T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENİ VE 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARI BAKIMINDAN İNCELENMESİ

Muhittin ZUNLU
ORCID: 0000-0001-8875-8235

Danışman
Prof. Dr. Ahmet ERDOĞAN
ORCID: 0000-0003-2024-4515

Konya – 2022

ÖN SÖZ

Erdemli Anadolu Öğretmen Lisesinde okurken şöyle bir anım oldu. 10. sınıfta trigonometri konusu mart ayından başlayarak dönem sonuna kadar sürerdi. Yazılı haftası önceden bize duyurulduğu için ben yazılıdan bir gün önce gece değil de günler öncesinden çalışırdım. Yazılıdan bir gün önce sınıf arkadaşlarım yurtta gecenin geç saatlerine kadar çalışırken ben saat gece 10'a doğru uyumuş olurdum.

Gecenin ilerleyen saatlerinde arkadaşım bir trigonometri sorusunu sesli olarak diğer arkadaşlarıma sormuş. Ben ise yattığım yataktan kalkarak sorunun cevabını vermişim. Sabah kahvaltısında arkadaşım ''*Gece sorduğum soruyu nasıl çözdün?*'' diye sordu, bense ''*Hangi soruyu?*'' diye şaşırdım. Meğerse uykuda iken bir trigonometri sorusuna cevap vermişim. O zaman anladım ki insan bedeni uyusa da zihni uyumuyordu. Bunun bir alışkanlık sonucu olduğunu zihnin alışkanlıkları konusunda tez konumu belirleme sürecinde farkı ettim.

Araştırma sürecinde yardımlarını esirgemeyen, tezim hakkındaki görüş ve tavsiyeleri ile beni yönlendiren, olgunluğu ile örnek aldığım değerli hocam, tez danışmanım Prof. Dr. Ahmet ERDOĞAN'a sonsuz teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde büyük emekleri olan bütün öğretmenlerime, ayrıca daima yüreğimde taşıdığım rahmetli babam Ahmet ZUNLU'ya saygılarımı sunarım.

Son olarak tezi hazırlama sürecinde her daim yanımda olup beni yüreklendiren aileme ve bende hep ayrı yeri olan biricik oğlum Ahmet Mert ZUNLU'ya kucak dolusu sevgilerimle. İyi ki varsınız, iyi ki hayatımdasınız…

Muhittin ZUNLU
Aralık 2021

İÇİNDEKİLER

TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

Ortaokul Matematik Öğretmeni ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Süreçlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Bakımından İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın toplam **x+180** sayfalık kısmına ilişkin, 11/02/2022 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %**16** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

11/02/2022

Muhittin ZUNLU

Prof. Dr. Ahmet ERDOĞAN

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

11/02/2022

Muhittin ZUNLU

KISALTMALAR

A: Araştırmacı

K: Kazanım

LGS: Liselere Geçiş Sistemi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

OMÖ: Ortaokul Matematik Öğretmeni

Ö: Öğrenci

ZCA: Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları

ZGA: Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENİ VE 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNİN ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARI BAKIMINDAN İNCELENMESİ

Muhittin ZUNLU

Geometri, bireyin günlük hayatta karşılaştığı problemleri akıl yürütme ile çözüme ulaşmasını sağlayan matematiğin alt öğrenme alanlarından biridir. Bu nedenle birey, geometri kazanımlarını sadece sınıf ortamında değil; hayatının her anındaki problem çözme sürecinde geometrik düşünme becerisini gerçekleştirmektedir. O halde, bireylere zihnin geometrik alışkanlıkları kazandırılarak günlük hayatlarında karşılaştığı geometri tabanlı problem durumlarının çözümü için yardımcı olunmalıdır. Bu araştırmada, matematik öğretmeni ve ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirilmesine yönelik oluşturulan problem çözme tabanlı öğrenme ortamının, zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisini belirlemeyi amaç edinilmiştir.

Nicel ve nitel araştırma yöntemlerinin birlikte kullanıldığı bu araştırma iç-içe karma yöntem araştırması olarak desenlenmiştir. Araştırmanın nicel boyutu yarı deneysel yöntem desenlerinden ön test – son test kontrol gruplu desenine; nitel boyutu ise açıklayıcı araştırma yöntem desenine uygundur. Araştırmanın çalışma grubu, bir matematik öğretmeni ile 29'u deney ve 29'u kontrol grubu olmak üzere 58 öğrenciden oluşmaktadır. Deney grubu öğrencilerine zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik probleme dayalı öğrenme ortamı oluşturulurken, kontrol grubu öğrencilerine Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemler ile ders işlenmiştir. Araştırma verileri, zihnin geometrik alışkanlıkları testi, yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler ve alan notları ile toplanmıştır. Araştırmanın yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler ile alan notları betimsel olarak analiz edilirken; nicel verileri istatistik programıyla analiz edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, probleme dayalı öğrenme ortamı ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilme sürecinde etkili olduğu görülmüştür. Yani, zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesinde probleme dayalı öğrenme ortamının deney grubu lehine anlamlı farklılaşmanın olduğu belirlenmiştir. Araştırmanın uygulama sürecinin dördüncü haftasından sonra da öğrencilerin, matematik öğretmenine benzer zihnin geometrik alışkanlıkları gösterdikleri belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Zihinsel alışkanlık, Zihnin geometrik alışkanlıkları, Probleme dayalı öğrenme ortamı, Yarı yapılandırılmış görüşmeler.

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

STUDY OF PROBLEM SOLVING PROCESSES OF SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHER AND 7TH GRADE STUDENTS IN TERMS OF GEOMETRIC HABITS OF MIND

Muhittin ZUNLU

Geometry is one of the sub-learning areas of mathematics that enables the individual to solve the problems he/she encounters in daily life with reasoning. For this reason, the individual gains geometry not just in the classroom environment; realizes geometric thinking skills in the problem solving process in every moment of his life. In that case, individuals should be helped to solve geometry-based problem situations they encounter in their daily lives by gaining geometric habits of mind. In this study, it was aimed to determine the effect of the problem-solving-based learning environment created to develop the geometric habits of the mind of mathematics teachers and secondary school students on the geometric habits of the mind.

This research, in which quantitative and qualitative research methods were used together, was designed as a nested mixed method research. In the quantitative dimension of the research, the pretest-posttest control group design, which is one of the quasi-experimental designs, is suitable. In the qualitative dimension, the explanatory research method design is appropriate. The study group of the research consists of a mathematics teacher and 58 students, 29 in the experimental group and 29 in the control group. While a problem-based learning environment was created for the experimental group students to develop the geometric habits of the mind, the control group students were taught with the methods in the 7th grade mathematics textbook of the Ministry of National Education. Research data were collected through a test of geometric habits of mind, semi-structured in-depth interviews and field notes. While the semi-structured in-depth interviews and field notes of the research were analyzed descriptively; quantitative data were analyzed with a statistical program.

According to the results obtained from the research, it was seen that the problem-based learning environment was effective in the process of developing the geometric habits of the mind of the secondary school mathematics teachers and 7th grade students. In other words, it was determined that there was a significant difference in favor of the experimental group of the problem-based learning environment in the development of the geometric habits of the mind. Also, after the fourth week of the application process of the research, it was determined that the students showed geometric habits of mind similar to the mathematics teacher.

Keywords: Mental habit, Geometric habits of mind, Problem-based learning environment, Semi-structured interviews.

BÖLÜM I

1. GİRİŞ

İnsanların gerçeği bilme ve anlamlandırma merakı sonucunda gelişen matematik bilimi, düşünsel bir faaliyettir (Altun, 2018). Tabiatta var olan matematik, insanoğlunun çabaları ile gün yüzüne çıkarılmıştır. İnsan bedeninde farklı kısımlarının uzunlukları arasında bulunan altın oranı, bitkilerin yapraklarının belirli bir örüntüde sıralanması, arıların bal peteklerini altıgen şeklinde oluşturmaları gibi örnekler insanoğlunun keşfetme arzusunun sonucunda insanlığa kazandırılmıştır. İnsanoğlunun araştırma ve araştırma sonucunda keşfetme arzusu düşünsel bir faaliyettir. Matematiğin alt öğrenme alanlarından biri olan geometri, bireyin matematiksel düşünselini geliştirmede önemli bir yere sahiptir.

Geometri, bireyin şekilleri zihninde canlandırarak mantıksal muhakeme ile çözüme ulaşmasını sağlayan bir bilim dalıdır (Hızarcı, 2004). Geometri matematiksel modellemede, soyut kavramların anlaşılmasında ve problem çözümlerinde kullanılan bir araçtır, hangi meslekte olunursa olunsun birey dünyayı anlamlandırmak ve yorumlamak için geometriye ihtiyaç duyar (Duatepe, 2004). Geometri öğrenme alanı, matematik disiplini ile gündelik yaşam arasında ilişki kurulmasında etkin rol oynadığı için yadsınamaz bir öneme sahiptir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014).

Geometri bireye kazandırdığı bakış açısı ile problemleri analiz etme, çözüm stratejileri oluşturma ve matematik ile günlük hayat arasında bağ kurmasını sağlayabilir (Dursun ve Çoban, 2006). Bireyin günlük hayatta karşılaştığı basit problemlerin çoğunda (*duvar kaplama, boya yapma, çerçeve yapma, depo yapma gibi*) temelde geometrik düşünmeye dayandığı düşünüldüğünde, geometrinin birçok alanda karşımıza çıktığı anlaşılabilir (Altun, 2012). Van de Walle (2004) geometrik düşünmeyi, geometrik durumlar üzerine düşünme ve bir sonuç elde etme becerisi olarak tanımlamıştır. Bu tanımlamaya göre, geometrik düşünme sadece geometrik durumlarıyla şekillenmediği ayrıca bu durumlara dayalı muhakeme, ilişkilendirme ve genellemeye ulaşma becerisi ile de geliştiği ifade edilebilir. Bunun gibi bir geometrik düşünme, bireyin belirli bir seviyede geometri bilgisinin olması ve gerekli yerde geometrik ölçümleri de rahat bir şekilde yapabilmesi bireyin günlük hayatta karşılaştığı problemlerin çözümlerini kolaylaştıracağı için önemlidir.

1.1. Problem Durumu

Matematik bilimi matematiksel sonuçların oluşturduğu disiplin alanı olmayıp aynı zamanda zihinsel sürecin sonunda elde edilmiş bir düşünme tarzı (Goldenberg, 1996), düşünceyle ilgili de birtakım edinilen alışkanlıklardır (Baki, Güven ve Karataş, 2002). İnsanların sonuçları ortaya koymadaki alışkanlıkları matematik biliminde sonuçlardan daha önemlidir (Goldenberg, 1996).

Zihin alışkanlıkları, bireyin herhangi bir sorun ile karşılaştığında mantıksal muhakeme becerisi, analiz etme ve eleştirme gibi insana ait olan üst bilişsel özelliklerini öne çıkararak soruna uygun çözümleri muhakeme etme ve uygulama yeteneğidir (Leikin, 2007). Zihin alışkanlıkları, matematik disiplinine özgü zihin alışkanlıkları (matematiksel zihin alışkanlıkları) ve genel zihin alışkanlıkları olmak üzere iki kategoriye ayrılmaktadır (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996).

Matematiksel zihin alışkanlıkları, rutin olmayan problemlerle karşılaşıldığında mantıksal muhakeme etme becerisi ile matematik disipliniyle ilintili olanların kullandıkları yöntemleri uygulayarak onların yaptıkları şekilde soyutlama ve daima bir mantıksal muhakeme etme kabiliyetine sahip olma şeklinde ifade edilmektedir (Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010). Matematiksel zihin alışkanlığında bireyin bir problem ile karşılaştığında problemi çözmeye yönelik geliştireceği problem çözme stratejileri söz konusudur. Matematiksel zihin alışkanlığının temelini problem çözme oluşturmaktadır. Günümüzdeki ülkelerin öğretim programlarının en temel hedefi; bireyi karşılaştığı problemlerin üstesinden gelen birer problem çözücü olarak topluma kazandırmaktır. Çünkü bireyin problem çözme sürecinde; örüntü bulma, varsayımda bulunma, özel durumları düşünme, ispat etme, değişen/değişmeyen özellikleri belirleme, eleştirel düşünme, genelleme, yaratıcı düşünme, analitik düşünme, pes etmeme ve risk alma gibi birçok zihinsel alışkanlıkları kullanması gerekir (Costa ve Kallick, 2000; Driscoll ve diğerleri, 2007; 2008).

Bununla beraber matematiksel zihin alışkanlıklarının duyuşsal ve bilişsel boyutlarından söz edilebilir. Matematiksel zihin alışkanlıklarının duyuşsal boyutu; pes etmeme, şüpheci yaklaşım, kararlı olma, merak etme, esneklik, ön yargı, öğrenmeye açık olma, empati kurma, azim ve öz-disiplin gibi bilişsel boyutu etkileyen alışkanlıklar şeklinde tanımlanmıştır (Costa ve Kallick, 2000; Leikin, 2007). Matematiksel zihin alışkanlıklarının bilişsel boyutunu ise Goldenberg ve diğerleri (1996) varsayımda bulunma, tahmin yürütebilme, ilişkilendirme, görselleştirme, tanımlama, yaratıcı olma, denemeler yaparak bir sonuca ulaşmaya çalışma olarak tanımlanırken, Jacobbe ve Millman (2009) ise örnekler verebilme ve yansıtıcı düşünme olarak tanımlamışlardır. Marshall (2004) ve Rolle (2008) ise matematiksel kavramları bilmeye yönelik uygun olan gösterimlerde bulunma, sorgulama, problemi inşa etme, yaratıcı düşünme, yeni fikirler ortaya atma şeklinde tanımlanmıştır.

Matematiksel zihin alışkanlıklarının duyuşsal ve bilişsel boyutları ile birlikte literatürde; topolojik, trigonometrik, istatistiksel, olasılıksal, cebirsel ve geometrik düşünme alışkanlıkları şeklinde özele indirgendiği görülmektedir (Goldenberg, 1996; Leikin, 2007; Mark ve diğerleri, 2010).

Goldenberg (1996), geometri öğretim programında yer alması gereken geometrik düşünme alışkanlıklarını "*Connected Geometry*" projesi ile sınıflandırmış ve geometrik düşünme alışkanlığına sahip bireylerin özelliklerini sözel ve görsel olarak verilen bilgiler arasında dönüşüm yapma, geometrik şekilleri yorumlama, görselleştirme, formal ve informal tanımda bulunma, değişmeyenleri araştırma, tümdengelimden yararlanabilmek, algoritma oluşturma, genellemeye varabilmek, geometrik yapıları hareketli düşünme şeklinde sıralamıştır.

Cuoco ve diğerleri (2010) ise geometrik düşünme alışkanlıklarını akıl yürütme, uç durumları düşünme, geometrik değişmezleri araştırma, manüpilasyon ve görselleştirme olarak ifade etmişlerdir. Driscoll ve diğerleri (2007) proje çalışmaları ile bu iki çalışmadaki geometrik düşünme alışkanlıkların sınıflandırmalarını kapsayacak şekilde zihnin geometrik alışkanlıklarının teorik çatısını oluşturmuşlardır.

Driscoll ve diğerleri (2007) 2004-2008 yılları arasında gerçekleştirdikleri proje çalışmasında öğretmenlerin 5.-10. sınıf öğrencilerine sordukları geometri problemlerinin çözümlerini analiz ederek Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının (ZGA) teorik çatısını oluşturmuşlardır. Bu proje çalışması ile öğretmenler için zihnin geometrik alışkanlıklarının neden anlaşılması gerektiğini ve öğrencilerin geometrik düşünme becerilerine nasıl katkıda bulunacağını açıklamışlardır. Bu çalışma sonucunda bireylerin sahip olması gereken Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının (ZGA) bileşenlerini; ilişkilendirme alışkanlığı, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı, değişmezleri araştırma alışkanlığı, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı olarak 4 teorik çatı altında toplamışlardır (Bozkurt ve Koç, 2016; Driscoll ve diğerleri, 2007). Yapılan bu çalışma da Driscoll ve diğerleri'nin (2007) oluşturduğu Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) bileşenlerinin teorik çatısı altına inşa edilmiştir.

Birey yaşamı boyunca günlük hayatında karşılaştığı problemleri çözmek zorunda kalır (Blitzer, 2003). Birey, eğitimin hedeflediği amaçlardan biri olan problem çözme becerisini yeterli miktarda kullanması gerekir. Matematik öğretim programının genel amacı bireye günlük hayatın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırma, problem çözmeyi öğretmek ve günlük hayatta karşılaştığı durumlarda problem çözmeyi merkeze alan bir düşünme şekli kazandırmak iken (Altun, 2018), bireylerin günlük hayatta karşılaştığı problem durumların üstesinden gelebilmesi için öğretim programlarının matematik ile geometrik düşünme alışkanlıklarını içerecek şekilde oluşturulması ve bireylere de bu alışkanlıkların öğretim programları ile kazandırılması gerektiğini ifade etmişlerdir (Goldenberg, 1996; Cuoco, Goldenberg ve Mark, 2010; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010).

Öğrencilerin geometrik alışkanlıkları farkına varıp kavrayışı ve bu alışkanlıkları problem çözümlerinde kullanmasında öğretmenlerin yardımlarının büyük önemi vardır. Öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıkları aracılığıyla matematiksel düşünme yollarını kazanmasının üst düzey düşünme becerilerine katkı sağlayacağı anlaşılmaktadır. Bundan ötürü öğretmenler, öğrencileri ile birlikte problemlerde geometrik fikirleri yürütecekleri ve geometri problemleri üzerinde çalışabilecekleri öğrenme ortamları oluşturmalıdır (Köse ve Tanışlı, 2014).

Literatürde ilköğretim düzeyindeki öğrencilerden geometrik düşünme alışkanlıklarını elde etmeye yönelik çalışma yapılırken ülkemizde de öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi ile geliştirilmesine yönelik çalışmalar yapılmıştır (Yavuzsoy-Köse ve Tanışlı, 2014; Özen, 2015; Bülbül, 2016; Uygan, 2016; Tolga, 2017; Erşen, 2018; Sezer, 2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin sahip olduğu zihnin geometrik alışkanlıkları, öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerine etki etmesinden dolayı epey önemlidir. Bireyin küçük yaşlarda geometriyle tanışmasıyla başlayıp ömür boyu karşılaştığı problemlerin çözümünde ve akademik başarı elde etmesinde zihnin geometrik alışkanlıkları etkili olacağından yapılan bu çalışmanın alana katkı sağlayacağı söylenebilir. Bu tez çalışmasında probleme dayalı öğrenme ortam değişkeninin ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Ortaokul Matematik Dersi (5.-8. Sınıflar) Öğretim Programı'nda, öğrencilerin problem çözme sürecinde mantıksal akıl yürütmelerini ve kendi düşüncelerini kolaylıkla ifade etmelerini, matematiksel akıl yürütmelerdeki yanlışları fark ederek boşlukları ve eksiklikleri belirlemeleri, mantıklı bir şekilde matematiksel düşüncelerini açıklamak için matematiksel terminolojiyi doğru kullanmaları, matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğu bilincinde olarak matematiğe önem vermeleri amaçlanmaktadır. Bununla birlikte matematiksel birikimin öğrenciler tarafından yapılandırılması sürecinde; bilgiyi üretme ve kullanma, araştırma yapma, tahminde bulunma ve zihinden işlem yapabilme becerilerini etkin bir şekilde kullanabilecek, matematikteki edindiği tecrübe ile matematiğe yönelik olumlu davranış geliştirerek matematik problemlerine kendinden emin bir benlik oluşturmaya yardımcı olacağı ifade edilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Yukarıda ifade edilen sürecin genelde matematiksel zihin alışkanlıklarını özelde ise bireyin zihnin geometrik alışkanlıklarına işaret edilmektedir.

Bu bağlamda araştırmada, probleme dayalı öğrenme ortamında ortaokul matematik öğretmeni ve yedinci sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisinin gelişim sürecinin incelenmesi amaç edinilmiştir. Bu çalışmayla probleme dayalı öğretim değişkeninin zihnin geometrik alışkanlıkları değişkeni üzerine etkisinin, geometri öğretiminde akademisyenlere, matematik öğretmenlerine ve öğrencilerine yol gösterici olacağı düşünülmektedir. Araştırmanın amacına yönelik problem cümlesi aşağıda verilmiştir.

Bu araştırmanın ana problemini, "Ortaokul matematik öğretmeni ve yedinci sınıf öğrencilerinde probleme dayalı öğretimin zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisi nedir?'' sorusu oluşturmaktadır. Bu ana problemi yanıtlamak için aşağıdaki alt problemler araştırılmıştır.

Ana problemi yanıtlamak için belirlenen alt problemler aşağıdaki gibidir:

1. Deney-kontrol gruplarının Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön testinin puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Deney grubunun Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Kontrol grubunun Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

4. Deney-kontrol gruplarının Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) son testinin puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
5. Ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişimini incelemeye yönelik probleme dayalı öğrenme ortamından yansımalar nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

2005 yılında yapılan müfredat değişikliği ile birlikte yapılandırmacı öğrenme kuramı eğitimde yerini almıştır. Matematik ders kitaplarında yapılandırmacı öğrenme kuramına göre öğretim etkinlikleri planlanıyor olsa da bu etkinlikler *kağıt katlama-kesme* ve MEB'in okullara gönderdiği materyaller ile sınırlı kalmaktadır. Bilgisayar teknolojisinin sürekli bir gelişim sürecinde olmasına rağmen MEB, kitaplarında teknolojinin kullanımına ilişkin etkinliklerde probleme dayalı öğrenme olanağı sunmamakla birlikte sadece kılavuz kitaplarında geometrik problemler için dinamik geometri yazılımlarından yararlanılabilir şeklinde öneride bulunmaktadır. Öğretim müfredat programı teknolojinin etkin bir şekilde kullanılmasını önerse de geometri öğretiminde probleme dayalı öğrenme ortamı oluşturmak için etkinlik planlarını ortaya koyamamaktadır (Erdoğan ve Yazlık, 2015).

Geometri, günlük hayattaki geniş uygulama alanları, içerdiği birçok kavram ve problem çözme çalışmalarıyla diğer bilim dallarının gelişimine de katkıda bulunan matematik disiplininin zengin bir dalıdır (Musser ve Burger, 1997). Matematik disiplininin gelişim süreci düşünüldüğünde geometri, matematiğin temelini oluşturan öğrenme alanlarından biri olduğu için eğitimdeki önemi yadsınamaz (Altun, 2010). Eğitimde en alt kademeden en üst kademeye kadar bütün kademelerde geometri kavramlarını öğrenme ve bireylerin geometrik problemlerini çözebilme başarısında zihnin geometrik alışkanlıkları önemli bir etkendir (Taş ve Yavuz, 2021). Milli Eğitim Bakanlığının yapmış olduğu liselere geçiş sınavında yaptığı son değişiklikte günlük hayattaki problemleri merkeze alan bir anlayış benimsemiştir.

Ülkemizde yapılan Liselere Geçiş Sistemi (LGS) sınav sonuçlarına göre matematik dersine ait soru netlerinin oldukça düşük olduğu görülmektedir. LGS Matematik alt test ortalaması 2018 yılında 20 soruda 6,99'dur. 20 soruluk test içinde 7, 8, 12, 14, 18 ve 19. sorular geometri ve ölçme alt öğrenme alanında hazırlanmıştır (Beyendi, 2018). 2018 LGS sınavına katılan öğrencilerin % 32,13'ü 7. soruyu, % 65,92'si 8. soruyu, % 14,26'sı 12. soruyu, % 22,99'u 14. soruyu, % 6,99'u 18. soruyu, % 64,63'ü 19. soruyu boş bırakmıştır (MEB, 2018). LGS Matematik alt test ortalaması 2019 yılında 20 soruda 5,09'dur. Matematik alt testinde sınava katılan öğrencilerin % 74,52'sinin doğru cevap sayıları 0-6 aralığında kalmıştır. 2019 LGS Matematik alt test süresinin bir önceki yıla göre 20 dakika artırılması soruların boş bırakılma yüzdesinde azalmasını sağlamıştır. 2019 LGS Matematik alt testinin % 50'sinin de geometri ve ölçme kazanımlarını içerdiği görülmüştür. LGS Matematik alt test ortalaması 2020 yılında 20 soruda 4,89 ile öğrencilerin matematik alt testindeki performansının geçen yıllarda yapılan LGS sonuçlarıyla benzerlik gösterdiği görülmüştür. Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 2020 yılındaki salgın döneminde zorlu koşullarda uygulanan LGS sınavında, öğrencilerin sorumlu tutulduğu kazanımların sadece birinci dönem ile sınırlı kalmasına rağmen matematik alt testinin % 50'sinde geometri ve ölçme kazanımlarını içerdiği de görülmüştür. Ayrıca sorumlu tutulan kazanımların az olması matematik alt test ortalamasının geçen yıllara nazaran daha düşük olmasını da engelleyememiştir. LGS Matematik alt testi doğru cevap sayısı ortalaması 2021 yılında 20 soruda 4,20 ile LGS sınavına katılan öğrencilerin ortalamaları bir önceki yıllara göre devamlı azalış gösterdiği görülmüştür (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; 2019; 2020; 2021).

2021 LGS sınavında 20 sorunun 8'i problem tabanlı iken diğer 12'si geometri tabanlı problemler olduğu görülmüştür. 2018 yılında LGS sınavında boş bırakılma yüzdeleri yüksek oranda geometri ve ölçme alt öğrenme alanında olması, 2019 ve 2020 yıllarında yapılan sınavlarda soruların % 50'sinin geometri ve ölçme kazanımlarını içermesi ve 2021 yılında da sınav sorularının geometri tabanlı problemlerin ağırlıkta olması dikkatimizi probleme dayalı öğretiminde zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine çevirmiştir. Bu bağlamda, araştırmanın odağına ortaokul düzeyindeki öğrencilerin matematiksel zihin alışkanlıklarından zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine çekilmiştir. Bu araştırmada, ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik karma yöntem deseninde tasarlanan probleme dayalı öğretim ortamının literatüre önemli bir katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Literatür incelendiğinde, uluslararası çalışmalarda araştırmacıların matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarının sınırlı bileşenlerine odaklanıldığı görülmektedir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Cuoco, Goldenberg ve Mark, 2010; Matsuura, Sword, Piecham, Stevens ve Cuoco, 2013). Zihnin geometrik alışkanlıkları, matematiksel zihin alışkanlıklarının bir alt basamağı olarak belirtilmiştir (Driscoll ve diğerleri, 2007; 2008; Harel ve Sowder, 2005; Marzano, Pickering ve McTighe, 1993). Ülkemizde yapılan çalışmalar incelendiğinde zihnin geometrik alışkanlıklarına yönelik yapılan çalışmalarda; sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları (Köse ve Tanışlı, 2014), ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi: bir ders imecesi (Özen, 2015), matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi (Bülbül, 2016), ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri (Uygan, 2016), ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine yansıması (Tolga, 2017), onuncu sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğretim ortamının tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi (Erşen, 2018), ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreç ve becerilerinin boylamsal incelenmesi (Sezer, 2019) çalışmalarına rastlanmıştır. Bu bağlamda, araştırmada probleme dayalı öğretim ortam değişkeninin ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları değişkeni üzerine etkisi incelendiğinden karma desenli bu çalışmanın alana önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sayıltıları

1) Araştırmanın uygulama sürecinde deney-kontrol grubundaki öğrencilerinin kontrol altına alınamayan çevresel etkenlerden eşit seviyede etkilendiği,

2) Araştırmacının, uygulama sürecinde öğretmen ve öğrencilerin doğal davranış süreçlerini etkilemediği,

3) Hazırlanan problemler ve ZGA testi ile ilgili alınan uzman görüşlerinin ve öğretmenlerin tarafsız oldukları,

4) Uygun bir ortamda Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinin öğrencilere uygulandığı,

5) Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerde öğretmen ve öğrencilerin gerçek fikirlerini açıkça belirttikleri,

6) Öğrencilerin ön test-son testte yer alan geometri problemlerini ciddiyet ve samimiyetle cevaplandırdıkları,

7) Ortaokul matematik öğretmeni ve öğrencilerinin ders içi problem durumlarında gerçek fikirlerini açıkça belirttikleri varsayılmıştır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

1) Bu araştırma verileri, 2020-2021 Eğitim-Öğretim yılında Konya ilinin Çumra ilçesindeki bir ortaokuldaki matematik öğretmeni ve bu matematik öğretmenin 7. sınıf bir şubesindeki 29 öğrenci ile başka bir ortaokuldaki 7. sınıf bir şubesindeki 29 öğrenciden toplamda ise bir matematik öğretmeni ve 58 öğrenciden elde edilmiştir.

2) Araştırma sürecinde araştırmacı sadece gözlemci rolünde kalmıştır.

3) Yürütülen araştırmada probleme dayalı öğretim ortamının ZGA sürecine etkisinin gelişimini incelemek için yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler, bir ortaokul matematik öğretmeni ve 7 öğrenci ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Zihin Alışkanlığı: Kişinin herhangi bir sorun ile karşılaştığında mantıksal akıl yürütme, analiz etme ve eleştirme gibi insana ait olan üst bilişsel özelliklerini öne çıkaran, üst düzey zihinsel beceriler arasından soruna uygun çözümleri muhakeme etme ve uygulama yeteneğidir (Leikin, 2007).

Matematiksel Zihin Alışkanlıkları: Rutin olmayan problemlerle karşılaşıldığında mantıksal muhakeme etme ile matematik disipliniyle ilintili olanların kullandıkları yöntemleri hesaplayarak ve onların yaptıkları şekilde soyutlamalar yaparak daima bir mantıksal muhakeme etme kabiliyetine sahip olma şeklinde ifade edilmektedir (Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010).

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları: Geometrik düşünme becerilerinin arttırılması amacıyla ortaya atılan ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme gibi 4 alt bileşenden oluşan teorik çatıdır (Driscoll ve diğerleri, 2007).

BÖLÜM II

2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Zihinsel Alışkanlık

Kişinin herhangi bir sorun ile karşılaştığında mantıksal akıl yürütme, analiz etme ve eleştirme gibi insana ait olan üst bilişsel özelliklerini öne çıkaran, üst düzey zihinsel beceriler arasından soruna uygun çözümleri muhakeme etme ve uygulama yeteneğidir (Leikin, 2007). Bilişsel alışkanlıklar, öğrencilerin karşılaştıkları farklı durumlardaki problemleri yapabilmeleri için hislerindeki dağarcıkların gelişim süreci olarak tanımlanmaktadır (Cuoco ve diğerleri, 1996). Başka bir ifadeyle zihin alışkanlıkları, bireylerin bir problem ile karşılaştıklarında kişinin tercih ettiği stratejiler ve uygulamada sergiledikleri eğilimlerdir (Ünveren-Bilgiç ve Argün, 2018). Birey, bilerek ya da bilmeyerek yaşamalarının her alanında matematiksel düşünme süreçlerini içeren zihinsel alışkanlıkları gösterir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Araştırmacılar zihinsel alışkanlıklarla ilgili birçok çalışma gerçekleştirmiş, çalışmaların sonucunda da her bir araştırmacı zihin alışkanlıklarına ait bileşenleri ortaya koymuşlardır (Marzano, 1992; Marzano, Pickering ve McTighe, 1993; Cuoco ve diğerleri, 1996; Costa ve Kallick, 2000; Leikin, 2007).

Marzano (1992) zihinsel alışkanlıkları kendini düzenleme, yaratıcı düşünme ve eleştirel düşünme şekilde üç temel bileşene göre ilgili alanda ilk çalışmayı yapmıştır. Marzano ve diğerleri (1993) tanımladıkları 15 maddelik düşünme alışkanlıkları ile bireyin herhangi bir problemle karşılaştığında sahip olduğu bilginin farkında olması, farkında olduğu bilgileri karşılaşılan problemde kullanması ve bilgileri yeni durumlara uyarlayabilmesi gibi bilişsel boyutları düşünme alışkanlıkları olarak ifade etmişlerdir. Bireyin kendine olan güven duygusu ve güven duygusu yardımıyla problemlere karşı farklı bakış açısı geliştirmeyi ise alışkanlıkların duyuşsal boyutu olarak tanımlamışlardır (Bülbül, 2016).

Costa ve Kallick (2009) zihinsel alışkanlıkları; bilinçli davranışlar, bilişsel süreçler ve düşünme yeteneklerin toplamı olduğunu ifade etmişlerdir. Zihinsel alışkanlıkları birçok yeteneğin, davranışın, yönelimin ve geçmiş tecrübenin birlikte kullanılmasını içerir. Bireyin alışkanlıkları edinebilmesi için bir olaya karşı davranış sergilemeli ve bu davranışın sonucunda bir dönüt almalıdır. Costa ve Kallick (2000) daha önceki çalışmalardan çıkan sonuçlara göre bireyde bulunabilecek 16 zihinsel alışkanlık listesi çıkarmışlar, bu listenin yapılacak çalışmalarla değiştirilebilir ve geliştirilebilir olduğunu ifade etmişlerdir. Listelenen alışkanlıklara sahip bireylerin iyi birer problem çözücü olacaklarını ve düşünme yaklaşımlarını çok iyi bir şekilde kullanabileceklerini ifade etmişlerdir.

Cuoco ve diğerleri (1996) zihinsel alışkanlıkları; ilişkileri fark etme, deneyler yapma, tanımlamalar yapma, iyi düşünme, buluş yapma, resmetme, varsayımda ve tahminde bulunma şeklinde ifade etmişlerdir. Lim ve Selden (2009) de zihinsel alışkanlıkları genel düşünme alışkanlıkları ile bir alana özgü düşünme alışkanlıkları (örn; matematiksel, sözel vs.) olmak üzere ikiye ayırmıştır. Bu yüzden bir sonraki başlıkta matematiksel zihin alışkanlıkları irdelenip ilgili çalışmalara yer verilmiştir.

2.2. Matematiksel Zihin Alışkanlıkları

Cuoco ve diğerleri (1996) yaptıkları müfredat çalışmalarında matematiği teorik olarak yapan ve matematiği uygulayanlar ile yapan ve uygulayanların ne söylediğiyle ilgilenenler arasındaki boşluğu, düşünme alışkanlığı çerçevesinde düzenlenen müfredat ile kapatmayı hedeflediklerini ifade etmişlerdir. Müfredat çalışmaları; hesaplamalar ve özel durumları destekleyen türden olmalıdır.

Goldenberg (1996) de matematiksel zihin alışkanlıklarının temel alındığı müfredat çalışmalarında hangi konuların öğretileceğinin öneminin olmadığını, önemli olan bireyin daha önce görmediği bir problemle karşılaştığında bireye bu problemleri çözdürecek matematiksel becerilerin kazandırılması olduğunu ifade etmiştir. Bu şekilde hazırlanan müfredatın bireyin tahminde bulunma, deneme yapma ve yeni bilgi üretme gibi süreçlerin içine dahil olmasını sağlar (Goldenberg, 1996).

Charbonneau ve diğerleri (2009) askeri lise öğrencileri üzerinde yapmış oldukları ders uygulamalarından yola çıkarak matematiksel zihin alışkanlıklarının sahip olması gereken özelliklerini ilişkili düşünme, kritik düşünme, yaratıcılık, merak ve hayat boyu öğrenme olarak belirtmişlerdir.

Jacobbe ve Millman (2009) matematiksel zihin alışkanlıklarını öğretmenlerin, öğrencilerinin yaratıcı düşünmelere sahip olması için matematiksel kavramları araştırmalarını, problem çözme yaklaşımını tanımlamalarını, örnekler oluşturmalarını, genellemeye vararak sonuçları formülize etmelerini ve yanlış yaptıklarında hatalarını görebilmeleri olarak belirtmişlerdir. Bunları da bireyin sahip olduğu matematiksel zihin alışkanlıklarının nitelikleri olarak isimlendirmişlerdir.

Matematiksel zihin alışkanlıkları, matematikçilerin matematik problemlerine çözüm üretmede kullandıkları matematiksel kavramlara yönelik düşünme yolları geliştirme süreci olarak tanımlanmaktadır (Cuoco ve diğerleri 1996; Matsuura, Piecham, Stevens, Sword ve Cuoco, 2013).

Matematiksel zihin alışkanlıklarının bireylere kazandırılma sürecinde matematiğin teorik çerçevesinin verilmesi yeterli olmayacaktır. Bireyin matematiksel zihin alışkanlıklarını kazanması için matematikçiler gibi düşünmeye ve matematikçilerin çalışmalarında kullandığı çözüm yollarını irdeleyerek kendine ait çözüm yollarını ortaya koyması özendirilmelidir. Gordon (2011) matematiksel zihin alışkanlıkları ile desteklenmiş öğretim ortamları öğrencilerin matematiği iyi bir şekilde öğrenmesini sağlayacağını, süreçte öğrencinin doğru sonuca ulaşacağını ve kavramsal boyutta öğrenmenin gerçekleşeceğini ifade etmiştir.

Literatür incelendiğinde; araştırmacıların matematiksel zihin alışkanlıklarına sahip olan bireylerin özelliklerini matematiksel kavramları bilerek kavramlar arasında ilişkileri ortaya koyma, bir problemin çözümü için hipotezler oluşturarak hipotezleri doğrulayabilme, değişik çözüm yolları geliştirme, elde edilen çözümlerden genellemeye varabilme ile matematiksel terminolojiyi doğru bir şekilde kullanabilme olarak belirtilmiştir. Araştırmacılar tarafından bu matematiksel zihin alışkanlıklarının özelliklerine ise geometri ve ölçme öğrenme alanına yönelik zihnin geometrik alışkanlıkları olarak ifade edilmiştir (Goldenberg, 1996; Driscoll, 1999; Mark ve diğerleri, 2010).

2.3. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

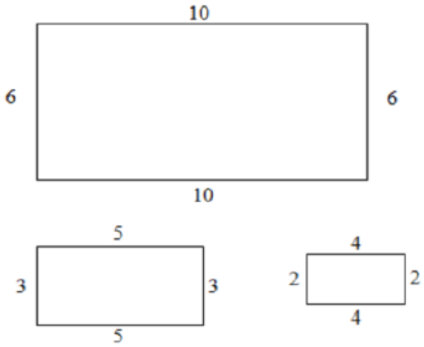
Driscoll ve diğerleri (2007), 2004-2008 yılları arasında "*Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5-10*" isimli proje çalışmaları ile geometri öğreniminde öne çıkan düşünme yollarını modelledikleri yeni bir kuramsal çerçevede birbiriyle ilişkili dört geometrik zihin alışkanlığını tanımlayarak Zihnin Geometrik Alışkanlıklarını (ZGA) oluşturmuşlardır.

Araştırmacılara göre ilişkilendirme alışkanlığı, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı, değişmezleri araştırma alışkanlığı, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını zihnin geometrik alışkanlıklara sahip olan bireylerin dört temel alışkanlıkları olarak belirlemişlerdir. Bu alışkanlıkların; ne olduğu, alışkanlıklara sahip olan bireylerin özellikleri ve alışkanlıklara ait araştırmacıların örnekleri ayrı ayrı alt başlıklarda irdelenmiştir.

2.3.1. İlişkilendirme alışkanlığı

İlişkilendirme alışkanlığı, geometrik şekillerin ve cisimlerin aralarındaki eşlik, benzerlik, paralellik gibi ilişkileri aramayı ve bu ilişkilerin problem çözme süreçlerinde nasıl yardımcı olabileceğini muhakeme edebilmeyi içerir (Driscoll ve diğerleri, 2007). İlişkilendirme alışkanlığa sahip olan birey; iki ya da daha fazla geometrik şeklin benzer ya da benzer olmayan özelliklerini belirleyebilir, bu şekiller arasındaki benzerlik ya da farklılıkları sebepleriyle birlikte ortaya koyabilir, verilen bir geometrik şeklin alt şekillerini tespit edebilir ya da geometrik bir şeklin alt geometrik şekillerini oluşturabilir. Aynı zamanda, geometrik şekilleri ilişkilendirebilmek için simetri ve ötelemeyi kullanabilir, bu alışkanlığa sahip olan bireyler orantısal muhakeme ile iki ya da daha fazla geometrik şekli ilişkilendirebilir (Driscoll ve diğerleri, 2008). Driscoll ve diğerleri (2007) ZGA bileşenlerinden ilişkilendirme alışkanlığına sahip olan bireyler, geometri problemleriyle karşılaştığında ilişkilendirme alışkanlığı sürecinde "*Geometrik şekillerin benzer/farklı yönleri nelerdir?, Geometrik şekiller birbirinden farklı mı? Nasıl?, Verilen şekil üzerinde ne yaparsam diğer şekle benzer? Nasıl?, Hangi şekiller verilen tanıma uyar?, Verilen geometrik şekiller birbirine nasıl benzemektedir?, Şekiller arasındaki ilişkiyi başka bir boyutta düşünürsek ne olur?*" gibi sorular ile kendini yönetmeye gayret eder. İlişkilendirme alışkanlığının göstergesi bir problemde verilen şekillerin tanımlanması ile şekillerin özelliklerinin doğru bir şekilde oluşturulmasıdır. Gelişmiş düzeydeki göstergeler ise bir problem içinde simetri ile mantıksal fikir inşa etme, orantısal akıl yürütme gibi birçok geometrik şekille ilişki kurulmasını içermektedir (Driscoll ve diğerleri, 2007).

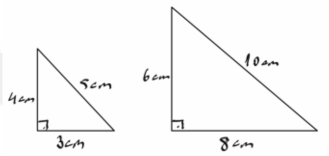
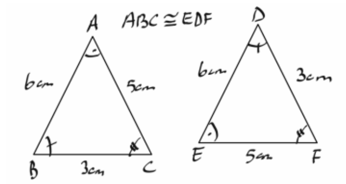
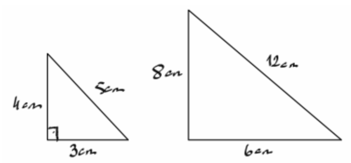
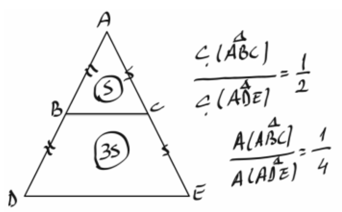
Driscoll ve diğerleri (2008) bireyin ZGA'larının ilköğretimden yükseköğretime doğru gelişerek değişeceğini Şekil 2.1'de verilen *"Aşağıdaki şekilde verilen dikdörtgenlerden hangisi en iyi çift olabilir?"* sorusuna verdiği cevap ile açıklamışlardır. Küçük yaştaki bireylerin büyüklük olarak birbirine en yakın dikdörtgenlerin uygun olan çifti oluşturacaklarını düşündüklerini ancak sınıf seviyesi arttıkça şekiller arasında orantısal muhakeme ile kenarlar arasındaki eşlik/benzerliği fark ederek uygun olan çiftin orta büyüklükteki dikdörtgen ile büyük dikdörtgen olacağını ifade etmişlerdir (Driscoll ve diğerleri, 2008:7)



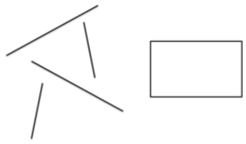
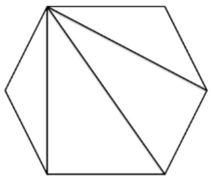
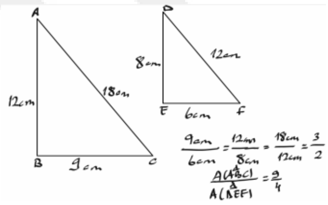
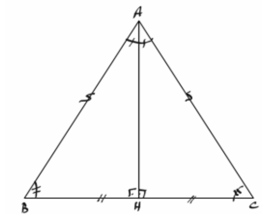
Şekil 2.1. İlişkilendirme alışkanlığı örneği (Driscoll ve diğerleri, 2008:8).

Driscoll ve diğerleri (2008), ilişkilendirme alışkanlığını edinme sürecinde bireyin hangi davranışları sergilemesinin alışkanlığın göstergesi olduğunu örneklerle üç alt başlık ile gruplandırmışlardır. Tablo 2.1'de araştırmacılara göre bireyin ilişkilendirme alışkanlığını edinme süreç göstergeleri ve göstergelerin örnekleri verilmiştir.

Tablo 2.1. İlişkilendirme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri.

İlişkilendirme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Bağımsız şekiller arasındaki ilişkilere odaklandıklarında	İki ya da daha fazla geometrik şekli karşılaştırma yoluyla **bazı ortak özelliklerini** ilişkilendirme (Problemle ilgisi olsun ya da olmasın.)	Pisagor Bağıntısı olan $a^2+b^2=c^2$ ile iki dik üçgeni ilişkilendirme	
	İki ya da daha fazla geometrik şekli problemle ilgili olan **bütün ortak özelliklerini** nedenini belirterek karşılaştırma	Karşılıklı açı ve kenarların eşitliğinden yararlanarak üçgenlerin eş olduğunu ilişkilendirme	
	İki ya da daha fazla geometrik şeklin **ortak olmayan özelliklerini** belirleyerek karşılaştırma	Üçgenlerin kenarları arasındaki Pisagor Bağıntısının sadece dik açılı üçgenlere özgü olduğunu ilişkilendirme	
	İki ya da daha fazla geometrik şekli kendisinin ait olduğu tek boyutlu, iki boyutlu veya üç boyutlu bileşenleri ile ilişkilerini karşılaştırma yoluyla ilişkilendirme	Benzer üçgenlerin kenarları arasındaki oran ile alanları arasındaki oranı ilişkilendirme	

Tablo 2.1. İlişkilendirme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri (Devamı).

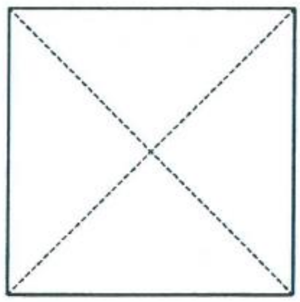
İlişkilendirme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Tek bir şeklin içindeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklandıklarında	Geometrik bir şekil içindeki alt şekilleri fark ederek ilişkilendirme	Geometrik parçalardan oluşan şekle bakıldığında parçaların bir dikdörtgeni oluşturduğunu görebilme	
	Geometrik şekil içinde alt şekiller oluşturarak ilişkilendirmesi	Bir çokgenin içinde üçgenler oluşturmak için çokgenin köşe noktalarını birleştirme	
	Tek bir geometrik şeklin parçaları olarak görülen iki geometrik şekli fark ederek ilişkilendirme	“*Eğer bu iki doğru parçasını uzatırsam, bir dikdörtgenin iki kenarı olacaktır.*”, “*Eğer bu iki doğru parçası bir araya getirilirse bir kare oluşacaktır.*”	
İlişkileri fark edebilmek için özel muhakeme becerilerini kullanmaya odaklandıklarında	İki ya da daha fazla geometrik şekli orantısal akıl yürütme becerisi ile ilişkilendirmesi	İki üçgenin kenar uzunlukları arasında 1.5 kat orantısal ilişkinin olduğunu fark ederek alanları oranı ile ilişkilendirme	
	Geometrik şekilleri simetriyi kullanarak ilişkilendirme	Bir ikizkenar üçgende indirilen yüksekliğin üçgeni simetrik iki dik üçgene ayıracağını fark etme	

Driscoll ve diğerleri, 2008: 7-9.

2.3.2. Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı

Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı, geometrik kavramlarla ilgili ortaya çıkacak tüm olası genel durumları tanımlayabilme ve anlayabilmeye yöneliktir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığına sahip birey; konuyla ilgili özel durumları göz önünde bulundurarak farklı örnekler için denemeler yapabilir ve ardından yeni geometrik kavramlar için genellemeye varabilir, geometri problemlerinin çözüm kümesinin genel kapsayıcı kümesini görebilir ve neden başka çözümün olmayacağını açıklayabilir, geometrik yapı için evrensel bir kabul ortaya koyabilir. Buradan genel durumlar için ifade edersek de problem ya da kabullere yönelik çıkarımlarda bulunabilirler (Driscoll ve diğerleri, 2008). Driscoll ve diğerleri (2007) ZGA bileşenlerinden geometrik fikirleri genelleme alışkanlığına sahip olan bireylerin genelleştirme alışkanlığı sürecinde "*Bu durum her zaman gerçekleşir mi?, Bu durum niçin her durumda gerçekleşiyor?, Bu tanıma uyan tüm örnekleri bulabilir miyim?, Bu durumun geçerli olmadığı durumları bulabilir miyim; eğer bulursam genellememi yeniden düzenleyebilir miyim?, Bu durum diğer boyutlarda da geçerli olur mu?*" gibi sorular ile kendini süreç içinde yönetmeye gayret eder. Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergesi olarak özel bir çözüm yolundan genel bir çözüme ulaşılması veya genel bir çözüm yolunun özel bir çözüme indirgenmesi olabilir. Birey geometrik bir problemin koşullarının değiştiği durumda bilgisini tekrar revize edebilir (Driscoll ve diğerleri, 2007).

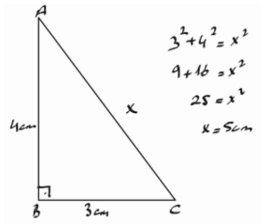
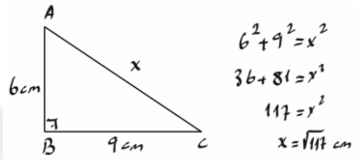
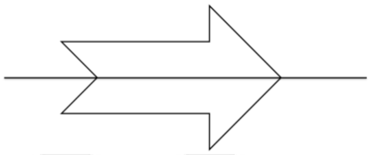
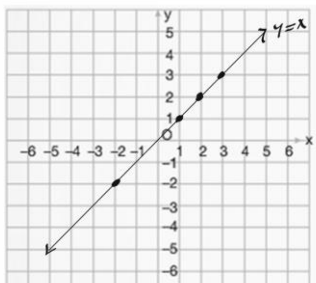
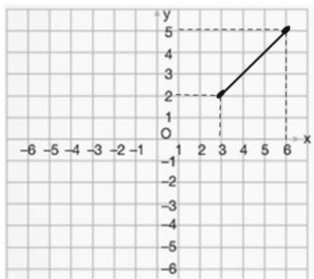
Driscoll ve diğerleri (2008:9) yaptıkları çalışmada geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı için verdikleri örnekte öğrencinin çeşitli boyutlarda karenin köşegenlerini çizdikten sonra yaptığı bütün örneklere bakarak "*Karede köşegenler her zaman 90^{o}'lik açı ile kesişir*" özelliğini fark ettiğini ve bu çeşit bir genelleme anlayışının geometrik bir problemi çözmek için önemli olduğunu ifade etmişlerdir (Şekil 2.2).



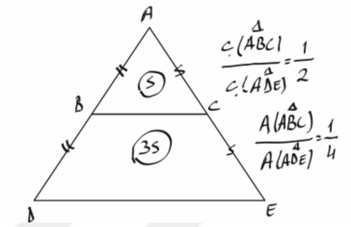
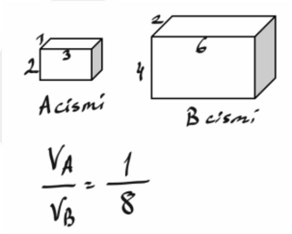
Şekil 2.2. Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı örneği (Driscoll ve diğerleri, 2008:9).

Driscoll ve diğerleri (2008), geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını edinme sürecinde bireyin hangi davranışları sergilemesinin alışkanlığın göstergesi olduğunu örneklerle üç alt başlık ile gruplandırmışlardır. Tablo 2.2'de araştırmacılara göre bireyin geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını edinme süreç göstergeleri ve göstergelerin örnekleri verilmiştir.

Tablo 2.2. Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri.

Geometrik Fikirleri Genelleme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Bilinen durumlar ya da tanıdık çözümlerden çözüm bulmaya çalıştıklarında	Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alması	Eşkenar ve dik üçgenlerin kenar uzunluklarının tam sayı seçilmesi ile çözüme ulaşması	
	Bazı örnekler için çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi	Çözüme dair tam sayı olmayan bir uzunluğu denemesi	
	Tanımlanmış durumların sahip olduğu özellikleri değiştirerek yeni durumlar oluşturması	Yansıma, öteleme ve simetri dönüşümünü uygulaması	
	Nasıl bir genelleme oluşturulacağını bilmeden başka çözümlerin de olabileceğini sezgisel olarak çözüm yapması	"*Bu noktaların koordinatları çözümü gerçekleyen tam sayılar olmayacak şekilde başka noktalarda olmalıdır ama bu noktalar neler?*''	
Varsayılan sadeleştirme koşullarını kullanarak bir dizi çözüm aradıklarında	Sınırlı bir kümede verilen koşulların sonsuz bir kümede de geçerli olduğunu fark etmesi	Grafikte koordinatları sadece tam sayı olan noktaların incelemesi	
	Sonsuz ve sürekli olarak değişen ancak kümeyi sınırlayan durum kümelerinin farkına varması	Sadece düzlemdeki sınırlı bir aralığa bakması ya da yanlış geometrik şekil ile temsil edilen küme hakkında yanlış bir sonuca varması	

Tablo 2.2. Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri (Devamı).

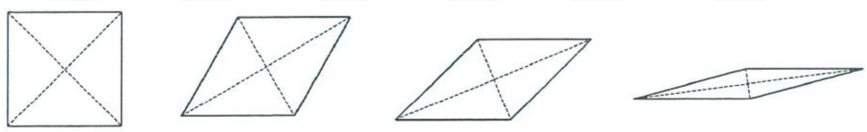
Geometrik Fikirleri Genelleme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Tam bir çözüm kümesi ya da genel bir kural aradıklarında	Tüm çözüm kümesini görerek neden daha fazla çözüm olmadığını açıklaması		
	Herhangi bir geometrik yapı için geçerli olan genel bir kuralın olduğunu fark etmesi	*"Herhangi bir çokgenin kenar uzunluklarını iki katına çıkarırsanız, çokgenin alanını da dört katına çıkarırsınız."*	
	Daha geniş kapsamda problemin kuralını belirlemesi	*"Bir çokyüzlünün kenar uzunluklarını iki katına çıkarırsanız, aynı çokyüzlünün hacmini de sekiz katına çıkarmış olursunuz."*	

Driscoll ve diğerleri, 2008: 9-10.

2.3.3. Değişmezleri araştırma alışkanlığı

Geometride değişmezleri araştırma alışkanlığı, geometrik yapının bazı kısımlarında değişim meydana gelse de aynı kalacak özellikleri ifade eder. Bu ZGA alışkanlığı, geometrik bir şeklin yansıma, öteleme, döndürme, parçalara ayırma, şekli büyütme ya da küçültme gibi dönüşümler altında hangi özelliklerinin değiştiğini hangi özelliklerinin ise aynı kaldığının analiz sonucunu ortaya koyar (Driscoll ve diğerleri, 2007). Geometride değişmezleri araştırma alışkanlığına sahip olan birey; gelişme göstermeyen bir durum hakkında dinamik düşünebilir, bir geometrik dönüşüm uygulandığında hangi durumların aynı kaldığını, hangi durumlarının ise değiştiğini merak eder, bu durumları fark ederek bunların niçin değiştiğini ya da aynı kaldığını açıklayabilir, bir nokta ya da şeklin durumunun değiştirilmesi sonucunda ortaya çıkaracağı etkiye yönelik tahminde bulunur, bir geometrik dönüşüm altında sınırlı ve uç durumları da göz önünde bulundurabilir (Driscoll ve diğerleri, 2008). Driscoll ve diğerleri (2007) ZGA bileşenlerinden değişmezleri araştırma alışkanlığına sahip olan bireylerin alışkanlık sürecinde “*Bu şekli bir dönüşüm altında başka bir şekle dönüştürmem mümkün mü? Mümkün ise bu durumda neler değişir? Neler sabit kalır? Neden?, Verilen geometrik şekle aynı geometrik dönüşümü defalarca uygularsam ne olur?, Bu şeklin görüntüsü hangi dönüşümler sonucunda elde edilir?*” gibi içsel sorular ile kendini yönetmeye gayret eder. Değişmezleri araştırma alışkanlığına sahip olan bireyin göstergeleri olarak bir geometrik şeklin dönüşümü yapıldığında değişmeyen özellikleri incelemesi, açıklayabilmesi ve dönüşüme uygun strateji geliştirebilmesi, problem üzerine sorular sorarak değişmeyen özellikleri araştırması şeklindedir (Driscoll ve diğerleri, 2007).

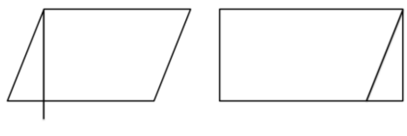
Driscoll ve diğerleri (2008:10) genelleme alışkanlığında kullandıkları örneği genişleterek Şekil 2.3’teki örneği öğrencilere problemde nelerin değişip nelerin değişmediğini merak ettirerek kareden eşkenar dörtgen oluşturmayı, keşfetme ya da hayal etme yoluyla irdeletmişlerdir. Öğrencilerin kareden eşkenar dörtgen oluşturma sürecinde şeklin değiştikçe köşe açılarının ve alanının değiştiğini, köşegenler arasındaki açının ve şeklin çevresinin değişmediğini görmesi değişmezleri araştırma alışkanlığının varlığını göstermektedir (Şekil 2.3).



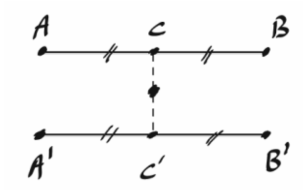
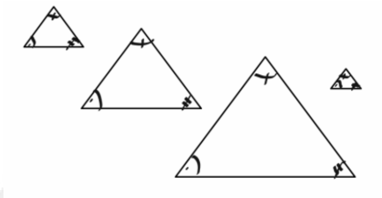
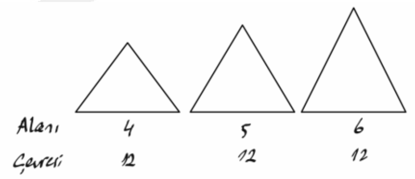
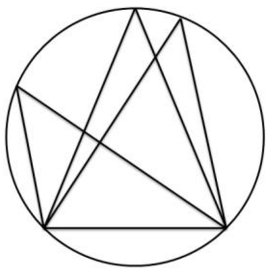
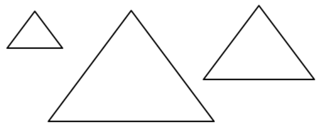
Şekil 2.3. Değişmezleri araştırma alışkanlığı örneği (Driscoll ve diğerleri, 2008:11).

Driscoll ve diğerleri (2008), değişmezleri araştırma alışkanlığını edinme sürecinde bireyin hangi davranışları sergilemesinin alışkanlığın göstergesi olduğunu örneklerle iki alt başlık ile gruplandırmışlardır. Tablo 2.3’te araştırmacılara göre bireyin değişmezleri araştırma alışkanlığını edinme süreç göstergeleri ve göstergelerin örnekleri verilmiştir.

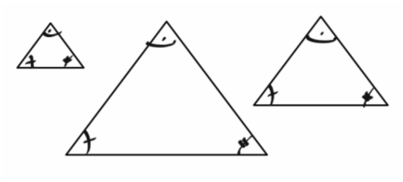
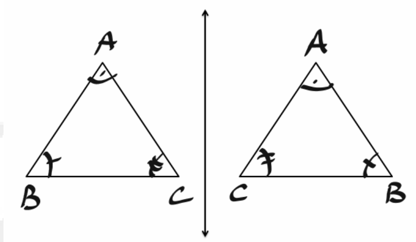
Tablo 2.3. Değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri.

Değişmezleri Araştırma Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Dinamik düşünmeyi kullandıklarında	Statik bir durumda dinamik düşünmesi	“*Bu şekli keserek parçalarına ayırsam ayrılan parçaları hareket ettirerek bu şeklin alanını daha kolay hesaplayabilir miyim merak ediyorum.*’’	

Tablo 2.3. Değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri (Devamı).

Değişmezleri Araştırma Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Dinamik düşünmeyi kullandıklarında	Bir şekle dönüşüm uygulandığında hangi özelliklerin değişeceğini, hangi özelliklerin ise aynı kalacağını belirlemesi	"*Eğer bir noktanın etrafında bir doğru parçasını döndürürsem, doğru parçasının orta noktasına ne olur? Orta nokta aynı kalır, değil mi?*''	
	Bir takım dönüşümün etkilerini gözlemleyerek dönüşümün değişen/değişmeyen ortak özelliklerinin aranması	"*Eldeki üçgenin kenar uzunluklarını 2 katına, 3 katına ve 0.5 katına çıkarılarak üçgenleri oluşturdum ve oluşan üçgenlerde nelerin değiştiğini nelerin ise değişmediğini kaydettim.*''	
	Bir nokta ya da şekli sürekli hareket ettirmenin çıkaracağı etkiyi düşünmek ve bir nokta ile diğer noktalar arasındaki oluşabilecek olası durumların tahmin edilmesi	"*Elimizde alanı 6 ve çevresi 12 olan bir üçgen ile alanı 4 ve çevresi 12 olan başka bir üçgen var. Bu iki üçgen arasında alanı 5 ve çevresi 12 olan bir üçgen olmalıdır.*''	
	Dönüşüm altında sınır ve uç durumları göz önünde bulundurması	"*Eğer şekil bir doğru üzerinde daraltılırsa köşegenlerin yeni kesim noktasına ne olur? Elimizdeki üçgenin tabandaki iki köşesini sabit tutup tepe noktasını bir daire etrafında hareket ettirsek dairenin hangi noktasında üçgenin alanının değeri en büyük olacağını tahmin edebilirim?*"	
Etkilerin kanıtlarını kontrol ettiklerinde	Dönüşüm uygulanan geometrik yapının her şeyinin değişmeyeceği düşüncesini sezgisel olarak fark etmesi	"*Elimizdeki üçgenlerden birini büyütsek de sanki ilk üçgenin daha büyüğünü elde ettik..*"	

Tablo 2.3. Değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri (Devamı).

Değişmezleri Araştırma Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Etkilerin kanıtlarını kontrol ettiklerinde	Belirli bir dönüşümün her uygulanışında aynı etkilerin gözlemleneceğini fark etmesi	"*Elimizdeki üçgenlerden birini her büyüttüğümüzde üçgenin açılarının daima aynı kalacağı görülüyordu*."	
	Belirli bir dönüşüm uygulandığında değişmeyen özellikleri fark etmesi ve değişmeyen özelliklerin neden değişmez olduklarını açıklaması	"*Bir doğruya göre bir üçgenin yansıma dönüşümü altında üçgene eş bir üçgen elde edilebilir. Üçgenin yansıması bir kağıdı katlama işlemi gibidir. Kağıt katlama işlemi ile harekete edildiğinde kağıdın diğer tarafında elde edilen şeklin ilk şekle eş büyüklükte olup şeklin büyüklüğü değişmez.*"	

Driscoll ve diğerleri, 2008: 10-12.

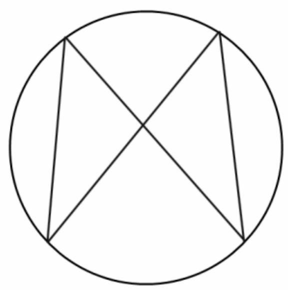
2.3.4. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı

Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı ise bireyin; tahmin etme ya da sezgiler yoluyla çizim yapabilmesinin yanında geometrik şekillerle oynayabilmesidir. Birey aynı zamanda şekil üzerinde keşifte bulunabilir, geometrideki benzer özellikleri göz önüne getirebilir, geometrik şekillerin birtakım durumların değişimini sezebilir, problemin çözümünün her basamağında sonuca yönelik kendini sorgulayabilir, problemin çözümü için her basamağı titizlikle seçip nihai duruma yönelik yorumlama yapabilir, oluşabilecek nihai durumları kontrol etmek için de yaratıcı çözümler bulabilir (Driscoll ve diğerleri, 2008). Driscoll ve diğerlerine göre (2007), ZGA bileşenlerinden keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına sahip olan birey "*Bir şekil çizersem, resimden bir parça ekleyip çıkarırsam ne olur? Elde etmeyi düşündüğüm sonuç nasıl bir şey olur? Sonuçtan geriye doğru çözüm stratejisini kullanırsam ne olur? Hangi ara adımlar çözüm sürecimi kolaylaştırır? Bu yaptıklarım bana ne anlatıyor? Bu problemi çözme sürecinde kullandığım yöntemler önceki bilgi birikimime nasıl katkıda bulunabilir?*" gibi içsel sorularla süreci yönlendirmeye çalışır. Kendine sorduğu içsel sorularla birey problemi anlamasını, ön öğrenmeleri ile süreç içinde öğrendikleri arasında bağ kurmasını, süreçte sürekli kendini sorgulayarak dengeye gelmesini sağlar. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına sahip bireyin göstergesi " *geometrik şekil üzerinde ek çizimler yaparak çözüme yönelik düşünce oluşturması, oluşturduğu düşünme şeklini düzenli bir şekilde kontrol ederek yeni fikirler ortaya koyma*" şeklindedir (Driscoll ve diğerleri, 2007).

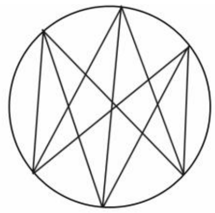
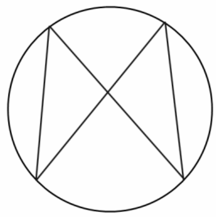
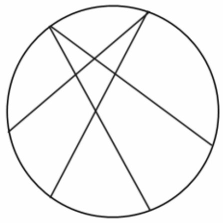
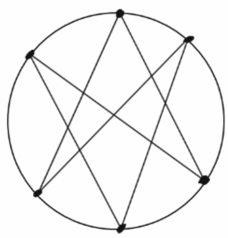
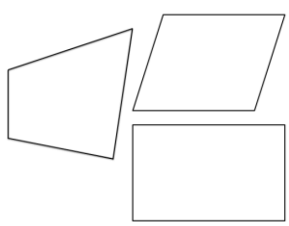
Driscoll ve diğerleri (2008:12) keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı için, "*İki dik açısı olan ve hiçbir kenarı birbirine paralel olmayan bir dörtgen çiziniz. Eğer bunun mümkün olmadığını düşünüyorsanız nedenini açıklayınız.* " sorusunun sorulduğunda öğrencilerin farklı cevaplar verebileceğini belirtmişlerdir. Bu soruyu bir öğrenci "*Tersten düşünerek şeklin çizilebilir olduğunu hayal edelim. Öncelikle bu iki dik açı ardışık kenarların olamaz. Aksi taktirde birbirine paralel olurdu. Bundan dolayı iki dik açı çizer ve bunları bir araya getirirsem ne olur?*" ya da başka bir öğrenci "*Bir çember çizerek çemberin çapını görecek şekilde karşılıklı iki tane çevre açı oluşturayım. Açının kolları birleştirildiğinde dörtgen oluşma şartı sağlanır mı?*" diye düşünebilir. Öğrencilerin bu şekilde farklı yolları düşünmeleri "*Ne olur?*" ve "*Bunu denemekle neler öğrendim?*" demesi keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını kullandıklarını göstermektedir (Driscoll ve diğerleri, 2008).

Driscoll ve diğerleri (2008), keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını edinme sürecinde bireyin hangi davranışları sergilemesinin alışkanlığın göstergesi olduğunu örneklerle iki alt başlık ile gruplandırmışlardır. Tablo 2.4'te araştırmacılara göre bireyin keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını edinme süreç göstergeleri ve göstergelerin örnekleri verilmiştir.

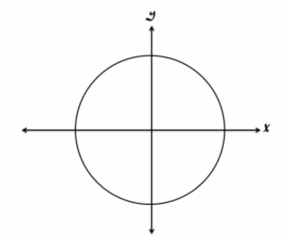
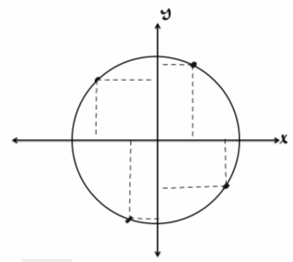
Tablo 2.4. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri.

Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Keşfetmeyi ön plana aldıklarında	Sezgisel olarak ya da tahmin etme becerisini kullanarak çizim yapma, oynama ya da keşfetmesi	"*Bu yaptığım işime yaramayacak gibi görünüyor. Farklı bir şey denemeliyim.*"	

Tablo 2.4. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri (Devamı).

Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Keşfetmeyi ön plana aldıklarında	Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi	"*Bu durum bana ne kazandırdı, ne ifade ediyor?*"	
	Daha önceki benzer durumları düşünmesi	"*Daha önce neyi denedim?*"	
	Bir durumdaki koşul ya da geometrik şeklin bazı özelliklerinde değişiklikler yapması, yapılan değişiklikleri de göz önünde bulundurarak düşünmesi	"*Bu iki nokta yerine farklı iki noktayı birleştirsem ne olur?*"	
Hedeflenen amaçları ön plana aldıklarında	İlerleme sürecinin önemli adımı olarak periyodik olarak büyük resme geri dönülerek bakılması	"*Bu bulunan durum, bulmak istediğimiz durumla nasıl ilişkilidir?*"	
	Hedeflenen amaca ulaşma sürecine yardımcı olacak ara adımları belirlemesi	"*Paralelkenardan nasıl dikdörtgen yapılabileceğini biliyoruz, bu yüzden eldeki şekil ile paralelkenar oluşturabilirsek, dikdörtgeni de oluşturabiliriz.*"	

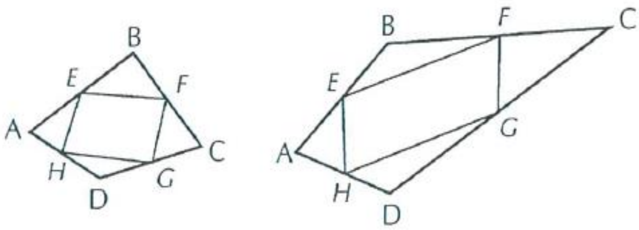
Tablo 2.4. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının göstergeleri ve göstergelerin şekille gösterim örnekleri (Devamı).

Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığının Süreç İçindeki Göstergeleri		**Süreç içindeki ilgili göstergenin örneği**	**Süreç içindeki ilgili göstergenin şekille gösterim örneği**
Hedeflenen amaçları ön plana aldıklarında	Nihai durumun neye benzeyeceğini açıklayabilmesi	Geriye dönük akıl yürütme becerisi ile doğru sonucu çıkarmanın mümkün olup olmadığını görebilmek için, "*Son durumda elde edeceğim sonuca göre noktalar kümesinin y eksenine simetrik olacağını biliyorum, bundan ötürü bu şekil neye benzeyebilir?*" sorusu sorulabilir.	
	Çözümlere dair nedenleri bilinen varsayımda bulunma, bulunulan varsayımları test etmek için yollar oluşturması	"*Çözümü sağlayan bütün noktalar y eksenine göre simetrik olmalıdır. Bu çözümü sağlayan tüm noktalar ancak çember belirtir. Bu çözümü test etmek için çemberin merkezinin nerede olduğuna karar verdikten sonra çemberi çizmemiz ve çember üzerindeki noktaların çözümü sağlayıp sağlamadığını kontrol edilmesi gerekir.*"	

Driscoll ve diğerleri, 2008: 12-13.

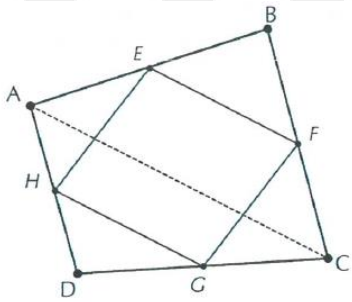
Driscoll ve diğerleri (2008:13) tanımladıkları bu dört zihnin geometrik alışkanlıklarının birbirlerine katkısını göstermek için Şekil 2.4'te verilen örnek bir durum ile öğrencilerin düşüncelerini açıklamıştır:

A öğrencisi 2 dörtgenin bütün kenarlarının orta noktalarını birleştirdiğinde iki örnekte de elde edilen şekillerin paralelkenar gibi göründüğünü görmüştür. Öğrenci *ilişkilendirme* yaparak bu ilişkinin diğer dörtgenlerde de olup olmadığına bakar (bu iki örneği yamultmak için dinamik geometri programı kullanarak yeni örnekler içinde denemeler yapmasıyla). Öğrenci görülen bu "*paralelkenar olma durumunun*" bütün şekillerde değişmez olduğunu düşünmesi *değişmezleri araştırma* alışkanlığı ile örtüşmektedir. Bu durum öğrenciye sır gibi görünse de öğrencide her zaman geçerli olup olmadığı düşüncesinin merakı *genelleme* alışkanlığına işaret etmektedir.



Şekil 2.4. Zihnin geometrik alışkanlıkları örneği (Driscoll ve diğerleri, 2008:13).

A öğrencisi B öğrencisine bu ilginç deneyimini anlatır. B öğrencisi de birbirinden farklı dörtgenler üzerinde keşifler yaparak şu sonuca varmıştır: "*Farklı büyüklükte birçok dörtgende denemeler sonucunda orta noktalar paralelkenar oluşturuyor gibi görünüyor. Nedenini ise kestirebiliyorum. Üçgenlerin orta noktaları hakkında bilgim var, şayet üçgenleri dahil edebilirsem…"* B öğrencisi Şekil 2.5'te verildiği gibi ABCD dörtgeninin köşegeni olacak şekilde bir doğru parçasını çizer. Ardından $G\overset{\Delta}{D}H$, $E\overset{\Delta}{B}F$, $A\overset{\Delta}{D}C$ ve $A\overset{\Delta}{B}C$ arasındaki ilişkiden benzerlik ilişkisini keşfederek kenarların paralelliği hakkında bir sonuca varması *keşif ve yansıtmayı dengeleme* alışkanlığının göstergesidir.



Şekil 2.5. ZGA örneğinde öğrencinin oluşturduğu şekil (Driscoll ve diğerleri, 2008:14).

Açıklanan ZGA bileşenlerinin arasındaki ilişkilere bakılırsa alışkanlıkların bileşenleri arasında hiyerarşik bir ilişkinin olmadığı, alışkanlıkların bileşenlerinin ise birbirini kapsamadığı ve geometrik bir problem çözülürken birden fazla ZGA bileşeni aynı anda kullanılabileceği görülmüştür (Bozkurt ve Koç, 2016; Driscoll ve diğerleri, 2007).

2.4. Probleme Dayalı Öğrenme Ortamı

Matematik, bireyin önüne konulmuş öğrenilmesi gereken soyut bilgilerin birikimi olmaktan daha çok zorlu bir süreçte bilgiyi anlamlandırma ve yapılandırma olarak akla getirilmelidir. Bireyin karşısına çıkan ve çıkacak olan problemlerin çözümünde ham olan matematiksel bilgiyi işleyip kullanmasıyla ancak teknolojiyle bilimin gelişiminden söz edilebilir. Bu gerekçe ile matematiği süreç içinde kullanmak problem çözmenin öneminin farkına varmaktan geçmektedir. Matematik disiplininin anlaşılması için problem çözme sürecini öğrenme, problem çözme sürecini etkin bir şekilde yürütebilmek içinse matematik disiplinini kullanabilmeye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çıkarımlardan anlaşılacağı gibi matematik eğitiminin odak noktasında problem çözme bulunmalıdır (Polya, 1945).

Problem denince, genellikle ders kitaplarında sadece dört işlem becerisini temel alan matematik problemleri akla gelmektedir (Heddens ve Speer, 1997). Halbuki problem, bu düşüncenin de ötesinde daha geniş anlam içerir. Problemin ne olduğu konusunda farklı kaynaklarda farklı tanımlamalar yer almakla birlikte, bireyde çözümlenme isteği uyandıran ve çözüm için belli bir yöntemi olmayan, ancak bireyde var olan bilgi ve tecrübenin kullanılması ile çözüme ulaşılabilecek durumlar olarak tanımlanabilir (Olkun ve Toluk, 2003).

Bireye sunulan bir görevin birey açısından problem teşkil etmesi için; görevle karşılaşan bireyin çözüme ulaşmak istemesi veya çözüme ulaşma ihtiyacı duyması, çözümü bulmasında herhangi bir prosedüre sahip olmaması ve çözüme ulaşması için çaba sarf etme zorunluluğu hissetmesi gerekir (Charles ve Lester, 1982). O'Daffer ve diğerleri (1994), bireyin sıradan işlemlerle çözüme ulaştıramadığı durumları birer problem olarak görmüş, Polya (1997) ise problemi, amaca en uygun yoldan ulaşmak için yapılacak işlerin bilinçli olarak araştırılması olarak tanımlamıştır. Baki'ye (2006) göre problem, bireyin karşılaştığı zaman rahatsızlık uyandıran kendi bilgi ve tecrübeleriyle çözüm arama ihtiyacı uyandıran durum olarak tanımlamıştır. Altun (2013) ise problemi bireyin karşısına çıkan durumda, çözüm için bir çaba sarf etmek isteyip çözümü nasıl yapacağını bilmediği zihin egzersizi gerektiren zihinsel bir kompleks olarak tanımlamıştır.

Problem için yapılan tanımlara göre, bir durumun problem oluşturabilmesi için bireyin problem teşkil eden zorlukla karşılaşması, önceden herhangi bir hazırbulunuşluğu olmadan zorluğu giderme düşüncesine girmesi ve problemi çözmek için değişik girişimlerde bulunması gerekir. Birey için problemi alıştırmadan ayıran özellik olarak da zorluk ile karşılaşılan ilk anda çözüm hakkında bir fikir oluşmaması gösterilebilir. Bundan ötürü bir durumun birey için problem teşkil edip etmediği ancak bireyin durumun çözümüne dair hazırbulunuşluk düzeyiyle ilişkilidir. Bir problem ile bazı kişilerin karşılaştığı, bazı kişilerin ise karşılaşmamış olacağı düşünüldüğünde, bir kişi için zorluk teşkil eden bir durum bir başka kişi için ise zorluk teşkil etmeyebilir (Gür, 2006). Mesela; ortaokul öğrencisi için toplama işlemi yapmayı gerektiren bir problem, zorluk teşkil etmez iken aynı durum ilkokul öğrencisi için zorluk teşkil eder. Öğrenciye sorulan soruların bir problem durumu teşkil edebilmesi için öğrencinin sorular ile ilk defa karşılaşmış olması gerekir. Bu duruma başka bir örnek vermek gerekirse, üç basamaklı beş sayının toplama işlemi ilkokul çağındaki bir çocuk için problem teşkil edebilir iken yetişkin bir birey için problem teşkil etmeyip basit bir toplama işlemidir. Çünkü yetişkin birey, böyle bir durumla daha önce karşılaşıp tecrübe edinmiş olup çözüme dair ilk anda bir fikri olmaması ya da zorlanması gibi bir durum söz konusu olamaz (Altun, 2000).

Matematik disiplininde problem için çok çeşitli sınıflandırmalar yapılmaktadır. Bu çeşitliliğe matematiksel problemlere bakış açısındaki farklılıklar neden olmaktadır. Genel kabul gören başlıca sınıflandırmadan biri, problemin çözümü için gerekli düşünme sürecinde gösterilen çabaya göre sıradan (rutin) problemler ve sıra dışı (rutin olmayan) problemler olarak belirlenmiştir (Reusser ve Stebler, 1997; Altun, 2012).

Rutin problemler; günlük hayatta sık sık karşılaşılan hareket, kâr-zarar, yol-zaman, alışveriş ve ortak iş görme hesabı gerektiren çözümü için daha çok dört işlem bilgi ve becerisinin yeterli olduğu, bunları bilerek doğru kullanımıyla çözülen problemler olarak ifade edilmiştir (Altun, 2012). Rutin problemler, öğrencinin günlük hayatında gereksinim duyduğu dört işlem becerisinin gelişmesi, verilen bilgileri matematiksel dili kullanarak doğru ifade etmeleri yönünden önem arz etmektedir. Örneğin; *"Tanesi 12 kuruştan alınan 17 yumurtanın 4 tanesi kırıldı. Kalanlar tanesi 15 kuruştan satıldı. Bu alışverişten kaç lira kâr veya zarar vardır?''* sorusu, rutin probleme verilecek bir örnektir (Altun, 2012:81). Rutin problemlere aynı zamanda dört işlem problemleri de denir.

Rutin olmayan problemler, çözüm yönteminin ilk bakışta görülemediği ve rutin problemlerden daha çok düşünmeye gereksinim duyulan problemlerdir (Polya, 1997). Bireylerin rutin olmayan problemlerin çözümlerinde dört işlem bilgi ve becerilerin ötesinde sınıflandırma, ilişkilendirme ve sistematik liste oluşturma gibi üst düzey becerilerin ardışık olarak uygulamalarını gerektirir (Altun, 2013). Rutin olmayan problemler, *"10 kg, 7 kg ve 3 kg alabilen üç kaptan 10 kg olan balla doludur. Bu balı bu kapları kullanarak (başka bir ölçü aracı kullanmadan) iki eş parçaya ayırabilir misiniz?"* şeklinde sayısal veriler içerebileceği gibi sayısal veri içermeyen sadece düşünme sürecine dayalı problemler de olabilir. Örneğin; *"Bir kapıdan giriyorsunuz, karşınıza iki kapı çıkıyor. Kapılardan biri ölüm diğeri yaşam kapısı. Ortada duran iki adam var. Biri mutlaka yalan, diğeri mutlaka doğruyu söylüyor. Siz, bunlardan birine bir soru sorma hakkına sahipsiniz. Ne sormalısınız ki yaşam kapısını bulmanız garanti olsun?"* gibi bir soru sayısal bilgi içermeyen rutin olmayan bir problemdir (Altun, 2012:141-142). Örnek verilen türdeki problemler bireylerin hayatlarında daha önce karşılaşmış ya da daha sonra karşılaşabileceği türden durumların ifadeleridir. Bu nedenle literatürde rutin olmayan problemler "*gerçek hayat problemleri*" ya da "*günlük hayat problemleri*" başlıkları altında verilmiştir (Kılıç, 2003).

Polya (1997), öğrencilere sadece rutin problem çözdürme şeklinde yapılan matematik öğretiminin, öğrencilerin hayal gücünden ve karar verme becerisinden mahrum kalacaklarını belirterek rutin olmayan problemlerin ne derecede önemli olduğunu vurgulamıştır. Bu bakış açısıyla rutin olmayan problemlerde öğrencilerin, okul ortamında öğrendiklerinden farklı olarak çözüm stratejisi oluşturabilmek için matematiksel düşünmede akıl yürütme, muhakemede bulunma gibi önemli beceriler de gerekmektedir. Öğrenciler bu beceriler ile problemde verilen bilgileri analiz edip, bilgiler arasında ilişki arayarak ilişkileri zihinlerinde düzenleyip genellemeye ulaşmaya çalışırlar. Bu şekildeki bir zihinsel sürecin içinde gerçekleştirilen matematik öğretimi ile bilgi aktarımından daha çok öğrencilerin bilgiyi yapılandırmasına olanak sağlayan becerileri gelişir. Öğrencinin bilgiyi yapılandırmasına olanak sağlayan beceriler; verilenlerden yola çıkarak muhakemede bulunma, genelleme yapma, bilgiyi organize etme, nedeni gösterilerek kanıtlama ve bu beceriler arasında teşkil eden problem çözme becerisidir (Olkun ve Toluk, 2003). Matematiksel düşünme ile matematik disiplininin temelini problem çözme teşkil eder (Umay, 2007).

Problem çözme ile ilgili yapılan açıklamalardan ve tanımlamalardan anlaşılmaktadır ki problem çözme, bir sonuca ulaşmaktan daha çok bir süreçtir. Problem çözmek, farklı bir çözüm yolu ile birlikte bilgiyi kullanabilme yöntemidir. Problem çözme becerisi de, problem durumu ile karşı karşıya kalındığında; problemi anlamlandırma, problemin çözümüne dair uygun olan yöntemi belirleme, belirlenen yöntemi kullanma ve ulaşılan sonuçları yorumlayabilme becerisidir (Öktem, 2009).

Öğrencinin problem çözme sürecinde çözüme ulaşmasını sağlayacak kesin yolların olmadığı ve her problemin kendine ait farklı çözüm yolu bulunmakla birlikte problem çözmenin belli bir sistematik diyagramı vardır (Altun, 2013). Problem çözmede yaklaşımın aşamalı olması öğrencinin çözüme ulaşmasında işini kolaylaştırır (Özdemir ve Öztuncay, 2005). Birçok araştırmacı problem çözme aşamalarıyla ilgili farklı sıralamaların takip edilmesini önermiş ve problem çözme sürecine yönelik türlü türlü bilişsel modeller oluşturmuştur. Oluşturulan modellerin problemlerin çözüm sürecini daha basit aşamalara ayırmaya odaklanılmış olunması ortak özelliğidir (Moseley ve Brenner, 1997).

Bingham (1998) problem çözme eylemini, zamana ve duruma göre birçok araştırmada değişiklik gösterdiğini ifade etmiştir. Problem çözen kişinin duruma yaklaşımının ve çözüm için izlediği aşamaların, probleme göre değişiklik göstermesi olasıdır. Bingham (1998), problemin çözümü için izlenecek aşamaların aşağıda belirttiği sırada takip edilmesi gerektiği görüşündedir:

1. Problemi tanımak, çözümü için onunla uğraşma ihtiyacı hissetmek,
2. Problemin alan ve niteliğini belirleyerek açıklamaya ve problemle ilgili ortaya çıkan yeni diğer problemleri kavramaya çalışmak,
3. Probleme dair bilgi ve verileri toplamak,
4. Problemin amacına en uygun verileri seçerek düzenlemek,
5. Problemle ilgili bilgilerin ve toplanmış veriler doğrultusunda olası çözüm yöntemlerini tespit etmek,
6. Problemin çözüm yöntemlerini değerlendirerek probleme uygunluk bakımından en iyi çözümü seçmek,
7. Seçilen çözüm yöntemini denemek,
8. Seçilen problem çözme yönteminin uygunluğunu değerlendirmek.

Arenofsky (2001), problem çözme modelini üç basamakta sırası ile aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

1. Var olan problemin ortaya konulması, sınırlılıklarının ve şartlarının belirlenmesi,
2. Probleme dair verilerin toplanması, probleme uygun stratejinin yapılandırılması, uygunluğu belirlenen stratejinin uygulamaya konulması için bilgi ve kaynakların toplanması,
3. Problem çözme sürecinin gözlemlenmesi ve problemin çözümünün değerlendirilmesi.

Pretz, Naples ve Sternberg (2003), problemin çözümünü döngüsel bir süreç olarak değerlendirip bu döngüde takip edilmesi gereken aşamaları aşağıdaki şekilde sıralamışlardır:

1. Problemin farkına varma ve tanılama,
2. Problemi bilişsel olarak açıklama ve tanımlama,
3. Çözüm için strateji geliştirme,
4. Probleme dair bilgilerin düzenlenmesi,
5. Problemin çözümü için zihinsel olarak zaman, fiziksel olarak kaynak ayırma,
6. Amaçlanan hedefe yönelik kendini takip etme ve
7. Problemin çözümünün doğruluğunun sağlamasını yapma, kontrol etme.

Problem çözme döngüsündeki aşamalar farklı problemler için farklı sırada ilerleyebilir. Aynı zamanda problemi çözme süreç aşamalarında esnek davranan kişi, problemi başarılı bir şekilde çözüme ulaştırabilen kişidir. Genellikle bir problemin çözümü başka bir problemin ortaya çıkması ve takip edilen aşamaların tekrar edilmesi, problem çözme sürecinin bir döngü olarak değerlendirilmesinin gerekçesidir (Pretz, Naples ve Sternberg, 2003).

Problem çözme ile ilgili önerilen modeller arasında günümüzde en çok kabul gören süreç George Polya (1887-1985) tarafından verilen dört aşamalı bir süreçtir (Altun, 2012:86). Polya, problem çözme sürecinin basamaklarını aşağıdaki gibi sıralamıştır:

1. Problemin anlaşılması,
2. Çözüm ile ilgili stratejinin seçilmesi (Çözüm için plan yapılması),
3. Çözüm ile ilgili stratejinin uygulanması (Yapılan planın uygulanması),
4. Sonucun kontrol edilmesi (Çözümün değerlendirilmesi).

Polya'nın (1997) problem çözme sürecine ait bu basamakların bilinmesi problemi çözmeyi kolaylaştırdığını ancak bu basamakların bilinmesinin çözümü elde etmediğini, birinci basamakta ne istendiğinin anlaşılması, ikinci basamakta hangi stratejinin seçileceği ise çözen kişiye kalmaktadır (Altun, 2012:86). Polya'nın (1997) birbirini takip eden dört aşamalı problem çözme sürecinin modeli, günümüz ders kitaplarında kullanılan ve kullanılması tavsiye edilen bir problem çözme yaklaşımıdır. Bu modelin basamaklarının uygulanması, problemin çözümü için uygun stratejiyi belirlemede problemi çözen kişiye yardımcı olur.

Altun (2012), Polya'nın (1997) problem çözme sürecindeki basamaklarını şu şekilde açıklamaktadır:

Problemin anlaşılması: Problemin anlaşılması basamağında öğrenci problemi dikkatli bir şekilde okumalıdır. Aşağıdaki iki soruya da tam olarak cevap verebiliyorsa problem anlaşılmış demektir. Bunlar;

1. Veriler nelerdir, koşulları nelerdir?
2. Bilinmeyen nedir?

Öğretmen aşağıdaki soruları kullanarak öğrencilerin problemi anlamasını derinleştirebilir ve problemi anlayıp anlamadıklarını kontrol edebilir. Bunlar;

1. Problemde eksik ya da fazla bilgi var mı? Bunlar nelerdir?
2. Problemdeki ilişkilere uygun şekil çiz ve gerekli işaretlemeleri yap.
3. Problemi alt problemlere ayır. Her bir kısmını kendi cümlelerinle ifade et.

Öğrenci, yukarıda belirtilen soruları eksiksiz bir şekilde cevaplayabiliyorsa, problemin çözümünde neye ihtiyacı olduğunu belirlemiş olup bir sonraki basamağa geçebilir.

Çözüm ile ilgili stratejinin seçilmesi (Çözüm için plan yapılması): Bu basamak, problemde verilenler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkilerin araştırıldığı basamaktır. Problemde bilinmeyeni bulmak için yapılması gereken işlemler ve bunların sırası biliniyorsa çözüme dair bir planın var olduğu anlamına gelmektedir. Şayet hemen bir ilişki bulunamıyorsa, verilen probleme benzer olan problemlerin çözümleri göz önüne alınmalıdır. Bu uğraşların sonucunda problemin çözümü için bir plan ortaya çıkar. Çözümün planı için öğrenci kendine şu soruları yöneltmelidir:

1. Daha önce bu probleme benzer başka bir problemi çözdüm mü, çözdüysem o problemde ne yaptım?
2. Problemin çözümünde işime yarayacak bir bağıntı biliyor muyum?
3. Problemi çözemiyorsam, bu probleme benzeyen ancak daha basit olan bir problem ifade ederek çözebilir miyim?
4. Düşündüğümüz çözümde bütün verileri kullanmış oluyor muyum?
5. Problemin cevabını tahminde bulunabiliyor muyum? Cevap hangi değer aralığında olabilir?

6. Problemi bölüm bölüm düşünerek çözebilir miyim? Her bölümün çözümü ile problemin çözümüne ne kadar yaklaşmaktayım?

Çözüm için plan yapmanın, temelinde çözüme uygun bir stratejinin seçilmesi vardır. Problemin çözümü için kimi zaman bir strateji, kimi zaman da birkaç strateji birlikte kullanılır. Bazen de çoklu çözüm içeren aynı problemlerde problemin çözümünden farklı çözüm stratejileri tercih edilebilir. Problem çözmede yararlanılan başlıca stratejiler şunlardır:

1. Sistematik liste yapma,
2. Tahmin ve kontrol stratejisi,
3. Diyagram çizme,
4. Bağıntı kurma (Verilen bilgiler arasında ilişki arama),
5. Eşitlik yazma (Değişkenden yararlanma),
6. Tahminde bulunma,
7. Benzer kolay problemlerin çözümlerinden faydalanma,
8. Geriye doğru (tersine) çalışma,
9. Eleme,
10. Tablo yapma ve
11. Muhakeme etme (Altun, 2012:87).

Yapılan araştırmalar, problem çözme stratejileri ile ilgili olarak; öğrencilerin problem çözme stratejilerini öğrenerek kullanabildiklerini, hiçbir stratejinin tüm problemlerin çözümüne uygun olmadığını ancak bazı stratejilere diğerlerine göre daha sık başvurduklarını, bir problemin çözümünün farklı basamaklarında farklı stratejilere ihtiyaç duyduklarını, farklı stratejilerin öğrenilmesinin karşılaşılan farklı problemler için bir alışkanlık ve yatkınlık sağladıklarını belirtmişlerdir. Öğrenciye çözüm stratejileri tanıtılmadan doğrudan problemle karşı karşıya bırakılarak alternatif yaklaşımları denemeleri için fırsat sunulmalıdır. Ayrıca problem çözme stratejilerinin kazandırılarak kullanımının sağlanması, öğrencinin gelişmişlik düzeyiyle ilgili olduğundan dolayı öğretimde stratejilerin güçlük seviyeleri de dikkate alınmalıdır (Reys ve Suydam, 1995; Altun, 2012).

Çözüm ile ilgili stratejinin uygulanması (Yapılan planın uygulanması): Çözüm için seçilen stratejiyi kullanarak problemin çözümüne adım adım gidilir. Her basamakta işlemler kontrol edilir. Problem çözülemiyorsa problemin birinci ya da ikinci basamağına dönülerek seçilen stratejide ısrar edilir. Yine problem çözülemiyorsa strateji değişikliğine gidilir.

Sonucun kontrol edilmesi (Çözümün değerlendirilmesi): Problemin çözümünün değerlendirilmesi çoğunlukla "*sonuçların doğruluğunun kontrolü*" olarak görülmektedir. Oysa bu basamak problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi ile ilgili bir hayli etkinlik barındırdığından daha geniş anlam içermektedir. Çözümün değerlendirilmesi basamağı bir anlamda çözüme dair sürecin aydınlanması basamağıdır. "*Nerede ne yaptık? Niçin yaptık*" sorularının cevapları çözümün değerlendirilmesi basamağı için önemlidir. Problemin sonuçlarının doğruluğunu ve çözümde yürütülen mantığın kontrol edilmesi, problemin varsa başka yollardan çözülmesi ve problemi değişik şekillerde ifade edip çözümün nasıl olacağını, bu sonucun ya da yöntemin başka problemin çözümünde kullanılabilmesini çözümün değerlendirilmesi basamağının temel eylemleri olarak ifade edilmiştir (Altun, 2012:88).

Bu temel eylemler ile çözümün değerlendirilmesi basamağında elde edilen sonuçların doğruluğu ve anlamlılığı kontrol edilmiş olur, problemin başka bir çözümü varsa o da sınanır. Ayrıca çözülen problemin farklı şekillerde de ifade edilebilir ve her durumda da problemin nasıl çözülebileceğinin tartışılır olması daha önemlidir (Mason, 1999).

Problem çözme, matematik eğitiminde hem bir amaç hem de bir araçtır (NCTM, 2000). Problem çözme, matematik eğitiminde geliştirilmesi gereken en temel matematiksel beceri olması yönünden amacı, matematik öğrenme sürecinde işlemsel öğrenmeden matematiksel kavram öğrenimine kadar her aşamada gerçekleşen öğrenme içinse de bir araçtır.

Problem çözme, matematiksel bilgiyi ilgili süreçler içinde ilişkilendirip anlamlandırdığından dolayı matematik eğitimcilerine göre öncelik verilmesi gereken bir alan olarak görülmektedir (Karataş ve Güven, 2003). İnsanlık varlığını devam ettirebilmesi için gerekli olan en temel yetenek problem çözmedir. Problemi çözmek için ise bilgi yetersiz kalır. Problem çözme becerisini geliştiren insanlar, bilgiyi etkin kullanarak karşılaştığı zorluğun üstesinden gelebilir (Altun, 2016). Bu doğrultuda, ortaokul matematik öğretim programlarında problem çözme becerisi edinme genel amaçları arasındadır (MEB, 2018).

Diğer taraftan problem çözmenin matematik öğretimine entegrasyonunun bir diğer yolu da ''*problem ile öğretim*'' dir (Schroeder ve Lester, 1989). Problem çözme ile öğretim, öğrenmenin matematiksel modeller, durumlar, bağlamlar ve problemler aracılığıyla becerilerin ortaya çıktığı ve öğrenme ise problem çözme sürecinde gerçekleşir. Probleme dayalı öğrenme ortamı; problem çözme etkinliklerinin temelinde matematiksel yapıların organize edildiği, bireyin matematiksel ilişkilendirmesi, muhakeme etmesi, değerlendirmesi, eleştirel ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmesini sağlayan öğrenme yöntemi şeklinde ifade edilmiştir (Boud ve Feletti, 1991; Roh, 2003).

Cantürk-Günhan (2006) probleme dayalı öğrenmeyi; öğrencinin problem çözme becerisini; öğrenmede gereksinimlerini fark ederek belirleyebilmesini, öğrenmeyi öğrenebilmesini, bilgiyi işlevsel hale getirebilmesini, konuları derinlemesine bütünlük içinde anlaşılmasını sağlayan bir öğretim yöntemi olarak ifade etmiştir.

Geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan probleme dayalı öğrenme ortamı için iki farklı yaklaşımın benimsendiği görülmektedir. Bu yaklaşımlar alışkanlıkların problemlerin içine gömülü olarak ayrı ayrı verilmesi (Driscoll ve diğerleri, 2008) ile alışkanlıkların problemlerin içinde bütüncül olarak verilmesidir (Marshall, 2004; Hu, 2005). ZGA'ları kazandırmaya yönelik alışkanlıkların ayrı ayrı verilmesiyle hazırlanan öğrenme ortamlarında alışkanlıkların yeterlilikleri geliştirilmek isteniyorsa alışkanlıklardan biri ya da birkaçını içeren etkinlikler öğrencilerle çalışılır (Driscoll ve diğerleri, 2008). Bu demektir ki bir etkinlik boyunca bütün ZGA bileşenlerinin kullanılması yerine belirlenen alışkanlıklara odaklanılarak etkinlikler ele alınabilir. Böylelikle ZGA bileşenlerine ait yeterliliklerinin hepsinin kazandırılması yerine belirlenen alışkanlıklara yönelik göstergelerin kazandırılması hedeflenebilir. Alışkanlıkların problem içinde bütün olarak kazandırılmak istenen yaklaşıma göre öğrencinin zihnin geometrik alışkanlıklarını kazanabilmesi için bir etkinlik sürecinde bütün ZGA bileşenlerinin gözlemlenmesi gerekir (Marshall, 2004; Hu, 2005). Bu demek oluyor ki bütüncül yaklaşıma göre zihnin geometrik alışkanlıklarının kazandırılmasında bir etkinlik boyunca ZGA bileşenlerinin bütünü ele alınmalıdır. İki yaklaşımda göz önüne alındığında ilk yaklaşıma göre geliştirilmek istenen ZGA bileşeni ön plana çıkarılırken diğer yaklaşımda birden çok ZGA bileşeni ön plana çıkarılmaktadır. Öğrencilere zihnin geometrik alışkanlıkları kazandırılırken öncelikle alışkanlıklar problemlerde ayrı ayrı verilebilir. Sonraki etkinliklerde alışkanlıklar problem ile bütüncül yaklaşımla verilebilir. Böylelikle öğrencilere öncelikle zihnin geometrik alışkanlıkları ayrıntılı olarak daha sonra da kazanılan alışkanlıkların birleşimi şeklinde bütüncül kazandırılabilir. Bu durum zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişimine yönelik problemlerde her iki yaklaşımın da kullanılması gerektiğini göstermektedir.

Probleme dayalı öğretim yöntemi üç aşamadan oluşmaktadır. Bunlar problem durumunu verme, problem durumunun araştırılması ve problem çözme sürecini açıklanması ile tartışmasıdır (Karataş, 2008). İlk aşamada problem durumu öğrencilere tanıtılır. Öğrenciler problem durumunu inceleyerek problemin içeriğini düşünürken öğretmen rehber konumundadır. Öğrenciler problem durumundan öğrenme hedefleri ve hipotezlerini oluşturacak şekilde çalışmalarını uygularlar (Yıldırım, 2011). Problem durumunun araştırılması aşamasında, öğrenciler problemin çözümüne dair araştırmasını bireysel, grup ya da tüm sınıfla yapabilir. Öğrenciler çalışmasını yürütürken verileri toplar, fikirlerini birbirileriyle paylaşır, bilgi kaynaklarını kullanır ve problem çözme stratejilerini geliştirir. Öğretmen bu süreçte sınıf içinde dolaşarak bireysel olarak performanslarını gözlem altında tutar ve öğrencilerin problemi çözmeleri üzerinde motive etme görevi üstlenir. Üçüncü aşamada ise problemi çözme süreçlerinin bitirilmesi ile başlar. Öğrenciler, probleme ait çözümlerini sınıf ortamında diğer sınıf arkadaşları ile paylaşımda bulunur. Probleme ait farklı çözüm stratejileri geliştiren öğrencilerin çözüm önerileri öğretmen önderliğinde tartışma süreciyle başlar. Tartışma esnasında öğretmen ile öğrenciler birbirine sorular yöneltebilirler. Bu süreçte öğrenciler öğretmen kadar problem çözmeye aktif katılır. Öğretmen bu süreçte tartışma ortamının kontrolünü kaybetmeyip problemden çıkan sonuçları özetleyerek gerekli yerlerde bilgilendirme amaçlı açıklamalarda bulunabilir ve varsa genelleme yapılmasında yardımcı olabilir (Karataş, 2008).

2.5. Literatürde İlgili Çalışmalar

Literatür incelendiğinde zihin alışkanlıkları ile ilgili farklı farklı alanlarda çalışmalar yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmaları matematiksel zihin alışkanlıklarını belirlemeye yönelik çalışmalar, probleme dayalı öğrenme ortamı ve ders planlarının matematiksel zihin alışkanlıkları ile zihnin geometrik alışkanlıklarına etkisini inceleyen yurtiçinde ve yurtdışında yapılan çalışmalar olarak gruplandırılmıştır.

2.5.1. Matematiksel zihin alışkanlıklarını belirlemeye yönelik yapılan yurtdışı ve yurtiçi çalışmalar

Jacobbe ve Millman (2009) yaptıkları çalışmada, matematik öğretmen adaylarına özel problemler sunarak problemlerin matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişimine etkisini Polya'nın problem çözme basamakları penceresinden incelemişlerdir. Matematik öğretmen adaylarına sunulan problemlerin çözümlerini inceleyen araştırmacılar, öğretmen adaylarının hiçbir metot kullanmadan problemi çözmeye çalıştıklarında zorlandıklarını, problemlerine ait geriye doğru çözüm için strateji kullandıklarında ise doğru çözüme ulaşmaya başladıklarını görmüşlerdir. Araştırmada, matematik öğretmen adaylarının Polya'nın problem çözme basamaklarının matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişimini desteklediğini, düşüncelerini ise bu teknikle ortaya çıkarıldığı ifade edilmiştir. Araştırmacılar matematik öğretmen adaylarının mesleki hayatlarında öğrencilerinin bir probleme karşı davranışlarını anlamlandırabilmeleri ve alışkanlıkları belirleyebilmeleri açısından özel problemlerle karşılaşmalarının kendileri için yararlı olduklarını ifade etmişlerdir. Araştırma sonucunda, matematik öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıkları ile problemi çözme becerilerini birlikte kullandıklarını belirtmişlerdir.

Har (2009) yaptığı çalışmada, ulusal sınavların içeriğinde zor olarak görülen matematik disiplininin doğasını ve içeriğini belirlemeyi amaçlamaktadır. Üç bölümden oluşan çalışmasının ilk iki bölümünde ülkesindeki matematik reformlarından söz etmiş ve sezgisel öğretim ile matematiksel zihin alışkanlıklarına geçişi özendirdiğini belirtmiştir. Sezgisel özelliklerini kullanan öğrencilerin, zor gelen matematik problemlerini çözmelerine katkı sağlayan matematiksel zihin alışkanlıklarının önemini vurgulamıştır.

Matsuura, Sword, Piecham, Stevens ve Cuoco (2013) yaptıkları çalışmada, lise matematik öğretmenlerinin matematiksel zihin alışkanlıklarından matematiksel dili kullanma alışkanlığını ve bu alışkanlığı sınıfta nasıl kullandıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen 7 adet açık uçlu problem, matematik öğretmenlerinin problemleri çözerken kullandıkları matematiksel zihin alışkanlıklarını belirlemeye yönelik kağıt kalem testi ve matematik öğretmenlerinin ders içindeki uygulamalarında matematiksel zihin alışkanlıklarının kullanımını incelemek için ise ders içi gözlem formu kullanmışlardır. 30 öğretmenin ardışık 2 veya 3 dersi ders içi gözlem formu ile ders ortamları gözlenmiş ve öğretmenler arasından 3 öğretmen seçilerek araştırma yürütülmüştür. Yapılan araştırma sonucunda matematik öğretmenlerinin sınıf içinde yararlandıkları farklı matematiksel zihin alışkanlıklarına sahip oldukları, bazı öğretmenlerin muhakeme becerilerini ve matematiksel dili özen göstererek kullandıkları bazı öğretmenlerin ise keşfetme becerilerini güçlü şekilde gösterdikleri belirlenmiştir. Diğer öğretmenlerin ise somut örneklerle genelleme becerilerini sergilediği görülmüştür.

Tıraşoğlu (2013) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenliğinde öğrenim gören öğretmen adaylarına sorulan sorularda Polya’nın (1957) problem çözme basamaklarından faydalanarak işlenen ders kapsamında matematiksel muhakeme bağlamında matematiksel zihin alışkanlıklarının nicel ve nitel olarak değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmada nitel veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen 15 soruluk görüşme formu, nicel veri toplama aracı olarak ise yine araştırmacı tarafından hazırlanan akademik başarı sınavı kullanılmıştır. Araştırma Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarından faydalanarak yapılan 14 haftalık öğretim sürecinden oluşmuştur. Bu süreçte Polya'nın (1957) problem çözme basamakları tanıtılarak uygun problemler çözülmüştür. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının uygulama sürecinin sonunda akademik başarılarının arttığı ve problem çözme basamaklarında kendilerini geliştirdikleri belirlenmiştir.

Korkmaz (2016) yaptığı araştırmasında, devlet ortaokullarında görev yapmakta olan matematik öğretmenlerindeki matematiksel zihin alışkanlıklarının neler olduğu ve bu zihin alışkanlıklarının 8. sınıf öğrencilerine yansımalarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Betimsel araştırmalar grubundaki tarama yönteminin kullanıldığı çalışmanın katılımcıları, 52 matematik öğretmeni ve öğretmenler arasından ölçüt örnekleme yoluyla belirlenen 4 matematik öğretmenin 8. sınıflarında okuyan toplam 79 öğrencidir. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen "*Bir Matematikçi Olarak Kendi Alışkanlıklarımızı Bilme*" formu (*MOKAB*) ile öğretmenlerin alışkanlıklarının öğrencilere nasıl yansıdığını incelemek için ayrıntılı çözüm gerektiren 6 problem kullanılmıştır. Verilerin analizi için frekans, yüzde, ortalama ve standart sapma değerleri ile Mann Whitney-U ve Kruskal Wallis-H testleri kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, çalışmaya katılan matematik öğretmenlerinin, kendi matematiksel zihin alışkanlıkları ile ilgili farklı düşüncelere sahip oldukları ve öğretmenlerin çoğunluğunun sahip olduğu zihin alışkanlıkları hem sınıfta hem de sınıfın dışında etkili olduğunu düşündüklerini göstermiştir. Öğretmenlerin kendi alışkanlıklarıyla ilgili düşüncelerinin ve uygulamadaki alışkanlıklarının cinsiyet değişkenine göre farklılığının anlamlı olmadığını, öğretmenlerin meslekî kıdem arttıkça genelleme yapma alışkanlığının arttığı, genelleme haricinde ise farklılık göstermediği belirlenmiştir. Bununla birlikte, uygulamada yer alan soruların çoğunda öğretmenlerle öğrencilerin zihin alışkanlıklarının aynı olmasının öğretmenlerin zihin alışkanlıklarının problemlerin çözümlerinde öğrencilerin yaklaşımlarını etkilediği ifade edilmiştir.

Erdoğan (2019) yaptığı gelişim araştırmasında problem çözme ve kurma bağlamında zenginleştirilmiş öğrenme ortamının, 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel zihin alışkanlıklarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmacı 12 haftalık matematiksel zihin alışkanlıklarını kazandırmaya yönelik problem çözme ve kurma etkinlik kağıtları, performans görevleri, proje çalışmaları, sınıf ve grup tartışmaları ile etkili ve zenginleştirilmiş öğretim ortamı tasarlamıştır. Araştırmacı problem kurma becerisini ölçmek için "*Bilişsel Zihin*

Alışkanlıkları Problem Kurma Rubriği" ölçeğini geliştirmiştir. Araştırmada karma yöntem tercih edilmiş olup değerlendirme süreç boyunca yapılmıştır. Süreçte öğrencilerin zihin alışkanlıkları, "*Bilişsel Zihin Alışkanlıkları Rubriği*" ve "*Duyuşsal Zihin Alışkanlıkları Kontrol Listesi*" kullanılarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin etkinliklere verdikleri cevaplar ve gözlemlenen davranışlar nitel veri olarak elde edilip, yüzde şeklinde nicel verilere dönüştürülüp analiz edilmiştir. Nicel veriler öğrenci cevaplarından alınan örneklerle desteklenmiştir. Araştırma sonucunda, tasarlanan öğrenme ortamının uygulanması öğrencilerin bilişsel becerileri (problem çözme ve kurma) ile duyuşsal becerilerini (*sebat etme, eleştirme-eleştirilebilme, düşüncede esnek olma, öğrenme sürecinde sorumluluk bilinci ile risk alabilme*) kullanma oranlarında başarılı bir artış gözlemlenmiştir. Böylece problem çözme ve kurma bağlamında zenginleştirilmiş öğrenme ortamında matematiksel zihin alışkanlıklarını olumlu yönde etkilendiği ifade edilmiştir.

2.5.2. Probleme dayalı öğrenme ortamı ve ders planlarının matematiksel zihin alışkanlıklarına etkisini inceleyen yurtdışı ve yurtiçi çalışmalar

Hu (2005), Vygotsky'nin Yakınsal Gelişimi Alanı kuramını uygulayarak Tayvan'daki öğrencilerin kendilerinde var olan matematiksel zihin alışkanlıklarını araştırmıştır. Araştırmacı iki farklı ilköğretim okulunda eğitim gören deney-kontrol gruplu toplam 124 öğrenci ile çalışmıştır. Araştırmacı veri toplama aracı olarak çalışma yaprakları, testler ve video kayıtlarını kullanmıştır. Matematiksel zihin alışkanlıklarını geliştirmek için deney grubu öğrencileri, akran grupları oluşturularak eğitime tabi tutulmuştur. Araştırmaya göre görselleştirme ve ilişkilendirme alışkanlıklarının kolay bir şekilde kazanıldığı ancak tanımlama ve deneyim kazanma alışkanlıklarının zor kazanılan alışkanlıklar olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Körükcü (2015) doktora çalışmasında zenginleştirilmiş öğretim ortamında ortaokul 7. sınıfa devam eden toplamda 20 öğrencinin matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişimini incelemiştir. Araştırmada zihin alışkanlıkları becerilerinin matematik öğretimi alanındaki kapsamı belirlenmiştir. Kapsamı belirlenen becerileri ölçebilecek araç olmadığı için araştırmacı "*Bilişsel Zihin Alışkanlıkları Rubriği*" ve "*Duyuşsal Zihin Alışkanlıkları Kontrol Listesi*" değerlendirme formları oluşturmuştur. Zenginleştirilmiş öğretim için çalışma yaprakları, sınıf içi tartışma ortamı ve öğrencilerin performanslarına dayalı çalışmaları içerecek ortam tasarlamıştır. Tasarlanan öğretim ortamında çalışma grubu ile 18 haftalık öğretim yapılmıştır. Öğrencilerin bu süreçte etkinliklerdeki sorulara verdikleri yanıtlar ve öğrenme ortamında gösterdikleri davranışlar nitel veri olarak toplanmış yüzde olarak frekans şeklinde nicel verilere dönüştürülerek analiz edilmiştir. Nicel veriler, öğrencilerin yanıtları ve sınıf içindeki performansına dayalı olarak da yorumlanmıştır. Araştırmaya göre, zenginleştirilmiş öğretim ortamı uygulamasından sonra öğrencilerdeki bilişsel ve duyuşsal becerilerin arttığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin etkinliklerde verdikleri cevaplar, sınıf içindeki çalışma ve davranışlar incelendiğinde becerilerin kullanım oranlarının ve düzeylerinin matematik konularına, etkinliğin içeriğine göre bireysel farklılık gösterdikleri görülmüştür. Araştırmanın sonucuna göre zenginleştirilmiş öğretim ortamı, öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal zihin alışkanlıklarını başarılı bir şekilde kullanarak matematiksel zihin alışkanlıklarını da olumlu yönde etkilediği ifade edilmiştir.

Andriani ve diğerleri (2017) çalışmalarında öğrencilerin matematiksel zihin alışkanlıklarının probleme dayalı öğrenme ortamında yaratıcı düşünme eğilimlerine etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada yarı deneysel kontrol gruplu bir desende 70 öğrenci ile çalışılmıştır. Deney grubundaki öğrencilere matematiksel zihin alışkanlıklarını geliştiren probleme dayalı öğrenme ortamı uygulanırken kontrol grubuna geleneksel öğrenme ortamı sağlanmıştır. Yapılan analiz sonuçlarına göre deney grubu lehinde anlamlı farklılaşma görülmüş ve öğrencilerin matematiksel zihin alışkanlıklarının probleme dayalı öğrenme ortamında yaratıcı düşünme eğilimlerine pozitif yönde etkisi olduğu saptanmıştır. Araştırmacılar öğrencilerin yaratıcı düşünme eğilimlerinin geliştirilmesi yönde yapılacak çalışmalarda, matematiksel zihin alışkanlıklarına etkisinin incelenmesi önerisinde bulunmuşlardır.

Ünveren-Bilgiç (2018) yaptığı çalışmada 79 matematik öğretmen adayı ile Analiz III dersinde problem çözme sürecinin matematiksel zihin alışkanlıklarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Tasarlanan eğitimin uygulama öncesi ve sonrasında matematik öğretmen adaylarına birer problem verilerek problem çözme süreçlerindeki matematiksel zihin alışkanlıkları incelenmiştir. Matematik öğretmen adaylarına Analiz III dersi kapsamındaki diziler ve seriler konularına ait birer problem durumları sunularak sahip olunan zihin alışkanlıkları belirlenmiştir. Zihin alışkanlıklarının belirlenmesinin sonrasında katılımcıların matematiksel zihin alışkanlıklarını deneyim kazanabilecekleri yedi haftalık eğitim araştırmacı tarafından tasarlanarak uygulanmıştır. Araştırmacının araştırma sonucunda yaptığı analizlere göre uygulanan eğitim sonrasında matematik öğretmen adaylarının problemi anlamada sıkıntı yaşamadıkları hatta çözüme daha kolay ulaştıkları belirlenmiştir. Matematik öğretmen adayları ile yapılan görüşmelere göre adayların öğrenim düzeylerinde aldıkları alan derslerinin teorik seviyede kaldığını, uygulanan eğitimin teorik bilgiyi işlevselleştirdiğini ve matematiksel zihin alışkanlıklarının geliştirilmesinin matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecine pozitif yönde katkıda bulunduğu ifade edilmiştir.

2.5.3. Probleme dayalı öğrenme ortamı ve ders planlarının zihnin geometrik alışkanlıklarına etkisini inceleyen yurtdışı ve yurtiçi çalışmalar

Goldenberg (1996) tasarladığı "*Connected Geometry*" isimli öğretim programı ile öğrencilere bir dönem boyunca eğitim vererek öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarında nasıl bir gelişim olacağı üzerine yoğunlaşmıştır. Araştırmacı belirlediği geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirerek ileri geometrik düşünme becerisi kazandıracak program geliştirmeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerdeki geliştirilmesi gereken geometrik düşünme alışkanlıklarının; geometrik şekilleri yorumlama, formal ve informal tanımda bulunma, sözel ve görsel olarak verilen bilgiler arasında dönüşüm yapma, görselleştirme, değişmeyenleri araştırma, tümdengelimden yararlanabilmek, genellemeye varabilmek, algoritma oluşturma, geometrik yapıları hareketli düşünme şeklinde sınıflandırmıştır. Goldenberg'in (1996) geometrik düşünme alışkanlıklarına dair sınıflandırması, Cuoco'un (2010) yaptığı sınıflandırmaya benzemekte fakat bu sınıflandırmadan farklı olarak geometride tanımlamanın ve görselleştirmenin önemi üzerine vurgu yapıldığı görülmüştür.

Driscoll ve diğerleri (2007) ortaokul ve ortaöğretim okullarında geometrik düşünmeye teşvik projesine, 2003 yılında yayınlanan Uluslararası Matematik ve Fen Bilimleri Araştırmasında (TIMSS) Amerika'daki 8. sınıflardaki öğrencilerin en zayıf olduğu öğrenme alanının geometri ve ölçme olduğu ifade edilmesi üzerine 2004 yılında çalışmalara başlamışlardır. Bu çalışma kapsamında matematik öğretmenlerinin geometrik düşünme anlayışının ve öğretmenlerin öğrencilerdeki geometrik düşünmelerine yönelik algılarının gelişimine yönelik seminerler tasarlamış ve uygulamışlardır. Bu proje öncelikle matematik öğretmenlerine geometrik düşünme anlayışı kazandırmasını sonrasında ise öğretmenlerin sınıf ortamlarında öğrencilerine geometrik düşünmeyi teşvik etmelerini amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin sahip olması gereken ZGA bileşenlerini; ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme olarak 4 teorik çatı altında toplamışlardır.

Özen (2015) doktora çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerindeki gelişimini ders imecesi (*lesson study*) modeliyle incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları, 2013-2014 eğitim-öğretim yılında Aydın ilinin merkez ortaokullarında çalışan 5 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırmanın uygulanma sürecinde öğretmenlerle Zihnin Geometrik Alışkanlıkları teorik çerçevesinde ders imecesi modelinin açıklandığı beş haftalık bir seminer programı gerçekleştirilmiştir. Bu seminer programında ZGA temelli geometrik düşünmeyi geliştiren çalışmalar yapılmıştır. Devamında 3 ay süren ders imecesi çalışması yürütülmüş, ders imecesi çalışmasından yaklaşık 2 ay sonra da öğretmenlerin dersleri 2 hafta boyunca gözlemlenmiş ve zihnin geometrik alışkanlıklarını kazanıp kazanmadıkları belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin ders imecesi aracılığıyla geometrik düşüncelerinin gelişme gösterdiği görülmüştür. Öğretmenlerin ders imeceleri boyunca kullandıkları matematik dilinin geliştiği, zihnin geometrik alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ve problemler üretebildikleri, derslerini geometrik alışkanlıkları dikkate alarak planlayıp uyguladıkları gözlemlenmiştir. Diğer taraftan öğretmenler ders imecesi seminerleri sonrasında da çalıştıkları okullarındaki öğrencilerinin derslerinde de geometrik alışkanlıkları önemseyip bu alışkanlıkları içeren etkinlikler ve problemlere yer verdikleri görülmüştür.

Bülbül (2016) doktora çalışmasında, matematik öğretmeni adaylarının problem çözmenin merkeze alınarak hazırlanan bir öğrenme ortamında geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine nasıl katkıda bulunacağını incelemiştir. Lisans seviyesinde hazırlanan geometri dersine ait geometrik alışkanlıkları içeren etkinlikler ve problemlerin yer aldığı öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Nitel ve nicel yaklaşımların birlikte kullanıldığı araştırmada İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünün birinci sınıfında öğrenim gören 32 matematik öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Araştırmanın uygulamasında ilk dört hafta alışkanlıklar problemlere gömülü olarak verilmiş sonraki altı hafta da ise bütüncül yaklaşıma dayalı olarak verilmiştir. Araştırmaya ait veriler geometrik alışkanlıkları ölçen ön test ve son test problemleri, ödev problemleri, geometrik düşünme alışkanlığına yönelik hazırlanan inanç ölçeği ve klinik mülakatlar yoluyla toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştiği gözlemlenmiştir. Sonuçlar doğrultusunda adayların geometri problemleriyle karşılaştığında dinamik düşünmeye başladığı ve çözemediği problemlerde ise farklı stratejileri denediği görülmüştür.

Uygan (2016) doktora çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımında akıl yürütme süreçlerinin zihnin geometrik alışkanlıkları kapsamındaki gelişimini araştırmıştır. Nitel araştırmasında öğretim deneyi modeli desenini kullanmıştır. Araştırmasını Eskişehir iline ait sosyo-ekonomik durumu orta-düşük düzeyde olan bir devlet ortaokuldaki 21 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. 21 öğrenci arasından 6 kişiyi odak katılımcı olarak belirlenmiştir. Öğretim deneyinin ilk zamanlarında katılımcıların dinamik geometri yazılım araçlarını tanımalarını sağlayan orkestrasyon tiplerine ağırlık verilip, diğer zamanlarda da ZGA süreçlerin gelişimini sağlayan matematiksel çıkarımlarda bulunmaları ve işbirlikli çalışmalarını sağlayan orkestrasyon tipleri kullanmıştır. Öğretim deneyi modeli sürecinde katılımcıların dinamik geometri yazılımları ile çalışırken göreve uygun araç seçme, seçilen işlemin prosedürünü uygulama ve geometrik temsil biçimlerini kavramaya ilişkin enstrümantal zorluklar ile karşılaştıkları görülmüştür. Bu sürecin ilerleyen aşamalarında, odak katılımcıların ZGA temelli problemlerin çözümünde dinamik geometri yazılımlarına yönelik farklı şemalar ürettikleri ve bu yazılım yardımıyla ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma süreçlerinde ilerleme katettikleri görülmüştür.

Boz Yaman ve Duatepe Paksu (2017) yaptıkları çalışmada, Fen Bilgisi öğretmen adaylarında geometrik düşünme alışkanlıklarının bileşenlerini gözlemlemeye çalışacakları etkinlikler oluşturmak, oluşturulan origami etkinliklerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının bileşenlerini ortaya çıkarma yeterliliklerini ve geometrik düşünme alışkanlıklarını origami etkinlikleri kullanılarak tespit etmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın amacını gerçekleştirmek için "*Kâğıt Katlama ve Geometri*" seçmeli lisans dersinde her hafta katlanan platonik cismin üzerinde geometrik alışkanlıkların incelenmesi yapılmıştır. Araştırmacılar çalışma kağıtlarını öğretmen adaylarının geometrik düşünme sürecini tetiklemesini öngören sorulardan oluşacak şekilde hazırlamışlardır. Çalışmada araştırmacılar, Driscoll ve diğerleri'nin (2007) belirlediği zihnin geometrik alışkanlıklarının teorik çatısını kullanmıştır. Araştırmada zihnin geometrik alışkanlık sürecini tetikleyici sorgulamaların öğretmen adaylarının geometrik kavramlara dair duyarlılığını arttırdığı sonucuna varılmıştır. Öğretmen adaylarının sürecin başında zorlandıkları bazı geometrik kavramların tanımlarında (*yamuk, deltoid gibi*) kağıt katlama etkinlikleri ve geometrik alışkanlıkları tetikleyici sorgulamaları uyguladıkça geliştikleri, süreç içinde matematiksel sorgulamaları ve geometrik kavramların birbirine dönüştürülmesine ilişkin sorgulamaların başarılı bir şekilde tamamladıkları belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlara dayanarak origami derslerinin birer kağıt katlama süreci olmadığı daha da ötesinde öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmek için güçlü bir araç olarak kullanılabileceğini ifade etmişlerdir.

Tolga (2017) yaptığı araştırmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin ve sekizinci sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları ve derslerine yansımasını incelenmiştir. Çalışmasını İzmir ilinin Bergama ve Kınık ilçelerindeki üç devlet ortaokulundaki 3 ortaokul matematik öğretmeni ve toplamda 25 tane öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Bu araştırmada öğretmenlerin ve öğrencilerin seçimi, araştırmacı tarafından belirlenen iki ölçüte göre belirlenmiştir. Bu yönüyle araştırmanın yöntemi, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemidir. Ölçütler; (i) *öğretmenlerin öğrencilerine 5. sınıftan 8. sınıfa kadar eğitim-öğretim veren öğretmenler olması*, (ii) *öğrencilerin bir önceki yıl başarı ortalamalarının orta ve yüksek düzeyde olması* olarak belirlenmiştir. Öğretmen ve öğrencilere zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 alt bileşenlerini içeren 8 adet açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırma sürecinde elde edilen veriler soru soru analiz edilmiş, her soruda da ayrı ayrı zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 alt bileşenlerine göre incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin işlem yapmayı gerektiren soruları rahatlıkla ve severek çözerken, genelleme ve keşfetmeyi gerektiren sorularda ilginin ve soruyu çözen kişi sayısının düştüğü gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin kendi öğretmenlerinin gösterdiği şekilde çözüm yollarını takip ettiği de görülmüştür.

Erşen (2018) yapmış olduğu araştırmasında, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğretim ortamının, geometrik düşünme alışkanlıkları üzerindeki etkililiğini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma, temel yorumlayıcı boyutu ile nitel araştırma; yarı deneysel desene uygunluk boyutu ile nicel araştırma olarak desenlenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu deney-kontrol gruplarında 31'er öğrenci olmak üzere toplamda 62 öğrenci oluşturmaktadır. Deney grubundaki öğrencilerine geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğretim ortamı hazırlanırken, kontrol grubu öğrencileriyle çoktan seçmeli sorular çözülmüştür. Araştırmanın verileri, geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren ön test, son test ve kalıcılık testleri ile derinlemesine görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre hazırlanan öğretim ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde ve alışkanlıkların kalıcı hale gelmesinde etkili olduğunu göstermektedir. Yani, geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde ve bu alışkanlıkların kalıcı hale gelmesinde deney grubundaki öğrenciler lehinde anlamlı farklılaşma olduğu belirlenmiştir.

Sezer (2019) yaptığı boylamsal tasarım çalışmasında; 6. sınıftan başlayarak üç yıllık süre zarfında (6, 7 ve 8. sınıfta) hazırlanan ders planlarının zihnin geometrik ve cebirsel alışkanlıklarının gelişimine etkisini, zihnin geometrik ve cebirsel becerilerinin gelişimleri arasında anlamlı bir farkın olup olmadığının belirlenmesini amaçlamıştır. Bu çalışma 2016-2018 yılları arasında bir tanesi pilot uygulama grubu diğeri ise çalışma grubu olarak belirlenen 29'ar kişilik iki grupta toplamda 58 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırma öncesinde araştırmacı tarafından geliştirilen ZCA ve ZGA Belirleme Testleri uygulanarak öğrencilerde mevcut olan Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları ile Zihnin Geometrik Alışkanlıkları belirlenmiştir. Öğrencilerde mevcut olan ve geliştirilmesi gereken alışkanlıklar belirlenerek ders planları ile uygun öğrenme ortamları tasarlanmış, ders planları uygun öğrenme ortamlarında uygulanmıştır. ZCA ve ZGA Belirleme 1. ve 2. testler arasında yapılan nicel analizde anlamlı farklılaşmanın olduğu gözlemlenmiştir. Odak grup görüşmelerinin video kayıtları analiz edildiğinde öğrencilerdeki hem ZCA hem de ZGA'larında uygulamadan önce var olan alışkanlıklarına göre gelişme katettikleri görülmüştür. Boylamsal çalışma sonucunda zihnin cebirsel alışkanlıklarından *"yapma-tersini yapma"* ve *"fonksiyonel kural oluşturma"* alışkanlıklarında ileri düzeyde, işlemlerden soyutlama alışkanlığından *"kısa yollar geliştirme"* ve *"kısa yollar doğrulama"* alışkanlıklarında gelişme gözlemlendiği ifade edilmiştir. ZGA bileşenlerinden *ilişkilerle muhakeme, değişmezleri araştırma* ile *keşif ve yansıtmayı dengeleme* alışkanlıklarının ileri düzeyde geliştiği ancak geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının *"özel durumlardan yola çıkarak genelleme"* becerisi ile sınırlı kalındığı sonucuna varıldığı ifade edilmiştir. Yapılan boylamsal araştırmanın sonucunda ders planlarıyla tasarlanan uygun öğrenme ortamının öğrencilerin hem ZCA hem de ZGA becerilerini geliştirilebileceği ifade edilmiştir.

BÖLÜM III

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli (deseni), araştırmanın çalışma grubu, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmada toplanan verilerin analizi ve araştırmanın uygulama süreci için hazırlanan ders planı örneği ile ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli (Deseni)

Probleme dayalı öğretim ortamında ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisini ortaya koymak amacıyla nicel ve nitel araştırma desenlerinin birlikte kullanıldığı bu araştırma, karma yöntem araştırması olarak desenlenmiştir. Bir araştırma sürecinde nicel ve nitel verilerin toplanması, analiz edilmesi ve harmanlanması noktasında her iki yaklaşımın sınırlılıklarını minimuma indirgemek nedeniyle karma yöntem tercih edilir (Creswell, 2017). Araştırmada, elde edilen verilerin sınırlılıklarını minimuma indirerek daha iyi anlaşılması amaçlandığından, nicel ve nitel araştırmaların birleştirilmesiyle karma yöntem deseni kullanılmıştır.

Creswell (2017) eğitim araştırmalarında karma yöntem desenlerini; yakınsayan paralel karma desen, keşfedici sıralı karma desen, açımlayıcı sıralı karma desen, çok aşamalı karma desen, dönüştürücü karma desen ve iç-içe karma desen olmak üzere altı başlık altında sınıflandırmıştır. Probleme dayalı öğrenme ortamının, ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarındaki gelişimine etkisinin incelendiği bu araştırmada iç-içe karma yöntem deseni kullanılmıştır. İç-içe karma yöntem deseni, veri toplama aracı olarak nicel veya nitel veyahut birlikte veri türünün kullanıldığı geniş bir yöntem deseninden oluşur. Araştırmacı iç-içe karma yöntem deseninde, deneysel çalışmasının nicel boyutunun öncesine ya da sonrasına nitel bir aşama, durum çalışması gibi nitel boyutunun öncesine ya da sonrasına ise nicel bir aşama ekleyebilir (Creswell, 2017).

Bu araştırmada, probleme dayalı öğrenme ortamının ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisi ve öğrenme ortamına yansımalarını görmek amacıyla nicel ve nitel veriler toplanmıştır. Araştırmanın nicel boyutunda; yarı deneysel yöntem desenlerinden ön test – son test kontrol gruplu desen kullanılmıştır. Bu desende seçkisiz atama ile oluşturulan deney ve kontrol gruplarında deney öncesi ve deney sonrası ölçümlerin yapıldığı durumlarda kullanılmaktadır (Büyüköztürk, 2018:204). Bu yöntemde deney-kontrol gruplarının seçilmesinde rasgele dağılım yoluyla grup oluşturmak için çaba harcanmaz. Rasgele dağılım dışında bir yolla oluşturulmuş gruplardan bir veya birkaçı deney ve kontrol grubu olarak seçilirken grupların birbirine görece en çok benzer nitelikte olmalarına dikkat edilir (Çepni, 2012). Bu sebeple yarı deneysel yöntem desenini deneysel yöntem deseninden ayrı tutan başlıca farkın rasgele olmayan örnekleme seçimi olduğudur. Yarı deneysel yöntem deseninde deney ve kontrol grupları belirlenir ardından gruplara ön test uygulaması yapılır. Araştırmanın uygulama sürecinde deney grubuna müdahalede bulunulurken kontrol grubuna herhangi bir müdahale de bulunulmaz. Uygulamanın etkisini ortaya koymak için son olarak da her iki gruba son test uygulanır. Araştırmada zengin veri toplayabilmek için amaçlı örneklem seçimi yapılmıştır. Gönüllülük esası ile belirlenen ortaokul matematik öğretmeninin derslerine devamlılık sağlayan 1 sınıfı deney grubu, başka bir okulda derslere devamlılık sağlayan 1 sınıf da kontrol grubu olarak belirlenmiş olup akademik başarıları denk sayılabilecek toplamda 2 sınıf rasgele belirlenmiştir. Araştırmada deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cevaplandırdıkları Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi ile uygulama öncesinde ve uygulama sonrasında nicel veriler toplanmıştır (Ek-5).

Araştırmada probleme dayalı öğrenme ortamının zihnin geometrik alışkanlıklarına etkisinin incelenmesi amaçlandığından; araştırmanın nitel boyutunda açıklayıcı araştırma yöntemi ile desenlenmiştir. Nitel araştırmada bir olgunun anlamlı bir betimleyici desenini ortaya çıkarmak için gözlem, görüşme ve metin analizlerinin yorumlamasını içeren araştırma türüdür (Denzin ve Lincoln, 2000; Auerbach ve Silverstein, 2003). Nitel araştırma; bir konunun ya da problemin çözümüne fırsat sağlayan, belirlenen konu ya da problemi kapsamlı ve farklılıklar bakımından derinlemesine araştırılmasını sağlayan yöntemdir (Patton, 2005). İki aşamadan oluşan açıklayıcı desen de amaç; nicel yöntemle toplanan verilerin nitel yöntemle toplanan verilerle desteklenmesi, açıklanması ya da örneklendirilmesidir (Creswell, 2003).

Araştırmanın nitel verileri, probleme dayalı öğrenme ortamından alınan video kayıtları, deney grubundan gönüllülük esasına dayalı belirlenen öğrencilerden haftalık ders planına göre hazırlanmış yarı yapılandırılmış ZGA içerikli ders içi problem durumlarının çözümleri ve çözümlere dair yapılan derinlemesine görüşmeler ile toplanmıştır.

3.2. Araştırmanın Çalışma Grubu

Geometri problemlerinin çözüm sürecinde hangi zihnin geometrik alışkanlıklarının kullanıldığının belirlenmesi ve sürecin verimli bir şekilde ortaya konmasında öğrenci seçimi önem arz etmektedir. Araştırmada rutin olmayan problemler hazırlandığından; öğrencilerin belirli bir başarı seviyesinde olması istenmiştir. Bu nedenle amaçlı örneklem seçimi yapılarak araştırmanın çalışma grubunu Konya ilinin Çumra ilçesinde bulunan bir ortaokuldaki matematik öğretmeni ile iki farklı ortaokuldan birer 7. sınıf şubesi oluşturmaktadır. 7. sınıf öğrencilerinin seçilme sebepleri; temel geometrik kavramlar, açılar, üçgenler/dörtgenler, çokgenler ve çember konularının görülmüş olması, herhangi bir merkezi sınava girmeyecekleri göz önüne alınarak sınav kaygılarının bulunmamasıdır.

Araştırmanın kontrol grubunda 22 kız, 7 erkek; deney grubunda 14 kız, 15 erkek olmak üzere 29'ar öğrenci yer almaktadır. Grupların okuldaki akademik başarıları yönünden birbirine yakın olduğu şubeler olmakla birlikte Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test puanları normal dağılım göstermediğinden, bağımsız örneklemler için t testinin non-parametrik karşılığı olan Mann-Whitney U Testi sonucuna göre (Tablo 3.1) ön test puanları gruplar arasında anlamlı bir farklılık çıkmamıştır (t_{56}=0,471, p>.05).

Tablo 3.1. Deney-Kontrol gruplarının ön test puanlarının arasındaki farka ilişkin Mann-Whitney U testi sonucu.

Test	Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Ön Test	Deney	29	27,93	810,00	375,00	,471
	Kontrol	29	31,07	901,00		

Araştırma sürecinde ayrıntılara yer vermek için akademik not ortalaması ve Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test problemlerine verdiği cevaplara göre düşük (3 kişi), orta (2 kişi) ve yüksek (2 kişi) düzeyde olmak üzere gönüllü 7 öğrenci ile yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından katılımcıların gözlemlenen kişisel ve demografik özelliklerine Tablo 3.2'de yer verilmiştir.

Tablo 3.2. Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeye katılan öğrencilerin öne çıkan kişilik ve demografik özellikleri.

Katılımcı Kodu	Cinsiyet	5 ve 6 .sınıf akademik not ortalaması (100 üzerinden)	Ön Testten aldığı Puan (21 üzerinden)	Gözlemlenen kişilik özellikleri
Ö20	Kız	95,45	0	Derse aktif olarak katılır, sınıf içinde uyumlu ve başarılı bir öğrencidir.

Tablo 3.2. Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeye katılan öğrencilerin öne çıkan kişilik ve demografik özellikleri (Devamı).

Katılımcı Kodu	Cinsiyet	5 ve 6 .sınıf akademik not ortalaması (100 üzerinden)	Ön Testten aldığı Puan (21 üzerinden)	Gözlemlenen kişilik özellikleri
Ö2	Kız	84,64	4	Problemlere dair merak dolu sorular sorar, öğrenmeye meraklı ve kendine özgüveni yüksek.
Ö9	Erkek	97,05	0	Geometriye karşı ilgili, problemde farklı çözüm yollarını deniyor ve derse aktif olarak katılıyor.
Ö12	Kız	84,37	6	Derse aktif katılır, saygılı ve yeni şeyler öğrenmek için sorgulayıcı yaklaşımı içinde.
Ö24	Kız	78,55	0	Derse katılımda çekingen, ders dışı faaliyetlerde aktif rol almayı istekli
Ö13	Kız	79,20	3	Derse katılımda konusunda isteksiz, arkadaşlarıyla iletişim konusunda zayıf ve spor faaliyetlerinde ön plana çıkmaya istekli
Ö21	Kız	77,58	1	Geometriye karşı ön yargı, derse karşı isteksiz

Akademik not ortalama puan aralığı 70-80 düşük, 80-90 orta ve 90-100 yüksek olarak belirlenmiştir.

Tabloya göre araştırmanın uygulama sürecinde yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelere katılan öğrencilerin 6'sı kız, 1'i erkektir. Bu öğrenciler, 5 ve 6. sınıf akademik not ortalamaları ve uygulamanın öncesinde yapılan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi sonuçlarına göre düşük, orta ve yüksek olmak üzere farklı başarı düzeylerine sahiptir. Ayrıca bu öğrenciler yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerine gönüllü olarak katılmayı kabul etmiştir. Uygulama sürecinin ders işlenişi esnasında yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşme grup öğrencilerinin problem çözümleri de video kaydına alınmıştır. Bu öğrenciler ile uygulama sürecinin her haftası ZGA içerikli yarı yapılandırılmış ders içi problem durumların çözümleri ile ilgili görüşmeler yapılmış olup bu görüşmeler video kaydına izinleri doğrultusunda alınmıştır (Ek-2, Ek-3).

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın bu bölümünde; araştırmada kullanılan veri toplama araçları ve veri toplama araçlarının geliştirilme süreçlerine dair bilgilere yer verilmiştir.

3.3.1. Zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) testi

Araştırmanın uygulama öncesi ve sonrasında araştırmacı tarafından geliştirilen öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıkları gelişimini belirleyebilmek için 6 tane açık uçlu problemden oluşan tek Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi uygulanmıştır (Ek-5). Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testindeki problemler belirlenirken en az bir ZGA bileşenini kullanmayı teşvik edici ve hemen çözülemeyecek nitelikte olması göz önüne alınmıştır. Testteki her bir probleminin zihnin hangi geometrik alışkanlıkları kullanılarak çözülebileceğine dair bilgiler Tablo 3.3'te verilmiştir:

Tablo 3.3. ZGA testindeki problemlerin içerdiği zihnin geometrik alışkanlıkları.

Soru Numarası	Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi
	Ön Test-Son Test
1	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA
2	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
3	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA
4	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA
5	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA
6	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA

* İA: İlişkilendirme Alışkanlığı

* GFGA: Geometrik Fikirleri Genelleme Alışkanlığı

* DAA: Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı

* KYDA: Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığı

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testinde yer alan problemlerin çözümünde zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını ve hangi geometri kazanımları içerdiğine dair bilgiler aşağıda yer almaktadır:

Problem 1: ''*Paralel iki doğru ve bir kesenle yaptığı açılardan yöndeş, ters, iç ters, dış ters ve bütünler açıları belirler.*'' kazanımına yönelik bir problemdir. Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların ölçülerine göre hangi açılar arasında eş olduğunu ilişkilendirmesi, paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılarda eş olanlar arasında bir ilişki bulması önceki bilgi birikimine nasıl bir katkıda bulunduğuna dair düşüncesine dair ek çizimler yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme, sokaklar arasındaki paralelliği koruyarak aralarındaki mesafenin ya da sokakları kesen caddelerin eğikliğinin değişmesi açılar arasındaki eşliklerde de değişenin olup olmayacağını dair eşlikler göstermesi değişmezleri araştırma ve paralel iki doğru ile bir kesenin karşı durumlu açılarının bütünler olduğunu ayrıca bütün paralel iki doğru ile bir kesenin yaptığı açılarda da geçerli olduğunu göstergesi ile geometrik fikirleri genellemesine ulaşmaları beklenmektedir. Bu bağlamda öğrenci 1. problemin çözümünde zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 bileşenini de kullanması beklenmektedir.

Problem 2: ‘‘*Düzgün çokgenin kenar ve açı özelliklerini, çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.*’’ kazanımına yönelik bir problemdir. Öğrencilerin çokgende değişen kenar sayıları ile oluşacak üçgen sayılarını kullanarak çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını ilişkilendirmesi, çokgen içinde elde edilecek her bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamının 180^o olduğu çarpanını kullanması değişmezleri araştırma, değişen kenar sayıları ile çokgen içinde elde edilen üçgen sayıları arasındaki ilişkiden çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamına dair çokgen içinde ek çizimler yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme, çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamına dair keşfedilen $(n-2).180^o$ genel ifadesinin bütün çokgenler içinde geçerli olduğunu göstermesi ile geometrik fikirleri genellemesi beklenmektedir. Bu bağlamda öğrenci 2. problemin çözümünde zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 bileşenini de kullanması beklenmektedir.

Problem 3: ‘‘*Kare ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler, eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturur ve alan ile ilgili problemleri çözer.*’’ kazanımına yönelik problemdir. Öğrencilerden kare ve eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları, köşegenlerin kesişimi ve köşegenler ile köşe açılarının durumunu ilişkilendirmesi, çevre uzunlukları eşit karenin eşkenar dörtgen olması durumunda köşe açıları, köşegen uzunluklarının değiştiği; köşegenlerin köşelerde açıortay meydana getirmesi, köşegenlerin birbirini dik ortalaması, çevre uzunluklarının eşit olması özelliklerinin değişmediğini göstermesi değişmezleri araştırma, eşit kenar uzunluklarındaki eşkenar dörtgeninin alanının karenin alanına eşit ya da daha az olacağını göstermesi geometrik fikirleri genelleme, köşegenlerin birbirini dik ortaladığı, köşegenlerin köşe açılarının açıortayı olduğu, eşit kenar uzunluklarındaki eşkenar dörtgeninin alanının karenin alanına eşit ya da daha az olacağını şekil üstünde çizimler yaparak göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı göstermesi beklenmektedir. Bu bağlamda öğrenci 3. problemin çözümünde zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 bileşenini de kullanması beklenmektedir.

Problem 4: ‘‘*Dikdörtgen ve yamuğu tanır; açı özelliklerini belirler, yamuğun alan bağıntısını oluşturur ve alanla ilgili problemleri çözer.*’’ kazanımına yönelik problemdir. Dikdörtgenin alanının iki eş parçaya ayırma çizgisini kullanarak yamuğun kenarları ile yamuğun alanını ilişkilendirmesi, yamuk için elde edeceği bağıntının özel dörtgenler içinde geçerli olduğunu göstermesi içinde ek çizim yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme, yamuğun alan bağıntısının özel dörtgenlerde de değişmediğini göstermesi değişmezleri araştırma ve yamuk için elde edeceği bağıntının özel dörtgenler içinde geçerli olduğunu bunun nedeninin de özel dörtgenlerin birer özel yamuk olduğunu göstermesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı göstermesi beklenmektedir. Bu bağlamda öğrenci 4. problemin çözümünde zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 bileşenini de kullanması gerekmektedir.

Problem 5: ‘‘*Çemberin çevre uzunluğunu hesaplar, π (pi) sabit sayısını elde eder.*’’ kazanımına yönelik problemdir. Çember şeklindeki ev eşyalarının çevre uzunluklarının çap uzunluklarına oranı ile π (pi) sabit sayısını ilişkilendirmesi, çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna bölme işlemi gerçekleştirmesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, çemberin çevre ve çap uzunlukları değişse de oranlarının değişmediği ve π (pi) sabit sayısı olduğunu göstergesi değişmezleri araştırma ve çemberlerin çevre uzunluklarının çap uzunluklarına oranının π (pi) sabit sayısına eşit olduğuna dair düşünce göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı göstermesi beklenmektedir Bu bağlamda öğrenci 5. problemin çözümünde zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 bileşenini de kullanması gerekmektedir.

Problem 6: ‘‘*Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar.*’’ kazanımına yönelik problemdir. Bir pizzanın bütün dilimlerinin toplam yüzey alanı ile dairenin alanını doğru orantı kurarak bir daire diliminin alanının küçük kardeş için 1/12’si, büyük kardeş içinde 1/8’i olduğunu ilişkilendirmesi, büyük kardeşin pizza dilimleri ile oluşturulan dörtgenin alanıyla küçük kardeşin pizza dilimleri ile oluşturulan dörtgenin alanını bulma düşüncesinden pizzanın bütün dilimlerinin toplam yüzey alanının yarıçap ile dairenin çevresinin yarısının çarpımı olduğunu gösterme düşünce göstergesi değişmezleri araştırma, pizza dilimlerini kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi düşünüp özel dörtgenlerin kenar uzunlarından yola çıkarak alan bulma bağıntılarının dairenin alanı için de ilişkilendirerek bağıntı oluşturması yani problemdeki Şekil 2 üstünde kısa kenar için r, uzun kenar içinde π.r uzunluğunda olduğunu göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, dairenin yarıçap uzunluğu ile dairenin yarı çevre uzunluğunun çarpımını yaparak dairenin alan bağıntısını oluşturarak genelleme yapmasıyla geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermesi beklenmektedir. Bu bağlamda da öğrenci 6. problemin çözümünde zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 bileşenini de kullanması gerekmektedir.

Yukarıdaki problemlerin belirlenmesi sürecinde ayrıntılı bir şekilde literatür taranmış; zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarabilecek günlük hayata uygun problemler seçilmeye çalışılmıştır. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Test soruları hazırlanırken 6 haftalık ders programındaki kazanımları içermesi ve bütüncül yaklaşımla zihnin geometrik alışkanlıkları bileşenlerin içermesi düşüncesi baz alınmıştır.

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testinin geçerliliğini sağlamak adına ölçme aracındaki problemlerin ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediğiyle ilgili olarak alanında uzman 2 matematik eğitimcisinin fikirleri alınarak dil, içerik ve kapsam geçerliliği, 2019-2020 eğitim-öğretim yılında 6 ortaokul matematik öğretmeni ile 15 tane de 7. sınıf öğrencisinin görüşleri alınarak test problemlerinin güvenirliği sağlanmıştır.

3.3.2. Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler

Araştırmanın nitel verileri, yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerle toplanmıştır. Araştırma tekniğinde görüşme, belirli bir araştırma konusunda veya soru hakkında derinlemesine bilgi sağlama biçimidir. Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerde; sabit seçenekli soruların cevaplandırılmasının yanında gerektiğinde derinlemesine bilgi sağlamayı da sağlar (Büyüköztürk, 2018). Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede açık uçlu sorular sorulmasını, cevapların dinlenmesini ve kaydedilmesinin yanında ek sorular da sorulmasını sağlayan; gözlemlenen davranışlara bakış açısı getiren görüşmenin türüdür (Patton, 2005). Bu bağlamda araştırmanın uygulama sürecinde haftanın ilgili kazanımına göre görüşme öncesi açık uçlu problemler hazırlanmış, öğrencilerin problemlerin çözüm sürecinde neler düşündüklerini ortaya koymak için yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerden yararlanılmıştır. Ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencileriyle her hafta gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerin amacı; ortaokul matematik öğretmeni ile öğrencilerinin haftalık gelişimini takip etmekten daha çok problem durumlarının çözüm süreçlerinde kullandıkları zihnin geometrik alışkanlıklarını ortaya çıkarmaktır. Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler esnasında "*Dikdörtgeni iki eş parçaya ayıracak başka kesme şekli var mı? Kesme şeklinin sayıları belirlediğin kesme sayıları kadar mı? Daha fazla kesme şekli var mıdır? Karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının genel ifadesini yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açıların eşliğinden yola çıkarak da bulabilir misin? Karşı durumlu açılardan birini parçalayarak neden üçgen oluşturdun? Neden çokgenlerin dış açılarını belirledin? Neden çizdiğin çokgenlere ek çizimler yaptın? Geometrik şekle ne tür bir etkide bulunursan diğer şekle benzetirsin? Geometrik şeklin karşılıklı köşelerini çeksen ne değişir? Diğer şekle benzer mi? Yamuğun alan bağıntısı diğer özel dörtgenlerin alanını bulmada geçerli olur mu? Neden? Çemberin* *çevre uzunluğunu çap uzunluğuna neden oranlıyorsun? Elde ettiğin sonuç hangi genel sayıya ulaştırdı? Bu sayı bütün çemberler için de geçerli mi? Neden? Daire dilimlerini kullanarak özel dörtgen oluşturman alanda değişikliğe neden olur mu? Neden daire dilimleri ile özel dörtgenler oluşturuyorsun? Daire için oluşturduğun alan bağıntısı bütün daireler içinde de geçerli olur mu? Bu problemde hangi zihnin geometrik alışkanlıklarını kullandın?*'' gibi sorular sorulmuştur. Ortaokul matematik öğretmeni ve 5-6. sınıf akademik not ortalamaları ile ön test sonuçlarına göre belirlenen gönüllü 7 öğrenciyle her hafta problemlere bağlı olarak yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler yapılmıştır. Ortaokul matematik öğretmeni ve belirlenen gönüllü 7 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler ortalama 20-25 dakika sürmüştür. Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerin uygulama süreci, video-ses kaydı ile onayları onay formları alınarak bireysel olarak yürütülmüştür (Ek-3).

3.3.3. Alan notları

Alan notları araştırmanın nitel veri toplama araçlarından bir diğeridir. Araştırmacı, ortaokul matematik öğretmeninin ve 7. sınıf öğrencilerinin problemlerin çözüm sürecinde dikkat edilmesi gereken her detayı not almaya çalışmıştır. Bununla beraber, öğrencinin izni alınarak problemlerin çözüm süreci video-ses kaydına alınmıştır. Buradan, probleme dayalı öğrenme ortamındaki sürecin gelişimini daha iyi sezebilmek için alan notlarından yararlanılmıştır. Araştırmanın nitel verilerine ait geçerlilik ve güvenirlik çalışmaları da yapılmıştır. Yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler, video-ses kayıtları ve alan notlarından elde edilen veriler, farklı zamanlarda tekrar tekrar incelenerek iç geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın uygulama sürecindeki problemleri ve içerikleri, probleme dayalı öğrenme ortamı, örneklem tüm detaylarıyla tasvir edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca doğrudan alıntılarla bulgular zenginleştirilmiştir. Araştırmada iç güvenirliği sağlamak için her hafta kazanımlara göre hazırlanan problem durumları ile ortaokul matematik öğretmeni ve öğrencilerle yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler yapılmıştır. Problemlerin çözümlerine dair süreçte ortaokul matematik öğretmeni ve öğrencilerin gösterdikleri zihnin geometrik alışkanlıklarının neler olduğunu yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler sırasında karşılıklı belirlenmiştir. Araştırmanın dış güvenirliğini sağlamak için; araştırmacı araştırmadaki konumunu açık bir şekilde belirtmiş, ortaokul matematik öğretmeni ve öğrencilerin profilini tanımlamış, araştırmanın tüm sürecindeki elde edilen verileri net ve elverişli bir şekilde sunmuştur.

3.3.4. Araştırmacının rolü

Araştırmacının amacı; ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik probleme dayalı öğrenme ortamı oluşturmaktır. Araştırmacı uygulama öncesinde deney grubundaki ortaokul matematik öğretmeni ve öğrencilerle tanışmış, 2 hafta boyunca derslerine katılarak gözlemlemiştir. 2 haftalık zaman diliminde; problemlerin çözüm süreçlerinde ezberledikleri formülü kullanmayı ya da sadece sonuca ulaşmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Araştırmacı probleme dayalı öğrenme ortamında, öğrencilerin soru-cevaplarına sadece rehber konumundadır. Araştırmacı, matematik öğretmeni ve öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirmek amacıyla süreç içinde geometri programlarından da yararlanmıştır. Uygulama sonrasında elde edilen verileri uygun şekilde analiz ederek bilimsel yazım kurallarının çerçevesinde sunmuştur.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verilerinin toplanmasında öğrencinin sahip olduğu zihnin geometrik alışkanlıkları, o zamana kadarki sahip olduğu geometrik yaşantısıyla şekil aldığından; öğrencilerdeki zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirmek için bu türde rutin olmayan problemlerin tercih edilmesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Araştırmanın uygulama sürecinde, problem durumlarını çözmeleri için öğrencilere yeterli süre tanınmış, çözümlerini birbiriyle tartışıp paylaşmaları için de teşvik edilmiştir.

Tablo 3.4. Araştırmanın uygulama süreç planı.

Hafta	Problem Durumu	Problemin İçeriği	Süre
1.		Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının tanıtılması- Araştırmanın uygulama sürecinden haberdar etme	60 dakika (2 ders saati)
2.		Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Ön Testinin Uygulanması	60 dakika
3.	Problem Durumu-I	Açıortay	60 dakika
	Problem Durumu-II	Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar	

Tablo 3.4. Araştırmanın uygulama süreç planı (Devamı).

Hafta	Problem Durumu	Problemin İçeriği	Süre
4.	Problem Durumu-III	Çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı	60 dakika
5.	Problem Durumu-IV	Kare ve eşkenar dörtgenin özellikleri belirleme, alanla ilgili problemleri çözme	60 dakika
	Problem Durumu-V	Dikdörtgen ve paralelkenarın özellikleri belirleme, alanla ilgili problemleri çözme	
6.	Problem Durumu-VI	Yamuğun alan bağıntısını oluşturma ve alanla ilgili problemi çözme	60 dakika
7.	Problem Durumu-VII	Standart ölçü birimi derece ile çemberde merkez açıların gördüğü yayların açı ölçülerini ilişkilendirmesi	60 dakika
	Problem Durumu-VIII	Çemberde çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranının π (pi) sabit değerine ulaşması	
8.	Problem Durumu-IX	Dairenin çap uzunluğundan dairenin alanını hesaplaması	60 dakika
9.		Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Son Testinin Uygulanması	60 dakika

Tablo 3.4'ten de anlaşılacağı gibi araştırmanın veri toplama süreci toplamda 9 haftayı kapsamaktadır. İlk hafta araştırma ile ilgili matematik öğretmeni ve öğrencilerin bilgilendirildiği, ikinci ve dokuzuncu haftalarda Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinin uygulandığı, diğer altı haftada ise problem durumların yer aldığı uygulamanın yapıldığı görülmektedir. Problem durumlarının çözümlerinin yapıldığı uygulama sürecinde, probleme dayalı öğrenme modeli benimsenmiştir. Bu modelde problem durumunu verme, problem durumunu araştırılması, problem çözme sürecini açıklama ve tartışma basamaklarından oluşmaktadır (Karataş, 2008).

3.5. Verilerin Analizi

Bu araştırmada, yarı deneysel araştırmanın doğasına uygun olarak nitel ve nicel analiz yöntemleri birlikte kullanılmıştır. Nicel analiz verileri, Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinden; yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler, video-ses kaydı ve alan notlarından elde edilen veriler ise nitel yöntemlerle analiz edilmiştir. Alt başlıklarda araştırmada verilerin toplanması ve veri toplama araçlarına yönelik analiz süreci sunulmuştur.

3.5.1. Zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) testinden elde edilen verilerin analizi

Probleme dayalı öğrenme ortamının, 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarına etkisini belirlemek amacıyla uygulamadan önce ve sonra Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi uygulanmıştır (EK-5). Bu testten elde edilen verilerin değerlendirilmesinde Bülbül (2016) ve Erşen'in (2018) doktora çalışmalarında kullandıkları 4 dereceli puanlama cetveli kullanılmıştır. Bülbül'ün (2016) yaptığı doktora çalışmasında hazırladığı 4 dereceli puanlama cetveli aşağıdaki Tablo 3.5'teki gibidir:

Tablo 3.5. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testinin 4 Dereceli Puanlama Cetveli.

Hiçbir alışkanlık kullanılmadı.	*0 Puan*
Yalnızca 1 alışkanlık kullanıldı ancak doğru çözüme ulaşılamadı.	*1 Puan*
Birden fazla alışkanlık kullanıldı ancak çözüme ulaşılamadı.	*2 Puan*
Bir ve birden fazla alışkanlık kullanıldı ve problemin çözümüne ulaşılabildi.	*3 Puan*

Uygulama önce ve sonrasında 7. sınıf öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testine verdikleri cevaplar yukarıdaki gibi derecelendirildikten sonra problem problem puanlanmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını önce kendi içlerinde daha sonrada birbirleriyle IBM SPSS Statistics 25 yazılımı kullanılarak karşılaştırılmıştır. Böylece Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testinden elde edilen nicel veriler analiz edilerek, öğrencilerin probleme dayalı öğrenme ortamındaki zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişimine etkisinin genel çerçevesi ortaya konmaya çalışılmıştır.

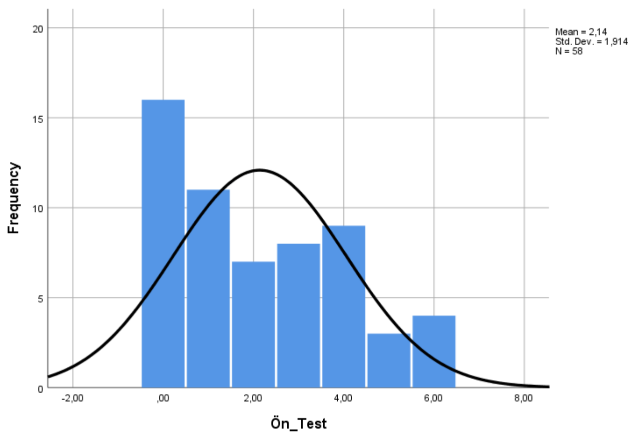
Uygulama öncesi ve sonrasında değerlendirme amaçlı kullanılan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testinden her bir öğrencinin aldığı puanlar problem problem hesaplanmıştır. Deney ve kontrol gruplarının Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Test verileri normal dağılım gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla Shapiro-Wilks testi uygulanmıştır. Örneklem büyüklüğünün 30’un altında olması durumunda Shapiro-Wilks testinin sonucuna bakılması gerektiğini (Akbulut, 2011), Shapiro-Wilks testinde anlamlılık (significance) değerinin 0.05’ten büyük olması (p>.05) verilerin normal dağılım gösterdiğini ifade etmektedir (Büyüköztürk, 2013). Tablo 3.6’da görüldüğü gibi, ön test ve son test veri grupları normal dağılım göstermemektedir.

Tablo 3.6. Deney-kontrol gruplarının Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testinden aldıkları puanların Shapiro-Wilks testi sonuçları.

Testler	Gruplar	N	Shapiro-Wilks	p
Ön Test	Deney	29	0,883	0,004
	Kontrol	29	0,897	0,008
Son Test	Deney	29	0,707	0,000
	Kontrol	29	0,923	0,036

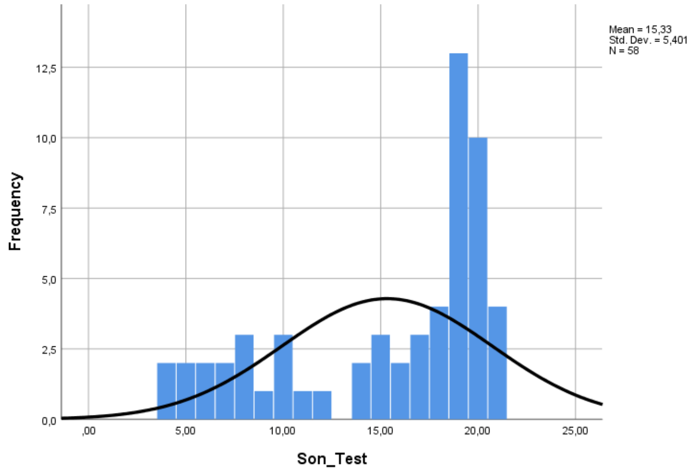
Yukarıdaki tabloya göre yapılan Shapiro-Wilks normallik testlerinin sonucunda ön test ve son test puanlarının normal dağılım göstermediği belirlenmiştir (p<0.05).

Ön test ve son test puanlarının normal dağılım göstermediğinin farklı bir açıdan daha ortaya konulabilmesi amacıyla hazırlanan histogram grafiği de aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.1. Ön test puanlarına ilişkin histogram grafiği.

Yukarıdaki ön test histogram grafiği incelendiğinde normal dağılım eğrisinin koşullara tam olarak uymadığı ve bir miktar sağa çarpık (sola yığımlı) olduğu görülmektedir.



Şekil 3.2. Son test puanlarına ilişkin histogram grafiği.

Yukarıdaki son test histogram grafiği incelendiğinde de normal dağılım eğrisinin koşullara tam olarak uymadığı ve bir miktar sola çarpık (sağa yığımlı) olduğu görülmektedir.

Araştırmada yarı deneysel işlem sonucunda elde edilen puanlar üzerinden yapılan istatistik analizleri de aşağıdaki gibidir:

- Örneklem büyüklüğünün düşük ilişkisiz iki örneklemden oluşan deneysel ve normallik varsayımının karşılanmadığı betimsel araştırmalarda elde edilen puanların birbirinden anlamlı düzeyde farklılaşıp farklılaşmadığını; bağımlı değişkene ilişkin puanlar en az sıralama ölçeği düzeyinde ve örneklemler birbiriyle ilişkisiz olma şartlarını sağladığından (Büyüköztürk, 2013) gruplar arası ön test ve son test puanları arasında anlamlı farklılaşma olup olmadığını belirlemek için Mann-Whitney U Testi ile incelenmiştir.
- Deneysel araştırmalarda birbiriyle ilişkili ön test ve son test puanları arasında anlamlı farklılaşma olup olmadığını; bağımlı değişkene ilişkin puanlar en az sıralama ölçeğinde ve gözlenen çiftlerin birbirinden bağımsız olması şartlarını sağladığından (Büyüköztürk, 2013) grup içi ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılaşma olup olmadığını ilişkili ölçümleri belirleyebilmek için Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile incelenmiştir.

3.5.2. Zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirilmesi amacıyla probleme dayalı öğrenme ortamına yönelik yapılan analizler

Ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan probleme dayalı öğrenme ortamının yansıtılması amacıyla; ders sürecinde ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler esnasında alınan video-ses kayıtlarından, yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerden ve alan notlarından yararlanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir.

Araştırmada video-ses kaydı, ortaokul matematik öğretmeninin probleme dayalı öğrenme ortamında problem durumlarının çözümlerini ve gönüllü olarak seçilen 7 öğrencinin her hafta kazanımlara uygun ZGA'ları içeren problem durumlarının çözüm süreçlerini ortaya koyabilmek amacıyla kullanılmıştır. Elde edilen video-ses kayıtları transkript edilmiştir. Ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin problem durumlarının çözüm sürecinde neler yaptığı ve zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını kullandıklarını örnekleriyle birlikte bulgular bölümünde yer verilmiştir.

Araştırmanın uygulama sürecinde yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler, akademik başarıları ve gönüllük esasına göre belirlenen 7 öğrenci ile ortaokul matematik öğretmenin her hafta uygulanan probleme dayalı öğrenme ortamından sonra yapılmıştır. Yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler, ortaokul matematik öğretmeni ile 7. sınıf öğrencilerin ZGA içerikli problemlerin çözüm süreçlerini daha iyi inceleyebilmek ve süreç içinde zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını gösterdiklerini daha doğru şekilde ortaya koyabilmek için yapılmıştır. Nitel veriler toplandıktan sonra betimsel analiz yöntemi ile harmanlanarak yorumlanmıştır. Betimsel analizde, araştırmacıların üzerinde çalıştıkları farklı olgu ve olayların veri toplama teknikleri ile özet bilgi çıkardıkları, elde edilen verilerin daha önceden belirlenen temalara göre özetlenerek yorumlanmasını içeren nitel veri analiz türüdür (Büyüköztürk, 2018). Betimsel analizde görüşme yapılan kişilerin görüşlerine direkt olarak ifade etmek amacıyla doğrudan alıntılara sıklıkla yer verilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 1999). Araştırmacı betimsel analizde, problemlerin çözüm sürecinde ortaokul matematik öğretmeninden elde ettiği verilerdeki zihnin geometrik alışkanlıklarına ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşme yapılan öğrencilerden farklı ve doğru zihnin geometrik alışkanlıklarının göstergesinin olduğu cevaplar ile eksik cevaplara odaklanmıştır. Bundan ötürü, doğrudan alıntılara sıklıkla yer verilmiştir. Bulgular bölümünde gerekli açıklamalara yer verilmiştir.

3.6. Araştırmanın Uygulama Süreci İçin Hazırlanan Ders Planı Örneği

Araştırmanın uygulama süreci için hazırlanan ders planları Driscoll ve diğerleri'nin (2007) zihnin geometrik alışkanlıklarının teorik çatısına göre tasarlanmıştır. Araştırmanın uygulama sürecinde Matematik Öğretim Programı MEB'deki (2018) yapılandırmacı ve gerçekçi matematik öğretimi yaklaşımıyla Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ZGA'yı geliştirici ders içi öğretmen sorularının bütünleştirilmesi düşüncesi ile ders planları tasarlanmıştır. Sezer'in (2019) ortaokul öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının geliştirilmesi cebir öğrenme alanı örnek ders modülü çerçevesine göre ZGA ders planları hazırlanmıştır. Ders planları; derse giriş problem durumu, yapılandırmacı etkinlik ve gerçekçi matematik öğrenme kuram bileşenlerini içerecek şekilde oluşturulmuştur. Hazırlanan problem durumları ve etkinlikler günlük hayata göre tasarlandığı için ortaokul matematik öğretmeni ve öğrencilerin süreç içerisinde gerçek yaşamdaki geometrinin farkına varmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Bütün haftaların ders planlarının açıklanması mümkün olmayacağından dolayı Ek-6'da ZGA'ları geliştirme için kullanılan bir ders planı örneği verilmiştir.

3.6.1. Araştırmanın uygulama sürecinin probleme dayalı öğrenme ortamı

Ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişiminin incelenmesine yönelik probleme dayalı öğrenme ortamında öncelikle ZGA'ları geliştirici günlük hayat problemleri belirlenmiştir. Bunun nedeni; problem çözmenin matematiksel zihin alışkanlıklarının temelini oluşturmasıdır (Driscoll ve diğerleri, 2007; Jacobbe & Millman, 2009). Bu bağlamda araştırmada günlük hayattaki geometri problemleri kullanılarak öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesi hedeflenmiştir. Seçilen problemler; öğrencilerin hemen çözüme ulaşamayacağı, daha önce karşılaşmadıkları rutin olmayan problemler olmasına özen gösterilmiştir. Bu şekilde öğrencilerdeki zihnin geometrik alışkanlıkları ortaya çıkarılabilecektir (Cuoco, Goldenberg ve Mark; 2010; Driscoll ve diğerleri 2007; Leikin, 2007). Bununla beraber çözüm sürecinde araştırmacı, gerekli yönergeler ile öğrencilerin süreci amaca uygun yürütebilmeleri için rehberlik etmiştir. Probleme dayalı öğrenme ortamında dikkate alınması gereken bir husus da öğrencilerin problemler ile ilgili fikir yürütebilecekleri ve tartışabilecekleri atmosferin oluşturulmasıdır. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)'ye (2000) göre matematiksel iletişim, süreç standartlarının ögesidir. Ortaokul Matematik Dersi (5.-8. Sınıflar) Öğretim Programı'nda, öğrencilere kazandırılması hedeflenen matematiksel becerilerinden birisini de matematiksel iletişim olarak belirlenmiştir (MEB, 2018). Zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesi sürecinde öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının da farkında olması gerekmektedir (Costa & Kallick, 2000). Bundan dolayı her hafta derse girişte sunulan problem durumunun çözüm sürecinde ortaokul matematik öğretmeni ZGA'lara ait yönlendirici sorularla öğrencilere, kullanılan alışkanlıkları açıklamış ya da öğrencilerden hangi ZGA'nın kullanıldığının açıklamasını istemiştir.

Probleme dayalı öğrenme ortamının taşıması gereken özelliklerin belirlenmesinin ardından; hangi kazanımlara yer verileceği, hangi problemlerin ders girişinde sunulacağı konusunda alanında uzman 2 matematik eğitimcisinin ve öğrencilerin matematik öğretmeninin görüşleri alınarak geometri problemleri tasarlanmıştır. Tablo 3.7'de altı haftalık ders planlarında yer alan matematik öğretmeninin derse girişinde sınıfa sunduğu problem durumlarının kazanımları ve hangi ZGA'ları içerdiğine dair bilgiler yer almaktadır. Problem durumları ise Ek-4 ve Ek-6'da verilmiştir.

Tablo 3.7. Problem durumların kazanımları ve içerdiği Zihnin Geometrik Alışkanlıkları.

Hafta	Problem	Kazanım	Geliştirilmesi Hedeflenen Zihnin Geometrik Alışkanlıkları
1	Problem Durumu-I	Bir açıyı iki eş açıya ayırarak açıortayı belirler.	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-II	İki paralel doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler, oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler, ilgili problemleri çözer.	
2	Problem Durumu-III	Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
3	Problem Durumu-IV	Kare ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. Alanla ilgili problemleri çözer.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-V	Dikdörtgen ve paralelkenarı tanır; açı özelliklerini belirler. Alanla ilgili problemleri çözer.	
4	Problem Durumu-VI	Yamuğu tanır; açı ve özelliklerini belirler, alan bağıntısını oluşturur ve alanla ilgili problemleri çözer.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
5	Problem Durumu-VII	Çemberde merkez açıları, gördüğü yayları ve açı ölçüleri arasındaki ilişkileri belirler.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-VIII	Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar.	
6	Problem Durumu-IX	Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA

* İA: İlişkilendirme Alışkanlığı

* GFGA: Geometrik Fikirleri Genelleme Alışkanlığı

* DAA: Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı

* KYDA: Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığı

Aşağıdaki Tablo 3.8’de altı haftalık ders planlarında yer alan ZGA’ları içeren matematik öğretmeninin ders içi ve araştırmacının yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerindeki problem durumlarının kazanımları ve hangi ZGA’ları içerdiğine dair bilgiler yer almaktadır. Problem durumları ise Ek-4 ve Ek-6’da verilmiştir.

Tablo 3.8. Ders içi ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerdeki problem durumlarının kazanımları ve içerdiği zihnin geometrik alışkanlıkları.

Hafta	Problem	Kazanım	Geliştirilmesi Hedeflenen Zihnin Geometrik Alışkanlıkları
1	Problem Durumu-X	Eş iki parçaya ayırma	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XI	Eş iki parçaya ayırma	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XII	Paralel iki doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek, oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler.	İA+GFGA+DAA+ KYDA
2	Problem Durumu-XIII	Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. Düzgün çokgenlerin dış açılarını belirler; dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar. Düzgün çokgenlerin artan kenar sayısı ile hangi geometrik şekle ulaşacağını belirler.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XIV	Çokgenlerin köşegenlerini, iç açılarını belirler; iç açılarının ölçüleri toplamı için genel ifade belirler.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
3	Problem Durumu-XV	Dikdörtgen ve kareyi tanır; açı ve köşegen özelliklerini belirler. Alanla ilgili problemleri çözer.	İA+ GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XVI	Kare ve eşkenar dörtgeni tanır; açı ve köşegen özelliklerini belirler. Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturur. Alanla ilgili problemleri çözer.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XVII	Dikdörtgen ve paralelkenarı tanır; açı ve köşegen özelliklerini belirler. Alanla ilgili problemleri çözer.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XVIII	Dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni tanır; açı ve köşegen özelliklerini belirler. Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturur. Alanla ilgili problemleri çözer.	İA+ DAA+ KYDA
4	Problem Durumu-XIX	Yamuğu tanır; açı ve köşegen özelliklerini belirler. Alanla ilgili problemleri çözer.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA

Tablo 3.8. Ders içi ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerdeki problem durumlarının kazanımları ve içerdiği zihnin geometrik alışkanlıkları (Devamı).

Hafta	Problem	Kazanım	Geliştirilmesi Hedeflenen Zihnin Geometrik Alışkanlıkları
5	Problem Durumu-XX	Çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranından π (pi) sabit sayısına ulaşır.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XXI	Çember parçasının uzunluğu için bağıntı oluşturur.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
6	Problem Durumu-XXII	Dairenin alanı için bağıntı oluşturur.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XXIII	Daire diliminin alanı için bağıntı oluşturur.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA
	Problem Durumu-XXIV	Daire ve daire diliminin alan bağıntısını oluşturur.	İA+GFGA+ DAA+ KYDA

* İA: İlişkilendirme Alışkanlığı

* GFGA: Geometrik Fikirleri Genelleme Alışkanlığı

* DAA: Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı

* KYDA: Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme Alışkanlığı

Tablo 3.7 ve Tablo 3.8'de altı hafta boyunca uygulanan ders planlarında yer alan problem durumlarının kazanımları ve çözüm süreçlerinde öğrencilerde geliştirilmesi hedeflenen zihnin geometrik alışkanlıkları gösterilmiştir. Problemlerin kazanımları 5, 6 ve 7. sınıf ortaokul matematik öğretim programı kapsamında yer alan geometri ve ölçme alt öğrenme alanlarındaki kazanımları kapsamaktadır. Tablo 3.7 ve Tablo 3.8'de de görüldüğü gibi her hafta uygulanan problem durumlarında zihnin geometrik alışkanlıklarının tüm bileşenlerinin yer alması hedeflenmiştir. Her hafta derse girişte yer alan problemlerin çözümünde, öğrencilerle probleme dair çözüm basamaklarında hangi zihnin geometrik alışkanlıkları yer aldığı tartışılmıştır. Bununla beraber problem sayısı önemli de olsa öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları, problemlerin çözümleri zaman gerektiren ve genellemeye ulaşabilecekleri problemlerin yer almasına öncelik verilmiştir.

Tablo 3.9'da ise uygulama sürecine dair problemler vasıtasıyla zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan probleme dayalı öğrenme ortamında uygulanan örnek bir ders planı verilmiştir:

Tablo 3.9. Ders planının uygulama sürecindeki örneği.

Problem Durumunun Kazanımı	Yamuğu tanır; açı ve özelliklerini belirler, alan bağıntısını oluşturur ve alanla ilgili problemleri çözer.
Problem Durumunda Geliştirilmesi Hedeflenen Zihnin Geometrik Alışkanlıkları	Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme, İlişkilendirme, Değişmezleri Araştırma, Geometrik Fikirleri Genelleme
Problem Durumunun Verilmesi	Öğretmen sınıfta yapılacak ders hakkında öğrencileri bilgilendirir. Ardından ‘‘*Sizlere bir problem durumu vereceğim, sınıftaki herkes bu problem durumunun çözümünü bitirdikten sonra çözümlerinizi hep birlikte tartışacağız ve zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını kullanıldığını ifade edeceğiz*.’’ diyerek kazanıma yönelik hazırlanmış olduğu problem durumunu sunar ve derse başlar. Problem Durumu VI: Ali ile Ahmet sahip oldukları dikdörtgen şeklindeki tarlaya fasulye ekmişlerdir. Aşırı giden sıcaklardan dolayı fasulye zarar görmüştür. İyileştirme çalışmaları için kardeşler dikdörtgen şeklindeki tarlayı iki parçaya bölüp ilaçlamak istiyorlar. Tarlayı iki parçaya şu şekilde bölüyorlar: Ali ile Ahmet tarlanın komşu olmayan köşelere geçiyorlar. Uzun kenar boyunca eşit mesafe ilerleyip bir nokta belirliyorlar. Belirledikleri noktaları birleştirerek iki parçaya ayırıyorlar. Parçalardan birini Ali diğerini ise Ahmet traktörle ilaçlıyor. **Buna göre, belirledikleri yöntemle iki parçaya ayırdıkları tarla Ali ve Ahmet için adaletli olarak ayrılmış mıdır? Ahmet'in ilaçladığı parçanın alanı, dikdörtgen şeklindeki tarlanın alanı cinsinden yazılabilir mi? Tarlaların geometrik şekillerinin alanları arasında genel bir matematiksel ifadeye varılabilir mi? Varılabilirse ifade ediniz. Alan için oluşturulan formül diğer özel dörtgenler için de geçerli olur mu? Neden?**
Problem Durumunun Araştırılması	Uygulamanın bu aşamasında öğrenciler bireysel olarak problem durumunu çözmeye çalışmaktadır. Öğretmen ise sınıfta bireysel olarak sergilenen performansları gözlemlemektedir. Gerektiğinde ise öğrencileri problem durumunun çözümü için motive etmeye çalışmaktadır. Öğretmenin bir öğrenci ile gerçekleştirdiği diyalog şu şekildedir: Ö20: Öğretmenim ben problem durumunu çözdüm. Öğretmen: Problem durumunu nasıl çözdüğünü bize anlatır mısın? Ö20: Tabi ki Hocam. Problem durumunda belirttiği gibi. Öncelikle dikdörtgen şeklinde A4 kağıdının üzerinde komşu olmayan köşelerden uzun kenar boyunca eşit mesafelerde noktalar belirledim. Sonra belirlediğim iki noktayı cetvelle birleştirdim. Sonra bu çizgi boyunca kestim. Parçalardan birini diğerinin üstüne getirince eş olduğunu gördüm. Öğretmen: Peki. Sonra ne yaptın? Dikdörtgenin alanı ile elde ettiğin alanlar arasındaki ilişki hakkında ne düşünüyorsun? Ö20: Oluşan iki parçanın bir tanesinin alanını ise şöyle düşündüm. Dikdörtgenin alanı, kısa kenar ile uzun kenarın çarpımı idi. Bu düşünce ile kenarların çarpımının yarısı parçanın bir tanesinin alanını veriyor. Buradan da ulaşmamızı istenen sonuca ulaşıyorum. Yani yamuğun alanı, dikdörtgenin alanının yarısı kadardır. Öğretmen: Peki yamuğun alanı için genel bir matematiksel ifade söyleyebilir misin? Ö20: Ayırdığı parça uzunluklarına cebirsel ifadeler versem. Şurası a ise eşit olduğu için şurası da a, şurası b dersem eşit olduğu için şurası da b ve kısa kenara da h desem (*Kenar uzunluklarını göstererek*). Dikdörtgenin alanının yarısı bir tane yamuğun alanına eşittir. O zaman (a+b).h/2 olur. Öğretmen: Peki uzun kenar üzerinde belirlediğin noktanın yeri değişirse yamuk

Tablo 3.9. Ders planının uygulama sürecindeki örneği (Devamı).

Problem Durumunun Araştırılması	için elde ettiğin genel ifade değişir mi? Ö20: Uzun kenar üzerinde aldığım nokta karşı kenarda da eşit olursa genelleme bozulmaz diye düşünüyorum. Öğretmen: Buradan, elde ettiğin genelleme özel dörtgenler içinde geçerli midir? Problemin bu maddesi için ne düşünüyorsun? Ö20: Paralelkenar özel bir yamuk olduğu için geçerli olacağını düşünüyorum.
Problem Durumunun Çözüm Sürecinin Açıklanması ve Tartışılması	Öğrencilerin çözümleri bittikten sonra problemi çözen öğrencilerden biri çözümü açıklayıcı bir şekilde nasıl yaptığını ifade ederek çizimlerini yapar. Ardından öğretmen, problem durumunu farklı bir yolla çözen öğrenci olup olmadığını ya da problem durumunun farklı bir yolla çözülüp çözülemeyeceğini sınıfa sorar. Farklı bir çözüm yapan başka bir öğrenci varsa açıklamasını ve çizimlerini yapmasını ister. Ardında öğretmen GeoGebra programında problem durumunun şeklini oluşturur ve problemin çözümünü problemdeki yönergeler doğrultusunda çizimlerini gerçekleştirir. Dikdörtgen içinde yönergeler doğrultusunda oluşturulan yamuğun alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu program üzerinde de gösterir. Son olarak, problem durumunun çözüm sürecinin hangi aşamalarında hangi zihnin geometrik alışkanlıklarının kullanıldığı açıklanır: Öğretmen: Arkadaşlar, uzun kenarlar üzerinde noktaları belirleyip kenarlar arasında doğru parçası çizerek yani ek çizimler yaparak keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını kullandık. Sonra, ayru ayrı her bir yamuk için alan bağıntısını kullanıp, alanların eşliğini ilişkilendirdik. Yani ilişkilendirme alışkanlığını kullanmış olduk. Daha sonra uzun kenarlar üzerinde başka noktalar belirlesek de yamuğun alan bağıntısının değişmediğini, dikdörtgenin alanının yarısının yamuğun alanına eşit olduğunu komşu olmayan köşelerden eşit mesafeden çizilen doğru parçalar olmak koşulu ile ancak olabileceğini ifade etmekle değişmezleri araştırma alışkanlığı kullanılmış oldu. Peki, ‘‘Elde edilen genelleme özel dörtgenler (*paralelkenar, kare, eşkenar dörtgen*) için de geçerli midir?’’ sorusunu cevaplandırmamız hangi alışkanlığın göstergesidir? Ö20: Hocam, genelleme alışkanlığı değil mi? Öğretmen: Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı evet. Peki nedeni hakkında fikri olan var mı? Ö20: Biz yamuk için bu alan bağıntısını oluşturduk. Paralelkenar özel bir yamuk, bunu düşünerek paralelkenar içinde sağlayacağı yargısına vardık. Öğretmen: Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Eklemek istediğiniz bir şey var mı? Sınıf: Arkadaşımıza katılıyoruz. Ekleyecek başka bir şey de yok. Sınıftan problem durumuna yönelik herhangi bir başka soru yöneltilmediyse hazırlanan ders içi problem durumlarına geçilir.

BÖLÜM IV

4. BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde her bir alt probleme yönelik toplanan verilerin analizlerinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Öncelikle probleme dayalı öğrenme ortamının 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarına etkisini, ardından her bir problem durumuna yönelik probleme dayalı öğrenme ortamından elde edilen verilere yer verilmiştir.

4.1. Probleme Dayalı Öğrenme Ortamında Öğrencilerin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Üzerine Etkisi ile İlgili Bulgular

Bu bölümde Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test verilerinin yöntem kısmında bahsedilen analizler sonucunda elde edilen bulgularına ayrıntılı bir şekilde yer verilmiştir.

4.1.1. Deney-kontrol gruplarının zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) ön test puanlarının karşılaştırılması

7. sınıf öğrencilerin uygulama öncesinde yapılan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test verileri normal dağılım göstermediğinden elde edilen puanlar göz önüne alınarak deney-kontrol grubuna ait Mann-Whitney U Testi sonucu Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön testi puanlarına göre Mann-Whitney U testi sonucu.

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Deney	29	27,93	810,00	375,000	,471
Kontrol	29	31,07	901,00		

Tablo 4.1'e göre deney ve kontrol gruplarının Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U testi sonucunda gruplar arasında anlamlı farklılaşma olmadığı bulunmuştur (U: 375,000, p>.05). Sıra ortalamaları dikkate alındığı zaman ön testte grupların ortalama bilgileri yaklaşık olarak aynı olduğu söylenebilir. Yani uygulama öncesinde deney-kontrol gruplarındaki öğrencilerin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı sonucu elde edilmiştir.

4.1.2. Deney grubunun zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması

Probleme dayalı öğrenme ortamında zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişimi incelenen deney grubundaki 7. sınıf öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonucu Tablo 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Deney grubunun Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanlarının Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonucu.

Son Test- Ön Test	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	,00	,00		
Pozitif Sıra	29	15,00	435,00	-4,722	,000
Eşit	0				

Probleme dayalı öğrenme ortamında ders işleyen deney grubundaki 7. sınıf öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinden uygulama öncesi ve sonrası aldıkları puanlar arasında anlamlı farklılaşma olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonucunda aradaki farkın anlamlı olduğu bulunmuştur ($z=-4{,}722$, $p<.05$). Fark puanlarının sıra ortalamaları ve toplamları dikkate alındığında gözlenen bu farkın pozitif sıraların lehine yani son test puanı lehine olduğu anlaşılmaktadır. Buna göre, probleme dayalı öğrenme ortamının 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirme noktasında etkili olduğu söylenebilir. Yani uygulama sonrasında Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son testlerine göre deney grubunda anlamlı bir farklılaşmanın olduğu sonucu elde edilmiştir.

4.1.3. Kontrol grubunun zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması

Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemlerle ders işlenen kontrol grubu öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test sonuçlarına göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonucu Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3. Kontrol grubunun Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanlarının Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonucu.

Son Test- Ön Test	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	P
Negatif Sıra	1	3,00	3,00		
Pozitif Sıra	28	15,43	432,00	-4,641	,000
Eşit	0				

Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemlerle ders işlenen kontrol grubundaki 7. sınıf öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinden uygulama öncesi ve sonrası aldıkları puanlar arasında anlamlı farklılaşma olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonucunda aradaki farkın anlamlı olduğu bulunmuştur ($z=-4,641$, $p<.05$). Fark puanlarının sıra ortalamaları ve toplamları dikkate alındığında gözlenen bu farkın pozitif sıraların lehine yani son test puanı lehine olduğu anlaşılmaktadır. Buna göre, Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemlerle işlenen dersin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirme noktasında etkili olduğu söylenebilir. Yani uygulama sonrasında Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test verilerine göre kontrol grubunda anlamlı bir farklılaşmanın olduğu sonucu elde edilmiştir.

4.1.4. Deney-kontrol gruplarının zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) son test puanlarının karşılaştırılması

7. sınıf öğrencileri ile 6 haftalık uygulama sonrasında yapılan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) son test verileri normal dağılım göstermediğinden elde edilen puanlar göz önüne alınarak deney-kontrol gruplarına ait Mann-Whitney U Testi sonucu Tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4.4. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) son testi puanlarına göre Mann-Whitney U testi sonucu.

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Deney	29	39,62	1149,00	127,000	,000
Kontrol	29	19,38	562,00		

Tablo 4.4'e göre deney ve kontrol gruplarının Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U testi sonucunda aralarında anlamlı farklılaşmanın olduğu bulunmuştur (U: 127,000, $p<.05$). Yani uygulama sonrasında deney ve kontrol grubunda Zihnin Geometrik

Alışkanlıkları (ZGA) son test puanları arasında anlamlı bir farkın olduğu sonucu elde edilmiştir.

4.1.5. Deney-kontrol gruplarının zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test puanlarının genel değerlendirilmesi

7. sınıf öğrencilerinin uygulama öncesi ve sonrası Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinden aldıkları puanların betimsel istatistik sonuçları gruplar bazında Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.5. Deney-kontrol gruplarının ön ve son test puanlarının betimsel istatistik sonuçları.

	n	Ön Test		Son Test	
		Aritmetik Ortalama	**Standart Sapma**	**Aritmetik Ortalama**	**Standart Sapma**
Deney Grubu	29	1,96	1,88	18,93	1,30
Kontrol Grubu	29	2,31	1,97	11,72	5,55

Tablo 4.5'e göre grupların ön test puan ortalamaları birbirinden farklılık göstermemektedir. Yani gruplar arasında konu bilgi başarısı bakımından farklılıklarının az olduğu söylenebilir. Öğrencilerin son test ortalamaları yani uygulama yapıldıktan sonraki ortalamaları karşılaştırılacak olursa deney grubunun ortalamasının kontrol grubunun ortalamasına göre daha yüksek olduğu söylenebilir. İstatistiksel olarak da anlamlı bir farklılık çıkmıştır (Tablo 4.4). Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) testinden alınabilecek en yüksek puanın 21 olduğu düşünülürse son test ortalamasına göre deney grubundaki öğrencilerin probleme dayalı öğrenme ortamı ile zihnin geometrik alışkanlıklarının gelişiminin yüksek olduğu söylenebilir.

4.2. Probleme Dayalı Öğrenme Ortamından Yansımalar

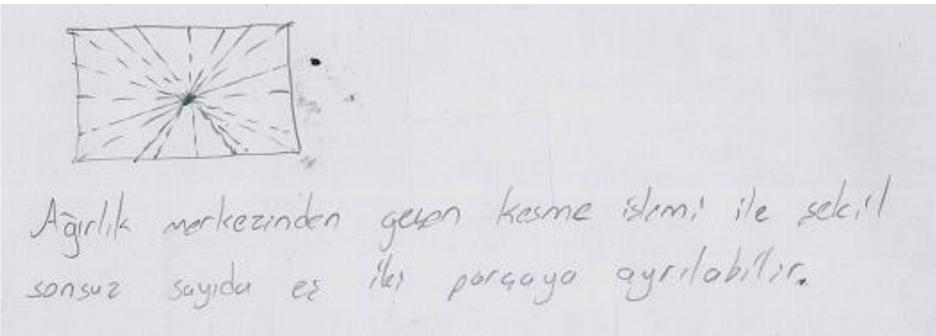
Araştırmanın bu bölümünde, hazırlanan probleme dayalı öğrenme ortamında ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını uygulama sürecindeki gelişiminin ortaya konması amaçlanmıştır. Bu amaçla, ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin 6 haftalık süreçteki problem durumlarına verdikleri cevapları ortaya çıkaran zihnin geometrik alışkanlıklarına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Böylece ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin haftalık ilerleme sürecindeki sahip oldukları zihnin geometrik alışkanlıkları da ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Birinci uygulama haftasında 3 problem durumuna cevap istenmiştir. Problem Durumu-X/XI'de geometrik şekilleri eş iki parçaya ayırma, Problem Durumu-XII'de ise paralel iki doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açılardan eş olanları belirleyerek, karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının 180^o olduğuna dair bir genellemeye ulaşılması beklenmektedir.

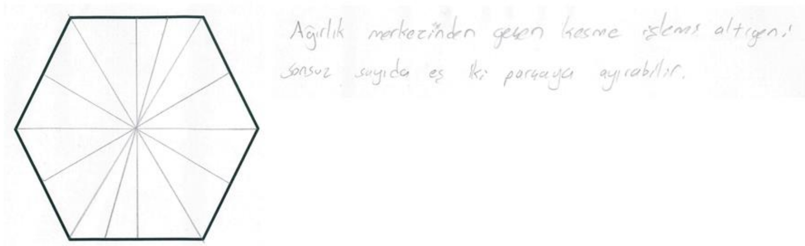
Problem Durumu-X/XI'de çizimler yaparak geometrik şekilleri iki eş parçaya ayıracak modelleri keşfedip yansıtması, dikdörtgen ve düzgün altıgen şeklini eş iki parçaya ayırarak, ayırdıkları parçaların alanların eşliğini ilişkilendirmesi, şekilleri farklı kesme işlemleri ile iki eş parçaya ayırsa da her durumda ayırdıkları şekillerin alanlarının değişmeyeceğini ve eş parçalara sonsuz sayıda ayırabileceğini genellemesi beklenmektedir. Problem Durumu-XII'de paralel iki doğru ile bir kesenin yaptığı açıların ölçülerine göre hangi açılar arasında eşlik olduğunu ilişkilendirmesi, paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılarda eşit açıların ilişkisini bulması için ek çizimler yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme, paralel iki doğru arasındaki mesafenin artması/azalması açıların eşliğinde değişikliğe neden olmadığını göstermesi değişmezleri araştırma, paralel iki doğru ile bir kesenin karşı durumlu açıların bütünler açılar olduğunu göstermesi ile de geometrik fikirleri genellemesi beklenmektedir.

4.2.1.1. ***Birinci uygulama haftasında ortaokul matematik öğretmeninden elde edilen bulgular***

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-X/XI'e yönelik cevapları Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.1. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-X'a yönelik çözümü.



Şekil 4.2. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XI'e yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'deki Problem Durumu-X/XI'in çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

A: *Problemi nasıl çözdüğünüzü anlatabilir misiniz?*

OMÖ: *Şimdi eş iki parçaya ayırmamı istiyor. Önce dikdörtgenin kenarlarının orta noktalarını ve köşegenleri boyunca keserse iki eş parçaya ayıracağını düşündüm. Dikdörtgenin simetri doğrularının yanında yamuksal şekillerde de keserse iki eş parçaya ayıracağını fark ettim. Ve bu çizdiğim kesme şekilleri dikdörtgenin orta noktasında kesiştiğini gördüm.*

A: *Evet. Benim merak ettiğim ağırlık merkezinden geçen kesme işlemleri sonsuz sayıda eş iki parçaya ayırabilir genellemesine nasıl ulaştığınız? Bu sonuca nasıl ulaştınız?*

OMÖ: *Kesme işlemlerinin kesim noktaları şeklin ağırlık merkezinden geçtiğini fark ettim. Ayrıca ağırlık merkezi bir nokta ve bir noktadan sonsuz doğru geçiyor. O zaman genellemeye bu şekilde ulaştım.*

A: *Peki. Kesme işlemlerinde ayırdığınız iki parçanın alanları ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?*

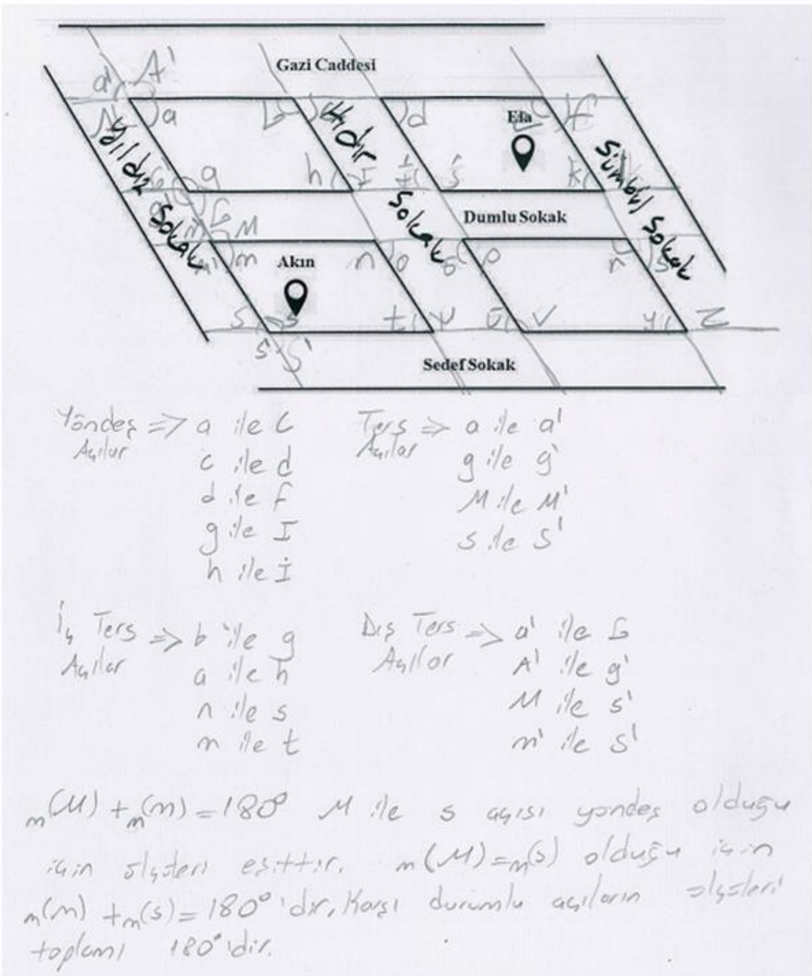
OMÖ: *Kesme işlemi çokgenin ağırlık merkezinden olduğu müddetçe ayrılan parçaların alanları birbirine eşittir. Ayrılan parçaların alanları değişmez.*

A: *Problem Durumu-XI için de aynı genellemeye varmışsınız.*

OMÖ: *Evet. Aynı şekilde kesme işlemlerinin düzgün altıgenin ağırlık merkezinde kesiştiğini fark ettim. Aynı şekilde buna da ağırlık merkezi bir nokta ve bir noktadan sonsuz doğru geçiyor dedim. Ve genellememi yaptım.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-X/XI'in çözüm sürecinde modeller üstünde kesme işlemlerini çizmesi keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının ''Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi'' göstergesidir. Modeller üstünde farklı kesme işlemlerinin her uygulanışında elde edilecek iki şeklin alanının aynı olduğu düşünce göstergesi ile değişmezleri araştırma, eş iki parçaya ayrılan şekillerin karşılıklı açı ve kenarların eşitliğinden yararlanarak çokgenlerin alanlarının eş olduğunu ilişkilendirmesi ve dikdörtgen ile düzgün altıgenin ağırlık merkezinden geçen sonsuz doğru olduğundan ötürü sonsuz sayıda eş iki parçaya ayrılır şeklinde genellemeye ulaşması da geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergesidir.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XII'ye yönelik cevabı Şekil 4.3'te verilmiştir.



Şekil 4.3. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XII'ye yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.3'teki Problem Durumu-XII'nin çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

OMÖ: *Önce kroki üzerinde yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açıları göstermek için çizimler yaptım.*

A: *Açıların eşliğini ek çizimlerden sonra mı düşündünüz?*

OMÖ: *Evet. Sonra şekil üstünde açıları harflendirdim. Daha sonra da yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açıların eşitliklerini yazdım.*

A: *Karşı durumlu açıların ölçüleri ile ilgili genellemeye nasıl ulaştınız?*

OMÖ: *M açısı ile m açısı bütünler açılardır. M açısı ile de s açısı yöndeş açı oldukları için ölçüleri eşittir. Buradan karşı durumlu m açısı ile s açısının ölçüleri toplamı 180^o* dir.

A: *Peki. Paralel olan doğrular arasındaki mesafe artsa ya da azalsa açıların eşliğinde ve karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının 180^o genellemesinde bir değişiklik olur mu?*

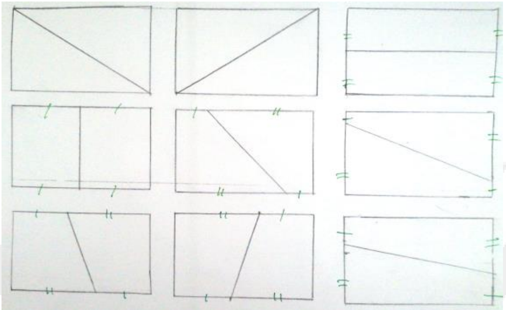
OMÖ: *Paralel doğruları kesen doğrunun açısı değişmediği müddetçe açıların eşitliğinde değişiklik olmaz. Ayrıca paralel iki doğru arasındaki paralellik korunduğu müddetçe de karşı durumlu açıların ölçüleri toplamı yine 180^o olacaktır.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XII'nin çözüm sürecinde kroki üzerinde açıların eşliğini göstermek için ek çizimler yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme, paralel doğruların kesenlerle oluşturduğu açıların eşliğini ilişkilendirerek yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açıları belirlemesi, paralel iki doğrunun arasındaki mesafenin artması/azalması açıların eşliğinde bir değişikliğe neden olmayacağını görüşme esnasında ifade etmesi değişmezleri araştırma, bütünler olan iki açıdan birinin yöndeşi ile diğer açının karşı durumlu olduğunu ve karşı durumlu açıların bütünler yani ölçüleri toplamının daima 180^o olduğunu göstermesi geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergesidir.

4.2.1.2. *Birinci uygulama haftasında 7. sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular*

Problem Durumu-X'un çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 2 öğrenci dikdörtgenin kenarlarının orta noktalarından kesme işlemi ile alanları iki eş parçaya ayrılabileceğini ilişkilendirmiş, 3 öğrenci kenarların orta noktalarına ek olarak köşegenlerinden kesilerek de modelin iki eş parça ayrılabileceğini ilişkilendirmiş, 19 öğrenci kenarların orta noktaları ile köşegenleri boyunca kesim işlemlerine ek olarak yamuksal şekillerde de kesilirse iki eş parçaya ayrılabileceğini ilişkilendirmiş ve 5 öğrenci sonsuz sayıda kesme işlemi ile iki eş parçaya ayrılabileceğine dair genellemeye ulaşmıştır. Her bir öğrenci dikdörtgen içinde kesme işlemleri için ek çizimleri ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını, eş iki parçaya ayrılan parçaların alanlarının değişmediğini göstermesi ile de değişmezleri araştırma alışkanlığını göstermişlerdir. 5 öğrenci de zihnin geometrik alışkanlıklarını etkili bir şekilde kullanarak doğru çözüme ulaşmıştır.

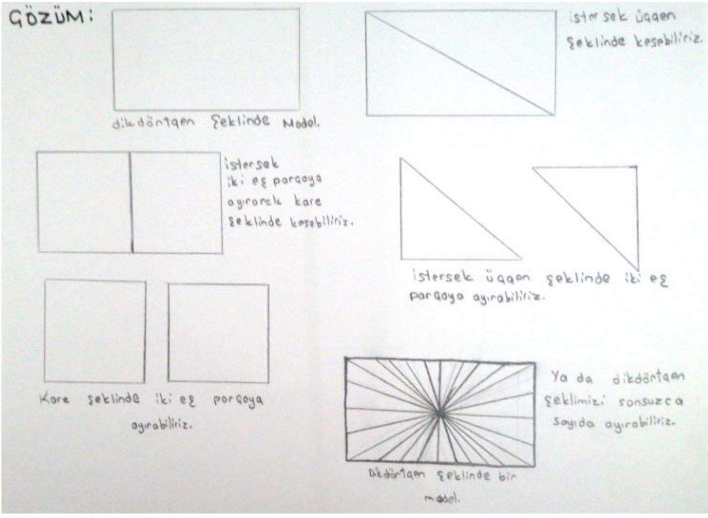
Problem Durumu-X'da kenarların orta noktaları ve köşegenleri boyunca kesim işlemlerine ek olarak yamuksal şekillerde de kesilirse iki eş parçaya ayrılabileceğini ilişkilendirmiş öğrencilerden birisi olan Ö14 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.4'te verilmiştir.



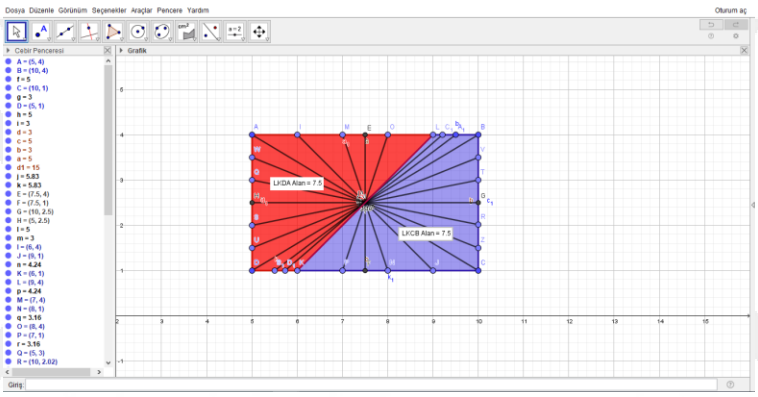
Şekil 4.4. Ö14 kodlu öğrencinin Problem Durumu-X'a yönelik cevabı.

Ö14 kodlu öğrenci çözüm sürecinde dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarının orta noktalarını, köşegenleri boyunca ve yamuksal şekillerde iki eş parçaya ayrılabileceğini ilişkilendirebilmiş, iki eş parçaya ayırma işlemi için ek çizim yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı ve ayrılan parçaların alanlarının eşliği ile de değişmezleri araştırma alışkanlığını göstermiştir. Ama ilişkilendirme, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlıklarını ileri düzeyde kullanamadığı için geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını gösterememiştir.

Problem Durumu-X'da dikdörtgensel modelin sonsuz sayıda eş iki parçaya ayrılabileceğini gösteren Ö24 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.5'te verilmiştir. Öğrencinin yaptığı çözümü destekleyerek dinamik düşünmelerini aktif hale getirmek adına problemin GeoGebra programındaki çözümü sınıfla paylaşılmıştır. GeoGebra programında dikdörtgenin içinde eş iki parçaya yamuksal şekilde ayrılabileceğini ve bu işlemin sonsuza kadar süreceğine dair cevap kesiti Şekil 4.6'da verilmiştir.



Şekil 4.5. Ö24 kodlu öğrencinin Problem Durumu-X'a yönelik cevabı.



Şekil 4.6. Problem Durumu-X'un GeoGebra programı kullanılarak yapılan cevap kesiti.

Ö24 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Problemi nasıl çözdüğünü anlatabilir misin?*

Ö24: *Dikdörtgen şeklinde model varmış. Dikdörtgen şeklinde bir model çizdim. Uzun kenarların orta noktalarını birleştirince iki eş parçaya ayrıldı. Daha sonra köşegenleri boyunca kesilince iki eş parçaya ayrıldığını gördüm. Daha sonra da bir tane dikdörtgen modeli üstünde çizimleri yapayım dedim. Aklıma A4 kağıdında keserek yapmak geldi. Yamuksal şekilde de iki eş parçaya ayrılabileceğini keserek denedim oldu.*

A: *Peki. Her bir ayırdığın parçaların alanları hakkında ne diyebilirsin?*

Ö24: *Dikdörtgeni iki parçaya ayırdığımızda alanları da iki eş alana ayrılıyor. Eş iki parçaya bölünüyor yani.*

A: *Her bir kesme işleminde de alanları eşit mi olur yoksa alanları farklı olabilir mi?*

Ö24: *Alanları her zaman değişmez iki eş parçaya ayrılıyor.*

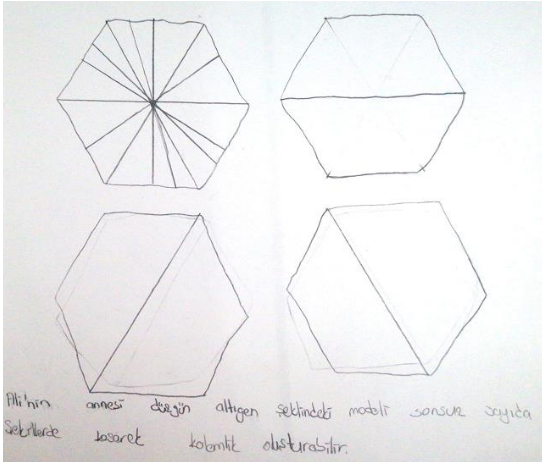
A: *Sonsuz sayıda eş iki parçaya ayrılabileceğini ifade etmişsin. Bu sonuca nasıl ulaştın?*

Ö24: *Her zaman iki eş parçaya ayrılacak iki nokta bulunabildiği için sonsuza kadar bu işlem devam edebilir diye düşündüm.*

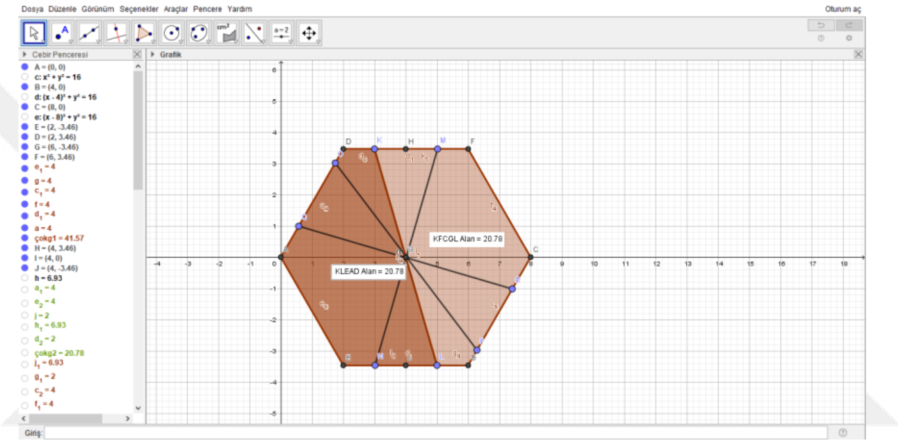
Ö24 kodlu öğrenci çözüm sürecinde dikdörtgenin kısa kenarının orta noktasını, köşegenleri boyunca ve yamuksal şekilde iki eş parçaya ayırması ‘‘Geometrik şekil içinde alt şekiller oluşturarak ilişkilendirmesi’’ alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, iki eş parçaya ayırma işlemi için ek çizimler yapması ‘‘Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi’’ alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, ayrılan parçaların alanlarının eşliği ile değişmezleri araştırma, sonsuz sayıda eş iki parçaya ayrıldığına ulaşması ‘‘Çözümle ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi’’ ile de geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde göstermiştir.

İlk haftanın uygulama sürecinde yer alan diğer Problem Durumu-XI’de öğrencilerin 6’sı düzgün altıgen şeklindeki modelin karşılıklı kenarların orta noktalarını birleştirerek eş iki parçaya ayrılabileceğini ilişkilendirerek kesme şekillerini çizip keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını göstermiş, kesme şekilleri ile alanların eşliğini göstermeleri değişmezleri araştırma, buna ek 15 öğrenci yamuksal şekillerde kesme işlemi ile de iki eş parçaya ayrılabileceğini ilişkilendirerek yamuksal eş şekillerde eş iki parçaya ayrılabileceğini ve 5 öğrencide düzgün altıgen şeklindeki modeli eş iki parçaya sonsuz sayıda ayrılabileceğini göstererek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermiştir. Yani 5 öğrenci zihnin geometrik alışkanlıklarını etkili bir şekilde kullanarak doğru çözüme ulaşmıştır.

Problem Durumu-XI’de düzgün altıgen modelinin sonsuz sayıda eş iki parçaya ayrılabileceğini gösteren Ö12 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.7’de verilmiştir. Ö12 kodlu öğrencinin yaptığı çözümü desteklemek için GeoGebra programında düzgün altıgeni eş iki parçaya ayrılabileceğini ve bu işlemin sonsuz sayıda olduğuna dair cevap kesiti Şekil 4.8’de yer almaktadır.



Şekil 4.7. Ö12 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XI'e yönelik cevabı.



Şekil 4.8. Problem Durumu-XI'in GeoGebra programı kullanılarak yapılan cevap kesiti.

Ö12 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

Ö12: *Önce dört tane altıgen çizdim. Sonra köşegenleri boyunca kesince iki eş parçaya ayrılacağını düşündüm. Hım.(Düşünüyor).*

A: *Sence iki parçaya ayırdığında alanları arasındaki ilişki ne olur?*

Ö12: *Hep altıgenin alanının yarısı olur.*

A: *Sonsuz sayıda kesme işlemi ile kalemlik oluşturabileceğini nasıl buldun?*

Ö12: *Sonra köşegenleri ve karşılıklı kenarların orta noktalarını birleştirince şeklin içinde bir noktada kesiştiğini ilk altıgende çizerek gördüm. Tek noktadan sonsuz sayıda doğru geçeceğine göre dedim, sonsuz sayıda da eş iki parçaya ayrılır sonucuna vardım.*

A: *Peki. Bu çözümünle zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö12: *Genelleme miydi?*

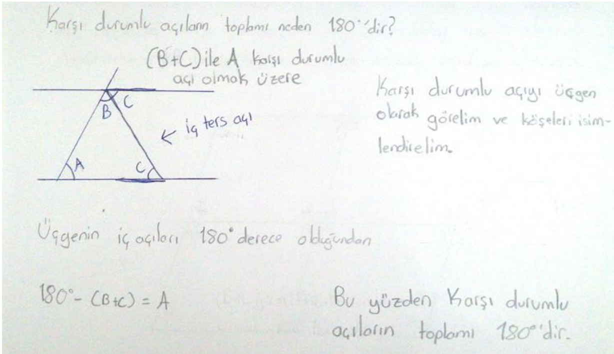
A: *Evet, bu çözümünle geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını kullandın. Buradaki örnek durum ile çözüme uygun özel durumun ötesini gördün.*

Ö12 kodlu öğrenci çözüm sürecinde önce düzgün altıgenin köşegenleri boyunca sonra karşılıklı kenarların orta noktalarını birleştirince ve yamuksal şekilde eş iki parçaya ayırmasının yanında bir noktadan sonsuz doğru ile eş alanlara ayırabileceğini ilişkilendirmiş, eş iki parçaya ayırma işlemi için ek çizimler yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme, ayırdığı parçaların alanlarının eşliği ile değişmezleri araştırma ve sonsuz sayıda eş iki parçaya ayrılabileceğine ulaşması ile de geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermiştir.

Öğrencilerin çoğunluğu ilk haftadaki Problem Durumları-X/XI'in çözümünde keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının göstergesi olan ''Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi'', geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergesi olan ''Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görme'', ''Nasıl bir genelleme oluşturacağını bilmeden başka çözümlerin de olabileceğini sezgisel olarak çözüm yapma'' alışkanlıklarını başarılı bir şekilde sergileyememişlerdir.

İlk haftanın uygulama sürecinde yer alan diğer Problem Durumu-XII'de öğrencilerin 6'sı boş kağıt ve anlamsız ifadeler kullanmış, 6'sı kroki üzerinde ek çizimler yaparak keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı göstermiş, yöndeş açıların eşliğini ilişkilendirmiş fakat ters, iç ters ve dış ters açıları yanlış ilişkilendirmiş, 1'i yöndeş ve iç ters açıları doğru ilişkilendirmiş fakat ters ve dış ters açıları yanlış ilişkilendirmiş, sadece 1'i dış ters açıları yanlış ilişkilendirmiş, 5'i yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açıları doğru ilişkilendirmiş, 6'sı açıların eşliğini doğru ilişkilendirerek karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının nedenini belirtmeden 180^o'ye eşit olduğunu ve 4 öğrencinin 2'si karşı durumlu açılardan birinin iç ters açısı ile diğer karşı durumlu açının bütünler olduğunu, 1'i de karşı durumlu açıdan birinin yöndeşi ile diğer açının bütünler olduğunu ve 1 öğrenci de karşı durumlu açıları üçgenin iç açılarında toplayarak ölçüleri toplamının 180^o olduğu genellemesine ulaşmıştır. Yani karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının nedenini belirterek sadece 4 öğrenci geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermiştir.

Problem Durumu-XII'nin çözümünde karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının üçgenin iç açıları ölçüleri toplamı şeklinde ilişkilendirerek genellemeye ulaşan Ö9 kodlu öğrencinin sadece bu kısımlık cevabı Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. Ö9 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XII'ye yönelik cevabı.

Ö9 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Problemin çözümünde karşı durumlu açıların ölçüleri toplamını nasıl genelledin?*

Ö9: *Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan (B+C) açısı ile A açısını karşı durumlu açılar olarak kabul ettim. (B+C) açısını, B açısı ile C açısı olmak üzere bir doğru parçası ile ayırdım. C açısının iç ters açısı ile eşliğini yazdım. Karşı durumlu açılar bir üçgenin iç açıları oldu. Üçgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180^o olduğuna göre de, karşı durumlu açıların ölçüleri toplamı da 180^o olur.*

A: *Peki. Burada zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını kullandın?*

Ö9: *Bu kısımda iç ters açıların eşliği ile ilişkilendirme, (B+C) açısını B açısı ve C açısı olarak ayırmak için doğru çizerek keşif ve yansıtmayı dengeleme ve karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının 180^o olduğunu ispatlamam geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı olmalı.*

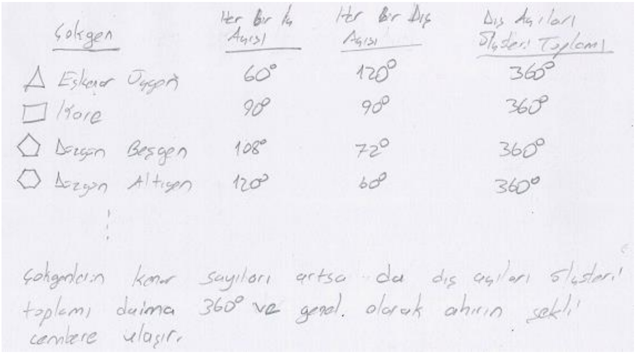
A: *Evet. Cevabın için teşekkürler.*

Araştırmanın ilk uygulama haftasındaki problem durumlarının çözüm süreçlerine dair alan notlarında ön planda öğrencilerin daha önce böyle problemleri görmediklerini, problemlerin zor olduğunu ve uğraşmak istemediklerini gözlemlenmiştir. Araştırmacı, öğrencileri problem durumlarını çözebilecekleri konusunda cesaretlendirerek çeşitli yönlendirmelerde de bulunmuştur. Problemleri çözen öğrencilere söz hakkı verilmiş, çözümlerini diğer arkadaşları ile paylaşması konusunda yüreklendirilmiştir. Problem durumlarının çözümlerinin ardından problemlerin zor olmadığını, bireyin yeterince problem durumuna kendini vererek düşünmediğini ve çaba da sarf etmek istemediği kanaatine varılmıştır. Öğrenciler problem durumlarının çözülmesinin vakitlerini aldığını ancak çözüm sürecinin kendileri için anlamlı olduğunu ifade etmişlerdir.

İkinci uygulama haftasında 2 problem durumuna cevap istenmiştir. Problem Durumu-XIII'te düzgün çokgenlerin dış açılarını belirleyip, dış açılarının ölçüleri toplamının 360^{o} olduğunun genel ifadesine varması ve düzgün çokgenlerin artan kenar sayısı ile de hangi geometrik şekle ulaşılacağını belirlemesi beklenmektedir. Problem Durumu-XIII'te eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen, … çokgenlerinin iç ve dış açılarını düzenli olarak çizim yaparak bulması keşif ve yansıtmayı dengeleme, kenar sayıları ile iç ve dış açılarını ilişkilendirmesi, her bir düzgün çokgende dış açıları ölçüleri toplamının değişmediğini ve 360^{o}'ye eşit olduğunu belirlemesi değişmezleri araştırma, düzgün çokgenlerin artan kenar sayılarına göre tam bir çözüm kümesi aranılarak geometrik şeklin çember/daireye yaklaşılacağına ulaşılması ise geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergesidir. Problem Durumu-XIV'te çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı için genel bir ifade belirlemesi beklenmektedir. İkinci problem durumunda çokgenin kenar sayısı ile çokgenin bir köşesinden çizilecek doğru parçasıyla oluşacak üçgen sayısını ilişkilendirme, çokgende bir köşeden çizilecek köşegenler ile çokgen içinde oluşacak üçgenleri çizimler yaparak göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler ile oluşan her bir üçgenin iç açıları ölçüleri toplamında 180^{o}'yi kullanarak çokgenlerin iç açıları toplamında çokgen içinde oluşan üçgen sayısı ile 180^{o} sabit çarpanını kullanması değişmezleri araştırma, çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamı için kenar sayısının 2 eksiğinin 180^{o} katı olduğu genel kuralına ulaşması ile de geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermesi beklenmektedir.

4.2.2.1. *İkinci uygulama haftasında ortaokul matematik öğretmeninden elde edilen bulgular*

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIII'e yönelik cevabı Şekil 4.10'da verilmiştir.



Çokgen	Her bir İç Açısı	Her Bir Dış Açısı	Dış Açıları Ölçüleri Toplamı
Eşkenar Üçgen	60°	120°	360°
Kare	90°	90°	360°
Düzgün Beşgen	108°	72°	360°
Düzgün Altıgen	120°	60°	360°
⋮			

çokgenlerin kenar sayıları artsa da dış açıları ölçüleri toplamı daima 360° ve genel. olarak ahırın şekli çembere ulaşır.

Şekil 4.10. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIII'e yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.10'daki Problem Durumu-XIII'ün çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir.

A: *Hocam. Problem Durumu-XIII'ü nasıl çözdüğünüzü anlatabilir misiniz?*

OMÖ: *Tabi ki. Tablo oluşturarak genellemeye varabileceğime karar verdim. Eşkenar üçgenin her bir iç açısı 60^o idi o zaman her bir dış açısı 120^o dir. Buradan, eşkenar üçgenin dış açıları ölçüleri toplamı 360^o dir Karenin her bir iç ve dış açıları 90^o dir. Karenin dört kenarının dış açıları toplamı da 360^o olur. Düzgün beşgenin de her bir iç açısı 108^o iken her bir dış açısı 72^o dir. Düzgün beşgeninde dış açıları ölçüleri toplamı da 360^o olur. Düzgün altıgeninde her bir iç açısı 120^o iken her bir dış açısı 60^o dir. Düzgün altıgende 6 tane dış açı olduğuna göre, dış açıları ölçüleri toplamı da 360^o olur. Kenar sayısı artsa da dış açıları ölçüleri toplamı daima 360^o dir ve Hakan'ın ahırının ulaşacağı geometrik şekil ise çemberdir.*

A: *Peki Hocam. Düzgün çokgenlerin artan kenar sayısına göre iç ve dış açıları ölçüleri göstermeniz hangi alışkanlığın göstergesidir?*

OMÖ: *Şey değil mi? İlişkilendirme.*

A: *Evet Hocam. Düzgün çokgenin artan kenar sayısı ile iç ve dış açıları belirlemeniz kenar sayısı ile iç ve dış açıları ilişkilendirdiğinizin göstergesidir.*

A: *Düzgün çokgenlerin dış açıları ölçüleri toplamı daima 360^o olduğunu göstermeniz hangi alışkanlığın göstergesidir?*

OMÖ: *Dış açıları ölçüleri toplamı değişmediğine göre değişmezleri araştırma alışkanlığı olmalı.*

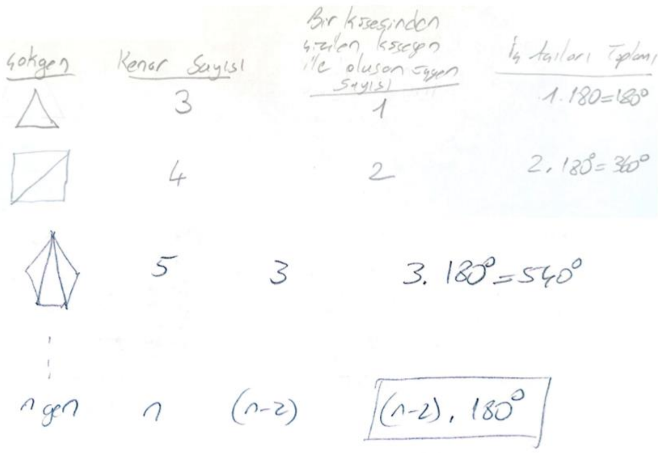
A: *Hakan'ın ahırının geometrik şeklinin çembere ulaşacağına dair düşünceniz hangi ZGA'nın göstergesidir peki?*

OMÖ: *Genellemeye ulaştığıma göre genelleme olmalı. Ve problem durumları günlük hayatla ilintili olması çok güzel.*

A: *Teşekkür ederim Hocam.*

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIII'ün çözüm sürecinde ilişkilendirme alışkanlığının göstergesi olan bağımsız şekiller arasındaki ilişkilere odaklandıklarında ''İki veya daha fazla geometrik şekli karşılaştırma yoluyla bazı ortak özelliklerini ilişkilendirme'' alışkanlığını başarılı bir şekilde kullandığını söylemek mümkündür. Düzgün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamının 360^o olduğunu belirlemesi değişmezleri araştırma, ahırın artan kenar sayısına göre geometrik şeklinin çember olduğuna dair düşüncesi de geometri fikirleri genelleme alışkanlığının göstergesi olan bilinen durumlardan yola çıkarak çözüm bulmaya çalıştıklarında ''Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alması'' alışkanlık göstergesini başarılı bir şekilde kullanmıştır. Bunun ile birlikte hem problem durumunun çözümünün yapıldığı esnada hem de yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede ortaokul matematik öğretmeni, problemlerin günlük hayatla ilintili olmasının anlamlı olduğunu ifade etmiştir.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIV'e yönelik cevabı Şekil 4.11'de verilmiştir.



Şekil 4.11. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIV'e yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.11'deki Problem Durumu-XIV'ün çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir.

A: *Çokgenlerin bir köşesinden köşegenleri çizme amacınız nedir hocam?*

OMÖ: *Çokgenin kenar sayısı ile bir köşeden çizilen köşegenin çokgen içinde oluşturacağı üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için.*

A: *Bu aşamada zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını kullandınız hocam.*

OMÖ: *Çokgen içinde köşegenleri çizmem çokgen içinde üçgen sayısını bulmamı sağladığı için keşfetme, kenar sayısı ile üçgen sayılarını ilişkilendirerek çokgenin iç açıları ölçüleri toplamını bulmaya çalışmam ilişkilendirme alışkanlığı olmalı diye düşünüyorum.*

A: *Evet hocam. Peki. Çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamında neden 180^o çarpanını kullandınız?*

OMÖ: *Çokgen içinde oluşan her bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı daima 180^o olmasından dolayı.*

A: *Çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının genel ifadesine nasıl ulaştınız hocam?*

OMÖ*: Çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler ile çokgen içinde kenar sayısının 2 eksiği kadar üçgen oluştu, her bir üçgenin iç açıları ölçüleri toplamı da 180^o olduğundan kenar sayısının 2 eksiğini 180^o ile çarptım. Buradan çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamı için genel ifadenin n kenarlı bir çokgende $(n-2).180^o$ olmalı.*

A: *Son iki adımda hangi alışkanlıkları sergilediniz?*

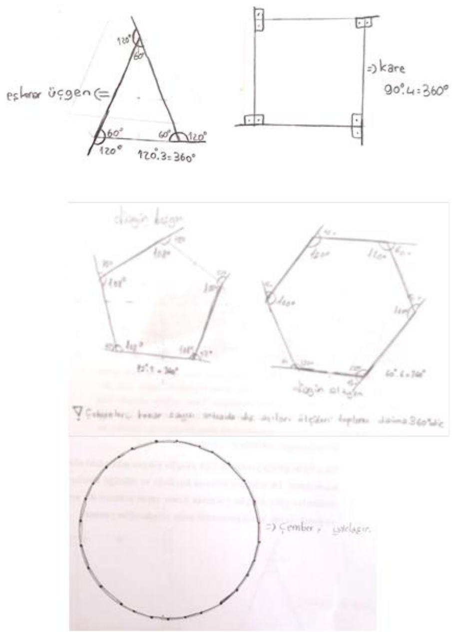
OMÖ: *180^o çarpanını kullanmam değişmezleri araştırma olmalı sabit çarpan bir sayı kullandım, genel ifadenin kuralını bulmada da genelleme alışkanlığını göstermiş oldum.*

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIV'ün çözüm sürecinde çokgenin kenar sayısı ile çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısını arasındaki örüntüyü fark etmesi ''Geometrik şekil içinde alt şekiller oluşturarak ilişkilendirmesi'' alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, çokgenlerde köşegenlerin çizilmesi ve üçgen sayılarının belirlenmesi ''Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi'' alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamında 180^o çarpanını kullanması ''Bir takım işlemlerin etkilerini gözlemleyerek değişen/değişmeyen ortak özelliklerin aranması'' alışkanlık göstergesi ile değişmezleri araştırma ve çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı için kenar sayısının 2 eksiğinin 180^o katı olduğuna ulaşması ''Herhangi bir geometrik yapı için geçerli olan genel bir kuralın olduğunu fark etmesi'' alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde göstermiştir.

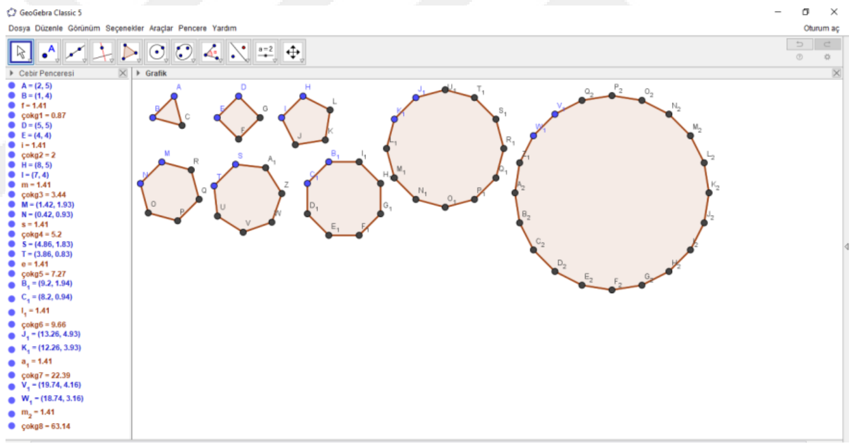
4.2.2.2. *İkinci uygulama haftasında 7. sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular*

Problem Durumu-XIII'ün çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 2 öğrenci problemle alakalı olmayan cevaplar vermiş, 4 öğrenci eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgen çizip iç ve dış açılarını belirleyerek çokgenlerin iç ve dış açılarının ölçülerini çizim yaparak elde etmesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını, çokgenlerin kenar sayıları ile iç ve dış açılarını belirlemesi ilişkilendirme alışkanlığını, 1 öğrenci çokgenlerin dış açılarını şekil üstünde iç açı olarak göstermiş fakat dış açıları ölçüleri toplamını 360^o olarak değişmediğini, 13 öğrenci çokgenlerin şekillerini çizerek iç ve dış açılarını doğru bir şekilde gösterip dış açılarının ölçüleri toplamının daima 360^o olarak değişmediğini ve 9 öğrenci de artan kenar sayısına göre oluşacak geometrik şeklin 5'i çembere 4'ü de daireye ulaşacağını göstererek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermiştir. 20 öğrencinin artan kenar sayısı göre ahırın geometrik şeklinin çember/daire olduğunu gösteremediği görülmüştür. Bu da ''Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alması'' ile ''Bazı örnekler için çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi'' alışkanlıklarını başarılı bir şekilde kullanamadıkları görülmektedir.

İkinci haftadaki Problem Durumu-XIII'te geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını kullanarak doğru cevaba ulaşan düzgün çokgenlerin şekillerini çizip iç ve dış açılarını, dış açıları ölçüleri toplamının 360^o olduğunu ve artan kenar sayısına göre çembere yaklaşacağı yanıtını veren Ö20 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.12'de verilmiştir. Öğrencinin yaptığı çözümü destekleyerek dinamik düşünmelerini aktif hale getirmek adına problemin GeoGebra programındaki çözümü sınıfla paylaşılmıştır. GeoGebra programında artan kenar sayısına göre hangi geometrik şekle yaklaşacağına yönelik cevap kesiti Şekil 4.13'de yer almaktadır.



Şekil 4.12. Ö20 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XIII'e yönelik cevabı.



Şekil 4.13. Problem Durumu-XIII'ün GeoGebra programı kullanılarak yapılan cevap kesiti.

Ö20 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?*

Ö20: *Hocam. Eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgeni çizdim. Sonra üçgenin iç açıları ölçüleri toplamı* 180^o *ve eşkenar üçgenin her bir iç açısı eşit ölçüde olduğu için* 180^o*'yi 3'e böldüm. Her bir iç açıyı* 60^o *buldum. Her bir dış açının da ölçüsünü de bütünleri olan* 120^o *olarak yazdım. Sonra eşkenar üçgenin dış açıları ölçüleri toplamını* $3.120^o=360^o$ *elde ettim. Karenin iç açıları ölçüleri toplamı da* 360^o*'ydi. Onu da 4'e böldüm her bir iç ve dış açıyı* 90^o*'den karenin de dış açıları ölçüleri toplamını da* 360^o *buldum.*

A: *Düzgün beşgen ve altıgen içinde çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamından yola çıkarak iç ve dış açılarını mı belirledin?*

Ö20: *Evet.*

A: *Peki. Çokgenin artan kenar sayısına göre hangi geometrik şekle yaklaştığını nasıl belirledin?*

Ö20: *Hocam. Çokgende kenar sayısı arttıkça köşeler birbirine yaklaştığı için çembere ulaşılabileceğini fark ettim.*

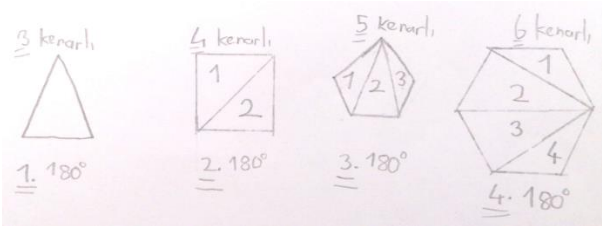
A: *Geometrik şeklin çember olduğunu belirlemen zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandığını gösterir?*

Ö20: *Genellemeye ulaştığıma göre genelleme alışkanlığı galiba.*

Ö20 kodlu öğrencinin çözümü incelendiğinde ‘‘Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alması’’, ‘‘Bazı örnekler için çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi’’ alışkanlık göstergesi ile genellemeye ulaştığını ve geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde kullandığı görülmektedir.

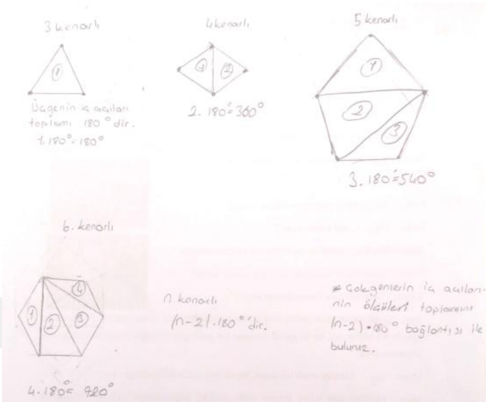
Problem Durumu-XIV’ün çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 1 öğrenci problemi cevaplamamış, 7 öğrenci çokgenin kenar sayısı ile çokgenin bir köşesinden çizilecek doğru parçasıyla oluşacak üçgen sayısını ilişkilendirmiş, çokgende bir köşeden çizilecek köşegenler ile çokgen içinde oluşacak üçgenleri çizimleriyle göstererek keşif ve yansıtmayı dengeleme, her bir üçgen için iç açıları ölçüleri toplamında 180^o çarpanını kullanarak değişmezleri araştırma ve 21 öğrencide çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamı için genel kuralın kenar sayısının 2 eksiğinin 180^o katı olduğunu göstererek geometrik fikirleri genelleme alışkanlıklarını sergilemişlerdir.

İkinci haftadaki Problem Durumu-XIV’te çokgenin kenar sayısı ile çokgenin bir köşesinden oluşacak üçgen sayısını ilişkilendirme, çokgende bir köşeden çizilecek köşegenler ile çokgen içinde oluşacak üçgenleri çizimleriyle göstererek keşif ve yansıtmayı dengeleme ve çokgenin iç açıları ölçüleri toplamında 180^o çarpanını kullanarak değişmezleri araştırma alışkanlığını gösteren ancak çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamı için genel ifadeye ulaşamayan Ö11 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.14’de verilmiştir.



Şekil 4.14. Ö11 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XIV’e yönelik cevabı.

Problem Durumu-XIV’te çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının genel ifadesine ulaşan Ö21 kodlu öğrencinin cevabı ise Şekil 4.15’te verilmiştir.



Şekil 4.15. Ö21 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XIV’e yönelik cevabı.

Ö21 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının genel ifadesine nasıl ulaştığını açıklayabilir misin?*

Ö21: *Problemde üçgenin iç açıları ölçüleri toplamının 180º olduğu verilmiş. Dörtgenin bir köşesinden çizilen köşegen ile 2 tane üçgen, beşgende 3 tane ve altıgende 4 tane üçgen oluştu.*

A: *Çokgenlerin iç açıları toplamına nasıl ulaştın?*

Ö21: *Kenar sayısının 2 eksiği kadar çokgenin içinde üçgen oluştuğunu gördüm. n kenarlı çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen ile de (n-2) tane üçgen oluşacağını düşündüm. Sonra da iç açılarının ölçüleri toplamını üçgen sayısı ile 180º’yi çarparak elde ettim. Yani çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamını (n-2).180º formülü ile* bulunur.

A: *Hangi alışkanlıkları kullandığın?*

Ö21: *Çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının genel ifadesini bulduğum için genelleme alışkanlığı kullandım.*

A: *Kenar sayısı ile üçgen sayısı arasında ilişkilendirme, üçgen sayısı ile sabit 180^o çarpanını kullanman değişmezleri araştırma, çokgenin bir köşesinden olaşacak üçgen sayısını elde etmek için köşegenler çizmen ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını gösterdin.*

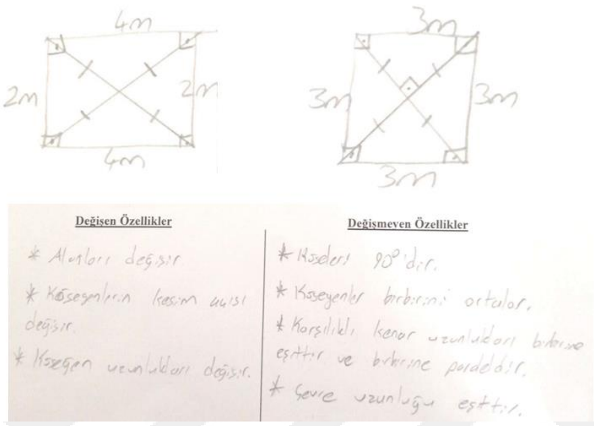
Ö21 kodlu öğrencinin çözümü incelendiğinde ‘‘Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi’’ alışkanlığı ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, ‘‘Daha geniş kapsamlı bağlamda problemdeki kuralı belirlemesi’’ alışkanlığı ile geometrik fikirleri genellemeyi başarılı bir şekilde kullandığı görülmektedir.

Üçüncü uygulama haftasında 4 problem durumuna cevap istenmiştir. Problem Durumu-XV/XVIII’de dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgeni tanıması, kenar, açı ve köşegenlerinin özelliklerini belirleyerek alanla ilgili problemlerdeki değişen/değişmeyen özellikleri belirlemeleri beklenmektedir. Problem Durumu-XVI/XVII’de paralelkenar, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgeni tanıması, kenar, açı ve köşegenlerinin özelliklerini belirleyerek eşit çevre uzunluğundaki özel dörtgenlerin alanları arasında bir genellemeye varmaları beklenmektedir.

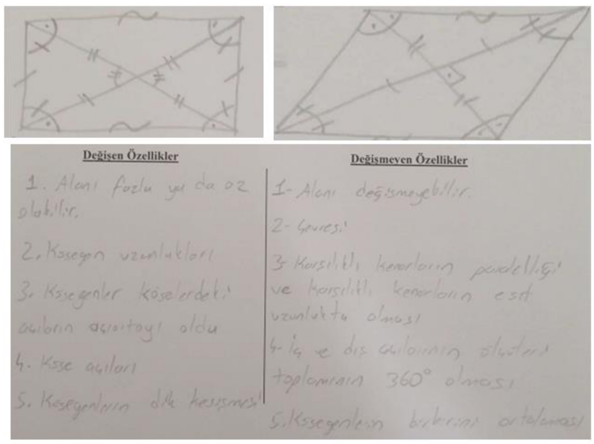
Üçüncü uygulama haftası sürecindeki Problem Durumu-XV/XVIII’de özel dörtgenlerin şeklini çizerek köşegenlerin kesişimi, köşe açılarının durumunu göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, eşit çevre uzunluğunda özel dörtgenler ile alanları arasındaki durumu ilişkilendirme, problem durumlarındaki sonraki özel dörtgenin önceki özel dörtgene göre değişen/değişmeyen özellikleri belirlemesi ile değişmezleri araştırma ve özel dörtgenlerin alanları arasındaki değişimden yola çıkarak dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki karenin alanı, dikdörtgenin alanından fazla, eşit veya daha az olduğu ile dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki eşkenar dörtgenin alanı, dikdörtgenin alanından fazla, eşit veya daha az olabileceğine dair geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermesi beklenmektedir. Problem Durumu-XVI’da değişen/değişmeyen özellikleri belirlemeye yönelik çözüme ek olarak eşkenar dörtgenin köşe açısının dik açı olması durumunda, eşkenar dörtgen olma özelliğini koruyacağından eşit kenar uzunluğundaki eşkenar dörtgenin alanının, karenin alanına eşit veya daha az olacağına dair genellemeye ulaşmaları beklenmektedir. Problem Durumu-XVII’da değişen/değişmeyen özellikleri belirlemeye yönelik çözüme ek olarak paralelkenarın köşe açısının dik açı olması durumunda, paralelkenar olma özelliğini koruyacağından dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanının, dikdörtgenin alanına eşit veya daha az olacağına dair genellemeye ulaşmaları beklenmektedir.

4.2.3.1. *Üçüncü uygulama haftasında ortaokul matematik öğretmeninden elde edilen bulgular*

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XV/XVIII'e yönelik cevapları Şekil 4.16 ve Şekil 4.17'de verilmiştir.



Şekil 4.16. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XV'e yönelik çözümü.



Şekil 4.17. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XVIII'e yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeniyle Şekil 4.16 ile Şekil 4.17'deki Problem Durumu-XV/XVIII'in çözümlerine dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerin kesiti aşağıda verilmiştir.

A: *Problem Durumları-XV/XVIII'i nasıl çözdüğünüzü anlatabilir misiniz?*

OMÖ: *Pazar tezgahı probleminde dikdörtgen ve dikdörtgenin çevresine eşit uzunlukta bir kare çizdim. Şekil üstünde dikdörtgenin ve karenin özelliklerini çizerek gösterdim. Kare* *tezgahta olup dikdörtgen tezgahta olmayan özellikleri değişen, her ikisinde de olan özellikleri değişmeyen özellikler olarak yazdım.*

A: *Değişen özelliklerde alanları değişir demişsiniz. Peki kare tezgahın alanı, dikdörtgen tezgahın alanına göre artar mı azalır mı?*

OMÖ: *Örnek şekil çizimime göre artar olduğunu düşünüyorum.*

A: *Peki Hocam. Alanları eşit olabilir mi?*

OMÖ: *Şimdi kare özel bir dikdörtgen ise dikdörtgenin dört kenarı da birbirine eşit olsa. Yine dikdörtgendir diyebiliriz. Buradan da alanları da eşit çıkabilir.*

A: *Buradan yola çıkarak acaba dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki karenin alanı ile dikdörtgenin alanı arasında bir genellemeye varabilir miyiz?*

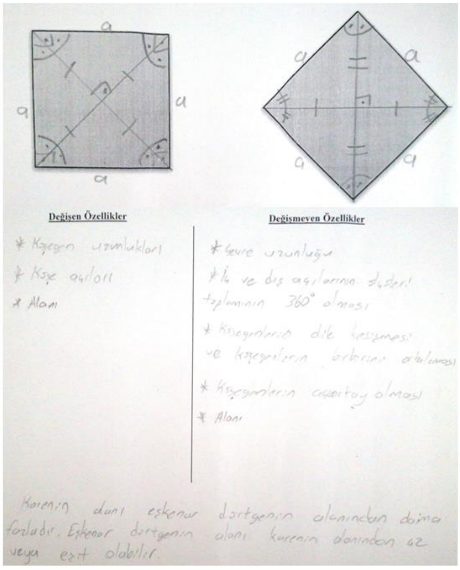
OMÖ: *Şimdi karenin alanı, dikdörtgenin alanına eşit veya fazla çıktı. Acaba karenin alanı dikdörtgenin alanından az da çıkabilir mi? Bunu net cevaplayamayacağım. Yani genellemeye varamayacağım.*

A: *Arazi probleminde değişen/değişmeyen özelliklere alanları değişmeyebilir, fazla ya da az olabilir şeklinde açıklama yapmışsınız. Burada da bir genellemeye varılabilir mi?*

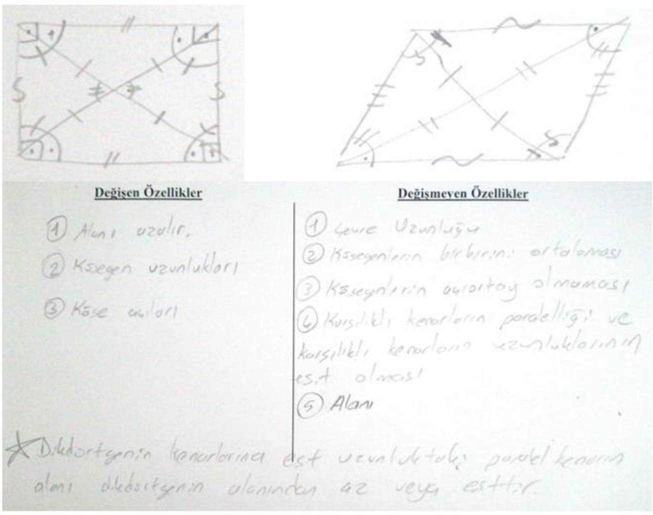
OMÖ: Evet. Burada dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki eşkenar dörtgenin alanı, dikdörtgenin alanından fazla, az veya eşit olabilir şeklinde genellemeye varabildim.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XV/XVIII'in çözüm sürecinde dikdörtgen ve kare tezgah ile dikdörtgen ve paralelkenar şeklinde arazi modeli çizmesi ve model şekiller üstünde yapılan değişikliklerin özelliklerini çizerek göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, Problem Durumu-XVIII'de köşegenlerin birbirini ortalaması, değişim sonunca köşe açılarının açıortay doğrular olmasıyla köşelerin açıortay doğrusu ile köşe açılarını ilişkilendirmiş, her iki problem durumunda sonraki şekilde olup ilk şekilde olmayan özellikleri değişen, her ikisinde de ortak olan özellikleri de değişmeyen özellikler olarak belirlemesi değişmezleri araştırma, Problem Durumu-XV'te özel dörtgenlerin alanları ile ilgili tam bir genellemeye ulaşamamıştır. Problem Durumu-XVIII'de dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki eşkenar dörtgenin alanı, dikdörtgenin alanından fazla, daha az veya eşit olabilir şeklinde genellemeye ulaşmış böylelikle geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermiştir. Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XV/XVIII'in çözüm sürecinde ''Bir geometrik şeklin bazı özelliklerinde değişiklikler yapılması, yapılan değişiklikleri de göz önünde bulundurarak düşünme'' alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemiş, Problem Durumu-XV'te eşit çevre uzunluğundaki karenin alanı, dikdörtgenin alanına eşit, fazla veya az olabileceğine dair bir genellemede bulunamadığından ''Nasıl bir genelleme oluşturacağını bilmeden başka çözümlerin de olabileceğini sezgisel olarak çözüm yapması'' alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde sergileyememiştir.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XVI/XVII'ye yönelik cevabı Şekil 4.18 ve Şekil 4.19'da yer verilmiştir.



Şekil 4.18. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XVI'ya yönelik çözümü.



Şekil 4.19. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XVII'ye yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeniyle Şekil 4.18 ile Şekil 4.19'daki Problem Durumu-XVI/XVII'nin çözümlerine dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmelerin kesiti aşağıda verilmiştir.

A: *Problemlerdeki değişen/değişmeyen özellikleri belirlemek kolaylaştı.*

OMÖ: *Evet.*

A: *Değişen geometrik şekle göre alanlar arasındaki genellemeye nasıl ulaştınız?*

OMÖ: *Şöyle. Deri kumaş ile ilgili problem durumunda dikdörtgen, paralelkenarın özel bir halidir. Paralelkenarın köşe açısı dik açı olması durumunda paralelkenar olma özelliğini korur. O zaman dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanı, dikdörtgenin alanına eşit olabilir. Paralelkenarın köşe açısı dik açı olmasaydı o zamanda paralelkenarın alanı, dikdörtgenin alanından az çıkar. Lavabo üstü camı ile ilgili soruyu da benzer şekilde düşündüm.*

A: *Buradan alanlar ile ilgili yapacağınız genelleme nasıl olur?*

OMÖ: *Lavabo üstü cam probleminde eşit kenar uzunluğundaki eşkenar dörtgenin alanı, karenin alanından az veya eşittir. Deri kumaş probleminde dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanı, dikdörtgenin alanından az veya eşittir.*

A: *Bu ulaştığınız sonuçlar ile zihnin hangi geometrik alışkanlığını göstermiş oldunuz?*

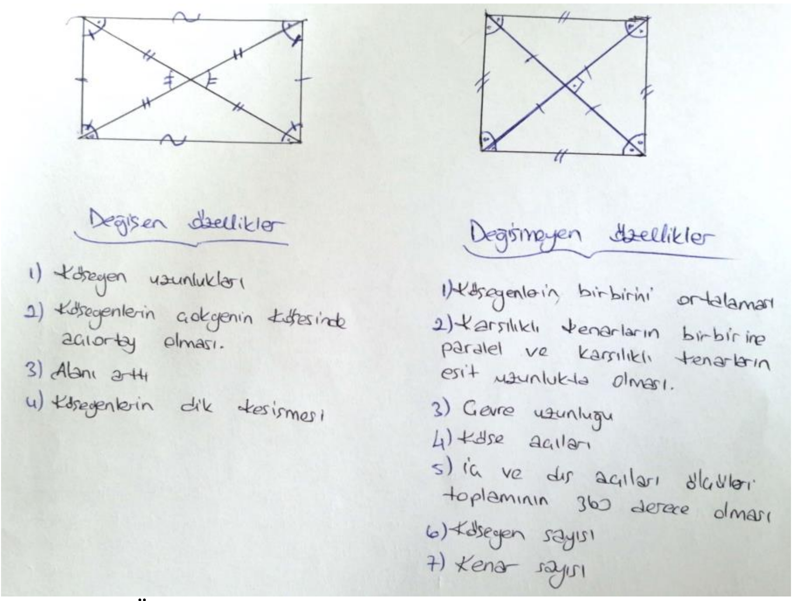
OMÖ: *Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XVI/XVII'nin çözüm sürecinde ''Bir geometrik şeklin bazı özelliklerinde değişiklikler yapılması, yapılan değişiklikleri de göz önünde bulundurarak düşünme'' alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, ''İki geometrik şekli problemle ilgili olan bütün ortak olan/olmayan özelliklerini nedenini belirterek karşılaştırma'' alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, ''Çözüm ile ilgili özel durumları göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi'' alışkanlık göstergesi ile de geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde kullanmıştır.

4.2.3.2. *Üçüncü uygulama haftasında 7. sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular*

Üçüncü hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XV'in çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 1 öğrenci dikdörtgen ve karenin kenar ile köşegen sayısını, kenarların eşitliğini ve iç açılarının ölçüleri toplamını 360^{o} olması durumlarını değişen/değişmeyen özellikler olarak belirlemiştir. 11 öğrenci dikdörtgen ve karenin şeklini çizmeden değişen/değişmeyen özelliklerini belirlemiş olup bu öğrencilerden 3'ü alanının değiştiğini 8'i ise alanın arttığını belirtmiştir. 17 öğrenci dikdörtgen ve karenin şeklini çizerek özellikleri şekil üstünde gösterip değişen/değişmeyen özellikleri belirlemiş bu öğrencilerden 1'i değişen özelliklerde alanla ilgili bilgi vermemiş iken diğer 16 öğrenci ise alanın arttığını belirtmişlerdir. 16 öğrenci kare ve dikdörtgen şeklini çizerek özellikleri belirlemesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, köşegenlerin karenin köşe açılarındaki açıortay olması, eşit çevre uzunluğu ile alanları ilişkilendirmiş, karenin özelliklerinde olup dikdörtgenin özelliklerinde olmayan değişen, kare ve dikdörtgenin ortak olan değişmeyen özellikleri ile değişmezleri araştırma alışkanlığını göstermiş, dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki karenin alanı, dikdörtgenin alanından fazla olduğunu belirterek de kısmi olarak geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermişlerdir.

Problem Durumu-XV'te dikdörtgen ve kare model şekli çizerek değişen/değişmeyen özellikleri belirleyen, dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki karenin alanının, dikdörtgenin alanına göre arttığını belirten Ö2 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.20'de verilmiştir.



Şekil 4.20. Ö2 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XV'e yönelik cevabı.

Ö2 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Dikdörtgen ve kare şeklini çizme amacın nedir?*

Ö2: *Özelliklerini belirleyebilmek için hocam.*

A: *Değişen özellikler kısmında alanı arttı olarak belirtmişsin. Bunu nasıl belirledin?*

Ö2: *Dikdörtgenin kenarları için değerler düşündüm, alanını belirledim. Sonra dikdörtgenin çevresini toplayıp 4'e bölüp karenin bir kenarından karenin alanını belirledim. Alan artıyordu.*

A: *Peki dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki karenin alanının, dikdörtgenin alanından az çıkabilir mi?*

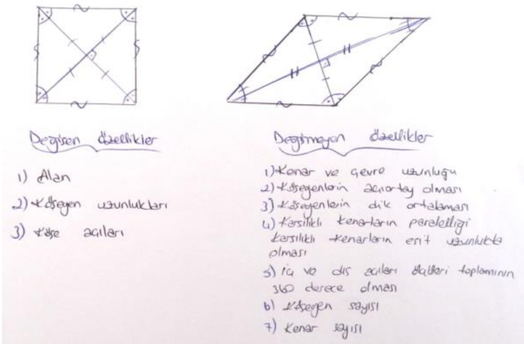
Ö2: *Bilemiyorum.*

Ö2 kodlu öğrenci çözüm sürecinde geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını da kısmi olarak başarılı bir şekilde sergilemiştir.

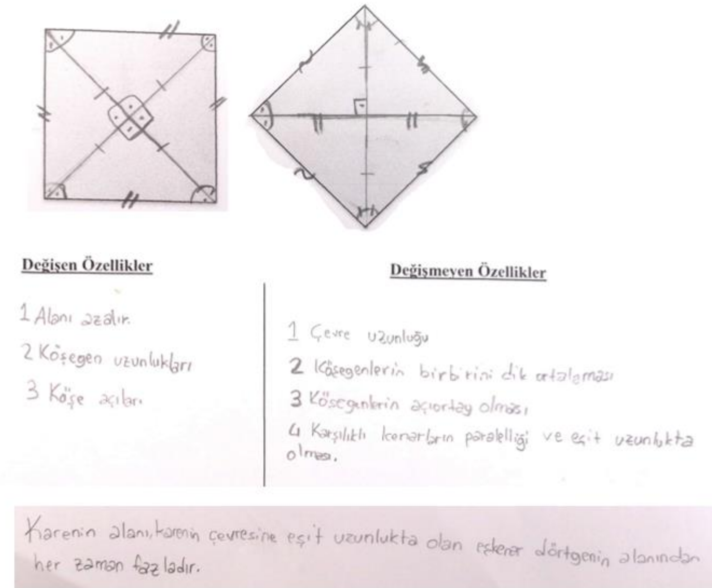
Üçüncü hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XVI'nın çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 1 öğrenci problem durumunun çözümünü yapmamış, 4 öğrenci paralelkenarın temel özelliklerini değişmeyen özellikler kısmına, köşe açılarının 90^{o}'den farklı olduğunu değişen özellikler kısmında belirtmiştir. 8 öğrenci kare ve eşkenar dörtgenin şeklini çizmeden, 9 öğrenci de şeklini çizerek değişen/değişmeyen özellikleri belirleyerek alanın sadece değiştiğini belirterek hem keşif ve yansıtma hem de değişmezleri araştırma alışkanlığını göstermiş, 5 öğrenci farklı olarak değişen özelliklerde alanın azalacağını belirtmiştir. 2 öğrenci eşit kenar uzunluğundaki karenin alanının eşkenar dörtgenin alanından her zaman fazla olacağını belirterek kısmi olarak geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı göstermiştir.

Problem Durumu-XVI'da kare ve eşkenar dörtgenin model şekillerini çizerek köşegenlerin kesişimi, köşegenlerin köşe açılarındaki açıortay olmasını ilişkilendirerek keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını, eşit kenar uzunluğundaki karenin, eşkenar dörtgen olması durumunda değişen/değişmeyen özellikleri gösteren ancak alanları arasında bir genellemeye ulaşamayan sadece alanın değiştiğini belirten Ö2 kodlu öğrencinin cevabı Şekil

4.21’de, eşit çevre uzunluğundaki karenin alanının, eşkenar dörtgenin alanından her zaman fazladır genellemesine ulaşan Ö20 kodlu öğrencinin cevabı ise Şekil 4.22’de verilmiştir.



Şekil 4.21. Ö2 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XVI’e yönelik cevabı.



Şekil 4.22. Ö20 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XVI’e yönelik cevabı.

Ö20 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Karenin alanı, karenin çevresine eşit uzunluktaki eşkenar dörtgenin alanından her zaman fazladır genellemesine nasıl ulaştın?*

Ö20: *Eşkenar dörtgenin köşe açısı 90^o değil. Olsa kare olur. Eşkenar dörtgenin alanını kenar ile kenara ait yüksekliğin çarpımından elde ediyoruz. Eşkenar dörtgenin yüksekliği kenardan küçük olduğu için karenin alanı, eşkenar dörtgenin alanından büyük çıkıyor.*

A: *Eşkenar dörtgenin köşe açısı 90^o olsa kare şekli oluşuyorsa, her kare özel bir eşkenar dörtgen değil mi?*

Ö20: *Evet. O zaman eşkenar dörtgenin köşe açısı 90^o olması durumunda eşkenar dörtgen kare oluyor. Eşkenar dörtgenin köşe açısı 90^o olması durumunda kare, eşkenar dörtgenin özelliğini koruduğunu ifade edebiliriz.*

A: *Evet, doğru düşündün.*

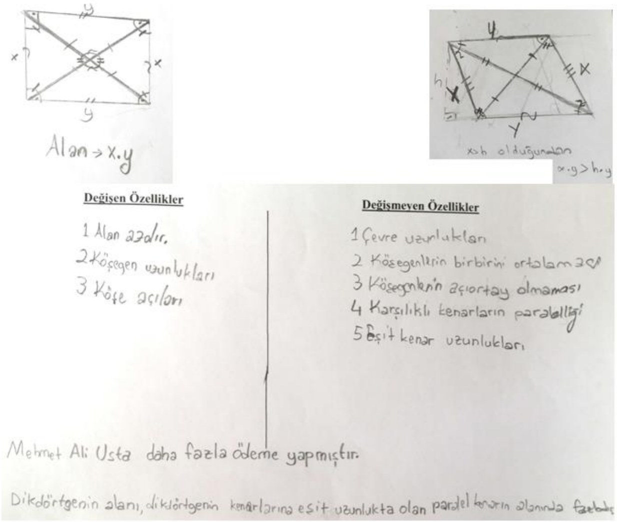
Ö20: *Alanları da eşit olabiliyor.*

A: *Buradan genellemeni tekrar düzenleyebilir misin?*

Ö20: *Kenar uzunlukları eşit olan karenin alanı, eşkenar dörtgenin alanına eşit veya fazla olabilir.*

Üçüncü hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XVII'nin çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 1 öğrenci problem durumunun çözümünü yapmamış, 9 öğrenci alanın değişimi ile ilgili bir ifadesi olmaz iken 19 öğrenci alanın azaldığı ile ilgili değişen bir özellik olduğunu, alanların eşit olabileceğini ise hiçbir öğrenci belirtmemiştir. Bu da paralelkenarın köşe açısının dik açı olması durumunda, paralelkenar olma özelliğini koruyacağını keşfedememiş ve dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanının, dikdörtgenin alanına eşit veya daha az olacağına dair genellemede bulunamamışlardır. Yani alanın azalacağına dair düşünce göstergesi ile kısmi olarak geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermişlerdir. 16 öğrenci dikdörtgen ve paralelkenar şeklinde modeller çizerek köşegenlerin kesişimi, köşe açıların köşegenler ile oluşturduğu eşliği göstererek kenar ile açıları ilişkilendirmiş, özel dörtgenlerin eşit kenar uzunlukların alanlarının durumunu azalacağını keşfederek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı göstergesinde bulunmuşlardır.

Problem Durumu-XVII'de dikdörtgen ve paralelkenarın model şekillerini çizerek değişen/değişmeyen özellikleri belirleyen, dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanının, dikdörtgenin alanına göre azaldığını belirten Ö20 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.23'te verilmiştir.



Şekil 4.23. Ö20 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XVII'ye yönelik cevabı.

Ö20 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Dikdörtgen ve paralelkenar şeklini çizme amacın nedir?*

Ö20: *Hem değişen/değişmeyen özelliklerini belirlemek, hem de alanları için bir genellemeye ulaşmak için.*

A: *Alanlar ile ilgili olarak ne düşünerek, nasıl bir genellemeye ulaştın?*

Ö20: *Dikdörtgenin köşe açısı dik açı ama paralelkenarın köşe açısı dik açı değil. Olmadığı içinde paralelkenara h gibi bir yükseklik çizdim. x>h olur dedim yani yükseklik x'ten küçüktür. Dikdörtgenin alanı x.y, paralelkenarın alanı h.y'den büyükse dikdörtgenin alanı paralelkenarın alanından fazla olur.*

A: *Peki. Paralelkenarın alanı, dikdörtgenin alanına eşit ya da az olabilir mi?*

Ö20: *Eşit olamaz diye düşünüyorum. Çünkü eşit olursa paralelkenar, dikdörtgen olur.*

A: *Peki. Dikdörtgen özel bir paralelkenar değil mi?*

Ö20: *Evet. Paralelkenarın köşesi dik açı olursa özel bir dikdörtgen olur.*

A: *O zaman dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanı ile dikdörtgenin alanı arasında bir genellemeye varabilir misin?*

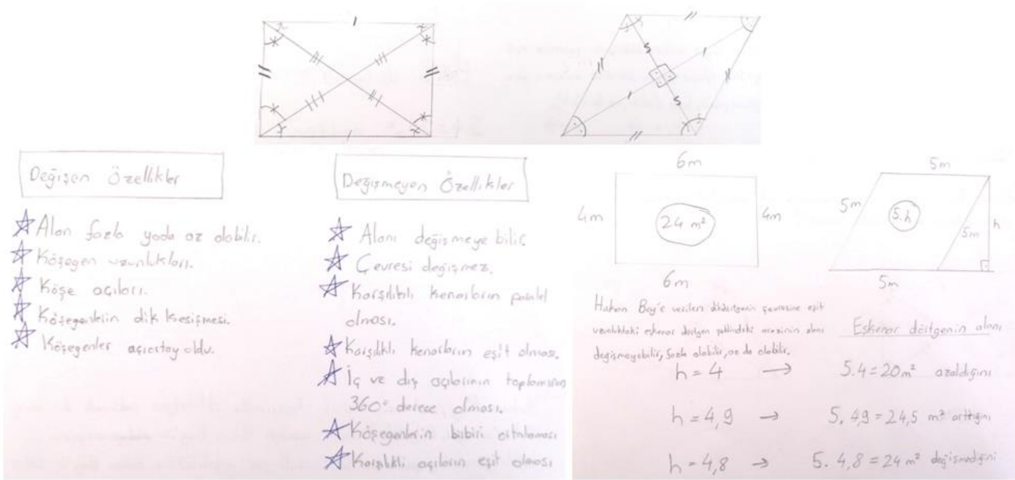
Ö20: *Paralelkenarın köşe açısı dik olduğunda özel bir paralelkenar olan dikdörtgen olabiliyorsa, dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanı, dikdörtgenin alanına eşit olabilir az da olabilir*.

Ö20 kodlu öğrenci çözümünde genellemeye kısmi olarak ulaşsa da yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede paralelkenarın köşesi dik açı olması durumunda dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanının, dikdörtgenin alanına eşit veya az olabileceğine dair bir genellemeye de ulaştığı görülmüştür. Ö20 kodlu öğrenci ‘‘Çözüm ile ilgili özel durumları göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi’’ alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını, ‘‘Bir durumdaki geometrik şeklin bazı özelliklerinde yapılan değişiklikleri göz önünde bulundurarak düşünme’’ alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını, ‘‘İki geometrik şekli problemle ilgili olan/olmayan özelliklerini belirleyerek karşılaştırma’’ alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme alışkanlığını başarılı bir şekilde kullanmıştır.

Öğrenciler üçüncü hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XVI/XVII’nin çözümünde eşkenar dörtgenin köşe açısı dik açı olduğunda karenin eşkenar dörtgen olma özelliğini koruyarak alanların eşit olabileceğini, aynı düşüncede paralelkenarın köşe açısının dik açı olması durumunda dikdörtgenin paralelkenar olma özelliğini koruduğundan alanlarının eşit olabileceğini düşünememesi değişmezleri araştırma alışkanlıklarının ‘‘Dönüşüm uygulanan geometrik yapının her şeyinin değişmeyeceği düşüncesini sezgisel olarak fark etme’’, ‘‘Belirli bir dönüşüm uygulandığında değişmeyen özellikleri fark etmek ve değişmeyen özelliklerin neden değişmez olduklarını açıklaması’’ göstergelerini başarılı bir şekilde sergileyemediklerini göstermektedir.

Üçüncü hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XVIII’in çözümüne 28 öğrenci katılmıştır. 4 öğrenci şeklin köşe açısının değiştiği, her iki özel dörtgeninde birer dörtgen, iç açılarının ölçüleri toplamının değişmediğini belirtmiştir. 11 öğrenci ilişkilendirme, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlıklarını göstermeden sadece değişen/değişmeyen özellikleri belirterek değişmezleri araştırma, 9 öğrenci ise dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin özelliklerini çizim yaparak keşif ve yansıtmayı dengeleme, köşegenlerin kesişim açıları ile köşelerdeki durumlarını ilişkilendirerek değişen/değişmeyen özellikleri belirtmişlerdir. 15 öğrenci alanı değişen özellik olarak, 1 öğrenci alanı azalır yönde, 1 öğrenci de arttığı yönde düşünce göstergesi ile değişmezleri araştırma alışkanlığı sergilemişlerdir. 4 öğrenci ise alanın artabileceğini, değişmeyebileceğini ya da azalabileceğini göstererek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını sergilemiştir.

Problem Durumu-XVIII'de dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin model şekillerini çizerek değişen/değişmeyen özellikleri belirleyen, model üstünde köşegenlerin kesişimi ve uzunluğunu, köşe açıları ile çevre ve alanı ilişkilendiren, eşit çevre uzunluğundaki dikdörtgenin alanının, eşkenar dörtgenin alanına göre artabileceği, azalabileceği veya değişmeyeceğine dair geometrik fikirleri genelleyen ve bu genelleme için ek çizimler ile keşif ve yansıtmayı genelleme alışkanlığını gösteren Ö9 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.24'te verilmiştir.



Şekil 4.24. Ö9 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XVIII'e yönelik cevabı.

Ö9 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki eşkenar dörtgen ile dikdörtgenin alanı arasındaki genellemeye nasıl ulaştın?*

Ö9: *Kısa kenarı 4 m, uzun kenarı 6 m olan bir dikdörtgen belirledim. Alanını da 24 m*^{2} *dir. Çevresine eşit uzunlukta eşkenar dörtgen çizdim. Eşkenar dörtgeninde bir kenarı 5 m oldu. Burada en kritik durum eşkenar dörtgenin yüksekliğidir. Yüksekliğine h dedim. h'a değerler vererek eşkenar dörtgenin alanının, dikdörtgenin alanına göre değişmediğini, azaldığını ve arttığını tespit ettim. Sonra genellememi dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki eşkenar dörtgen şeklindeki arazinin alanı değişmeyebilir, fazla olabilir, az da olabilir şeklinde oluşturdum.*

A: *Dikdörtgenin kenar uzunlukları değişse genellemen değişir mi?*

Ö9: *Değişeceğini düşünmüyorum. Başka ne olabilir ki. Olası tüm durumlar çıktı zaten.*

A: *Bu düşüncen ile hangi zihnin geometrik alışkanlığını gösterdin?*

Ö9: *Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını.*

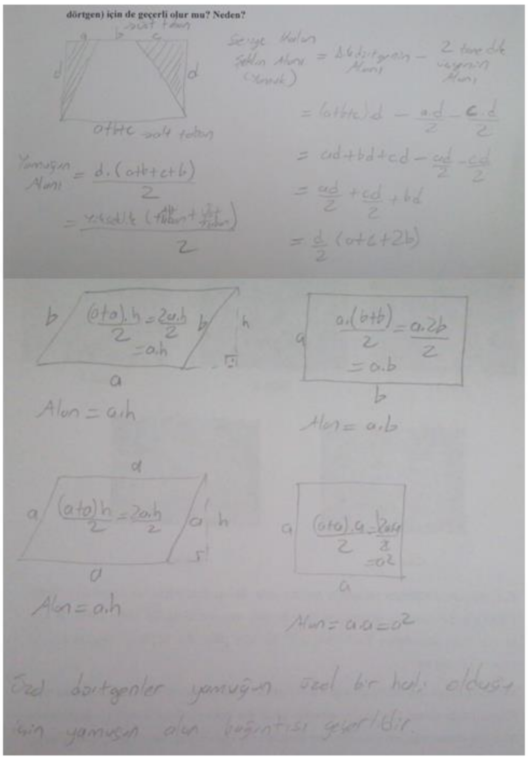
Ö9 kodlu öğrenci çözüm sürecinde ‘‘Geniş kapsamlı bağlamda problemleri ve kuralları belirleme’’ alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme, ‘‘İki geometrik şekli problemle ilgili olan/olmayan özelliklerini belirleyerek karşılaştırma’’ alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, ‘‘Bir şekli hareket ettirmenin çıkaracağı etkiyi düşünerek oluşabilecek olası durumları tahmin etme’’ alışkanlık göstergesi ile değişmezleri araştırma, ‘‘Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi’’ ile ‘‘İlerleme sürecinde periyodik olarak büyük resme geri dönülerek bakılması’’ alışkanlık göstergeleri ile de keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını başarılı bir şekilde kullanmıştır.

Üçüncü haftanın uygulamasının alan notlarında ön planda GeoGebra dinamik yazılım programının ders planı işleniş sürecine dahil edilmesi olmuştur. Öğrenciler böyle bir yazılım programının ilk defa kullanıldığını belirtmiştir. Özel dörtgenlerin özelliklerini yazılım programı ile incelenmesi oldukça dikkatlerini çekmiştir. Bu programla geometrik şekillerin özelliklerin değişiminin incelenerek çıkarılması daha zevkli ve öğrenmesi daha kalıcı hale geldiğini ifade etmişlerdir. Örneğin; Ö5 kodlu öğrenci ders esnasında ‘‘*Bu programı beğendim, indirip kendimde geometrik şekillerin özelliklerini inceleyeceğim. Bu programı öğrensek keşke. Bu programla birlikte geometri antipatimi yenerim diye düşünüyorum.*’’ şeklinde düşüncesini ifade etmiştir.

Dördüncü uygulama haftasında 1 problem durumuna cevap istenmiştir. Problem Durumu-XIX’da dikdörtgen şeklindeki alandan iki tane dik üçgenin çıkarılması ile yamuğun alan bağıntısının dikdörtgenin alanından çıkarılan üçgenlerin alanları toplamı arasındaki bağıntı kurularak ilişkilendirme, yamuğun alan bağıntısını oluşturmak için dikdörtgen model şeklinin içinden iki dik üçgenin toplam alanının çıkarılmasında ek çizim yapılması keşif ve yansıtmayı dengeleme, son durumda geriye kalan yamuğun alanının, iki dik üçgenin toplam alanı ile bir dikdörtgenin ya da geriye kalan yamuk şeklini dik yamuk şekline getirerek bir dikdörtgen ile bir dik üçgenin alanının toplamı olduğunu statik bir durumda dinamik düşünülmesiyle değişmezleri araştırma, özel dörtgenlerin yamuğun özel bir hali olduğu için yamuk için elde edilen alan bağıntısının özel dörtgenlerde de geçerli olduğunu gösterilmesi ile de geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermeleri beklenmektedir.

4.2.4.1. *Dördüncü uygulama haftasında ortaokul matematik öğretmeninden elde edilen bulgular*

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIX’a yönelik cevabı Şekil 4.25’te verilmiştir.



Şekil 4.25. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XIX’a yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.25’deki Problem Durumu-XIX’un çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

A: *Hocam. Geriye kalan yamuğun alanını, dikdörtgenin alanından iki dik üçgenin toplam alanını çıkararak oluşturduğunuzu görüyorum.*

OMÖ: *Evet.*

A: *Burada zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandınız? Hocam.*

OMÖ: *İki dik üçgenin toplam alanı ile yamuğun alanını, dikdörtgenin alanının parçaları olarak düşünerek ilişkilendirdim. Bundan ötürü ilişkilendirme alışkanlığı.*

A: *Evet. Yamuğun alanı için elde edeceğiniz bağıntı için ek çizimler yapmışsınız. Hocam, bu ek çizimlerle zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandınız?*

OMÖ: *Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını.*

A: *Yamuk için oluşturduğunuz alan bağıntısının özel dörtgenler içinde geçerli olduğunu gerekçeniz ile birlikte göstermişsiniz. Burada zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandınız?*

OMÖ: *Bu da geometrik fikirleri genelleme alışkanlığıydı. Çünkü burda genellemeye ulaştım.*

A: *Yamuğun alan bağıntısını, alanı farklı şekillerde düşünerek oluşturabilir miyiz?*

OMÖ: *Evet. Geriye kalan yamuğun alanını, yamuğu dik yamuk şekline getirerek bir dik üçgen ile bir dikdörtgenin alanının toplamı şeklinde de elde edebiliriz.*

A: *Bu şekilde de aynı bağıntıyı elde edebilir miyiz?*

OMÖ: *Sonuçta alan değişmiyor, yine aynı bağıntı çıkar.*

A: *Bu şekilde yamuğun alanını hareketli düşünmeniz zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

OMÖ: *Bu da değişmezleri araştırma alışkanlığı olmalı.*

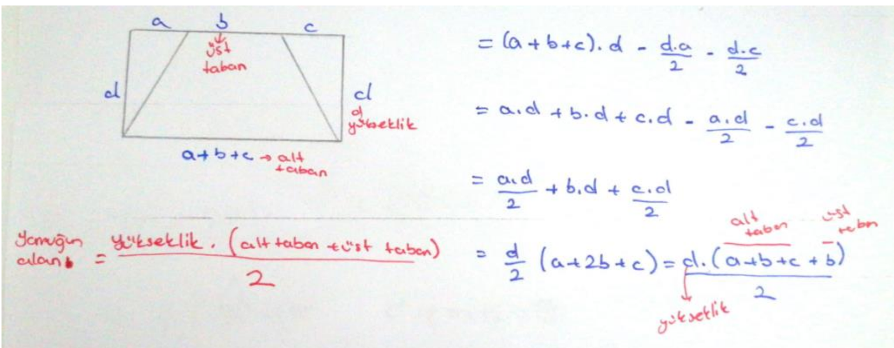
Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XIX'un çözümünde ''Tek bir geometrik şeklin parçaları olarak görülen iki geometrik şekli fark ederek ilişkilendirme'' alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, ''Herhangi bir geometrik yapı için geçerli olan genel bir kuralın olduğunu fark etmesi'', ''Daha geniş kapsamda problemin kuralını belirlemesi'', ''Çözümle ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi'' alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme, ''Hedeflenen amaca ulaşma sürecine yardımcı olacak ara adımları belirlemesi'', ''Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ve keşfetmesi'' alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını başarılı bir şekilde kullanmıştır.

Yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede ise ‘‘Statik bir durumda dinamik düşünmesi’’, ‘‘Bir şekle dönüşüm uygulandığında hangi özelliklerin değişeceğini, hangi özelliklerin ise aynı kalacağını belirlemesi’’ alışkanlık göstergesi ile değişmezleri araştırma alışkanlığını başarılı bir şekilde kullanmıştır.

4.2.4.2. ***Dördüncü uygulama haftasında 7. sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular***

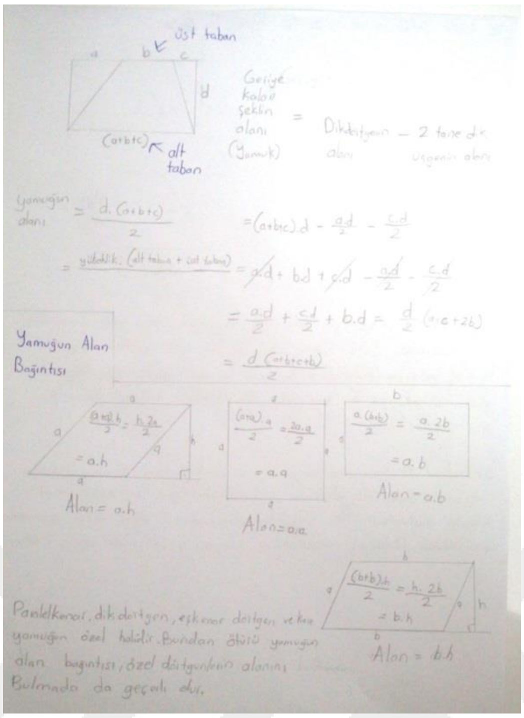
Dördüncü hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XIX’un çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 4 öğrenci problem durumuna cevap vermemiştir. 20 öğrenci dikdörtgen şeklindeki alandan iki tane dik üçgenin toplam alanını çıkarması ile yamuğun alan bağıntısının, dikdörtgenin alanından dik üçgenlerin alanları toplamının çıkarılması arasında kurulan ilişki ile ilişkilendirme, yamuğun alan bağıntısını oluşturmak için dikdörtgen model şeklinin içinden iki dik üçgenin alanının çıkarılmasında çizimler yapılması ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını göstermiştir. 5 öğrenci de ek olarak özel dörtgenlerin yamuğun özel bir hali olduğundan yamuk için elde edilen alan bağıntısının özel dörtgenlerde de geçerli olduğunu ek çizimler yaparak göstererek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemişlerdir. Son durumda kalan yamuğun alanını farklı şekillerde düşünerek alan bağıntısını oluşturan olmadığı için ileri düzeyde değişmezleri araştırma alışkanlığını sergileyen olmamıştır.

Problem Durumu-XIX’da yamuğun alan bağıntısını oluşturmak için dikdörtgensel model şeklinin içinden iki dik üçgenin alanları toplamını çıkararak alanları hem ilişkilendiren hem de keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını gösteren Ö14 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.26’da verilmiştir.



Şekil 4.26. Ö14 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XIX’a yönelik cevabı.

Problem Durumu-XIX’da yamuğun alanını oluşturmak için dikdörtgen model içinden iki dik üçgenin alanları toplamını çıkararak alanları hem ilişkilendiren hem de keşif ve yansıtma alışkanlığını gösteren, özel dörtgenlerde yamuğun alan bağıntısının neden geçerli olduğunu da gerekçesi ile birlikte gösteren Ö9 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.27'de verilmiştir.



Şekil 4.27. Ö9 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XIX'a yönelik cevabı.

Ö9 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrencinin çözüm sürecine dair kesiti aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Geriye kalan yamuğun alanını, dikdörtgenin alanından iki dik üçgenin toplam alanını çıkararak oluşturman ile zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö9: *Kesilen alanlar ile geriye kalan alanın, dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirerek ilişkilendirme alışkanlığını kullandım.*

A: *Yamuğun alan bağıntısının özel dörtgenlerde de geçerli olduğunu göstermek için ek çizimler yapman ile zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö9: *Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını.*

A: *Evet. Yamuk için oluşturduğun alan bağıntısının özel dörtgenler içinde geçerli olduğunu gerekçen ile birlikte göstererek zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö9: *Burada genellemeye ulaştığım içinde genelleme alışkanlığını kullandım.*

A: *Geriye kalan yamuğun alan bağıntısını, yamuğun alanını farklı şekillerde düşünerek oluşturabilir miyiz?*

Ö9: *Hocam. Yamuğun köşegenini çizersek iki üçgen oluşur. İki üçgenin alanlarını toplarsak da yamuğun alanını bulabiliriz.*

A: *Bu şekilde de aynı bağıntıyı elde edebilir miyiz?*

Ö9: *Alanı azaltmadık ya da ekleme yapmadık. Sonuçta da alan değişmiyor. Aynı alan içinde aynı formül çıkacaktır.*

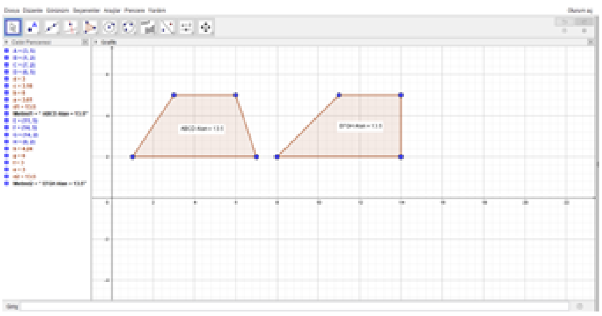
A: *Bu şekilde yamuğun alanını iki üçgenin alanının toplamı şeklinde düşünmen zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

Ö9: *Değişmezleri araştırma mı?*

A: *Evet. Teşekkür ederim.*

Ö9 kodlu öğrenci, çözümünde ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmesinde matematik öğretmenine benzer alışkanlık göstergelerini başarılı bir şekilde sergilemiştir.

Dördüncü haftanın uygulamasının alan notlarında ön planda öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarının ciddi anlamda farkına vardıklarını belirtmişlerdir. Yamuğun alanı sabit kalmak üzere yamuğu hareket ettirerek alanının bir dikdörtgen ile bir dik üçgenin alanları toplamı olacağına dair çözümü GeoGebra programı ile sınıfla paylaşılmıştır. GeoGebra programında yamuğun alanı sabit kalmak üzere hareket ettirildiğinde farklı geometrik şekillerin alanlarının toplamı şeklinde bulunabileceğine dair çözüm kesiti Şekil 4.28'de verilmiştir.



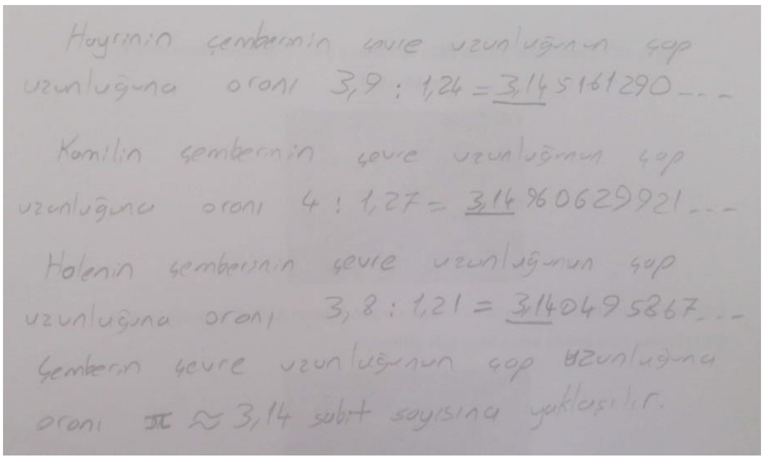
Şekil 4.28. Problem Durumu-XIX'un GeoGebra programı kullanılarak yapılan cevap kesiti.

Beşinci uygulama haftasında 2 problem durumuna cevap istenmiştir. Problem Durumu-XX'de çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranından π (pi) sabit sayısına ulaşması beklenmektedir. Problem Durumu-XXI'de ise daire diliminin çevre uzunluğu için bağıntı oluşturması beklenmektedir.

Beşinci uygulama haftasında Problem Durumu-XX'de çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranını hesaplayarak keşif ve yansıtmayı dengeleme, her bir çemberin çevre uzunluğuyla çap uzunluğunu birbirine oranlayarak çevre ile çap uzunluklarını ilişkilendirmesi, her bir çemberin çevre ile çap uzunluklarını oranlandığında π (pi) sabit sayısına yaklaşılacağını belirleyerek geometrik fikirleri genelleme, çemberin çevre ile çap uzunluklarının birbirine oranının daima yaklaşık olarak aynı $\pi \approx 3{,}14$ sabit sayısı olduğunu göstermesi ile de değişmezleri araştırma alışkanlıklarını göstermeleri beklenmektedir. Problem Durumu-XXI'de daire dilimini gören merkez açısına bir bilinmeyen atanmasıyla daire diliminin uzunluğunu belirlemede merkez açının etkisini göstermesi ile değişmezleri araştırma, daire diliminin merkez açısına karşılık gelen daire diliminin yay uzunluğunu doğru orantı kurarak belirlemesi ile ilişkilendirme, daire diliminin çevresinin genel matematiksel ifadesi için iki tane yarıçap uzunluğuyla merkez açının gördüğü daire diliminin yay uzunluğunun toplamı olduğu ara işlemleri ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, daire diliminin çevre uzunluğu için matematiksel genel ifade oluşturmasıyla geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermeleri beklenmektedir.

4.2.5.1. *Beşinci uygulama haftasında ortaokul matematik öğretmeninden elde edilen bulgular*

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XX'ye yönelik cevabı Şekil 4.29'da verilmiştir.


Hayrinin çemberinin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranı 3,9 : 1,24 = 3,145161290...
Kamilin çemberinin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranı 4 : 1,27 = 3,1496062992l...
Halenin çemberinin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranı 3,8 : 1,21 = 3,140495867...
Çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranı π ≈ 3,14 sabit sayısına yaklaşılır.

Şekil 4.29. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XX'ye yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.29'da verilen Problem Durumu-XX'nin çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

A: *Çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına bölme işleminiz zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

OMÖ: *Çevre uzunlukları ile çap uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirlemeye yönelik olduğu için ilişkilendirme alışkanlığı.*

A: *Peki Hocam. Çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına oranladığınızda ne fark ettiniz?*

OMÖ: *Çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına oranladığımda bölüm değerinin π (pi) sabit sayısına yaklaştığını gördüm.*

A: *Çemberlerin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranının π (pi) sabit sayısı olduğuna ulaşmanız ise zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

OMÖ: *Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı.*

A: *Çemberlerin çevre ve çap uzunlukları artsa ya da azalsa oranları değişir mi?*

OMÖ: *Değişmeyecektir. Yine sabit π (pi) sayısına ulaşılacaktır.*

A: *Çemberin çevresinin çapına oranının değişmediğini, yani π (pi) sabit sayı olduğunu belirtmeniz ise zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

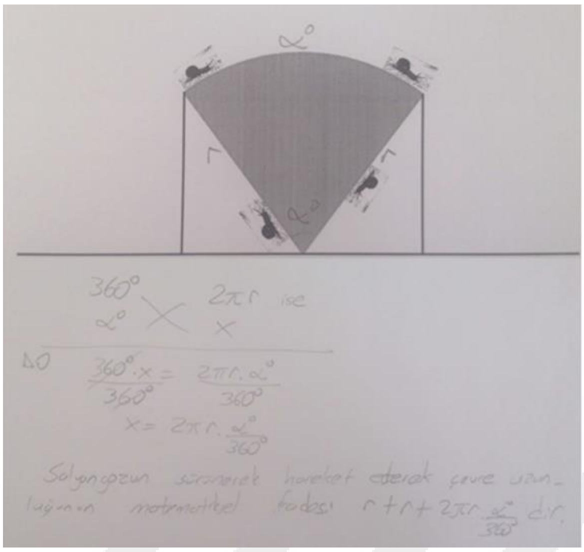
OMÖ: *Değişmezleri araştırma alışkanlığının.*

A: *Keşif ve yansıtmayı genelleme alışkanlığını hangi adımınızda gösterdiniz?*

OMÖ: Çemberlerin çevrelerini çaplarına bölümümde keşif, π (pi) sabit sayısının altını çizmem ile de yansıtma.

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XX'nin çözüm sürecinde beklenen zihnin geometrik alışkanlıklarını başarılı bir şekilde göstermiştir.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXI’e yönelik cevabı Şekil 4.30’da yer verilmiştir.



Şekil 4.30. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXI’e yönelik çözümü..

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.30’da verilen Problem Durumu-XXI’in çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

A: *Daire dilimini gören merkez açıya bilinmeyen bir ifade vermeniz zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

OMÖ: *Merkez açıya bilinmeyen atayarak değişen açıya göre yay uzunluğunu belirlensin istedim. Değişen/değişmeyen özellik irdelendiğini düşündüğüm için değişmezleri araştırma alışkanlığıdır.*

A: *Çevre uzunluğu ile merkez açının gördüğü yay uzunluğunu doğru orantı kurarak oluşturmanız zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

OMÖ: *Çemberin çevre uzunluğu ile α^o’lik merkez açının gördüğü yay uzunluğunu doğru orantı ile ilişkilendirdim. İlişkilendirme alışkanlığı.*

A: *Matematiksel genel ifadeyi oluşturmanız zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

OMÖ: *Daire diliminin çevresinin, iki yarıçap uzunluğu ile bir daire diliminin uzunluğunun toplamını olduğunu cebirsel ifadelerle oluşturarak göstermem geometrik fikirleri genelleme alışkanlığıdır.*

A: *Daire diliminin çevre uzunluğunun iki yarıçap uzunluğu ile α^{o}'lik merkez açının gördüğü daire diliminin uzunluğunun toplamı olduğunu işlemlerle göstermeniz ise zihnin hangi geometrik alışkanlığının göstergesidir?*

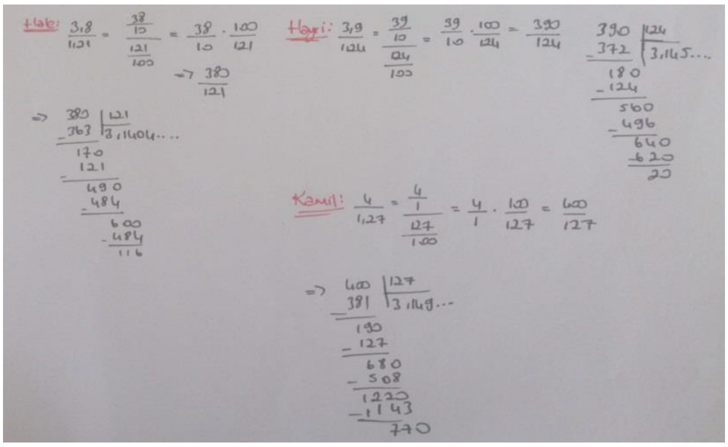
OMÖ: *Keşfetme ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XXI'in çözüm sürecinde daire dilimini gören merkez açısına bir bilinmeyen ataması ile daire diliminin yay uzunluğunu belirlemede merkez açının etkisini göstermesi ''Bir takım dönüşümün etkilerini gözlemleyerek dönüşümün değişen/değişmeyen ortak özelliklerinin aranması'' alışkanlık göstergesi ile değişmezleri araştırma, daire diliminin merkez açısına karşılık gelen yay uzunluğunu doğru orantı kurarak belirlemesi ''İki ya da daha fazla geometrik şekli orantısal akıl yürütme becerisi ile ilişkilendirme'' alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, daire diliminin çevresinin genel matematiksel ifadesi için iki tane yarıçap uzunluğu ile merkez açının gördüğü daire diliminin yay uzunluğunun toplamı olduğunu ara işlemler ile göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, daire diliminin çevre uzunluğu için genel matematiksel bir ifade oluşturması ''Daha geniş kapsamda problemin kuralını belirlemesi'' alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde göstermiştir.

4.2.5.2. *Beşinci uygulama haftasında 7. sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular*

Beşinci hafta uygulama sürecindeki Problem Durumu-XX'in çözümüne 28 öğrenci katılmıştır. 5 öğrenci problem durumuna cevap vermemiştir. 10 öğrenci çemberin çevre uzunluğu ile çap uzunluğu arasındaki ilişkiyi keşfetmek için birbirine bölerek ilişkilendirmiştir. 13 öğrenci ise çemberin çevre uzunluğuyla çap uzunluğu arasındaki ilişkiyi keşfetmek için birbirine oranlayarak çevre ile çap uzunluğunu ilişkilendirmiş, her bir çemberin çevre uzunluğu ile çap uzunluğunun oranının sabit π (pi) sayısına ulaşıldığını göstererek değişmezleri araştırma, çemberin çevre uzunluğu ile çap uzunluğunun oranını sabit π (pi) simgesi ile genelleyerek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını göstermişlerdir.

Problem Durumu-XX'de çemberin çevre uzunluğuyla çap uzunluğu arasındaki ilişkiyi keşfetmek için birbirine oranlayarak çevre ile çap uzunluğunu ilişkilendiren ancak çemberin çevresi ile çap uzunluğunun oranının, aynı π (pi) sabit sayısına ulaşılabildiğiyle değişmezleri araştırma ve sabit π (pi) simgesine genellenerek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını gösteremeyen Ö2 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.31’de verilmiştir.



Şekil 4.31. Ö2 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XX’ye yönelik cevabı.

Ö2 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına oranını sabit bir simge ile gösterebilir misin?*

Ö2: *Çözümümde yazmamışım ama çemberlerin çevrelerinin çaplarına oranı π=3,14 sayısıdır.*

A: *Bu oran farklı çemberlerde değişir mi?*

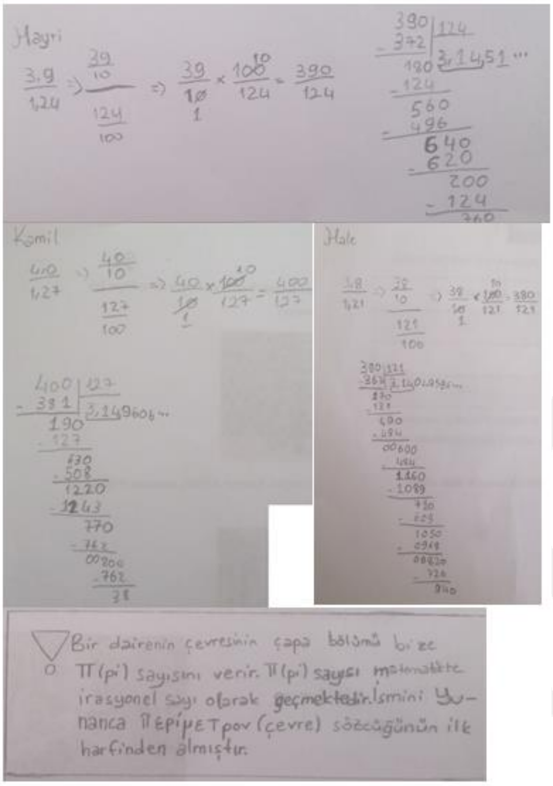
Ö2: *Her zaman çemberin çevresinin çapına oranı aynı sayıyı verecektir.*

A: *O zaman çemberlerin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranını nasıl genelleyebiliriz?*

Ö2: *Çemberlerin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranı π= 3,14 sabit sayısıdır.*

Ö2 kodlu öğrenci çözümünde ilişkilendirme ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını, yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmesinde ise değişmezleri araştırma ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemiştir.

Problem Durumu-XX’de π (pi) sabit sayısına ulaşmak için çevre uzunluğunu çap uzunluğuna oranlayarak keşif ve yansıtma, çemberin çevre uzunluğu ile çap uzunluğunu ilişkilendirerek π (pi) sabit sayısına ulaşılabileceğini ilişkilendiren, her bir çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranının aynı π=3,14 sayısına ulaşıldığını göstererek değişmezleri araştırma ve çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranının π (pi) sabit sayısı olduğunu genelleyerek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde gösteren Ö20 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.32’de verilmiştir.



Şekil 4.32. Ö20 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XX’ye yönelik cevabı.

Ö20 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına oranladığında ne fark ettin?*

Ö20: *Çemberlerin çap uzunluklarını çap uzunluklarına oranladığımda bölüm değerinin 3,14 değerine yuvarlanabileceğini fark ettim. Bu değer her bir çemberin çevresinin çap uzunluğuna oranında aynı çıkıyor.*

A: *Çemberin çevresinin çap uzunluğuna oranlayarak zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö20: *Uzunlukların birbirlerine oranını ile uzunlukları ilişkilendirerek sabit değere ulaştım.*

A: *Bu sabit değer her zaman aynı mı çıkar?*

Ö20: *Her çemberde aynı çıkmalı.*

A: *Bu değerin aynı olduğunu belirterek zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö20: *Değişmezleri araştırma alışkanlığını.*

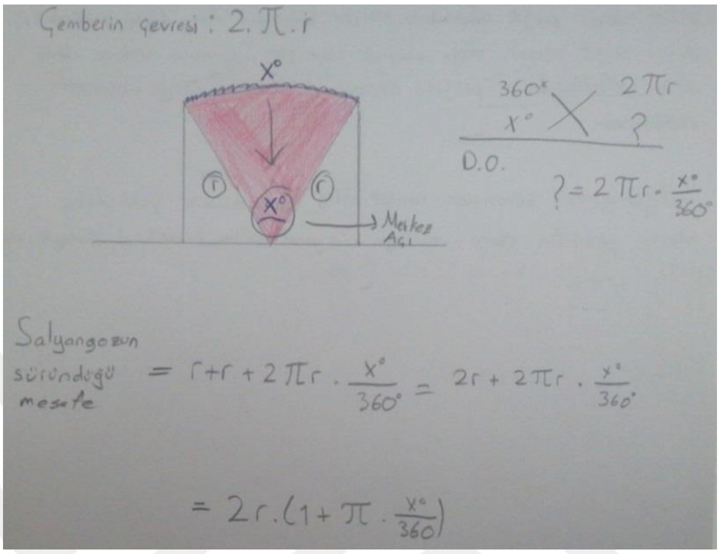
A: *Çemberin çevresinin çapına bölümünü sabit bir simge ve sayı ile belirterek zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandın?*

Ö20: *Genelleme yaptım. Yani çemberin çevresinin çapına bölümü π= 3,14 sabit sayısı ile hem simge ile hem de sayı ile genelledim.*

Ö20 kodlu öğrenci çözümünde ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmesinde çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranını hesaplayarak ‘‘Hedeflenen amaca ulaşma sürecine yardımcı olacak ara adımları belirlemesi’’ alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, her bir çemberin çevre uzunluğuyla çap uzunluğunu birbirine oranlayarak çevre ile çap uzunluklarını ilişkilendirme, her bir çemberin çevre ile çap uzunluklarını oranladığında π (pi) sabit sayısına yaklaşılacağını belirleyerek ‘‘Herhangi bir geometrik yapı için geçerli olan genel bir kuralın olduğunu fark etmesi’’ alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme, çemberlerin çevre ve çap uzunluklarının birbirine oranının $\pi = 3{,}14$ sabit sayısı olduğunu göstermesi ‘‘Bir takım dönüşümün etkilerini gözlemleyerek dönüşümün değişen/değişmeyen ortak özelliklerinin aranması’’ alışkanlık göstergesi ile değişmezleri araştırma alışkanlıklarını başarılı bir şekilde göstermiştir.

Beşinci uygulama haftası sürecindeki Problem Durumu-XXI’in çözümüne 28 öğrenci katılmıştır. 4 öğrenci problem durumuna cevap vermemiştir. 24 öğrenci daire dilimini gören merkez açısına bir bilinmeyen verip daire diliminin uzunluğunu belirlemede merkez açının etkisini göstererek değişmezleri araştırma, daire diliminin çevresinin matematiksel genel ifadesi için iki tane yarıçap uzunluğu ile merkez açının gördüğü daire diliminin yay uzunluğunun toplamı olduğu ara işlemleri ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, daire diliminin çevre uzunluğu için matematiksel genel ifade oluşturması ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlıklarını göstermiştir. Bu 24 öğrencinin 16 tanesi daire diliminin merkez açısına karşılık gelen daire diliminin yay uzunluğunu doğru orantı kurarak dairenin çevresiyle daire diliminin çevresini doğru orantı kurarak ilişkilendirmiş diğer 8 öğrenci de ise bu ilişkilendirme alışkanlık göstergesi görülmemiştir.

Problem Durumu-XXI'de beklenen zihnin geometrik alışkanlıklarını gösteren Ö9 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.33'te verilmiştir.



Şekil 4.33. Ö9 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XXI'e yönelik cevabı.

Ö9 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Neden doğru orantı kurdun?*

Ö9: *Çemberin çevre uzunluğunu biliyorum. x^o'lik merkez açıya düşen çember yay uzunluğunu da orantı kurarak elde edebilirim diye düşündüm.*

A: *Çember yay uzunluğunu gören x^o'lik açının buradaki işlevi nedir?*

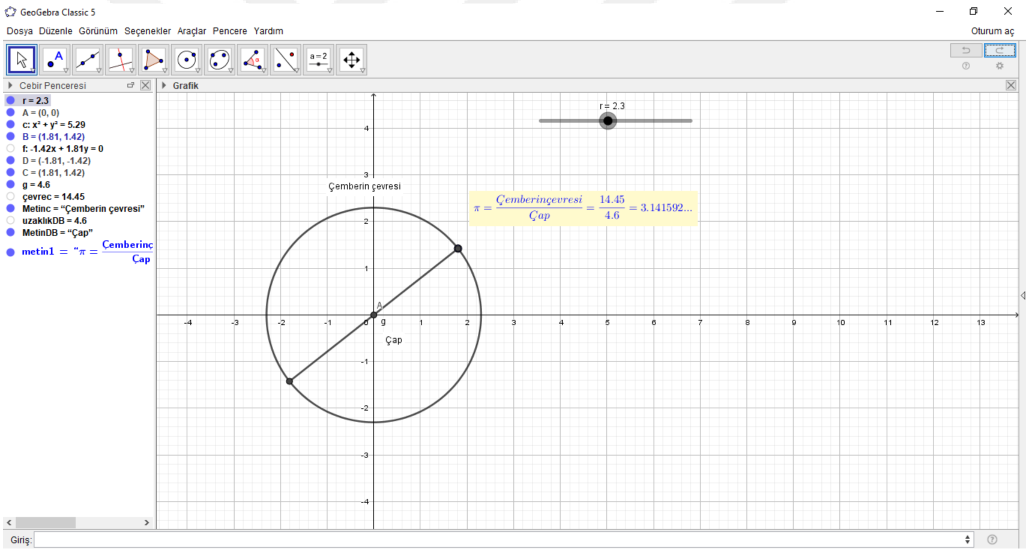
Ö9: *x^o'deki x bir değişken, x değiştikçe yayın uzunluğu da değişir.*

A: *Salyangozun süründüğü mesafenin matematiksel ifadesini nasıl elde ettin?*

Ö9: *Salyangozun süründüğü mesafede iki tane yarıçap uzunluğu ile merkez açıyı gören yay uzunluğu var. Bunların toplamı da salyangozun süründüğü mesafenin matematiksel genel ifadesini verecektir.*

Ö9 kodlu öğrenci hem çözümünde hem de yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmesinde problem durumunun çözümü için beklenen alışkanlıkları başarılı bir şekilde gerçekleştirmiştir.

Beşinci haftanın uygulamasının alan notlarında ön planda π (pi) sayısının elde edilememesi yer almaktadır. Çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranını sabit bir sayı ve simge ile belirtemedikleri için geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı ve değişmezleri araştırma alışkanlığını başarılı bir şekilde sergileyemedikleri görülmüştür. Bunun için çemberin değişen çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranının yaklaşık olarak $\pi \approx 3{,}14$ sayısına yaklaştığını ve π (pi) simgesi ile gösterildiğini GeoGebra programından yararlanarak gösterilmiştir. GeoGebra programında sürgü hareket ettirildiğinde değişen çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranının π simgesi ve 3,14 sabit sayısı olduğuna dair cevap kesiti Şekil 4.34'te verilmiştir.



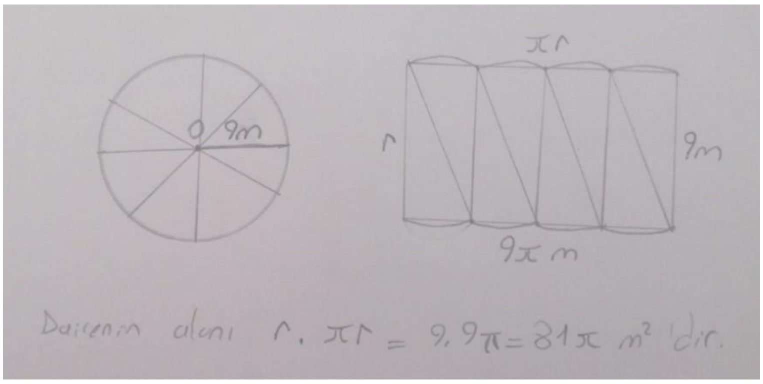
Şekil 4.34. GeoGebra programında π (pi) sayısının elde edilişinin ekran kesiti.

Altıncı uygulama haftasında 3 problem durumuna cevap istenmiştir. Problem Durumu-XXII'de dairenin alanı için bağıntı oluşturulması, Problem Durumu-XXIII'de daire diliminin alanı için bağıntı oluşturulmasını ve Problem Durumu-XXIV'te ise daire ve daire diliminin alanı için bağıntı oluşturulması beklenmektedir.

Altıncı uygulama haftasında Problem Durumu-XXII'de dairesel bölgenin alanı ile dörtgensel bölgenin alanını ilişkilendirmesi, dikdörtgenin alan düşüncesi ile dairenin alanı için bağıntı oluşturulmasıyla geometrik fikirleri genelleme, dairenin alanını hesaplamak için ek çizimler yapması ve daha önceki öğrendiği yarıçap ile dairenin çevresinin yarısı düşüncesini şekil üzerinde göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, dairesel şekli dilimlere ayırarak statik bir durumda dinamik düşünüp dairenin dilimlerini özel dörtgensel bölge haline getirmesi ile değişmezleri araştırma alışkanlıklarını göstermeleri beklenmektedir. Problem Durumu-XXIII'te daire diliminin alanını orantı kurarak dairenin alanı ile ilişkilendirmesi, daire diliminin alanı için matematiksel genel bir ifade oluşturması geometrik fikirleri genelleme, daire diliminin alanını orantı kurarak dairenin alanı ile ilişkilendirme işlemiyle keşif ve yansıtmayı dengeleme, daireyi eş on parçaya bölündüğünde hangi özelliklerin değişeceği (dairenin eş on parçaya bölünmesi ile alan), hangi özelliklerin ise değişmeyeceğini (yarıçap, π sayısı, daire dilimlerinin merkez açıları,…) göstermesi değişmezleri araştırma alışkanlıklarını göstermeleri beklenmektedir. Problem Durumu-XXIV'te daire diliminin alanını orantı kurarak dairenin alanı ile ilişkilendirmesi, daire diliminin alanı için matematiksel genel bir ifade oluşturması geometrik fikirleri genelleme, dairenin alanı için daire dilimleri ile ek çizimler yapması, yarıçap uzunluğunu ile dairenin çevresinin yarı uzunluğunu şekil üstünde göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, dairenin dilimlerini özel dörtgensel bölge haline getirerek dairenin alanı için matematiksel ifade oluşturması ile değişmezleri araştırma alışkanlığını göstermeleri beklenmektedir.

4.2.6.1. ***Altıncı uygulama haftasında ortaokul matematik öğretmeninden elde edilen bulgular***

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXII'ye yönelik cevabı Şekil 4.35'te verilmiştir.



Şekil 4.35. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXII'ye yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.35'te verilen Problem Durumu-XXII'nin çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

A: *Dairenin alan formülünü oluşturmak için hangi geometrik şeklin alanını bulma düşüncesinden yararlandınız?*

OMÖ: *Daireyi sonsuz eş parçaya ayırdığımızı düşünelim. Sonsuz eş dilimlerini yan yana getirdiğimizde dikdörtgene oldukça yakın bir şekil elde edilir. Dairenin alan formülünü, dikdörtgenin alanını bulma düşüncesi ile oluşturdum.*

A: *Burada zihnin hangi geometrik alışkanlıklarını kullandınız?*

OMÖ: *Dikdörtgenin alanı ile dairenin alanını ilişkilendirdim. Dikdörtgenin alanını bulma düşüncesi ile dairenin alanının matematiksel ifadesine ulaşmam yani $\pi r.r= \pi r^2$ bağıntısını oluşturmam, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı.*

A: *Dairenin alanını belirlemek için daire dilimleri çizmeniz, bir kenarına r diğer kenarına πr uzunluğunu vermeniz ve dikdörtgenin alanı düşüncesi ile dairenin alan formülünü oluşturmanız zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandınız?*

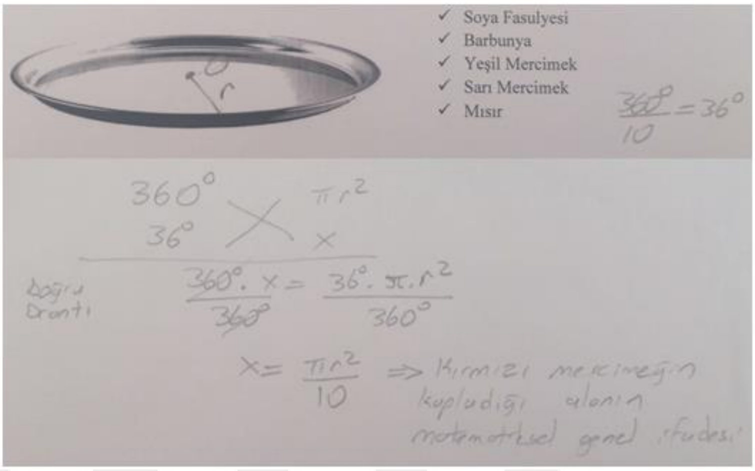
OMÖ: *Ek çizimler yaptım. Daha önceki bilgilerime dayanarak da dairenin alanını belirledim. Keşfettim ve yansıttım.*

A: *Daireyi dilimlere ayırmanız ve dilimleri dikdörtgen şekline getirdiğinizi düşünmeniz ile zihnin hangi geometrik alışkanlığını kullandınız?*

OMÖ: *Daireyi parçalara ayırdım. Daire dilimlerinde değişiklik olmadan sadece dikdörtgen haline getirdim. Alanla ilgili değişiklik olmadı. Bu da değişmezleri araştırma alışkanlığıdır.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XXII'nin çözümünde ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşme esnasında dairenin sonsuz eş parçaya ayrılıp daire dilimlerinin yan yana getirilerek dikdörtgenin alanı ile dairenin alanını belirlemesi ‘‘Geometrik şekil içinde alt şekiller oluşturarak ilişkilendirmesi’’ alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, dikdörtgenin alanı düşüncesi ile dairenin alan bağıntısını oluşturması ‘‘Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görebilme’’ alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını, dairenin alanını hesaplamak için ek çizimler yapması, daire diliminde yarıçap uzunluğunu ve dairenin çevresinin yarı uzunluğunu göstermesiyle dikdörtgensel bölgenin alanından dairenin alanına ulaşması ‘‘Daha önceki benzer durumları düşünmesi’’, ‘‘Nihai durumun neye benzeyeceğini açıklayabilmesi’’ alışkanlık göstergeleri ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, daireyi dilimlere ayırması ve dörtgensel bölge haline getirmesi ‘‘Statik bir durumda dinamik düşünmesi'' alışkanlık göstergesi ile değişmeleri araştırma alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemiştir.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXIII'e yönelik cevabı Şekil 4.36'da verilmiştir.



Şekil 4.36. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXIII'e yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.36'daki Problem Durumu-XXIII'ün çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

A: *Problem durumunda orantı kurmanızın amacı nedir?*

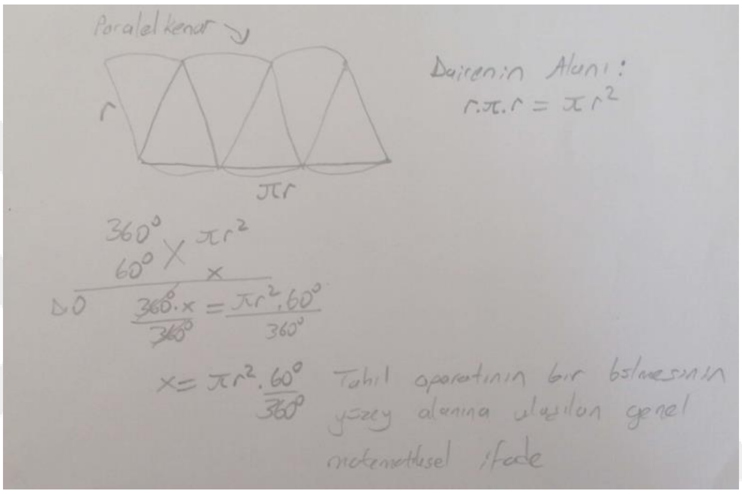
OMÖ: *Dairenin alanı ile daire diliminin alanını ilişkilendirmek için.*

A: *Dairenin on eş parçaya ayrılması ile daire ve daire diliminin değişen/değişmeyen özellikler nelerdir?*

OMÖ: *Yarıçap uzunluğu, alan için kullanacağım π (pi) sabit sayısı değişmeyen özellikler iken alan değişen özellik olarak alınabilir.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XXIII'ün çözümünde ve yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşme esnasında daire diliminin alanını orantı kurarak dairenin alanı ile ilişkilendirmesi ''İki ya da daha fazla geometrik şekli orantısal akıl yürütme becerisi ile ilişkilendirme'' alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, daire diliminin alanı için matematiksel genel bir ifade oluşturması ''Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alması'' alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını, daireyi on eş parçaya bölündüğünde hangi özelliklerin değişeceği/değişmeyeceğini belirtmesi ‘‘Bir şekle işlem uygulandığında hangi özelliklerin değişeceğini, hangi özelliklerin ise aynı kalacağını belirlemesi’’ alışkanlık göstergesi ile değişmeleri araştırma alışkanlığını, daire diliminin alanını dairenin alanı orantı kurarak ile ilişkilendirmesinde ‘‘Hedeflenen amaca ulaşma sürecine yardımcı olacak ara adımları belirlemesi’’ alışkanlık göstergesi ile keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemiştir.

Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXIV’e yönelik cevabı Şekil 4.37’de verilmiştir.



Şekil 4.37. Ortaokul matematik öğretmeninin Problem Durumu-XXIV’e yönelik çözümü.

Ortaokul matematik öğretmeni ile Şekil 4.37’de verilen Problem Durumu-XXIV’ün çözümüne dair yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmenin bir kesiti aşağıda verilmiştir:

OMÖ: *Bu problem durumu ile önceki iki problem durumunun birleştirilerek irdelendiği günlük hayatın içinden güzel bir problem olmuş. Diğer problem durumları da öle. Geometrinin günlük hayatımızdaki varlığını farkına varmada problem durumları harika işlev gördü.*

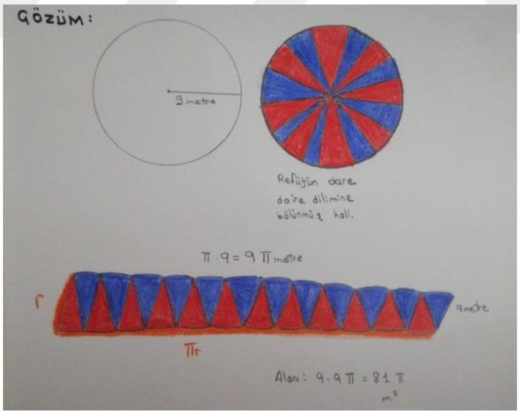
A: *Teşekkür ederim hocam.*

Ortaokul matematik öğretmeni Problem Durumu-XXIV’ün çözümünde Problem Durumu-XXII/XXIII’ün çözümündeki alışkanlıklarını da başarılı bir şekilde sergilemiştir.

4.2.6.2. *Altıncı uygulama haftasında 7. sınıf öğrencilerinden elde edilen bulgular*

Altıncı uygulama haftası sürecindeki Problem Durumu-XXII'nin çözümüne 28 öğrenci katılmıştır. 2 öğrenci problem durumuna cevap vermemiştir. 3 öğrenci dairenin alan bağıntısını elde etmeden refüjün alanını hesaplamıştır. 23 öğrenci dörtgensel bölgenin alan bulma bağıntısı ile dilimlere ayırdığı dairenin alanını ilişkilendirmiş, dairesel bölgenin alanını hesaplamak için daireyi dilimlere ayırmış, ayırdığı dilimlerle dörtgensel bölge oluşturmuş, oluşturduğu dörtgensel bölgede yarıçap ile dairenin çevresinin yarısı düşüncesini şekil üstünde göstermesiyle keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını göstermiştir. Ayrıca dörtgensel bölgenin alanından dairenin alan bağıntısı oluşturması ile geometrik fikirleri genelleme, statik bir durumda dinamik düşünüp dairesel şekli dilimlere ayırıp dairenin dilimlerini dörtgensel bölge haline getirmesi ile de değişmezleri araştırma alışkanlıklarını başarılı bir şekilde göstermiştir.

Problem Durumu-XXII'de dairesel şekli dilimlere ayıran, ayırdığı dilimlerle dörtgensel bölge haline getiren, dörtgensel bölgede kenar uzunluklarına r ve π.r uzunluklarını kullanarak dörtgensel bölge ile dairenin alanını hesaplayan Ö24 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.38'de verilmiştir.

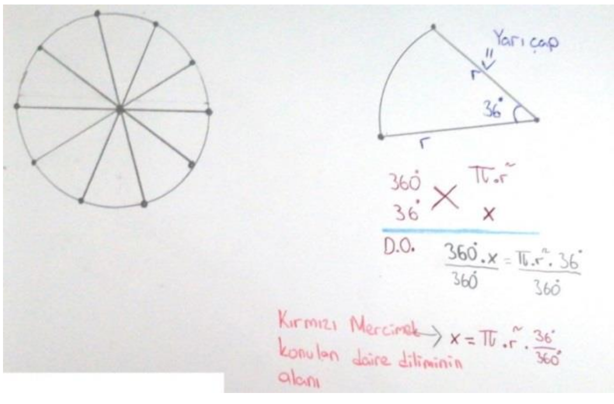


Şekil 4.38. Ö24 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XXII'ye yönelik cevabı.

Şekil 4.38'de görüldüğü gibi öğrenci öncelikle dairesel bir model çizmiş ve dilimlere ayırmış, ayırdığı dilimleri dörtgensel bölge haline getirerek şekil üstünde r ve π.r uzunluklarını vermesi ''Düzenli olarak durumları değerlendirerek çizim yapması, oynaması ya da keşfetmesi'', ''Daha önceki benzer durumları düşünmesi'', ''Nihai durumun neye benzeyeceğini açıklayabilmesi'', ''Bir durumdaki koşul ya da geometrik şeklin bazı özelliklerinde değişiklik yapması, yapılan değişiklikleri de göz önünde bulundurarak düşünmesi'' alışkanlık göstergeleri ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, ayırdığı daire dilimlerini dörtgensel bölge haline getirmesi ''Statik bir durumda dinamik düşünmesi'' alışkanlık göstergesi ile değişmezleri araştırma, daire dilimleri ile oluşturduğu dörtgensel bölgenin alanından dairenin alanını hesaplaması ‘‘Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görebilme’’ alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını, ayırdığı daire dilimlerini yan yana getirerek dikdörtgenin alan bağıntısıyla dairenin alanını hesaplaması ‘‘Geometrik şekil içinde alt şekiller oluşturarak ilişkilendirmesi’’ alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme alışkanlığını başarılı bir şekilde göstermiştir.

Altıncı uygulama haftası sürecindeki Problem Durumu-XXIII’ün çözümüne 28 öğrenci katılmıştır. 4 öğrenci kırmızı mercimek konulan bölgenin alanının sinin alanının 1/10’u olduğunu göstererek dairenin alanını daire diliminin alamnıyla orantısal akıl yürütme ile ilişkilendirmiştir. 24 öğrenci doğru orantı kurarak dairenin alanı ile daire diliminin alanını ilişkilendirmiş, bir daire diliminin alanı için matematiksel ifade oluşturması ile geometrik fikirleri genelleme, dairenin alanı ile daire diliminin alanını orantı kurarak ara işlemleri belirlemesi ve şekil çizerek dairenin yarıçapını, merkez açısını belirlemesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, daire diliminin alanı için oluşturduğu matematiksel ifadesinde hangi bileşenlerin değişken (yarıçap, merkez açı, dairenin çevre uzunluğu) hangi bileşenlerin ise değişmeyen (π sayısı) özellikler olduğunu göstermesi ile değişmezleri araştırma alışkanlıklarını başarılı bir şekilde göstermiştir.

Problem Durumu-XXIII’de dairesel şekli on eş parçaya bölmüş, bir daire diliminin merkez açısı ile yarıçapını belirleyerek, bir daire diliminin alanının matematiksel ifadesini orantı kurarak oluşturan Ö13 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.39’da verilmiştir.



Şekil 4.39. Ö13 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XXIII’e yönelik cevabı.

Ö13 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Problemin çözümü için neler yaptın anlatabilir misin?*

Ö13: *Siniyi on eş parçaya böldüm. Bir tane daire dilimini yanına çizdim. Çizdiğim daire diliminde yarıçapa r, merkez açıya 36^o dedim.*

A: *Matematiksel ifadeyi oluşturmak için neden orantı kurdun?*

Ö13: *Orantı kurmayı daha önceden öğrenmiştim. Dairenin çevresi 360^o, dilimin merkez açısı 36^o. Açı küçüldükçe dilimin alanı da küçülür. İkisi doğru orantılı olduğuna karar verdim. Bundan dolayı orantı kurdum.*

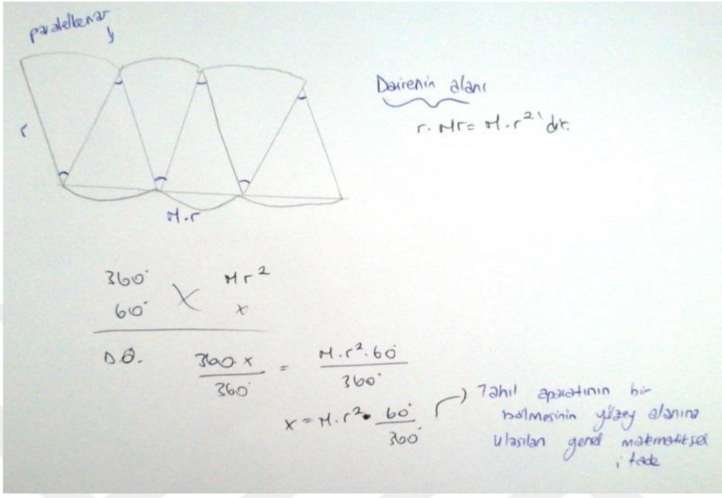
A: *Orantı kurmadan da bir daire diliminin alanı için bağıntı oluşturulur mu?*

Ö13: Sini on eş parçaya bölünmüş, dairenin alan formülünü 10'a bölerek de bulabiliriz.

Ö13 kodlu öğrencinin yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmesinde orantı kurmadan başka bir şekilde de daire diliminin alanı için matematiksel ifade oluşturduğunu ifade ederek ''Tüm çözüm kümesini görerek neden daha fazla çözüm olup/olmadığını açıklaması'' alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde göstermiştir.

Altıncı uygulama haftası sürecindeki Problem Durumu-XXIV'ün çözümüne 29 öğrenci katılmıştır. 2 öğrenci sadece dairenin alan bağıntısını yazmıştır. 3 öğrenci daire dilimlerini dörtgensel bölge oluşturmadan dairenin alanını ezbere yazmış, orantı kurarak daire diliminin alanı ile daire dilimini ilişkilendirmiş, daire diliminin alanı için matematiksel ifadesini oluşturarak geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını kısmi olarak kullanmıştır. Bu 3 öğrenci keşif ve yansıtmayı dengeleme ile değişmezleri araştırma alışkanlık göstergelerini sergileyememiştir. 24 öğrenci daire dilimlerini dörtgensel bölge haline getirerek dairenin alanının matematiksel ifadesini oluşturarak değişmezleri araştırma, dairenin alanı için daire dilimleriyle ek çizimler yaparak yarıçap uzunluğu ile dairenin çevresinin yarı uzunluk düşüncesini şekil üstünde göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme, daire diliminin alanını orantı kurarak dairenin alanı ile ilişkilendirmiş, daire ile daire diliminin alanı için matematiksel genel ifadesini oluşturması ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemiştir.

Problem Durumu-XXIV’te tahıl aparatları ile paralelkenarsal bölge oluşturarak kenarlarına r ve π.r uzunluklarını verip, dörtgensel bölgenin alanından dairenin alanı için bağıntı oluşturan, dairenin alanı için oluşturduğu bağıntı ile daire diliminin alanını orantı kurarak ilişkilendirip daire dilimi için bir bağıntı elde eden Ö2 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 4.40’da verilmiştir.



Şekil 4.40. Ö2 kodlu öğrencinin Problem Durumu-XXIV’e yönelik cevabı.

Ö2 kodlu öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmede öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

A: *Problemin çözümü için neler yaptın anlatabilir misin?*

Ö2: *Bu tahıl aparatı bizim evimizde de mevcut. Deneme yapmak için annemden izin aldım. İlk önce aparatlar ile paralelkenarsal bölge oluştuğunu fark ettim. Cevabıma da modelini çizdim.*

A: *Dairenin alanına paralelkenarın alanından nasıl ulaştın?*

Ö2: *Aparatlarla paralelkenar oluyor ama dilimleri daha fazla keser sayısını artırırsak dikdörtgene yaklaştığını derste görmüştüm. Buradan kenarlara r ve π.r uzunlarını verdim. Dikdörtgenin alanından dairenin alan formülüne ulaştım.*

A: *Bir tahıl aparatının matematiksel ifadesinde değişen/değişmeyenler özellikler nelerdir?*

Ö2: *π sayısı ve dairenin çevresinin 360º olması değişmeyen özellikler, r ve daire dilimi için yazdığımız merkez açı ölçüsü formülde değişen özelliklerdendir.*

Ö2 kodlu öğrencinin yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmesinde daire diliminin sayısının arttırılması ile dikdörtgene yaklaşacağını ifade etmesi ile dikdörtgenin alanından dairenin alan formülünü oluşturması ‘‘Geometrik şekil içinde alt şekiller oluşturarak ilişkilendirmesi’’ alışkanlık göstergesi ile ilişkilendirme, dikdörtgenin alan mantığıyla dairenin alanı ile daire diliminin alanının matematiksel genel ifadesini oluşturması ‘‘Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alarak çözüme uygun özel durumların ötesini görebilme’’ alışkanlık göstergesi ile geometrik fikirleri genelleme, dairenin alanını hesaplamak için ek çizimler yapmasıyla daire diliminde yarıçap uzunluğu ile dairenin çevresinin yarı uzunluğunu şekil üstünde göstererek dörtgensel bölgenin alanından dairenin alanına ulaşması ‘‘Daha önceki benzer durumları düşünmesi’’, ‘‘Nihai durumun neye benzeyeceğini açıklayabilmesi’’ alışkanlık göstergeleri ile keşif ve yansıtmayı dengeleme, daire dilimlerini paralelkenar haline getirmesi ‘‘Statik bir durumda dinamik düşünmesi’’ alışkanlık göstergesi ile de değişmeleri araştırma alışkanlığını başarılı bir şekilde sergilemiştir.

Altıncı haftanın uygulamasının alan notlarında ön planda ortaokul matematik öğretmeninin ve öğrencilerinin alışkanlıklarının benzer olduğu yer almaktadır. Öğretmen ve öğrenci arasındaki iletişim sağlam olduğunda öğrenci, öğretmenine benzer çözümler yaparak benzer zihnin geometrik alışkanlıklarını gösterebilmektedir.

BÖLÜM V

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerinin zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkisi ve uygulama sürecinin sonuçları tartışılmıştır.

5.1. Ortaokul Matematik Öğretmeni ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Süreçlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Üzerine Etkisine İlişkin Tartışma ve Sonuçlar

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test puanları normal dağılım göstermediğinden elde edilen veriler için yapılan Mann-Whitney U testine göre deney-kontrol grupları arasında anlamlı bir farklılık çıkmamıştır. Yani probleme dayalı öğrenme ortamının uygulandığı deney grubu ile Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemlerle ders işlenen kontrol grubu öğrencilerinin başarılarının birbirine denk olduğu söylenebilir. Bu durum grupların son test puanlarının yorumlanması noktasında öğrenme ortamının etkililiğinin karşılaştırılmasında kolaylık sağlamıştır. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin ön testten aldıkları puanlara göre, öğrenciler zihnin geometrik alışkanlıklarını düşük düzeyde kullandıklarını göstermektedir. Nitekim, LGS sınavına giren tüm öğrencilerin LGS matematik alt test ortalamalarının da oldukça düşük olması (MEB, 2018; 2019; 2020; 2021); sahip oldukları zihnin geometrik alışkanlıkların da çok düşük düzeyde sahip olduklarını ve bu alışkanlıkların geliştirilmesinin gerektiğini göstermektedir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, deney grubundaki öğrencilerin uygulamadan sonra yapılan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) son testinden aldıkları puanların ortalaması, Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön testinden aldıkları puanların ortalamasına göre yüksek düzeyde artış göstermiştir. Deney grubundaki öğrencilerin ön ve son testten aldığı puanlar arasında istatistiksel olarak da anlamlı farklılaşmanın olduğu görülmüştür (Tablo 4.4). Buradan, probleme dayalı öğrenme ortamının deney grubundaki öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirdiği görülmektedir. Bu da araştırmadan elde edilen sonuçların; literatürde uygun öğrenme ortamı oluşturulduğunda düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceği görüşünü savunanları destekler niteliktedir (Jacobbe & Millman, 2009; Charbonneau ve diğerleri, 2009; Cuoco ve diğerleri, 1996; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Driscoll ve diğerleri, 2008; Hu, 2005). Bülbül'ün (2016) matematik öğretmeni adaylarıyla yaptığı çalışmada, problem çözmenin merkeze alınarak hazırlanan bir öğrenme ortam değişkeninin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirdiği gözlemlenmiştir. Özer'in (2018) yapmış olduğu çalışmada hazırlanan öğretim ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde ve alışkanlıkların kalıcı hale gelmesinde deney grubu lehine etkili olduğunu görülmüştür. Benzer şekilde de, öğrencilerin matematiksel zihin alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik yapılan çalışmalarda da öğrencilerin zihin alışkanlıklarının geliştirilebileceği belirtilmiştir (Costa & Kallick, 2000; Hu, 2005; Marshall, 2004).

Araştırmadaki kontrol grubundaki öğrencilerin uygulama sonrasında yapılan son testten alınan puanların ortalaması, uygulama öncesi yapılan ön testten alınan puanların ortalamasına göre artmıştır. Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemlerle ders işlenen kontrol grubu öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) ön test ve son test sonuçlarının fark puanlarının sıra ortalamaları ve toplamları için yapılan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonuçlarına göre istatistiksel olarak son test puanı lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür (Tablo 4.3). Buna göre, kontrol grubundaki öğrencilerin son testten aldıkları puanların ortalamaları, ön testten aldıkları puanların ortalamalarına göre daha yüksektir.

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) son test puanları normal dağılım göstermediğinden elde edilen veriler için yapılan Mann-Whitney U testine göre uygulama sonrasında deney-kontrol gruplarının son test puanları arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğu sonucu elde edilmiştir (Tablo 4.4). Buradan; 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan probleme dayalı öğrenme ortamının zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirdiği görülmektedir. Bununla birlikte; probleme dayalı öğrenme ortamının, öğrenme üzerinde olumlu yönde etkisi olduğu belirlenmiştir (Bülbül, 2016; Andriani ve diğerleri, 2017; Ünveren-Bilgiç & Argün, 2018; Erşen, 2018; Erdoğan, 2019).

5.2. Probleme Dayalı Öğrenme Ortamından Yansımalara İlişkin Tartışma ve Sonuçlar

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin probleme dayalı öğrenme ortamında zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla da ön testin uygulanması ile birlikte zihnin geometrik alışkanlıklarının durum tespitinin ardından ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirilmesine yönelik hazırlanan altı haftalık probleme dayalı öğrenme ortamından elde edilen veriler ile ilgili literatür tartışılarak aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Ortaokul matematik öğretmeninin ve öğrencilerin ilişkilendirmek için keşif ve yansıtma alışkanlığını göstermeleri gereken problem durumlarında; problem durumların çözümlerine ulaşılmasını sağlayan öncelikli alışkanlık keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının ek çizim yapma göstermesidir. Ek çizim ya da çizimlerle geometrik yapılar yeniden yapılandırılacak, yapılandırılan geometrik şekiller arasında ilişkiler ortaya çıkarılabilecektir. Bu çalışmada da problem durumlarının çözümlerine ulaşılacak amaçlı ek çizimler yapılması, öğrencilerin eş alan ile açıları ilişkilendirmesiyle hem ilişkilendirme hem de keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlıklarını kullandıkları görülmüştür. Problem durumlarının çözümleri incelendiğinde; alanlar ile açıların eşliği arasında ilişkiyi kuramasa da öğrencilerin çeşitli ek çizimleriyle problem durumunu çözmeye çalışması ek çizim yapma farkındalığında olduğu görülmüştür. Bu durum; matematik disiplin bilgisi ile geometrik şekil arasındaki ilişkiyi geometrik şekillerle ilgili kavram imajının zenginliğinden dolayı oluşturabiliyor, uzamsal düşünme becerisinin gelişmiş olmasından kaynaklanıyordur (Arcavi, 2003).
2. Araştırmanın uygulama sürecindeki problem durumların çoğunluğunda matematiksel bir genel ifade oluşturulması beklenmektedir. Yani matematiksel genellemelerin gösterilmesi beklenmektedir. Ortaokul matematik öğretmeni uygulama sürecindeki bütün problem durumlarında matematiksel genellemeleri başarılı bir şekilde göstererek geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını yeterli düzeyde sergilemiştir. 7. sınıf öğrencileri ise çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamının genel ifadesinin, yamuğun alan bağıntısının oluşturulması, π (pi) sabit sayısının elde edilmesi ve dairenin alanını dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirilmesinde başarılı oldukları görülmüş; paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı karşı durumlu açıların ölçüleri toplamının 180^o olduğunu sadece 4 öğrenci neden belirterek ispatlayabilmiş, eşit çevre uzunluğundaki karenin alanının

eşkenar dörtgenin alanına eşit olabileceğini ve eşit kenar uzunluğundaki dikdörtgenin alanının paralelkenarın alanına eşit olabileceğini ise hiçbir öğrenci gösterememiştir. Problem durumların çözümleri incelendiğinde, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığını daha çok sergileyen öğrencilerin genelleme oluşturmada daha başarılı oldukları görülmüştür. Sezer (2019) yaptığı boylamsal çalışmasında özel durumlardan yola çıkarak genelleme oluşturmada sınırlı düzeyde zihnin geometrik alışkanlıklarını kullanıldığı sonucuna varmıştır.

3. İkinci haftanın Problem Durumu-XIII'te öğrencilerin çoğunluğu (20 öğrenci) çokgenlerin artan kenar sayılarına göre ahırın geometrik şeklinin çember/daire olduğunu gösterememiştir. Yıldırım ve Yavuzsoy Köse'nin (2018) çalışmasında genellemeye ulaşmaları beklenen çokgenlerde, öğrencilerin çoğunluğunun genellemeyi ifade etmekte oldukça zorlandıkları belirlenmiştir.
4. Uygulamanın üçüncü haftasındaki problem durumlarında geometrik yapıların hareket ettirilerek alanlar arasındaki ilişkinin değişen/değişmeyen özelliklerinin belirlemesinin gösterilmesi istenmiştir. Öğrencilerin birçoğu değişen/değişmeyen özellikleri belirlese de; matematiksel olarak alanların eşitliğini ifade eden nadir öğrenci vardır. Bu da GeoGebra programının problem durumlarının çözümlerinde kullanılmasıyla bir geometrik yapıdaki noktanın hareket ettirilmesiyle yapılar arasındaki değişen/değişmeyen özelliklerin görülmesini sağlamıştır. Nitekim literatürde, değişen/değişmeyen özellikleri belirlemek için geometri yazılımlarının kullanımının değişmezleri araştırma alışkanlığının geliştirilmesi konusundaki önemi üzerinde durulmaktadır (Ruthven ve diğerleri, 2008; Marrades & Gutiérrez, 2000).
5. Uygulamanın üçüncü haftasındaki problem durumlarında özel dörtgenlerin alanları ile değişen/değişmeyen özelliklerinin çözümlerinin sürecinde ağırlıklı olarak değişmezleri araştırma alışkanlığı kullanılarak alanlarla ilgili matematiksel bir genellemeye ulaşmaları beklenmiştir. İncelenen problem durumlarının çözümlerine göre, alanların eşitliği matematiksel genellemesine ulaşılmadığı görülmüştür. Bu durum; öğrencinin dinamik düşünmeyi gerektirecek problem durumları ile daha önce yeterince karşılaşmamış olmasından, matematik öğretmeninin özel dörtgenler arasında ilişkiyi gösteren çözüm yollarını tercih etmemesinden ve dinamik geometri yazılımlarını derslerinde tercih etmemesinden kaynaklanıyor olabilir.

6. Dördüncü haftanın problem durumunda öğrencilerin büyük çoğunluğu (20 öğrenci) yamuğun alan bağıntısını, dikdörtgenin alanından iki dik üçgenin alanları toplamının çıkarılması şeklinde göstermesine rağmen; 24 öğrenci yamuk için oluşturulan alan bağıntısının özel dörtgenler içinde geçerli olduğu genellemesini gösterememiştir. Samson'ın (2014) çalışmasına göre öğrencinin ilişkilendirme veya değişmezleri araştırma alışkanlığını yeterli düzeyde kullanmaması, genellemeye ulaşmasını olumsuz yönde etkileyeceğini belirtmiştir. Geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının göstergelerinden olan ‘‘Çözüm ile ilgili özel durumları dikkatli bir şekilde göz önüne alması'', ‘‘Bazı örnekler için çözüme uygun özel durumların ötesini görmesi'' alışkanlıklarını başarılı bir şekilde kullanamamalarının sebebi; ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma alışkanlıklarını yeterli düzeyde gösteremediklerinden, özel dörtgenlerin sınıflandırılmasını başarılı bir şekilde göz önünde bulunduramamışlardır. Bu bağlam, öğrencilerin özel dörtgenlere dair kavram imajının doğru olmadığının göstergesidir.
7. Araştırmanın uygulama sürecindeki problem durumlarında ilişkilendirme alışkanlığını gerekli yeterlilikte gösterebilen öğrencilerin, problem durumların çözümlerine ulaşmada da daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Geometrik yapılarda ilişkilendirme ne düzeyde yapılabilirse, problemlerde o kadar başarılı çözümler yapılabileceğini yapılan çalışmalarda da belirtilmiştir (Cuoco ve diğerleri, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2007; Leikin, 2007; Seago ve diğerleri, 2013).
8. Araştırmanın problem durumlarının çözümlerinde zihnin geometrik alışkanlıkları bütüncül olarak istenmiştir. Zihnin geometrik alışkanlıklarından keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının en önemli göstergesi ek çizim yapılmasıdır. Öğrencilerin problem durumlarında yönlendirici soru maddeleri ile mutlaka ek çizim yapmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrencinin keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını görebilmek için alışkanlığı uygulamaya yönlendirecek uygun problem durumları hazırlanarak çözümlerine ulaşmaları noktasında ek çizim yapmaları diğer ZGA bileşenlerinin gösterilmesi noktasında da öncül olmuştur. Buradan problem durumlarını çözmeye yönelik uygun yönlendirici sorular diğer alışkanlıkların da gösterimini sağlamıştır.

9. Milli Eğitim Bakanlığının 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemlerle ders işleyen kontrol grubu öğrencilerinin uygulama sonunda ZGA'larının geliştiği görülmüştür. 7. sınıf matematik ders kitabı incelendiğinde uygulama sürecinde Geogebra programının kullanılması ve kazanımlara uygun etkinliklere yer verilmesi ZGA'ların gelişiminde etkili olur iken deney grubu öğrencileri düzeyinde gerçekleşmemiştir. Bu farkı da probleme dayalı öğrenme ortam değişkeni sağlamaktadır. Çünkü kontrol grubu öğrencilerine 7. sınıf matematik ders kitabında sadece işleme dayalı sorular sorulurken, deney grubu öğrencilerine probleme dayalı öğrenme ortamında ZGA içerikli problem durumları ile bu farklılaşmanın anlamlı olması sağlandığı söylenebilir.
10. Araştırmanın uygulama sürecinin dördüncü haftasından sonra öğrencilerin, matematik öğretmenine benzer çözümler yaptığı belirlenmiştir. Bu da, matematik öğretmenindeki zihnin geometrik alışkanlıklarının, öğrencilerde de görüldüğü söylenebilir. Korkmaz (2016), öğretmenlerle öğrencilerin zihin alışkanlıklarının aynı olmasının sebebini öğretmenlerin zihin alışkanlıklarının problemlerin çözümlerinde öğrencilerin yaklaşımlarını etkilemesi olarak ifade etmiştir. Tolga (2017) ise yaptığı çalışmada, öğrencilerin kendi öğretmenlerinin gösterdiği şekilde çözüm yollarını takip ettiğini ifade ederek benzer alışkanlıkları gösterdiklerini belirtmiştir.

5.3. Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak öneriler; uygulamaya yönelik öneriler ve gelecekte yapılacak araştırmalara dair öneriler başlıkları altında yer verilmiştir.

5.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre aşağıda uygulamaya yönelik öneriler verilmiştir:

1. Öğrencinin zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilebilmesi için öncelikle günlük hayatta rutin olmayan geometri problemleri ile karşılaştırılması gerekmektedir. Araştırmanın uygulama sürecindeki problem durumları hazırlanırken, öğrencilerin matematik öğretmeninin görüşleri de dikkate alınarak daha önce karşılaşmadıkları problem durumları olmasına özen gösterilmiştir. Bu bağlamda; geometri ve ölçme öğrenme kazanımlarının öğretiminde problemlerin

seçiminde öğrencilerin birden fazla zihnin geometrik alışkanlıklarını gösterebileceği problem durumlarına yer verilmelidir.

2. Literatürde geometrik inşa problemlerinin, zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirebileceği problem türlerinden biri olarak görülmektedir (Napitupulu, 2001; Karakuş, 2014). Bu bağlamda, ilkokuldan liseye kadar temel geometrik kavramların kazanımının ele alınmasından sonra öğrencilerin, ZGA'larını geliştirmek için geometrik inşa problemlerine yer verilmelidir.
3. Öğrencilerin ZGA'larını geliştirebilecek problem durumları, etkinlikler ile desteklenerek sınıf içinde öğrencinin uygulaması istenebilir.
4. Bulgular kısmında da ver verildiği gibi öğrenciler, GeoGebra programı ile defa karşılaştığını ve Geogebra programını öğrenerek geometri antipatilerini yenmek istediklerini belirtmişlerdir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre dinamik geometri yazılımının kullanıldığı probleme dayalı öğrenme ortamlarında öğrencilerin ZGA'larını geliştirdiği görülmektedir. Bu bağlamda; tüm eğitim kademelerinde görev yapan matematik öğretmenlerinin öğrencilerin ZGA'larını geliştirmek için dinamik geometri yazılımlarından fayda sağlamaları önerilmektedir.
5. ZGA'ların geliştirilmesi sürecinde matematik öğretmenlerine çok önemli görev düşmektedir. Bu bağlamda; matematik öğretmenlerinin ZGA'larını geliştirebileceği öğrenme ortamları oluşturulması ile ilgili bilgilendirilmesi için hizmet içi eğitim seminerleri verilmelidir.
6. Matematik öğretmeni adaylarının lisans derslerine, ZGA'larını geliştirebileceği dersler müfredatlarına yerleştirilebilir.

5.3.2. Gelecekte yapılacak araştırmalara dair öneriler

Yapılacak yeni araştırmalara dair öneriler aşağıda verilmiştir:

1. Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçları ile ilkokuldan ortaöğretimin farklı kademelerinde öğrenim gören öğrenciler ile çalışmalar gerçekleştirilebilir.
2. Matematiksel zihin alışkanlıkları literatürde trigonometrik, istatistiksel, olasılıksal, cebirsel düşünme alışkanlıkları şeklinde özele indirgendiği görülmektedir (Goldenberg, 1996; Leikin, 2007; Mark ve diğerleri, 2010). Zihnin geometrik alışkanlıkları ile trigonometrik veya cebirsel düşünme alışkanlıklarının birlikte incelenebileceği kesitsel ya da boylamsal çalışmalar yapılabilir.

3. Matematiksel zihin alışkanlıklarının bilişsel ve duyuşsal boyutları tanımlanmıştır. (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Costa & Kallick, 2000; Marshall, 2004; Leikin, 2007; Rolle, 2008; Jacobbe ve Millman, 2009). Bu bağlamda matematiksel zihin alışkanlıklarının bilişsel ve duyuşsal boyutları ile ZGA'ların birlikte incelendiği çalışmalara yer verilebilir.
4. İlkokuldan ortaöğretimin bütün kademelerindeki matematik ve geometri ders kitaplarındaki geometri konularında yer alan problemlerin zihnin hangi geometrik alışkanlıkları ile çözüleceğine dair içerik analiz çalışmaları yapılabilir.
5. İlkokuldan ortaöğretimin bütün kademelerindeki matematik/geometri ders kitaplarında yer alan problemlerin trigonometrik, istatistiksel, cebirsel ve zihnin geometrik alışkanlıklarından hangileri ile çözülebileceğine dair bir içerik analizi çalışması da yapılabilir.

KAYNAKLAR

Akbulut, Y. (2011). *Sosyal Bilimlerde SPSS Uygulamaları*. İstanbul: İdeal Yayıncılık.

Altun, M. (2000). *İlköğretimde problem çözme öğretimi*. Millî Eğitim Dergisi, 147, 27.

Altun, M. (2010). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri için Matematik Öğretimi.* İstanbul: Alfa Yayıncılık.

Altun, M. (2012). *İlköğretim 2. Kademe (6, 7, 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. İkinci Kitap 8. Baskı. Bursa: Alfa Yayıncılık.

Altun, M. (2013). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi* (9. baskı). Bursa: Aktüel.

Altun, M. (2016). *Matematik Öğretimi*. (12. Baskı). Bursa: Aktüel Alfa Akademi.

Altun, M. (2018). *Ortaokullarda (5, 6, 7, 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. (12. Baskı). Bursa: Aktüel Yayınları.

Andriani, S., Yulianti, K., Ferdias, P. & Fatonah, S. (2017). The Effect of Mathematical Habits Of Mind Learning Strategy Based On Problem Toward Students' Creative Thinking Disposition. *IJAEDU-International E-Journal of Advances in Education, Vol. III, Issue 9, December.*

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 215-241.

Arenofsky, J. (2001). Developing Your Problem Solving Skills. Career World, Vol-29, 2001.

Arslan, S. & Yıldız, C. (2010). *11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünmenin Aşamalarındaki Yaşantılarından Yansımalar*. *Eğitim ve Bilim 2010, Cilt 35,* Sayı 156.

Auerbach, C. F. & Silverstein, L. B. (2003). Qualitative Data: An Introduction to Coding and Analysis. New York: New York University Press.

Baki, A., Güven, B. ve Karataş, İ. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek öğrenme*. Sözlü Bildiri, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.

Beyendi, S. (2018). 2018 LGS Matematik Sorularının Analizi. Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi, 6(80), 456-475.

Bingham, A. (1998). *Çocuklarda problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi* (A. F. Oğuzhan, çev.). İstanbul: Millî Eğitim Basımevi.

Blitzer, R. (2003). *Thinking mathematically*. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall.

Boud, D. & Feletti, G. (1991). *The challenge of problem based learning*. London: Kogan Page.

Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2016). Zihnin geometrik alışkanlıkları. E. Bingölbali, S. Arslan ve Zembat, İ.Ö. (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler*. Ankara: Pegem Akademi.

Boz Yaman, B. & Duatepe Paksu, A. (2017). *Origamiyle Yapılan Sorgulamaların Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Süreçlerini Tetiklemesi*. *Eğitimde Gelecek Kongresi, Poster Sunumu,* 11-12 Kasım 2017, MEF Üniversitesi, İstanbul.

Bülbül, B. Ö. (2016). Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamının Değerlendirilmesi. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (18. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F.(2018). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi, 158-266.

Cantürk-Günhan, B. (2006). İlköğretim II. kademede matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Charbonneau, P. C., Jackson, H. A., Kobylski, G. C., Roginski, J. W., Sulewski, C. A., & Wattenberg, F. (2009). Developing students' "habits of mind" in a mathematics program. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 19*(2), 105-126. http://dx.doi.org/10.1080/10511970802409040

Charles R. & Lester, F. 1982. Teaching Problem Solving; What, Why ve How. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1994). *How to evaluate progress in problem solving* (5 ed.). Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Costa, A. L. & Kallick, B. (2000). Discovering and exploring habits of mind. Alexandria, VA: Assocition for Supervisiton and Curriculum Development.

Costa, A. & Kallick, B. (2009). *Learning and leading with Habits of Mind: 16 Essential Characteristics for Success.* Association for Supervision and Curriculum Development, (ASCD) Alexandria, Virginia USA.

Creswell, J. W., Plano Clark, V. L., Gutman, M. & Hanson, W. (2003). Advanced mixed methods Research designs. In A. Tashakkori & C. Teddlie (Eds.), Handbook of mixed methods in social & behavioral Research. Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J. W. (2017). *Araştırma Deseni Nitel, Nicel ve Karma Yöntem Yaklaşımları* (Çeviri Editörü: DEMİR, S.B.). Ankara: Eğiten Kitap, 3. Baskı.

Cuoco, A., Goldenberg, E. and Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior, 15*(4), 375–402.

Cuoco, A., Goldenberg, E.P. & Mark, J. (2010). Organizing a Curriculum around Mathematical Habits of Mind. Mathematics teacher, 103(9).

Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (Altıncı Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Denzin, N., & Lincoln, Y. (2000). The Discipline and Practice of Qualitative Research. N. Denzin, & Y. Lincoln (Eds.), Handbook of Qualitative Research (s. 1-32). Thousand Oaks: Sage Publishing.

Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A Guide for teachers grades 6-10.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Driscoll, M., DiMatteo, R. W., Nikula, J. & Egan, M. (2007). Fostering Geometric Thinking. A Guide for Teachers, Grades 5-10. Portsmouth: Heinemann.

Driscoll, M., DiMatteo, R. W., Nikula, J. & Egan, M., Mark, J. & Kelemanik, G. (2008). The Fostering Geometric Thinking Toolkit: A Guide for Staff Development. Porstmouth, NH: Heinemann.

Duatepe, A. (2004). *The Effects of Drama Based Instruction On Seventh Grade Students' Geometry Achievement, Van Hiele Geometric Thinking Levels, Attitude Toward Mathematics And Geometry*. Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Dursun, Ş. ve Çoban, A. (2006). Geometri Dersinin Lise Programları ve ÖSS Soruları Açısından Değerlendirilmesi. Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 30(2), 213-221.

Erdoğan, A., Çetin, İ. & Yazlık, D. Ö. (2015). Geogebra ile Öğretimin Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Dönüşüm Geometrisi Konusundaki Başarılarına Etkisi. Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2015(4), 84-92. Retrieved from https://dergipark.org.tr/tr/pub/goputeb/issue/34518/381200.

Erdoğan, N. (2019). Ortaokul 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme ve Kurma Bağlamında Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Gelişiminin İncelenmesi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Erşen, Z.B. (2018). Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Öğretim Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Ertekin, E. & Ünlü M. (2020). *Geometri ve Ölçme Öğretimi. Tanımlar, Kavramlar ve Etkinlikler*. Ankara: Pegem Akademi, 234-240.

Goldenberg, E. P. (1996). "*Habits of Mind*" as an Organizer for the Curriculum. Journal of Education, Sayı:178(1).

Gordon, M. (2011). Mathematical habits of mind: promoting students' thoughtful considerations. *Journal of Curriculum Studies, 43*(4), 457-469.

Gür, H. (2006). *Matematik öğretimi*. İstanbul: Lisans Yayıncılık.

Harel, G. & Sowder, L. (2005). Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development. *Mathematical Thinking & Learning,* 7(1).

Har, Y. B. (2009). Challenging mathematics in primary school national examination in singapore. National Institute of Education Nanyang Technological University,1 Nanyang Walk Singapore. http://meb.ai/fFLKGd adresinden 28 Aralık 2019 tarihinde edinilmiştir.

Heddens, J. W. & Speer, W. R. (1997). *Concepts and classroom methods Today's Mathematics*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Hızarcı, S. (2004). Sunuş. (Edt: S. Hızarcı, A. Kaplan, A. S. İpek & C. Işık). Euclid Geometri ve Özel Öğretimi. Ankara: Öğreti Yayınları.

Hu, H-W. (2005). Developing siblings and peer tutors to assist native Taiwanese children in learning habits of mind for math success. Disseration Abstracts International, 256B (UMI No. 3179886).

Jacobbe, T. & Millman, R. S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers. *School Science and Mathematics,* 109(5), 298-302.

Karakuş, F. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik inşa etkinliklerine yönelik görüşleri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 7*(4), 408-435.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). *Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli*. *İlköğretim Online E-Dergi. 2,* 2-9.

Karataş, İ. (2008). Problem çözmeye dayalı öğrenme ortamının bilişsel ve duyuşsal öğrenmeye etkisi. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Trabzon.

Kılıç, S. D. (2003). İlköğretim ikinci kademe son sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde gösterdiği problem çözme yaklaşım ve becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Korkmaz, S., Dündar, S., & Yaman, H. (2016). *Problem çözmede zihnin matematiksel alışkanlıkları*. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(1), 35-61.

Körükcü, E. (2015). Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Gelişiminin İncelenmesi. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Köse, Y. N. & Tanışlı, D. (2014). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrideki Zihinsel Alışkanlıkları. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri.* 14(3).

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical Thinking and solution spaces of mathematical tasks. Paper presented at The Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Larnaca, Cyprus.

Lim, K. H., & Selden, A. (2009). *Mathematical habits of mind.* In S. L. Swars, D. W. Stinson and S. Lemons-Smith (Eds.). Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Atlanta, GA: Georgia State University.

Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E. P. & Sword, S. (2010). Developing mathematical habits of mind. Mathematics Teaching in the Middle Scholl. 15(9).

Marrades, R., & Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics, 44* (1-3), 87-125. http://dx.doi.org/10.1023/A:1012785106627

Marshall, A. R. (2004). High school mathematics habits of mind instruction: student growth and development. Disseration Abstracts International, 115B, (UMI No. 1421654).

Marzano, R. (1992). A different Kind of Classroom: Teaching with Dimensions of Learning. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria Virginia USA.

Marzano, R. J., Pickering, D. & McTighe, J. (1993). *Assessing student outcomes: Performance assessment using the dimension of learning model. Alexandria,* VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Mason, J. (1999). "*Children's and Doing Mathematics*'', QED.

Matsuura, R., Sword, S., Piecham, M. B., Steven, G. & Cuoco, A. (2013). Mathematical habits of mind for Teaching: Using language in algebra classrooms. *The Mathematics Enthusiast*, 10(3).

MEB. (2018). *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı* Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) 2018. *İlkokul ve Ortaokul Matematik 1-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) 2018. *İlköğretim matematik dersi 6–8. sınıflar öğretim programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi. No:3 Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2019. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi. No:7 Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2020. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi. No:13 Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2021. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi. No:16 Ankara.

Moseley, B. ve Brenner, M. E. (1997). Using multiple representations for conceptual change in pre-algebra: A comparison of variable usage with graphic and text based problems. (ERIC Document Reproduction Service: ED 413484).

Musser, G. L. & Burger, W. L. (1997). Mathematics for Elementary Teachers a Contemporary Approaches. 4th Edition. NJ: Prentice Hall.

Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and Van Hiele levels of thinking on geometric constructions* (Unpublished Master Thesis). Simon Fraser University, Canada.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA.: Author.

Olkun, S., ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Öktem, S. P. (2009). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin gerçekçi cevap gerektiren matematiksel sözel problemleri çözme becerileri. Yüksek lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Özdemir, A. Ş., ve Öztuncay, S. F. (2005). 6. sınıflarda problem çözmede standartların uygulanmasının öğrencilerin matematik başarısına etkisi. Sözlü bildiri, II. Lisansüstü Eğitim Sempozyumu, İstanbul.

Özen, D. (2015). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşünmelerinin Geliştirilmesi: Bir Ders İmecesi. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Patton, M.Q. (2005). *Qualitative Research: Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution – the social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction, 7,* 309 – 327.

Reys, R., Suydam, M., Lindquist & M. Smith, N. (1995). "Helping Children Learn Mathematics'', Allyn and Bacon, Boston. Released PISA Items_Maths.Doc www.oecd.org/dataoced/14/10/38709418.pdf

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton. New Jersey: Princeton University.

Polya, G. (1957). “*How to Solve It*”. Second Edition dü. New Jersey: NJ: Princeton University Pres. 0-691-08097-6.

Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli?* (F. Halatçı, çev. 1. baskı). Ankara: Sistem Yayıncılık.

Roh. K. H. (2003). Problem-based learning in mathematics. Eric Digest 482725. ERIC Clearing House for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1-7.

Rolle, Y. A. (2008). Habits of practice: a qualitative case study of a middle-school mathematics teacher. Disseration Abstracts International, 309B, (UMI No. 3325854).

Pretz, J. E., Naples, A., J. & Sternberg, R. J. (2003). Recognizing, defining, and representing problems. J. E. Davidson ve R. J. Sternberg (Editörler), *The psychology of problem solving* içinde (s. 3-30). New York: Cambridge University Press.

Ruthven, K., Hennessy, S. & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education, 51*(1), 297-317.

Samson, D. (2014). Visualising and generalising with square arrays. *Australian Mathematics Teacher, 70*(2), 4-12.

Schroeder, T. L. ve Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. P. R. Trafton ve A. P. Shulte (Yay. haz.). New Directions For Elementary School Mathematics içinde (s. 31-42). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Seago, N., Jacobs, K. J., Dricsoll, M., Nikula, J., Matassa, M. & Callahan, P. (2013). Developing teachers’ knowledge of a transformations-based approach to geometric similarity. *Mathematics Teacher Educator, 2*(1), 74-85.

Sezer, N. (2019). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Süreç ve Becerilerinin Boylamsal İncelenmesi. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Taş, S. & Yavuz, A. (2021). 7. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Yönelimli Öz-yeterliklerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Üzerine Etkisi. Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi , 10 (3) , 906-926 . DOI: 10.30703/cije.732645.

Tıraşoğlu, N. B. (2013). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel muhakeme bağlamında matematik zihin alışkanlıklarının belirlenmesi. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Tolga, A. (2017). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansıması. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.

Uygan, C. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Kazanımına Yönelik Dinamik Geometri Yazılımındaki Öğrenme Süreçleri. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Ünveren-Bilgiç, E.N. (2018). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Problem Çözme Sürecinde İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED) Cilt 12,* Sayı 1, Haziran 2018, sayfa 63-82. ISSN: 1307-6086.

Ünveren-Bilgiç, E.N., & Argün, Z. (2018). Examining middle school mathematics teacher candidates' algebraic habits of mind in the context of problem solving. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES), 2* (4), 64-80.

Van de Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. New York: Pearson Education, Inc.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim* (7. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.

Yıldırım, A., Şimşek, H. (1999). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, H. (2011). Probleme dayalı öğrenme ve proje tabanlı öğrenme yöntemlerinin ilköğretim öğrencilerinin başarılarına ve tutumlarına etkisi. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.

Yıldırım, D. & Yavuzsoy Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18 (1), 605-633.

EKLER

EK-1: Araştırma İzni

T.C.
KONYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 83688308-10.06.01-E.8919864 03.07.2020
Konu : Araştırma İzni (Muhittin ZUNLU)

NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı Genelgesi.
b) 09/03/2020 tarihli ve 48178250-300-E.5319 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Muhittin ZUNLU'nun "Ortaokul Matematik Öğretmenleri ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmede Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Bakımından İncelenmesi" konulu araştırmasını uygulama talebi incelenmiştir.

Araştırmanın; Çumra ilçesinde bulunan Merkez Atatürk Ortaokulu ve Saliha Onbaşı Ortaokulunda görevli öğretmenlere ve eğitim gören 7. sınıf öğrencilerine eğitim öğretimi aksatmamak ve ilgi (a) Genelgede belirtilen açıklamalara uyulması kaydıyla uygulanmasında sakınca görülmemektedir. Müdürlüğümüze bağlı eğitim kurumlarındaki çalışmaların 2020-2021 eğitim öğretim yılı içerisinde tamamlanması zorunludur. Araştırma kapsamında yürütülecek çalışmaların 2020-2021 eğitim öğretim yılında tamamlanmaması durumunda Müdürlüğümüzden tekrar izin alınması gerekmektedir.

Araştırmada Müdürlüğümüz tarafından onaylanarak gönderilen veri toplama araçlarının kullanılması, elde edilecek kişisel verilerin gizliliği hususuna dikkat edilmesi ve araştırma sonucunun çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde CD ortamında bir nüsha olarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinizi ve adı geçene tebliğini arz ederim.

Seyit Ali BÜYÜK
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek:
1-Genelge (3 Sayfa)
2-Veli Onam Formu (1 Sayfa)
3-Katılımcı Onam Formu (1 Sayfa)
4-Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Testi (73 Sayfa)

Akçeşme Mah.Garaj Cad. No: 4 Karatay/KONYA
Elektronik Ağ: http://konya.meb.gov.tr
e-posta: istatistik42@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için : Abdurrahman KAYNAK - Şef
Ali Naci IŞIK VHKİ
Tel: (0 332) 353 30 50 - Faks : (0 332) 351 59 40

EK-2: Veliden Alınan Onay Formu

Değerli Veli,

Ortaokul Matematik Öğretmeni ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmede Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Bakımından İncelenmesi başlıklı Tezli Yüksek Lisans tez çalışmamda öğrenciniz …………………………………….. ile birlikte hem sınıf genelinde hem de video ve ses kaydının alınacağı derinlemesine görüşme ile çalışmak istiyorum. Bu süreçte toplanacak Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi, ZGA İçerikli Ders İçi Problemlerin Çözümleri ve derinlemesine görüşmelerden toplanan veriler akademik çalışma amaçlı olup 3. kişilerle paylaşılması söz konusu değildir. Çalışmada öğrencinizin verilerinin de kullanılmasını kabul ediyorsanız lütfen ilgili bölümü imzalayınız.

Öğrencilerimizin bu süreçte sergiledikleri özverili çalışmalardan ötürü teşekkür ederim.

Muhittin ZUNLU

Matematik Öğretmeni

Öğrencimin bu süreçte çalışmaya katılmasını ve toplanan verilerin kullanılmasına izin veriyorum.

Veli Adı-Soyadı

İmza

EK-3: Yarı Yapılandırılmış Derinlemesine Görüşme İçin Öğrenci Onay Formu

Değerli Öğrencim,

Ortaokul Matematik Öğretmeni ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözmede Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Bakımından İncelenmesi başlıklı Tezli Yüksek Lisans tez çalışmamda yapacağım uygulamalarda katılımcı olmanı rica ediyorum. Yapacağımız derinlemesine görüşmelerde ayrıntılı betimsel analiz yapabilmek için video-ses kaydı ile görüşme kayıt altına alınacaktır. Araştırma sürecinde yapılacak bu görüşmeler başka hiçbir yerde paylaşılmayacaktır. Katılım öncelikle gönüllülük esasına dayalıdır. Derinlemesine görüşmeye katılmak istiyorsan ilgili bölümü imzalamanı rica ediyorum.

Uygulama sürecinde sergileyeceğin özverili çalışmalara teşekkür ederim.

Muhittin ZUNLU

Matematik Öğretmeni

Araştırmanın uygulama sürecine katılmayı istiyorum ve derinlemesine görüşmeler sırasında video kaydı ile ses kaydının yapılmasına izin veriyorum.

Öğrencinin Adı-Soyadı

İmza

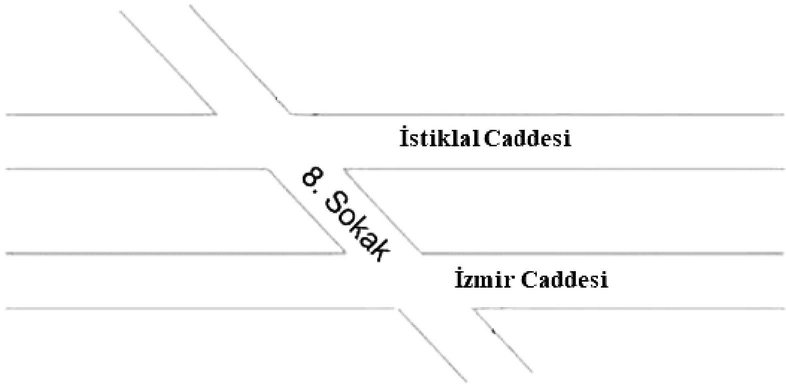
EK-4: **Problem Durumları**

Problem Durumu-I

Terzi Hasan, dükkana gelen yırtık kumaşlar için elinde daire dilimi şeklindeki numune kumaşlarını kullanarak yırtıklara yama yapmaktadır. Bir müşterisinin yırtık olan yeri yama yapmak için elindeki numune kumaşı kullanarak kumaş kesmiş, kestiği kumaşın yırtık yer için fazla geleceğini düşündüğü için iki eş parçaya ayırmaya karar vermiştir.

Sizce daire dilimi şeklindeki kumaşı nasıl kesmeli ki iki eş parçaya ayırmış olsun? Kesme işlemi ilk daire diliminin hangi özelliklerini değiştirdiğini/ değiştirmediğini ifade ediniz. Kesme çizgisi daire diliminin merkez açısına ne tür bir etki yapmıştır? Kesme çizgisine siz olsaydınız hangi matematiksel ifadeyi kullanırdınız?

Problem Durumu-II



Çumra'nın İzzetbey Mahallesinde oturan Ahmet ile Mert, oturdukları evlerinin cadde ve sokak krokilerini yukarıdaki gibi çizmişlerdir. Çizimi yaptıktan sonra aralarında aşağıdaki konuşma gerçekleşmiştir:

Ahmet: ''Krokiyi doğru çizdik dimi.''

Mert: ''Evet.''

Ahmet: ''Yani, caddeler birbirine paralel sokak ise bu iki caddeyi böyle eğik kesiyor mu?''

Mert: ''Evet, sokak ve caddelerin durumunu beraber gördük. Daha sonra da matematik dersinde öğrendiğimiz paralelliği de göz önüne alarak krokiyi çizdik. Sıkıntı yok yani.''

Ahmet: ''Sanki 8. Sokak ile İstiklal Caddesi, 8. Sokak ile İzmir Caddesi bir açı oluşturuyor. Sende görüyor musun?''

Mert: ''Aynen. 8. Sokak ile İzmir Caddesi arasında geniş açı, 8. Sokak ile İstiklal Caddesi arasında dar açı olduğu görülüyor. Bunları ölçümünü yapsak nasıl olur?''

Ahmet: ''Ölçelim. Belki aralarında bir ilişki bulabiliriz. İzmir Caddesinin 8. Sokak ile yaptığı geniş açının sol tarafı da dar açı değil mi?''

Mert: ''Evet. Sanki 8. Sokağın İzmir Caddesi ile yaptığı dar açı da İstiklal Caddesinin 8. Sokak ile yaptığı dar açıya eşit gibi görünüyor. Bunu ölçerek bulabiliriz?''

Ahmet: ''Peki. Bu paralel caddelerin birbirine bakan taraflardaki açıların ölçüleri sanki özel bir açıya eşit oluyor?''

Ahmet ile Mert'in arasında gerçekleşen yukarıdaki konuşmadan yola çıkarak paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar arasında ilişkileri bularak matematiksel genel bir ifadeye ulaşınız.

Problem Durumu-III

Rafadan Tayfa, mahallelerinde köşe kapmaca oyunu oynamaktadır. Oyun oynarken aralarında şöyle bir konuşma geçmiştir:

Hayri: ‘‘Sahaya çizdiğimiz bu köşe kapmaca şeklinin adı neydi?’’

Kamil: ‘‘Düzgün beşgen.’’

Hale: ‘‘Bu çokgenin kaç köşesi var?’’

Akın: ‘‘Hale abla görmüyor musun? 5 köşesi var. 5 tane de kenarı ve iç açısı var.’’

Kamil: ‘‘Bu çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç dereceydi?’’

Sevim: ‘‘Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bilmiyorum ama üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180^{o}’ydi.’’

Akın: ‘‘Bu beşgen şeklinin içinde üçgenler oluşturarak beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulabiliriz aslında.’’

Mert: ‘‘Peki, Rüstem Abi de oyuna katılırsa oluşturacağımız şeklin iç açılarının ölçüleri toplamını nasıl bulacağız?’’

Akın: ‘‘Basri Amca da katılırsa peki? Mahalleden katılan herkes için ayrı ayrı çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını mı hesaplayacağız? Çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı için matematiksel genel kural bulabilir miyiz?’’

Düzgün çokgenlerin artan kenar sayıları ile iç açılarının ölçüleri toplamı arasında matematiksel genel ifadeyi elde edip formülize ediniz.

Problem Durumu-VII

Göz algıladığı ışığı retinada sinirsel sinyallere dönüştürüp, buradan optik sinir aracılığı ile beyine iletir. Ali Amca gözlerindeki rahatsızlıktan ötürü Alo 182 yi arayarak Çumra Devlet Hastanesinin göz polikliniğinden randevu almıştır. Randevu günü ve saati yaklaşınca hastaneye gitmiştir. Ali Amca sırası gelince muayenesini olmak için içeri girmiş ve göz muayene koltuğuna oturmuştur. Göz doktoru Ali Amcayı muayene etmek için oturduğu koltukta biraz yukarı oturup, dik durmasını istemiştir. Ali Amca doktorun istediğini nedenini bilmeden yapmıştır. Muayene bittikten sonra Ali Amca koltukta yukarı ve dik oturma sebebini doktora sormuştur. Doktorda odadaki ışığın göze doğru geliş açısını ayarlamaya çalıştığını ifade etmiştir. Ali Amca ışığın açısı mı olur diye gülümseyerek odadan çıkmıştır.

Sizce açı nedir? Açının ölçüsü için standart olan ve olmayan açı ölçü birimleri nelerdir? Açıyı ölçmek için standart olan ve olmayan açı ölçer aletleri var mıdır?

Problem Durumu-VIII

Mustafa, evdeki traktörün arka tekerini, bisikletinin ön tekerini ve abisinin motosikletinin ön tekerinin çevre ve çap uzunluklarını ölçmüştür. Ölçüm sonuçları aşağıdaki gibidir:

Traktörün arka tekerinin çevresi 3050 mm ve çapı 970 mm’dir.

Bisikletin ön tekerinin çevresi 1790 mm ve çapı 570 mm’dir.

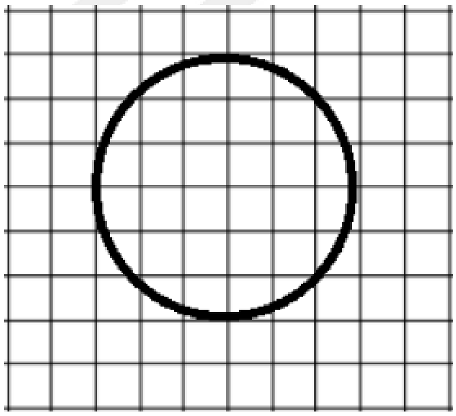
Motosikletin ön tekerinin çevresi 1925 mm ve çapı 613 mm’dir.

Mustafa evdeki araçlarının ölçüm sonuçlarının çevre uzunluğunu çap uzunluğuna bölmüştür. Elde ettiği sonuçlara göre de çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranını sabit bir değere genellemiş, sabit bir simge ile göstermiştir.

Mustafa’nın yaptığı işlem adımlarını yaparak genellediği değere ulaşıp sabit bir simge ile ifade ediniz.

Problem Durumu-IX

Çumra Belediyesi, Sultan Abdülhamid Han parkında bulunan daire şeklindeki alanı yeşillendirmek istemektedir. Bu iş için birkaç firma ile görüşen belediye yetkililerine firmalar çalışma yapılacak yerin alanının ne kadar olduğunu sormuşlardır. Ellerinde sadece daire şeklindeki parkın çap uzunluğunun 20 metre olduğu bilgisi olan belediye yetkilileri dairenin alanını hesaplamayı bilmedikleri için cevap verememişlerdir. Belediye yetkililerine siz nasıl yardımcı olabilirsiniz?



Çumra Belediyesi yetkilisinden birisi eline kareli kağıt alarak daire şeklindeki parkın çapını 20 cm olarak şekilde küçültülmüş bir ölçeğini yukarıdaki gibi çizmiştir. Uzunluk ölçü birimlerinden santimetrenin, metre cinsinden uzunluğun 100 katı olduğunu bilen belediye yetkilisi bulduğu sonucun 100 katını alarak hesaplayabileceğini bilmektedir.

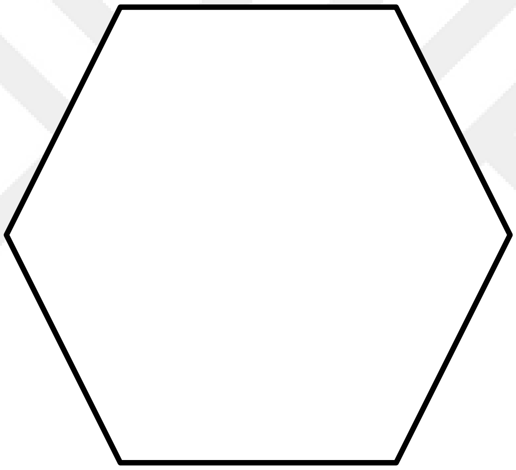
Belediye yetkilisine yeşillendirilecek daire şeklindeki parkın alanını bulmada siz nasıl yardımcı olabilirsiniz? Bunun için matematiksel genel bir ifade yazabilir misiniz?

Problem Durumu-X

Elif'in annesi evdeki artan kumaşları dokuyarak dikdörtgen şeklinde modeller oluşturmuştur. Elif'in annesi dikdörtgen şeklindeki modelleri, eş iki parçaya ayırıyor. Ayırdığı iki eş parçayı birleştirip dikerek bir çanta oluşturuyor. Daha sonrada diktiği çantaları satıyor.

Elif'in annesi dikdörtgen şeklindeki modelleri hangi şekillerde keserse çanta oluşturabilir? Kesme modellerini çizerek gösteriniz.

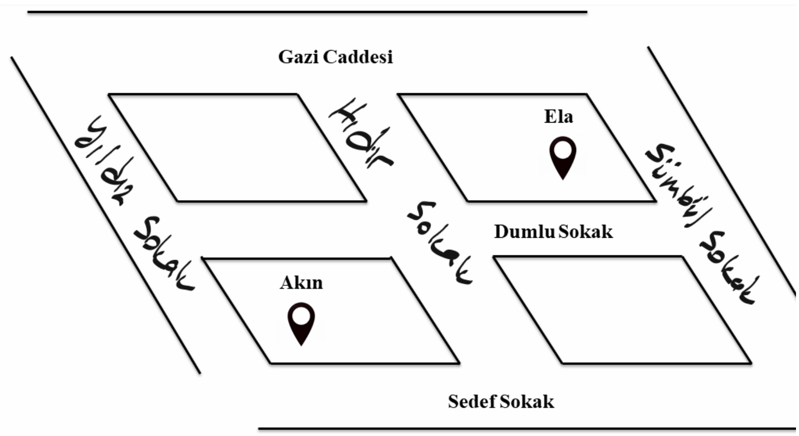
Problem Durumu-XI



Ali'nin annesi evdeki eskiyen kumaşları makasla kestikten sonra dokuyarak düzgün altıgen şeklinde model oluşturuyor. Ali'nin annesi düzgün altıgen şeklindeki kumaş modellerini de eş iki parçaya ayırıyor. Ayırdığı parçaları üst üste getirerek Ali'nin kullanması için kalemlik dikiyor.

Ali'nin annesi düzgün altıgen şeklindeki modeli hangi şekillerde keserse kalemlik oluşturabilir? Kesme modellerini çizerek gösteriniz.

Problem Durumu-XII



Akın ile Ela'nın oturdukları mahallenin krokisi şekilde verilmiştir.

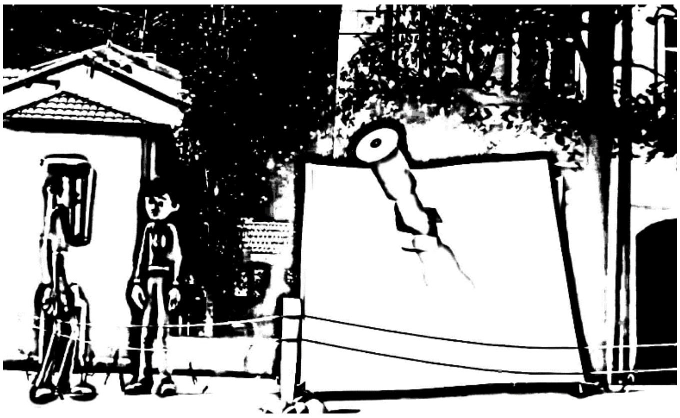
Krokiye göre Gazi Caddesi, Dumlu ve Sedef Sokaklarına paralel olduğuna göre, paralel iki sokak ve caddeyi kesen sokaklar arasında oluşan yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açıları belirleyip, karşı durumlu açıların ölçüleri toplamı ile ilgili matematiksel genel bir ifadeye ulaşılabilir mi? Ulaşılabilirse gösteriniz.

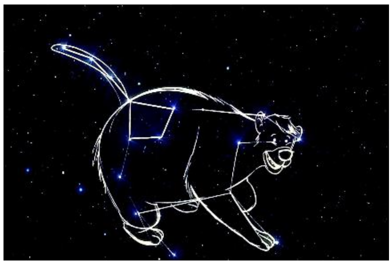
Problem Durumu-XIII

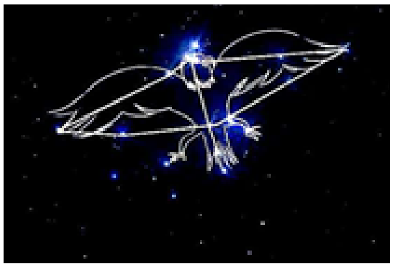
Çumra'nın Karkın Yaylası'nda Yörük olan Mehmet koyunlarını yazın serin, kışın ise sıcak yerlere götürerek göçebelik yapmaktadır. Göçebe olduğu içinde koyunlarına yaptığı çitten ahırı gitmeden önce söker gittiği yere de tekrar kurmaktadır. Yazın yayladan çıkmadan önce eşkenar üçgen şeklindeki ahırını sökmüş, kışı geçireceği yere kare şeklinde tekrar kurmuştur. Daha sonra kışı geçirdiği yerdeki kare şeklindeki ahırını söküp yazı geçireceği yayladaki yere düzgün beşgen şeklinde ahırı kurmuştur.

Bu şekilde gittiği yerde söktüğü düzgün çokgen şeklindeki ahırın kenarını bir arttırarak tekrar düzgün çokgen şeklinde ahırını kurmuştur. İlk şekilden itibaren kurduğu ve söktüğü ahırların köşelere ait dış açıların ölçülerine göre düzgün çokgenin kenar sayısı arttıkça dış açılarının ölçüleri toplamının durumunu ve genel olarak hangi geometrik şekle ulaşılacağını yazınız.

Problem Durumu-XIV







Rafadan Tayfa, yetmiş yılda bir görülen Halley Kuyruklu yıldızını görmek için Çumra yakınındaki Karadağ'a teleskoplarını kurup gözlem yapmaya karar vermişlerdir. Teleskopla gözlem yaparken aralarında şöyle bir konuşma geçmiştir:

Kamil: ''Hayri takım yıldızlarını biliyor musun?''

Hayri: ''Hayır, Kamil bilmiyorum.''

Mert: ''Büyük ayı, kartal ve niceleri takım yıldızlarındandır.''

Hayri: ''Gökyüzünde kartal var, ayı var yani hani nerde?''

Kamil: ''Göremediğine inanamıyorum Hayri.''

Mert: 'Şimdi çıplak gözle parlak olan yıldızları birleştirip şekil oluşturduğunu düşünmelisin. Mesela bu büyük ayı, bu da kartal. Unutma her şekli gökyüzündeki yıldızları birleştirerek oluşturabilirsin.''

Hayri: ''Aaa… Kartalın içinde bir üçgen, büyük ayın içinde de bir dörtgen var.''

Mert: ''Dediğim gibi aklına gelecek bütün şekilleri gökyüzündeki yıldızları birleştirerek oluşturabilirsin. Buna geometrik şekillerde dahil. Yeter ki görmesini bil.''

Hayri: ''Peki, üçgenin iç açıları toplamını biliyorum. Yıldızlardan oluşturduğum çokgenlerin iç açılar toplamının matematiksel genel bir ifadesine ulaşabilir miyim?''

Mert: ‘‘Dediğim gibi yeter ki görmesini bilmelisin.’’

Hayri’nin yıldızlardan oluşturduğu çokgenlerin değişen kenar sayılarına göre iç açıların ölçüleri toplamını veren matematiksel genel bir ifadeye ulaşmak için geometrik şekilleri çizerek genel ifadeye ulaşınız.

Problem Durumu-XX

Rafadan Tayfa, çember oyunu oynamaya karar veriyor. Rüstem Abileri, herkesin boyuna uygun çember hazırlayarak yarışa hazır hale getirmiştir.

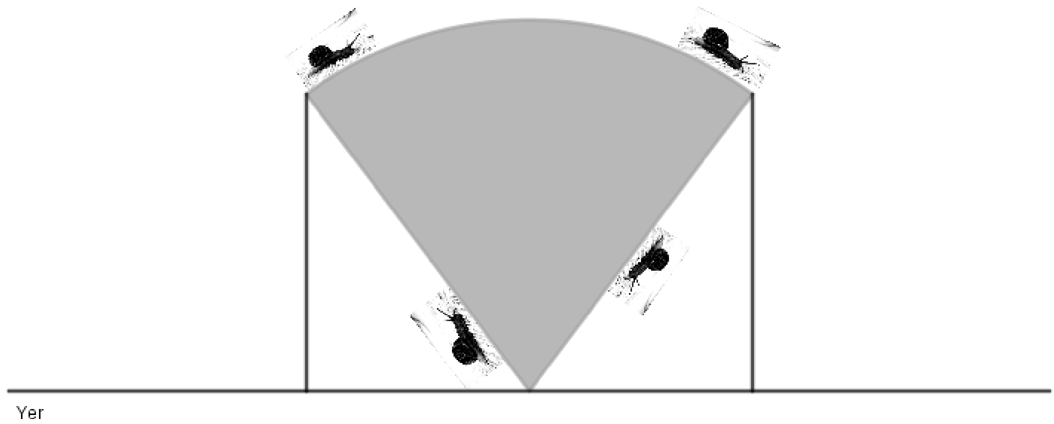
Kendi boylarına uygun çemberlerin çevre ve çap uzunluk ölçüleri bilgisi aşağıdaki gibidir:

Kişi	Çemberin Çevre Uzunluğu (m)	Çemberin Çap Uzunluğu (m)
Hayri	3,9	1,24
Kamil	4	1,27
Hale	3,8	1,21

Akın çemberlerin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına bölmüştür. Elde ettiği sonuçlara göre de çemberin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranını sabit bir değere genellemiş, sabit bir simge ile göstermiştir.

Akın’ın işlemlerini yaparak genellediği sabit değere ulaşıp bir simge ile ifade ediniz.

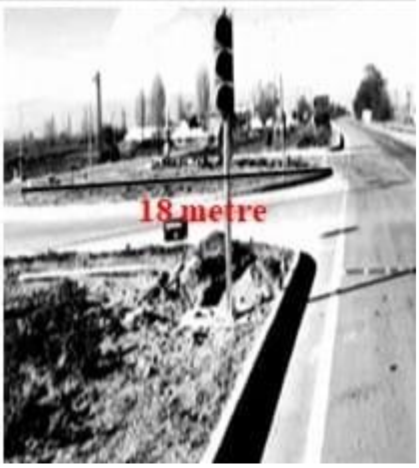
Problem Durumu-XXI



Kezban Hanım, bahçesine çilek ekmiştir. Çilekleri korumak için daire dilimi şeklinde demir profili yere monte etmiştir. Salyangoz daire dilimi şeklindeki demir profili aşarak çileğe ulaşmak istemektedir. Salyangoz sadece daire dilimi şeklindeki demir profilin çevresini sürünmüş, çileğe ulaşamadan uzaklaşmıştır.

Salyangozun sürünerek hareket ettiği daire dilimi şeklindeki demir profilin çevre uzunluğu için matematiksel genel bir ifade elde ediniz.

Problem Durumu-XXII



Çumra Belediyesi, Alibeyhüyüğü-Çumra dönel kavşağında bulunan daire şeklindeki refüjü yeşillendirmek istemektedir. Bu iş için birkaç peyzaj firması ile görüşülmüştür. Firma yetkilileri çalışma yapılacak yerin alanının ne kadar olduğunu sormuşlardır. Belediye yetkililerinin ellerinde refüjün sadece çap uzunluğunun 18 metre olduğu bilgisi vardır. Dairesel şekildeki refüjün alanı ise bilinmemektedir.

Dairesel şekildeki refüjün alanını, refüjü daire dilimlerine bölerek hesaplayıp belediye yetkililerine yardımcı olunuz.

Problem Durumu-XXIII

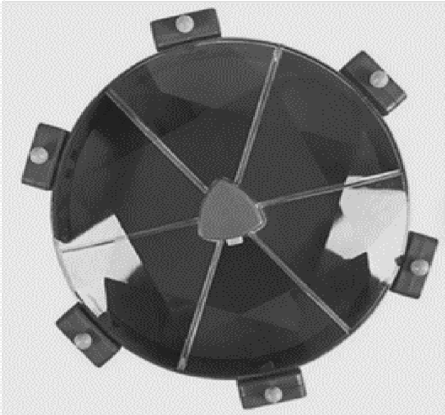
Kuru Baklagil Listesi:

- ✓ Nohut
- ✓ Fasulye
- ✓ Bakla
- ✓ Kırmızı Mercimek
- ✓ Bezelye
- ✓ Soya Fasulyesi
- ✓ Barbunya
- ✓ Yeşil Mercimek
- ✓ Sarı Mercimek
- ✓ Mısır

Ayşe Teyze, yemek sinisini 10 eş bölmeye ayırarak her bir bölmeye kuru baklagillerden sadece birini koyacaktır.

Bölmelerden birine kırmızı mercimek koyacağına göre, kırmızı mercimek koyacağı bölgenin matematiksel genel ifadesini açıklayarak yazınız.

Problem Durumu-XXIV



Duvara monte edilerek 360° dönebilen tahıl depolama aparatı ev hanımları için kolaylık sağlamaktadır. Her bir tahılın bulunduğu bölmeler çıkabilmektedir.

Duvara monte edilerek tahıllara ulaşmada kolaylık sağlayan 6 bölmeli aparatın yüzey alanını, aparatın bölmelerini geometrik şekiller (kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi) oluşturarak dairesel şekillerin alanı için matematiksel genel bir ifade elde ediniz. Elde ettiğiniz ifadeden yola çıkarak 6 bölmelik tahıl depolama aparatının bir bölmesinin yüzey alanına ulaşan matematiksel genel bir ifade yazınız.

Not: Bölmeler arasındaki kalınlığı dikkate almayınız.

EK-5: Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) Testi

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Testi

AÇIKLAMA

- Bu kitapçık, bir tez çalışması kapsamında Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde öğrenim görmekte olan 7. sınıf öğrencileri için hazırlanmış olup **Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA)** problemlerinden oluşmaktadır.

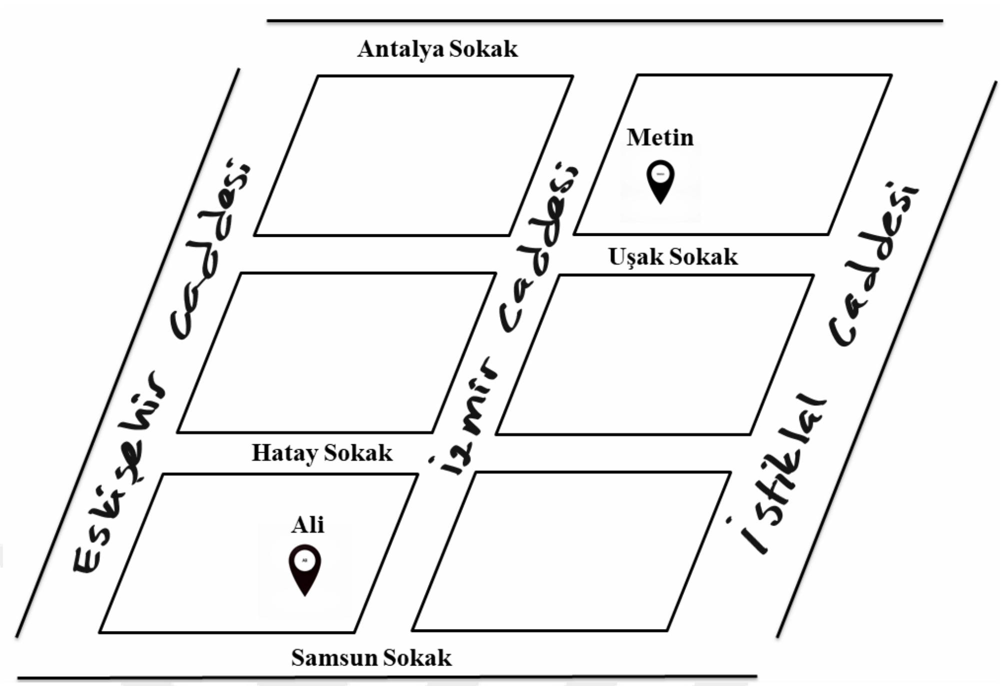
- Bu kitapçıkta yer alan problemleri dikkatli bir şekilde okuyarak yanıtlayınız.

- Süre 60 dakikadır.

Hazırlanan bu test 6 tane açık uçlu problemden oluşmaktadır.

E-mail Adresi	**:**
Okul Adı	**:**
Adı-Soyadı	**:**
Okul NO	**:**

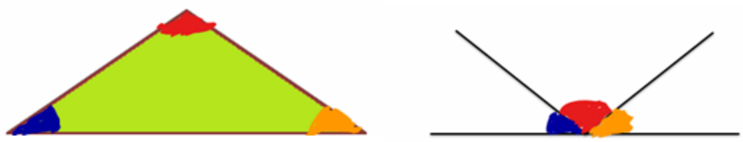
1.



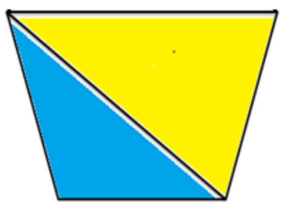
Ali ile Metin'in Çumra'da oturdukları mahallenin krokisi yukarıdaki şekilde verilmiştir.

Krokiye göre sokaklar birbirine paralel olduğuna göre, verilen cadde ve sokakların birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz. Paralel iki sokak veya caddeyi kesen sokak veya cadde arasında oluşan yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyip, karşı durumlu açıların ölçülerinin toplamı ile ilgili genel bir matematiksel ifadeye varınız.

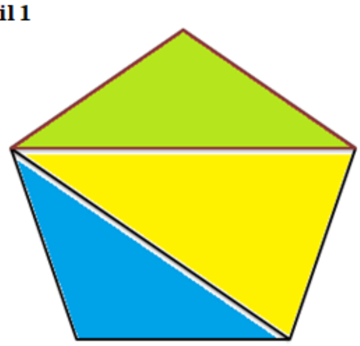
2.
Ali Bey, dış cephesi düzgün beşgen şeklinde olan evine dış cephe ısı yalıtımı yaptıracaktır. Evin dış cephesinin modelini kağıt üzerine çizmiştir. Dış cephenin çatı kısmının bir üçgen olduğunu fark edip köşe açılarını belirli renklere boyayarak bir doğru üzerinde birleştirmiştir. Buradan üçgen şeklindeki çatı modelinin iç açılarının ölçüleri toplamının 180^o olduğu sonucuna ulaşmıştır (Şekil 1). Sonra çatı modelinin dışında kalan bölgenin dörtgen şeklindeki modelini fark etmiştir. Bu dörtgen şeklindeki modelin içine iki tane üçgen şeklinde ısı yalıtım malzemesini sığacağını düşünmüş ve böylece dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamına ulaşmıştır (Şekil 2). Sonraki aşamada çatı ile alttaki dörtgensel bölgeyi birleştirerek düzgün beşgen şeklindeki modelini çizmiştir. Bu şeklin içine de üç tane üçgen şeklinde ısı yalıtım malzemesi sığacağını görmüş ve düzgün beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamına ulaşmıştır (Şekil 3).



Şekil 1



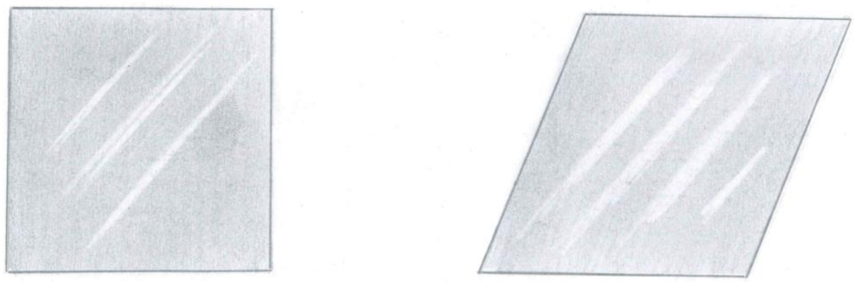
Şekil 2



Şekil 3

Çokgenin artan kenar sayısı ile iç açılarının ölçüleri toplamı arasındaki ilişkinin matematiksel olarak genel ifadesini yazınız.

3.

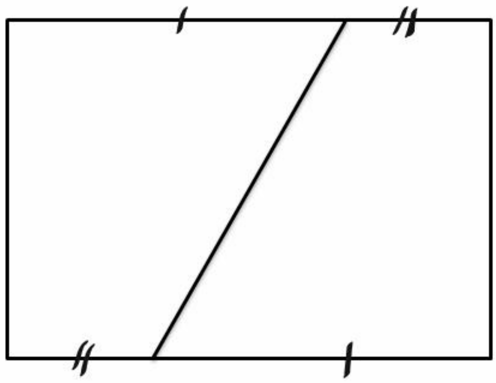


Dikdörtgen şeklindeki demir levhadan kare şeklinde demir levha kesmek yerine eşit çevre uzunluğuna sahip eşkenar dörtgen şeklinde demir levha kesilmiştir.

Eşkenar dörtgen şeklindeki demir levhanın kare şeklindeki demir levhaya göre değişen/değişmeyen özelliklerini yazınız. Eşit kenar uzunluğundaki eşkenar dörtgenin alanı ile karenin alanı arasında bir genelleme yapılabilir mi? Yapılabilirse gösteriniz.

<u>Değişmeyen Özellikler</u> **<u>Değişen Özellikler</u>**

4.

Hasan ile Hüseyin'in tarlasındaki şeker pancarı yağan sağanak yağmurdan dolayı zarar görmüştür. Zarar gören dikdörtgen şeklindeki tarlayı iki parçaya ayırarak traktörle süreceklerdir. Tarlayı iki parçaya şu şekilde bölüyorlar: Hasan ile Hüseyin tarlanın komşu olmayan köşelere geçiyorlar. Uzun kenar boyunca eşit mesafe ilerleyip bir nokta belirliyorlar. Belirledikleri noktaları birleştirerek iki parçaya ayırıyorlar. Parçalardan birini Hasan diğerini Hüseyin traktörle sürüyor.

Buna göre, Hasan'ın traktörle sürdüğü bölgenin alanı ile tarlanın alanı arasındaki ilişkiden matematiksel genel bir ifade belirleyiniz. Alan için oluşturduğunuz genel ifade diğer özel dörtgenler için de geçerli olur mu? Neden?

5.

Ahmet, ölçümler yapmak için annesinden daire şeklindeki ev eşyalarından istemiştir. Annesi de her birinden birer adet olmak üzere çamaşır leğeni, saklama kabı ve kavanoz kapağı vermiştir. Ev aletlerinin çevresini mezura ile ölçemeyeceğini anlayan Ahmet, bunun için esnemesi olmayan bir ip kullanmıştır. Ev aletlerinin çevresini iple bir tur dolanarak ölçmüştür. Bu uzunlukları mezura üzerindeki gerçek değerlerini bulmuştur. Ev aletlerinin çevre ve çap uzunluklarının ölçüm sonuçları aşağıdaki gibidir.

Kavanoz kapağının çevresi 28,3 cm ve çapı 9 cm'dir.

Çamaşır leğeninin çevresi 182,2 cm ve çapı 58 cm'dir.

Saklama kabının çevresi 59,7 cm ve çapı 19 cm'dir.

Ahmet'in ev aletlerinin çevre uzunluklarını çap uzunluklarına oranını sabit bir değerle ifade edilebilir mi? Açıklayınız.

6.

Daire şeklinde eş kalınlıkta pizza siparişi verirken; küçük kardeş yarıçapı 30 cm olan pizzasının 12 eş dilime, büyük kardeş ise yarıçapı 24 cm olan pizzasının 8 eş dilime bölünmesini istemiştir. Aşağıda her iki kardeşin yedikleri pizza dilimleri ve özellikleri gösterilmiştir (Şekil 1).

Şekil 1: Kardeşlerin pizza dilimleri ve özellikleri

a) **Her ikisi de kendi pizzalarından birer dilimlerinin üstünü kaplayacak şekilde ketçap sıkmışlardır. Buna göre kardeşlerin ketçap sıktığı yüzeyleri karşılaştırınız.**
b) **Kardeşlerin sipariş ettikleri pizza dilimlerinin üst yüzeylerini aşağıdaki gibi geometrik şekiller (Şekil:2 kare, dikdörtgen, … gibi) oluşturularak dairesel şekillerin alanı için genel bir matematiksel ifade bulunuz.**

Şekil 2: Pizza dilimleri ile oluşturulan geometrik şekiller

EK-6: ZGA'ları geliştirmek için hazırlanan ders planı örneği

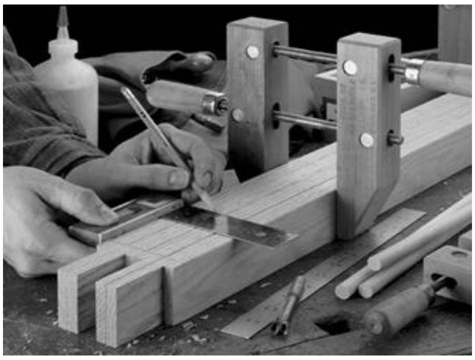
MEB (2018) öğretim programına göre 10 ders sürmesi gereken uygulamanın 3. ve 4. haftasındaki 7K5, 7K6 ve 7K7 kazanımları ile ilgili hazırlanan ders planı ve uygulama süreci aşağıda açıklanmıştır.

Sınıf	7. Sınıf
Kazanım	7K5: Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler. 7K6: Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer. 7K7: Alan ile ilgili problemleri çözer.
Süre	2+3+5 Ders Saati (400 dk)
Öğrenme Alanı	Geometri ve Ölçme
Alt Öğrenme Alanı	Çokgenler
Temel Beceriler	Akıl yürütme, Problem çözme
İlgili ZGA'lar	İlişkilendirme, değişmezleri araştırma, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, keşif ve yansıtmayı dengeleme
Öğretim Yöntemleri	Yaparak yaşayarak öğrenme, örnek olay, problem çözme
Araç-Gereç ve Başvurulan Kaynaklar	Dikdörtgensel bölge şeklinde renkli elişi kağıtları, bir yüzü yazılı yarım dosya kağıdı, makas, yapıştırıcı, iletki, geometri tahtası, lastik, cetvel

Öğrenme-Öğretme Süreci

Öğrencilere iki yıl önce uygulanan öğretim programında dışbükey çokgenleri oluşturup, temel elemanlarını tanıyıp isimlendirebildikleri; dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanları olan kenar, köşe, iç açı, dış açı ve köşegeni belirleyerek çizebildikleri görülmüştür. Ayrıca dikdörtgenin alanının hesaplanabildiği, karenin ise dikdörtgenin özel bir durumu olduğu bilinmektedir. Öğretmen derse dikkati çekmek için aşağıdaki problem durumları ile derse giriş yapar.

3. Hafta Derse Giriş Problem Durumu-IV



Mustafa Bey, Çumra'da ikamet etmektedir. Evin mutfak dolaplarından bir tanesinin içindeki suntalam kırıldığı için marangoza giderek değiştirmek istemektedir. Mustafa Bey, marangozdan bir kenarı 50 cm olan kare şeklinde suntalam kesmesini istemiştir.

Marangoz kalfasına Mustafa Bey'in istediği ölçüde bir suntalam kesmesini istemiştir. Fakat kalfa suntalamı karenin bir kenarına eşit uzunlukta eşkenar dörtgen şeklinde keserek Mustafa Bey'e teslim etmiştir. Mustafa Bey aldığı suntalama karşılık m^2 cinsinden marangozcuya ödeme yapmıştır. Mustafa Bey aldığı suntalamı mutfak dolabının içine yerleştirmeye çalıştığında ise istediği ölçülere göre olmadığını fark etmiştir.

Sizce Mustafa Bey avantajlı bir alışveriş mi yapmıştır? Mustafa Bey'e verilen eşkenar dörtgen şeklindeki suntalamda kare şeklindeki suntalama göre değişen/değişmeyen özellikler nelerdir?

3. Hafta Derse Giriş Problem Durumu-V

Çumra'da kırk yılı aşkın kunduracılık yapan Hüseyin Usta, tezgahında deri ayakkabıyı temizlemek için kullandığı dikdörtgen şeklindeki mermerin kırılmasından ötürü değiştirmeye karar vermiştir. Tezgahındaki mermerin ölçülerini alarak Çumra sanayi bölgesinde bir mermerciye gitmiştir. Mermer ustası kalfasını yanına çağırarak Hüseyin Usta'nın istediği ölçülerde dikdörtgen şeklinde mermer kesmesini istemiştir. Fakat kalfa kenar uzunlukları eşit dikdörtgen şeklinde mermer kesmek yerine paralelkenar şeklinde mermer kesmiştir. Kestiği mermeri de Hüseyin Usta'nın arabasına koymuştur. Mermer ustası kesilen mermere karşılık m^2 cinsinden ücretini hesaplamış ve Hüseyin Usta ödemeyi ona göre yapmıştır. Hüseyin Usta kundura dükkanına geldiğinde kesilen mermerin istediği mermer olmadığını farkına varmıştır.

Sizce Hüseyin Usta mermer için fazla ücret ödemiş midir? Fazla ücret ödeyip ödemediğine dair sebebinizi de belirtiniz. Hüseyin Usta'ya verilen paralelkenar şeklindeki mermerin dikdörtgen şeklindeki mermere göre değişen/değişmeyen özellikler nelerdir?

4. Hafta Derse Giriş Problem Durumu-VI

Ali ile Ahmet sahip oldukları dikdörtgen şeklindeki tarlaya fasulye ekmişlerdir. Aşırı giden sıcaklardan dolayı fasulye zarar görmüştür. İyileştirme çalışmaları için kardeşler dikdörtgen şeklindeki tarlayı iki parçaya bölüp ilaçlamak istiyorlar. Tarlayı iki parçaya şu şekilde bölüyorlar: Ali ile Ahmet tarlanın komşu olmayan köşelere geçiyorlar. Uzun kenar boyunca eşit mesafe ilerleyip bir nokta belirliyorlar. Belirledikleri noktaları birleştirerek iki parçaya ayırıyorlar. Parçalardan birini Ali diğerini ise Ahmet traktörle ilaçlıyor.

Buna göre, belirledikleri yöntemle iki parçaya ayırdıkları tarla Ali ve Ahmet için adaletli olarak ayrılmış mıdır? Ahmet'in ilaçladığı parçanın alanı, dikdörtgen şeklindeki tarlanın alanı cinsinden yazılabilir mi? Tarlaların geometrik şekillerinin alanları arasında matematiksel genel bir ifadeye varılabilir mi? Varılabilirse ifade ediniz. Alan için oluşturulan formül diğer özel dörtgenler için de geçerli olur mu? Neden?

10 ders saatinde uygulanacak derslerdeki problemlerde öğrencilerin çokgenlerin sahip oldukları özelliklerinden değişen/değişmeyen özellikleri belirlemeleri beklenmektedir. Çokgenlerin çevre uzunluklarının başlangıçta sabit olduğu fakat alınan çokgen şeklindeki eşyaların değişen özelliklerinin yanında değişmeyen başka özelliklerinin neler olduğuna dair kararsızlığının üstüne girmek için ‘‘Çokgenin sahip olduğu özelliklerden değişen/değişmeyen özelliklerini görebilmek için ne yapabilirsiniz?, İlk geometrik şeklin özellikleri nelerdir?, Son durumdaki geometrik şeklin özellikleri nelerdir?, Buna göre değişen/ değişmeyen özellikleri belirleyebilir miyiz?’’ gibi sorularla öğrencilerin ilk durumdaki çokgenin özellikleri ile son durumdaki çokgenin sahip olduğu özellikler arasında değişen/değişmeyen özellikleri belirleme değişmezleri araştırma alışkanlığı, ‘‘Ali ile Ahmet'in dikdörtgen şeklindeki tarlalarını iyileştirme çalışmalarında belirledikleri yöntem şekli iki eş parçaya ayırmış mıdır?, İki parçaya ayrılan şeklin bir tanesi dikdörtgenin alanının yarısına eşit midir?, Belirlenen

yöntem bütün dikdörtgenler içinde geçerli midir?, Alan için oluşturulan formül özel dörtgenler içinde geçerli olur mu? Neden?'' gibi sorularla da öğrencilerin yamuğun alanını dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu belirlemesi ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı geliştirilmeye çalışılır. Öğrenciler ile problemler tartışıldıktan sonra Altun (2012) ve Ertekin & Ünlü (2020) editörlüğünde hazırlanan ders içinde belirlenen problemleri çözme süreçlerine aşağıdaki etkinlikler dahil edilir.

3. hafta Problem Durumu-IV ve Problem Durumu-V için sürece dahil edilecek etkinlik.

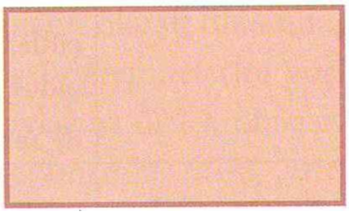
Etkinlik: Dikdörtgenden Özel Dörtgenleri Keşfediyorum.

Grup: Bireysel

Materyal: Dikdörtgensel bölge şeklinde renkli elişi kağıdı, makas, yapıştırıcı, iletki, geometri tahtası, lastik, cetvel

İşlemler: Renkli el işi kağıtları, cetvel, iletki, yapıştırıcı ve makas öğrenciler tarafından hazır bulundurulur.

1) Öğrencilerden seçtikleri bir elişi kağıdının önceden öğrendikleri hangi geometrik şekle benzediği sorularak daha sonra incelemek için ayırmaları istenir. Aynı şeklin sınırlarını geometri tahtasının üstünde lastik kullanarak oluşturmaları ve dikdörtgene ulaşmaları sağlanır (Şekil-1).



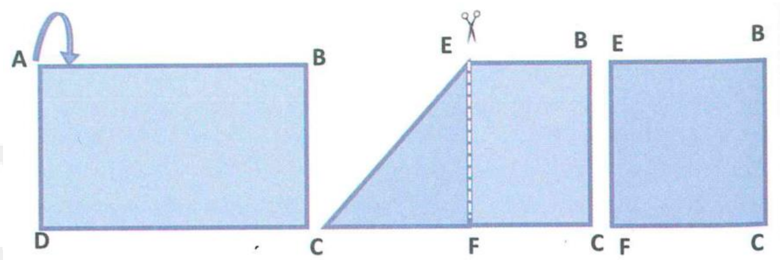
Şekil-1 Dikdörtgenin elde edilişi

Dikdörtgen şeklindeki kağıdı kullanarak:

- ✓ *Şekli köşegenleri boyunca katlayınız. Katlama sonucunda oluşan açıları ve şeklin kenarlarını ölçünüz ve not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin kesişim noktasında oluşan açıları ölçünüz, köşegenlerin nasıl kesiştiğini belirleyiniz.*
- ✓ *Şeklin köşegenlerinin birleştirdiği köşelerde ayırdıkları açıları ölçünüz ve ölçüm sonuçlarını not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin uzunluklarını cetvel ile ölçerek karşılaştırınız.*

2) Diğer bir elişi kağıdından aşağıdaki adımları uygulayarak karesel bölge elde etmeleri istenir. Aynı şeklin sınırlarını geometri tahtasının üstünde lastik kullanarak oluşturmaları ve kareye ulaşmaları sağlanır.

- El işi kağıdının köşelerini isimlendirelim.
- A köşesini $[DC]$ kenarı üstüne, $[AD]$ ile $[DC]$ çakışacak şekilde katlayalım.
- Oluşan EBCF dörtgenini keselim.
- Kalan şekli açarak elde ettiğimiz şekli önceden öğrendiğimiz geometrik şekilleri düşünerek isimlendirelim (Şekil-2).



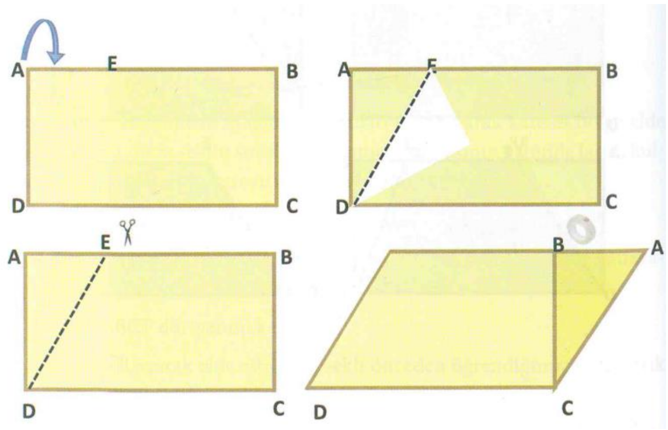
Şekil-2 Karenin elde edilişi

Kare şeklindeki kağıdı kullanarak:

- ✓ *Şekli köşegenleri boyunca katlayınız. Katlama sonucunda oluşan açıları ve şeklin kenarlarını ölçünüz ve not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin kesişim noktasında oluşan açıları ölçünüz, köşegenlerin nasıl kesiştiğini belirleyiniz.*
- ✓ *Şeklin köşegenlerinin birleştirdiği köşelerde ayırdıkları açıları ölçünüz ve ölçüm sonuçlarını not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin uzunluklarını cetvel ile ölçerek karşılaştırınız.*

3) Diğer bir elişi kağıdından aşağıdaki adımları uygulayarak paralelkenarsal bölge elde etmeleri istenir. Aynı şeklin sınırlarını geometri tahtasının üstünde lastik kullanarak oluşturulmaları ve paralelkenara ulaşmaları sağlanır.

- A köşesi D köşesi sabit kalacak şekilde dikdörtgensel bölgenin üstüne doğru katlayalım.
- Katladığımızda oluşan üçgensel bölgeyi açarak keselim.
- Kestiğimiz üçgensel bölgeyi $[AD]$ kenarı $[BC]$ kenarına çakışacak şekilde yapıştıralım.
- Oluşan şekli şimdi inceleyelim (Şekil-3).



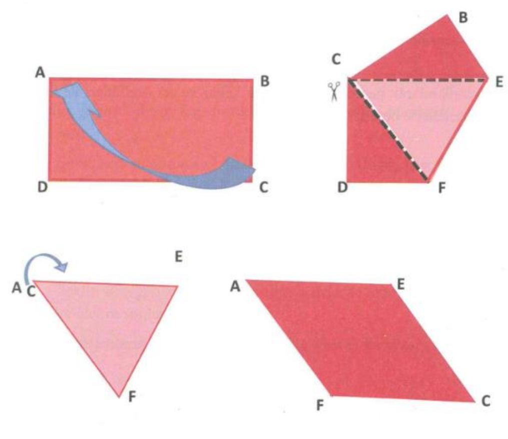
Şekil-3 Paralelkenarın elde edilişi

Paralelkenar şeklindeki kağıdı kullanarak:

- ✓ *Şekli köşegenleri boyunca katlayınız. Katlama sonucunda oluşan açıları ve şeklin kenarlarını ölçünüz ve not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin kesişim noktasında oluşan açıları ölçünüz, köşegenlerin nasıl kesiştiğini belirleyiniz.*
- ✓ *Şeklin köşegenlerinin birleştirdiği köşelerde ayırdıkları açıları ölçünüz ve ölçüm sonuçlarını not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin uzunluklarını cetvel ile ölçerek karşılaştırınız.*

4) Son elişi kağıdından aşağıdaki adımları uygulayarak eşkenar dörtgensel bölge elde etmeleri istenir. Aynı şeklin sınırlarını izometrik kağıt üstünde çizerek eşkenar dörtgene ulaşmaları sağlanır.

- Elişi kağıdı C köşesini A köşesi ile çakışacak şekilde katlayınız.
- Kenarlarından taşan üçgensel bölgeleri makasla kesiniz.
- Kalan şekli açalım (Şekil-4).



Şekil-4 Eşkenar dörtgenin elde edilişi

Eşkenar dörtgen şeklindeki kağıdı kullanarak:

- ✓ *Şekli köşegenleri boyunca katlayınız. Katlama sonucunda oluşan açıları ve şeklin kenarlarını ölçünüz ve not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin kesişim noktasında oluşan açıları ölçünüz, köşegenlerin nasıl kesiştiğini belirleyiniz.*
- ✓ *Şeklin köşegenlerinin birleştirdiği köşelerde ayırdıkları açıları ölçünüz ve ölçüm sonuçlarını not ediniz.*
- ✓ *Köşegenlerin uzunluklarını cetvel ile ölçerek karşılaştırınız.*

4. hafta Problem Durumu-VI için sürece dahil edilecek etkinlik.

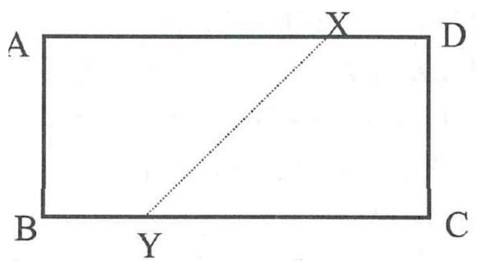
Etkinlik: Çokgen Üretme ve Adlandırma

Grup: Bireysel

Materyal: Bir yüzü yazılı yarım dosya kağıdı

İşlemler:

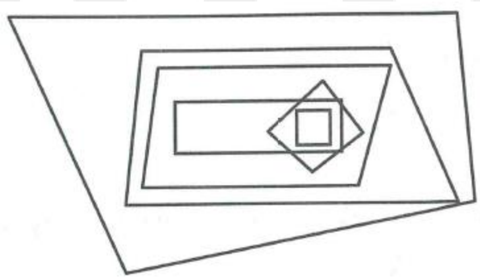
- Kağıdın C köşesinin A köşesinin üstüne gelecek şekilde katlanarak XY katlama çizgisinin belirginleştirilmesi.
- Belirlenen katlama çizgisi boyunca kağıdın ikiye ayrılması.



Şekil-5 Yamuğun elde edilişi

- Ortaya çıkan iki yamuğun eşit olan kenarlarının yan yana getirilerek mümkün olduğu kadar çok sayıda farklı şekillerin oluşturulması.
- Ortaya çıkan 8 düzlem şeklinin kenarlarına göre adlandırılması. Bu sekiz şekilden biri dikdörtgendir. 4 şeklin yüzü aynı olup diğer 4 şeklin yarısının yüzü beyaz, yarısı da yazılıdır.
- Elde edilen ABYX yamuğu ile DCYX yamuğu birbirine eşittir.

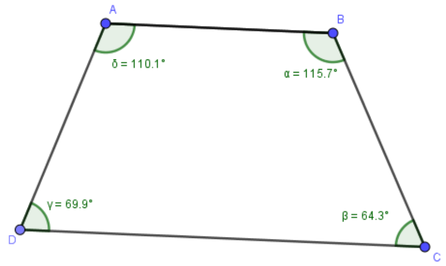
- Birbirine eşit olan yamuklardan birinin alanını dikdörtgenin alanının yarısı olduğunun fark edilmesi. Bunun için bir yamuğun alanını bulmak için alt taban ile üst taban uzunluğunun toplamının yükseklik ile çarpımının yarısı olduğunun elde edilerek genel bir ifadeye varılması.
- Elde edilen yamukların dört kenarı da birbirinden farklı olduğu için 8 çokgen üretilmiştir.
- Öğrenciler geometri de gelişme gösterdikçe şekillerin birbirleriyle olan ilişkileri istenmesi.
- Şekil-6'daki dörtgenlerin birbirleriyle olan ilişkilerinin görülmesi. ‘‘Karenin özel bir dikdörtgen olduğu aynı zamanda eşkenar dörtgen olması.'', ‘'Paralelkenarın bir yamuk olması.'' gibi yargılara varılması.



Şekil-6 Dörtgenlerin birbirleriyle ilişkisi

Özel dörtgenlerin elde edilişlerini ve özelliklerini geogebra yazılımı programı yardımıyla irdeleyelim. Yamuğu, ‘‘en az bir çift kenarı paralel olan dörtgen'' şeklindeki tanımını temel alarak ABCD yamuğunun özelliklerini inceleyelim:

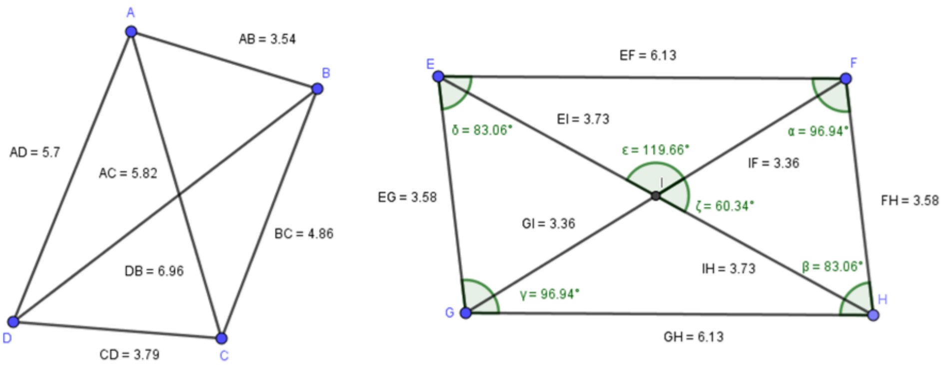
- $[AB]//[CD]$ dir.
- m$(\widehat{ABC})$+ m$(\widehat{BCD})$=180º ve m$(\widehat{BAD})$+ m$(\widehat{ADC})$=180º (paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların özelliği gereğince) dir.



Şekil-7 ABCD yamuğu

ABCD yamuğunu köşegenleri birbirini ortalayacak şekilde hareket ettirildiğinde ortaya çıkan dörtgenin karşılıklı kenar çiftlerinin her birinin paralel ve eş uzunlukta olduğunu görebiliriz. Bu durumda paralelkenar için ‘‘köşegenleri birbirini ortalayan yamuk’’ ya da ‘‘karşılıklı kenar çiftleri paralel olan yamuk’’ denilebilir. EFHG paralelkenarında (Şekil-8) I, köşegenlerin kesişim noktası olmak üzere,

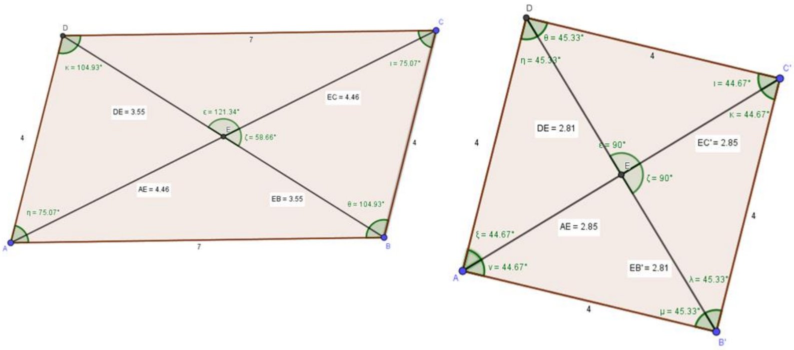
- Karşılıklı kenarlar paralel olduğu için uzunlukları da eşittir.
  $|EF| = |GH|$ ve $|EG| = |FH|$ ($[EF]//[GH]$)
- Paralelkenarın köşegen uzunlukları eşit değildir; ancak köşegenler birbirini ortalar.
  $|EI| = |IH|$, $|GI| = |IF|$
- Karşılıklı açılarının ölçüleri eşit ve bunun sonucunda komşu açıları bütünlerdir.
  m($\widehat{EGH}$)= m($\widehat{EFH}$), m($\widehat{FEG}$)= m($\widehat{GHF}$)
  m($\widehat{EGH}$)+ m($\widehat{GHF}$)= 180°
  m($\widehat{EFH}$)+ m($\widehat{GHF}$)= 180°
  ($[EF]//[GH]$, $[FG]$ ve $[EH]$ birer kesen olarak düşünüldüğünde eşitlikler rahatlıkla görülür).



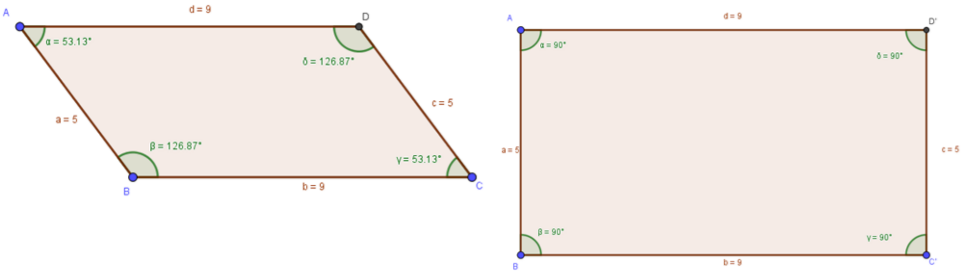
Şekil-8 Yamuk ve paralelkenar arasındaki ilişki

Şekil-9’daki ABCD paralelkenarını C köşesinden tutarak, $[DC]$ kenarını, $[AD]$ kenarı ile eş uzunlukta olacak şekilde kısalttığımızda, AB'C'D eşkenar dörtgeni elde edilir. Böylelikle eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğu gösterilmiş olur. Şekil-9’da görüldüğü gibi eşkenar dörtgenin paralelkenarın özelliklerine ek olarak;

- Bütün kenar uzunlukları eşittir.
- Köşegenleri birbirini dik ortalar.
- Köşegenler, birleştirdikleri köşelerdeki açıların açıortaylarıdır.



Şekil-9 Eşkenar dörtgeni paralelkenardan ayıran özellikler ve aralarındaki ilişki

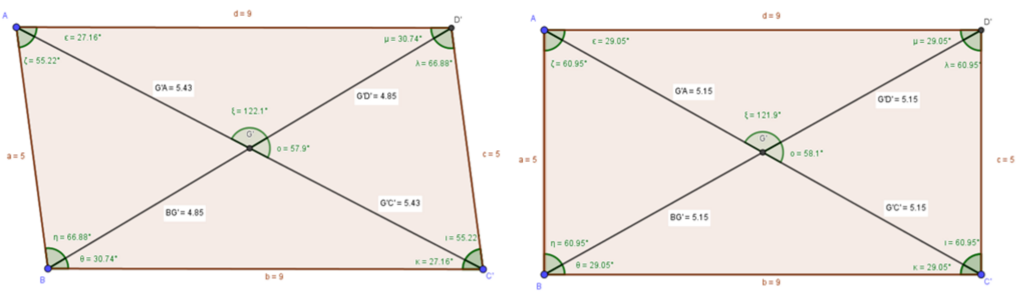


Şekil-10 Paralelkenar ve Dikdörtgen arasındaki ilişki

Şekil-10'daki ABCD paralelkenarını herhangi bir köşesinden tutarak bir iç açısının ölçüsü 90º olacak şekilde değiştirdiğimizde ortaya çıkan ABC'D' paralelkenarı dikdörtgen olur. Paralelkenardan farklı olarak bir iç açısı dik açı olduğu için paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açıların eşliğinden diğer iç açıları da dik açı olur. Dikdörtgenin iç açılarının dik açı olmasının yanında paralelkenardaki gibi köşegenler birbirini ortalar. ABCD paralelkenarı ve ABC'D' dikdörtgeni incelendiğinde bu özellikler görülmektedir.

O halde dikdörtgenin, paralelkenarın özelliklerine ek olarak (Şekil-11);

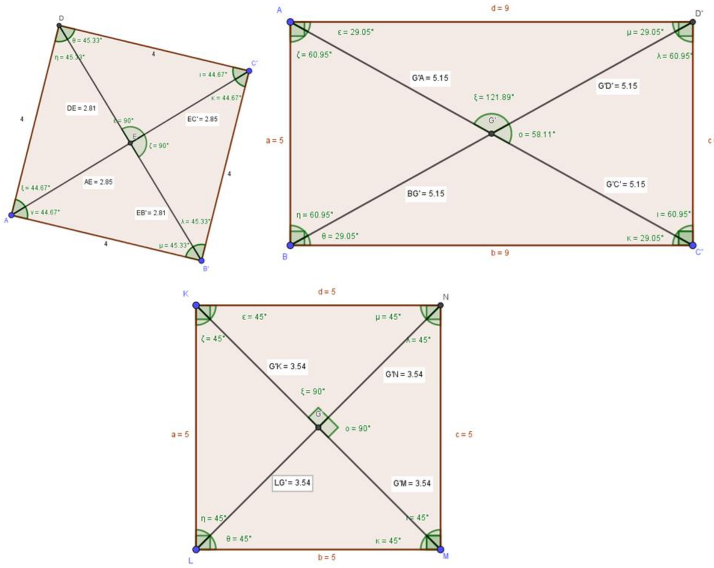
- Bütün iç açılarının ölçüsü 90º dir.
- Köşegen uzunlukları eşittir.



Şekil-11 Dikdörtgeni paralelkenardan ayıran özellikler

Şekil-9’da paralelkenardan eşkenar dörtgene ve Şekil-10’da paralelkenardan dikdörtgene nasıl ulaşıldığını gösterdik. Bu iki durumu birleştirirsek yani Şekil-9’daki AB'C'D eşkenar dörtgenin bir iç açısının ölçüsünü 90^o, Şekil-11’deki dikdörtgenin uzun kenarının kısa kenarına eşit uzunlukta olacak şekilde düzenlediğimizde ortaya Şekil-12’deki KLMN karesi çıkacaktır. Şekil-12’de de görüldüğü gibi karenin;

- Bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir.
- Bütün iç açıları dik açıdır.
- Köşegenler birbirini dik ortalar ve uzunlukları eşittir.
- Köşegenler birleştirdikleri köşelerdeki açıların açıortayıdır.



Şekil-12 Eşkenar dörtgen-kare ve dikdörtgen-kare arasındaki ilişki

Elde edilen sonuçlarına göre aşağıdaki anlam çözümleme tablosunu doldurunuz. Tabloda var olan özelliği belirtmek için ‘‘ ✓’’, özelliğin olmadığını belirtmek içinse ‘‘x’’ kullanınız.

Dörtgenler / Özellikler	Yamuk	Paralelkenar	Eşkenar Dörtgen	Dikdörtgen	Kare
Karşılıklı kenarlarından en az bir çifti paraleldir.					
Karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.					
Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.					
Bütün kenar uzunlukları eşittir.					
Her bir iç açısının ölçüsü 90° dir.					
Bütün iç açılarının ölçüleri birbirine eşittir.					
Köşegenleri birbirini ortalar.					
Köşegenler birbirine diktir.					
Köşegenler eşit uzunluktadır.					
Köşegenler açıortaydır.					

Öğretmen etkinliklerin uygulama sürecinde öğrencileri aktif olmasını sağlar. Öğretmen etkinlikler sürecinde yönlendirici soruları ile katkı sağlamalıdır.

Örneğin renkli el işi kağıtlarını kesme işleminden sonra ‘‘Elinizdeki el işi kağıtlarını kullanarak hangi dörtgen şekillerini elde edebilirsiniz?, Problem durumlarına uygun elde edeceğiniz dörtgenler nasıl olmalıdır?, El işi kağıtları ile elde edilen hangi geometrik şekiller verilen problem durumlarına uyar?, Problem durumlarında verilen ve istenen dörtgenlerin sahip olduğu özellikler nelerdir?, Probleme uygun elde edeceğiniz dörtgenlerin sahip olduğu özelliklere dikkatinizi veriniz.’’ gibi sorularla öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlığı geliştirilmeye çalışılır.

‘‘Bir el işi kağıdı, kare şeklinde köşe açısı dik açı değil de eşkenar dörtgen şeklinde köşe açısı dar açı olursa şeklin özelliklerinde nasıl bir değişiklik meydana gelir?, Bir el işi kağıdı, dikdörtgen şeklinde köşe açısı dik açı değil de paralelkenar şeklinde köşe açısı dar açı yapacak şekilde kesilirse şeklin özelliklerinde nasıl bir değişiklik meydana gelir?, Köşe açıları dik veya dar açı olması durumunda oluşan dörtgenlerde değişen/değişmeyen özellikler nelerdir?, Problem durumuna uygun son durumda kesilen özel dörtgenin, ilk durumda istenen özel dörtgene göre alanı değişir mi? Değişmez mi? Değişmeyen hangi özellikler vardır?’’ gibi sorularla öğrencilerin değişmezleri araştırma alışkanlığı geliştirilmeye çalışılır.

‘‘Kesilen el işi kağıdını en-boy uzunlukları farklı olması, oluşan şekillerin adlandırılmasında ve özelliklerinde ne gibi değişikliklere neden olabilir?, Elde edilen el işi kağıtlarının uzunlukları ve köşe açıları biliniyorsa oluşan şeklin alanını hesaplayabilir miyiz?, Dik açılı ilk şeklin alanı ile dar açılı son şeklin alanını karşılaştırdığımızda anlamlı bir cevap alabilir miyiz?, ABCD dörtgeninin C köşesini A köşesinin üstüne gelecek şekilde katlarsam elde edeceğim şekil nasıl bir şey olur? (Şekil-4), Katlama çizgisinden kesersem ilk şeklin alanı, elde ettiğim şeklin alanını elde etmede bir katkısı bulunabilir mi?’’ gibi sorularla öğrencilerin keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı geliştirilmeye çalışılır.

‘‘Eşit kenar uzunluktaki eşkenar dörtgenin alanı, karenin alanına göre azalmış mıdır aratmış mıdır yoksa değişmemiş midir?, Farklı kenar uzunluğunda bu genelleme her zaman olur mu?, Dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenar şeklindeki mermerin alanı artar mı azalır mı yoksa değişmez mi?, Bu durum her zaman geçerli midir? Neden?, Bir yüzü boyalı yarım dosya kağıdında kesilen bir yamuğun alanını hesapladığınızda dikdörtgenin alanı ile ilişkisinden ne elde ettiniz?, Yamuğun alanı için elde ettiğiniz ifade bütün yamuklar için de geçerli mi?, Bütün yamukların alanlarını bulmak için elde ettiğiniz ifade kullanabilir miyiz?, Elde ettiğiniz matematiksel ifadenin geçerli olmadığı durumlar da bulunabilir mi?, Bulunursa genelleme yeniden düzenlenebilir mi?, Yamuk için oluşturduğunuz alan formülü özel dörtgenler (paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare) içinde geçerli olur mu? Neden?’’ gibi sorularla öğrencilerin geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı geliştirilmeye çalışılır.

3. haftanın uygulama sürecindeki Problem Durumu-IV’te Mustafa Bey mutfak dolabı için yaptırdığı suntalama fazla ücret ödemiş de olabilir fazla ücret ödememiş de olabilir. Çünkü kare özel bir eşkenar dörtgendir. Eşkenar dörtgenin köşe açısı dik açı olması eşkenar dörtgen olma özelliğini koruyacağından eşkenar dörtgenin alanı karenin alanına eşit olabileceğinden ötürü Mustafa Bey suntalam için değerinde ücret ödemiş olabilir, eşkenar dörtgenin köşe açısı

dik açı olmaması durumunda eşkenar dörtgenin alanı karenin alanından az olacağından Mustafa Bey suntalam için fazla ücret ödemiş de olabilir. Dörtgenlerin kenar uzunluklarının eşit olması, eşit çevre uzunlukları, köşegenlerin dik kesişmesi, köşegenlerin birbirini ortalaması, karşılıklı kenarların paralelliği, iç ve dış açılarının ölçüleri toplamının 360^o olması, köşegen sayısı değişmeyen özellikler iken köşegen uzunlukları, köşe açıları değişen özellikler olmakla birlikte alanları değişmişte olabilir değişmemişte olabilir. 3. haftanın uygulama sürecindeki Problem Durumu-V'teki problemde Hüseyin Usta kestirdiği mermer için fazla ücret ödemiş de olabilir fazla ücret ödememiş de olabilir. Çünkü dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Paralelkenarın köşe açısı dik açı olması paralelkenar özelliğini koruyacağından paralelkenarın alanı dikdörtgenin alanına eşit olabileceğinden ötürü Hüseyin Usta değerinde ücret ödemiş olabilir, paralelkenarın köşe açısı dik açı olmaması durumunda paralelkenarın alanı dikdörtgenin alanından az olacağından Hüseyin Usta fazla ücret ödemiş de olabilir. Dörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları, çevreleri, iç ve dış açılarının ölçüleri toplamının 360^o olması, köşegenlerin birbirini ortalıyor olması değişmeyen özellikler iken köşe açıları köşegenlerin uzunlukları değişen özellikleri olmakla birlikte alanları değişmişte olabilir değişmemişte olabilir. 4. haftanın uygulama sürecindeki Problem Durumu-VI'daki problemde fasulye tarlası adaletli bir şekilde iki parçaya ayrılmıştır. Dikdörtgen şeklindeki tarlanın alanının yarısı kardeşlerin iyileştirmek için elde ettikleri yamuk şekillerindeki ayrı ayrı tarlaların alanlarına eşittir. Paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve karenin özel birer yamuk olmasından dolayı yamuk için oluşturulan formülün özel dörtgenlerin alanlarını bulmada da geçerli olur.

Daha sonra ortaokul matematik öğretmeni 7K5, 7K6 ve 7K7 kazanımlarına ait ZGA'ları içeren ders içi ve araştırmacının yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşme problemlerine geçer.

Problem Durumu-XV

Koronavirüse karşı alınan önlemler kapsamında Çumra Belediyesi kapalı sebze pazarını, Bakkalbaşı Mahallesi 73432. Sokak üzerine taşımıştır. Kapalı sebze pazarında dikdörtgen şeklindeki pazar tezgahında çilek satan Hakan, belediyenin açık sebze pazardaki yerinde kullanamayacağı için değiştirmek zorunda kalmıştır. Bundan dolayı kapalı sebze pazarındaki tezgahının çevresine eşit uzunlukta kare şeklindeki pazar tezgahını marangozda yaptırmıştır.

Hakan'ın açık sebze pazarındaki kare şeklindeki pazar tezgahı, kapalı sebze pazarındaki dikdörtgen şeklindeki pazar tezgahına göre değişen/değişmeyen özellikleri nelerdir?

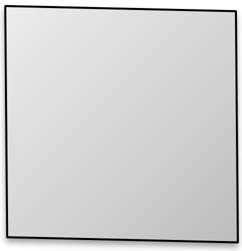
Değişen Özellikler **Değişmeyen Özellikler**

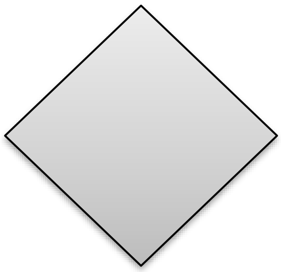
Öğrencilerin yukarıda verilen Problem Durumu-XV üzerinde düşünmeleri, dikdörtgen şekli ile eşit çevre uzunluğundaki karesel şekil arasında ilişkiyi belirlemek için aşağıdaki yönlendirici sorular sorulur:

- Karenin bir kenarı ile dikdörtgenin çevresi arasında nasıl bir ilişki olmalıdır?
- Dikdörtgen ve dikdörtgenin çevresine eşit uzunlukta karesel şekiller için nasıl bir taslak şekiller çizebilirsiniz?
- Çizdiğiniz taslak şekillerde kenar ve köşegen uzunlukları, köşegenlerin kesişimi ve köşegenlerin köşe açılardaki durumu nasıl olur?
- Karenin alanı, dikdörtgenin alanından fazla, eşit veya az olabilir mi?

Problem Durumu-XV'in çözümü için yukarıdaki sorularıyla kare ile dikdörtgenin özelliklerini çıkararak değişen/değişmeyen özellikleri belirlenmesiyle değişmezleri araştırma alışkanlığının, dikdörtgen ile karesel şekiller çizerek üzerinde kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri göstermesi keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının, şekiller arasında kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri ifade etmesiyle ilişkilendirme alışkanlığının ve dikdörtgenin çevresine eşit uzunluktaki karenin alanının, dikdörtgenin alanından fazla, eşit veya daha az olabileceğine dair bir genellemeye ulaşmasıyla geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının gelişmesi beklenmektedir.

Problem Durumu-XVI





Mustafa Bey, yeni aldığı dairesinin lavabo üstü için camcıdan kare şeklinde ayna kestirip yerleştirmek istemektedir. Camcıdan kare şeklinde ayna kesmesini istemiştir. Fakat camcı karenin çevresine eşit uzunlukta eşkenar dörtgen şeklinde ayna kesip Mustafa Bey'e vermiştir.

Buna göre, Mustafa Bey'in aldığı eşkenar dörtgen şeklindeki aynanın istediği kare şeklindeki aynaya göre değişen/değişmeyen özellikleri nelerdir? Eşit kenar uzunluğundaki eşkenar dörtgenin alanı ile karenin alanı arasında bir genelleme yapılabilir mi? Yapılabilirse gösteriniz.

Değişen Özellikler **Değişmeyen Özellikler**

Yukarıda verilen Problem Durumu-XVI önceki problem durumunda olduğu gibi öğrencileri çözüme yönlendirici sorularıyla kare ile eşkenar dörtgenin özelliklerini çıkararak değişen/değişmeyen özellikleri belirlemeleriyle değişmezleri araştırma alışkanlığının, eşkenar dörtgen ile karesel şekil çizerek üzerinde kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri göstermek için ek çizimler yapması keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının, şekiller arasında kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri ifade etmesiyle ilişkilendirme alışkanlığının ve karenin özel bir eşkenar dörtgen olduğundan, eşit kenar uzunluğundaki eşkenar dörtgenin alanının karenin alanına eşit veya daha az olabileceğini dair bir genellemeye ulaşması ile geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının gelişmesi beklenmektedir.

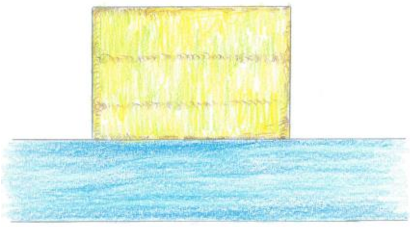
Problem Durumu-XVII

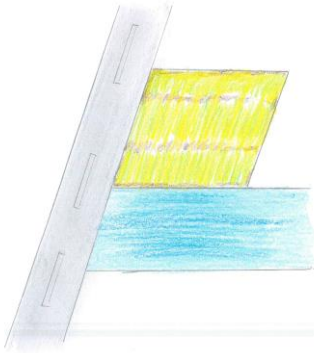
Çumra’da kırk yılı aşkın kunduracılık yapan Mehmet Ali Usta, tezgahında deri ayakkabıyı temizlemek için kullandığı dikdörtgen şeklindeki masasının yüzeyi eskimesinden ötürü masanın üstünü deri kumaş ile kaplamaya karar vermiştir. Tezgahındaki dikdörtgen şeklindeki masa yüzeyinin ölçülerini alarak en yakın terziye gitmiştir. Terzi yanında çalışan kalfasını çağırarak Mehmet Ali Usta’nın istediği ölçülerde dikdörtgen şeklinde deri kumaş kesmesini istemiştir. Kalfanın aklında kesmesi gereken şeklin kenar uzunlukları kalmıştır. Eşit kenar uzunluklarında paralelkenar şeklinde deri kumaş kesmiştir. Kalfa kestiği deri kumaşı katlayarak Mehmet Ali Usta’ya teslim etmiştir. Mehmet Ali Usta, terziye dikdörtgen şeklindeki deri kumaşın m^2 cinsinden ücretinin ödemesini yapmıştır.

Mehmet Ali Usta kestirdiği deri kumaş için fazla ücret ödeyip ödemediğini gerekçesiyle ifade ediniz. Kalfanın kestiği deri kumaşın şeklinin, Mehmet Ali Usta’nın kestirmek istediği deri kumaşın şekline göre değişen/değişmeyen özellikler nelerdir? Dikdörtgenin alanı ile dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanı arasında bir genelleme yapılabilir mi? Yapılabilirse gösteriniz.

Yukarıda verilen Problem Durumu-XVII önceki problem durumlarında olduğu gibi öğrencileri çözüme yönlendirici sorularıyla dikdörtgen ile paralelkenarın özelliklerini çıkararak değişen/değişmeyen özellikleri belirlemeleriyle değişmezleri araştırma alışkanlığının, dikdörtgen ile paralelkenarsal şekil üzerinde kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri göstermek için ek çizimler yapmasıyla keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının, şekiller arasında kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri ifade etmesiyle ilişkilendirme alışkanlığının ve dikdörtgenin özel bir paralelkenar olduğundan dikdörtgenin kenarlarına eşit uzunluktaki paralelkenarın alanının, dikdörtgenin alanına eşit veya daha az olabileceğine dair bir genellemeye ulaşmasıyla geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının gelişmesi beklenmektedir.

Problem Durumu-XVIII





Hakan Bey, sulama kanalı kenarında dikdörtgen şeklinde bir araziyi satın almıştır. Bölgedeki çalışmalar sebebiyle Hakan Bey'in aldığı arazinin belirli yerinden geçecek şekilde asfalt yol yapılacaktır. Hakan Bey'in satın aldığı arazinin çevre uzunluğu sabit kalmak koşuluyla eşkenar dörtgen şeklinde kullanılan arazisine karşılık arazi verilmiştir.

Hakan Bey'in son durumdaki arazisinin ilk durumdaki arazisine göre değişen/değişmeyen özellikleri nelerdir?

<u>**Değişen Özellikler**</u> <u>**Değişmeyen Özellikler**</u>

Yukarıda verilen Problem Durumu-XVIII önceki problem durumlarında olduğu gibi öğrencileri çözüme yönlendirici sorularıyla dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin özelliklerini çıkararak değişen/değişmeyen özelliklerin belirlenmesiyle değişmezleri araştırma alışkanlığının, dikdörtgen ile eşkenar dörtgen üzerinde kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri göstermek için ek çizimler yapmasıyla keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının, şekiller arasında kenar, köşegen ve açılarla ilgili ilişkileri ifade edilmesiyle ilişkilendirme alışkanlığının ve çevre uzunlukları eşit eşkenar dörtgenin alanının, dikdörtgenin alanından fazla, eşit veya daha az olabileceğine dair genellemeye ulaşılmasıyla geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının gelişmesi beklenmektedir.

Problem Durumu-XIX

Şekil-1

Şekil-2

Şekil-3

Şekil-4

Şekil-5

Elif, elindeki dikdörtgen şeklindeki kağıdın uzun kenarı üzerindeki bir köşesinden Şekil-1'deki gibi bir tane dik üçgensel bölgeyi keserek ayırıyor (Şekil-2). Daha sonra da aynı kenarın diğer köşesinden Şekil-3'teki gibi bir tane daha dik üçgensel bölgeyi keserek ayırmıştır (Şekil-4).

Şekil-5'te kalan son şeklin alanını dikdörtgensel bölgenin alanı cinsinden genel ifadesini elde ediniz. Son şeklin alanının matematiksel genel bir ifadesini oluşturunuz. Alan için oluşturulan formülün diğer özel dörtgenler için de geçerli olur mu? Neden?

Yukarıda verilen Problem Durumu-XIX'da dikdörtgen şeklindeki alandan iki tane dik üçgenin alanları toplamı çıkarılmasıyla yamuğun alan bağıntısının dikdörtgenin alanından çıkarılan üçgenlerin alanları toplamını arasında ilişkinin kurulmasıyla ilişkilendirme alışkanlığının, yamuğun alan bağıntısının oluşturulması için dikdörtgen ile içinden iki dik üçgeni çıkarmak için ek çizimlerin yapmasıyla keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığının, statik bir durumda dinamik düşünerek elde ettiği yamuk şeklini iki dik üçgen ile bir dikdörtgenin ya da geriye kalan yamuk şeklini dik yamuk şekline getirerek bir dikdörtgen ile bir dik üçgenin alanının toplamı olduğunu yine yamuğun alanına ulaşmasıyla değişmezleri araştırma alışkanlığının, yamuğun alan bağıntısına ulaşmasıyla özel dörtgenlerin yamuğun özel durumları olduğu için yamuğun alan formülünün özel dörtgenlerde de geçerli olduğunu gösterilmesiyle geometrik fikirleri genelleme alışkanlığının gelişmesi beklenmektedir.