlerde işlemler	A7, A8, A18, A41, A44, A47, A52, A53
Doğru, nokta, düzlem ve açı	A24, A40, A45, A56, A63
Ondalık gösterim, ondalık kesirler	A9, A16, A59, A64
Cebirsel ifadeler	A2, A3, A4, A19
Denklemler	A5, A21, A27, A57
Kompleks sayılar	A22, A37, A38, A55
Çokgenler	A12, A46, A56
Çember	A30, A49, A51
Limit, türev, süreklilik	A11, A13, A17
Fonksiyonlar	A50, A54, A58
Oran-orantı	A1, A36
Yamuk	A25, A46
Üçgenler	A33, A46
Yükseklik ve diklik	A10, A46
Geometrik cisimler	A6, A34
Üslü ve köklü sayılar	A14, A35
Rasyonel sayılar	A26, A62

Tablo 4.16 devamı

İşlemler/problemler	A42, A61
Eşitlik ve Denklem	A20
Eşitsizlikler	A23
Olasılık	A29
Kümeler	A31
Simetri	A32
Soyut matematik	A43
Doğal sayılar	A48

Not: Bazı makaleler birbirinden farklı konuları araştırarak şekilde desenlenmiştir.

Tablo 4.16'den görülebileceği gibi matematik eğitiminde kavram yanlışlarını belirlenmesini amaçlayan makalelerin, üzerinde çalıştığı konular tercih edilme sırasına göre; Kesirler ve kesirlerde işlemler (8); Doğru, nokta, düzlem ve açı (5); Ondalık gösterim, ondalık kesirler (4); Cebirsel ifadeler (4); Denklemler (4); Kompleks sayılar (4); Çokgenler (3); Çember (3); Limit, Türev, süreklilik (3); Fonksiyonlar (3); Oran-orantı (2); Yamuk (2); Üçgenler (2); Yükseklik ve diklik (2); Geometrik cisimler (2); Üslü ve köklü sayılar (2); Rasyonel sayılar (2); İşlemler/problemler (2); Eşitlik ve Denklem (1); Eşitsizlikler (1); Olasılık (1); Kümeler (1); Simetri (1); Soyut matematik (1), Doğal sayılar (1) şeklindedir.

4.1.2.1 Kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili kavram yanlışları

A7, A8, A18, A41, A44, A47, A52, A53 kodlu makalelerde kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.17).

Tablo 4.17. Kesirler ve kesirlerde işlemler ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A7	<ol style="list-style-type: none">1. Kesir kavramı için bütünün parçalarını eş olma koşulunu göz ardı etme2. Sayı doğrusunu parça-bütün olarak görme3. Payda odaklı düşünme4. Parça-bütün üzerinde bir kesre denk olan kesirleri görememe
A8	<ol style="list-style-type: none">1. Bir bütünün eş olmayan parçalara ayrılması2. Parça bütün üzerinde genişletme ve sadeleştirme3. Sayı doğrusunun parça bütün olarak görme4. Toplama işlemi eş olmayan bütünlerin kullanılması

Tablo 4.17 devamı

A8	5. Paydası eşit olmayan kesirlerde toplama yapılırken paylar toplanıp paya, paydalar toplanıp paydaya yazılması
A18	1. Pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek sıralama 2. Pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek işlem yapma 3. Genişletmeyi paydaya uygulayıp, paya uygulamadan işlem yapma 4. Genişletme katsayısını pay ve payda ile toplayarak işlem yapma 5. Payları çarpıp, paydaları çarpmadan işlem yapma 6. Pay ve paydadaki sayıları çapraz çarparak işlem yapma
A41	1. Bir bütünün verilen bir kesir kadarının bulunmasında pay ve paydayı birbirinin yerine kullanma 2. Belli bir kesir kadarı bilinen çokluğun tamamının bulunmasında pay ve paydayı birbirinin yerine kullanma 3. Kesirlerle ilgili problemleri çözerken işlem sırasını belirleyememe 4. Parça-bütün ilişkisine sahip olmama
A44	1. Sıfırı etkisiz eleman olarak görüp payda yer alan sayının doğru olduğunu düşünme 2. Sıfırı yutan eleman olarak görüp cevabın 0 olduğunu düşünme 3. Pay 0 ise $0/15$, $-0/3$ sayılarının rasyonel sayı olmadığını düşünme—pay sıfır olamaz 4. 0'ın herhangi bir sayıya bölünemeyeceğini düşünme—belirsizdir 5. Rasyonel sayılar tam sayıları kapsamaz 6. Kesir çizgisi yoksa rasyonel sayı değildir. 7. Paydada yer alan sayı kadar sayı doğrusunu parçalara ayırıp payda yer alan sayı kadar alma 8. Negatif sayılardaeksiyi görmezden gelip pozitif bir sayı gibi doğrusundaki yerini gösterme 9. Paydası büyük olan sayı büyüktür. 10. Pay ve paydayı eşitlemek isteyen öğrencilerin yalnızca payı ya da paydayı genişletmeleri 11. Payları toplanarak paya, paydaları toplanarak paydaya yazma 12. Paydaki sayılar eşit ise paydadaki sayılar toplanır pay aynen yazılır 13. Kesirlerde toplama işleminde olduğu gibi paydalar eşit ise payları çarpıp paydayı aynen yazma 14. Kesirler arasında yer alan çarpma işaretini içler dışlar çarpımı olarak düşünüp ona göre cevap verme 15. Kesirlerde toplama işlemindeki gibi paydaları eşitleyerek kesirlerde çarpma işlemini yapma 16. Eş parçalara ayrılmamış bir bütünü kesir ile ifade etme 17. Referans alınan büyüklüğü hesaba katmadan kesirli ifadelerin eşit olduğunu düşünme
A47	1. Payında ya da paydasında büyük sayı bulunan kesir daha büyüktür 2. Verilen kesrin bir bütünde ifade ettiği parçayı çıkarıp geriye kalan parçaları karşılaştırma 3. İki sayı arasında eş parçalara bölerken kullanılan çizgileri sayma 4. Eşit aralık kavramını önemsememe 5. Verilen kesrin hangi iki tam sayı arasında olduğunu belirleyememe 6. Payları toplayıp paya, paydaları toplayıp paydaya yazma 7. Kesrin payını ve paydasını toplayıp bulunan bu sayıyla işlem yapma 8. Kesirlerde toplama işleminde öğrenilen kuralları genelleme

Tablo 4.17 devamı

A47	<ol style="list-style-type: none">9. Doğal sayı ile kesrin hem payını hem de paydasını çarpma10. Tam sayılı kesirleri bileşik kesre dönüştürmeden işlem yapma11. Kesir kısımları kendi arasında çapraz bir şekilde çarpma12. Bölme işleminin kuralını yanlış uygulama13. Problemi anlayamama14. Anlaşılanların işleme dökülmesinde yapılan hatalar15. Soruda belirtilen ifadelere dikkat etmeme16. Verilen kesri yuvarlayamama17. Küçük sayı büyük sayıya bölünemez algısı18. Tam kısım, pay ve paydanın her birini bir birim kabul etme
A52	<ol style="list-style-type: none">1. Dikdörtgensel bölgeleri parçalara bölerken bütünü eş parçalara bölmeme2. Kesir sayılarının gösterimi olan sembolden ve kesir sayılarının okunuşu olan sözlü ifadeden modele geçiş becerilerinde, bütünün eş parçalara ayrılmama3. Pay yerine paydayı payda yerine payı yazma4. Kesir sayılarını yanlış okuma5. Verilen modele uygun uygun kesir sayısını belirleyememe6. Bir bütünün kesir sayısı ile ifade edilebilmesi için eş parçalara ayrılması gerektiğini bilmeme (kesir sayısı ile ifade edilemeyecek olan modellerin kesir sayısı ile gösterilebileceğini düşünme)
A53	<ol style="list-style-type: none">1. Sayı doğrusu üzerindeki bir bütünü parçalara ayırmada zorluk çekme/ bütünün kaç eş parçaya ayrılacağına dikkat etmeme (bir bütünden büyük kesir sayılarını 1'in solunda olduğunu ifade etme)2. Pay ve paydayı farklı sayıların gibi algılama3. Sayı doğrusunda bütünün parçalara ayrılmasında aralıklar yerine noktaların sayılması4. Gösterilmek istenen kesir sayısı için noktaların isimlendirilmesinde paydaki sayıyı sabit tutup paydadaki sayıyı 1,2,3,4, ... şeklinde sıralama5. Kesir sayısını 0'dan başlatma/Bütünün bölüntülerini sayma yerine 0 noktası dahil tüm noktaları sayma/bütünün kaç eş parçaya ayrıldığına dikkat etmeyip, 0 (sıfır) dahil tüm noktaları sayma/Pay yazılırken de seçilen parçaların sayısına bakılacağına, 0 (sıfır) dahil istenen noktaya kadar olan tüm noktalar sayıldığından pay 3 olması gerekirken 4 olmaktadır $\frac{3}{4}$ yerine $\frac{4}{5}$ yazma6. 0 ile 1 arasındaki iç noktaları sayma7. Pay kısmının 1, 2, 3, 4, ... şeklinde sıralanma alışkanlığının, paydanın da 1, 2, 3, 4, ... şeklinde sıralanmasına neden olması

Tablo 4.17 'de görülebileceği gibi kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili en çok görülen kavram yanılgısı pay ve paydayı birbirinin yerine kullanma olarak belirlenmiştir. Kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili kavram yanılgılarında diğer en yaygınların ise kesir büyüklüğü, pay ve payda arası farklılıkları belirleyeme, kesirleri sayı doğrusunda göstermede zorluk yaşama olarak görülmektedir. Diğer en çok görülen kavram yanılgısının ise kesirlerde işlemleri tam sayılarda işlemler gibi düşünmek olduğu görülür. A53 kodlu makalede öğrenci kavram

yanılgılarına ait cevaplar verilmezken, A7 kodlu makalede bazı öğrenci cevaplarına yer verilmiştir.

Aşağıda Şekil 4.2.99 ile A7 kodlu makalede kesrin parçalarının eş olma koşulunu göz ardı edildiğini gösteren öğrenci cevapları bulunmaktadır. Şekilde görüldüğü gibi kesrin parçaları eş olmamasına rağmen, öğrenci eş kabul ederek cevap vermiştir.

7. Evet Hayır

Neden? 2 parçadan 1 tanesi boyalı

$\frac{1}{2}$

Emin misin? Evet Hayır

Şekil 4.2.99. Kesir kavramı için bütünün parçalarını eş olma koşulunu göz ardı etme (A7)

A44 kodlu makalede 0'ın herhangi bir sayıya bölünemeyeceğini düşünmesini gösteren katılımcı görüşü Şekil 4.2.100 ile verilmiştir.

6) $\frac{0}{15}$ sayısı rasyonel sayı mıdır? Açıklayınız.

Rasyonel değildir. Çünkü 0 paraya bölünüp 15' alınmaz.

Şekil 4.2.100. 0'ın herhangi bir sayıya bölünemeyeceğini düşünme (A44)

A44 kodlu makalede 'Kesir çizgisi yoksa rasyonel sayı değildir' kavram yanılgısına ait öğrenci cevapları ise Şekil 4.2.101 ile verilmiştir.

3) 15 sayısı rasyonel sayı mıdır? Açıklayınız.

Hayır. Çünkü pay ve paydası yok.

Şekil 4.2.101. Kesir çizgisi yoksa rasyonel sayı değildir kavram yanılgısı (A44)

Şekil 4.2.102'de ise 'Payları toplanarak paya, paydaları toplanarak paydaya yazma' kavram yanılgısına ait öğrenci cevabı verilmiştir. Açıklaması ile görüldüğü gibi öğrenci kavram yanılgısına yer verilmiştir.

13) $\frac{4}{6} + \frac{5}{8}$ işleminin sonucu kaçtır? Açıklayınız.

$(\frac{4}{6}) (\frac{5}{8})$

$\frac{4}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9}{14}$

$\frac{4}{6} + \frac{5}{8}$ i topladığı için
sadeşir ve 8 ve 6'ı topladık
ve 8 topladık sonuç 9/14

Şekil 4.2.102. Payları toplanarak paya, paydaları toplanarak paydaya yazma

4.1.2.2. Doğru, nokta, düzlem ve açı ile ilgili kavram yanlışları

A24, A40, A45, A56, A63 kodlu makalelerde doğru, nokta, düzlem ve açı ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.18).

Tablo 4.18. Doğru, nokta, düzlem ve açı ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A24	<ol style="list-style-type: none"> 1. Noktanın boyutunun olduğunu ifade etme: noktanın doğru olarak veya düzlemde bir bölge olarak ifade etme 2. Doğru kavramını düzlem, doğru parçası, ışın ve açı kavramı ile karıştırma 3. Doğrunun iki boyutlu olduğunu algılama 4. Doğruyu sınırlı olan doğru parçası ile karıştırma 5. Düzlemi bir boyutlu olarak düşünme 6. Düzlemi düzlemin alt kümeleri olarak algılama <ol style="list-style-type: none"> a. Düzlemi doğru ve alan olarak ifade etme b. Düzlemi açı olarak ifade etme
A40	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi çok kenarlı şekillerin düzlem belirttiğini düşünme 2. Günlük hayatta doğru olduğunu ve çizilebileceğini düşünme 3. Düzlemin boyutu ile ilgili kavram yanlışlığı 4. Düzlem kavramını kenarları kapalı geometrik şekillerden ibaret görme 5. Düzlemi sınırlı ve içi dolu şekil olarak algılama 6. Doğrunun boyutu ile ilgili kavram yanlışlığı 7. Doğru ile doğru modeli kavramlarının karıştırılması 8. Doğru kavramının "ölçülebilir ve sınırlı" olması 9. Doğrunun uzunluğunun olması 10. Aynı doğrunun farklı noktalar üzerinde bulunabileceğini ve farklı yönlerde olabileceğini düşünme 11. Doğrunun başlangıç noktasının bulunması 12. Doğru parçasının iki boyutlu olduğunu düşünme 13. Doğru parçasının boyutu ile ilgili kavram yanlışlığı 14. Aynı doğrultudaki doğru parçalarının aynı olduğunu düşünme

Tablo 4.18 devamı

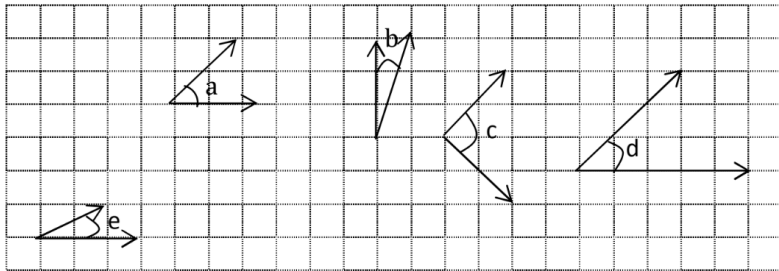
A40	<ol style="list-style-type: none">15. Uzunluklarıyla ilgili bilgi verilmediği halde benzer görünen iki doğru parçasının eşit uzunlukta olduğunu düşünme16. Başlangıç noktası aynı olan iki doğru parçasının aynı doğru parçası olduğunu düşünme17. Aynı doğrultudaki doğru parçalarının aynı doğru üzerinde olduğunu düşünme18. Işının boyutu ile ilgili kavram yanılgıları19. Tümler açısı ve bütünler açısı özelliklerinde yanılgı20. İç ters ve dış ters açıları özelliklerinde yanılgı21. Bir açının iç bölgesini belirleyememe (açının iç bölgesini yalnızca kâğıt üzerinde gördükleri alandan ibaret görme)22. Açının boyutu ile ilgili kavram yanılgısı
A45	<ol style="list-style-type: none">1. Doğru parçası ve doğru parçasının uzunluğu sembollerinin aynı anlama geldiğini düşünme2. Doğrunun uzunluğunun olduğunu düşünme3. Noktalar kümesinin doğruyu oluşturduğunu belirtme ama burada bir doğrultu üzerinde olması gerektiği şartını ortaya koyamama4. Bir doğru parçasının belli iki nokta arasının olabileceğini belirtme ama burada bir doğrultu üzerinde olması gerektiği şartını ortaya koyamama5. Doğru parçasının sınırlılık özelliğini farklı biçimlerinde unutma. Örneğin, yarı doğru parçasının ışın gibi ilerleyebileceğini düşünme6. Doğru parçasının/ yarı doğru parçasının sembolik ifadesini farklı biçimlerinde yanlış yazma. Örneğin; AB] ışınından A noktasının çıkarılmasıyla elde edilen AB yarı doğrusunu $]AB$ şeklinde ifade edemeyip AB] şeklinde ifade etme7. Önemli olan sınırlılık ilkesi olduğunu ve kapalılık durumunun bir geometrik şekil için söz konusu olup doğru parçasında bundan söz edilemeyeceğini düşünememe8. Doğrunun okunuşunu yaparken veya doğru modelinin sembolünü yazarken ille de soldan sağa doğru ilk ve son noktalar göz önüne alınarak yapılması gerektiğini belirtme9. Işınlardan her zaman kapalı bölgesinin solda açık bölgesinin ise sağda yazılması gerektiğini söyleme10. Bir ışın modelinin sembolünü yazarken başlangıç noktasına dikkat etmeme11. Işın modelini doğru parçası sembolü ile ilişkilendirme12. Uzunluk sembolünün doğru için de kullanılabileceğini ve doğrunun uzunluğunun ölçülebileceğini düşünme13. Uzunluk sembolü ile doğru parçası sembolünün aynı olduğunu düşünme14. Kesişen iki doğru modelinde doğrudaki noktaları ifade edememe15. Evrendeki bütün noktaların kümesinin düzlem oluşturduğunu düşünme16. Aynı düzlemdeki K,L,M noktalarının kesinlikle doğrudaki olduğunu düşünme
A56	<ol style="list-style-type: none">1. Paralel olmayan iki doğruyu paralel olarak algılama2. Özel bir duruma ait olan bir özelliği genelleştirme3. Paralel iki doğruyu kesen bir üçüncü doğrunun ne demek olduğunu bilmeme4. Düzgün çokgenlere ait olan bir özelliği herhangi bir beşgene uygulama5. Şekli üçgen olmadığı halde üçgene benzetme
A63	<ol style="list-style-type: none">1. Paralellik ve diklik kavramlarını bilmeme2. Sembol gösterimini yapamama3. Verilmeyen bilgilerin var kabul edilmesi

Tablo 4.18 devamı

A63	4. Düzlemde üç doğrunun durumlarını ayırt edememe 5. Düzlemde 3 doğrunun durumlarını inşa edememe Geometrik kavramların tanımları bilgisi
-----	---

Tablo 4.18’de görülebileceği gibi makalelerde belirlenene doğru, nokta, düzlem ve açı ile ilgili kavram yanlışlarından en yaygın olanının, düzlemi sınırlı olarak görme olarak gösterilebilir. Bununla birlikte nokta doğru ve düzlem üzerinde iki boyutlu ve üç boyutlu olarak düşünememe en yaygın olarak görülen kavram yanlışlarından biridir. Ayrıca tabloda görülebileceği gibi, noktanın ve düzlemin sahip olduğu sonsuzluk kavramını algılayamama da bir diğer kavram yanılığı olarak belirlenmiştir. A40 kodlu makalede direkt olarak katılımcı cevaplarına yer verilmezken, Katılımcılara yöneltilen sorular ve bu sorulara verilen cevapların yorumlanması verilmiştir. Örneğin Şekil 4.2.103’ de görüldüğü gibi açının boyutu ile ilgili kavram yanılığını gösteren soru ve yorumlamalar verilmiştir.

Soru 7: Aşağıda görülen a, b, c, d ve e açılarını büyüklük küçüklük ve eşitlik durumlarına göre “<”, “>” ve “=” sembollerini kullanarak sıralayınız.



Bu soruyu matematik öğretmen adaylarının 55’i (%49,1) doğru cevaplandırmıştır. 85 sınıf öğretmen adayından ise 12 kişi (%14,1) bu soruyu doğru cevaplandırmıştır. Yanlış cevap veren öğretmen adayların cevapları incelendiğinde genel olarak bu soruya cevap verirken iki ışın arasında bulunun kareleri sayarak sıralama yaptıkları örneğin a açısında iki birim, b açısı 1 birim, c açısı 3 birim, d açısı 3 birim ve e açısı 1 birim olarak algılayarak bir kavram yanılığın düşükleri görülmüştür.

Şekil 4.2.103. Açının boyutu ile ilgili kavram yanılığı (A40)

A45 kodlu makalede ise katılımcıların cevapları ile yüzde değerlerine yer verilerek tablo yorumlamaları yapılmıştır. Şekil 4.104 ile ‘*Kesişen iki doğru modelinde doğrudan noktaları ifade edememe*’ kavram yanılığın ait ilgili tablo belirtilmiştir.

Tablo 23. On birinci soruya verilen cevapların kavramın gerek ve yeter koşuluna bağlı olarak doğru ya da yanlış olarak kabul edildiği ifadeler ve yüzdeler

	Açıklamalar	Yüzde
Doğru Cevap	1- B ve F doğrudur, C ise değildir.	%68
	2- Doğrudur çünkü bir doğru bu noktaları birleştirmez.	%8
	3- Doğrudur demek aynı doğru üzerinde bulunan noktalar demektir. Şekle göre B,F,C noktaları doğrudur değildir.	%8
	4- Üçü de doğrudur değil.	%8
Y.C	5- Çünkü farklı sonsuzluklara gidiyorlar.	%4
	6- A ve C seçenekleri doğru	%4

Şekil 4.2.104. Kesişen iki doğru modelinde doğrudur noktaları ifade edememe (A45)

4.1.2.3. Ondalık gösterim, ondalık kesirler ile ilgili kavram yanlışları

A9, A16, A59, A64 kodlu makalelerde ondalık gösterim ve ondalık kesirler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.19).

Tablo 4.19. Ondalık gösterim, ondalık kesirler ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A9	<ol style="list-style-type: none">1. Ondalık sayının virgölünü ihmal etme2. Ondalık sayının sadece tam kısmına odaklanarak ondalık kısmı ihmal etme3. Ondalık sayılardan ondalık kısmı daha uzun olan büyüktür görüşü4. Ondalık kısmı büyük olan sayı daha büyüktür düşüncesi5. Ondalık sayının tam sayıyı temsil ettiğini ancak tersten yazıldığını düşünme6. Virgülden sonraki ondalık kısım için ondalık yüzdelere, yüzdelere bindelerden büyük düşüncesi7. Ondalık sayının bir rasyonel sayıya benzetilmesi
A16	<ol style="list-style-type: none">1. Devredeni uzun olan büyüktür görüşüne sahip olma2. Devredeni kısa olan büyüktür görüşüne sahip olma3. Bölme işlemi her zaman sonucu küçültür görüşüne sahip olma4. Çarpma işlemi her zaman sonucu büyütür görüşüne sahip olma5. Devirli sayılarla yapılan işlemlerin sonuçları da devirli görüşüne sahip olma6. Virgüller alt alta gelecek şekilde işlemler yapılır ve sonuçta işleme alınan sayılardaki kadar devreden vardır görüşüne sahip olma7. Devirli sayılar yuvarlandığı için $\bar{1}$ dir görüşüne sahip olma8. Devirli sayılar yuvarlanır, ondalık sayılar yuvarlanmaz görüşüne sahip olma9. Okunurken devredeni ayrıca belirtmeye gerek yoktur görüşüne sahip olma10. Uzunlukları sınırlıdır görüşüne sahip olma11. "Bir rasyonel sayının devirli gösteriminin yazılması için12. Paydanın 9, 99, 999... gibi bir sayıya dönüştürülmesi gerekir" görüşüne sahip olma13. Devreden kısım uzun olamaz görüşüne sahip olma14. Ondalık sayıların hiçbir zaman bire eşit olamaz görüşüne sahip olma

Tablo 4.19 devamı

- A59
1. Kesir-ondalık kesir ilişkisini kavrayamama
 2. mevcut aralığın hangi sayılar arasında olduğunu dikkate almayarak yanlış yerden başlayarak aralıkları saymaya başlama
 3. Kesrin payı ile ondalık kesrin tam kısmını kendi arasında, kesrin paydası ile ondalık kesrin ondalık kısmını kendi arasında toplama
 4. Çarpma işleminin her zaman sayının değerini artıracakını düşünme
 5. Bölme işleminin her zaman sayının değerini azaltacağını düşünme
 6. Kesir-ondalık kesir kargaşası: sayı doğrusunda aralıkları saymaya yanlış yerden başlama
 7. Mevcut aralıkların "0,1" birim olarak algılanması
 8. Ondalık kesirlerde yer alan virgülden önceki virgülden sonraki kısımları tam sayı gibi sıralama
 9. Virgülden önceki virgülden önceki gelme
 10. Basamak değerini anlamama
 11. Ondalık kesirlerin virgülden sonraki kısımlarını kendi aralarında toplayarak basamak değerini göz etme
 12. Virgülden sonra 0 değerinin olmadığını düşünme
 13. Ondalık bir kesirdeki virgülden sonraki anlamını tam olarak kavrayamama
 14. Sıralamada 1 den küçük herhangi bir sayının yer alabileceğini muhakeme edemeyerek sayıların belli bir noktadan sonra aynen tekrar etmesi veya tekrar artması gerektiğini düşünme
 15. Kesirlerin sıralanmasında sadece virgülden sonraki kısmı önemseyerek sıralama
 16. Ondalık kesirlerde virgülden sonraki kısımda yer alan rakamların basamak değerlerini ve sayının büyüklüğüne olan etkilerini kavrayamama
 17. Virgülden önceki ayıraç gibi görme
 18. Virgülden önceki virgülden önceki gelme

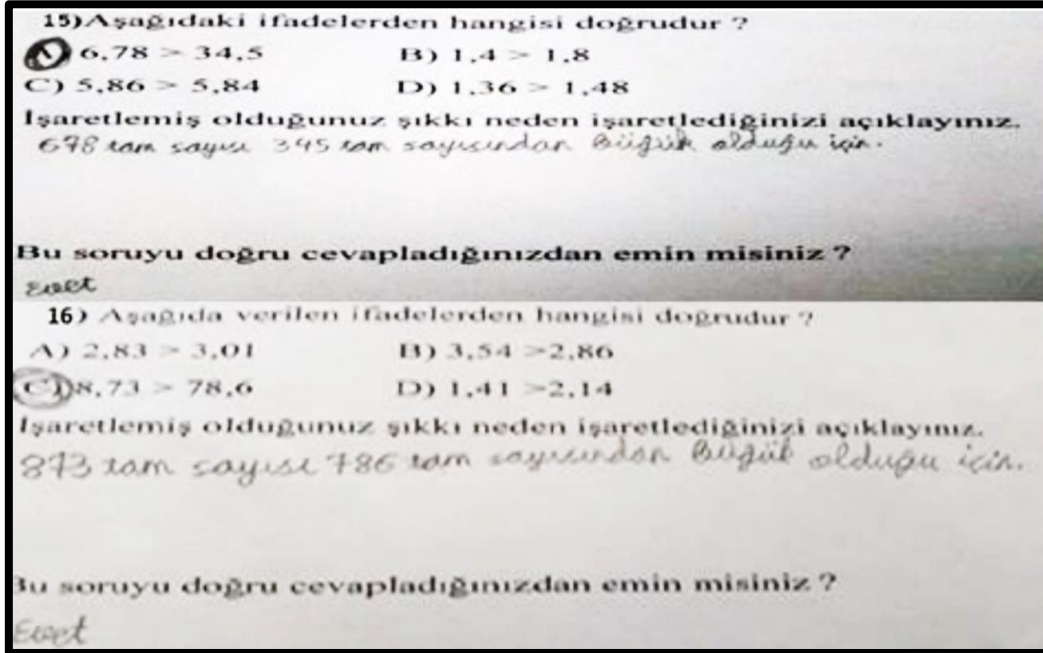
- A64
1. Kesri ifade ederken parça yerine bütün yazma
 2. Kesri ondalık sayıya çevirirken sıfırı basamak olarak yazmama
 3. Pay ve payda kavramlarını karıştırma
 4. Kesrin payını ondalık sayının tam kısmı, paydasını da kesir kısmı olarak düşünme
 5. Ondalık sayının virgülden önceki ayıraç olarak görerek, ondalık sayının ondalık kısmından gelen eldeyi kesir kısmında kullanmama
 6. Ondalık sayıları okurken, virgülden önceki sadece bir ayıraç gibi düşünme ve sayıyı bir tam sayı olarak okuma
 7. Ondalık sayının kesir kısmındaki basamakları yanlış isimlendirme
 8. Ondalık sayıların tam kısımlarını dikkate almayıp sadece kesir kısımlarına bakarak karşılaştırma
 9. Virgülden sonra en sağa konan sıfırın veya sıfırların değeri etkilediğini sanma
 10. Çarpımın çarpanlardan daha büyük sonuç vereceğini düşünme
 11. Bölme işleminin sonucunun bölünen sayıdan küçük olması gerektiğini düşünme
 12. Ondalık sayılarla toplama işlemini doğal sayılardaki gibi (virgülden önceki önemsemeyen) yapma, virgülden önceki ondalık sayılarda çarpma işleminin kuralına göre koyma
 13. Ondalık sayılarla toplama işlemini doğal sayılardaki gibi (virgülden önceki önemsemeyen) yapma, virgülden önceki büyük sayının kesir kısmına bakarak uygun yere koyma
 14. Çıkanı bulmak için eksilen ve farkı toplama
-

Tablo 4.19 devamı

A64	15. Sayıdaki virgüli ayıraç gibi görme 16. Kesir kısmındaki eldeyi tam kısmına eklememe 17. 1,3 sayısını gösterirken 0 ile 1 arasını 3'e bölme ve 1'ini alma. Yani 1,3 sayısını $\frac{1}{3}$ gibi düşünmektedir.
-----	---

Tablo 4.19 'de görülebileceği gibi makalelerde ondalık gösterim ve ondalık işlemler ile ilgili kavram yanlışlarından en yaygın olanının ondalık sayılarının okunuşu hakkında olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, ondalık sayılarda virgül kısmını kavrayamama diğer yaygın olarak görülen kavram yanılığıdır. Ayrıca ondalık sayılarda pay ve payda kavramı ile, kesirler ile karıştırma görülen bir diğer kavram yanılığıdır. Ondalık sayılarda işlemleri, tam sayılarda işlemler gibi düşünme de görülen bir diğer kavram yanılığı olarak tabloda belirlenmiştir. En çok yanlışların A59 ve A64 kodlu makalede olduğu görülmektedir.

Aşağıda Şekil 4.2.105 ile A9 kodlu makalede ondalık sayının göz ardı edilmesi ile oluşan ondalık sayının göz ardı edilmesi kavram yanılığına ilişkin katılımcı ifadesi bulunmaktadır.



Şekil 4.2.105. Ondalık sayının virgölünü ihmal etme kavramı (A9)

A16 kodlu makalede 'devirli sayılarla yapılan işlemlerin sonuçları da devirlidir görüşüne sahip olma' kavram yanılığına ilişkin katılımcı cevapları Şekil 4.106 ile verilmiştir.

5. $0,\overline{9} \times 0,\overline{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden doğru olanları işaretleyiniz.

a) $0,\overline{9}$ dan büyüktür.

b) Devirlidir.

c) $0,\overline{2}$ ile $0,\overline{9}$ arasındadır.

d) $0,\overline{2}$ den küçüktür.

e) $0,\overline{2}$ den büyüktür.

5. $0,\overline{9} \times 0,\overline{2}$ işleminin sonucu için aşağıda verilen ifadelerden doğru olanları işaretleyiniz.

a) $0,\overline{9}$ dan büyüktür.

b) Devirlidir.

c) $0,\overline{2}$ ile $0,\overline{9}$ arasındadır.

d) $0,\overline{2}$ den küçüktür.

e) $0,\overline{2}$ den büyüktür.

$0,\overline{9} = \frac{9 \cdot 0}{9} = 1$

$0,\overline{2} = \frac{2 \cdot 0}{9} = \frac{2}{9}$

$1 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{9} = 0,\overline{2}$

Şekil 4.2.106. Devirli sayılarla yapılan işlem sonuçlarının devirli olduğunu düşünme (A9)

4.1.2.4. Cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışları

A2, A3, A4, A19 kodlu makalelerde kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu makalelerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.20).

Tablo 4.20. Cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Harflerin varlığını göz ardı etme 2. Sonucun mutlaka sayı olması gerektiğine inanma 3. Değişkenleri ve birimleri ifade etmek için kullanılan harflerin rollerini ayırt edememe 4. Harfleri birer nesne imiş gibi kullanma ve harflere farklı anlamlar yükleme 5. Farklı harflerin mutlaka birbirinden farklı değer alacağını ve harflerin birden fazla değerinin olamayacağını düşünme 6. Farklı sorulardaki aynı harflerin her zaman aynı değeri alabileceğini düşünme 7. Parantezi hesaba katmama 8. Sembollerin cevabın bir parçası olamayacağı kanısından dolayı harflerle sayıları yanlış bir şekilde birleştirme yani sembol ve işaretlerin yanlış kullanımı 9. Matematiksel ifadelerle işlem yaparken işaretleri önemsememe 10. Benzer olmayan terimlerin toplanması veya çıkarılması 11. Matematiksel ifadelerde işlem sırasını önemsememe 12. Kullanılan metotları tanımadaki ve aritmetik işlemlerle ilgili yetersizliklerden dolayı genelleştirme yapamama
A3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Öğrencilere göre harflerin cebirde hiçbir anlamı olmadığını düşünme 2. Öğrencilere göre harfler alfabe'deki gibi sıralanır görüşüne sahip olma 3. Harfler alfabetik sıralamada olduğu gibi sayısal konum belirttiğini düşünme

Tablo 4.20 devamı

A3	<ol style="list-style-type: none">4. Tek kalan harfler 1'e eşittir görüşüne sahip olma5. Her harfin sadece bir değeri vardır görüşüne sahip olma6. Harfler sadece rakam olabilir görüşüne sahip olma7. Harfler nesnelere gösterir görüşüne sahip olma8. Harfler sayılar gibi davranmaz görüşüne sahip olma9. "+" ve "=" işaretleri daima sonuç üretir görüşüne sahip olma10. İşlemlerin sırası önemli değildir görüşüne sahip olma11. "=" işareti sadece eylem belirtir görüşüne sahip olma12. Matematikte her zaman soldan sağa doğru işlem yapılır görüşüne sahip olma13. Cebirde parantezler önemli değildir görüşüne sahip olma14. Bir denklemin diğer tarafında da aynı işlem yapılır görüşüne sahip olma15. Sayılar, değişkenler ve işaretler birbirinden farklıdır görüşüne sahip olma16. Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır görüşüne sahip olma17. Ters işlemler gereksizdir görüşüne sahip olma18. Harfler soldan sağa doğru eşlenir görüşüne sahip olma19. Harfler kelimeler için birer etikettir görüşüne sahip olma
A4	<ol style="list-style-type: none">1. Harflerin matematikte bir anlamı yoktur görüşüne sahip olma2. Harfler sayılar gibi davranmaz görüşüne sahip olma3. Harflerin basamak değeri vardır görüşüne sahip olma4. Harfler nesnelere kısaltmasıdır görüşüne sahip olma5. Harfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar görüşüne sahip olma6. Harfler alfabede olduğu gibi sıralanırlar görüşüne sahip olma7. "=" işareti daima bir sonuç üretir görüşüne sahip olma8. "+" ve "-" işareti daima bir sonuç üretir görüşüne sahip olma
A19	<ol style="list-style-type: none">1. Cebir-geometri ilişkisini hatalı kurma2. İşlem seçiminde yapılan yanlışlar3. Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi yaparken parantezi dikkate almama4. Şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçiş5. Denklemi hatalı bulmaktan kaynaklı terimi yanlış hesaplama

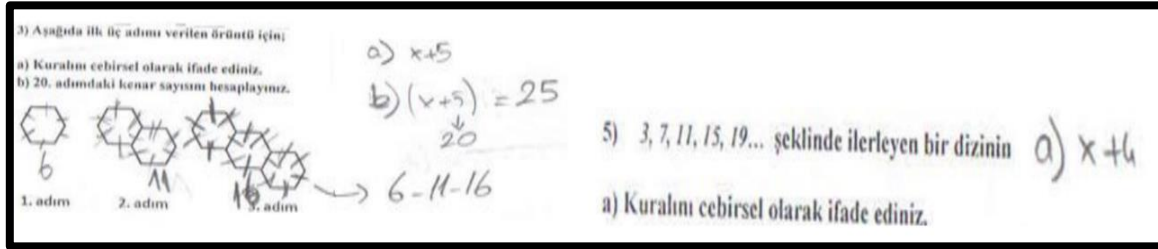
Tablo 4.20'de görülebileceği gibi makalelerde cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarından en yaygın olanının, harflerin/bilinmeyenlerin hiçbir anlam ifade etmediğini düşünme ya da nesne gibi farklı anlamlar ifade edilmesi olarak görülmektedir. Aynı zamanda bilmeyeni temsil eden harflerin, cebirsel denklemlere göre değil fakat alfabetik sıralama gibi farklı konularda değer almasını görülmesi bir diğer kavram yanlışlığı olarak belirlenmektedir.

Aşağıda 4.2.107 ile A4 kodlu makalede '*harfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar görüşüne sahip olma*' kavram yanlışlığı ile ilgili katılımcı ifadesi bulunmaktadır.

A. $a=7$ ve $c=9$ ise b ne olur?
 Kl. $(a=7 c=9)$ 8
 A. Neden 8?
 Kl. $a=7 c=9$ olduğu için
 A. Başka bir değer alamaz mı?
 Kl. Alır. Ama a ve c nin de değişmesi lazım

Şekil 4.2.107. Harflerin alfabetik konumlarına göre değer aldığı düşünme (A4)

A19 kodlu makalede verilen şekil örüntüsünden denkleme yanlış geçiş kavram yanlışları Şekil 4.2.108 ile verilmiştir.



Şekil 4.2.108. Şekil örüntüsünden denkleme yanlış geçmede kavram yanlışlığı (A19)

4.1.2.5. Denklemler ile ilgili kavram yanlışları

A5, A21, A27, A57 kodlu makalelerde kesirler ve kesirlerde işlemler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu makalelerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.21).

Tablo 4.21. Denklemler ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A5	<ol style="list-style-type: none"> Verilen ifadenin bir sonuç olarak değil, çözülmesi gereken bir işlem olarak görülmesi Aritmetik işlemlerin yanlış şekilde cebire genellenmesi Denklemin diğer tarafına geçirme metodunun ezbere uygulanması Bölme işleminin tersinin çarpma işlemi olarak algılanmaması $4n = 1$ denkleminde $4n$ ifadesi $4 + n$, $2a = 10$ denkleminde $2a$ ifadesi $2 + a$, $4x = 8$ denkleminde de $4x$ ifadesi $4 + x$ olarak algılanmıştır. Denklemin diğer tarafına geçirme metodunun ezbere uygulanması

Tablo 4.21 devamı

A5	<ol style="list-style-type: none">7. Alışık olunmayan denklemin bilinen denkleme dönüştürülmesi8. Eşitlik kavramının, sağ tarafına sonucun yazıldığı bir işaret olarak algılanması9. Eşitlik kavramının, sağ tarafına sonucun yazıldığı bir işaret olarak algılanması
A21	<ol style="list-style-type: none">1. Değişkenler arasındaki kat ilişkisini görememe2. Bilinmeyen sadece harf olduğunu düşünmesi ve cebir-aritmetik ilişkisiyle ilgili yanlışlar3. Bilinmeyen, değişken ve derece kavramlarına ilişkin yanlışlar
A27	<ol style="list-style-type: none">1. ' + ' ve ' - ' işaretleri her zaman kapalı bir sonuç gerektirir görüşüne sahip olma2. Matematikte işlemler, her zaman soldan sağa doğru yapılır/başlanır.3. Cebirsel olarak parantezin çok bir önemi yoktur görüşüne sahip olma4. Eşitliğin bir tarafında yapılan bir işlemin tersi öbür tarafta yapılır (aynı işlem değil) görüşüne sahip olma5. Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır görüşüne sahip olma6. Ters işlemler gereksizdir görüşüne sahip olma
A57	<ol style="list-style-type: none">1. Eşitlik kavramı temelinde düşünülerek denklemin her iki yanında çarpım durumunda bulunan ortak ifadelerin yok edilerek bu ifadeyi sıfır yapan sayının rasyonel denklemin çözüm kümesine katılmaması2. Rasyonel denklemde yer alan rasyonel ifadenin paydasını sıfır yapan sayının çözüm kümesi dışında bırakılmaması3. Rasyonel denklemlerde sadeleştirme sonucunda eşitliğin bir yanında geride bir ifade kalmaması durumunda sıfır yazılması

Tablo 4.21’de görüldüğü gibi makalelerde denklemlerde konusunda görülen kavram yanlışlarından en çok rastlanılardan biri, denklemlerin iki tarafı arasında bağlantı kuramama, temel denklem çözme sıralarını birbirine karıştırma olarak belirlenmiştir. Ayrıca eşitliğin denklemin iki tarafını da etkileyen bir işaret olduğunun algılanamaması belirlenen bir diğer kavram yanılığı olarak görülmektedir.

A5 kodlu makalede denklemler ile ilgili kavram yanlışları öğrenci cevapları tablolaştırılarak ve yorumlanarak verilmiştir. Şekil 4.2.109’ da görüldüğü gibi ‘denklemin diğer tarafına ezberle uygulanması’ kavram yanılığına ait soru, kavram yanılığına sahip öğrenci adedi ve öğrenci cevaplarına yer verilmiştir. Aynı şekilde ‘Alışık olunmayan denklemin bilinen denkleme dönüştürülmesi’ kavram yanılığına ait görsel ise Şekil 4.2.110 ile verilmiştir.

Toplananın Yer Değiştirmesi Hatasını Yapan Öğrenci Cevapları			
Öğrenciler	Soru	Hatalı öğrenci cevaplarına örnekler	Betimsel nitelendirme
Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₂₄	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.		Denklemin diğeri tarafına geçirme metodunun ezbere uygulanması

Şekil 4.2.109. denklemin diğeri tarafına geçirme yönteminin ezbere uygulanması (A5)

Öğrenciler	Soru	Hatalı öğrenci cevaplarına örnekler	Betimsel nitelendirme
Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.		Alışık olunmayan denklemin bilinen denkleme dönüştürülmesi

Şekil 4.2.110. Alışık olunmayan denklemin bilinen denkleme dönüştürülmesi (A5)

4.1.2.6. Kompleks sayılar ile ilgili kavram yanlışları

A22, A37, A38, A55 kodlu makalelerde kompleks sayılar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu makalelerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.22).

Tablo 4.22. Kompleks sayılar ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A22	<ol style="list-style-type: none">1. Öğrencilerin sanal eksenini algılayamaması2. Karmaşık sayılarda modül bulma ile ilgili temel eşitlik ve bilgileri kullanmada kavram yanlışları3. Derece, kök, kompleks sayı ilişkisini kurmada kavram yanlışlığı4. Bir kökü kompleks verilen ikinci dereceden reel katsayılı bir bilinmeyenli bir denklemini oluşturamama
A37	<ol style="list-style-type: none">1. Sadece reel kısımdan oluşan a karmaşık sayının eşleniğinin $-a$ olduğunu düşünme2. Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasını reel sayı haline getirmek için sadece paydadaki ifadenin eşleniği ile çarpılması gerektiğini düşünme3. $(a + ib)/(c + id)$ karmaşık sayısının reel kısmı a/c, sanal kısmı b/d olarak hesaplama4. Reel sayılarda kümesinde geçerli olan $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğunu düşünme5. $a + ib$ şeklindeki karmaşık sayının sanal kısmının b yerine ib olarak gösterilmesi6. Karmaşık sayılarda sıralama bağıntısı geçerli olduğunu düşünme7. Karmaşık sayıların modülleri hesaplanarak sıralanabileceğini düşünme8. Karmaşık sayılar kümesinin diğer sayı kümelerini kapsamadığını düşünme9. Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a + ib$ ise diğeri $a - ib$'dir kuralını reel katsayılı olmayan bir ikinci dereceden denkleme genelleme
A38	<ol style="list-style-type: none">1. Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi yanlışlığı2. Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken hem reel hem de sanal kısmın işaretinin değiştirilmesi yanlışlığı3. Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasının reel sayıya dönüştürülmesi için sadece paydadaki ifadenin eşleniğinin kullanılması yanlışlığı4. Eşlenikle çarpmada yanlış kurallama5. Tek kök bulma hatası6. Reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanlışlığı7. Kökün içi negatif olmaz yanlışlığı8. i'yi bilinmeyen olarak düşünme yanlışlığı9. İki den fazla terim içeren bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısmının belirlenmesindeki hatalar10. İki den fazla terim içeren bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısmının gösterimindeki yanlışlıklar11. Bir karmaşık sayının argümentine ait 'bir karmaşık sayının modülünün x –ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı' tanımının yerini 'bir karmaşık sayının modülünün x – ya da y –eksenlerinin herhangi biriyle yaptığı açı' kavramının alması12. Argüment açının tanjantıdır tanımlaması13. Argüment iki karmaşık sayı arasındaki açıdır tanımlaması14. Reel sayılar kümesinde olduğu gibi bir sıralama bağıntısının karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanlışlığı

Tablo 4.22 devamı

A38	<ol style="list-style-type: none">15. Sayı kümeleri arasındaki alt küme ve kapsama ilişkileri ile ilgili hatalar16. $0 \notin N$ öğrenme farklılığı17. Ön öğrenmelerden kaynaklanan radyan π radyan = 180° ifadesinin $\pi = 180^\circ$ şeklinde algılanmasından dolayı, bir karmaşık sayının kareköklerini bulurken derece ve radyanın birlikte gösterilmesi hatası.18. “Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğeri $a - bi$’dir” kuralının reel katsayılı olmayan bir ikinci dereceden denkleme de genellenmesi yanılığı19. i’nin kuvvetleri bulunurken $mod4$’e göre işlem yapıldığında kalan yerine bölümü kullanma hatası20. Bir karmaşık sayı ile eşleniğini içeren bir denklemde reel ve imajiner kısımları bulmada yapılan hatalar (polinom eşitliği yapamama)21. Çember ve analitik geometri bilgisi eksikliğinden kaynaklanan merkez ve yarıçapı, geometrik yer ve bölgeyi belirlemedeki hatalar22. İki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı reel sayılar kümesindeki mutlak değer olarak düşünme hatası23. 1 sayısının bütün kuvvetlerinin 1 olduğu yanılığı24. Çözüm yaparken $\ln 1$ sayısını sıfır olarak düşünmeleri hatası25. Negatif sayının logaritmasının alınmayacağı hatası26. Kutupsal gösterimde açı belirleme hatası27. Reel sayılardaki gibi çözüm yaparak üç kökü de 1 bulma hatası
A55	<ol style="list-style-type: none">1. Bir karmaşık sayının eşleniği bulunurken ikinci terimin işaretinin değiştirilmesi yanılığı2. Karmaşık sayılarda rasyonel bir ifadenin paydasının reel sayı haline getirilebilmesi için sadece paydadaki ifadenin eşleniğinin kullanılması yanılığı3. Reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ Kuralının, karmaşık sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanılığı4. İki den fazla terim içeren bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısmının belirlenmesindeki hatalar ve gösterimindeki yanılığlar5. İki den fazla terim içeren bir karmaşık sayının reel ve imajiner kısmının belirlenmesindeki hatalar ve gösterimindeki yanılığlar6. Bir karmaşık sayının argümentine ait ‘bir karmaşık sayının modülünün x-ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı’ tanımının yerini ‘bir karmaşık sayının modülünün x – ya da y – eksenlerinin herhangi biriyle yaptığı açı’ kavramının alması7. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılar çarpılırken argümentlerin çarpılması, karmaşık sayılardan biri diğere bölünürken argümentlerin bölünmesi ve bir karmaşık sayının kuvveti alırken argümentin de kuvvetinin alınması yanılığı8. “Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğeri $-a - bi$ dir” şeklindeki kavram yanılığı ve “Reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğeri $a - bi$ dir” kuralının reel katsayılı olmayan bir ikinci dereceden denkleme de genellenmesi yanılığı

Tablo 4.22’de görüldüğü gibi kompleks sayılarda birçok farklı kavram yanılığı bulunmuştur. A38 kodlu makalede 28 yanılığı ile en çok kavram yanılığının belirlendiği

görülür. Bunlardan en yaygın olanlardan birinin, karmaşık sayılarda eşlenik bulma, sanal ve reel kısımları karıştırıp birbiri yerine kullanma olarak görülebilir.

A22 kodlu makalede katılımcılara yöneltilen sorular ve cevaplarına ait yüzde bilgilerine yer verilmiştir. Benzer şekilde A38 kodlu makalede kavram yanlışlarına ait öğrenci cevapları verilmezken, öğrenci cevaplarına ait yüzdelere ilişkin tablolar verilerek yorumlanmıştır.

Bu kavram yanlışlığı ile ilgili makalelerde katılımcı cevapları ile ilgili örneklere rastlanmamıştır.

4.1.2.7. Çokgenler ile ilgili kavram yanlışlığı

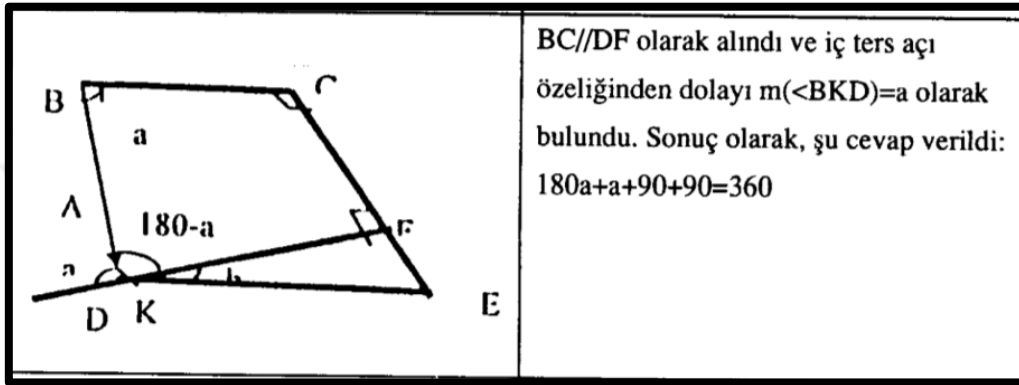
A12, A46, A56 kodlu makalelerde çokgenler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu makalelerde tespit edilen kavram yanlışlığına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.23).

Tablo 4.23. Çokgenler ile ilgili kavram yanlışlığı

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışlığı
A12	<ol style="list-style-type: none">1. Dışbükey çokgenlerin en az bir köşegeninin dışarıda olmasını düşünme2. “Tüm dikdörtgenlerin birer düzgün çokgen olabileceği” düşüncesine sahip olma3. “Düzgün çokgen olabilmesi için açılarının önemli olmadığı, kenarlar eşitse düzgün çokgen olabileceği” düşüncesine sahip olma
A46	<ol style="list-style-type: none">1. Çokgenin ne olduğu konusunda bir fikir oluşturamama2. Çokgeni çokgen yapan yeter ve gerek koşulları sıralayamama3. Bir şeklin çokgen olabilmesi için kenarları ve köşelerinin olmasını yeterli görme4. Çok kenarlılığı çokgen olmak için yeterli gördükleri ve bu anlamda iki kenarlı çokgen olabileceğini düşünme5. Şeklin benzerliğine bakarak, örneğin çokgeni andıran elips şeklinin çokgen olduğunu düşünme6. Yıldız vb. gibi klasik formunda olmayan şekilleri çokgen olarak kabul etmeme
A56	<ol style="list-style-type: none">1. Paralel olmayan iki doğruyu paralel olarak algılama2. Özel bir duruma ait olan bir özelliği genelleştirme3. Paralel iki doğruyu kesen bir üçüncü doğrunun ne demek olduğunu bilmeme4. Düzgün çokgenlere ait olan bir özelliği herhangi bir beşgene uygulama

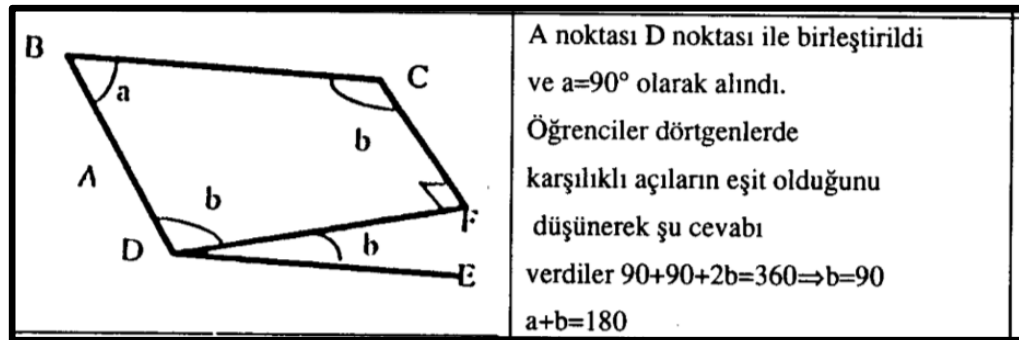
Tablo 4.23'te görüldüğü gibi makalelerde çokgenler ile ilgili kavram yanlışlarından en yaygın olanının, çokgenlerin tanımını yapamama olduğu görülebilir. Bununla birlikte dış bükey dış bükey tanımlarının birbiri yerine kullanılması bir diğer yaygın olarak görülen kavram yanılığı olarak belirlenmiştir. Ayrıca çokgenlerde paralellik kavramını algılayamama da görülen bir diğer kavram yanılığıdır.

Aşağıda Şekil 4.2.111 ile A56 kodlu makalede paralel olmayan iki doğruyu paralel olarak algılama kavram yanılığına ait katılımcı ifadesi bulunmaktadır.



Şekil 4.2.111. Paralel olmayan iki doğruyu paralel olarak algılama (A56)

A56 kodlu makalede verilen özel bir duruma ait olan bir özeliği genelleştirme kavram yanılığına ait katılımcı görüşü Şekil 4.2.112 ile verilmiştir.



Şekil 4.2.112. Özel bir duruma ait olan bir özeliği genelleştirme (A56)

4.1.2.8. Çember ile ilgili kavram yanlışları

A30, A49, A51 kodlu makalelerde çemberler ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.24).

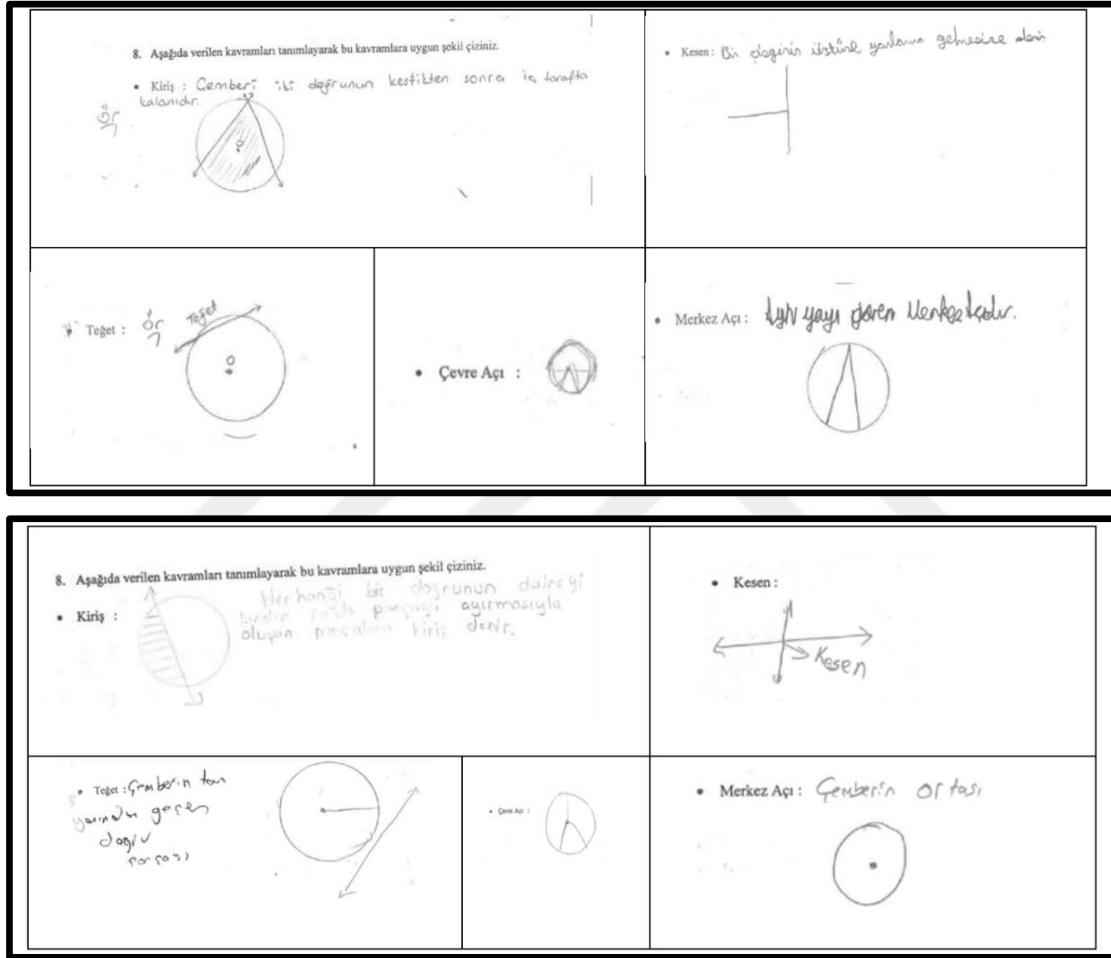
Tablo 4.24. Çemberler ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A30	<ol style="list-style-type: none">1. Çemberi tanımlayamama2. Çemberi içi boş şekil olarak ifade etme3. Daireyi içi boş olan şekil olarak ifade etme4. Çemberi içi dolu olan şekil olarak ifade etme5. Merkezin çemberin içinde kaldığını belirtme6. Yarıçapın çemberin üstünde olduğunu belirtme7. Çapın çemberin tüm yayının uzunluğu olduğunu düşünme8. Merkez, çap ve yarıçapın merkezin içinde olduğunu düşünme9. Çap ve yarıçapın aynı olduğunu belirtme10. Dairenin köşelerinin olması, çemberin köşelerinin olmaması11. Çemberin yuvarlak, dairenin düz olması12. Çember ile dairenin aynı şekil olması13. Kirişi çemberi iki doğru kestikten sonra iç tarafta kalan kısmı olarak tanımlama14. Keseni bir noktayı en az bir yerinden kesen doğru olarak tanımlama15. Çemberin iki noktasını kesen doğruya teğet deme16. Aynı yayı gören açıya merkez açısı deme17. Köşesi çemberin merkezinde olan açıya çevre açısı deme18. Minör yayın kalın, major yayın ince olması19. Kirişi, çemberin bir noktasının üzerinden geçen doğru parçası olarak tanımlama20. Çemberi bir orana göre bölen doğru parçasını kesen olarak adlandırma21. Çemberin merkezine değmeden çemberden geçen doğru parçasını teğet olarak adlandırma22. Merkez açısı, merkezdeki nokta olarak tanımlama23. Çemberin merkezinden çıkan açıyı çevre açısı olarak tanımlama
A49	<ol style="list-style-type: none">1. Çember kavramının özelliklerini belirleme konusundaki yanlışlar2. Dairenin özelliklerini belirleme konusunda kavram yanlışları3. Çember ve daire kavramlarını birbirine karıştırma4. Çap uzunluğunu belirlemede kavram yanlışları5. Çap çiziminde kavram yanlışları6. Çap ve yarıçap arasındaki ilişkiyi belirlemede kavram yanlışları7. Yarıçap uzunluğunu belirlemede kavram yanlışları8. Yarıçap uzunluğunun bir doğru parçası olduğunu fark edememe9. Merkezin nokta olduğunu bilmeme10. Merkezin yerini belirlemede kavram yanlışlığı
A51	<ol style="list-style-type: none">1. Çevre açısı ile merkez açısı özelliklerinin karıştırılması2. Çevre açısı ile ilgili özelliklere ilişki kavram yanlışları3. Kirişler dörtgeni ile deltoidi karıştırma4. Kirişler dörtgeninde açıortayı yanlış belirleme5. Çemberin merkezini belirleyememe6. Çemberde merkez açısının belirlenememesi

Tablo 4.24’ de görüldüğü gibi makalelerde belirlenen çember ve daire ile ilgili en yaygın kavram yanlışlığının çember ve daire tanımlarının birbiri yerine kullanılması olarak

görülmektedir. Aynı zamanda çember ve dairenin tanımından gelen, içerisindeki alanın kaplaması ya da kaplamaması durumu da en yaygın olarak görülen bir diğer kavram yanlışlarındandır.

A30 kodlu makalede iki şekil verilerek öğrenci cevapları verilmiştir. Bu iki şekil ile bütün öğrenci cevapları toplanıp yorumlanmıştır. Aşağıda A30 kodlu makalede verilen bu görseller Şekil 4.2.113 ile verilmiştir.



Şekil 4.2.113. A30 kodlu makalede verilen öğrenci cevapları

A49 kodlu makalede katılımcı cevaplarına yer verilmezken, A51 kodlu makalede katılımcı cevaplarına yer verilmiştir. Örneğin Şekil 4.2.114 ile 'Çevre açısı ile merkez açısı' kavramlarının karıştırılması kavram yanlışlığı ile ilgili katılımcılardan elde edilen verilere yer verilmiştir.

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
3.1		BKA açısı merkez açı olup, BA yayının ölçüsü 100° dir. BKDa açısı 80° ve BD yayı 160° dir	9 (TM)
3.2		AC yayı, APB açısının iki katı olup, 80° ve $x = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$ dir.	3 (TM) 1 (Fen)

Şekil 4.2.114. Çevre açı ile merkez açı özelliklerinin karıştırılması (A51)

4.1.9. Limit, türev, süreklilik ile ilgili kavram yanlışları

A11, A13, A17 kodlu makalelerde limit, türev, süreklilik ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu tezlerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.25).

Tablo 4.25. Limit, türev, süreklilik ile ilgili kavram yanlışları

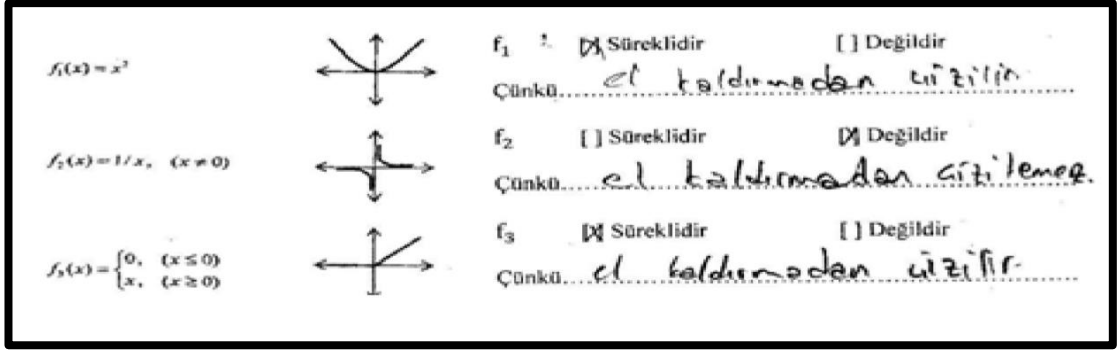
Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A11	<ol style="list-style-type: none"> 1) En çok rastlanan kavram yanlışlığı kategorisi l'hospital kuralının ne zaman kullanılacağına ilişkindir 2) L'hospital kuralını bölümün türevi şeklinde algıladıkları ortaya çıkmıştır ya da payda ve paydada bulunan terimlerin çarpım halinde olmasına karşın ayrı ayrı türevleri alınmıştır 3) Öğrenciler l'hospital kuralını uyguladıktan sonra belirsizliğin giderildiğini zannederek bir kez daha l'hospital uygulamaları gerekirken sonucu bulmaya çalışmışlardır 4) Bu kategoride öğrenciler önce payda eşitlemiş l'hospital kuralını uygulamış ve daha sonra parçalayarak ayrı ayrı limit alma işlemine geri dönüyorlar düşüncelerine sahip olma
A13	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sürekli fonksiyonların grafikleri kesintiye uğramaz” kavram yanlışlığı 2. “bir fonksiyon, grafiğini ancak elimizi kaldırmadan çizebiliyorsak süreklidir” yanlışlığı 3. Bazı fonksiyon şekillerinin “baca” olarak ele alınması ve sürekliliklerinin buna bağlı olduğuna dair kavram yanlışlığı

Tablo 4.25 devamı

A13	<ol style="list-style-type: none">4. Süreklilik tanımı yerine fonksiyon tanımını kullanarak sürekliliğin incelenmesine dair kavram yanılgıları5. Öğrencilerin sadece şekle bakarak sürekliliği incelemeleri üzerine kavram yanılgıları6. Sorularda süreklilik yerine sadece limitin araştırılması7. Fonksiyonun grafiği iki farklı eğri (iki doğru) şeklindeyken, fonksiyonun sürekli olup olmamasına dair kavram yanılgısı8. Grafikteki kırılmaların sürekliliği etkilemesine dair kavram yanılgıları9. Bir fonksiyonun sabitliğinin sürekli olup olmamasını tayin etmesine ilişkin kavram yanılgısı10. Eksik matematik bilgisinden kaynaklanan çözüm hataları
A17	<ol style="list-style-type: none">1. Limitin sonsuza eşit olması durumu<ol style="list-style-type: none">a. Limit kavramının kavramsal anlamından ziyade fonksiyonlarda bir işlem gibi algılama: sonsuzu bir reel değer gibi düşünerek limitin sonsuza eşit olduğunu söylemeb. Sonsuzun bir limit değeri olamayacağını farkında olmama2. Süreklilik tanımlılık ve limit ilişkisi<ol style="list-style-type: none">a. Limiti olan bir fonksiyonun aynı zamanda sürekli olmasıb. Limit alınan noktada fonksiyonun tanımlı olması3. Cebirsel ve grafiksel olarak ifade edilen bir fonksiyonun limit ve sürekliliği<ol style="list-style-type: none">a. Fonksiyonun grafiği parçalı olduğunda sürekliliği incelerken sorun yaşamab. Fonksiyonun sürekliliğini incelerken grafiğinin “el kaldırmadan çizilebilmesini ölçüt olarak alma4. Tanımsızlık ile belirsizlik arasındaki fark<ol style="list-style-type: none">a. Grafiği çizerken belirsizlik noktasını dikkate almamab. Verilen noktadaki belirsizliği göz ardı ederek fonksiyonu sadeleştirip sonuca ulaşmac. Limit hesaplarırken “belirsizlik durumlarında limit yoktur” algısı

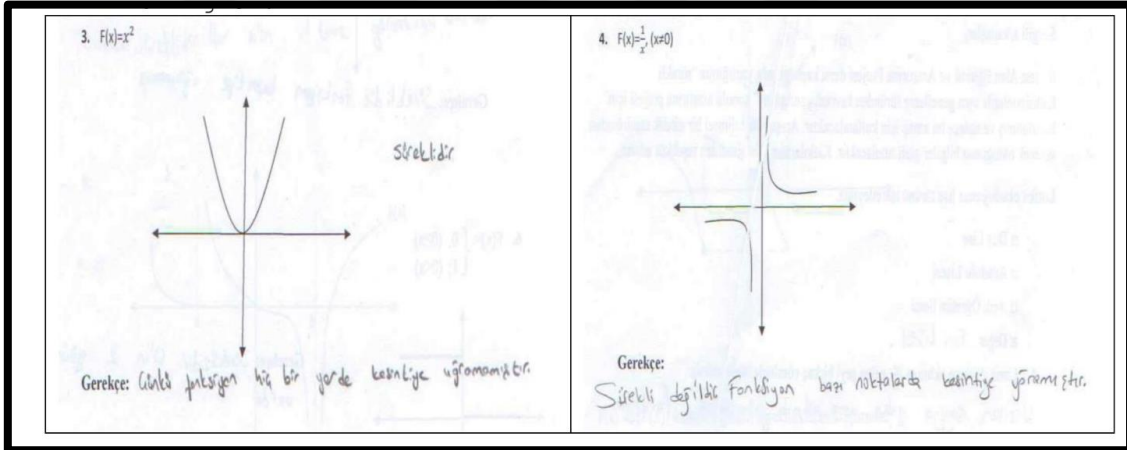
Tablo 4.25’te görüldüğü gibi makalelerde limit, türev, integral konusunda karşılaşılan en yaygın kavram yanılgısının kavramları birbiri üzerine kullanılması olarak görülmektedir. Bir diğer kavram yanılgısının ise, L’hospital kuralının karıştırılması olarak belirlenmiştir.

Aşağıda Şekil 4.2.115 ile A17 kodlu makalede fonksiyonun sürekliliğini incelerken grafiğin el kaldırmadan çizilebileceğini ölçüt olarak olma kavram yanılgısını gösteren katılımcı ifadesi bulunmaktadır.

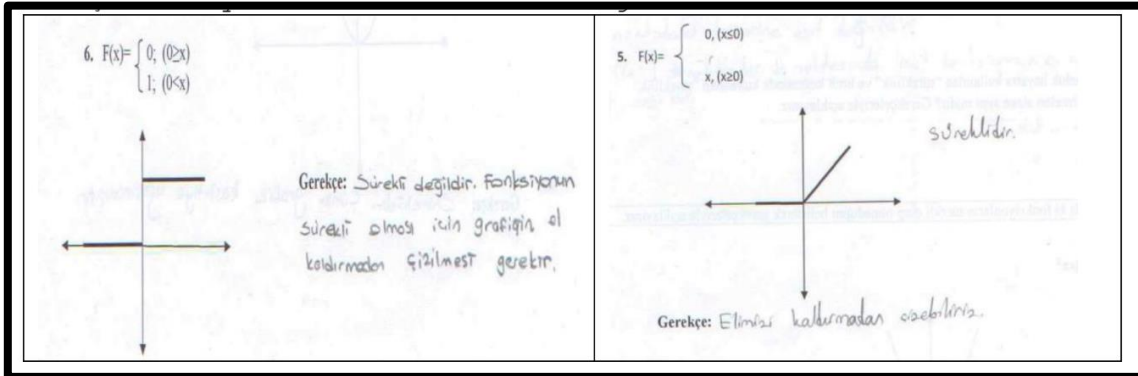


Şekil 4.2.115. Fonksiyonun sürekliliğini incelerken grafiğin el kaldırmadan çizilebileceğini ölçüt olarak olma (A17)

A13 kodlu makalede ise Sürekli fonksiyonların grafikleri kesintiye uğramaz kavram yanlışlığına ait katılımcı cevaplarına Şekil 4.2.116 ile ve “bir fonksiyon, grafiğini ancak elimizi kaldırmadan çizbiliyorsak süreklidir” yanlışlığına ait katılımcı cevaplarına ise Şekil 4.2.117 ile yer verilmiştir.



Şekil 4.2.116. ‘Sürekli fonksiyonların grafikleri kesintiye uğramaz’ kavram yanlışlığı (A13)



Şekil 4.2.117. ‘Bir fonksiyon, grafiğini ancak elimizi kaldırmadan çizbiliyorsak süreklidir’ kavram yanlışlığı (A13)

4.1.9.Fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışları

A50, A54, A58 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. Aşağıda bu makalelerde tespit edilen kavram yanlışlarına ilişkin tablo verilmiştir (Tablo 4.26).

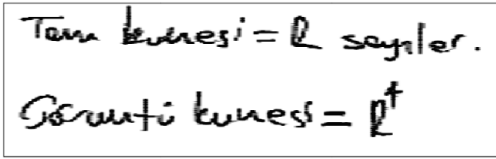
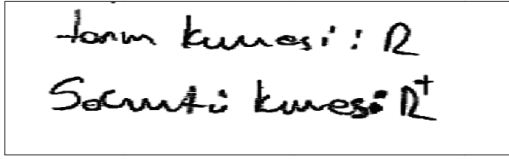
Tablo 4.26. Fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışları

Makale kodu	Belirlenen kavram yanlışları
A50	<ol style="list-style-type: none">1. Aşırı genelleme sonucu görüntü kümesini belirleyememe2. Bir aralıkta sonsuz reel sayının olduğunu düşünememe3. Verilen fonksiyon düşünülmeden sadece tanım kümesinden yola4. Çıkararak görüntü kümesini bulmaya odaklanma5. Sadece aralıktaki birkaç tamsayı değeriyle görüntü kümesini belirleme6. Görüntü kümesini tanım kümesindeki birkaç elemanın görüntüsüyle tahmin etme7. Tanım ve görüntü kümesini eksenler üzerinde göstermek yerine, alan olarak gösterme8. Belirlenen görüntü kümesini ve tanım kümesini eksenler üzerinde göstermek yerine, fonksiyon grafiği üzerinde gösterme9. Noktalardan oluşan görüntü kümesini aralık olarak belirtme10. Görüntü kümesindeki noktaları grafik üzerinde gösterme11. Noktalardan oluşan görüntü kümesini alan olarak gösterme12. Noktalardan oluşan görüntü kümesini grafiğin kendi olarak algılama13. Görüntü kümesini grafik altında veya üstünde kalan alan olarak belirtme14. Görüntü kümesini grafiğin kendisi olduğunu belirtme
A54	<ol style="list-style-type: none">1. $(x, y) \in \beta$ iken $(y, x) \in \beta$ ise yansıyandır.2. Tek bir tane (x, x) varsa yansıyandır.3. $x = y$ ise simetriktir.4. Bağıntının fonksiyon olabilmesi için 1: 1 ve örten olmalıdır.5. Birebir eşlenen bağıntılardır.6. Görüntü ve tanım kümesinden oluşan sıralı ikililerdir.7. Karşılığı olan bağıntılara fonksiyon denir.8. Yansıma, simetri, ters simetri, geçişme özelliklerini sağlayan bağıntıdır.9. Fonksiyonlar Venn şeması, ortak gösterim yöntemi, koordinat yöntemiyle gösterilen bağıntılardır. düşüncelerine sahip olma10. 1: 1'lik ve örtenlik tanımlarını karıştırma
A58	<ol style="list-style-type: none">1. İki fonksiyon verildiğinde ve birinin diğerinin fonksiyonu olarak yazılması istendiğinde, “iki fonksiyonun bileşkesinin alınması”2. “İki fonksiyonun toplanması” ya da “iki fonksiyonun eşitlenmesi” şeklinde işlemler yapılması

Tablo 4.26’de görüldüğü gibi makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarının en çok olanının, kullanılan kümelerin birbiri yerine kullanma olarak görülür. Bununla birlikte

fonksiyon çeşitlerinin birbiri yerine kullanılması karşılaşılan diğer kavram yanlışlarından olduğu görülmektedir.

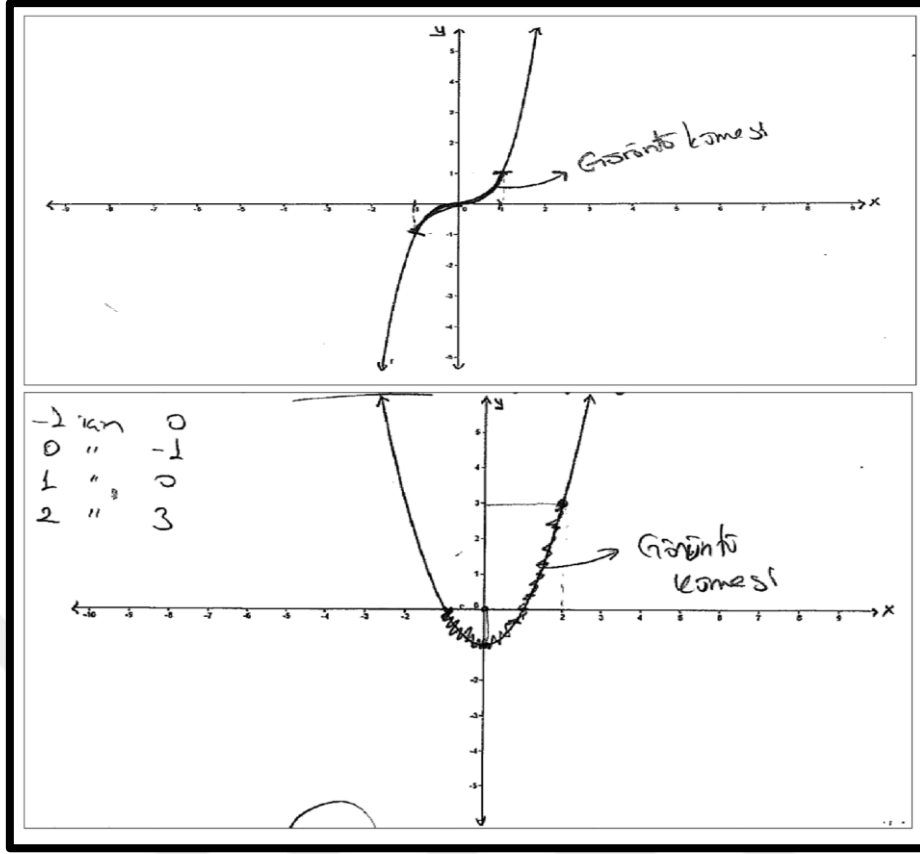
A50 kodlu makalede ‘Görüntü kümesini tanım kümesindeki birkaç elemanın görüntüsüyle tahmin etme’ kavram yanlışlığı ile ilgili katılımcılara yöneltilen sorular, katılımcılara ait cevaplar ve görüşmelere ait veriler Şekil 4.2.118 ile gösterilmiştir.

5. $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümesini bulunuz.	7. $f(x) = x^2$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümesini bulunuz.
	
<p>A: $f(x) = x^2 - 1$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümesini bulur musun bana ve nedenleriyle açıklar mısın?</p> <p>OÇAD: Tanım kümesi x'in aldığı değerlerdir. $f(x)$ sabit bir değere eşit olmadığı için x bütün reel sayıları alır. O yüzden tanım kümesi $T.K = R$ dir. Sonra görüntü kümesini bulurken x^2 olduğu için ekside versek artıda versek sonuç pozitif olacak burada. Değerler verdim x'e mesela bir verdiğimde sıfır, eksi bir verdiğimde yine sıfır, o zaman pozitif reel sayılardır.</p> <p>A: Pozitif reel sayıları bana küme olarak yazar mısın?</p> <p>OÇAD: $G.K = \{x: x \in R^+\}$</p>	

Şekil 4.2.118. Görüntü kümesini tanım kümesindeki birkaç elemanın görüntüsüyle tahmin etme (A50)

Şekil 4.2.119 ile A50 kodlu makalede ‘Belirlenen görüntü kümesini ve tanım kümesini eksenler üzerinde göstermek yerine, fonksiyon grafiği üzerinde gösterme’ kavram yanlışlığına sahip öğrenciye ait cevaplar verilmiştir. Bu öğrenci ile ek olarak yarı yapılandırılmış görüşme yapıldığı makalede belirtilmiştir.

Bu öğrenciyle de yine yarı yapılandırılmış bir görüşme gerçekleştirilmiştir. Öğrenciden on birinci soruyu tekrar çözmesi istenmiştir. Ardından öğrenciye, görüşmede verdiği cevap ile kâğıdında verdiği cevabı karşılaştırması söylenmiştir. Son olarak da on altıncı soruda ne yaptığını sözlü olarak açıklaması istenmiştir. Her durumda öğrenci nedenini açıklayamadan grafiğin üzerini çizmiştir. Ayrıca, on birinci soru için bulduğu -1, 0 ve 1 değerlerinin ne olduğu öğrenciye sorulunca değer kümesi şeklinde bir cevap alınmıştır. “Peki, görüntü kümesi nedir?” diye sorulduğunda TÇ isimli öğrenci görüntü ve değer kümesinin aynı şeyler olduğunu ifade etmiştir. Yani bu öğrenci görüntü ve değer kümesinin farkını bilmemektedir.



Şekil 4.2.119. Belirlenen görüntü kümesini ve tanım kümesini eksenler üzerinde göstermek yerine, fonksiyon grafiği üzerinde gösterme (A50)

4.1.10. Oran orantı ile ilgili kavram yanlışları

A1 ve A36 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A1 kodlu makalede kavram yanlışları; *oranı gerçek miktarı gibi düşünme kavram yanlışlığı, eşdeğer oranları fark edememe kavram yanlışlığı, iki çokluk arasındaki ilişkiyi kuramama kavram yanlışlığı, doğru orantı ile ters orantıyı karıştırma kavram yanlışlığı, çarpımsal ilişki kuramama kavram yanlışlığı* olarak adlandırılırken, A36 kodlu makalede kavram yanlışları; *oranı gerçek miktar olarak düşünüp buna göre işlem yapma, aynı karışımdan eklendiğini tespit edememe, oran kavramının oluşturulmasında yapılan yanlışlar, oranı bir karşılaştırma ya da kesir anlamı olarak kavrayamama, orandaki sayıları ayrı ayrı bulma fakat bir oran kuramama, yüzdeliği kavrayamama, alan ve çevreyi karıştırma, alanlar oranının kenarlar oranına eşit olduğunu düşünme, alan kavramının yanlış öğrenilmesi, kesirlerle işlemler konusunda kavram*

yanılgıları, orantısal akıl yürütme sorularını doğru orantı gibi düşünme, doğru orantıyı kavrayamama, doğru orantı yerine ters orantı kullanma, ters orantı yerine doğru orantı kullanma şeklinde belirlenmiştir.

A1 kodlu makalede, ‘oranı gerçek miktar gibi düşünme’ kavram yanılgısına ait öğrenci cevapları Şekil 4.2.120 ile ‘eşdeğer oranları fark edememe’ kavram yanılgısına ait öğrenci cevapları ise Şekil 4.2.121 ile verilmiştir.

Soru numarası	Örnek Öğrenci Cevapları
1.a	A) Poşette toplam 5 tane meyve vardır. $\frac{\text{Elma}}{\text{Armut}} = \frac{2}{3}$ 2 Elma 3 Armut 5 meyve vardır.
1.b	B) Armutların sayısı elmaların sayısından 1 fazladır. Doğrudur. Çünkü Elma sayısının armutların sayısına oranı $\frac{2}{3}$ 'tür o yüzden bence elma sayısı 2'dir Armut sayısı ise 3'dür = 3-2=1 Yani bu sayı da doğrudur
2.a	A) x,y,z sayılarının değerleri hakkında ne söyleyebilirsiniz. $x=2 \quad y=3 \quad z=4$
2.b	B) x+y hangi değeri/değerleri alabilir? $x+y = 2+3 = 5$ değerini alır

Şekil 4.2.120. Oranı gerçek miktar gibi düşünme (A1)

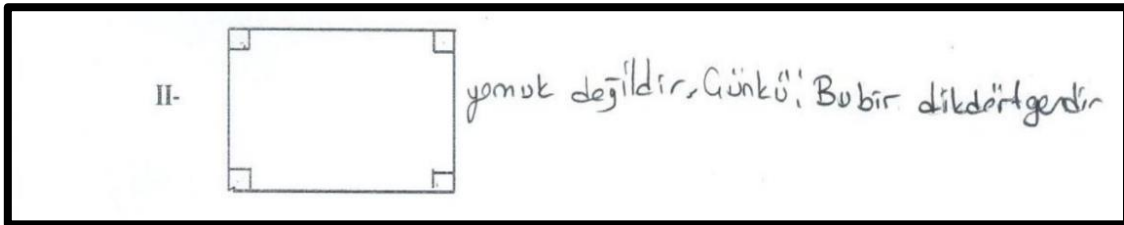
Soru numarası	Örnek Öğrenci Cevapları
3	$\frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$ $\frac{2a}{4a} = \frac{2}{4}$ $\frac{a}{1} > \frac{1}{2}$ oran büyük
4	A) $\frac{4}{8} < \frac{5}{9}$ orantı oluşturur B) $\frac{2}{3} < \frac{8}{11}$ orantı oluşturur C) $\frac{3}{5} < \frac{6}{10}$ orantı oluşturur.

Şekil 4.2.121. Eşdeğer oranları fark edememe (A1)

4.1.11. Yamuk ile ilgili kavram yanlışları

A25 ve A46 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A25 kodlu makalede kavram yanlışları *yamuk şeklinin düz olamayacağı, yamukta açıların eşit olamayacağı, kenarlarının eşit olamayacağı, temel yamuk şekillerini genel olarak bildiği ama kenarları paralel olmayan herhangi bir dörtgeni de yamuk gibi algılama, şeklin özelliklerinden daha çok görüntüsüne göre yorum yapılma, “yamuk” isminden esinlenerek, şeklin yamuk olması için düz olmaması gerektiğine inanma şeklinde belirtilmiştir.* A46 kodlu makalede ise kavram yanlışları; *yamuğu yamuk yapan gerek ve yeter koşulları tam olarak sıralayamama, yamuk çokgeninin yalnızca iki kenarı paralel olan bir dörtgen ya da çokgen olduğunu ifade edememe, yamuğu her bir kenarı birbirinden farklı, düzgün olmayan ya da kenarları yamuk olan şekiller olarak ifade etme, hiçbir kenarı paralel olmayan ancak yamuk çokgenine benzeyen dörtgenleri yamuk olarak tanımlama, taban kenarlarından birinin çok kısa olması durumunda şekli yamuk olarak tanımlayamama, dik yamuk çokgenini tanıyamama, gündelik yaşamda yamuk şeklindeki nesnelerin özelliklerini sıralayamama, yamuk çokgeninin klasik olmayan formlarını ise neredeyse tanıyamama* olarak belirlenmiştir.

A25 kodlu makalede, öğrencilerden alınan cevaplara fazlaca yer verilmediği görülmektedir. Örnek olarak verilen iki şekilden biri olan ‘şekin özelliklerinden daha çok görüntüsüne göre yorum yapılma’ kavram yanlışlığına ilişkin verilen cevap Şekil 4.2.122 ile verilmektedir.



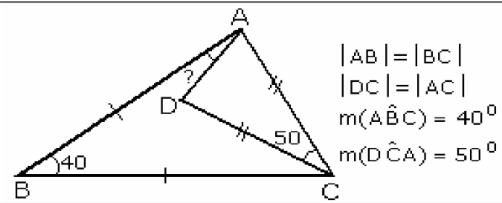
Şekil 4.2.122. Şekin özelliklerinden daha çok görüntüsüne göre yorum yapma (A25)

A46 kodlu makale incelendiğinde ise, katılımcıların cevaplarına ilişkin örneklere yer verilmediği görülmektedir.

4.1.12. Üçgenler ile ilgili kavram yanlışları

A33 ve A46 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A33 kodlu makalede kavram yanlışları, *ikizkenar üçgenin eşit olan taban açılarını kavrayamama veya karıştırma, doğrudan açı ile üçgende açının özelliklerinin karıştırılması, üçgende açının özellikleri ile üçgende açı-kenar bağıntısına uyarlamakta zorluk çekme* olarak belirlenmiştir. A46 kodlu makalede ise kavram yanlışları *üçgeni bir çokgen olarak görmeme, üçgen ile diğer çokgenler arasında ilişki kuramama* olarak belirlenmiştir.

A33 kodlu makale incelendiğinde, 'ikizkenar üçgenin eşit olan taban açılarını kavrayamama veya karıştırma' kavram yanlışlığına ilişkin öğrenci cevabı Şekil 4.2.123 ile gösterilmiştir.

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Betimsel Nitelendirme	Öğrenci Sayısı
2.1	<p>Aşağıdaki şekilde ABC ve ADC ikizkenar üçgendir.</p>  <p>$AB = BC$ $DC = AC$ $m(\hat{A}BC) = 40^\circ$ $m(\hat{D}CA) = 50^\circ$</p> <p>Buna göre $m(\hat{B}AD)$ kaç derecedir?</p>	<p>ADC ikizkenar üçgen olup $m(\hat{D}AC) = 50$ olur. ABC ikizkenar üçgen olup $m(\hat{B}) = 40$ old. $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 70$ olacağından $? = 70 - 50 = 20$ olur.</p>	5 (SAY) 15 (EA)

Şekil 4.2.123. İkizkenar üçgenin eşit olan taban açılarını kavrayamama veya karıştırma (A33)

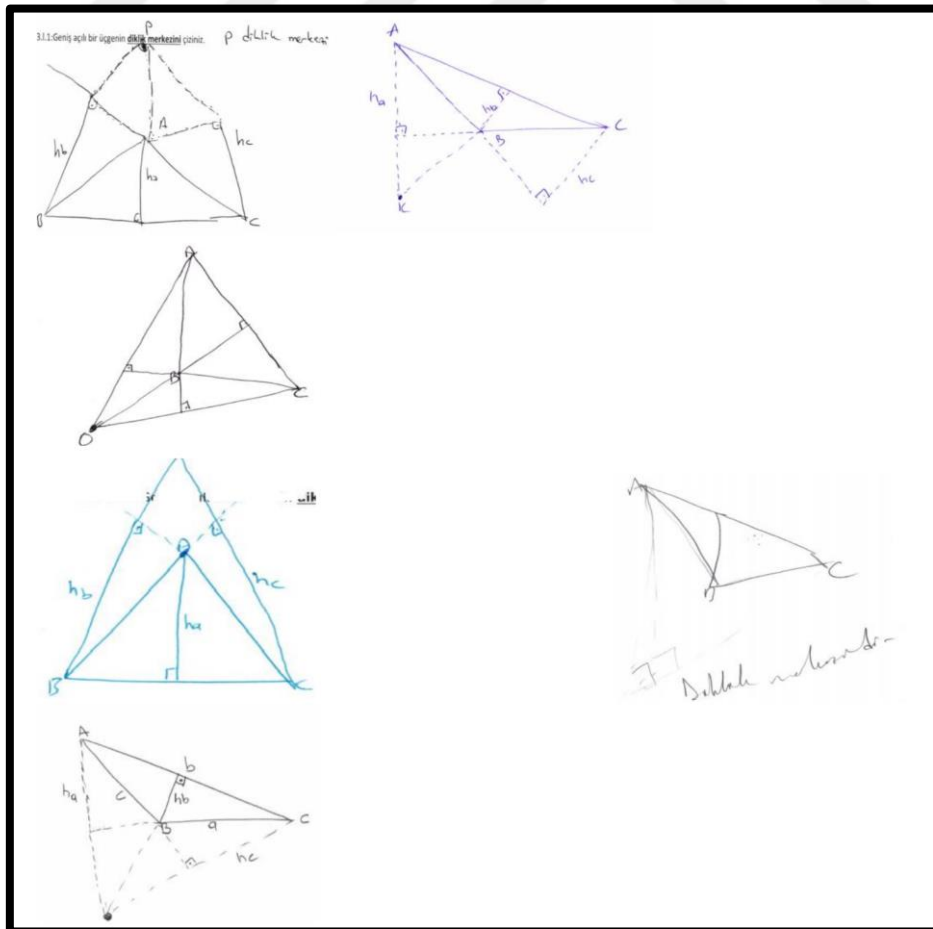
A46 kodlu makale incelendiğinde ise, katılımcıların cevaplarına ilişkin örneklere yer verilmediği görülmektedir.

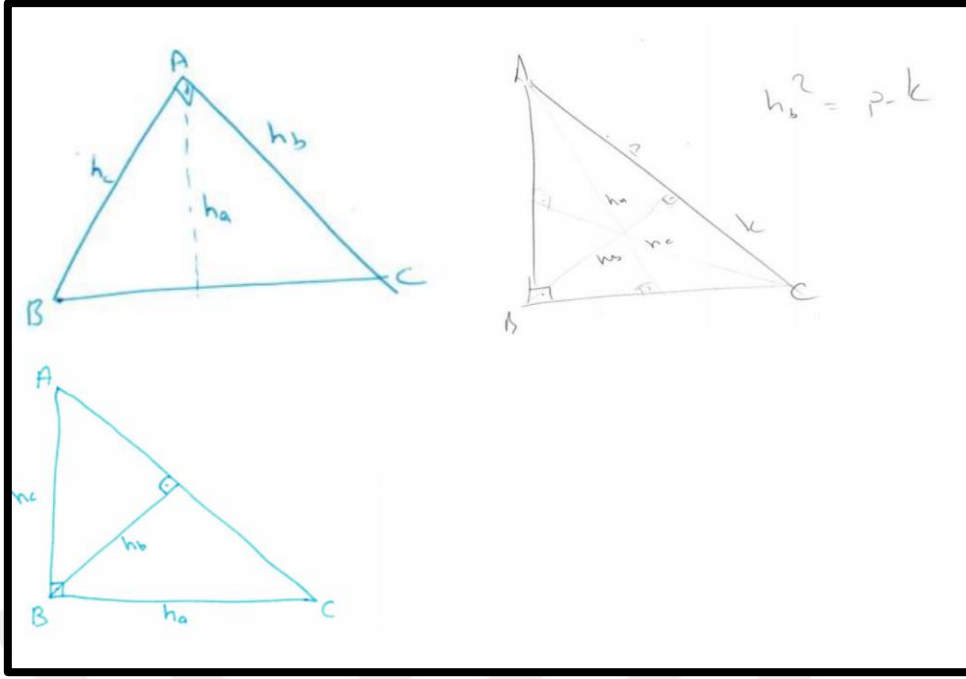
4.1.13. Yükseklik ve diklik ile ilgili kavram yanlışları

A10 ve A46 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A10 kodlu makalede kavram yanlışları, *geniş açılı üçgenin nasıl çizildiğinin*

yanlış yapılandırılması, dar açılı üçgende yükseklik çiziminin geniş açılı üçgene uygulanması, üçgende yüksekliğin nasıl çizildiğinin yanlış yapılandırılması, hangi yüksekliğin hangi tabana ait olduğunun yanlış yapılandırılması, üçgenin ağırlık merkezi ile yükseklik merkezi kavramlarının ayırt edilememesi, dik kenarların yüksekliği ifade edebileceğinin düşünülmemesi, dik açılı köşeden yükseklik çizilebileceğinin fark edilmemesi, Öklid bağıntısını yükseklikle ilişkilendirmek şeklinde belirlenmiştir. A46 kodlu makalede ise kavram yanılgıları, yüksekliği yükseklik yapan gerek ve yeter koşulları tam olarak sıralayamama, eşkenar dörtgenin yüksekliğini çizmede ise oldukça başarısız olma, dik üçgenin yüksekliğini çizememe, geniş açılı üçgenin yüksekliğini çizmekte zorlanma, günlük hayatta yer alan masa gibi en, boy ve yüksekliği bulunan 3 boyutlu cisimlerin yüksekliğini çizmekte zorlanma, her çokgenin yalnızca bir tane yüksekliği olacağını düşünme şeklinde belirlenmiştir.

A10 kodlu makalede, belirlenen kavram yanılgıları için katılımcılardan elde edilen bütün cevaplar Şekil 4.2.124 ile verilmiştir.





Şekil 4.2.124. Kavram yanlışlarını belirlemek için katılımcı cevapları (A10)

4.1.14. Geometrik Cisimler ile ilgili kavram yanlışları

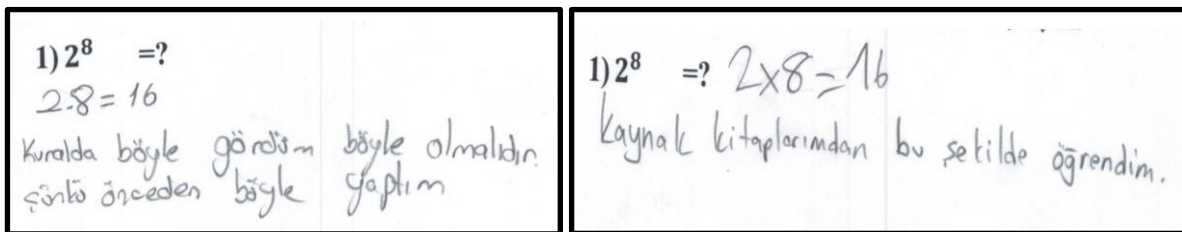
A6 ve A34 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A6 kodlu makalede kavram yanlışları, *küpün farklı açınımlarında simetriğini alma, üçgen prizma ve piramit açınımlarını karıştırma, koninin açınımlarında kavram yanlışları: üçgen bir yüzün olduğunu ifade etme, yarım daire bir yüz olduğunu belirtme, yüzlerden üçünün elips birinin üçgen olduğunu ifade etme, eğik silindirin varlığını bilmeme, silindirin tabanının çember olduğunu belirtme, piramide ilişkin örnek verememe* olarak belirlenmiştir. A34 kodlu makalede ise, *küpü iki boyutlu bir şekle benzetme, kare prizmayı iki boyutlu bir şekle benzetme, dikdörtgenler prizmasını iki boyutlu bir şekle benzetme, küp örneği verilen resmin gerçek ismini söyleme (günlük hayatla ilişki kuramama), kare prizma örneği verilen resmin gerçek ismini söyleme (günlük hayatla ilişki kuramama), dikdörtgenler prizması örneği verilen resmin gerçek ismini söyleme (günlük hayatla ilişki kuramama), cisimlerin yüz ve boyut kavramlarını birbirine karıştırma (küp üç yüzlüdür, uzunluk, genişlik, derinlik), cisim oluşturan yüzlerin özelliklerini tam olarak kavrayamama* şeklinde belirlenmiştir.

A6 kodlu makalede katılımcılardan direk olarak alınan cevaplara yer verilmemiştir. A34 kodlu makalede ise kavram yanlışlarını belirlemeye ait öğrenci cevaplarına yer verilmemiş olup, kavram yanlışlarının sınıflandırılması ile frekans ve yüzde tablolarına yer verilmiştir.

4.1.15. Üslü ve Köklü sayılar ile ilgili kavram yanlışları

A14 ve A35 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A14 kodlu makalede kavram yanlışları; *tam sayıların tam sayı kuvvetlerini hesaplamada kuralı yanlış anlama, üs ile tabanı çarpma, tam sayıların tam sayı kuvvetlerinde yanlış hesaplama, tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirleyememe, kök içindeki ifadenin gerçek sayıları ait olmadığını fark edememe, köklü sayılarda toplama işleminde kök içindeki sayıların toplanması* olarak belirlenmiştir. A35 kodlu makalede ise; *kareköklü sayılarda toplama çıkarma yaparken kökleri ve katsayıları kendi aralarında toplayıp çıkarma, bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi arasındaki farkı ayırt edememe, kök içindeki bir üslü ifadeyi kök dışına çıkarırken hem üssün hem de tabanın ayrı ayrı kökünün alınması, kareköklü sayılarda karşılaştırma yaparken yapılan yanlışlar, köklü sayılarda çarpma ve bölme işlemi yaparken kök kısmıyla işlem yapmaksızın sadece katsayılar arasında işlem yapma, üslü sayıların kareköklerini bulamama* olarak belirlenmiştir.

A14 kodlu makalede ‘tam sayıların tam sayı kuvvetlerini hesaplamada kuralı yanlış anlama’ kavram yanlışına ait katılımcı cevapları Şekil 4.2.125 ile verilmiştir.



Şekil 4.2.125. Tam sayıların tam sayı kuvvetlerini hesaplamada kuralı yanlış anlama (A14)

A14 kodlu makalede ‘tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirleyememe’ kavram yanlışına ait katılımcı cevapları Şekil 4.2.126 ile verilmiştir.

$$3) \sqrt{-25} = ?$$

$$\sqrt{-25} = \sqrt{-5 \cdot 5} = -5$$

Kurala göre böyle olmalı. Arkadaşlarımla çözerken böyle gördüm.

$$3) \sqrt{-25} = ?$$

$$\sqrt{-5 \cdot 5} = -5$$

Bu konuda çok eksikim var. Soru çözemem lazım ve eksiklerimi tanımlayamam.

Şekil 4.2.126. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirleyememe (A14)

4.1.16. Rasyonel Sayılar ile ilgili kavram yanlışları

A26 ve A62 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A26 kodlu makalede kavram yanlışları, Payda eşitleme yapılmadan pay ve paydadaki sayılar açısından sıralama, $<$, $>$ işaretleri ile ilgili yanlışlar, negatif işaretli olan rasyonel sayılarda sıralama yapmada zorlanma, basit kesrin tam sayılı kesirden daha küçük olması gerektiğini görememe, sıralama yapmak için payda eşitlemede ekok bulamama, görselleştirme yapılmadan sözlü ifadelerle anlatılınca karşılaştırma, payda eşitleme yaparken sadece paydaya genişletme yapılması, sonra paylara göre sıralama, paylar toplamının paya, paydalar toplamının paydaya yazılması, payda eşitleme yapmadan sadeleştirmelerin yapılması, payda eşitlemede, sadece paydaya genişletme yapılması, tam sayılı kesirleri toplamada payda eşitlerken tam kısmına da genişletme uygulama, paylar farkı paya, paydalar farkı paydaya yazılması, tam sayılarda çıkarma işleminin tam bilinmemesi, payda eşitledikten sonra çarpma işlemi, payda eşitledikten sonra sadece payların çarpılması paydaların ortak payda olarak yazılması, bir tamsayı ile bir kesirli sayıyı çarparken tamsayının hem pay hem

payda ile çarpılması, iki kesrin çarpılmasında paylar arasında sadeleştirme işlemi, paydaları eşit olan kesirlerin çarpımında paydalarının ortak payda olarak düşünülüp çarpılmaması, payın paya, paydanın paydaya bölünmesi, çarpma işlemine göre ters eleman özelliğinin bilinmemesi, ikinci kesir ters çevrilmeden çarpma işlemi yapılması, bölme işleminin anlamının anlaşılmasında, ezberle işlem yapılması, payda eşitleme olarak adlandırılmıştır. A62 kodlu makalede verilen kavram yanılgıları ise, sayının sıfıra bölümü sıfırdır, tam sayılar rasyonel sayı değildir, tam sayılı kesir tamsayıdır, pay ve payda kavramlarının isimlerini karıştırma, 'Rasyonel sayılarda paydada tüm tam sayılar olabilir' şeklinde düşünme, $\frac{0}{1}$ tanımsız olarak düşünme olarak belirlenmiştir.

A26 kodlu makalede, ön test ve son test sonrası katılımcılardan alınan cevaplar belirtilmiş olup bu cevaplar Şekil 4.2.127 ile verilmiştir.

Sorular	Ön görüşme	Son görüşme
1) Kesir denilince ne anlıyorsun? Açıklar mısınız?	Ö2: "Bir bütünüün parçalara ayrılması gerekir."	Ö2: "Bir bütünüün eşit parçalara bölünüp, bir kısmının alınması kesir belirtir."
2) İki kesir verildiğinde bu kesirlerle ilgili neler söylenebilir? Açıklar mısınız?	Ö5: "Pay ve paydadaki sayılara bakırım."	Ö5: "Biri diğerinden büyük ya da küçük ya da bu iki kesir eşit olabilir."
3) Rasyonel sayılarda nasıl sıralama yaparsın? Açıklar mısınız?	Ö1: "Öncelikle negatif sayı küçük olandır, sonra sayıların paydaları eşitlenip sıralanır."	Ö1: "Paydaları eşit ise payı büyük olan daha büyük, payları eşit ise paydası küçük olan daha büyüktür. Pay ve paydaları eşit değilse, pay ya da paydalar eşitlenir."
4) Rasyonel sayılarda toplama işlemini nasıl yaparsın? Açıklar mısınız?	Ö3: "Paydalar eşitlenir, genişletme paydaya yapılır, paya yapılmaz. Daha sonra paylar toplamı paya, aynı olan payda paydaya yazılır."	Ö3: "Paydaları eşitleniriz ardından payları toplar paya yazarız, ortak payda da paydaya yazarız."
5) Rasyonel sayılarda çıkarma işlemini nasıl yaparsın? Açıklar mısınız?	Ö2: "Üsttekiler kendi arasında, alttakiler kendi arasında çıkarılır."	Ö2: "Payda eşitlendikten sonra çıkarma işlemi yapılır."
6) Her zaman çarpma işlemi büyültür bölme işlemi de küçültür diyebilir miyiz? Neden?	Ö4: "Evet bölme küçültür çarpma büyültür diyebiliriz."	Ö4: "Diyemeyiz. Rasyonel sayılarda durum farklıdır."
7) Rasyonel sayılarda çarpma işlemi nasıl yaparsın? Açıklar mısınız?	Ö6: "Payda eşitleriz."	Ö6: "Paylar çarpımını paya, paydalar çarpımını paydaya yazarız."
8) Rasyonel sayılarda bölme işlemi nasıl yaparsın? Açıklar mısınız?	Ö1: "Payda eşitleriz."	Ö1: "Birinci kesrin aynısını yazıyoruz. İkinci kesri ters çevirip birinci kesir ile çarpıyoruz."

Şekil 4.2.127. A26 kodlu makalede verilen katılımcı cevapları

A62 koldu makalede ise ‘sayının sıfıra bölümü sıfırdır’ kavram yanlışlığına ait araştırmacı ve öğrenci arasındaki görüşme Şekil 4.2.128 ile ‘tam sayılı kesir tam sayıdır’ kavram yanlışlığına ait görüşme verileri Şekil 4.2.129 ile verilmiştir.

$\frac{1}{0} = \text{rasyonel... sayıdır...}$

Öğrenci A’ nin cevabı:

Araştırmacı: Sence hangi rasyonel sayıya eşittir?

Öğrenci A: Sıfıra eşittir.

Araştırmacı: Neden sıfıra eşit?

Öğrenci A: Çünkü paydada sıfır var.

Araştırmacı: Peki sence $-\frac{2}{0}$ kaçtır?

Öğrenci A: Bence o da sıfırdır?

Araştırmacı: Bu niye sıfırdır?

Öğrenci A: Çünkü bunun da paydasında sıfır var.

Araştırmacı: Yani?

Öğrenci A: Paydada sıfır olunca sonucu sıfır olur.

Şekil 4.2.128. Sayının sıfıra bölümünün sıfır olduğunu düşünme (A62)

$-2\frac{1}{3} = \text{tam... sayıdır...}$

Öğrenci C’ nin cevabı:

Araştırmacı: Peki $-2\frac{1}{3}$ neden tamsayıdır?

Öğrenci C: -2 var bu yüzden tamsayıdır.

Araştırmacı: Ama orada $\frac{1}{3}$ de var,

Öğrenci C: Olsun, -2 önce gelmiş,

Araştırmacı: Hangisi önce gelirse o sayı mı olur?

Öğrenci C: Evet

Şekil 4.2.129. Tam sayılı kesrin tam sayı olduğunu düşünme (A62)

4.1.17. İşlemler/Problemler ile ilgili kavram yanlışları

A42 ve A61 kodlu makalelerde fonksiyonlar ile ilgili kavram yanlışlarına rastlanmıştır. A42 kodlu makalede kavram yanlışları, *çarpma işlemi yerine çıkarma işlemi yapma, çarpma işlemi yerine toplama işlemi yapma, toplam ve fazla kelimeleri geçiyorsa toplama, çıkan ve eksilme kelimeleri geçerse çıkarma, katı derse çarpma işlemi yapılır kavram yanlışlığı, toplama ve çıkarmaya ait kuralları çarpmaya genelleme, iki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yapılırken basamak kaydıramama (basamak kaydırma yapmadan işleme devam etme), 0 ve 1 ile çarpma kuralını anlayamama* olarak adlandırılmıştır. A61 kodlu makalede ise *problem cümlesinde kelimelerin değişmesi, mekanik yol dışına çıkılması, problemde birimlerin değişmesi, problemde sayıların değişmesi, problemde aynı kavramı farklı yerlerde görme, matematiksel ifade-sözel ifade* olarak adlandırılmıştır.

A61 kodlu makalede, kavram yanlışları belirleme amacıyla katılımcılara yöneltilen sorulara ait cevapların yüzde tabloları verilirken, cevapların direk olarak verilmediği görüşülür.

A42 kodlu makalede ise, birçok farklı öğrenci alınarak derinlemesine inceleme sonrasında kavram yanlışları belirlenmiştir. A42 kodlu makalede ‘katı derse çarpma işlemi yapılır’ kavram yanlışlığına ait katılımcı cevapları Şekil 4.2.130 ile verilmiştir.

(Öğrenci kodu C7)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C7: 15 katlı binanın her katında 20 tane pencere vardır. Bu binada toplam kaç pencere vardır? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C7: 15 katlı dediği için ilk önce çarpacağım, toplam dediği içinde sonra da toplayacağım.

Y: Peki yap.

C7: 15 ile 20'yi çarpıyorum 300 çıktı, sonra da 300 ile 20'yi topluyorum sonuç 320 ($15 \times 20 = 300$, $300 + 20 = 320$)

Şekil 4.2.130. Katı kelimesinin çarpmayı temsil ettiğini düşünme (A42)

4.2. Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar

Bu bölümde Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış lisansüstü tezlerde ve makalelerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar ayrı ayrı ele alınacaktır.

4.2.1. Lisansüstü tezlerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar

Matematik eğitimi alanında kavram yanlışlarını konu alan B1, B12, B14, B41, B42, B46, B65, B68, B72, B73 hariç tüm tezler (toplam 63 lisansüstü tez) kavram yanlışlarının tespit edilmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu tezlerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar aşağıda Tablo 4.27 ile verilmiştir. Tablo 4.27’yi incelerken dikkat edilmesi gereken konulardan birisi bazı tezlerde birden fazla aracın kullanılmış olmasıdır.

Tablo 4.27. Makalelerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar

Araçlar	Ayrıntılar	f	Lisansüstü tezler
Ölçek (1)	İki aşamalı çoktan seçmeli sorular + açık uçlu sorular	1	B50*
Sorular (1)	Açık uçlu sorular	1	B29
	Türü belirtilmemiş	8	B24, B27, B30, B33, B36, B38, B49, B71
Test (46)	Teşhis testi	34	B2, B4, B5, B6, B7*, B8*, B10, B11**, B13, B16, B17, B18*, B19*, B20**, B21*, B23, B26*, B31, B34*, B35, B37, B39*, B40, B43, B44, B47*, B48, B51, B53*, B56, B58, B58*, B60, B62, B63
	Kavram testi	1	B22
	Başarı testi	4	B25, B28, B54, B67
	İki aşamalı	4	B9*, B32*, B52*, B57*
	Üç aşamalı	3	B3**, B15**, B61**
	Türü belirtilmemiş	11	B7, B15, B16, B17, B27, B30, B33, B45, B53, B61, B70
Görüşme (23)	Klinik görüşme	2	B2, B66
	Yapılandırılmamış	2	B13, B63
	Yarı yapılandırılmış	8	B32, B39, B48, B50, B51, B57, B59, B71
Gözlem (6)		6	B16, B29, B37, B60, B64, B71
Anket (3)		3	B45, B55, B69
	Günlükler	2	B36, B66
Doküman (4)	Çalışma yapıları	1	B66
	Diğer	2	B58, B64
Senaryo (1)		1	B69

Not: * ile işaretli olan makaleler iki aşamalıdır. ** ile işaretli olan makaleler üç aşamalıdır.

Tablo 4.27’den görülebileceği gibi tezlerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar tercih edilme sırasına göre; test (46 tez), görüşme (23 tez), açık uçlu sorular (13), gözlem (6 tez), doküman (4 tez), anket (3 tez), senaryo (1) ve sorular (1) şeklindedir. Tezler incelendiğinde bu araçların her birinde genellikle testlerin ağırlıklı kullanıldığı gözlemlenmiştir. Kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan testler içerisinde teşhis testleri, kavram testleri, başarı testi, iki aşamalı ve üç aşamalı test bulunmaktadır. Ayrıca klinik

görüşme, yapılandırılmamış ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin tercih edildiği durumlarla karşılaşmıştır. Doküman incelemesi tercih edilen tezlerde günlükler ve çalışma yaprakları kullanılan metotlar olmuştur. Senaryo ve ölçekte tezlerde kavram yanlışlarını belirlemede birer tezde kullanılan araçlar olarak bulunmuştur. Aşağıda senaryo modelinde kullanılan görsele yer verilmiştir (Şekil 4.3.1).

Senaryo	Ölçülmesi Hedeflenen Kazanım
<p>Senaryo 1: Fonksiyonlar konusunun anlatıldığı bir matematik dersinde öğretmen öğrencilerine “$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x^2 + y^2 = 1$ ifadesi bir fonksiyon belirtir mi?” sorusunu yöneltmiştir. Mehmet $x^2 + y^2 = 1$ ifadesinin fonksiyon olduğunu söylemiştir. Sizce Mehmet’in cevabı doğru mudur yoksa yanlış mıdır? a) DOĞRU olduğunu düşünüyor iseniz sebebini açıklayınız. b) YANLIŞ olduğunu düşünüyorsanız hatanın kaynağının ne olduğunu ve bu hatanın düzeltilip düzeltilmeyeceğini açıklayınız. Böyle bir durumda sınıfa nasıl bir açıklama yapacağınızı anlatınız.</p>	<p>Öğretmen adayının; cebirsel olarak verilen bir fonksiyon ile ilgili;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Öğrenci yanıtındaki hatayı belirtip belirtmediği • Öğrenci yanıtındaki hatanın kaynağı olarak bir kavram yanlışına işaret edip etmediği • Öğrencinin kavram yanlışlığı için çözüm önerisi üretip üretmediği

Şekil 4.3.1. B69 kodlu makalede kavram yanlışlarını belirleme yöntemi olan senaryo örneği

Matematik eğitiminde kavram yanlışlarını inceleyen tezlerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan bir diğer yöntemin anket olduğu bulunmuştur. B45’ sunulan kavram yanlışlarını belirleme anketinin örneği aşağıda sunulmuştur (Şekil 2).



Yukarıdaki şekilde dar, geniş, dik ve doğru açığa örnek oluşturabilecek birer açı bulup gösteriniz.

Şekil 4.3.2. Kavram yanlışlarını belirlemede kullanılan anket örneği (B45 kodlu tez)

4.2.2. Makalelerde tezlerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar

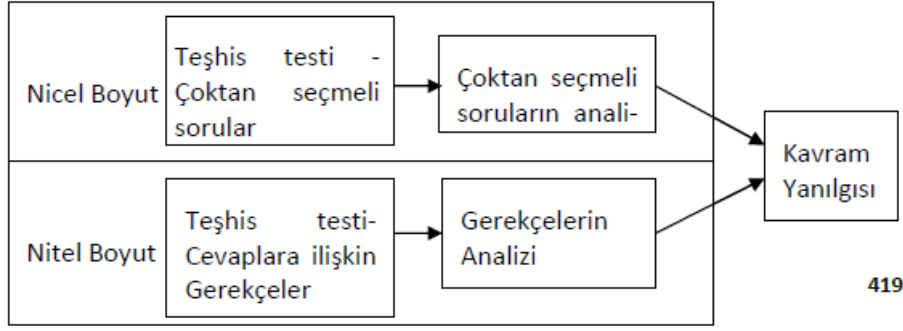
Matematik eğitimi alanında kavram yanlışlarını konu alan A15, A28, A39 ve A60 hariç tüm makalelerin (toplam 60 makale) kavram yanlışlarının tespit edilmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu makalelerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar aşağıda Tablo 4.4 ile verilmiştir. Tablo 4.28’i incelerken dikkat edilmesi gereken konulardan birisi bazı makalelerde birden fazla aracın kullanılmış olmasıdır.

Tablo 4.28. Makalelerde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar

Araçlar	Ayrıntılar	f	Makaleler
Ölçek (1)	İki aşamalı çoktan seçmeli sorular + açık uçlu sorular	1	A21*
Sorular (13)	Açık uçlu sorular	13	A11, A13, A18, A25, A31, A32, A33, A35, A51, A54, A56, A57, A58
Test (42)	Türü belirtilmemiş	12	A1, A2, A3, A4, A12, A19, A27, A29, A43, A47, A50, A59
	Teşhis testi	18	A8, A9**, A10, A14, A16, A34, A36, A37, A38, A45*, A46*, A48, A52, A53, A55, A62, A63 ^β , A64
	Kavram testi	3	A5, A30, A40 ^α
	Bilgi testi	3	A20, A22, A44
	Tanılayıcı dallanmış ağaç testi	1	A37
	Başarı testi	4	A7, A23, A26, A49
	İki aşamalı	1	A12*
Görüşme (15)	Türü belirtilmemiş	7	A4, A5, A26, A34, A38, A61, A62
	Klinik görüşme	1	A42
	Yarı yapılandırılmış	7	A6, A12, A17, A24, A41, A50, A54
Gözlem (2)		2	A17, A61
Doküman (5)		5	A6, A17, A26, A42, A61

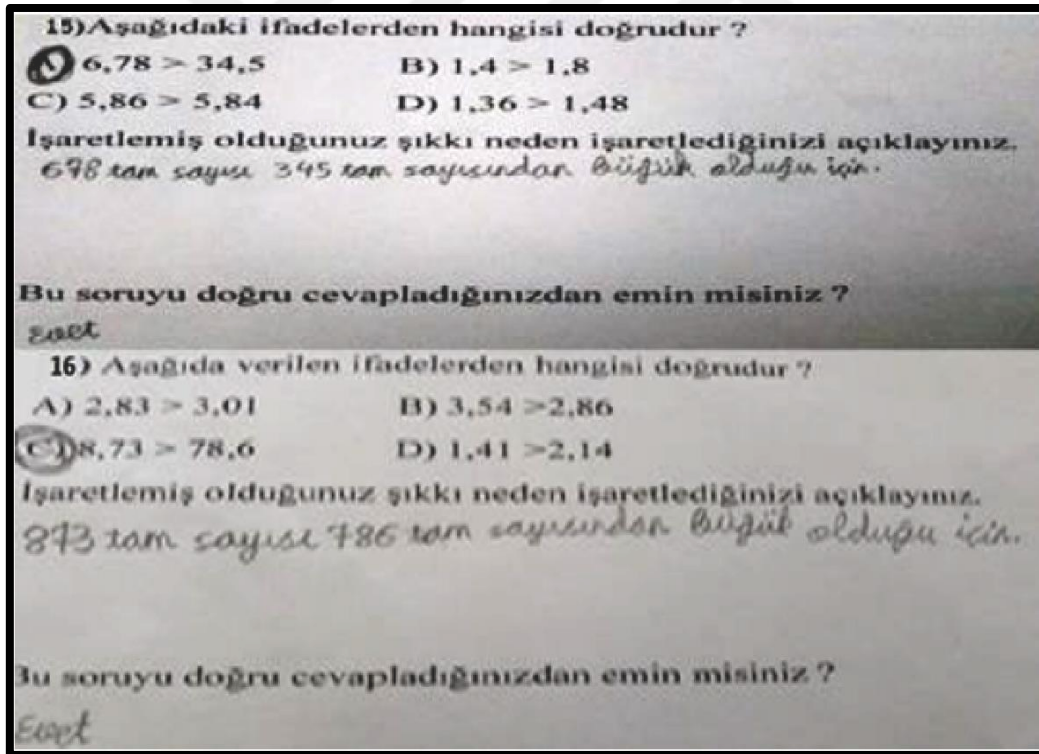
Not: * ile işaretli olan makaleler iki aşamalıdır. ** ile işaretli olan makaleler üç aşamalıdır. α ile işaretli olan makaleler açık uçlu, çoktan seçmeli ve doğru/yanlış sorularıyla oluşturulmuştur. β ile işaretli makaleler boşluk doldurma, açık uçlu çizim yaptırma, açık uçlu sorularla oluşturulmuştur.

Tablo 4.28'den görülebileceği gibi kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar tercih edilme sırasına göre; test (42 makale), görüşme (15 makale), açık uçlu sorular (13), doküman (5 makale), gözlem (2) ve ölçek (1) şeklindedir. Makaleler incelendiğinde bu araçların her birinde genellikle açık uçlu soruların ağırlıklı kullanıldığı gözlemlenmiştir. Kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan testler içerisinde teşhis testleri, bilgi testleri, tanılayıcı dallanmış ağaç testi, başarı testi ve iki aşamalı test bulunmaktadır. Teşhis testlerinin tek aşamalı, iki aşamalı ve üç aşamalı olacak şekilde tercih edildiği durumlarla karşılaşılmıştır. Burada iki aşamalı testlerde tercih edilen yollardan biri çoktan seçmeli soruların sorulması ve ardından verilen cevaba ilişkin gerekçelerin istenmesi olmuştur. İkinci yol ise açık uçlu soruların sorulması ve verilen cevaba ilişkin gerekçelerin istenmesi şeklindedir. Bir diğer yol ise öncelikle doğru / yanlış soru türlerinin sorulması ve yine verilen cevaba ilişkin gerekçelerin istenmesi şeklindedir. Aşağıda iki aşamalı teşhis testinin araştırma modelinde kullanımı gösteren görsele yer verilmiştir (Şekil 4.3.3).



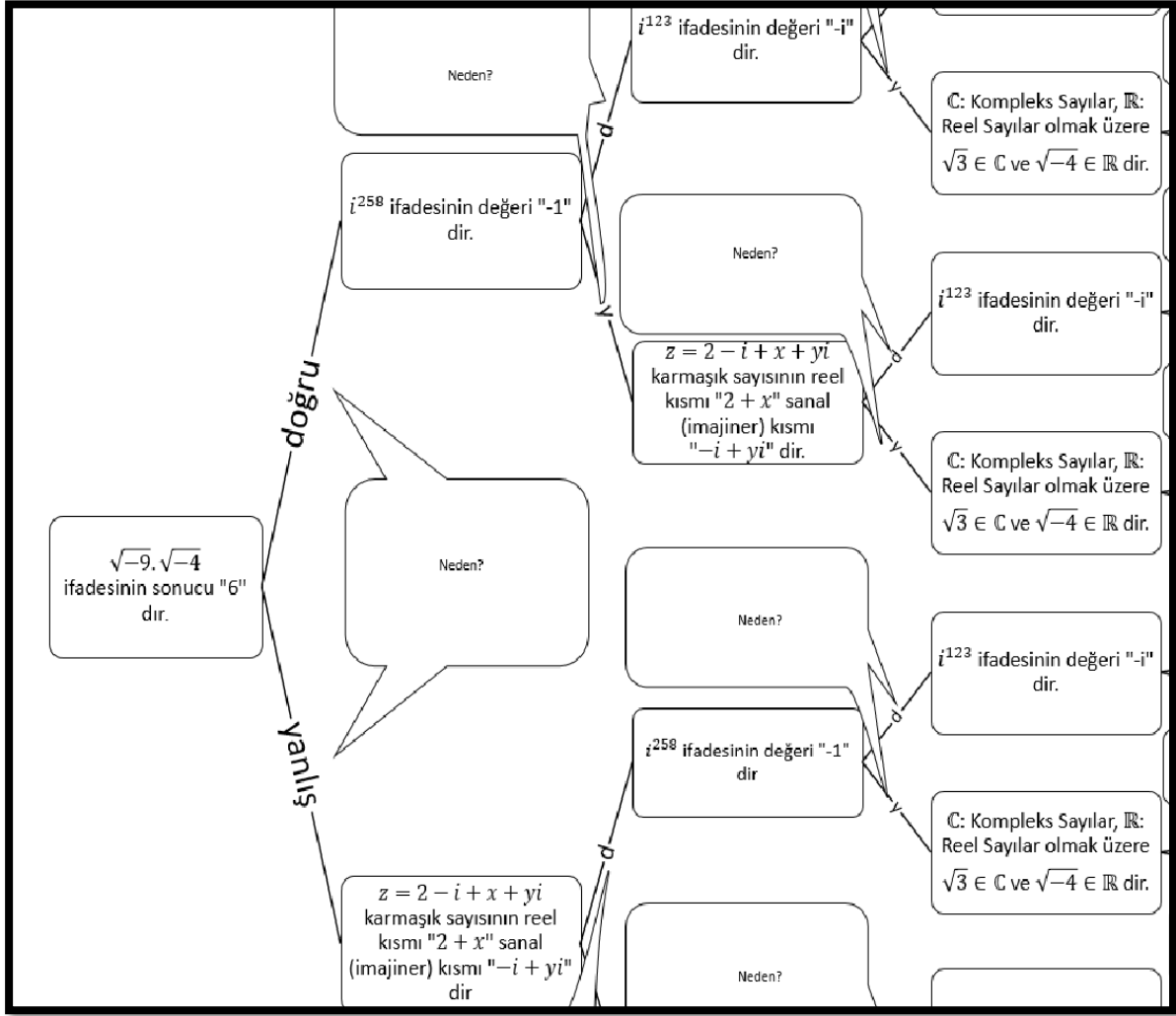
Şekil 4.3.3. A46 makalesinde araştırma modelinde iki aşamalı teşhis testinin kullanımı

Üç aşamalı teşhis testlerinde ise takip edilen yol öncelikle sorulan soruya ilişkin cevapların istenmesi, ardından verilen cevaba ilişkin cevabın istenmesi ve son aşamada ise verilen cevaptan emin olup olunmadığı şeklindedir. Aşağıdaki bu duruma ilişkin örnek verilmiştir (Şekil 4.3.4).



Şekil 4.3.4. Üç aşamalı teşhis testinde bir soru örneği (A9 kodlu makale)

Makalelerde kavram yanılgılarını belirlemek için kullanılan testlerden biri de tanılayıcı dallanmış ağaç olmuştur. A37’de kullanılan tanılayıcı dallanmış ağaç aşağıda Şekil 4.3.5 ile sunulmuştur.



Şekil 4.3.5. A37’de kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan tanılayıcı dallanmış ağaç örneği

Kavram yanlışlarını belirlemek için makalelerin neredeyse dörtte biri görüşmeleri kullanmıştır. Makalelerden sadece birinde klinik görüşmeler yapıldığı belirtilirken, yedi adet makalede yarı yapılandırılmış görüşmelerle öğrencilerin kavram yanlışlarının belirlenmeye çalışıldığı anlaşılmaktadır. Ancak diğer yedi makalede ise hangi görüşme türünün kullanıldığı hakkında herhangi bir bilgi verilmemekle birlikte makalelerde daha önce Tablo 4.4 ile verilen farklı araçlarla araştırılan kavram yanlışlarının kesinleştirilmesi amacıyla kullanıldığı ifade edilmiştir.

Kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan gözlemler A17 ve A61 makalelerinde olduğu gibi kavram yanlışısı olduğu düşünülen yapıları kesinleştirmek amacıyla dokümanların

ve görüşmelerin kullanımından önce sınıf ortamlarının gözlemlenerek dokümanlara ve görüşmelere temel oluşturmak istenmiştir.

Son olarak dokümanlar A6, A17, A26, A42, A61 makalelerinde olduğu gibi kavram yanlışlarını tek başına tespit etmek amacıyla kullanılmamış, çoğunlukla kendilerinden daha önce kullanılan görüşmeler, gözlemler, başarı testleri sonrasında kavram yanlışlarının neler olduğu konusunda son kararı vermek amacıyla kullanılmışlardır.

4.3. Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış çalışmalarda kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları

Bu bölümde Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılmış lisansüstü tezlerde ve makalelerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları ayrı ayrı ele alınacaktır.

4.3.1. Lisansüstü tezlerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları

Kavram yanlışlarını gidermek için amacıyla gerçekleştirilen lisansüstü tezler B1, B12, B14, B15, B19, B27, B38, B41, B42, B46, B58, B59, B60, B61, B63, B65, B68, B72, B73 kodlu tezler olmak üzere toplam 19 tez ile ele alınmıştır. Lisansüstü tezlerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları Şekil 6’da verildiği gibi öğrenme günlüklerinin kullanımı, etkinliklerin kullanımı, bilgisayar destekli matematik öğretiminin kullanımı, oyunların kullanımı, etkileşimli tahta kullanımı, kavram karikatürlerinin kullanımı, dijital kavram haritalarının kullanımı, cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kullanımı, öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi ve öğrenme modellerinin kullanımı olmak üzere 10 başlık altında incelenmiştir.



Şekil 4.3.6. Kullanılan çözüm yolları

Bu tezlerde kavram yanılgılarını gidermek için kullanılan çözüm yolları için elde edilen bulguların ayrıntıları Tablo 4.29 ile verilmiştir. Tablo 4.29 incelenirken dikkat edilmesi gereken nokta B15 kodlu lisansüstü tezde birden fazla çözüm yolu kullanılmıştır. Örneğin bilgisayar destekli matematik öğretiminin kullanımı, kavram karikatürlerinin kullanımı, öğrenme modellerinin kullanımı B15 kodlu lisansüstü tezde kavram yanılgılarını gidermek için kullanılmıştır.



Tablo 4.29. Kavram yanlışlarını gidermek için çözüm yolları

Çözüm yolları	Makale	Süre	Araçlar	Süreç
Dijital kavram haritalarının kullanımı	B59	*11 haftalık eylem planı	*Dijital kavram haritaları *3 adet ön görüşme formu *3 adet son görüşme formu *8 soruluk dijital kavram haritası görüşme formu-Yarı yapılandırılmış	*Pilot çalışmanın yapılması (6 öğretmen adayıyla, görüşme formları + kavram haritalarının kullanılabilirliğini test etmek için+ Dijital kavram haritalarının oluşturulması (Edraw Max ile) + ön görüşme formlarının oluşturulması + son görüşme formlarının oluşturulması) *11 haftalık eylem planının uygulanması [Ön görüşme formlarının uygulanması (12 soruluk temel geometrik kavramlar ön görüşme formu, 9 soruluk iki boyutlu geometrik şekiller ön görüşme formu, 13 soruluk üç boyutlu geometrik cisimler ön görüşme formu) ve son görüşme formlarının uygulanması (12 soruluk temel geometrik kavramlar ön görüşme formu, 9 soruluk iki boyutlu geometrik şekiller ön görüşme formu, 9 soruluk üç boyutlu geometrik cisimler ön görüşme formu)] *Uygulanan dijital kavram haritaları hakkında öğretmen adaylarının görüşlerini alabilmek amacıyla sekiz açık uçlu sorudan oluşan görüşme formu
Etkinliklerin kullanımı	B12	*5 hafta boyunca 15'er dakikalık klinik mülakat	*22 soruluk Teşhis testi (çoktan seçmeli + neden, doğru-yanlış, çizim gerektiren sorular) *5 adet etkinlik *Klinik Mülakat	*Kavram yanlışlarının tespiti için 22 soruluk teşhis testi *Etkinliklerin uygulandığı görüşmeler (5 hafta boyunca 15'er dakikalık) *Kavram yanlışlarının tespiti için 22 soruluk teşhis testi (tekrar)
	B27	*4 hafta boyunca 16 ders saati	*20 soruluk Cebir testi (7 çoktan seçmeli, 13 açık uçlu soru) *Görüşmeler *14 adet çalışma yaprağı	*Kavram yanlışlarını belirlemek için 20 soruluk cebir testi (ön-test) *Cebir testine verilen cevapların açıklanması için 45'er dakikalık görüşmeler yapılması *Etkinlik temelli öğretim (5'şerli 5 grup öğrenciye 14 adet çalışma yaprağı [bireysel çalışma + somut materyaller→ işbirlikli öğrenme, yaparak yaşayarak öğrenme ile grup tartışması→ sınıf tartışması (öğretmen rehberliği)]) *Kavram yanlışlarını belirlemek için cebir testi (son-test) * Cebir testine verilen cevapların açıklanması için 45'er dakikalık görüşmeler yapılması
	B38	*2,5 hafta boyunca 6 ders saati (etkinlikler) *150 dk (ön test, son test ve akılda tutma testi)	*Ön test *Son test *18 soruluk akılda tutma testi *15 adet etkinlik	*50 dakika süre verilen ve konuya ilişkin temel bilgilere ne derece sahip olduğunu ve konu içerisinde kullanılan kavram ve tanımların anlaşılma derecesini belirlemek için ön test (çoktan seçmeli ve açık uçlu) *Etkinlik temelli öğretim (somut materyaller, karşılıklı soru-cevap, anlatım, tartışma [öğretmen rehberliği]) *50 dk süre verilen 12 soruluk son test (çoktan seçmeli ve açık uçlu) *Son testten 2 hafta sonra, 50 dakika süre verilen 18 soruluk akılda tutma testi
	B42	*3 hafta boyunca 20 ders saati	*14 adet etkinlik *26 soruluk kavram testi *Görüşmeler	*Kavramsal anlamaları ve kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik 26 soruluk (13+13) kavram testi (Ön test)-40+40 dakika

				<p>*Etkinlik temelli matematik öğretimi (2 tanesi altışar, 3 tanesi beşer olmak üzere beş grup öğrenciye 17 adet kavram yanlışlığı için geliştirilen 14 adet etkinlik) [bireysel çalışma + somut materyaller → işbirlikli öğrenme, yaparak yaşayarak öğrenme ile grup tartışması → sınıf tartışması (öğretmen rehberliği)]</p> <p>*Son test</p> <p>*Görüşmeler</p>
Öğrenme günlüklerinin kullanımı	B1	4 hafta boyunca haftada 2 defa olmak üzere her blok dersin son 15 dakikası	<p>*Açık uçlu iki aşamalı kavram yanlışlarını belirleme ölçeği</p> <p>*Öğrenme günlükleri</p>	<p>*Kavram yanlışlarının tespiti için iki aşamalı açık uçlu kavram yanlışlarını belirleme ölçeği</p> <p>*1 hafta sonra öğrenme günlüklerinin kullanımı (8 adet öğrenme günlüğü haftada 2 defa olmak üzere 4 hafta boyunca her blok dersin son 15 dakikasında uygulanması + doldurulan öğrenme günlükleri dersin sonunda toplanması aynı gün içinde ders öğretmeni tarafından okunması ve gerekli bildirimler ile bir sonraki gün öğrencilere dağıtılması</p> <p>*Kavram yanlışlarının tespiti için iki aşamalı açık uçlu kavram yanlışlarını belirleme ölçeği (tekrar)</p>
Bilgisayar destekli matematik öğretimin kullanımı	B14	<p>*4 hafta boyunca haftada 1 ders saati program tanırımı</p> <p>*1,5 hafta içerisinde ikişer saatlik 3 blok derste toplam 6 ders saati uygulama</p> <p>*2 saat uygulama sonrası test ve açık uçlu sınav</p>	<p>*20 soruluk başarı testi (ön test-son test)</p> <p>*20 soruluk kavram yanlışlığı belirleme testi</p> <p>*Mülakatlar</p> <p>*10 soruluk Açık uçlu sınav</p>	<p>*Öğretime başlamadan 2 hafta önce 20 soruluk başarı testi (ön test)</p> <p>*Uygulama öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşme (7 soruluk)</p> <p>*Aplusix yazılımı kullanımına dayalı öğretim</p> <p>*Uygulamadan 1 hafta sonra başarı testi (son test)</p> <p>*Sonraki ders saatinde 20 soruluk kavram yanlışlığı belirleme testi + Başarı testinden sonra Aplusix etkinliklerinde kullanılan 10 soruluk açık uçlu sınav</p> <p>*Uygulama öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşme (6 soruluk)</p> <p>*Uygulama sonrası öğrenci görüşlerinin alınması (10 soruluk)</p>
	B15	*30 ders saati	<p>*Kavram yanlışlarının belirlenmesi testi</p> <p>*Doğrusal denklemler başarı testi</p> <p>Açık uçlu sorulardan oluşan görüş formu</p>	<p>*Kavram yanlışlarının belirlenmesi testi (ön-test)</p> <p>*Doğrusal denklemler başarı testi</p> <p>*Dinamik geometri yazılımı GeoGebra destekli öğretim yöntemi</p> <p>*Kavram yanlışlarının belirlenmesi testi (son-test)</p> <p>*Doğrusal denklemler başarı testi</p> <p>*Öğrencilerin uygulanan öğretim ve öğrenme yöntemi ile ilgili görüş formu</p>
	B63	<p>*38 ders saati kazanımların işlenmesi</p> <p>*120dk TSKYTT 7'nin uygulanması</p> <p>*80 dk TSKYTT 6'nın uygulanması</p>	<p>*6. Sınıflar için tam sayılar kavram yanlışlığı tespit testi (9 madde, çoktan seçmeli, seçme gerektiren, boşluk doldurmalı, yazılı yoklama)</p>	<p>*TSKYTT 7'nin yedinci sınıf öğrencilerine ön test olarak uygulanması (düz anlatım yöntemine göre kazanımlar işlendikten sonra 14 hafta sonra BDMÖ uygulaması öncesi) +60dk</p> <p>*Kavram yanlışlarını tespit etmek amacıyla yedinci sınıf öğrencileri ile yapılandırılmamış ön test görüşmelerinin yapılması</p> <p>*TSKYTT6'nın altıncı sınıf öğrencilerine ön test olarak uygulanması (düz anlatım yöntemine göre kazanımlar işlendikten sonra 15 hafta sonra BDMÖ uygulaması öncesi) +40dk</p>

		*Ön görüşmeler maksimum 1290 dk *Son görüşmeler maksimum 1630 dk	*7. Sınıflar için tam sayılar kavram yanlışlığı tespit testi (29 madde, çoktan seçmeli, seçme gerektiren, boşluk doldurmalı, yazılı yoklama) *Yapılandırılmamış görüşmeler	* Kavram yanlışlıklarını tespit etmek amacıyla altıncı sınıf öğrencileri ile yapılandırılmamış ön test görüşmelerinin yapılması *Öğrenme Stilleri Ölçeğinin öğrencilere uygulanması *Altıncı sınıf öğrencilerinin algısal öğrenme stillerine uygun olarak tasarlanmış BDMÖ yönteminin uygulanması *Yedinci sınıf öğrencilerinin algısal öğrenme stillerine uygun olarak tasarlanmış BDMÖ yönteminin uygulanması +60dk * TSKYTT6'nın altıncı sınıf öğrencilerine son test olarak uygulanması+40dk * Altıncı sınıf öğrencileri ile yapılandırılmamış son test görüşmelerinin yapılması * TSKYTT 7'nin yedinci sınıf öğrencilerine sn test olarak uygulanması *Yedinci sınıf öğrencileri ile yapılandırılmamış son test görüşmelerinin yapılması
B65		*2 hafta boyunca ders işleme *görüşmeler için yaklaşık 480 dakika	*2 adet kavramsal test (Kavramsal test 1- Kavramsal test 2) *Gözlem *Görüşme *Doküman analizi (günlük planlar, ders notları, çalışma kağıtları)	* Radyan kavramı ve trigonometri hakkındaki ön bilgileri ölçmek için kavramsal test 1 (kavram yanlışlıkları ve bu yanlışlıkların giderilmesindeki gelişimi takip etmek için) *Trigonometri ünitesinin işlenmesi (hazırlanmış slaytların yanı sıra radyan ve trigonometrik fonksiyonları görselleştirilmesine yardımcı olmak için "Grafik analiz", "Cabri geometri" ve "Excel" gibi yazılımların kullanılması) *Trigonometri ünitesi işlendikten sonra ilk testte yer alan soruların yanı sıra radyan tanımının kullanılacağı sorular ve trigonometrik fonksiyonlara ait soruların olduğu kavramsal test 2 (kavram yanlışlıkları ve bu yanlışlıkların giderilmesindeki gelişimi takip etmek için) *Süreç boyunca gözlem (yanlışlıkların giderilmesi yönündeki gelişimin olduğu ortamı, yanlışlıklara ve yanlışlıkların giderilmesine neden olabilecek değişkenleri belirlemek için) *Yaklaşık 80 dk süren görüşmeler (Kavram yanlışlıklarını, altında yatan nedenleri ve yanlışlıkların giderilmesindeki gelişimleri ve nedenleri incelemek için)
Kavram karikatürünün kullanımı	B15	*30 ders saati	*Kavram yanlışlıklarının belirlenmesi testi *Doğrusal denklemler başarı testi Açık uçlu sorulardan oluşan görüş formu	*Kavram yanlışlıklarının belirlenmesi testi (ön-test) *Doğrusal denklemler başarı testi *Kavram karikatürleriyle öğretim yöntemi *Kavram yanlışlıklarının belirlenmesi testi (son-test) *Doğrusal denklemler başarı testi *Öğrencilerin uygulanan öğretim ve öğrenme yöntemi ile ilgili görüş formu
	B46	*4 hafta boyunca 16 ders saati (kavram karikatürlerinin uygulanması)	*25 sorudan oluşan başarı testi (çoktan seçmeli)+nedeni *17 adet kavram karikatürü *Öğrenci görüş formu *Görüşmeler *Gözlemler (16 saatlik uygulama süresince)	*Literatürden olası kavram yanlışlıklarının belirlenmesi + pilot çalışma=Başarı testinin geliştirilmesi *Kavram yanlışlıklarını açığa çıkarmak amacıyla 25 sorudan oluşan çoktan seçmeli başarı testinin ön test olarak uygulanması + verilen cevabın gerekçelerinin istenmesi *Uygulama öncesi görüşmelerin yapılması (öğrencilerin ön test başarı testinde verdikleri cevaplar üzerinden soruların sorulması) *Kavram karikatürlerinin uygulanması *Kavram yanlışlıklarını açığa çıkarmak amacıyla 25 sorudan oluşan çoktan seçmeli başarı testinin son test olarak uygulanması + verilen cevabın gerekçelerinin istenmesi

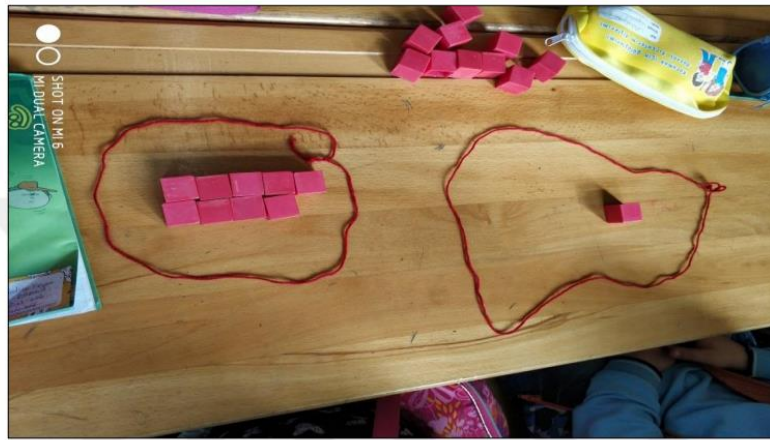
			<p>* Kavram karikatürleri kullanılarak yapılan öğretim sürecine ilişkin görüşlerin belirlenmesi amacıyla öğrenci görüş formunun uygulanması</p> <p>*Uygulama sonrası görüşmelerin yapılması (öğrencilerin son test başarı testinde verdikleri cevaplar üzerinden soruların sorulması)</p>
B58	*Ortalama 3 ay	<p>*5 açık uçlu sorudan oluşan kavram yanlışlığı öğretmen görüş formu</p> <p>*15 açık uçlu sorudan oluşan üç aşamalı Tespit Testi (KYT)</p> <p>*7 adet kavram yanlışlığı içeren kavram karikatürleri</p> <p>*5 açık uçlu sorudan oluşan kavram yanlışlığı tespit testi 2 (KYT2)</p> <p>*Alan notları</p>	<p>*Olası kavram yanlışlarının belirlenmesi için öğretmenlere öğretmen görüş formunun uygulanması +</p> <p>*Pilot uygulama</p> <p>*Pilot uygulamadan 3 hafta sonra kavram yanlışlarının tespiti için 15 açık uçlu sorudan oluşan üç aşamalı Tespit Testi (KYT)'nin uygulanması</p> <p>*Tam sayılar konusunun öğretiminden 1 ay sonra kavram karikatürlerinin geliştirilmesi ve uygulanması (haftada bir gün bir ders saatinde bir karikatür + bireysel çalışma □ kavram karikatürü hakkında sınıf ortamında konuşma)</p> <p>*Kavram yanlışlarının tespiti için KYT2'nin uygulanması (1 ders saati)</p>
B60	<p>*Kavram Yanlışlarını Tespit Etme Formu-1 [KYTEF-1]'in uygulanması için 1 hafta</p> <p>*KYTEF-1 için görüşmeler (235 dk)</p> <p>*5 haftada hazırlanan ders planlarını uygulanması</p> <p>*Kavram Yanlışlarını Tespit Etme Formu-2 [KYTEF-2]'in uygulanması için 1 hafta</p> <p>*KYTEF-1 için görüşmeler (268 dk)</p>	<p>*Dijital kavram haritaları</p> <p>*21 açık uçlu sorudan oluşan (KYTEF-1)</p> <p>* Kavram Yanlışlarını Tespit Etme Formu-2</p> <p>*Gözlem notları</p> <p>* Kavram Yanlışlarını Tespit Etme Formları ile ilgili yapılan görüşmeler</p> <p>*Öğrenci görüş formu</p>	<p>* 21 sorudan oluşan KYTEF-1'in uygulanması (1 hafta 3 ders saati=120 dk)</p> <p>* KYTEF-1 ile ilgili yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler (1 hafta yaklaşık 25-30 dk)</p> <p>*Öğretmen gözlem notları</p> <p>*5E modeline göre tasarlanan dijital kavram karikatürleri ile ilgili ders planlarının uygulanması</p> <p>* KYTEF-2'nin uygulanması (1 hafta 3 ders saati=120 dk)</p> <p>* KYTEF-2 ile ilgili yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler</p> <p>*Öğretmen gözlem notları</p> <p>*Öğrenci görüş formunun uygulanması</p>

Etkileşimli tahtanın kullanımı	B41	*5 hafta uygulama *30dk ön test + 30 dk son-test	*19 kavram yanlışısını içeren 30 soruluk Cebir testi (çoktan seçmeli)	*Kavram yanlışılarını tespit etmek için 30 soruluk çoktan seçmeli cebir testinin uygulanması (ön-test olarak) *5 hafta süren etkileşimli tahta kullanımı içeren uygulama * Kavram yanlışılarını tespit etmek için 30 soruluk çoktan seçmeli cebir testinin uygulanması (son-test olarak)
Oyunun kullanımı	B19	*1 hafta ön test *1 hafta gözlem *5 hafta uygulama *1 hafta son test	*Kavram gözlem formu- Alan notları *İki aşamalı kavram yanlışısı teşhis testi	*Kavram gözlem formunun uygulanması *Kavram gözlem formundan çıkan sonuçlardan ve literatürden faydalanarak iki aşamalı teşhis testinin oluşturulması * Kavram yanlışılarının tespiti için iki aşamalı kavram yanlışısı teşhis testinin uygulanması *5 haftalık oyun temelli kavram öğretimi (üçgen, kare, dikdörtgen, çember, daire kavramlarına yönelik 9 farklı oyun temelli etkinlik) * Kavram yanlışılarının tespiti için iki aşamalı kavram yanlışısı teşhis testinin uygulanması (tekrar)
Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kullanımı	B61	*4 hafta süren cebirsel akıl yürütme uygulamaları (2 hafta-10 ders saati toplama+2 hafta-10 ders saati çıkarma işlemi) *Ön test görüşmesi 2 hafta *Son test görüşmesi 2 hafta	*3 aşamalı 9 soruluk ön test *Yarı yapılandırılmış görüşmeler	* Küçük yaş öğrenci grubu olduğu için yarı yapılandırılmış görüşme şeklinde gerçekleştirilen üç aşamalı 14 kavram yanlışısını içeren 9 soruluk ön test (15-20 dk) *Cebirsel akıl yürütme uygulamaları (somut materyaller + çalışma kağıtları + bireysel çalışmalar + grup çalışmaları) * Küçük yaş öğrenci grubu olduğu için yarı yapılandırılmış görüşme şeklinde gerçekleştirilen son testler (15-20 dk)
Çoklu temsiller ile öğretim	B15	*30 ders saati	*Kavram yanlışılarının belirlenmesi testi *Doğrusal denklemler başarı testi Açık uçlu sorulardan oluşan görüş formu	*Kavram yanlışılarının belirlenmesi testi (ön-test) *Doğrusal denklemler başarı testi *Çoklu temsillerle öğretim yöntemi *Kavram yanlışılarının belirlenmesi testi (son-test) *Doğrusal denklemler başarı testi *Öğrencilerin uygulanan öğretim ve öğrenme yöntemi ile ilgili görüş formu

Öğrenme modellerinin kullanımı (varyasyon teorisi+5E öğrenme modeli)	B73	*pilot uygulama için 20 ders saati *varyasyon teorisi ders planlarının uygulanması (10 ders saati) *5E öğretim modeli ders planlarının uygulama süresi (10 ders saati)	*18 soruluk alan ölçme başarı testi *Varyasyon Teorisine göre geliştirilen 10 etkinlik *Varyasyon Teorisine göre hazırlanmış 4 ders planı *5E öğretim sürecine uygun geliştirilen 5 ders planı *5E öğretim sürecine uygun olarak geliştirilen 8 etkinlik	*Hazırlanan etkinliklerin ve alan ölçme başarı testinin pilot uygulamasının gerçekleştirilmesi * Kontrol ve Deney grubunda yer alan öğrencilerle başarı testinin ön test uygulamasının gerçekleştirilmesi * Kontrol grubunda 5E Öğretim Modeli 'ne uygun, Deney grubunda ise Varyasyon Teorisi'ne göre tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretim gerçekleştirilmesi * Kontrol ve Deney grubunda yer alan öğrencilerle alan ölçme başarı testinin son test uygulamasının gerçekleştirilmesi
Öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi. (Açık uçlu sorular +Senaryoların kullanımı)	B68	*Belirtilmemiş	*6 açık uçlu sorudan oluşan kavram yanılgıları çözüm anketi (KYÇA) *Görüşmeler	*Görüşmeler *6 açık uçlu sorudan oluşan kavram yanılgıları çözüm anketi (KYÇA) [sayılar ve işlemler, cebir ve olasılık öğrenme alanlarından birer soru, geometri ve ölçme öğrenme alanından iki soru ve bir de genel soru]
	B72	*Belirtilmemiş	*Türev kavramına ilişkin Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği kapsamında oluşturulan 4 farklı senaryo *Yarı-yapılandırılmış mülakatlar *Ekran kayıtları	*Senaryoların hazırlanması ve pilot çalışmanın yapılması *Senaryoların uygulanması *Görüşmelerin yapılması

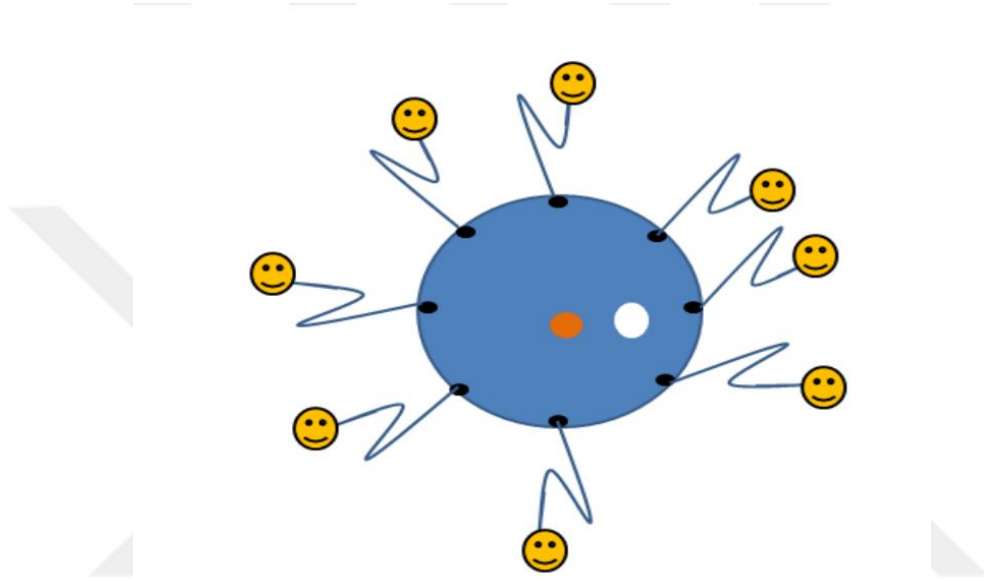
Tablo 4.29'ten görülebileceği gibi incelenen lisansüstü tezlerde kavram yanılgılarını gidermek için kullanılan çözüm yolları; (1) öğrenme günlüklerinin kullanımı, (2) etkinliklerin kullanımı, (3) bilgisayar destekli matematik öğretiminin kullanımı, (4) oyunların kullanımı, (5) etkileşimli tahta kullanımı, (6) kavram karikatürlerinin kullanımı, (7) dijital kavram haritalarının kullanımı, (8) cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kullanımı, (9) öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi ve (10) öğrenme modellerinin kullanımı şeklindedir. Bu çözüm yollarında kullanılan süreler ele alınan konulara göre değişmekle birlikte -sürelerinin belirtilmediği çalışmaları göz ardı edilirse- 4 hafta ile 12 hafta arasında değişiklik göstermektedir. Bu süreç içerisinde kullanılan araçlar göz önüne alınırsa kavram testleri, başarı testleri, açık uçlu sorular, iki aşamalı sorulardan oluşan başarı testleri, iki aşamalı açık uçlu sorulardan oluşan kavram yanılgılarını belirleme ölçekleri, üç aşamalı tespit testleri, öğretmen ve öğrenci görüş formları, mülakatlar gibi araçlara çalışma yaprakları, etkinlikler, öğrenme günlükleri, kavramsal değişim metinleri ve kavram karikatürleri eşlik etmektedir. Aynı zamanda dijital kavram haritaları; günlük planların, ders notlarının ve çalışma kağıtlarının kullanıldığı doküman analizi; görüşme ve yapılandırılmamış görüşme ve gözlem tezlerde kullanılan diğer araçlar olarak görülmektedir. Buradan da görülebileceği gibi kavram yanılgılarını gidermek için farklı çözüm yolları, farklı zaman dilimlerinde farklı araçlarla ve farklı süreçler ile gerçekleştirilebilmektedir.

Tezlerde kavram yanılgılarını gidermek için birçok farklı çeşitte araç kullanıldığı görülmüştür. Bunlardan birisi ise cebirsel akıl yürütme uygulamalarıdır. B61'de cebirsel akıl yürütme uygulamaları ile hazırlanmış ders uygulamasından kullanılan bir örnek aşağıda Şekil 4.3.7, Şekil 4.3.8, Şekil 4.3.9 ve Şekil 4.3.10 ile sunulmuştur.

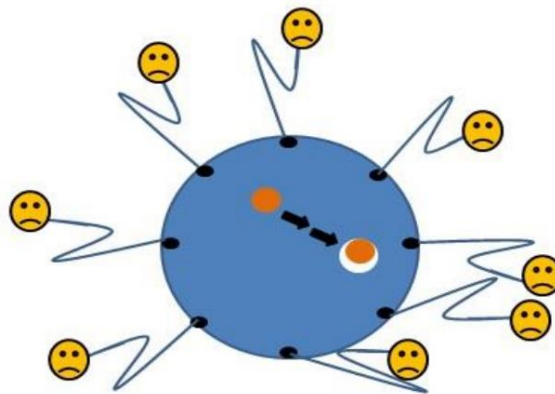


Şekil 4.3.7. Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının ders içinde kullanılması (B61)

Tezlerde kavram yanılgılarını gidermek için kullanılan bir diğer aracın ise oyunun kullanımı olduğu görülmüştür. B19’da kavram yanılgılarının giderilmesinde oyunun kullanımına yönelik örnek aşağıda Şekil b ve Şekil c ile sunulmuştur. Şekil a ile çapı 2 metre olan kalın mukavvadan kesilen bir kartonun bir köşesine pinpon topunun içinden geçebileceği büyüklükte bir çember delik açıldığı ve mukavva birbirine eşit uzaklıkta sekiz yerden delinerek bu yerlerden ip geçiren öğrenciler temsil edilirken, şekil b ile ipleri tutarak mukavvayı bir noktadan başka bir noktaya taşımaya çalışan öğrenciler temsil edilir.

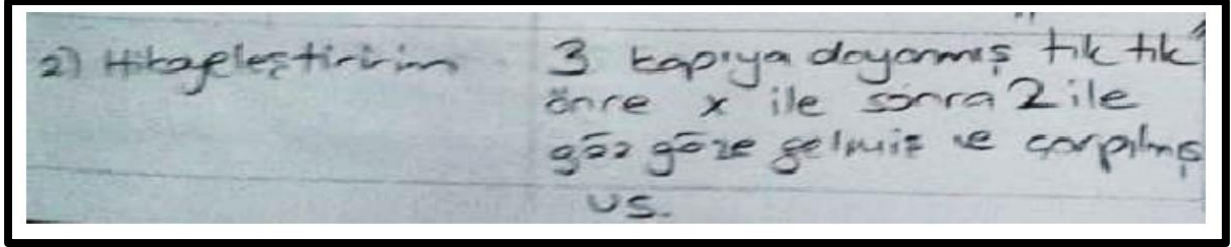


Şekil 4.3.8. Pinpon topu düşmesin adı verilen oyunun öğrenci yerleşimi birinci aşaması (B19)



Şekil 4.3.9. Pinpon topu düşmesin adı verilen oyunun öğrenci yerleşimi ikinci aşaması (B19)

Tezlerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan bir diğer çözüm yolunun ise öğretmenlerin yeterliliklerinin geliştirilmesi olarak görülmüştür. Bu çözüm yolu doğrultusunda B68 kodlu tezde veri aracı olan öğretmen görüşü örneği Şekil c ile sunulmuştur.



Şekil 4.3.10. Kavram yanlışlarını gidermek için toplanan öğretmen görüşü örneği (B68)

4.3.2. Makalelerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları

Kavram yanlışlarını gidermek amacıyla gerçekleştirilen makaleler A4, A5, A15, A26, A28, A35, A39, A54, A60 kodlu makaleler olmak üzere toplamda dokuz adet makale ile ele alınmıştır. Bu makalelerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları için aşağıda Tablo 4.6 ile belirtilen bulgular elde edilmiştir. Makalelerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları Şekil 4.3.11 verildiği gibi çalışma yapraklarının kullanımı, etkinliklerin kullanımı, öğrenme günlüklerinin kullanımı, kavramsal değişim metinlerinin kullanımı, kavram karikatürünün kullanımı, etkileşimli tahtanın kullanımı, öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi ve son olarak örnek sayısının artırılması- sınıf içi tartışmalarının, araştırma ödevlerinin kullanımı olmak üzere 8 başlık altında incelenmiştir.

Çalışma yapraklarının kullanımı	Etkinliklerin kullanımı	Öğrenme günlüklerinin kullanımı	Kavramsal değişim metinlerinin kullanımı
Kavram karikatürlerinin kullanımı	Etkileşimli tahta kullanımı	Öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi	Örnek sayısının artırılması-sınıf içi tartışmaların, araştırma ödevlerinin kullanımı

Şekil 4.3.11. Kullanılan çözüm yolları

Bu tezlerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları için elde edilen bulguların ayrıntıları Tablo 4.30 ile verilmiştir.

Tablo 4.30. Makalelerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları

Çözüm yolları	Makale	Süre	Araçlar	Süreç
Çalışma yapraklarının kullanımı	A4	*4 hafta boyunca 16 ders saati	*14 çalışma yaprağı *20 soruluk cebir testi	*Kavram yanlışlarının tespiti için 20 soruluk cebir testi *Çalışma yapraklarına dayalı öğretim [grup içi-sınıf içi tartışma yöntemi + (öğretmen rehberliği)] *Ulaşılan sonuçları sınıfla paylaşma *Kavram yanlışlarının tespiti için cebir testi (tekrar)
Etkinliklerin kullanımı	A5	*2 hafta boyunca 8 ders saati	*12 adet etkinlik *20 açık uçlu soru Görüşme	*Kavram yanlışlarının tespiti için 20 açık uçlu soru + görüşme → Kavram yanlışlarının her birine yönelik etkinliklere dayalı öğretim [somut materyallerden yararlanma] + grup içi-sınıf içi tartışma yöntemi (öğretmen rehberliği) * 20 açık uçlu soru (tekrar)
	A28	*3 hafta boyunca 20 ders saati	*14 adet etkinlik *26 soruluk kavram testi	*Kavram yanlışlarının tespiti için 26 soruluk kavram testi *17 adet kavram yanlışları için geliştirilen 14 adet etkinlik + somut materyaller +grup çalışması +işbirlikli öğrenme + yaparak yaşayarak öğrenme + grup tartışması + sınıf tartışması (öğretmen rehberliği) * Kavram yanlışlarının tespiti için 26 soruluk kavram testi (tekrar) + görüşme
Öğrenme günlüklerinin kullanımı	A15	*4 hafta boyunca haftada 2 defa olmak üzere her blok dersin son 15 dakikası	*8 adet öğrenme günlüğü *iki aşamalı açık uçlu kavram yanlışlarını belirleme ölçeği	*Kavram yanlışlarının tespiti için iki aşamalı açık uçlu kavram yanlışları belirleme ölçeği *1 hafta sonra öğrenme günlüklerinin kullanımı (8 adet öğrenme günlüğü haftada 2 defa olmak üzere 4 hafta boyunca her blok dersin son 15 dakikasında uygulanması + doldurulan öğrenme günlükleri dersin sonunda toplanması aynı gün içinde ders öğretmeni tarafından okunması ve gerekli bildirimler ile bir sonraki gün öğrencilere dağıtılması *Kavram yanlışlarının tespiti için iki aşamalı açık uçlu kavram yanlışları belirleme ölçeği (tekrar)
Kavramsal değişim metinlerinin kullanımı	A26	*Toplamda 8 hafta (1. hafta ön-test, 8. Hafta son-test) *6 hafta boyunca haftada 5 ders saati toplam 30 ders saati uygulama	* İki aşamalı sorulardan oluşan başarı testi *Öğrenci ve öğretmen görüş formu *Mülakatlar	*Kavram yanlışlarının tespiti için iki aşamalı sorulardan oluşan başarı testi *Mülakatlar *Kavramsal değişim metinlerinin uygulanması +öğrencilerin kendilerini ve dersi değerlendirmesi *6 haftalık süreç sonunda öğrencilerin konu ile ilgili kavram haritası oluşturmaları *Hatalı kurulan ilişkiler için öğrencilere geri dönütlerin verilmesi *Etkinliğe dayalı çalışma yaprakları *Mülakatlar
Kavram karikatürünün kullanımı	A35	*Belirtilmemiş	*12 açık uçlu soru *Her kazanıma uygun olarak hazırlanan kavram karikatürü	*25 kişilik grubun 5 küçük gruba ayrılması *Gruplara kavram karikatürlerinin dağıtılması (süreçte öğretmen rehberliği) +grup içerisinde öncelikle bireysel çalışmalar +gruptaki öğrencilerin tümünün aynı sonuçlara ulaşması *Karikatürdeki karakterlerin söylediklerinin doğruluğunun öğrencilerin tekrar incelemelerinin sağlanması + Elde edilen bilginin değerlendirilmesi
Etkileşimli tahtanın kullanımı	A39	*Belirtilmemiş	*19 kavram yanlışını tespit etmek için 30 soruluk cebir testi	*Kavram yanlışlarının tespiti için 30 soruluk cebir testi *Etkileşimli tahta kullanımı * Kavram yanlışlarının tespiti için 30 soruluk cebir testi (tekrar)
Örnek sayısının artırılması, Sınıf içi tartışmalarının, araştırma ödevlerinin kullanımı	A54	*Boylamsal çalışma	*9 adet açık uçlu soru *Yarı-yapılandırılmış görüşmeler	*Kavram yanlışlarının tespiti için 9 adet açık uçlu soru + Yarı yapılandırılmış görüşmeler * Örnek soru sayısının artırılması, Sınıf içi tartışmaların ve araştırma ödevlerinin kullanımı * Kavram yanlışlarının tespiti için 9 adet açık uçlu soru (tekrar)

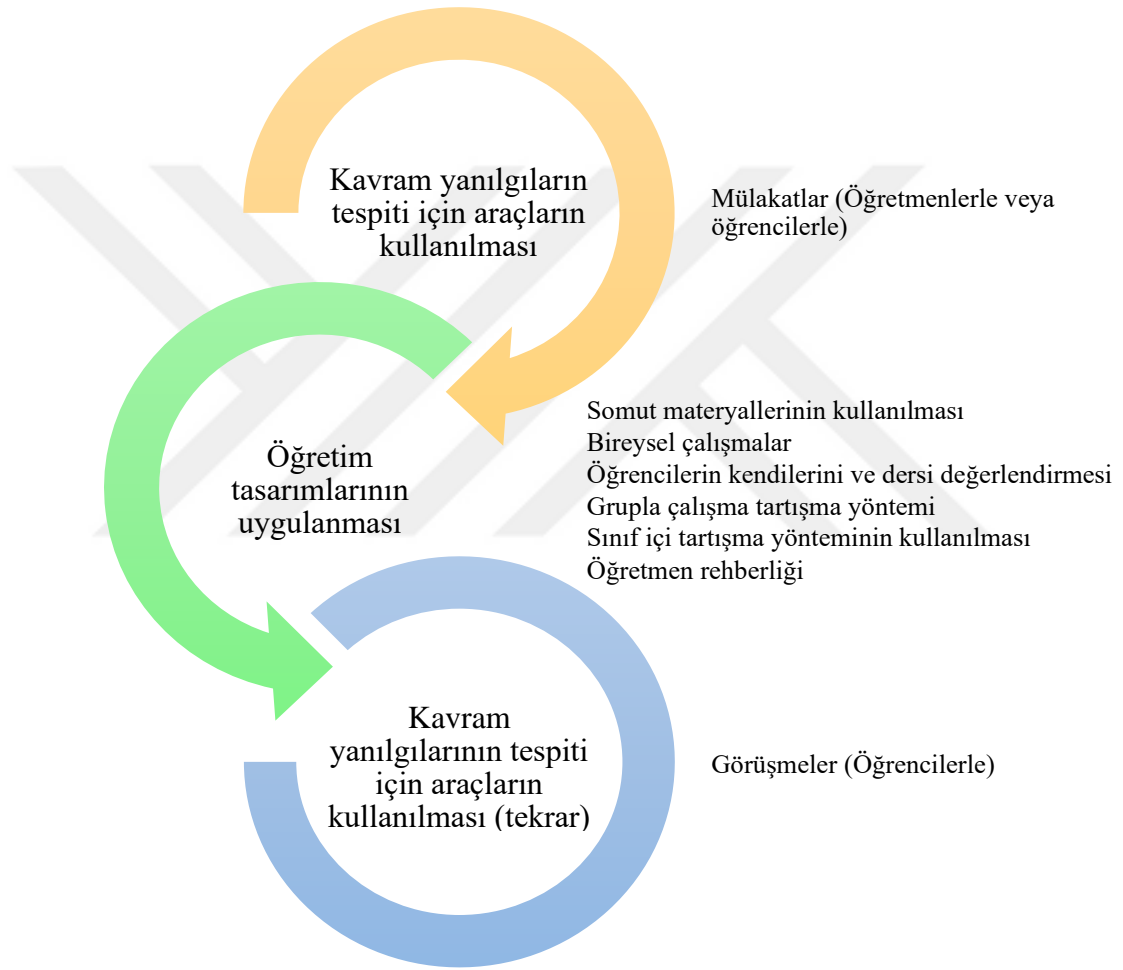
Öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi	A60	*Belirtilmemiş	*Kavram yanılgılarını giderme formu (demografik bilgiler + 8 adet açık uçlu soru)	* Pedagojik alan bilgisi bağlamında öğretmen adaylarının kavram yanılgılarını giderme yeterliklerinin incelenmesi *Kavram yanılgılarını giderme formunun uygulanması ve verilen senaryolara göre öğretmen adaylarının kavram yanılgılarını gidermek için kullanabilecekleri potansiyel yöntemlerin tespit edilmesi
---	-----	----------------	---	---

Tablo 4.30'dan görülebileceği gibi incelenen makalelerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları; (1) çalışma yapraklarının kullanımı, (2) etkinliklerin kullanımı, (3) öğrenme günlüklerinin kullanımı, (4) kavram değişim metinlerinin kullanımı, (5) kavram karikatürlerinin kullanımı, (6) etkileşimli tahtanın kullanımı, (7) sınıf içerisinde kullanılan örnek sayısının artırılması, sınıf içi tartışmalarının, araştırma ödevlerinin kullanımı ve son olarak (8) öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi şeklindedir. Bu çözüm yollarında kullanılan süreler ele alınan konulara göre değişmekle birlikte -sürelerinin belirtilmediği çalışmaları göz ardı edilirse- 2 hafta ile 8 hafta arasında değişiklik göstermektedir. Bu süreç içerisinde kullanılan araçlar göz önüne alınırsa kavram testleri, başarı testleri, açık uçlu sorular, iki aşamalı sorulardan oluşan başarı testleri, iki aşamalı açık uçlu sorulardan oluşan kavram yanlışlarını belirleme ölçekleri, görüş formları, mülakatlar gibi araçlara çalışma yaprakları, etkinlikler, öğrenme günlükleri, kavramsal değişim metinleri ve kavram karikatürleri eşlik etmektedir. Buradan da görülebileceği gibi kavram yanlışlarını gidermek için farklı çözüm yolları, farklı zaman dilimlerinde farklı araçlarla ve farklı süreçler ile gerçekleştirilebilmektedir. Bununla birlikte kavram yanlışları gidermek için gerçekleştirilen makalelerde 3 farklı yolun takip edildiği söylenebilir (Şekil 4.3.12).



Şekil 4.3.12. Kavram yanlışlarının gidermek için kullanılan çözüm yollarının sınıflandırılması

Şekil 4.3.12 ile verilen sınıflandırmada öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi senaryoların kullanımı ile gerçekleştirilirken, öğretim sürecinde değişikliklere gidilmesi sürecinde ise farklı zaman dilimlerinde farklı katılımcılarla yürütülen veya yine farklı zaman dilimlerinde aynı katılımcılarla yürütülen katılımcıların olduğu öğretim süreçlerinde zenginleştirmelerin yapılması hedeflenmiştir. Öte yandan öğretim tasarımlarının kullanılması süreci ise diğer iki yoldan oldukça farklı bir süreci gerektirmektedir. Aşağıda bu sürecin genel olarak görselleştirildiği bir görsele yer verilmektedir (Şekil 4.3.13)



Şekil 4.3.13. Öğretim tasarımlarının kullanıldığı sürecin işleyişi

Şekil 4.3.13' den anlaşılacağı üzere kavram yanlışlarını gidermek amacıyla gerçekleştirilen makalelerde öğretim tasarımları kullanılıyorsa, üç aşamalı bir sürecin tercih edildiği belirlenmiştir. Bu doğrultuda öncelikle kavram yanlışlarının tespit edilmesi ardından hedeflenen öğretim tasarımının kullanılması ardından ise tekrar öğrencide görülmesi beklenen değişimin ölçülmesi amacıyla tekrar kavram yanlışlarının tespitinin yapılması süreci adım adım yürütülmektedir.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada, ülkemizde matematik öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ile ilişkili yayımlanmış makalelerin ve YÖKTEZ veri tabanında erişime açık olan tezlerin incelenmiştir. Araştırma kapsamında makalelerde ve tezlerde matematik eğitimi alanında belirlenmiş olan kavram yanlışları, kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçlar, kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları başlıklarına göre ayrıntılı şekilde incelenmiştir. Araştırmanın alt problemleri doğrultusunda elde edilen veriler aşağıda tartışılmıştır.

5.1. Yayımlanan tezlerle ilgili sonuç ve tartışma

5.1.1 Yayımlanan tezlerde matematik eğitiminde belirlenen kavram yanlışlarına ilişkin sonuç ve tartışma

Araştırmaya dahil edilen tezlerde kavram yanlışlarının belirlenmesini amaçlayan lisansüstü çalışmaların konu dağılımları, temel geometrik kavramlar (nokta, doğru parçası, doğru, ışın, düzlem, açı) (6); cebirsel ifadeler (5); olasılık (4); doğal sayılar (4); üçgenler (3); geometrik cisimler (3); çokgenler (3); ondalık gösterim ve ondalık sayılar (3); temel matematik konuları (2); çember, daire (2); denklemler (2); yüzdeler (1); oran-orantı (1); olasılık (4); doğal sayılar (4); mantık(1); sıfır (1); lineer cebir (1); trigonometri (2); problem çözme (1); ondalık gösterim ve ondalık sayılar (3); rasyonel sayılar (2); irrasyonel sayılar (2); karmaşık sayılar (2); limit(1); analitik geometri(1); fonksiyonlar (1); mutlak değer(1); üslü ve köklü sayılar (3); eğim (1); temel matematik konuları (2); tam sayılar (2); diferansiyel (1); dört işlem (1) olarak bulunmuştur. En çok çalışmanın temel geometrik kavramlar konusu içerisinde olması bu konunun geniş bir alt öğrenme alanına sahip olmasından kaynaklanabileceği şeklinde yorumlanır.

5.1.2 Yayımlanan tezlerde matematik eğitiminde belirlenen kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan yollara ilişkin sonuç ve tartışma

Araştırmada belirlenen kavram yanlışlarını konu edinen 63 tez dahil edilerek incelenmiştir. Bu tezlerde kullanılan araçlar tercih edilme sırasına göre; test (46 tez), görüşme

(23 tez), açık uçlu sorular (13), gözlem (6 tez), doküman (4 tez), anket (3 tez), senaryo (1) ve sorular (1) şeklindedir. Tezler incelendiğinde bu araçların her birinde genellikle testlerin ağırlıklı kullanıldığı gözlemlenmiştir. Tezlerde kullanılan aracın en fazla test tekniği ile olması, Savinainen ve Scott'un (2002) öğrencilerin yapmış olduğu kavram yanlışlarını belirlemek için en sık kullanılan yöntemleri çoktan seçmeli testler olarak göstermesi sonucu ile paralellik göstermektedir. Kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan testler içerisinde teşhis testleri, kavram testleri, başarı testi, iki aşamalı ve üç aşamalı test bulunmaktadır. Bu testler içerisinde üç aşamalı teşhis testlerinin kavram yanlışlarını belirlemek için en güvenilir yol olduğu düşünülmektedir. Nitekim kavram yanlışları sistematik bir şekilde tekrar eden kavramsal hatalardır. Ayrıca kavram yanlışlarını belirlemek için klinik görüşme, yapılandırılmamış ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin kullanıldığı durumlarla da karşılaşmıştır. Doküman incelemesi tercih edilen tezlerde günlükler ve çalışma yapıları kullanılan araçlar olmuştur. Senaryoların ve ölçeklerin birer adet tezde kavram yanlışlarını belirlemede kullanıldığı belirlenmiştir. Senaryo tekniğinin matematik dersi planına entegre edilmesinin zahmetli olmasından dolayı çok fazla tercih edilmemesi anlaşılabilir bir durumdur.

5.1.3 Yayınlanan tezlerde matematik eğitiminde belirlenen kavram yanlışları gidermek için kullanılan yollara ilişkin sonuç ve tartışma

Araştırmada kavram yanlışlarını giderme konulu 19 adet tez olduğu belirlenmiştir. Bu lisansüstü tezlerde kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yollarının; (1) öğrenme günlüklerinin kullanımı, (2) etkinliklerin kullanımı, (3) bilgisayar destekli matematik öğretiminin kullanımı, (4) oyunların kullanımı, (5) etkileşimli tahta kullanımı, (6) kavram karikatürlerinin kullanımı, (7) dijital kavram haritalarının kullanımı, (8) cebirsel akıl yürütme uygulamalarının kullanımı, (9) öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi ve (10) öğrenme modellerinin kullanımı şeklinde olduğu bulunmuştur. En fazla öğrenme modellerinin tercih edilmesinin nedeni; öğretim modellerinin sınıf ortamına ve ders planlarına uyarlanabilirliği olduğu düşünülmektedir.

Kavram yanlışlarını giderme süreci içerisinde kullanılan araçlar göz önüne alınırsa kavram testleri, başarı testleri, açık uçlu sorular, iki aşamalı sorulardan oluşan başarı testleri, iki aşamalı açık uçlu sorulardan oluşan kavram yanlışlarını belirleme ölçekleri, üç aşamalı teşhis testleri, öğretmen ve öğrenci görüş formları, mülakatlar gibi araçlara çalışma yapıları, etkinlikler, öğrenme günlükleri, kavramsal değişim metinleri ve kavram karikatürleri eşlik

etmektedir. Aynı zamanda dijital kavram haritaları; günlük planların, ders notlarının ve çalışma kağıtlarının kullanıldığı doküman analizi; görüşme ve yapılandırılmamış görüşme ve gözlem tezlerde kullanılan diğer araçlar olarak görülmektedir. Dijital kavram haritalarının kullanılması araştırmacıların kavram yanlışlarının giderilmesinde teknoloji kullanımına yer verdiğinin önemli bir göstergesi olarak görülmektedir. Kavram yanlışları, zihinsel süreç ile ilgili olduğu için; yapılan tezlerde veri toplama araçlarından görüşmenin tercih edilmesine etkisi olduğu düşünülmektedir. Bu görüş Özdemir Fincan'ın (2021) çalışması ile paralellik göstermektedir.

5.2 Yayınlanan makalelerle ilgili sonuç ve tartışma

5.2.1 Yayınlanan makalelerde matematik eğitiminde belirlenen kavram yanlışlarına ilişkin sonuç ve tartışma

Bu araştırmada matematik eğitimi alanında kavram yanlışlarını belirlemeyi konu alan toplam 60 makale incelenmiştir. Bu makalelerde okul öncesi çağdan üniversite düzeyine kadar farklı bilişsel gelişim dönemlerinde farklı konu başlıklarında matematiksel kavram yanlışlarının belirlenmesinin amaçlandığı görülmüştür. Matematik eğitiminde kavram yanlışlarını belirlenmesini amaçlayan makalelerin, üzerinde çalıştığı konular tercih edilme sırasına göre; kesirler ve kesirlerde işlemler (8); doğru, nokta, düzlem ve açı (5); ondalık gösterim, ondalık kesirler (4); cebirsel ifadeler(4); denklemler (4); kompleks sayılar (4); çokgenler (3); çember (3); limit, türev, süreklilik (3); fonksiyonlar (3); oran-orantı (2); yamuk (2); üçgenler (2); yükseklik ve diklik (2); geometrik cisimler (2); üslü ve köklü sayılar (2); rasyonel sayılar (2); işlemler/problemler (2); eşitlik ve denklem (1); eşitsizlikler (1); olasılık (1); kümeler (1); simetri (1); soyut matematik (1), doğal sayılar (1) şeklinde bulunmuştur. Kesirler ve kesirlerde işlemler konu başlığı içerisinde birçok alt başlığın bulunması bu konunun kavram yanlışları araştırması yapan tezlerde en çok olmasının bir nedeni olarak gösterilebilir. Özdemir Fincan (2021) tarafından yapılan çalışmada da benzer bir sonuç elde edilmiştir.

5.2.2 Yayınlanan makalelerde matematik eğitiminde kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan yollara ilişkin sonuç ve tartışma

Araştırmanın dahil etme ve dışlama kriterlerine göre incelenen, 60 makale matematik eğitiminde kavram yanlışlarını tespit etmek amaçlı gerçekleştirilmiştir. Yayınlanan makalelerde

kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan araçların tercih edilme sırasına göre; test (42 makale), görüşme (15 makale), açık uçlu sorular (13), doküman (5 makale), gözlem (2) ve ölçek (1) şeklinde olduğu bulunmuştur. Bu araçların her birinde açık uçlu soruların ağırlıkla kullanıldığı gözlemlenmiştir. Benzer şekilde Türkdoğan, Güler, Bülbül, Danışman'ın (2015) 45 makale üzerinde yaptıkları çalışmada, matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalarda kavram yanlışını tespit etmek için genelde açık uçlu test, mülakat, çoktan seçmeli test, açık uçlu test-çoktan seçmeli test ve doğru yanlış soruları tekniklerinin kullanıldığı sonucu ile örtüşmektedir.

Kavram yanlışlarını belirlemek için kullanılan testler içerisinde teşhis testleri, bilgi testleri, tanılayıcı dallanmış ağaç testi, başarı testi ve iki aşamalı test bulunmaktadır. Teşhis testlerinin tek aşamalı, iki aşamalı (2 makale) ve üç aşamalı (1 makale) olacak şekilde tercih edildiği durumlarla karşılaşılmıştır. Kavram yanlışlarının belirlenmesi sürecinde üç aşamalı teşhis testlerinin ve gözlemlerin daha az kullanılmasının sebebi olarak, dikkat gerektiren, gerekçe sunmayı gerektiren üç aşamalı teşhis testlerinin ve uzun bir süreci gerektiren gözlemlerin varlığı ile açıklanabilir.

5.2.3 Yayınlanan makalelerde matematik eğitiminde kavram yanlışları gidermek için kullanılan yollara ilişkin sonuç ve tartışma

Araştırmanın dahil etme ve dışlama kriterlerine göre incelenen 19 makalede, kavram yanlışlarını gidermek için kullanılan çözüm yolları; (1) çalışma yapraklarının kullanımı, (2) etkinliklerin kullanımı, (3) öğrenme günlüklerinin kullanımı, (4) kavram değişim metnlerinin kullanımı, (5) kavram karikatürlerinin kullanımı, (6) etkileşimli tahtanın kullanımı, (7) sınıf içerisinde kullanılan örnek sayısının arttırılması, sınıf içi tartışmalarının, araştırma ödevlerinin kullanımı ve son olarak (8) öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi şeklinde olduğu bulunmuştur. Matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında, kavram yanlışlarının giderilmesi için en çok öğretmen yeterliklerinin geliştirilmesi yönteminin kullanıldığı tespit edilmiştir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarının giderilmesinde öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin geliştirilmesinin önemli görüldüğünü ve bu şekilde öğretilere ağırlık verildiği şeklinde yorumlanabilir. Bu durum Küçük ve Demir'in (2009) öğretmenin, öğrencileri üzerindeki önemli rollerinden birinin, kavramları zihninde oluşturmasına yardımcı olması ve bu amaçla uygun öğretim ortamı hazırlaması olduğu görüşü ile açıklanabilir. Ayrıca kavram yanlışlarının giderilmesinde etkileşimli tahta kullanımının fazla olmasının sebepleri

arasında öğretmenlerin teknolojiyi kavram yanlışlarının giderilmesinde kullandıklarının bir sebebi olarak söylenebilir.

5.2 ÖNERİLER

1. Matematik eğitiminde kavram yanlışları alanında yapılan çalışmaların birçoğunda kavram, yanlış, hata gibi terimlerinin birbiri yerine kullanıldığı görülmektedir. Çalışmalarda terimler arası kavram yanlışlığına neden olduğundan dolayı, yapılan çalışmalarda bu farka dikkat edilerek, bu temel kavramların tanımlarına dikkat ederek farklı kavramlar olduklarına çalışmalarında dikkat etmeleri önerilmektedir. Diğer yandan çalışmalarda belirlenen kavram yanlışlığının türünün (aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algı) literatüre paralel bir şekilde açıklanması çalışmanın anlaşılabilirliğinde etkin rol oynayacaktır.
2. Matematik eğitiminde kavram yanlışlığı üzerine yapılan çalışmaların bazılarında amaç cümleleri ve bulgularda sunulan sonuçların birbiri ile örtüşmediği görülmektedir. Bu anlamda araştırmacıların, gelecek çalışmalarında amaç ve bulgular için kullanılan tanımlamaların literatüre paralel bir şekilde seçilmesi önerilir.
3. Araştırmaların az bir kısımda üç aşamalı teşhis testlerinin kavram yanlışlarını belirlemek için tercih edildiği görülmektedir. Kavram yanlışlarının belirlenmesinde iki aşamalı testler klasik çoktan seçmeli testlere göre daha doğru sonuçlar verildiği bilinse bile, iki aşamalı testlerin sonuçlarından öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarının bilgi eksikliğinden kaynaklı olup olmadığını tespit edebilmek güçtür (Korkmaz, 2019). Bu sebeple matematik eğitiminde kavram yanlışlarının belirlenebilmesi için daha fazla üç aşamalı testler geliştirilip uygulanması tavsiye edilir.
4. Araştırmalarda sadece belirli türde, öğrenme ve giderme modeli kullanıldığı görülmektedir. Öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarının daha geniş yelpazede görülmesi ve sahip olunan kavram yanlışlarının giderilmesinde açısından farklı birçok modelin kullanılması önerilir. Bu sayede öğrencilerin sahip olduğu fakat ortaya çıkmaya birçok kavram yanlışlığının tespitinde ve bu kavram yanlışlarının giderilmesinde etkin rol oynayacağı düşünülmektedir.
5. Bu çalışma YÖKTEZ veri tabanında erişime açık olan tezler ve erişilebilen makaleler ile sınırlıdır. Bundan sonraki araştırmacılar daha fazla veri tabanı kullanarak matematik

eğitiminde kavram yanılığları konusunda tezleri ve makaleleri ile ilgili daha çok veriye ulaşabilirler.

6. Kavram yanılığlarının giderilmesi çalışmaları incelendiğinde tez çalışmalarında makalelerden farklı olarak dijital kavram haritalarının kullanıldığı görülmektedir. Kavram yanılığlarının giderilmesinde dijital kavram haritalarının kullanılması yapılacak makale çalışmaları için tavsiye edilir.
7. Öğrencilerin yanılığlarını belirlemek için çoktan seçmeli testler sıklıkla tercih edilen bir yöntem olduğu görülmektedir. Ancak, bu yolla öğrencilerin neden o yanıtı seçtiğini açıklamak güçtür. Bu nedenle testler uygulandıktan sonra öğrencilerle mülakat yapılması, kavram yanılığlarının belirlenmesinde araştırmacılara tavsiye edilir.
8. Kavram yanılığlarını belirleme çalışmalarında, araştırmacıya konu bütünlüğü sağlaması bakımından katılımcılardan alınan verilerin eklenmesi araştırmanın anlaşılabilirliği tarafından tavsiye edilir.
9. Sistematik derleme çalışmaları, birbiri ile ilişkili uzun bir süreç olması bakımından bu konuda çalışma yapacak araştırmalara, düzenli ve koordineli çalışma yapmaları tavsiye edilir.

KAYNAKLAR

- Adıgüzel, T., Şimşir, F., Çubukluöz, Ö., & Özdemir, B. G. (2018). Türkiye’de matematik ve fen eğitiminde kavram yanlışlarıyla ilgili yapılan yüksek lisans ve doktora tezleri: Tematik bir inceleme. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(25), 57-92.
- Akbayır, K. (2004). Üniversite Öğrencilerinin" Analiz" Konularındaki Hataları ve Kavram Yanlışları. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(8), 150-162.
- Akbulut Taş, M. (2017). Türkiye’deki kavram yanlışları ile ilgili araştırmaların kavramın içerik öğeleri açısından incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1), 111-143.
- Akbulut, K., & Işık, A. (2005). Limit kavramının anlaşılmasında etkileşimli öğretim stratejisinin etkinliğinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaşılan kavram yanlışları. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 497-512.
- Alp, Ö., & Şen, S. (2021). Eğitim yönetimi ve denetimi alanında yazılan lisansüstü nicel tezlerin incelenmesi: Bir sistematik derleme. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 19(1), 24-53.
- Ashlock, R. B. (2002). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Ayyıldız, N., & Altun, S. (2013). Matematik dersine ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(2), 71-86.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (4. Baskı). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A., & Bell, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi*. YÖK/Dünya Bankası, Ankara: 1. Cilt.
- Burns, M. (2007). *About teaching mathematics*. New York, pp. 9-21.
- Byrd, C. E., McNeil, N. M., Chesney, D. L., & Matthews, P. G. (2015). A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra. *Learning and Individual Differences* 38(2015), 61–67.
- Chick, H. L., Baker, M., Pham, T., & Cheng, H. (2006). Aspects of teachers’ pedagogical content knowledge for decimals. In *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 297-304).
- Cockburn, A. D. (2005). *Teaching mathematics with insight*. London: Falmer Press.
- Comins, N. F. (1998). Identifying and addressing astronomy misconceptions in the classroom. İçinde L. Gougenheim, D. McNally, ve J.R. Percy (Ed.), *New trends in astronomy teaching* (s.118-123). Cambridge University Press.

- Dağ, Ş., & Horzum, T. (2022). Matematik eğitiminde kavram yanlışları ile ilgili yazılan lisansüstü tezlerin incelenmesi: Bir sistematik derleme. *e-Kafkas Journal of Educational Research*, 9(1), 148-179.
- Dane, A. (2008). İlköğretim matematik 3. sınıf öğrencilerinin tanım, aksiyom ve teorem kavramlarını anlama düzeyleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(2), 495-506.
- Demiri, L. (2013). *Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışlarıyla ilgili öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgilerinin incelenmesi*, Doktora tezi, Marmara Üniversitesi, Turkey.
- Dev, Ş. (2020). *Pisa matematik okuryazarlığını etkileyen duyuşsal faktörlerin incelenmesi: Sistematik derleme çalışması*, Yüksek lisans tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- EPPI-Centre (2019). *What is a systematic review?* London: University of London. <https://eppi.ioe.ac.uk/cms/>.
- Ercan, B. (2010). *İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayı kavramı ile ilgili bilgilerinin değerlendirilmesi*, Yüksek lisans tezi. Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Griffiths, A. K., Thomey, K., Cooke, B., & Normore, G. (1988). Remediation of student-specific misconception relating to three science concepts. *Journal of Research in Science Teaching*, 25(9), 709-719
- Hamzah, N., Maat, S. M., & Ikhsan, Z. (2021). A systematic review on pupils' misconceptions and errors in trigonometry. *Pegem Journal of Education and Instruction*, 11(4), 209-218.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. Los Angeles: Learning Matters.
- Higginson, A., & Eggins, E. (2021). The Campbell Collaboration. *The Encyclopedia of Research Methods in Criminology and Criminal Justice*, 1, 12-16.
- Cevher, A. Y., & Yıldırım, S. (2020). Öğrenme stilleri konusunda yapılmış akademik çalışmaların incelenmesi: Sistematik derleme. *Hayef: journal of education (Online)*, 17(1), 20-50.
- Isleyen, T., Işık, A. (2003). Conceptual and procedural learning in mathematics. *Research in Mathematical Education*, 7(2), 91-99.
- Kadarisma, G., Fitriani, N., & Amelia, R. (2020). Relationship between misconception and mathematical abstraction of geometry at junior high school. *Infinity Journal*, 9(2), 213-222.
- Kara, G. (2021). *Türkiye'de yayınlanan ortaokul matematik eğitimindeki kavram yanlışları çalışmalarının incelenmesi*, Yüksek lisans tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Karaağaç, M. K., & Köse, L. (2015). Examination of pre-service and in-service teachers' knowledge of students' misconceptions on the topic of fractions. *Sakarya University Journal of Education Faculty*, 30, 72-92.

- Karamustafaoğlu, O., Boz, Ö., & Değirmenci, S. (2020). TR dizinli dergilerde yayınlanmış fen eğitimi makaleleri: 2015'ten günümüze yöntem analizi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(1), 185-201.
- Kılıç, A. S., Temel, H., & Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının “nokta, doğru, düzlem ve açı” kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 205-229.
- Korkmaz S. (2019). *9. sınıf öğrencilerin mantık konusundaki kavram yanlışları*. (Yüksek Lisans Tezi), Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Köğce, D., Yıldız, C., & Aydın, M. (2019). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel kavram yanlışlarını belirlemeye, gidermeye ve kavram öğretimine ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(2), 453-478.
- Küçük, A., & Demir, B. (2009). İlköğretim 6–8. Sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Lee, H. J., & Boyadzhiev, I. (2020). Underprepared college students' understanding of and misconceptions with fractions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em7835. <https://doi.org/10.29333/iejme/7835>
- Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2009). Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(4), 37-45.
- Legutko, M. (2008). An analysis of students' mathematical errors in the teaching-research process. *Handbook for mathematics teaching: Teacher experiment. A tool for research*, 141-152.
- McDermott, L. C. (1991). Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned—Closing the gap. *American journal of physics*, 59(4), 301-315.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Ankara, Türkiye
- Mohyuddin, R. G., & Khalil, U. (2016). Misconceptions of students in learning mathematics at primary level. *Bulletin of Education and Research*, 38(1), 133-162.
- Moralı, S., Köroğlu, H., & Çelik, A. (2004). Buca eğitim fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanlışları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 161-175.
- Mutlu, Y., & Söylemez, İ. (2018). Matematiksel kavram yanlışları konusunda yapılmış yüksek lisans ve doktora tezlerinin incelenmesi. *Başkent University Journal of Education*, 5(2), 187-197.
- Ocak, G., & Dönmez, S. (2010). İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik etkinliklerine yönelik tutum ölçeği geliştirme. *Kuramsal Eğitimbilim*, 3(2), 62-82.

- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: Analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, 72, 30-34.
- Olkun, S., & Toluk Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık, s.9, Ankara.
- Osborne, R. J., & Gilbert, J. (1980). A method for the investigation of concept understanding in science. *European Journal of Science Education*, 2(3), 311-321.
- Öksüz, C. (2010). İlköğretim yedinci sınıf üstün yetenekli öğrencilerin nokta, doğru ve düzlem konularındaki kavram yanlışları. *İlköğretim Online*, 9(2), 508-525.
- Önal, H., & Aydın, O. (2018). İlkokul matematik dersinde kavram yanlışları ve hata örnekleri. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 1-9.
- Özdemir, B. G., Bayraktar, R., & Yılmaz, M. (2017). Sınıf ve matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlarına ilişkin açıklamaları. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 284-305.
- Özdemir Fincan K. (2021). *İlköğretim matematik öğretiminde kavram yanlışları ile ilgili lisansüstü tezlerin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.
- Özmantar, M. F., Bingölbali, E., & Akkoç, H. (2013). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (3. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Özsoy, N., & Kemankaslı, N. (2004). Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanlışları. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(4).
- Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143), 79-88.
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.
- Rickard, C. (2013). *Essential Primary Mathematics*. McGraw-Hill Education (UK).
- Ryan, J., & Williams, J. (2007) *Children's mathematics 4-15: learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: Open University Press.
- Savinainen, A., & Scott, P. (2002). Using the Force Concept Inventory to monitor student learning and to plan teaching. *Physics Education*, 37(1), 53.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.

- Sırmacı, N., & Özdemir, B. G. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 5(3), 788-806.
- Smith III, J. P., DiSessa, A. A., & Roschelle, J. (1994). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Spooner, M. (2002) *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: Working Towards Success in SATs*. London: David Fulton.
- Stacey, K., Helme, S., Steinle, V., Baturu, A., Irwin, K., & Bana, J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(3), 205-225.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503-518.
- Stefanich, G.P., & Rokusek, T. (1992). An analysis of computational errors in the use of division algorithms by fourth-grade students. *School Science and Mathematics*, 92(4), 201205.
- Tatar, E., & Tatar, E. (2008). Fen bilimleri ve matematik eğitimi araştırmalarının analizi I: anahtar kelimeler. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(16), 89-103.
- TDK (Türk Dil Kurumu Sözlüğü) (t.y.). <https://sozluk.gov.tr/>
- Turanlı, N., Keçeli, V., & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9(2), 135-149.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö., & Danışman, Ş. (2015). Studies about misconceptions in mathematics education in Turkey: A thematic review. *Mersin University Journal of the Faculty of Education*, 11(2), 215-236.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö., & Danışman, Ş. (2015). Türkiye'de matematik eğitiminde kavram yanlışlarıyla ilgili çalışmalar: tematik bir inceleme. *Mersin Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 215-236.
- Ural-Keleş, P. (2018). 2017 Fen Bilimleri dersi öğretim programı hakkında beşinci sınıf fen bilimleri öğretmenlerinin görüşleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(3), 121-142.
- Ülgen, G. (2004). *Kavram geliştirme: Kuramlar ve uygulamalar*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Winarso, W. (2017). A case study of misconceptions students in the learning of mathematics; The concept limit function in high school. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(1), 120-127.

- Yenilmez, K., & Yaşar, E. (2008). Misconceptions of elementary school students in geometry. *Journal of Uludağ University Education Faculty*, 21(2), 461-483.
- Yenilmez, K., Yılmaz, S. (2008). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin problem çözmedeki kavram yanlışları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 75-97.
- Yıldız, B., Demirci, G., Akdeniz, K., Galiç, S., Urhan, S., Kavuncu, T., Mayan Yıldız, T., & Ozansak Topcu, Y. (2021). Ortaokul ve lise öğrencilerinin matematiksel kavram yanlışlarına yönelik Türkiye’de yapılan çalışmaların sistematik derlemesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(3), 535-556.
- Yılmaz, K. (2021). Sosyal bilimlerde ve eğitim bilimlerinde sistematik derleme, meta değerlendirme ve bibliyometrik analizler. *Manas Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(2), 1457-1490.
- Zembat, İ. Ö. (2010). Kavram yanlışlığı nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler), *Matematiksel kavram yanlışlığı ve çözüm önerileri*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Zembat, İ. Ö. (2013). Kavram yanlışlığı nedir? İçinde Özmantar, M.F., Bingölbali, E., ve Akkoç, H. (Ed.) *Matematiksel kavram yanlışlığı ve çözüm önerileri*, (3. Baskı). (s. 1–8). Pegem Akademi: Ankara.
- Zengin, S. (2013). *Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışlığı ve hataların tespiti*. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

EKLER

EK-1. Araştırmaya Dahil Edilen Makaleler

Kod	Başlık	Yazar soyadları	Yıl
A1	7.sınıf öğrencilerinin oran orantı konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	Adak, Aliustaoğlu	2020
A2	Öğrencilerin cebir öğrenme alanında sahip oldukları bazı hata ve kavram yanlışları	Akkan, Çakıroğlu, Güven	2008
A3	İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları	Akkaya, Durmuş	2006
A4	İlköğretim 6.sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde çalışma yapraklarının etkililiği	Akkaya, Durmuş	2010
A5	6. Sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda sahip oldukları yanlışların giderilmesine yönelik bir çalışma	Akyüz, Hangül	2014
A6	Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımına ilişkin kavram yanlışları	Alkış-Küçükaydın, Gökbulut	2013
A7	Bilgisayar destekli gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının etkililiği üzerine deneysel bir çalışma	Altıparmak, Çiftçi	2018
A8	Hata ve kavram yanlışlığı: Kesir ve parça bütün ilişkisi	Altıparmak, Özudoğru	2015
A9	4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık gösterim konusundaki kavram yanlışlarının ve hatalarının tespiti ve analizi	Altıparmak, Palabıyık	2017
A10	Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometride “yükseklik” ve “diklik merkezi” kavramına ilişkin kavram yanlışları	Altuntaş, İlgün	2017
A11	L'hospital kuralının uygulamasında incelenen kavram yanlışları	Arıkan, Özkan, Ünal	2014
A12	Çokgenlerle ilgili kavram yanlışları ve olası nedenler	Ay, Başbay	2017
A13	12. Sınıf öğrencilerinin süreklilikle ilgili sahip oldukları kavram yanlışlarının incelenmesi	Aydın, Kutluca	2010
A14	Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile köklü sayılar konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi	Aydoğdu, Tutak, Göçük	2020
A15	Matematik dersine ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi	Ayyıldız, Altun	2013
A16	Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanlışları	Baki, Aydın-Güç	2014
A17	Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konusuyla ilgili kavram yanlışları	Baştürk Dönmez	2011
A18	Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ve bu yanlışların kesir problemleri çözümlerine etkisi	Biber, Tuna, Aktaş	2013
A19	Sekizinci sınıf öğrencilerinin basit görsel ve cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının incelenmesi	Birgin, Demirören	2020
A20	7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanlışları	Çakmak-Gürel, Okur	2017
A21	Öğrencilerin hata ve kavram yanlışları üzerine bir inceleme: denklem örneği	Çavuş-Erdem, Gürbüz	2017
A22	Ortaöğretimde kompleks sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi	Çelik, Özdemir	2011
A23	Sekizinci sınıf öğrencilerinin eşitsizlikler konusunda karşılaştıkları güçlüklerin incelenmesi	Çoban, Yenilmez	2020
A24	İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin nokta, doğru ve düzlem kavramlarını algılama düzeyleri ve kavram yanlışları	Dane, Başkurt	2012
A25	İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanlışları ve bu yanlışların sınıf seviyelerine göre değişimi	Doğan, Özkan, Çakır, Baysal, Gün	2012

A26	Rasyonel sayılar konusu ile ilgili kavram yanlışlarının giderilmesinde kavramsal değişim yaklaşımının etkisinin incelenmesi	Duran-Uzun, Koparan	2020
A27	Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları	Erbaş, Çetinkaya, Ersoy	2009
A28	Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında yaşadıkları kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli öğretimin değerlendirilmesi	Erdem, Sarpkaya-Aktaş	2018
A29	Ortaöğretim öğrencilerinin olasılık konusunda temsil edilebilirlik ile ilgili kavram yanlışları	Ertem-Akbaş, Gök	2018
A30	Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çember konusundaki kavram yanlışları ve hataları	Gerez-Cantimer, Şengül	2017
A31	8. ve 9. sınıf öğrencilerinin kümeler konusundaki temel hataları ve kavram yanlışlarının belirlenmesi	Gür	2009
A32	İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar	Hacısalihoglu-Karadeniz, Baran, Bozkuş, Gündüz	2015
A33	Ortaöğretim öğrencilerinin üçgenler konusundaki temel hataları ve kavram yanlışları	İç, Demirkol	2008
A34	İlköğretim öğrencilerinin geometrik cisimlerle ilgili kavram bilgilerinin analizi	İncikabı, Kılıç	2013
A35	Kareköklü sayılarda karşılaşılan kavram yanlışlarının kavram karikatürü kullanılarak giderilmesi	Kaplan, Altaylı, Öztürk	2014
A36	6. Sınıf oran orantı konusundaki kavram yanlışları	Kaplan, İşleyen, Öztürk	2011
A37	Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve hataları belirlemek için alternatif bir araç: tanılayıcı dallanmış ağaç	Karaaslan, Turanlı	2018
A38	Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hatalar	Keçeli, Turanlı	2013
A39	Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesinde etkileşimli tahta kullanımının etkisi	Keşan, Akbulut	2019
A40	Öğretmen adaylarının “nokta, doğru, düzlem ve açı” kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının incelenmesi	Kılıç, Temel, Şenol	2015
A41	Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları	Kocaoğlu, Yenilmez	2010
A42	Çarpma işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşanan zorlukların incelenmesi	Kubanç, Varol	2017
A43	Buca eğitim fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanlışları	Moralı, Köroğlu, Çelik	2004
A44	Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışları	Okur, Çakmak-Gürel	2016
A45	İlköğretim yedinci sınıf üstün yetenekli öğrencilerin “nokta, doğru ve düzlem” konularındaki kavram yanlışları	Öksüz	2010
A46	5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularında sahip oldukları kavram yanlışlarının belirlenmesi	Öksüz, Başışık	2019
A47	Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışlarını belirleme testi’ nin geliştirilmesi ve bir uygulaması	Özaltun, Danacı, Orbay	2020
A48	9. Sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanlışları	Özdeş, Elitok-Kesici	2015
A49	“Çember alt öğrenme” alanına ait kavram yanlışlarının belirlenmesi	Özerbaş, Kaygusuz	2012
A50	Fonksiyonlarla ilgili bazı kavram yanlışları	Özkaya, İşleyen	2012
A51	Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanlışları	Özsoy, Kemankaşlı	2004
A52	Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanlışları	Pesen	2007

A53	Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları	Pesen	2008
A54	Bağıntı ve fonksiyonlar konusunda yapılan yaygın hataların belirlenmesi ve giderilmesi üzerine boylamsal bir çalışma	Sonay-Polat, Şahiner	2007
A55	Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hataları	Turanlı, Keçeli, Türker	2007
A56	10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanlışları	Ubuz	1999
A57	Lise öğrencilerinin rasyonel denklem çözümlerindeki kavram yanlışları ve hataları	Ural	2012
A58	9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramında notasyonel hataları ve bazı kavram yanlışları	Ural	2014
A59	6- 8. sınıf öğrencilerinin ondalık kesirlerle ilgili sahip oldukları kavram yanlışları ve nedenleri	Yavuz-Mumcu	2015
A60	Pedagojik alan bilgisi bağlamında öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili kavram yanlışlarını giderme yeterliklerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi	Yavuz-Mumcu	2017
A61	İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin problem çözmedeki kavram yanlışları	Yenilmez, Yılmaz	2008
A62	İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve bu sayıların sayı doğrusundaki yaygın yanlışları ve kavram yanlışları	Yetim, Alkan	2010
A63	7. sınıf öğrencilerinin düzlemdeki doğrular ile ilgili hata ve kavram yanlışları türleri	Yılmaz, Nasibov	2011
A64	İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (uşak ili örneği)	Yılmaz, Yenilmez	2008

EK-2. Araştırmaya Dahil Edilen Tezler

Kod	Başlık	Tez Numarası
B1	6. sınıf matematik dersi geometriye merhaba ünitesine ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi	263662
B2	6. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	569444
B3	6. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki imajlarının kavram yanlışları ve başarıları ile ilişkisinin incelenmesi	610998
B4	7. sınıf öğrencilerinin ‘doğrular ve açılar’ konusundaki hata ve kavram yanlışlarının Van Hiele geometri anlama düzeyleri açısından analizi	284173
B5	7. sınıf öğrencilerinin çokgenlerde ve özel dörtgenlerde yaptıkları kavram yanlışlarının incelenmesi	417603
B6	7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki kavram yanlışları ve güncel çözüm önerileri (Van İli Örneği)	435303
B7	7. sınıf öğrencilerinin yüzdeler konusundaki öğrenme güçlükleri, kavram yanlışları ve nedenlerinin incelenmesi	524750
B8	7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışları	245751
B9	8.sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	446031
B10	9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları	327385
B11	Altıncı sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konusundaki kavram yanlışlarının GeoGebra ile bilişsel çelişki oluşturarak giderilme sürecinin incelenmesi	584085
B12	Altıncı sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konusundaki kavram yanlışlarının GeoGebra ile bilişsel çelişki oluşturarak giderilme sürecinin incelenmesi	589602
B13	Ankara İli Yenimahalle ilçesi ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik öğreniminde bazı matematik konularında sıfır ile ilgili hata ve kavram yanlışları	461557
B14	Eşitlik ve denklem konusunun öğretiminde Aplusix yazılımının öğrenci başarısına ve kavram yanlışlarına etkisi	179165
B15	Etkinlik temelli öğretim yaklaşımlarının 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesi üzerine incelenmesi	584194
B16	Fen ve matematik öğretmen adaylarının vektör uzayları teorisinde kavram yanlışlarının tespit edilmesi	213616
B17	Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanlışları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma	106177
B18	İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin sayılar öğrenme alanına ilişkin kavram yanlışlarının tespiti ve bu yanlışların giderilmesine yönelik çözüm önerileri	436719
B19	İlkokul dördüncü sınıf matematik dersinde geometri alt öğrenme alanlarına ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde oyun temelli öğretimin etkisi	520309
B20	İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusunda hata ve kavram yanlışlarının tespiti ve analizi	448236
B21	İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dikdörtgenler konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi	293041
B22	İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin nokta, doğru ve düzlem kavramlarını algılama düzeyleri ve kavram yanlışları	287038
B23	İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hat ve kavram yanlışlarının analizi	234392
B24	İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin kara köklü sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi ve çözüm önerileri	145840
B25	İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının belirlenmesi	238024
B26	İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin ‘nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem’ konularında sahip oldukları kavram yanlışları ve bu yanlış nedenlerinin belirlenmesi	227600
B27	İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği	188600
B28	İlköğretim beşinci sınıf matematik dersi programında yer alan “çember alt öğrenme” alanına ait kavram yanlışlarının belirlenmesi	290664
B29	İlköğretim II. kademe öğrencilerinin problem çözmedeki kavram yanlışları	200688

B30	İlköğretim II. kademe öğrencilerinin üçgenler ve geometrik cisimler konusundaki kavram yanlışları	285503
B31	İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak İli Örneği)	200721
B32	İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları	328692
B33	İlköğretim öğrencilerinin (4-8. sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları	263483
B34	Karmaşık sayılarda kavram yanlışlığı ve hata ile tutum arasındaki ilişki	216164
B35	Limit konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi	177972
B36	Lisans düzeyinde analitik geometri dersindeki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesine yönelik bir araştırma	211625
B37	Lise öğrencilerinin lise 1 fonksiyonlar konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	139146
B38	Mutlak değer konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesi	177969
B39	Ortaokul 5. sınıf öğrencilerinin temel geometrik kavramlar ve çizimler alt öğrenme alanına yönelik kavram yanlışları	542110
B40	Ortaokul 6.sınıf öğrencilerinin sayıların ondalık gösterimi konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	409117
B41	Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesinde etkileşimli tahta kullanımının etkisi	537898
B42	Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında yaşadıkları kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli öğretimin kullanılması	511905
B43	Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersi cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışları	512922
B44	Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	558392
B45	Ortaokul öğrencilerinin temel geometri konularında sahip oldukları kavram yanlışları	381134
B46	Ortaokul öğrencilerinin üçgenler ve dörtgenler konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesinde ve matematiğe yönelik tutumlarında kavram karikatürlerinin etkisi	565546
B47	Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi	526840
B48	Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile köklü sayılar konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi	576737
B49	Ortaöğretimde kompleks sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi ve çözüm önerileri	189809
B50	Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri	334699
B51	Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ve hataların tespiti	350092
B52	Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının incelenmesi	557851
B53	Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik dersi eğitim konusundaki hata ve kavram yanlışlarının incelenmesi	570059
B54	Sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları	252911
B55	Sınıf Öğretmeni adaylarının temel matematik I- II derslerine ilişkin kavram yanlışlarının incelenmesi	278309
B56	Trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi	255926
B57	Yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenlerle ilgili kavram yanlışları ve nedenlerinin belirlenmesi	378601
B58	Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki işlemlere ait kavram yanlışlarının belirlenmesi ve kavram karikatürleri ile giderilmesi	632343
B59	Matematik öğretmeni adaylarının geometrik kavramlara ilişkin kavram yanlışlarının veya hatalarının dijital kavram haritaları ile giderilmesi	638119
B60	6. sınıf öğrencilerinin ondalık gösterim konusundaki kavram yanlışlarının 5e modeline göre tasarlanan dijital kavram karikatürleri ile giderilmesi	638126
B61	Cebirsel akıl yürütme uygulamalarının toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlarına ve hatalarına etkisi	627887

B62	Matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin üstel belirsizlikler ve diferansiyel konularındaki kavram yanlışlarının incelenmesi	648990
B63	Farklı algısal öğrenme stiline sahip ortaokul öğrencilerinin tam sayılara ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde bilgisayar destekli matematik öğretiminin rolü	649613
B64	BDMÖ yoluyla sınıf öğretmeni adaylarının denklemler ve grafikleri konusundaki öğrenme ürünlerinin incelenmesi	183068
B65	10. sınıf öğrencilerinin radyan kavramına ilişkin sahip olduğu yanlışların giderilmesine yönelik bir öğretim sürecinin incelenmesi	231841
B66	İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar ve çözüm önerileri	306491
B67	Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili kavramsal bilgilerinin analizi	439288
B68	Ortaokul matematik öğretmenlerinin kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik çözüm önerilerinin incelenmesi	485959
B69	Matematik öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına ilişkin öğrenci zorlukları ve kavram yanlışları ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi	524222
B70	Sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimler hakkındaki konu alan bilgilerinin incelenmesi	613532
B71	5. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri	627885
B72	Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının türev kavramıyla ilgili teknolojik pedagojik alan bilgilerinin senaryo tekniği ile incelenmesi	642775
B73	Varyasyon teorisi ve 5e öğretim modeli' ne göre geliştirilen öğrenme ortamlarının alan kavramına yönelik başarı ve kavram yanlışlarına etkileri	656442