



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TEKNOLOJİ DESTEKLİ
MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNDE VARSAYIMDA
BULUNMA VE DEĞİŞKEN BELİRLEME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

Seda Nur AK
ORCID: 0000-0002-5576-8549

Danışman
Doç. Dr. İbrahim ÇETİN
ORCID: 0000-0003-4807-3298

Konya – 2025

ÖN SÖZ

“İyi eğitimciler imzalarını kağıtlara değil öğrencilerinin kalplerine atar.”

Seda Nur AK

Lisans ve yüksek lisans sürecimin her aşamasında beni cesaretlendiren, bilgisinden ve tecrübesinden faydalandığım sayın danışmanım Doç. Dr. İbrahim ÇETİN'e sonsuz teşekkür ederim.

Tez savunma jürimde yer alan Prof. Dr. Erhan ERTEKİN ve Dr. Öğr. Üyesi Şaban Can ŞENAY hocalarıma teşekkür ederim.

Öğrencisi olmaktan gurur duyduğum Prof. Dr. Ahmet ERDOĞAN hocama, tez sürecim boyunca desteklerini esirgemeyen Öğr. Gör. Dr. Selva Büşra TURAN hocama ve her daim yanımda olan Doç. Dr. Şule YILMAZ ERTEN'e sonsuz teşekkür ederim.

Araştırmamda gönüllü olan ve titizlikle çalışan öğretmen adaylarına teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca beni koşulsuz severek sabırla büyüten, kalbime umut tohumlarını serpen ve bana her daim güvenen biricik aileme teşekkür ederim.

Yetiştirdiğim her öğrencinin bir anne bana evladı olduğunu unutmamam gerektiğini bana sabırla öğreten babama ithafen.

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	viii
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
ÖZET	xi
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	13
1.1. Problem Durumu	15
1.2. Araştırmanın Amacı	18
1.3. Araştırmanın Önemi	19
1.4. Varsayımlar	20
1.5. Sınırlılıklar.....	20
1.6. Tanımlar	21
2. ALAN YAZIN	22
2.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Matematikleştirme	22
2.2. Matematik Okuryazarlığı	25
2.3. Matematiksel Modelleme ve Matematiksel Modelleme Süreçleri.....	26
2.4. Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme	30
2.5. Matematiksel Modelleme Yeterlikleri.....	34
2.6. Matematiksel Modellemede Değişken ve Varsayım.....	34
2.7. Matematiksel Modelleme Değişken Belirleme ve Varsayım Oluşturmada Yaşanan Zorluklar	42
3. YÖNTEM	45
3.1. Araştırmanın Modeli	45
3.2. Araştırmanın Çalışma Grubu.....	46
3.3. Veri Toplama Araçları.....	46
3.4. Verilerin Toplanması.....	48
3.5. Verilerin Analizi.....	50
4. BULGULAR	57
4.1. Değişken Belirleme ve Varsayım Oluşturma Süreçlerinin Problemin Türüne Göre Nasıl Değiştiğine İlişkin Bulgular	58
4.1.1. İçinde veri olan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreci .	58
4.1.2. İçinde veri olmayan problemlerde varsayım ve değişken belirleme süreci	66
4.1.3. İçinde veri olan ve içinde veri olmayan modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreci	75

4.2. Değişken Belirleme ve Varsayım Oluşturma Sürecinde Yaşanan Zorluklar	80
4.2.1. Değişken belirleme sürecinde yaşanan zorluklar	80
4.2.2. Varsayım oluşturma sürecinde yaşanan zorluklar	85
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	91
5.1. Tartışma ve Sonuç	91
5.2. Öneriler.....	101
KAYNAKLAR.....	103
EKLER.....	116
EK 1. Etik Kurul İzin Belgesi.....	116
EK 2. Dünya'nın Yarıçapını Hesaplama Matematiksel Modelleme Problemi	117
EK 3. Zıplayan Top Matematiksel Modelleme Problemi (Erbaş vd., 2016).....	118
EK 4. Doğa İçindeki Evler Modelleme Problemi (Dost, 2019)	119
EK 5. Otoyol Ücreti Matematiksel Modelleme Problemi (Dost, 2019).....	120
EK 6. Cadde Park Yeri Matematiksel Modelleme Problemi (Erbaş vd., 2016).....	121
EK 7. Müzede Güvenlik Matematiksel Modelleme Problemi (Koyunkaya ve Tekin Dede, 2021)	123
EK 8. Odak Grup Görüşme Soruları (Veri Toplama Aracı)	124

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. Varsayım oluşturma ve değişken belirleme akışı.....	16
Şekil 2.1. Yatay ve dikey matematikleştirme (Özdemir ve Üzel, 2013).....	23
Şekil 2.2. Kapur (1982) modelleme süreci.....	27
Şekil 2.3. Berry Houston (1995) modelleme sürecinin basit gösterimi.	27
Şekil 2.4. Pedley (2005) modelleme süreci.....	28
Şekil 2.5. Borremo Ferri (2006) modelleme döngüsü.....	29
Şekil 2.6. Siller ve Greefrath (2010) genişletilmiş modelleme döngüsü.....	31
Şekil 2.7. Dijital araçların entegre edildiği modelleme döngüsü (Greefrath, 2011). ...	32
Şekil 2.8. Dijital araçların kullanıldığı modelleme süreci (Greefrath vd., 2018).....	32
Şekil 2.9. Modelleme probleminde etkili bir çözüm sürecinin adımları (Schukajlow vd., 2023).....	39
Şekil 2.10. Modelleme aşamalarında karar verme fırsatlarını etkileyebilecek özelliklere sahip bir modelleme görevlerinin analitik çerçevesi.....	40
Şekil 2.11. Değişken belirleme ve varsayım içeren görev oranları (Zbiek vd., 2025). 42	
Şekil 3.1. Araştırmada ele alınan durum.	45
Şekil 3.2. Veri toplama süreci.	49
Şekil 3.3. Araştırmanın birinci problemine ilişkin oluşturulan kod ve temalar listesi. 53	
Şekil 3.4. Araştırmanın ikinci problemine ilişkin oluşan kod ve temalar listesi.....	54
Şekil 3.5. Kodlayıcılar arası uyum oranı.....	54
Şekil 4.1. Bulguların sunulma sırası.....	57
Şekil 4.2. İçinde veri olan problemlerde değişken belirleme kod haritası.	58
Şekil 4.3. İçinde veri olan matematiksel modelleme problemlerinde varsayımın sınırlarının kod haritası.....	60
Şekil 4.4. İçinde veri olan matematiksel modelleme sürecinin katkılarının kod haritası.	63
Şekil 4.5. İçinde veri olmayan problemlerde değişken belirleme kod haritası.	66
Şekil 4.6. İçinde veri olmayan matematiksel modelleme problemlerinde varsayımın sınırlarının kod haritası.....	69
Şekil 4.7. İçinde veri olmayan matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin katkıları.	72
Şekil 4.8. Problemin içinde veri durumuna göre değişken belirleme şekillerinin vaka modeli.....	76

Şekil 4.9. Problemin veri durumuna göre varsayımın sınırını çizme şekillerinin vaka modeli.....	77
Şekil 4.10. Problemin veri durumuna göre sürecin katkılarının ortak kod haritası.....	78
Şekil 4.11. Problemdeki veri durumuna göre takip edilen sıra.	79
Şekil 4.12. Değişken belirlemede yaşanan zorluklar kod haritası.....	80
Şekil 4.13. Varsayım oluşturmada yaşanan zorlukların kod haritası.	86



TABLULAR LİSTESİ

Tablo 2.1. Matematiksel modellemede varsayım türlerini inceleyen araştırmalar.	36
Tablo 2.2. Varsayım kategorileri (Zbiek vd., 2025).....	41
Tablo 3.1. Veri toplama araçları.....	47
Tablo 3.2. Matematiksel modelleme problemlerinin isimleri ve açıklamaları.....	48
Tablo 3.3. Problem türleri ve isimleri.	50
Tablo 3.4. Verilerin analizinde kullanılan örnek kodlama şeması.	52



TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Matematik Öğretmen Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Problemlerinde Varsayımda Bulunma Ve Değişken Belirleme Süreçlerinin İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın toplam **93** sayfalık kısmına ilişkin, 9/07/2025 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%3** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan Filtrelemeler.

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

9/07/2025

Seda Nur AK

Doç. Dr. İbrahim ÇETİN

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

9/07/2025

Seda Nur AK

SİMGELER VE KISALTMALAR

OECD: Ekonomik İş birliği ve Kalkınma Örgütü

PISA: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

GME: Gerçekçi Matematik Eğitimi



ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ TEKNOLOJİ DESTEKLİ MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNDE VARSAYIMDA BULUNMA VE DEĞİŞKEN BELİRLEME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Seda Nur AK

Bu araştırma kapsamında öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerindeki değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri ile bu süreçlerde karşılaştıkları zorluklar incelenmiştir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi ile yürütülmüştür. Araştırma İç Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir devlet üniversitesinde 2023–2024 eğitim-öğretim yılının bahar yarısında, 40 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarına öncelikle teorik olarak matematiksel modelleme hakkında bilgi verilmiştir. Ardından farklı özelliklere sahip modelleme problemleri seçilmiştir. Seçilen modelleme problemlerinin bazıları açık veri içerirken, bazıları açık veri içermemektedir. Araştırmada veri içeren ve açık veri içermeyen modelleme problemlerinde değişken belirleme süreçleri ve varsayım oluşturma süreçleri detaylı olarak incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının destekli modelleme problemlerinde değişken belirleme sürecinde deneme-yanılma, değişkenler arası ilişkilere odaklanma ve önemli değişkenleri seçme gibi stratejiler kullandıkları görülmüştür. Varsayım oluşturma sürecinde ise problemi analiz etme, geçmiş deneyimlerden yararlanma ve değişkenler üzerine düşünerek varsayım sınırlarını belirleme gibi yaklaşımlar benimsedikleri görülmüştür. Varsayım oluşturma ve değişken belirleme sürecinin öğretmen adaylarına katkıları olmakla birlikte bu süreçte çok sayıda zorlukla da karşı karşıya kalmıştır. Karşılaştıkları zorluklar bilişsel, bireysel, kavramsal, zaman, veri ve değişken kaynaklı çeşitli zorluk kategorilerine ayrılmıştır. Bu zorlukların problemi anlama, deneyim eksikliği, kavram karmaşası, eksik veri bulamama, sabit ya da ihmal edilen değişkenler gibi çok boyutlu unsurlardan kaynaklandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarına yönelik modelleme eğitimi programlarının geliştirilerek değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerini destekleyecek teknoloji destekli çalışmalar yapmaları önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: teknoloji, veri, zorluk, varsayım, değişken

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

AN INVESTIGATION OF PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' ASSUMPTION MAKING AND VARIABLE DETERMINATION PROCESSES IN TECHNOLOGY SUPPORTED MATHEMATICAL MODELLING PROBLEMS

Seda Nur AK

This study examined pre-service teachers' processes of identifying variables and forming assumptions in technology-supported mathematical modeling problems, as well as the difficulties they encountered in these processes. The research was conducted using the case study method, one of the qualitative research methods. The study was carried out with 40 teacher candidates at a state university in the Central Anatolia Region during the spring semester of the 2023–2024 academic year. The teacher candidates were first provided with theoretical information about mathematical modeling. Then, modeling problems with different characteristics were selected. Some of the selected modeling problems contained explicit data, while others did not. The study examined in detail the variable identification processes and assumption-making processes in modeling problems that contained data and those that did not. The results of the study showed that teacher candidates used strategies such as trial and error, focusing on the relationships between variables, and selecting important variables in the variable identification process in supported modeling problems. In the assumption formation process, they adopted approaches such as analyzing the problem, drawing on past experiences, and determining the limits of assumptions by thinking about the variables. Although the hypothesis formation and variable identification processes contributed to the teacher candidates, they also faced numerous difficulties during these processes. The difficulties they encountered were categorized into various categories, including cognitive, individual, conceptual, time, data, and variable-related difficulties. It was concluded that these challenges stem from multidimensional factors such as difficulty in understanding the problem, lack of experience, conceptual confusion, inability to find sufficient data, and fixed or neglected variables. In this regard, it is recommended that modeling education programs for teacher candidates be developed to support the processes of variable identification and hypothesis formation through technology-assisted studies.

Keywords: technology, data, challenge, assumption, variable

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Bireyler günlük yaşamlarında farklı problemlerle karşı karşıya kalmaktadır. Problemlerle karşılaşan bireyler mevcut bilgilere ve deneyimlerine bağlı olarak farklı çözüm yolları geliştirmektedir. Kimi bireyler problemleri hızlı ve sezgisel bir şekilde çözerken kimileri daha analitik ve sistematik bir yaklaşım benimsemektedir. Benimsenen bu yaklaşım problem çözme süreçlerinde farklı değişkenlerden etkilenmektedir. Örneğin bir kavşakta trafik ışıklarının ne kadar süreyle yeşil ya da kırmızı yanması gerektiğini belirlemeye çalışan bir birey yalnızca araç sayısını esas alırken, bir diğeri araç yoğunluğu ve geçiş hızını çözüm sürecine dahil edebilir. Bu durum, problem çözme sürecinde bireylerin dikkate aldığı değişkenlerin farklılık gösterebileceğini ve bir birey için önemli olan bir değişkenin, bir başkası için önemsiz olabileceğini ortaya koymaktadır. Ancak trafik ışıklarının belirlemeye çalışan bireyin hesaba katmadığı hava durumu ve araç lastikleri gibi farklı değişkenler çözüm sürecini doğrudan etkileyebilir. Dolayısıyla bu durum okul ortamında ele alınan problemler ile gerçek yaşam problemleri arasında farklılıklar olabileceğini göstermektedir.

Okul ortamında ele alınan problemlere ve müfredat içeriğine bakıldığında belirli değişkenlerin sabit varsayıldığı ya da problem çözüm sürecine dahil edilmediği örneklerle sıklıkla karşılaşılmaktadır. Örneğin ilkökul düzeyinde hız, zaman ve mesafe ilişkisini öğretmeyi amaçlayan problemlere bakıldığında genellikle otobüs hızının değişebileceği gerçeği göz ardı edilerek, öğrencilerin işlem yapmasını kolaylaştırmak adına otobüsün sabit hızla hareket ettiği varsayımı yapılmaktadır. Ortaokul ve lise düzeyinde ise sürtünme kuvvetinin varlığı bilinmesine rağmen pek çok problemde sürtünme kuvveti ihmal edilerek çözüm süreci yürütülmektedir. Dolayısıyla bireyler çocukluk döneminden itibaren bilişsel süreçleri doğrultusunda çeşitli olayların ihmal edildiğini ya da sabit kabul edildiğini öngörerek varsayımlar oluştururlar. Ancak yaşamın dinamik yapısı gereği her şey her zaman öngörüldüğü gibi ilerlemeyebilir. Beklenmedik durumlar karşısında bireylerin varsayım oluşturma süreçleri değişkenlik gösterebilir. Örneğin ders kitaplarında ve sınıf içi problem çözme sürecinde pazar alışverişi problemlerinde meyve ve sebze fiyatları genellikle sabit bir değer olarak ele alınmaktadır. Oysa gerçek yaşamda bireyler, satıcıların alımı teşvik etmek amacıyla kilogram arttıkça birim fiyatı orantılı olarak artırmadıklarını, hatta zaman zaman düşürdüklerini deneyimlemektedir. Bu durumlar bireylerin problem çözme becerilerini geliştirme ve esneklik kazanma açısından yeni fırsatlar sunabileceği gibi belirsizlik ve karmaşıklık nedeniyle çeşitli

zorlukları da beraberinde getirmektedir. Örneğin okul matematiğinde hız kavramı çoğunlukla sabit olarak ele alındığından gerçek yaşamda hızın zamanla değiştiği durumlarda uygun çözümleri gerçekleştirmede bireyler zorluk yaşayabilir. Çünkü yaşamın öngörülemeyen gerçekliği her zaman matematik ile örtüşmeyebilir.

Öğrenme ortamları genellikle sayıları doğrudan kullanabileceğimiz ve verilerin açıkça sunulduğu problemler içermektedir. Oysa gerçek yaşamda karşılaşılan problemler çoğu zaman belirli verileri içermemektedir. Bu tür problemlerde öğrencilerin hangi bilgiyi değişken olarak alacaklarına ve neyi varsayacaklarına karar vermeleri gerekmektedir. Ancak yapılan çalışmalar, eksik veri içeren problemlerde öğrencilerin eksik verileri belirlemede zorlandığını (Krawitz vd., 2022) ve bu tür problemlerin çözüm süreçlerinde uygun değişkenlerin belirlenerek varsayım oluşturulmasının gerekli olduğunu ortaya koymaktadır (Zbiek vd., 2025). Öğrencilerin bu süreçte hangi bilgiyi değişken olarak ele alacaklarına ve hangi koşulları varsayacaklarına karar vermeleri beklenmektedir. Ancak bu tür becerilerin gelişimi kendiliğinden oluşmadığı gibi yapılandırılmış rehberlik ve pedagojik destek de gerektirmektedir. Bu noktada öğrencilerin varsayım yapma oluşturma ve değişken belirleme sürecini yönlendirecek ve destek sağlayacak kişilerden biri de öğretmenlerdir. Öğretmenin kullanacağı nitelikli varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçleri öğrencinin okul matematiği ile gerçek yaşam arasında bağ kurmasına katkı sağlar. Öğretmenlerin bu süreçleri sınıf ortamına etkili bir şekilde taşıyabilmeleri için bu sürece yönelik kuramsal temellere dayanan ve uygulamaya dönük olarak yetişmiş olmaları beklenebilir. Özellikle öğretmen adaylarının bilinçli bir şekilde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecini deneyimlemesi “Matematik günlük hayatta ne işimize yarayacak?” sorusuna daha anlamlı ve bağlamsal yanıtlar verebilmesini kolaylaştırmaktadır. Öte yandan, içinde bulunduğumuz çağın dijital ve teknolojik dinamikleri göz önünde bulundurulduğunda, söz konusu problem çözme süreçlerinin teknoloji ile desteklenmesi pedagojik açıdan önemli kazanımlar sağlayabilir. Teknoloji, matematiksel modelleme problemlerini daha somut, etkileşimli ve öğrenci merkezli hâle getirerek öğrenme sürecini derinleştirme potansiyeline sahiptir. Dijital teknolojiler aracılığıyla hesaplama işlemlerine ayrılan süre azaltılabilir. Böylece öğrenciler problem anlama, varsayım oluşturma ve değişken belirleme gibi daha üst düzey bilişsel süreçlere odaklanma fırsatı bulabilirler. Ayrıca, teknolojinin sunduğu imkânlar sayesinde simülasyonların kullanılabilmesi, çok sayıda verinin analiz edilebildiği ve değişkenlerin etkilerinin dinamik biçimde gözlemlenebildiği etkileşimli öğrenme ortamları tasarlanabilmektedir. Bu çerçevede, bu araştırmada öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemleri kapsamında varsayım oluşturma ve

değişken belirleme süreçlerine nasıl yaklaştıkları bu süreçlerde karşılaştıkları zorluklar incelenecektir. Araştırmadan bir yandan öğretmen yetiştirme programlarının niteliğine katkı sunması, öte yandan sınıf içi öğretim uygulamalarını daha gerçek yaşam odaklı ve çağın gerekliliklerine uygun biçimde yeniden yapılandırmaya yönelik veriler sağlaması beklenmektedir.

1.1. Problem Durumu

Son yıllarda matematiksel modellemede varsayım oluşturma ve değişken belirleme üzerine yapılan araştırmaların sayısı giderek artmaktadır (Chang vd., 2020; Krawitz vd., 2022; Molina-Toro vd., 2019; Zbiek vd., 2025) Matematiksel modelleme öğrenciler için zengin bir zihinsel süreci içinde barındırır (Blum & Niss, 1991). Bu zihinsel süreci anlamlandırabilmek matematiksel modelleme için önemlidir. Uluslararası çalışmaların sonuçları da öğrencilerin matematiksel modelleme problemleriyle uğraşırken izledikleri süreçlerin daha yakından incelenmesinin önemli olduğunu vurgulamaktadır (Djepaxhija vd., 2015). Bireylerin matematiksel modelleme süreçlerini etkili bir şekilde yürütebilmesi için belirli yeterliklere sahip olması gerekmektedir (Tekin-Dede, 2015). Bu yeterlikler literatürde farklı şekillerde tanımlanmıştır (Biccard & Wessels, 2011).

Matematiksel modelleme yeterliklerinin ilki olarak, gerçek bir problemi anlama ve bu probleme ilişkin gerçekliğe dayalı bir model kurma süreci öne çıkmaktadır. Bu yeterlik, bireyin bir problemi gerçek dünya bağlamında analiz etmesi, önemli bilgileri ayırt etmesi ve bu bilgileri matematiksel bir çerçeveye oturtarak ifade etmesini kapsamaktadır. Söz konusu yeterliğin alt bileşenlerinden biri olan *varsayımda bulunma* ve *durumu sadeleştirme*, modelleme sürecinde kritik bir rol üstlenmektedir. Bu rol karmaşık gerçek yaşam durumlarının matematiksel temsile dönüştürülebilmesi açısından kritik bir rol oynamaktadır. Çünkü varsayım oluşturma matematiksel modelleme sürecinin bütününe şekillendirebilecek nitelikte bir adımdır (Galbraith & Stillman, 2001). Varsayımların sağlam ve tutarlı bir biçimde oluşturulması, modellemenin özgünlüğünü artırmakta ve bireylere farklı çözüm yolları geliştirme fırsatları sunmaktadır. Varsayım oluşturma becerisini edinen bireyler matematiksel düşünme ile gerçek yaşam arasında daha güçlü bağlar kurarak birden fazla çözüm yolu olabileceğini fark edebilmektedir (Seino, 2005). Ancak her modelleme süreci başarılı sonuçlar vermeyebilir. Süreç içerisinde yapılan hatalı bir varsayım ya da eksik bir sadeleştirme modelin geçerliliğini zayıflatarak problemin çözümünü olumsuz etkileyebilir. Literatürde de hata fark edildiğinde varsayım aşamasına geri dönülerek modelin yeniden yapılandırılması gerektiğini belirten

çalışmalar bulunmaktadır (Berry & Houston, 1995; Ang, 2010). Bu durum varsayım oluşturma sürecinin modellenmenin genel başarısı üzerindeki belirleyici etkisini açıkça ortaya koymaktadır. Teorik olarak ortaya konulan varsayım oluşturma süreci öğretim programlarında da yer almaktadır.

Güncellenen öğretim programı incelendiğinde hem ilköğretim kademesinde hem de ortaöğretim kademesinde varsayım ile ilgili uygulamalara yer verildiği görülmektedir (MEB, 2024). Ders kitaplarında yer alan “*Şekilleri inceleyerek varsayımları yazınız.*” ya da “*Varsayımlarınızı sınıf arkadaşlarınızla tartışınız.*” gibi yönergeler bu yaklaşımın öğretim materyallerine yansıdığını göstermektedir. Bununla birlikte varsayımda bulunma, varsayıma yönelik genelleme yapma ve varsayımları sunmaya dair çeşitli süreç bileşenlerinin bulunduğu ifade edilmektedir (MEB, 2024). Ancak bu süreç bileşenleri öğrencilerin düşünme becerilerini destekleyici nitelikte olsa da içeriklerin gerçek yaşamla doğrudan ilişkilendirilmediği gözlemlenmektedir. Dolayısıyla bu durum varsayım oluşturma sürecinin yalnızca soyut bir etkinlik olarak kalmaması aksine gerçek yaşam bağlamlarıyla ilişkilendirilerek daha anlamlı ve işlevsel hale getirilmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır. Seino’nun (2005) yaptığı çalışmada varsayımın matematiksel dünyayı gerçek dünyaya bağlayan bir köprü görevi üstlendiğini söylemesi bu gerekliliği destekleyen önemli bir bulgudur.

Matematiksel modellemede varsayım oluşturma yanısıra bir diğer önemli süreç de değişkenlerin belirlenmesidir. Değişkenler matematiksel modelleme sürecinde “*Problemi anlama ve gerçekliğe dayalı model kurma yeterliği*” kapsamında değerlendirilmektedir (Blum ve Kaiser, 1997). Modelleme sürecinde değişkenlerin doğru bir biçimde tanımlanması yapılacak varsayımların niteliğini etkileyebilirken aynı zamanda doğru ve tutarlı bir biçimde oluşturulmuş varsayımlar da hangi değişkenlerin dikkate alınması gerektiğine dair ipuçları sunabilir. Başka bir ifadeyle değişkenler ve varsayımlar arasında çift yönlü bir ilişki etkileşim söz konusu olabilmektedir. Bu karşılıklı etkileşim modelin genel yapısını ve problem sürecini etkileyebilmektedir. Bu durum Şekil 1.1’de görselleştirilmiştir.



Şekil 1.1. Varsayım oluşturma ve değişken belirleme akışı.

Şekil 1.1'e bakıldığında varsayımlar ve değişkenler arası geçişler olabilmektedir. Bazı varsayımlar modelleme sürecinin başlangıcında yapılırken bazılarında sürecin ilerleyen aşamalarında veya sonunda ortaya çıkabilmektedir. Bu nedenle modelleme sürecinin tekrarlanabilir bir yapıda olması büyük önem taşımaktadır (Bliss vd., 2014). Ancak gerçek yaşamın karmaşıklığını yansıtan problemlerde bu tür tekrar eden süreçleri teknoloji desteği olmadan gerçekleştirmek hem vakit alıcı hem de zorlayıcıdır. Teknoloji, farklı varsayımların ele alınması ve doğrulanması konusunda süreçleri kolaylaştırarak çeşitli avantajlar sunabilir. Yapılan çalışmalar teknolojinin varsayımlar üzerindeki etkilerine daha fazla odaklanması gerektiğini ve bu alandaki literatürün henüz yeterince araştırılmadığını vurgulamaktadır (Molina- Toro vd., 2019). Örneğin, Dost'un (2019) otoyol ücretine yönelik ele aldığı bir modelleme probleminde, araçların dururken ivmelerinin hesaplanmasında teknoloji kullanılmadan yalnızca 50 km/sa hızla seyreden araca göre sınırlı bir hesaplama yapılabilmiş ve bu hesaplamada ivmelenme katsayısı 0,008 olarak bulunmuştur. Ancak teknoloji sürece entegre edildiğinde, farklı hız senaryoları kolaylıkla gözlemlenebilmiş, geniş veri setleri analiz edilebilmiş ve buna bağlı olarak araçların dururken ki ivmelenmeleri için daha kapsamlı, gerçekçi ve genellenebilir bir çözüm ortaya konulmuştur. Bu kapsamlı modelleme süreci yalnızca çözümün genellenebilir olduğunu göstermekle kalmayarak aynı zamanda teknolojinin eğitimde nasıl işlevsel ve dönüştürücü bir araç olabileceğini de açıkça göstermiştir.

Yaşadığımız çağın getirdiği hızlı değişimlere uyum sağlayabilmek için matematiği etkin bir şekilde kullanılabilen, teknolojiden yararlanabilen (Hıdıroğlu, 2015) ve teknolojinin sunduğu fırsatları değerlendirebilen bireylere ihtiyaç giderek artmaktadır (Lingefjärd, 2007). Teknoloji eğitimde bireylere farklı öğrenme ortamları sunma potansiyeline sahiptir (Baki, 2002). Teknoloji bakımından elverişli bir öğrenme ortamı kişileri matematiğe dahil ederek problem çözmede alternatif yollar keşfetmelerine olanak tanır (Galbraith vd., 2007). Bireyler yaşamları boyunca çeşitli günlük deneyimler edinmektedir. Günlük yaşamda edinilen bu deneyimlerin teknoloji ile bütünleştirilerek matematiksel düşünmeye dönüştürülmesi matematiksel modellemenin gücünü görünür hale getirerek modelleme sürecini anlamlandırma ve takdir etme fırsatı sunmaktadır (Ang, 2010).

Teknoloji öğrencilere varsayımda bulunma, modelleme sürecine aktif bir biçimde katılma, oluşturdukları modeli test etme ve gerektiğinde düzeltme yapma fırsatları sunarak derinlemesine düşünmeyi teşvik eden güçlü bir araçtır (Lewis vd., 2018). Bu yönüyle

teknolojiyi yalnızca mevcut durumlara bir bakış sunmanın ötesine taşıyarak bireylerin matematiksel konularla daha etkin bir şekilde ilgilenmesini sağlamaktadır (Ferrucci & Carter, 2003). Matematiksel modelleme problemlerinde teknoloji model oluşturma sürecinde öğrencilere çeşitli kolaylıklar ve katkılar sunmaktadır. Bir modelin geliştirilmesi yalnızca matematiksel bilgiyle sınırlı kalmayıp teknolojinin sağladığı olanaklarla desteklenerek daha etkili hale getirilmektedir (Siller & Greefrath, 2010). Özellikle teknoloji sayesinde öğrenciler karmaşık ya da sıkıcı hesaplamalarla uğraşmak yerine doğrudan matematiksel modele odaklanabilirler (Ang, 2010). Öğrenciler grafikleri çizmekle zaman harcamak yerine, modelin matematiksel yapısına odaklanma imkânı bulur (Ang, 2006). Ayrıca, teknoloji daha fazla değişkenin modele dahil edilmesini kolaylaştırarak modelin gerçekliğe daha yakın biçimde temsil edilmesini sağlar. Bununla birlikte varsayımların test edilmesini de kolaylaştırarak modelleme sürecine esneklik sunar. Bu bağlamda, teknoloji hem varsayımların oluşturulması hem de değişkenlerin etkili bir şekilde belirlenmesi ve test edilmesi için güçlü bir araç olabilir. Varsayımlar, modelin temel çerçevesini oluştururken değişkenler bu çerçevenin dinamik yapısını belirlemektedir. Teknolojinin sağladığı bu olanaklar, varsayımlar ve değişkenler arasında güçlü bir bağ kurarak, daha anlamlı ve gerçekçi matematiksel modeller oluşturmayı mümkün kılar. Bu nedenle teknoloji destekli modelleme problemlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinin ele alınması bu süreçlerde karşılaşılan zorlukların da ayrıntılı şekilde analizini gerekli hale getirmektedir. Bu varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinin araştırılmasına yönelik aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

- 1) Öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçleri problem türüne göre nasıl farklılık göstermektedir?
- 2) Öğretmen adayları teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinde hangi zorluklarla karşılaşmaktadır?

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinin incelemek ve bu süreçlerde karşılaştıkları zorlukları ortaya koymaktır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiksel modellemede teknoloji destekli varsayım oluşturma ve değişken belirleme ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında genellikle belirli öğrenci grupları üzerinde odaklanıldığı görülmektedir. 9. sınıf öğrencileriyle yapılan matematiksel modelleme etkinliklerinde varsayımların rolünü ele alan (Seino, 2005), farklı öğrenme ortamlarının ortaokul öğrencilerinin varsayım oluşturma becerilerine etkisini inceleyen araştırmalar (Jablonski, 2023), iki farklı ülkenin ortaokul öğrencilerinin varsayım gerektiren modelleme problemlerine yaklaşımlarının karşılaştıran çalışmaları (Chang vd., 2020) ve 9. sınıf öğrencilerinin çözmekte zorlandıkları modelleme problemlerindeki zorluk türlerini analiz eden araştırmalar (Krawitz vd., 2022) bu alandaki önemli örnekler arasında yer almaktadır. Bu ortaokul ve lise düzeyinde yer alan çalışmaların kısmen yaygın olduğu ancak öğretmen adayları üzerinde yapılan çalışmaların sınırlı kaldığı görülmektedir. Özellikle öğretmen adaylarının teknoloji destekli modelleme süreçlerinde özellikle varsayım oluşturma ve değişken belirleme gibi üst düzey bilişsel süreçler nasıl yaklaştıkları ve bu süreçlerde ne tür zorluklarla karşılaştıkları yeterince araştırılmamıştır. Bu nedenle bu çalışma teknoloji destekli matematiksel modelleme süreçlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerini inceleyerek bu alandaki literatüre katkı sunmayı hedeflemektedir. Bu yönüyle çalışma, hem öğretmen eğitimi literatürüne katkı sunmakta hem de matematiksel modelleme becerilerinin öğretiminde teknolojinin nasıl daha etkili bir şekilde kullanılabileceğine dair önemli çıkarımlar sağlamaktadır.

Varsayım konusuna odaklanan çeşitli çalışmalar bulunmakla birlikte (Djepaxhija vd., 2015; Galbraith & Stillman, 2001) varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinin bir arada ele alındığı çalışmaların sayısı sınırlıdır (Zbiek vd., 2025). Teknoloji destekli modelleme bağlamında varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerine odaklanan çalışmalar mevcut olsa da bu çalışmaların çoğunluğunun ortaokul ve lise düzeyinde gerçekleştiği dikkat çekmektedir (Chang vd., 2020; Krawitz vd., 2022). Bu durum söz konusu bilişsel süreçlerin özellikle öğretmen adayları bağlamında nasıl yürütüldüğüne ilişkin literatürde sınırlı olduğunu göstermektedir.

Türkiye’de matematik öğretmenliği lisans programında matematiksel modelleme ayrı ders olarak yer almaktadır (YÖK, 2018). Güncellenen öğretim programı doğrultusunda hazırlanan ders kitaplarında modellemenin alt yeterliklerinden biri olan matematik okuryazarlığına önem verildiği dikkat çekmektedir (MEB, 2024). Bu bağlamda, varsayım

oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinin teknoloji destekli bir yaklaşımla derinlemesine incelenmesi, hem öğretmen adaylarının bu konudaki farkındalıklarının artırılmasına katkı sağlayacak hem de bu alanda çalışan araştırmacılara yol gösterici olması hedeflenmektedir. Öncelikle, öğretmen adaylarının bu süreçlere yönelik farkındalıklarının artırılması, onların gerçek yaşamla ilişkilendirilmiş matematiksel problemleri daha etkili bir şekilde analiz etmelerine olanak tanımaktadır. Teknolojinin sunduğu hesaplama, görselleştirme ve simülasyon gibi imkânlar sayesinde, adaylar modelleme sürecinde yalnızca sonuç odaklı değil; süreci yapılandıran bileşenler üzerine düşünme fırsatı elde edeceklerdir. Bu da üst düzey bilişsel becerilerin gelişimine katkı sağlamakla kalmayarak farklı senaryolarda değişkenleri nasıl belirledikleri ve hangi varsayımları nasıl yapılandırdıkları üzerine yapılacak çözümler, öğretim programlarında bu becerilerin nasıl kazandırılabilmesine dair somut ipuçları sunacaktır. Her ne kadar matematiksel modelleme güncellenen öğretim programında ayrı bir ders olarak yer alsın da dersin içeriğinin nasıl yapılandırılacağına ve uygulama sürecinde nasıl bir yol izleneceğine dair yeterli açıklama bulunmamaktadır. Programda yalnızca genel başlıklar düzeyinde bir çerçeve sunulmuştur (YÖK, 2018). Özellikle modelleme etkinliklerinin nasıl yapılandırılması gerektiği, dijital araçların işlevselliği ve öğretmen adaylarının hangi aşamalarda desteklenmeye ihtiyaç duydukları konularında yol gösterici nitelikte olacaktır. Böylece çalışma hem öğretmen yetiştirme sürecine hem de matematik eğitiminde teknoloji entegrasyonuna ilişkin literatüre anlamlı katkılar sağlayacaktır. Son olarak da özellikle teknoloji destekli modelleme süreçlerine ilişkin değişken belirlemeye ve varsayım oluşturmaya kuramsal bir temel sağlayarak ilerdeki çalışmalara temel oluşturacaktır.

1.4. Varsayımlar

Araştırma kapsamında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme dersi kapsamında uygulanan tüm uygulamalara samimi bir şekilde cevap verdiği ve katıldığı varsayılmaktadır. Modelleme etkinliklerinin alan yazında önerilen uygulama biçimlerine uygun olarak yürütüldüğü varsayılmaktadır. Ses kayıtları incelendiğinde elde edilen verilerin tüm katılımcıların görüşlerini yansıttığı kabul edilmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma öğretmen adaylarının çözdüğü altı tane matematiksel modelleme problemi ile sınırlıdır. Bu problemlerden üçü veri içeren diğer üçü ise açık veri içermeyen problem durumlarını kapsamaktadır.

Bu araştırma İç Anadolu Bölgesi'nin bir büyükşehir sınırları içerisinde yer alan devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde öğrenim gören 4. Sınıf ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı öğrencileri ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Matematiksel Model: Matematiksel model gerçek bir modelin matematik yardımıyla oluşturulan modeline denilmektedir (Blum & Niss, 1989).

Matematiksel Modelleme: Matematiksel modelleme gerçek yaşamdaki bir durumun sembolik, fiziksel veya soyut modelini oluşturma sürecini ifade eder (Lesh & Doer, 2003).

Varsayım: Önermesel olarak kodlanan, keşif ve tartışmalara bir alt yapı oluşturan yapılardır (Goldin, 2002).

Değişken: Gerçek dünyadaki bir problemin çözüm sürecinin yapılandırılmasında işlevsel rol üstlenen unsurdur.

BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

Mevcut araştırmanın bu bölümünde matematiksel modellemenin teorik çerçevesi olarak kabul edilen gerçekçi matematik eğitimi ve matematikselleştirmeye yer verilmiştir. Daha sonra matematiksel modellemenin özel bir türü olan matematiksel okuryazarlık ile ilgili bilgi verilmiştir. Ardından matematiksel modelleme döngüleri, teknolojik matematiksel modelleme döngüleri, matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt yeterlikler, matematiksel modellemede değişken ve varsayım konuları ele alınarak modelleme sürecinin teorik temeli ortaya konulmuştur. Son olarak ise matematiksel modellemede varsayım oluşturma ve değişken belirlemede yaşanan zorluklara yer verilmiştir.

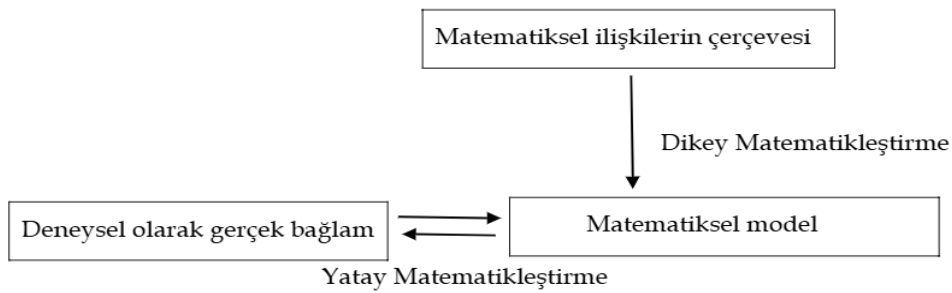
2.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Matematikleştirme

Gerçekçi Matematik Eğitimi [GME] matematiksel bilgiyi gerçek yaşam bağlamlarına dayandırarak oluşturmayı hedefleyen bir yaklaşımdır. Freudenthal (1968) matematiğin tarihsel olarak gerçek hayat problemleriyle başladığını ve bu problemlerin matematikleştirilmesi yoluyla formal matematiğe ulaştığını ifade etmiştir. Farklı araştırmacılar tarafından çeşitli şekillerde tanımlanan matematikleştirme GME'nin temel bileşenlerinden biri olarak, öğrencilerin bir problemi çözebilmek için gerekli matematiksel modelleri oluşturma sürecini ifade eder. Blum ve Leiss (2007) matematikselleştirmeyi gerçek dünyadaki bir modelin matematiksel bir modele dönüştürülmesi olarak tanımlarken Schukajlow ve diğerleri (2023) bu süreci nesnelerin ve gerçek dünyadaki ilişkilerin matematik dünyasında bir karşılık bulması olarak ifade etmiştir. Gravemeijer (1994) matematikleştirmenin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini geliştirdiğini ve bu süreçte varsayım oluşturma ile değişken belirlemenin kritik bir rol oynadığını vurgulamıştır.

Matematikselleştirme sürecinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme, gerçek dünya problemlerinin matematiksel bir modele dönüştürülmesinde merkezi bir rol oynar. Djepaxhija ve diğerleri (2015) varsayımların problemleri anlama ve çözme süreçlerinde kolaylık sağladığını ifade etmiştir. Değişkenler ise öğrencilerin problemi daha sade ve anlaşılır hale getirmelerine olanak tanımaktadır (Stillman & Brown, 2012). Alan yazın bu iki sürecin etkili bir şekilde ele alınmasının öğrencilerin problem çözme becerilerini artırdığını belirtmektedir (English & Watters, 2005).

Gerçekçi Matematik Eğitimi ve matematiksel modelleme matematiksel öğrenim süreçlerinde farklı amaçlara hizmet eder gibi görünmekle birlikte benzer yönleri bulunmaktadır. Gravemeijer (1994) GME'nin öğrencilerin gerçek dünya problemlerini anlamlandırmalarını sağlamaya yönelik olduğunu ancak bu problemlerin mutlaka gerçek hayattan alınmış olmasının gerekmediğini belirtmiştir. Buna karşılık matematiksel modelleme, gerçek dünya problemlerinin doğrudan bir matematiksel çerçeveye aktarılmasını gerektirir (Doorman & Gravemeijer, 2009). GME'de kullanılan problem senaryolarının gerçek hayattan alınmış olması zorunlu değildir ve öğrenciler tarafından anlamlandırılabilir olması yeterlidir (Gravemeijer, 1994). Bu durum GME'nin esnek yapısını ortaya koyarken, öğrencilere günlük hayatta karşılaşılabilecekleri belirsizlikler ve fazla veri içeren durumlarla başa çıkma becerisi kazandırmayı hedefler. Örneğin Treffers'ın (1987) yaptığı çalışmada öğrencilerden bir marketteki fiyat değişikliklerini analiz etmeleri istenmiş ve bu süreçte değişken tanımlama ve varsayım oluşturma süreçleri geliştirilmiştir. Stillman ve Brown (2012) bu süreçlerin başarıyla tamamlanabilmesi için problemlerin doğru bir şekilde anlaşılması ve soyutlanarak sadeleştirilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Freudenthal (1973) ön matematikselleştirmenin zorlu süreçlerde karmaşık durumlarla başa çıkmak için gerekli bir hazırlık niteliği taşıdığını belirtmiştir. Ön matematikselleştirme öğrencilerin bilgileri organize etmelerine ve değişkenler ile varsayımlar arasındaki ilişkileri tanımlamalarına olanak tanımaktadır.

Matematikleştirme kavramı gerçekçi matematik eğitiminin içinde yer alırken matematikselleştirme kavramı matematiksel modellemenin içinde yer almaktadır. Matematiksel modelleme içinde matematikselleştirme gerçek dünyadaki bir modelin matematiksel bir modele dönüştürülmesi olarak geçmektedir (Blum & Leiss 2007). Gerçekçi matematik eğitiminin içinde ise matematikleştirme yatay ve dikey olarak ikiye ayrılır (Treffers, 1987). Yatay ve dikey matematikleştirmeye Şekil 2.1'de yer verilmiştir.



Şekil 2.1. Yatay ve dikey matematikleştirme (Özdemir ve Üzel, 2013).

Şekil 2.1'e bakıldığında dikey matematikleştirmede matematiksel ilişkilerin çerçevesinden matematiksel modele tek yönlü bir geçiş varken yatay matematikleştirmede tek yönlü bir geçiş yoktur. Yatay matematikleştirmede matematiksel model ve deneysel gerçek bağlam arasında geçişler söz konusudur.

Matematiksel modellemede matematikselleştirme kavramının içinde ön matematikselleştirme kavramı da alan yazında yer almaktadır (Jankvist & Niss, 2019). Ön matematikselleştirme önemli sayılan özellikler ile ilgili seçimlerin yapıldığı, varsayımların oluşturulduğu ve karmaşıklığın azaltıldığı bir süreçtir. Araştırmalar, varsayımda bulunarak basitleştirme yapamamanın matematik modelleme sürecinin diğer tüm basamaklarını olumsuz etkilediğini ortaya koymaktadır (Hanklen, 2020; Schaap vd., 2011). Ayrıca, bu olumsuzlukların kaynağının, matematikleştirmeden önce gelen ön matematikselleştirme sürecine dayandığı belirtilmiştir (Ang, 2018; Janvist & Niss, 2019).

Matematikleştirme matematiksel kavramların öğrenilmesine katkı sunabildiği gibi bu kavramların gerçek dünya problemlerine uygulanmasını da sağlar. Lesh ve Doerr (2003) bu sürecin öğrencilerin gerçek dünyadaki problemleri çözme ve bu problemlerde eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiğine yönelik çalışma yapmıştır. Niss (2010) öğrencilerin matematiksel modellemede matematiksel ilişkileri kavrayabilmek için anlama ve sadeleştirme aşamalarını içermesi gerektiğini ifade etmiştir. Gerçek dünyadan gelen bir problemi analiz ederken, öğrencilerin ilgili durumun önemli özelliklerini anlamaları ve bu özellikleri uygun değişkenler aracılığıyla söylemeleri gereklidir (Stillman & Brown, 2012). Değişkenler öğrencilere problemi daha net ve çözülebilir bir yapıya indirgeme imkânı sunarken, aynı zamanda bu sürecin temelini oluşturur. Matematikselleştirme sürecinde doğru değişkenlerin belirlenmesi, öğrencilere problem çözme sürecinde soyutlamalar yapmayı, bilgileri organize etmeyi ve gereksiz detayları ayıklayarak temel unsurlara odaklanmayı öğretir (English & Watters, 2005). Matematikselleştirme sabitlerin, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin, parametrelerin tespit edildiği, stratejik değişkenlerin sembolik dille ifade edildiği, ön tahminlerin yapıldığı, cebirsel ve grafiksel gösterimlerin ön plana çıkarıldığı, teknolojik ve matematiksel gösterimler arasında geçişlerin yapıldığı süreçtir.

GME ve matematiksel modelleme arasındaki ayırım her iki yaklaşımın problem çözme süreçlerine getirdiği farklı perspektiflerde yatmaktadır. GME, daha genel ve hayal gücüne

dayalı problem bağlamlarıyla öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmeyi amaçlarken matematiksel modelleme daha kesin verilere dayalı ve gerçek dünyadan alınan problemlere odaklanmaktadır (Doorman & Gravemeijer, 2009). Bu farklılık her iki yaklaşımın matematik eğitimi literatüründe birbirini tamamlayıcı bir rol üstlenmesini sağlamaktadır.

2.2. Matematik Okuryazarlığı

Matematik okuryazarlığı alan yazında çeşitli şekillerde tanımlanmıştır. Kaiser ve Willender (2005) matematik okuryazarlığının temel bileşenini matematiksel modelleme ve gerçek hayat problemleri olarak ifade ederken Niss (2003) matematiksel modellemeyi matematik okuryazarlığına dahil edilen yeterlik olarak ifade etmiştir. Günümüz toplumunda bireylerin hayatlarında karşılarına çıkması muhtemel zorluklar ve bu zorluklarla mücadele etme kapasitesi okuryazarlık kavramı ile ilişkilendirilmiştir (Gürbüz & Altun, 2016). Bu kapsamda Niss ve Hojgaard (2019) matematiksel okuryazarlığı kişinin her türlü zorluğa içgüdüsel olarak hazır olması şeklinde tanımlarken OECD (2023) bireyin karşılaştığı zorluklarda matematiksel olarak akıl yürütme ve matematiği çözüme yönelik olarak formüle etme, kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlamıştır. Benzer şekilde Stacey ve Turner (2015) matematiksel okuryazarlığı matematiği formüle etme, kullanma ve yorumlama becerisi üzerinden tanımlamıştır.

2000 yılından her üç yılda bir yapılan, matematik okuryazarlığını ölçmeyi amaçlayan ve alan yazında çok sayıda araştırmaya konu alanı olan PISA matematiksel modelleme problemlerinde başarıyı belirleyen temel unsurun yalnızca matematik bilgisi değil, bu bilginin gerçek hayat problemlerine nasıl uygulanabildiği olduğunu göstermektedir (OECD, 2023). Alan yazında da matematiksel modelleme, matematik okuryazarlığını içeren yeterlik olarak ele alınmaktadır (Niss, 2003; 2015). Aynı zamanda, matematiksel modelleme farklı ülkelerin öğretim programlarının ve matematik okuryazarlığının bir parçası olarak görülmektedir (OECD, 2004). Matematik okuryazarlığının bir parçası olan matematiksel modellemenin derslere entegre edilmesi gerektiğine dair çalışmalar bulunmaktadır (Chang vd., 2020). Matematiksel modellemenin derslere entegre edilerek matematik okuryazarlığının geliştirilmesinde öğretmenlerin ve ders kitaplarının rolünün büyük olduğu vurgulanmaktadır (Kolar & Hodnik, 2021). Matematiksel modelleme problemlerinde öğrenciler özellikle eksik verilerin yer aldığı problemlerde zorlanmaktadır (Borromeo Ferri, 2006). Güncellenen öğretim programında da matematiksel okuryazarlık ile varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerini ele alan çok sayıda etkinlik olduğu görülmektedir (MEB, 2024). Matematiksel

modelleme sürecinde öğrencilerin bir durumu analiz edebilmesi uygun değişkenleri belirleyebilmesi ve varsayım oluşturabilmesi için veriyi etkin şekilde okuyabilmesi ve kullanabilmesi gerekmektedir. Bu anlamda öğretim programlarında çeşitli kategorilere ayrılan okuryazarlıklardan veri okuryazarlığı matematiksel modelleme problemleri için önemli bir konumdadır. Çünkü veri okuryazarlığı; veri oluşturma, verileri sayısallaştırma ve ölçme, verileri görselleştirme, olası sonuçları değerlendirme ve bilgiye ulaşmak için veriyi kullanma gibi becerileri içermektedir (MEB, 2024). Alan yazın incelendiğinde veriye dayalı problem çözmeye yönelik çalışmalar olmakla birlikte (Blum & Niss, 2020; Borremo Ferri, 2018) veri oluşturma ve eksik verileri tespit etme noktasında öğrencilerin zorlandığı çalışmalar mevcuttur (Krawitz vd., 2022). Özellikle sayısal verisi olmayan problemlerde varsayım ve değişken belirleme zorlanılan bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır (Saka & Çelik, 2018).

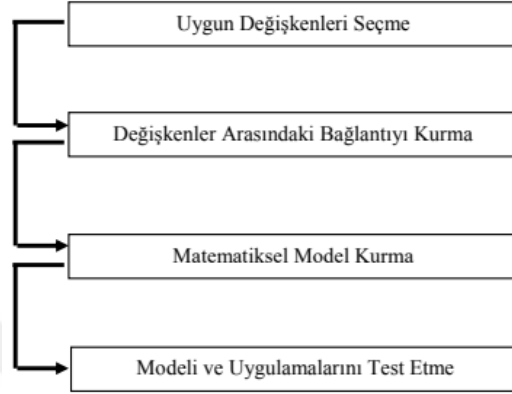
2.3. Matematiksel Modelleme ve Matematiksel Modelleme Süreçleri

Matematiksel modelleme geçmişten günümüze kadar çeşitli şekillerde tanımlanmıştır. Matematik ve matematik dışındaki dünyanın etkileşimi (Pollak, 1979), gerçek yaşamdan matematiğe geçiş (Blum, 2002) gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında dönüşüm süreci (Blum & Borremo Ferri, 2009) ve gerçek dünya durumlarının temsilini gerçekleştirmek üzere matematiksel oluşumların birleşimi (Niss, 1998) şeklinde alan yazında tanımlamaları vardır. Matematiksel modellemenin gerçek dünyayı keşfetmeye ve anlamaya olanak sunduğu (Blum & Borremo Ferri, 2009) ve öğrencilerin kendi fikirleri ile süreçlerini oluşturmaya imkân tanıdığı (English, 2006) ortaya konmuştur.

Matematiksel modelleme süreçlerine bakıldığında çeşitli araştırmacılar tarafından farklı şekillerde tanımlandığı görülmektedir (Abrams, 2001; Blomhoj & Jensen, 2007; Blum & Leiß, 2007; Borromeo Ferri, 2006; Doerr, 1997; Greefrath & Vorhölter, 2016; Maaß, 2006; Schaap vd., 2011). Bu araştırma kapsamında değişken belirleme ve varsayım oluşturmaya odaklanıldığı için modelleme süreçlerinde özellikle bu adım detaylandırılmıştır. Bu anlamda modelleme süreçleri detaylı olarak ele alınarak özellikle değişken belirleme ve varsayım oluşturma aşamalarına yer verilmiştir.

Penrose (1978) yaptığı çalışmada modelleme sürecini “gerçek problemi tespit etme ve gerçekliği belirleme, matematiksel model oluşturma, matematiksel problemi belirleme ve çözüm stratejisi geliştirme, çözüm stratejisini uygulama ve matematiksel problemi çözmeye, matematiksel çözümü yorumlama, modeli doğrulama ve sonuçlar oluşturma, düzenleme ve raporlaştırma” olarak tanımlamıştır. Süreçte değişkenleri belirleme, varsayım oluşturma ve

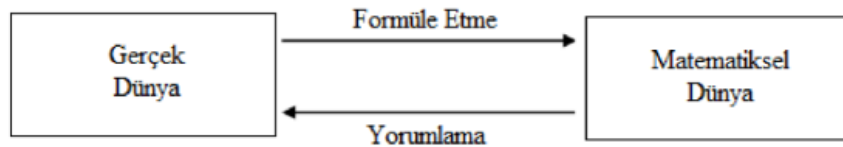
basitleştirme gibi kavramlardan bahsetmemiştir. Bu anlamda günümüzdeki modelleme döngüleri ile geçmiş literatürün çeliştiği görülmektedir. Ancak ilk çalışmalardan olduğu için önemlidir. Penrose'nin (1978) çalışmasından sonra Kapur (1982) modelleme sürecini uygun değişkenleri seçme, değişkenler arasındaki bağlantıları ortaya çıkarma, bu değişkenler arasındaki bağlantıyı çıkarma, model ortaya koyma, modeli ve uygulamaları test etme olarak tanımlamıştır. Bu modelleme sürecine Şekil 2.2'de yer verilmiştir.



Şekil 2.2. Kapur (1982) modelleme süreci.

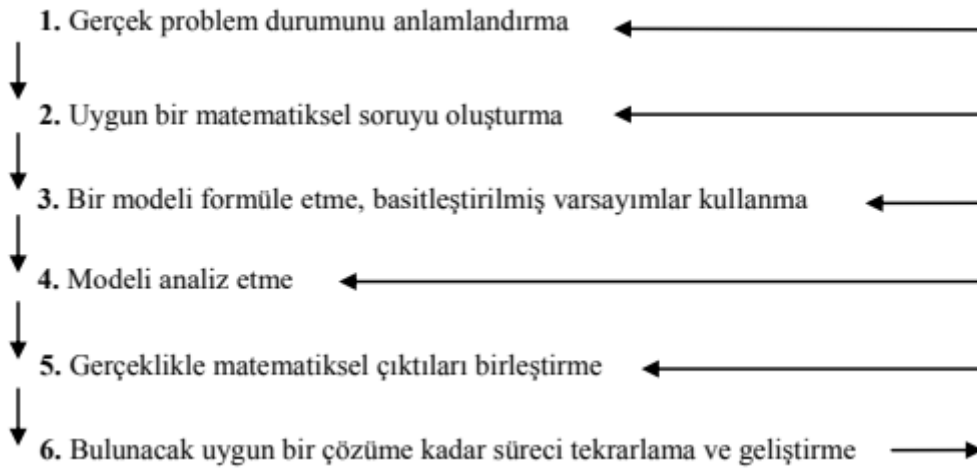
Şekil 2.2'de verilen Kapur'un (1982) modelleme sürecinden farklı olarak Meyer (1994) modelleme sürecinde değişken kavramına ek olarak varsayım kavramından bahsetmiştir. Modelleme sürecinin doğru varsayımlarla temsil edilmesinin gerekli olduğundan ve ölçümlerdeki hassasiyete olanak tanınması gerektiğini ifade etmiştir. Bir matematiksel modelin doğru sonuçlar vermesinin ancak modelleme sürecindeki doğru varsayımlar ile mümkün olduğunu öne sürmüştür (Meyer, 1994).

Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme sürecinde Mason' un (1988) modelleme sürecine benzer şekilde matematiksel dünya ve gerçek dünya kavramlarına değinmiştir. Gerçek dünyadan matematiksel dünyaya geçişi formüle etme, matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçişi yorumlama olarak ifade etmiştir. Bu sürece Şekil 2.3'te yer verilmiştir.



Şekil 2.3. Berry Houston (1995) modelleme sürecinin basit gösterimi.

Berry ve Houston (1995) tarafında geliştirilen matematiksel modelleme sürecinde formülleştirme aşamasında değişkenleri belirleme doğrudan yer alırken varsayım kavramı doğrudan yer almamaktadır. Schoenfeld (1985) ise modelleme sürecini problemi okuma, problemi anlama, tahmin etme ve hesap yapma olarak ifade etmiştir. Bu modelde değişken belirleme ve varsayım oluşturma basamağının olmadığı ancak tahmin etme gibi yeni bir adımın yer aldığı görülmektedir. Abrams (2001) ise matematiksel modelleme sürecinde problemin ortaya çıkmadan önce ilgi çekici bir olay olması gerektiğini belirtmektedir. Problemi ortaya çıkarırken değişkenleri tanımlama, değişkenleri sadeleştirme, problemi sadeleştirme ve genel çözüm stratejisi oluşturmada bahsetmiştir. Berry ve Houston (1995) modelleme sürecinde değişkenleri belirlemeden bahsederken Abrams (2001) ilgili değişkenleri belirleme ve değişkenleri sadeleştirmeden bahsetmiştir. Değişkenleri sadeleştirme basamağı değişkenlerin belli bir sayıyla sınırlı kalmadığına dair alan yazında yer almaktadır. Pedley (2005) ise değişken kavramından bahsetmeyerek varsayım kavramına değindiği bir modelleme süreci geliştirmiştir. Bu modelleme sürecine Şekil 2.4’te yer verilmiştir.

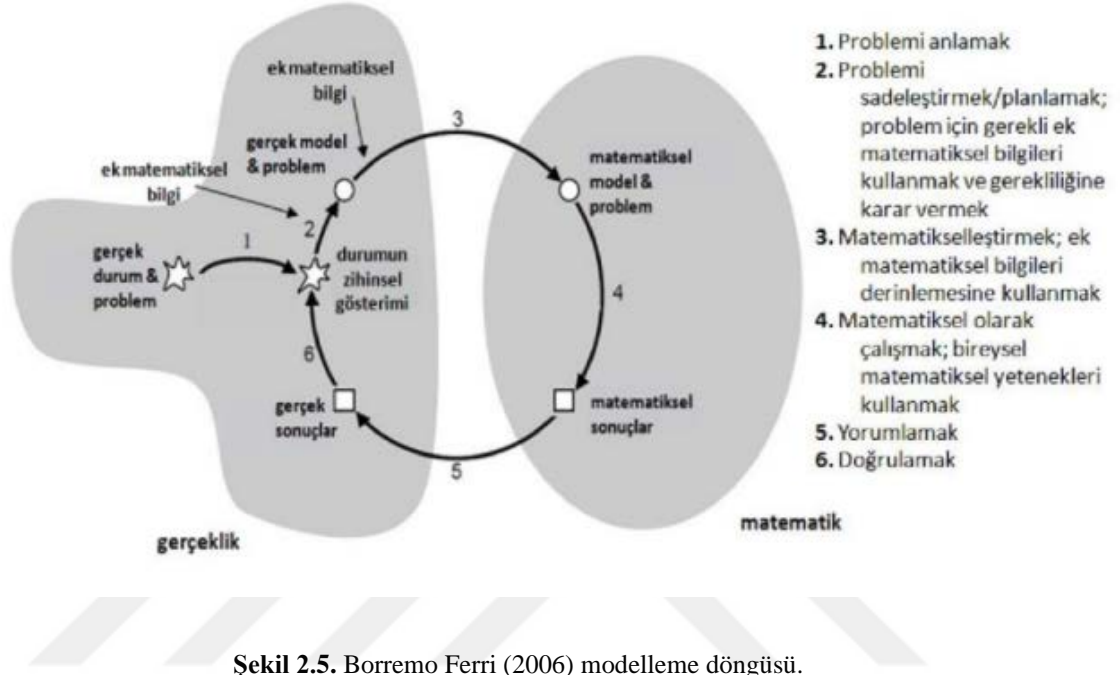


Şekil 2.4. Pedley (2005) modelleme süreci.

Şekil 2.4’te verilen modelleme sürecinde varsayım kullanma temel bir basamak olarak 3. basamakta geçerken değişken belirleme basamağı temel bir basamak olarak geçmemektedir. Modelleme sürecinde problemi anlamlandırma adımından sonra uygun bir matematiksel soruyu oluşturma adımı yer almaktadır. Üçüncü basamakta basitleştirilmiş varsayımlar kullanılarak modeli formüle etme yer alırken dördüncü basamakta formüle edilen modeli analiz etme basamağı mevcuttur. Lesh ve Doerr’in (2003) oluşturduğu modelleme sürecinde gerçek dünya ve matematik dünyası şeklinde ayrılmasa da beşinci basamakta gerçeklikle matematiksel

çıktıları birleştirme adımı yer almaktadır. Son basamakta ise süreç devamlı olarak uygun bir model bulunana kadar tekrarlanır ve geliştirilme basamağı vardır.

Borremo Ferri (2006) gerçek dünya ve matematik dünyasını içine alan bir modelleme süreci oluşturmuştur. Oluşturulan modelleme sürecine Şekil 2.5'te yer verilmiştir.



Şekil 2.5. Borremo Ferri (2006) modelleme döngüsü.

Şekil 2.5'te verilen modelleme döngüsünde gerçeklikten matematiğe ve matematikten gerçekliğe geçişler mevcuttur. Bu modelleme döngüsünde ilk olarak gerçek durum yer almaktadır. Birey gerçek durumdan hareketle durumun zihinsel bir gösterimini yapmaktadır. Ardından ek matematiksel bilgiler aracılığı ile gerçek bir model ortaya koymaktadır. Gerçeklik dünyasında ek matematiksel bilgileri de alarak matematik dünyasına geçiş yapmaktadır. Matematik dünyasında matematiksel bir model oluşturduktan sonra matematiksel sonuçlar oluşturmaktadır. Sonra da matematiksel sonuçları yorumlayarak gerçek sonuçlar ortaya koymaktadır. Son olarak ise gerçek sonuçları doğrulayarak durumun zihinsel gösterimi ile karşılaştırır. Bu modelleme döngüsünde durumun zihinsel gösteriminden gerçek modele geçiş yaparken problemin sadeleştirilme, ek matematiksel bilgileri kullanma ve gerekliliğine karar verme aşaması mevcuttur. Matematikselleştirmede ise ek matematiksel bilgileri derinlemesine kullanır. Bu modelleme döngüsünde birey gerçek dünyadan matematik dünyasına geçerken matematikselleştirmeden önce aslında bir ön matematikselleştirme yapmaktadır (Jankvist ve Niss, 2020). Ön matematikselleştirmede değişkenler ve varsayımlar belirlenmektedir. Berry ve Houston (1995) modelleme döngüsünde gerçek dünya ve matematik dünyasından bahsederek

değişken belirleme ve varsayım oluşturmayı gerçeklikten matematikselliğe geçişte bir araç olarak görmüştür. Alan yazında özellikle varsayım oluşturmanın çimento görevini üstlendiği ve iki dünyayı birleştirdiğine yönelik 1989 yılında Edwards “çimento” kavramından bahsetmiştir. Bu kavram sürecin gerçeklik ile matematiksel yapı arasında bir işlev üstlendiğini belirtmektedir. Modelleme süreciyle ilgili çeşitli yapılandırmalar mevcut olmakla birlikte, Blum ve Leiß’in (2007) geliştirdiği yedi aşamalı modelleme döngüsü bu süreci sistematik biçimde açıklamaktadır. Bu model, Borromeo Ferri’nin (2006) önerdiği yapıdan farklı olarak “sunma” adımını da içermektedir. Bu başlık altında verilen modelleme süreçleri incelendiğinde farklılıklar mevcuttur. Özellikle araştırmanın amacı doğrultusunda bu farklılıkların nasıl farklılaştığına dair alan yazın verilmiştir. Bu modelleme süreçleri verilirken adımları açıklanarak görselleri ile sunulmuştur. Ancak bu modelleme süreçlerinde teknoloji yer almamaktadır. Dolayısıyla bu bölümden sonra araştırmanın amacı doğrultusunda teknoloji destekli modelleme süreçlerine yer verilmiştir.

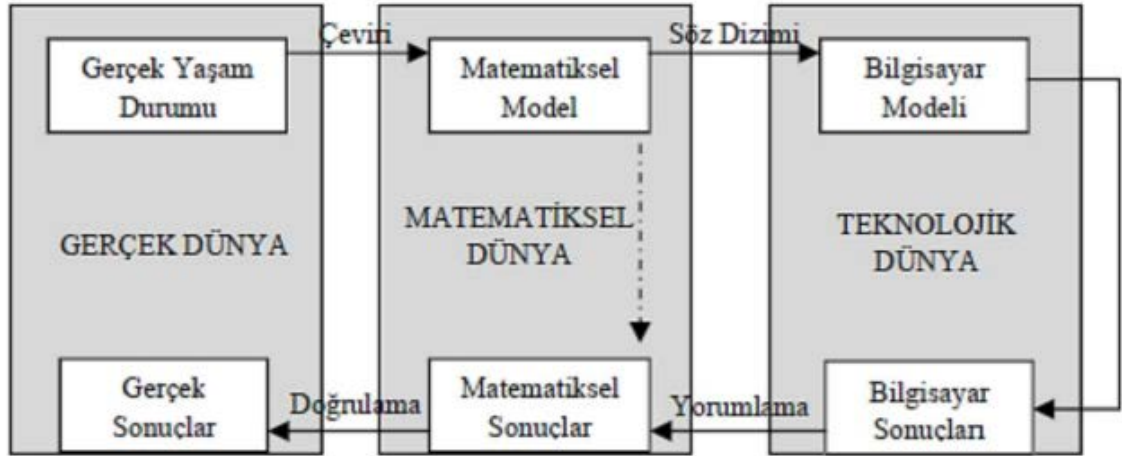
2.4. Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme

Teknoloji ve matematiksel modelleme literatürüne bakıldığında, bu iki kavramın matematik eğitimine ayrı ayrı girişinin 1970’li yıllara dayandığı görülmektedir. Blomhøj (1993) bu iki kavramın birlikte ele alınmasının önemini vurgulayan çalışma yapmış olsa da bu konuyu birlikte ele alan ilk çalışma Lingefjärd (2000) tarafından gerçekleştirilmiştir. Lingefjärd (2000) öğrencilerin karmaşık dünya problemlerini çözerken teknolojiden faydalandıklarını ve hatta bir süre sonra teknolojiyle çözdükleri problemlerdeki grafikleri sorgulama ve eleştirme alışkanlıklarını kaybettiklerini ortaya koymuştur. Matematiksel modelleme ve teknoloji ile yapılmış araştırmalara bakıldığında araştırmacıların literatürde teknoloji ile ilgili söyledikleri ifadeler rastlanmaktadır. Lingefjärd (2000) teknolojinin iyi bir belgeleme, raporlama ve görselleştirme fırsatı sunduğunu ifade etmiştir. Berry ve Houston (1995) modelleme problemlerinin tek çözümünün olmadığını ve teknolojinin oluşturulan modelleri test etmeye yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Ferruci ve Carter (2003) tarafından yapılan çalışmada teknolojinin yalnızca matematiksel sürece katkı sağlamakla kalmayıp, matematiksel konular üzerine düşünmeyi de teşvik ettiğini ortaya koymuştur.

Matematiksel modelleme problemlerinin sıkıcı olduğundan ve bu sıkıcı hesaplarla ilgilenmek yerine teknolojinin modele odaklanmaya imkân tanımaktadır (Ang, 2010). Ayrıca modele odaklanmakla kalmayıp modeli daha da zengin hale getirdiğine ilişkin araştırmalar da mevcuttur (Hıdıroğlu, 2015). Teknoloji kullanımının bireylerin cevapları kontrol etmelerine ve

düşüncelerini geliştirmesine katkı sunduğuna dair araştırmalar da bulunmaktadır (Lewis, 2018). Matematiksel modelleme sürecinde teknolojinin sağladığı faydalara odaklanan çok sayıda araştırma yapılmış olsa da (Ang, 2010; Hıdıroğlu, 2015; Lewis, 2018; Hıdıroğlu & Aktaş, 2021) bu süreçte matematiksel modelleme ile teknolojinin birlikte kullanımını ele alan çalışmalar da mevcuttur (Ang, 2010; Hıdıroğlu, 2015)

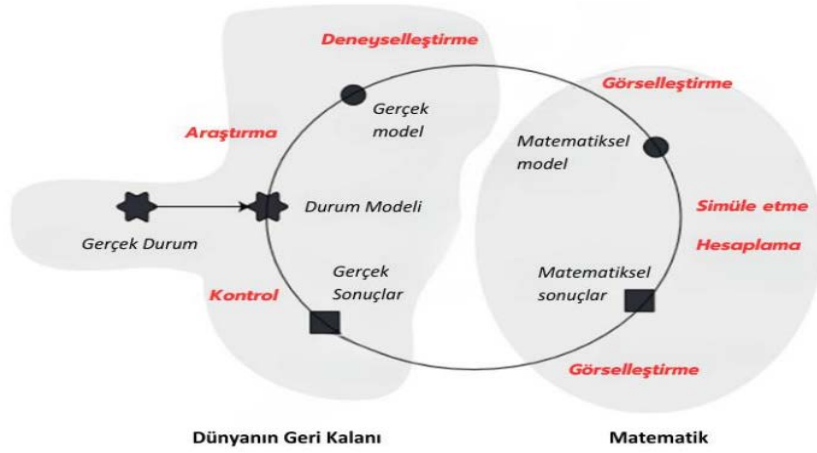
Siller ve Greefrath (2010) modelleme sürecinde matematiksel model ve matematiksel sonuç matematiksel dünyayı oluştururken bilgisayar modeli ve bilgisayar sonucu teknoloji dünyasını oluşturmuştur. Gerçek dünya, matematiksel dünya ve teknoloji dünyasını ele almıştır. Bu üç dünyanın birbirlerini etkilediği Siller ve Greefrath'ın (2010) modelleme sürecine şekil 2.6'da yer verilmiştir.



Şekil 2.6. Siller ve Greefrath (2010) genişletilmiş modelleme döngüsü

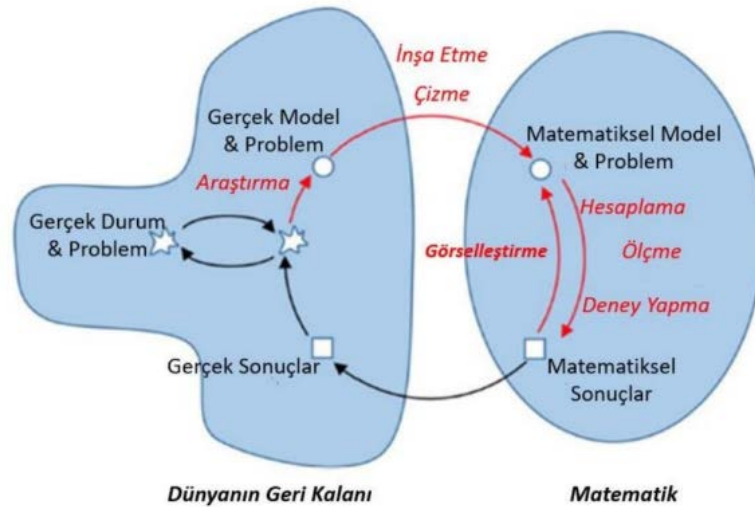
Şekil 2. 6'da yer alan Siller ve Greefrath'ın modelleme döngüsüne göre bir matematiksel model hem matematiksel bilgiye hem de teknolojinin sunduğu olanaklara bağlıdır. Bu modelleme sürecinde adımlar detaylı olarak incelenmeyip modelleme döngüsünde doğrudan varsayım ve değişken kavramlarına isim olarak yer verilmemiştir. Geiger (2011) varsayımları modelleme sürecinin içine dahil ederek Siller ve Greefrath'tan (2010) farklı bir modelleme döngüsü oluşturmuştur. Geiger (2011) alan yazında yer alan döngülerden farklı olarak bir teknoloji dünyası oluşturmak yerine teknolojinin modelleme sürecinin çeşitli aşamalarında bulunduğunu belirtmiştir. Ayrıca problemi açıklama aşamasından sonra yer alan varsayımlar kısmında teknolojiden faydalandığını ortaya koymuştur. Alan yazında modelleme sürecinden doğru sonuçlar elde etmenin yolunun varsayımlardan geçtiğini belirten (Meyer, 1994) araştırmalar olsa da Geiger (2011) varsayımlara teknoloji entegrasyonunu da eklemiştir.

Greefrath (2011) teknolojinin modelleme döngüsünün çeşitli adımlarında farklı işlevleri olabileceğini belirterek bir modelleme döngüsü oluşturmuştur. Greefrath (2011) tarafından oluşturulan modelleme döngüsüne Şekil 2.7’de yer verilmiştir.



Şekil 2.7. Dijital araçların entegre edildiği modelleme döngüsü (Greefrath, 2011).

Şekil 2.7 incelendiğinde araştırma, deneyselleştirme, görselleştirme, simüle etme, hesaplama ve kontrol gibi işlevlerinin olduğu görülmektedir. Bu işlevler modelleme sürecinin çeşitli adımlarında yer almaktadır. Greefrath ve arkadaşları (2018) ilerleyen yıllarda teknolojinin modelleme sürecinde katkılarına ilişkin bir çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmada modelleme sürecinde teknolojinin işlevlerine yönelik modelleme sürecine Şekil 2.8’de yer verilmiştir.



Şekil 2.8. Dijital araçların kullanıldığı modelleme süreci (Greefrath vd., 2018).

Şekil 2.8’de yer alan Greefrath ve diğerleri (2018) modelleme döngüsünde araştırma, inşa etme, çizme, hesaplama, ölçme, deney yapma ve görselleştirme kısımlarında teknolojik araçların daha fazla kullanıldığını ortaya koymuştur. Greefrath (2011) çalışmasından farklı olarak bu modelleme döngüsünde cebirselleştirme, kontrol etme ve simüle etme kısımları yer almamıştır. Ayrıca Greefrath’ın (2011) çalışmasından farklı olarak inşa etme, çizme ve ölçme adımları eklenmiştir. Özellikle tez kapsamında odaklanılan varsayımda bulunma ve değişken belirleme aşamalarını ilgilendiren adımlar problemi basitleştirme ve matematikselleştirme aşamalarıdır. Greefrath ve diğerleri (2018) problemi basitleştirme aşamasında teknolojinin araştırma işlevinden, matematikselleştirme aşamasında ise inşa etme ve çizme işlevlerinden bahsetmiştir.

Modelleme döngülerine bakıldığında dijital araçların modelleme sürecinin çeşitli adımlarında farklı işlevlerde kullanıldığına dair çalışmalar vardır (Greefrath, 2011; Greefrath vd., 2018; Saka & Çelik, 2018). Özellikle yapılan çalışmalarda varsayım oluşturma ve değişken belirleme kısmında literatüre genel olarak bakıldığında teknoloji entegrasyonunun olduğu döngülerde araştırma, inşa etme ve görselleştirme gibi amaçlarla kullanıldığı görülmektedir (Greefrath, 2011; Greefrath vd., 2018).

Dijital araçların modelleme sürecine dahil edilmesinin matematik öğrenimini ve modelleme yeterliklerini geliştirdiği belirtilmektedir (Carreira vd., 2013). Dijital araçlarda, modelleme süreçlerinde yer alan sürgü çubuğunun bazı varsayımların keşfedilmesini kolaylaştırdığı (de Villiers, 1998) ve öğrencilerin varsayımları oluşturma ile sadeleştirme aşamasına katkı sağladığına (Arzarello, 2012) yönelik çalışmalar bulunmaktadır. Bununla ilgili Altuntaş (2025) öğrencilerin modelleme problemlerinde sadeleştirme aşamasında dijital araçları araştırma yapmak amacıyla kullandığını ve bu süreçte zorluk yaşadıklarını belirtmiştir. Ayrıca, dijital araç kullanımının öğrencilerin temel değişkenler arasındaki ilişkileri tespit etmelerini kolaylaştırdığını ortaya koymuştur.

Bu bölümde matematiksel modelleme süreçleri ve bu süreçlerde kullanılan teknolojik araçlar verilmiştir. Sunulan modelleme döngülerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme aşamalarının bazı modellerde doğrudan yer aldığı, bazılarında ise dolaylı biçimde sürece entegre edildiği görülmektedir. Bununla birlikte, teknoloji destekli modelleme süreçlerinde söz konusu aşamalarda dijital araçların farklı işlevlerde kullanıldığı belirtilmiştir. Modelleme yeterlikleri modelleme süreci ile ilişkilendirilmektedir (Bukova-Güzel, 2019). Bu sebeple bir sonraki bölümde modelleme yeterlikleri sunulacaktır.

2.5. Matematiksel Modelleme Yeterlikleri

Matematiksel modelleme yeterlikleri gerçek yaşam problemlerini modelleyebilme olarak tanımlanmaktadır (Kaiser & Maaß, 2007). Matematiksel modelleme yeterlikleri çeşitli araştırmacılar tarafından farklı şekillerde tanımlanmıştır (Berry Houston, 1995; Blum ve Kaiser, 1997; Abrams, 2001; Stillman vd, 2007; Borremo Ferri, 2006). Borremo Ferri (2006) modelleme yeterliklerini problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olarak tanımlamıştır.

Matematik eğitimi varsayımda bulunabilen, değişkenleri seçebilen, genelleme yapabilen ve analitik düşünebilen bireyler yetiştirmeyi amaçlar. Bu şekilde bireyler yetişmesi için bireyin matematiksel modelleme yeterliklerindeki bazı yeterliklere sahip olması gereklidir. Matematiksel modelleme yeterliği, gerçek dünyada var olan değişkenleri, ilişkileri ve tahminleri tanımlama ve matematikselleştirme sürecidir (Niss vd., 2007). Matematiksel modelleme yeterliklerinden araştırmanın amacı doğrultusunda varsayım oluşturma ve değişken belirleme alt yeterliğine odaklanıldığında çeşitli araştırmacılar tarafından farklı yeterlikler altında tanımlandığı görülmektedir (Berry & Houston, 1995; Blum & Kaiser, 1997; Stillman vd, 2007).

Bu doğrultuda, bir sonraki bölümde matematiksel modelleme sürecinin önemli bileşenleri arasında yer alan varsayım ve değişken kavramları ele alınmıştır. Bu kavramlara ilişkin matematiksel modelleme alanında yapılmış çalışmalara odaklanılmıştır.

2.6. Matematiksel Modellemede Değişken ve Varsayım

Matematiksel modelleme problemlerine yeni başlayan bireylerin tüm değişkenleri içine alan modeller geliştirme eğiliminde olduğu (Lewis vd., 2018) ya da tam tersi gerçekliği fazla basitleştirdikleri için gerçek model kurarken sıkıntı yaşadığı (Maaß, 2006), bunun sonucu olarak da basit modeller ortaya çıkardıkları (Gould & Wasserman, 2014) araştırmalarda ifade edilmiştir. Bu kapsamda, değişken belirleme sürecinin yalnızca teknik bir adım değil aynı zamanda modellemenin kalitesini ve gerçekliğe yakınlığını doğrudan etkileyen yapısal bir bileşen olduğu söylenebilir.

Treilibs (1979) yaptığı çalışmada matematiksel modellemenin 5 tane temel bileşenini tanımlarken özellikle değişkenlere odaklanmıştır. Bu bileşenler sırayla ilgili değişkenleri oluşturma, önemli değişkenleri seçme, soruların belirlenmesi ve sorulması, değişkenler arasındaki ilişkilerin oluşturulması ve uygun ilişkilerin seçilmesi şeklindedir. İlerleyen yıllarda

modelleme sürecinde değişken kavramının bir basamak olarak geçtiği bir modelleme süreci de Kapur (1982) tarafında geliştirilmiştir. Kapur (1982) değişkenler arası ilişkilerin oluşturulmasının ve uygun değişkenlerin belirlenmesinin önemli olduğunu vurgulamıştır. Ancak değişkenlerin belirlenmesine ya da belirlenememesine dair alan yazında çalışmalar olsa da (Bilgili, 2022; Tam, 2018) bu çalışmalar genel modelleme sürecine odaklanmaktadır.

Matematikselsel modelleme problemlerinde değişkenler farklı araştırmalarda farklı şekillerde tanımlanmıştır. İlgili değişken, sabit değişken, gerekli değişken, gereksiz değişken, ihmal edilen değişken, önemli değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken gibi kavramlar olsa da bu kavramlar net bir şekilde tanımlanmamıştır. Tam (2018) doktora tezinde değişkenlerin ne anlama geldiğinin tespit edilmesinin gerekli ve önemli olduğunu vurgulamaktadır. Değişkenlerin yanı sıra matematikselsel modelleme problemlerinde geçen kavramlardan biri de varsayımdır.

Varsayım kavramına dair ilgili literatür incelendiğinde ise çeşitli tanımlamalara rastlanmıştır (Edwards, 1989; Galbraith & Stillman, 2001; Goldin, 2002). Genellikle önermesel olarak kodlandığı, keşif ve tartışmalara bir alt yapı oluşturduğu (Goldin, 2002), tanımlayıcı bir problem ifadesi ile matematikselsel terimler arasındaki açıklığı kapatmak için gerçek dñnyadan yapı malzemesi sağladığı (Galbraith & Stillman, 2001) ve imento görevini üstlendiği (Edwards, 1989) literatürde yerini almıştır. Seino (2005) da benzer şekilde yaptığı çalışmada varsayımların gerçek dñnyayı matematikselsel dñnyaya bağlayan bir köprü görevini üstlendiğini söylemiştir.

Matematikselsel modelleme ve varsayım alanında yapılmış olan çalışmalara bakıldığında 9. Sınıf öğrencilerle yapılan matematikselsel modelleme etkinliklerindeki varsayımların rollerine (Seino, 2005), farklı öğrenme ortamlarının ortaokul öğrencilerindeki varsayımlara etkilerine (Jablonski, 2023), ortaokul öğrencilerinin varsayım gerektiren modelleme problemini çözüm aşamalarının karşılaştırılmasına (Chang vd., 2020), 9. Sınıf öğrencilerinin çözmüş olduğu iki farklı modelleme problemi üzerinde yaşadıkları zorlukların çeşitlerine (Krawitz vd., 2022) yönelik çalışmalar olduğu görölmektedir. Geçmişten bugüne varsayımların matematikselsel modelleme sürecindeki rolü (Galbraith & Stillman, 2001) anlaşılmaya çalışılsa da yapılan çalışmalar bu alanda daha fazla sayıda araştırma yapılması gerektiğini öne sürmektedir (Djepaxhija vd., 2015). Geçmişte de varsayımların farkındalığına dikkat çekilmeye çalışılmış olup (Seino, 2005), varsayımların modelleme sürecindeki rolleri belirlenmeye (Galbraith &

Stillman, 2001) çalışılmıştır. Ancak bireylerin varsayımda bulunma sıklığı hala idealden azdır (Schukajlow vd., 2023).

Varsayımlarda bulunabilme eksik bilgiyle mücadele etme yolundan biri (Chang, 2020) olarak literatürde tanımlansa da bu eksik bilgilerin sayısı değişebildiği ve eksik bilgilere bağlı olarak modelleme problemlerinin çözümünde farklı varsayımların gerekli olduğu (Dipaxhija vd., 2015) ifade edilmiştir. Eğer eksik bilgiler tam olarak anlaşılabilirse ise problemin çözümünün önünde bir engel olarak konumlanır (Krawitz vd., 2018). Eksik bilgilerden kaynaklı olarak varsayım oluşturulmadığına dair (Eraslan, 2012) Türkiye’de yapılmış çalışmaların yanı sıra yapılan Fransız öğrencilerin %44 ünün ve Alman öğrencilerininin %25 inin eksik veriden kaynaklı olarak modelleme problemini yapamadığına dair diğer ülkelerde de sonuçlar ortaya konulmuştur (Hanklen, 2020). Aslında sadece eksik bilgilerden kaynaklı olmayıp fazla bilgileri sürecin içine katarak varsayım oluşturma sürecinde bireylerin karmaşıklık eğiliminde olduğuna dair literatürde yapılmış çalışmalar da mevcuttur (Gould & Wasserman, 2014). Geçmişten günümüze kadar araştırmacıların yaptıkları araştırmalar sonucunda çeşitli varsayım türlerini ortaya koydukları görülmüştür. Alan yazın taraması sonucunda elde edilen varsayım türlerine ilişkin sınıflandırmalara Tablo 2.1’de yer verilmiştir.

Tablo 2.1. Matematiksel modellemede varsayım türlerini inceleyen araştırmalar.

Künye	Varsayım türleri
Galbraith, P., & Stillman, G. (2001)	<ul style="list-style-type: none">• Model formülasyonu ile ilgili varsayımlar• Matematiksel süreçler ile ilgili varsayımlar• Çözüm sürecinde stratejik seçimlerle ilgili varsayımlar
Seino, T. (2005)	<ul style="list-style-type: none">• Formülasyon aşamasında kabul edilen veya ima edilen varsayımlar• Matematiksel çalışmalar aşamasında kabul edilen veya ima edilen varsayımlar• Matematiksel sonuçların gerçek dünyaya yönelik yorumlanması ve değerlendirilmesi aşamasında kabul edilen veya ima edilen varsayımlar
Gould & Wasserman (2014)	<ul style="list-style-type: none">• Gerçek dünya durumunun yanlış anlaşılması ve gerçekçi olmayan varsayımlar• En önemli değişkenleri ve varsayımları seçememe
Djepaxhija vd. (2015)	<ul style="list-style-type: none">• Parametre Varsayımları• Matematiksel Model Seçimi İçin Varsayımlar• Görev Beklentileri Hakkında Varsayımlar
Krawitz vd. (2018)	<ul style="list-style-type: none">• Eksik bilgilerin fark edilmesi

Künye	Varsayım türleri
	<ul style="list-style-type: none"> Eksik miktarların belirlenmesi ve tamamlanması da dahil olmak üzere varsayımda bulunulması
Chang vd. (2020)	<ul style="list-style-type: none"> Sayısal Olmayan Varsayımlar Sayısal Varsayımlar

Tablo 2.1' e bakıldığında araştırmacıların varsayım kategorilerini çeşitli şekillerde sınıflandırdığı görülmektedir. Varsayım türlerinin isimleri hepsinden farklı olup literatürde varsayım türlerine ilişkin ortak bir fikir birliği yoktur. Bu anlamda yapılan çalışmalarda literatürde neye göre bu kategorileri belirlediklerine dair alan yazın sırasıyla sunulmuştur.

Galbraith ve Stillman (2001) 12 katılımcı ile 4 problem üzerinde varsayımları incelemiştir. Seçtiği bu problemleri kategorilere ayırmıştır. Bu kategoriler yargılayıcı olmayan problemler, bağlamdan ayrılabilir problemler, standart problemler ve modelleme problemleri şeklindedir. Seino (2005) yılında çalışmasını 56 kişi üzerinde 9. Sınıf öğrencileri ile yürütmüştür. Öğrencilere uygulayacağı modelleme problemlerini ders kitabından seçerek 2 tane problem üzerinde araştırma yapmıştır. Gould ve Wasserman (2014) çeşitli sınıf düzeylerinde ileri cebir dersini almış öğrenciler ile diğer araştırmacılardan farklı olarak üçerli ve dörderli gruplar halinde 18 grup üzerinde yürütmüştür. Son yıllarda yapılan çalışmalar da grup yaratıcılığının önemli olduğuna ve basitleştirmede önemli bir rol oynadığına (Ang, 2021) vurgu yapmaktadır. Gould ve Wasserman (2014) seçtiği 3 tane problemle çalışmasını yürütmüştür. Djepexhija ve arkadaşları (2015) 9. Sınıf öğrencilerinden seçtiği 4 tane katılımcı ile PISA problemlerinden uyarlanmış problemlerle çalışmasını yürütmüştür. Seçtikleri PISA soruları belli kriterler doğrultusunda seçilmiştir. Bu kriterler; öğrencilerin matematiksel model oluşturması için eski bilgileriyle örtüşmesi, bilişsel talep yönünden eşleşmesi için en az 1 yıl alttaki müfredattan alınması ve günlük hayatla bağlantılı olması şeklindedir. Bu problemler ışığında gerçekleştirilen çalışmanın sonucunda 4 kişinin çok az olduğunu ve daha fazla örnekleme varsayımına ilişkin daha çok çalışma yapılması gerektiği (Djepexhija, 2015) sonucuna ulaşılmıştır. Chang ve arkadaşları (2020) ise 165 tane Alman ve 127 tane Tayvanlı öğrenci olmak üzere çalışmasını ortaokul öğrencileri üzerinde çalışmasını yürütmüştür. Problem türünü seçerken hem sayısal hem de sayısal olmayan varsayımın gerekli olduğu problem ile sayısal olmayan varsayımın gerekli olduğu 2 farklı problem seçmiştir. Bütünüyle ele alınan problemlere bakıldığında varsayım üzerinde yapılan araştırmaların en az iki en fazla 4 problem üzerinde araştırıldığı görülmektedir.

Galbraith ve Stillman (2001) modelleme sürecinde varsayımları üç temel kategoride sınıflandırarak bu kavramın yapısal rolünü vurgulamışlardır. Bu kategoriler model formülasyonuna ilişkin varsayımlar, matematiksel süreçlere ilişkin varsayımlar ve çözüm sürecindeki stratejik değişkenlere ilişkin varsayımlar şeklindedir. Bu yaklaşım varsayımların modelleme döngüsünün farklı aşamalarında farklı işlevler üstlendiğini göstermektedir. Seino (2005) ise bu yapısal çerçeveden farklı olarak varsayımın pedagojik yönüne odaklanmış ve varsayımları sadece oluşturmakla kalmayıp doğrulama ve yorumlama aşamalarında da fark edilebilir hâle getirilmesinin önemine dikkat çekmiştir. Seino (2005) varsayımı fark etmenin varsayımın işlevini anlamak için yeterli olmadığını bu sebeple süreçle çok yönlü kullanılması gerektiğini savunmuştur. Bu bağlamda varsayım oluşturma süreci, yalnızca matematiksel modelin başlangıç aşaması değil aynı zamanda öğrencilerin problem durumunu nasıl yorumladıklarını ve hangi bilgileri sürece dahil ettiklerini belirleyen temel bir adım olmaktadır. Varsayımların bu belirleyici rolü öğrencilerin modelleme süreciyle nasıl etkileşime girdiklerine dair daha derinlemesine analizleri gerekli kılmaktadır.

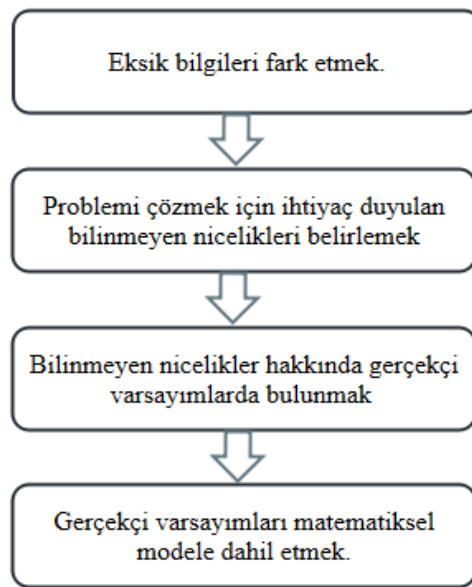
Gould ve Wasserman (2014) çalışmalarını her biri 3-4 öğrenciden oluşan 18 tane grup (yedinci sınıf, sekizinci sınıf ve dokuzuncu sınıf) ile modellemenin sınıfta uygulanmasına dönük bilgilendirme yapmayı amaçlamıştır. Çalışmasının sonucunda öğrencilerin modelleme süreçlerini fazla değişkeni içine kattığı için aşırı karmaşıklık ve aşırı basitleştirme eğiliminde olduklarını bulmuştur. Çalışmanın sonuçları, özellikle de öğrencilerin modelleme becerilerini geliştirmek için öğretmenlerin modelleme döngüsünün hangi yönlerine odaklanmalarının daha yararlı olabileceğini anlamak açısından tartışılmıştır.

Matematiksel modellemede varsayım üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında farklı ülkeler arasında varsayım oluşturma nasıl değişiklik gösterdiğine ilişkin çalışmalar da yapılmıştır. Chang ve diğerleri (2020) hem sayısal hem de sayısal olmayan varsayımları içine alan modelleme problemleri tasarlamışlardır. Tasarladıkları modelleme problemlerini Almanya'daki öğrenciler ve Tayvan'daki öğrenciler üzerinde karşılaştırmışlardır. Araştırmanın sonucunda Tayvanlı öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından Alman öğrencilerden yüksek olduğu sonucuna varmışlardır. Alman öğrencilerin sayısal varsayım gerektiren ve sayısal varsayım gerektirmeyen modelleme problemlerinde Tayvanlı öğrencilerden daha başarılı olmuştur.

Matematiksel modellemede sürecinde yüksek başarılı öğrenciler birden fazla varsayım yaparak süreci daha karmaşık hale getirirken düşük başarılı öğrenciler genellikle tek bir

varsayım yapmaktadır. Ayrıca, düşük başarılı öğrenciler az sayıda varsayım yapmalarına rağmen problem çözme sürecinde daha fazla yetkinlik hissedebilmektedir (Wiehe vd., 2025). Bilgi eksiklikleri ise öğrencilerin sadece problemin başında değil, çözüm sürecinin tamamında zorlanmasına neden olmaktadır (Czocher, 2018). Modelleme problemlerinde açık veri bulunmayan durumlar, varsayım yapma ihtiyacını artırmakta; bu nedenle varsayımlarda bulunmak ve değişkenleri belirlemek sürecin en zorlayıcı aşamaları arasında yer almaktadır (Cai vd., 2022). Bu bağlamda, öğretmenlerin öğrencilere yalnızca hazır etkinlikler sunmakla kalmayıp, aynı zamanda kendi varsayımlarını geliştirebilecekleri problem durumları ile karşılaşmalarını sağlaması gerekmektedir (Wigfield vd., 2021; Wiehe vd., 2025).

Problem durumları ile karşılaşan bireylerin etkili bir çözüm süreci gerçekleştirmeleri için Schukajlow ve arkadaşları (2023) şekil 2.9’da verilen 4 aşamayı takip etmesinin gerekli olduğunu belirtmiştir.

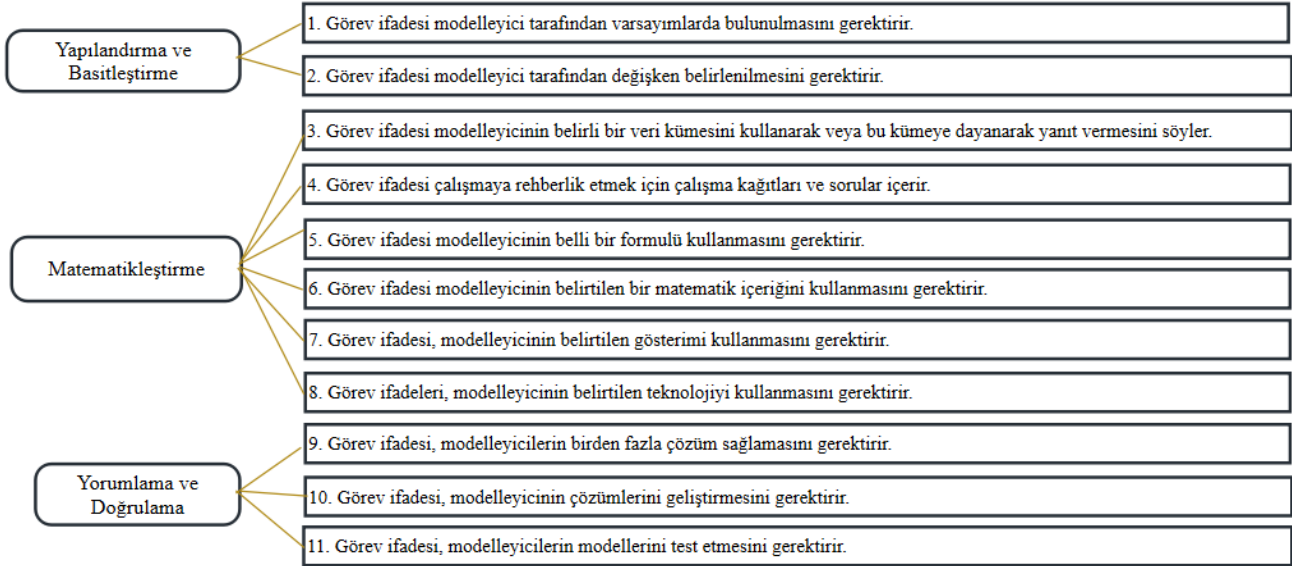


Şekil 2.9. Modelleme probleminde etkili bir çözüm sürecinin adımları (Schukajlow vd., 2023).

Şekil 2.9’a bakıldığında ilk adım modelleme problemlerinde eksik verileri fark etmektir. Ardından problemi çözmek için ihtiyaç duyulan nicelikleri tespit edildikten sonra varsayımlar oluşturularak modelleme sürecine dahil edilme aşamalarının olduğu görülmektedir. Yani bir bireyin eksik verileri fark etmeden varsayım oluşturma sürecine geçemeyeceği düşünülmektedir. Surel ve Greefrath (2023) da benzer şekilde bir çalışmada eksik verili modelleme problemleri üzerinde çalışmıştır. Eksik verili modelleme problemlerinde durumu yeniden anlatmanın varsayım oluşturmaya nasıl etkisi olduğunu araştırmıştır. Bu amaçla öğrencilerin modelleme problemlerindeki yazılı süreçleri yeniden anlattırılarak

karşılaştırılmıştır. Öğrencilerin yeniden anlatma sürecinde daha gerçekçi varsayımlar ortaya koyduğunu tespit etmiştir.

Zbiek vd. (2025) modelleme problemlerinin modelleyicilerin karar almalarını etkileme potansiyeline sahip özelliklerle ilgili bir analitik çerçeve ortaya koymuştur. Bu analitik çerçeveye Şekil 2.10'da yer verilmiştir.



Şekil 2.10. Modelleme aşamalarında karar verme fırsatlarını etkileyebilecek özelliklere sahip bir modelleme görevlerinin analitik çerçevesi.

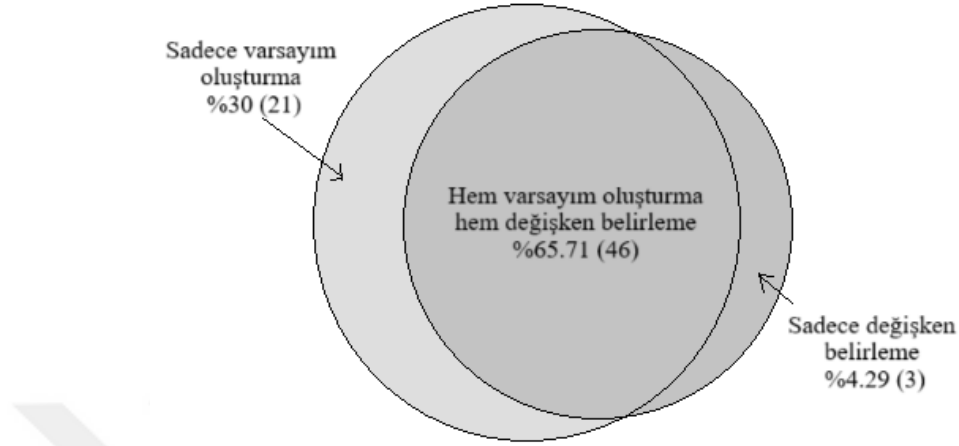
Şekil 2.10'da verilen teorik çerçeve doğrultusunda Zbiek ve diğerleri (2025) 91 deneysel makale incelemiştir. İncelenen makalelerden 107 tane farklı modelleme problemi tespit edilerek ilk kodlama gerçekleştirilmiştir. İlk kodlamanın ardından varsayımda bulunma ve değişken belirlemede belirgin bir farklılık olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu farklılık %83,49 ile %98,17 arasında değişmiştir. Araştırmacılar bu sebeple ikinci kodlamada varsayımda bulunma ve değişken belirlemeye odaklanmıştır. Modelleme problemlerinin %61,47 sinin varsayımda bulunma, %44,95 inin değişkenleri tanımlamayı gerektirdiği ortaya konulmuştur. Varsayımda bulunma 3 kategoriye ayrılmıştır. Zbiek ve diğerleri (2025) tarafından oluşturulan kategoriler düzenlenerek Tablo 2.2 oluşturulmuştur.

Tablo 2.2. Varsayım kategorileri (Zbiek vd., 2025).

Tür	Varsayım Kategorisi	Varsayım Açıklaması	Varsayım örneği
Tip 1	Değişken için kullanılan değer hakkında varsayımlarda bulunma	Değişkeni açıklığa kavuşturur.	Bir kişinin ortalama boyu
Tip 2	İlk modeli oluşturmak için tanımlanması gereken bağlam özelliği	Bağlamın bir özelliği açıklamasını gerektirir.	Bir kabın şekli
Tip 3	Modelleyicilerin nasıl ilerleyeceğini etkileyen bir terimi veya ilişkiyi açıklaması	Bir terimi kabul ederek bunun ne anlama geldiği hakkında varsayımlarda bulunur ve ardından matematikleştirilir.	“En iyi” kavramının anlamı

Tablo 2.2 incelendiğinde Zbiek ve arkadaşları (2025) tarafından incelenen çalışmalarda yer alan modelleme problemlerinde en fazla Tip 2 varsayım kategorisinin olduğu bulunmuştur. Matematiksel modelleme problemlerinde karar verme yetkisinin Tip 1’den Tip 3’e doğru arttığını belirtmişlerdir. Değişken seçme noktasında ise incelenen 61 tane çalışmanın 60 tanesi içinde tüm değişkenleri bulundururken 1 tanesi içinde değişkenleri bulundurmamıştır. Bu anlamda değişken belirleme ve varsayımda bulunmanın bütüncül bir analizi yapılmıştır. Yapılan analiz sonucunda değişken tanımlaması olmadan varsayımda bulunmanın 21 matematiksel modelleme görevinde ve değişken tanımlaması ile varsayımda bulunma 46 matematiksel modelleme problemde olduğu bulunmuştur. Varsayımda bulunma kısmında Tablo 2.2. de belirtilen varsayım kategorisinden tek bir kategori kullanılabildiği gibi birden fazla kategorinin de kullanılabildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu anlamda varsayımda bulunma ve değişken tanımlama ifadelerinin geçtiği görevler incelenerek değişken belirme ve varsayımda

bulunma sürecine dair genel bir şema oluşturulmuştur. Zbiek ve arkadaşları (2025) tarafından oluşturulan bu şema Şekil 2.11’de sunulmuştur.



Şekil 2.11. Değişken belirleme ve varsayım içeren görev oranları (Zbiek vd., 2025).

Şekil 2.11’e göre %30 u sadece varsayım oluşturma içeren görev, %4, 29’u sadece değişken belirleme içeren görev içermektedir. Hem değişken belirleme hem varsayım oluşturma içeren görev sayısı ise %65, 71 oranındadır.

Alan yazın incelendiğinde, varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerine odaklanan bazı çalışmalar bulunsa da (Krawitz vd., 2022), bu çalışmaların sayıca sınırlı olduğu görülmektedir. Örneğin Zbiek ve diğerleri (2025) tarafından gerçekleştirilen bir incelemede, 91 modelleme çalışmasında varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinin %90’a yakın bir farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Bununla birlikte, bu farklılıkların hangi değişkenlerin belirlenerek karar verildiğine dair alan yazında yeterli araştırma bulunmamaktadır. Varsayım türlerine ilişkin bazı çalışmalar mevcut olsa da bu varsayımların oluşturulma süreçlerinin detaylı bir şekilde ele alındığı çalışmalar sınırlıdır. Bir sonraki başlıkta matematiksel modellemede yaşanan zorluklara bakılacaktır.

2.7. Matematiksel Modelleme Değişken Belirleme ve Varsayım Oluşturmada Yaşanan Zorluklar

Matematiksel modellemede yaşanan zorluklar, öğrencilerin bireysel özelliklerinden, öğretim sürecinden ve kullanılan materyallerin niteliğinden kaynaklanabilmektedir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009). Öğrenciler, problem durumunu anlamada ve bağlamı yapılandırma (English & Watters, 2004), uygun varsayımları oluşturma ve ilgili değişkenleri belirlemede (Saka & Çelik, 2018) ve elde edilen sonuçları bağlamla ilişkilendirmede (Deniz, 2014) çeşitli

güçlükler yaşamaktadır. Bu durum, modelleme problemleriyle çoğunlukla ilk kez karşılaşmaları ve bu tür problemlere yönelik yeterli deneyimlerinin olmamasıyla ilişkilendirilmektedir (Sağıroğlu & Karataş, 2018). Ayrıca modelleme sürecinde birden fazla çözüm yolunun bulunması ve öğrenciler arasında farklı hesaplamaların yapılması belirsizlikleri artırarak çözüm sürecini daha karmaşık hale getirmektedir (Blum & Niss, 1991). Bununla birlikte öğrencilerin, ilgili ve ilgisiz değişkenleri ayırt etmede güçlük yaşadığı, gerekli durumlarda değişkenler arası ilişkileri sadeleştirme yeterliğini tam olarak gösteremediği için zorlanmaktadır (Bilgili, 2022).

Modelleme problemlerinde zorluk yaşayan bireyler yalnızca öğrencilerle sınırlı değildir (English & Watters, 2004). Öğrencilerin matematiksel modelleme yetkinliklerinin gelişmesinde önemli bir rol üstlenen öğretmenler olmasına rağmen (Greefrath & Vorhölter, 2016) öğretmenler hala bu süreçte çeşitli zorluklarla karşılaşabilmektedir (Niss & Blum, 2020; Pereira de Oliveira & Barbosa, 2010; Yanbıyık, 2016). Öğretmenlerin yaşadığı zorluklar modelleme problemleriyle çalışmaya alışık olmamaları (Yanbıyık, 2016), bu tür problemlere yönelik yeterli deneyime sahip olmamaları (Deniz, 2014) ve modelleme süreçlerini etkin bir biçimde yürütecek düzeyde kendilerini yetkin görmemelerinden kaynaklanmaktadır (Schmidt, 2011). Öğretmenlerin modelleme problemlerinde yaşadığı bir diğer zorluk ise problemlerin belirsizlik içermesidir (Sağıroğlu & Karataş, 2018). Modelleme problemlerinin yapısından kaynaklı olarak da öğretmenler modelleme problemlerini derslerinde kullanmak istememektedir (Frejd, 2012) ve modelleme problemlerinin zaman alıcı olmasından ötürü zorluk yaşamaktadırlar (Schmidt, 2011).

Matematiksel modellemede yaşanan zorluklar literatürde farklı araştırmacılar tarafından çeşitli kategorilere ayrılmaktadır. Blum (1996) zorluk kategorilerini öğrenci kaynaklı, öğretmen kaynaklı ve materyal kaynaklı zorluk olarak ele almıştır. Maaß (2007) düşük başarıya sahip öğrenciler için modelleme problemleri geliştirmiş ve bu problemlerdeki zorlukları modelleme basamaklarına göre 9 kategoride ele almıştır. Bu zorluklar durumu anlama, model oluşturma, matematiksel modelde çalışma, yorumlama, doğrulama, tartışma, yön duygusu, tahmin etme ve vazgeçme şeklindedir. Altuntaş ve diğerleri (2024) modelleme süreçlerinde yaşanan zorlukları 6 kategoride ele almıştır. Bu kategoriler teknik zorluklar, bilgi erişimi ve güvenilirlik, sınırlı görünüm, görev paylaşımı, sınırlı etkileşim ve zamanlama zorlukları şeklindedir. Görüldüğü üzere alan yazında çeşitli araştırmacılar tarafından yaşanan zorlukların çeşitli şekillerde kategorilere ayrıldığı görülmektedir.

Araştırmanın amacı doğrultusunda özellikle değişken belirleme ve varsayımda bulunmada yaşanan zorluklara odaklanılmıştır. Galbraith ve Stillman (2006) modelleme problemlerinin hemen hepsinde zorluk yaşandığını ifade ederken Bukova-Güzel (2011) öğrenci veya öğretmen adaylarının değişken belirlemede zorluk yaşamadığını belirtmiştir. Saka ve Çelik (2018) ise değişken belirlemede zorlukların yaşanabileceğini ve bu zorlukların kâğıt kalemle çizmek yerine teknoloji destekli olarak aşılabileceğini ortaya koymuştur (Saka & Çelik, 2018). Ancak burada karşımıza bir zorluk daha çıkmaktadır. Bireyler matematiksel modelleme problemlerinin teknoloji destekli olarak nasıl anlatılacağı henüz yeterince bilmemektedir (Hıdıroğlu & Bukova-Güzel, 2023).

Varsayım oluşturma sürecine bakıldığında Krawitz ve diğerleri (2022) tarafından dört tane dokuzuncu sınıf öğrencisi ile varsayıma odaklandığı çalışma yürütmüştür. Çalışmada varsayım yapmak için gerekli olan açıklığın fark edilmesi ve eksik miktarın tespit edilmesi noktasına odaklanılmıştır. Çalışmanın sonucunda üç tane zorluk belirlenmiştir. Bunlardan ilki varsayımda bulunmanın varsayım yapabilmek için gerekli olmadığıdır. İkincisi açık problemlerdeki kayıp veriler ile nasıl başa çıkacaklarını bilmemeleridir. Üçüncüsü eksik miktarları hesaba katarak model kurmada zorlanmalarındır.

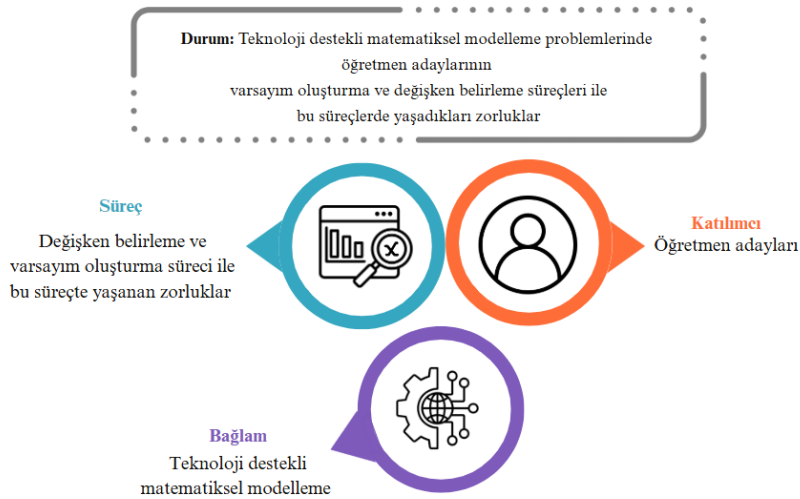
BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve verilerin analizi başlıklarına yer verilecektir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma ile teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri ve bu süreçlerde yaşanan zorlukların bütüncül ve derinlemesine incelenmesi amaçlandığından nitel yaklaşımlardan durum çalışması kullanılmıştır. Nitel yaklaşım benimsenme nedeni ise bu yaklaşımın problemlere derinlemesine bir bakış sunmasıdır (Creswell, 2007). Ayrıca araştırma sürecinde nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan araştırmacının çeşitli veri kaynakları yardımıyla (Creswell, 2007) detaylı bir şekilde incelendiği durum çalışması şeklinde yürütülmüştür. Bu çalışmada da öğrencilerle yapılan görüşmeler ve süreç içerisinde öğretmen adaylarından toplanan dokümanlar veri kaynaklarıdır. Bu çalışmada durum teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçleri ve süreçlerde yaşadığı zorluklardır. Araştırmanın bu duruma dair detaylı bilgi sunmak için şekil 3.1 oluşturulmuştur. Her durum hakkında derinlemesine bilgi toplamak amaçlandığı (Patton, 2014) için araştırmanın yöntemi durum çalışması olarak belirlenmiştir.



Şekil 3.1. Araştırmada ele alınan durum.

3.2. Araştırmanın Çalışma Grubu

Nitel araştırmaların temelinde yatan fikri daha iyi anlayabilmek için katılımcılar amaca yönelik olarak seçilmiştir (Creswell, 2016). Katılımcılar durumların derinlemesine incelenmesine imkân veren amaçlı örnekleme (Patton, 2014) yöntemi ile belirlenmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda çalışma teknoloji destekli olarak yürütüleceği için öğrencilerin teknoloji kullanımına yönelik tecrübeli olmasına dikkat edilmiştir. Bu sebeple daha önce teknoloji destekli ders alan öğrenciler seçilmiştir. Araştırmanın katılımcılarını 2023- 2024 Eğitim Öğretim Yılı Bahar yarıyılında İç Anadolu Bölgesi Büyükşehir sınırları içerisinde yer alan bir eğitim fakültesinde okuyan son sınıf ilköğretim matematik öğretmenliği adayları oluşturmaktadır. Katılımcılar matematiksel modelleme dersi alan öğretmen adayları içinden seçilmiştir.

Araştırma öncesinde “Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme” dersini alan öğretmen adaylarına araştırmanın süreci ile ilgili bilgi verilmiştir. Araştırmaya gönüllü olarak katılım sağlayacak matematik öğretmen adayları araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Araştırmaya 44 öğrenciden 40’ı gönüllü olarak katılım sağlayacağını belirtmiştir. 4 öğrenci ise araştırmaya katılmak istemediğini belirtmiştir. Dolayısıyla bu 4 öğrencinin verileri araştırmaya dahil edilmemiştir. Veri analiz sürecinde öğretmen adaylarının isimleri gizli tutulmuştur. Araştırmanın katılımcılarının isimleri açık bir biçimde verilmeyerek MAXQDA programında K1, K2..., K40 şeklinde kodlanmıştır. Kodlanan katılımcılar gruplara ayrılmıştır. Bunun nedeni grupla çalışmanın matematiksel modelleme yeterliklerini ortaya çıkarmaya imkân vermesinden dolayı (Maaß, 2006) çalışmanın amacına yönelik gruplar oluşturulmuştur. Bu gruplarda da teknolojinin sınırlılığından dolayı her bir grupta 2 öğrenci yer almış olup toplamda 20 grup ve 40 öğrenci ile araştırma süreci yürütülmüştür.

3.3. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmaların birden fazla veri toplama yöntemini içine alarak zengin verilere ulaşması gereklidir (Büyüköztürk vd., 2013). Bu sebeple birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel modellemede varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerini detaylı bir şekilde incelemek amacıyla bireysel görüşme formu, odak grup görüşme ve ses kayıtları veri toplama araçlarını oluşturmaktadır. Odak grup görüşme formunda sorulan sorulara EK 2’de yer verilmiştir. Ayrıca her problemin ardından öğretmen adaylarına her probleme göre hazırlanmış form oluşturulmuştur. Veri toplama süreci üniversitenin bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Bireysel görüşmeler form aracılığı

ile odak grup görüşmeleri ise ses kayıt cihazı kayıt altına alınmıştır. Veri toplama araçlarına Tablo 3.1’de yer verilmiştir.

Tablo 3.1. Veri toplama araçları.

Araştırma Problemi	Veri Toplama Aracı
Değişken ve Varsayım Süreçlerinin İncelenmesi	<ul style="list-style-type: none"> • Bireysel görüşme formu • Odak grup görüşme formu • Ses kayıtları
Zorlukların Belirlenmesi	

Tablo 3.1’de araştırmada araştırma problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla kullanılan veri toplama araçlarına yer verilmiştir. Bu araçlar bazı yönleriyle birbirinden ayrılmaktadır. Bireysel görüşme formları, her problem sonrasında adım adım doldurulan ve yalnızca bir probleme odaklanan yapıdadır. Buna karşılık, odak grup görüşmeleri süreci daha bütüncül ve genellenebilir biçimde ele almayı amaçlamaktadır. Her ne kadar her iki veri toplama aracı da tüm araştırma boyunca kullanılmış olsa da araştırmının ilk probleminde daha çok odak grup görüşmelerinden veri toplanmış, zorlukların belirlenmesi aşamasında ise bireysel görüşme formlarına ağırlık verilmiştir. Araştırma boyunca kullanılan matematiksel modelleme problemlerinin isimlerine ve modelleme problemlerine Tablo 3.2’ de yer verilmiştir.

Tablo 3.2. Matematiksel modelleme problemlerinin isimleri ve açıklamaları.

Matematiksel Modelleme Problemleri	Problem Açıklaması
Müze Problemi (Koyunkaya ve Tekin Dede, 2021)	Bu problemde, kare tabanlı bir odada ortada dönen bir sensörün ışınlarının duvarlara olan uzaklıklarının nasıl değiştiği hesaplanacaktır. Problem açık veri içermeyen bir problem olarak değerlendirilmektedir.
Otoyol Ücreti Problemi (Dost, 2019)	Bu problemde araçların güvenli takip mesafesiyle ardışık olarak geçtiği bir senaryoda, bir saat içinde ödeme noktasından geçebilecek maksimum araç sayısının belirlenmesini amaçlanmaktadır. Problem açık veri içermeyen bir problem olarak değerlendirilmektedir.
Cadde Park Yeri Problemi (Erbaş vd., 2016)	Bu problem, belirli yol ve park yeri ölçüleri kullanılarak, yolun iki tarafına en fazla sayıda aracın park edilebileceği düzeni tasarlamayı amaçlamaktadır. İçinde yol uzunluğu, genişlik, şerit genişliği ve araç park alanı gibi sayısal veriler bulunduğu için açık veri içeren bir problemidir.
Dünya’nın Yarıçapı Problemi	Bu problemde, Eratosthenes’in Svene ve İskenderiye arasındaki $7,25^\circ$ (veya yaklaşık değeri) açı farkını kullanarak Dünya’nın çevresini hesaplaması konu edilmektedir. Açık değeri ve gözlem koşulları verildiği için veri içeren bir problemidir.

Matematiksel Modelleme Problemleri	Problem Açıklaması
Zıplayan Top Problemi (Erbaş vd., 2016)	Bu problemde, 52 m yükseklikten bırakılan bir topun, yere çarpıp zıpladıktan sonra 15 m yüksekliğinden 17 kez geçtiği bilgisi verilmektedir. Amaç, topun sabit zıplama oranını belirlemektir. Veriler net olarak sunulduğu için bu açık veri içeren bir problemidir.
Doğa İçinde Evler Problemi (Dost, 2019)	Bu problemde karbondioksit üretimini dengelemek için kesilmeden kalması gereken ağaç sayısının belirlenmesi amaçlanmıştır. Problem açık veri içermemektedir.

Tablo 3.2’de problem isimlerine ve bu problemlerin açıklamalarına yer verilmiştir. Otopark problemi, Dünya’nın yarıçapı problemi ve zıplayan top problemi içinde veri içeren modelleme problemleridir. Doğa içinde evler, müze ve otopark ücreti problemleri ise içinde veri içermeyen problem türü olarak yer almaktadır. Uygulama esnasında kullanılan modelleme etkinlikleri Dünya’nın yarıçapı (EK-2), zıplayan top problemi (EK-3), orman içindeki evler problemi (EK-4), otoyol ücreti problemi (EK-5), cadde park yeri problemi (EK-6), müzede güvenlik problemi (EK-7) detaylı olarak eklerde yer almaktadır.

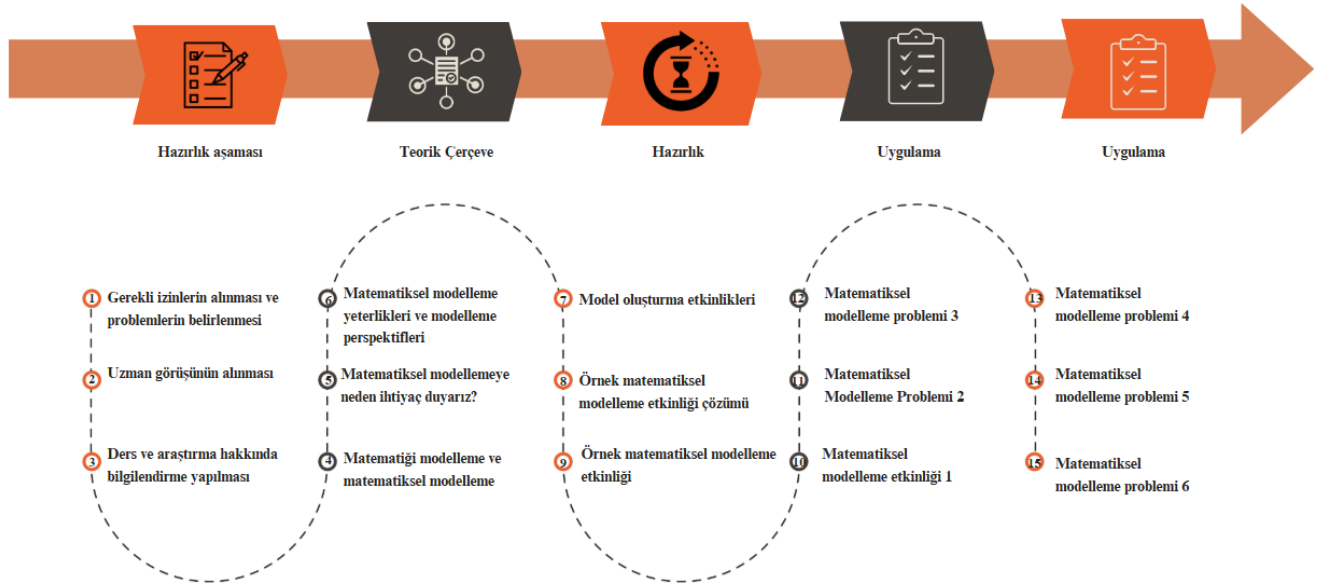
3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri toplanmadan önce bir pilot çalışma yapılmıştır. Yapılan pilot çalışma ile kullanılacak veri toplama araçlarının şekillendirilmesi, bilgisayar laboratuvarındaki bilgisayarların uygunluğu ve çalışmanın nitelik kazanması amaçlanmıştır. Bu kapsamda çalışmanın pilot uygulaması için kullanılan veri toplama araçlarını GeoGebra yanıt dosyaları, odak görüşme formu, bireysel görüşmeler, modelleme problemleri oluşturmuştur. Modelleme problemleri seçildikten sonra uzman görüş formu oluşturularak uzman görüşlerine başvurulmuştur. Yapılan pilot çalışmada daha önce modelleme dersini alan 10 öğretmen adayı seçilerek süreç yürütülmüştür. Seçilen öğrencilerin GeoGebra yazılımını kullanabildikleri ve teknoloji dersini daha önceden aldıkları bilinmektedir. Öğretmen adayları ikişer kişiden oluşan 5 gruba ayrılmıştır. Gruplara ayırma süreci asıl uygulama sürecinin niteliğini artıracığı için öncesinde test edilmiştir.

Pilot uygulamada gerçekleştirilmek üzere 2 tane modelleme problemi belirlenmiştir. Belirlenen bu modelleme problemleri için uzman görüşleri alınmıştır. Pilot çalışma olarak gerçekleştirilen uygulamada matematiksel modelleme problemlerinin yapısının uygunluğu için uzman görüşüne başvurulmuştur. Pilot uygulama matematiksel modelleme etkinliklerinin uygunluğu bakımından bir fırsat sağlamıştır. Özellikle öğretmen adaylarının modelleme problemlerinin çözümünde varsayım oluştururken ve değişken belirlerken nasıl bir yol

izlediğine dair bir bakış açısı sunmuştur. Pilot uygulama asıl uygulamanın nitelikli hale gelmesi için yol gösterici nitelikte olmuştur. Araştırmanın pilot uygulamasından sonra asıl uygulamaya geçilmiştir.

Araştırmanın verileri 2023-2024 eğitim öğretim yılında toplanmıştır. Araştırmanın tüm aşamalarında gerçekleştirilecek işlemlere şekil 3.2’de yer verilmiştir.



Şekil 3.2. Veri toplama süreci.

Şekil 3.2’ye bakıldığında veri toplama süreci dört temel aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar sırasıyla hazırlık, teorik çerçeve, hazırlık ve uygulama şeklindedir. İlk olarak hazırlık aşamasında, çalışmanın yürütülebilmesi için gerekli izinler alınmış ve kullanılacak matematiksel modelleme problemleri belirlenmiştir. Bu problemlerin uygunluğunu sağlamak amacıyla uzman görüşleri alınmış ardından elde edilen geri bildirimler doğrultusunda düzenlemeler gerçekleştirilmiştir. Bu süreç tamamlandıktan sonra, ders ve araştırmanın amacı hakkında katılımcılara bilgilendirme yapılmıştır. Ardından teorik aşamaya geçilmiştir.

Teorik aşamada matematiksel modelleme yeterlikleri ve modelleme perspektifleri ele alınmış, matematiksel modellemeye neden ihtiyaç duyulduğu anlatılmıştır. Ayrıca matematiği modelleme ile matematiksel modelleme arasındaki ilişki anlatılmıştır Böylelikle, katılımcıların modelleme sürecine yönelik bilgi edinmeleri sağlanmıştır. Daha sonra hazırlık aşamasına geçilmiştir. Hazırlık aşamasında öncelikle model oluşturma etkinlikleri uygulanmış ardından örnek modelleme etkinlikleri çözülerek süreç devam ettirilmiştir. Bu süreçte katılımcıların

matematiksel modelleme sürecine aşinalık kazanmalarını ve uygulama sürecine daha hazır hale gelmelerini desteklemek amacıyla planlanmıştır.

Uygulama aşamasında belirlenen matematiksel modelleme problemleri katılımcılara sırasıyla sunulmuştur. Uygulama süreci toplamda altı hafta sürmüştür ve her hafta öğretmen adaylarına bir modelleme problemi verilmiştir. Böylece altı hafta boyunca toplam altı farklı modelleme problemi üzerinde çalışılmıştır. Sunulan bu problemlerden üçü veri içeren, üçü ise veri içermeyen yapıda tasarlanmıştır. Bu problemlere Tablo 3.3'te yer verilmiştir.

Tablo 3.3. Problem türleri ve isimleri.

Problem Türü	Problem İsmi
Veri İçeren Problemler	Cadde Park Problemi Dünya'nın Yarıçapı Problemi Zıplayan Top Problemi
Veri İçermeyen Problemler	Müze Problemi Otoyol Ücreti Problemi Doğa İçindeki Evler Problemi

Tablo 3.3'te yer alan her problem bir hafta süresince bireysel olarak çözümlenmiştir ve ardından öğretmen adaylarından bireysel yanıt formlarını doldurmaları istenmiştir. GeoGebra formları aracılığı ile öğretmen adaylarının değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreci detaylı olarak ortaya konmaya çalışılmıştır. Öğretmen adayları ile görüşmeler yapılması için müsait olma durumlarına göre randevular oluşturulmuştur. Oluşturulan randevular doğrultusunda öğretmen adayları ile odak grup görüşmeleri ve bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Görüşmeler esnasında öğretmen adaylarının ses kayıtları alınmıştır. Bu süreçler sayesinde öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde gösterdikleri performans ayrıntılı bir biçimde gözlemlenmiş ve veriler çok yönlü olarak toplanmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Veri analizi sürecinde öğretmen adaylarının değişken belirleme ve varsayımında bulunma süreçlerine ilişkin veriler toplandıktan sonra içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Betimsel içerik analizi temaları ve kavramları belirlemek için elde edilen veri analizi yöntemidir (Yıldırım & Şimşek, 2016). Verilerin analizini elle analiz yapmak zahmetli bir süreçtir. (Creswell, 2017). Bunun yerine veri analiz yazılımlarını tercih etmek verileri düzenleme ve depolama açısından araştırmacının niteliğini artırmaktadır (Creswell, 2017).

Ayrıca bilgisayar destekli nitel veri analiz programları toplanan verilerin benzer veya farklı yönlerini tespit ederek kodlamaların çeşitli uzmanlar tarafından kodlanmasına fırsat sağlamaktadır (Creswell, 2017). Bu sebeple veri analizini yapmak için veri analiz yazılımlarından biri olan MAXQDA kullanılmıştır.

Veri analiz sürecinde farklı şekillerde elde edilen veriler düzenlenmiştir. Nitel analiz yapılırken sırasıyla ve tek tek yapılmıştır. Veri toplama sürecinde önce öğretmen adaylarının problemlere verdikleri yanıtlar tek tek belgelenmiştir. Belgeler tek tek K1, ..., K40 şeklinde isimlendirilmiştir. Bununla birlikte gruplara ayrılan öğretmen adayları ile gerçekleştirilen odak grup görüşmelerinden alınan ses kayıtlarının transkriptleri alındıktan sonra belgelenerek belge sistemine kaydedilmiştir. Bu sayede nitel araştırmalarda yapılan veri analizinin ilk basamağı olan verilerin analiz için hazırlanması ve düzenlenmesi (Creswell, 2017) basamağı gerçekleştirilmiştir.

Nitel araştırma basamaklarının ilki bittikten sonra 2. basamağı olan nitel verilerin tamamının okuma veya inceleme adımına geçilmiştir. Bu basamak araştırmacıya derin düşünme (Creswell, 2017) imkânı sunar. Veriler okunduktan sonra hemen kodlama işlemine başlanmamıştır. Veriler okunduktan sonra genel düşünce ve izlenimler not edilmiştir. “Bilgileri nasıl kullanabilirim?” sorusuna yönelik düşünme süreci gerçekleştirilmiştir.

Veri analiz sürecinin kodlama adımına geçilmeden önce veriler boş bir şekilde “MAXQDA Veriler Dosyası” olarak kaydedilmiştir. Bu şekilde boş olarak ikinci bir kopyası kaydedilirken amaçlanan araştırmacının verileri farklı bir zaman diliminde kodlayarak güvenilirlik ve geçerliği sağlamak amaçlanmıştır. Ayrıca farklı bir araştırmacıya da kodlamaları yaptırılarak kodlar arası uyuşma yüzdelerine bakılması amaçlanmıştır. Belgeler ışığında araştırmanın amacı doğrultusunda öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlara göre kodlar oluşturulmaya başlanmadan önce bir uzmana okumalardan elde edilen hatırlatıcı bilgiler ve veriler okutulmuştur. Uzmanın veri doygunluğuna ilişkin görüşü alınmıştır. Verilerin tekrar etmeye başlaması ve yeni bilgi elde edilememesi durumunda doygunluğa ulaşıldığı kabul edilmektedir (Fusch & Ness, 2015). Veri doygunluğuna ulaştığı konusunda fikir birliği yapılmıştır.

Fikir birliği yapıldıktan sonra elde edilen verilerin sistematik biçimde analiz edilmesine geçilmiştir. Veri analizinin 3. basamağı olan verilerin kodlanması basamağına

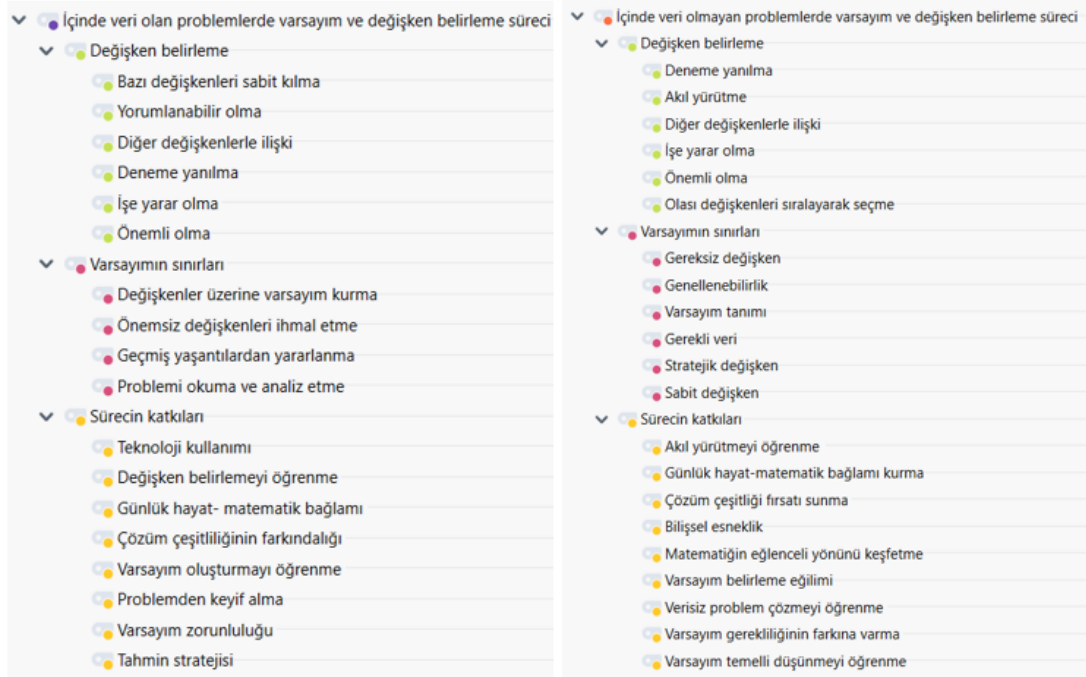
geçilmiştir. Kodlama veri toplama süresince elde edilen verilerin cümlelere ayrıştırılarak (Creswell, 2017) aynı kategori içine alınarak düzenlenmesi (Rossman & Rallis, 2012) işlemidir. Kodlama sürecinde her bir belge tek tek belge tarayıcısında açılarak okunup kodlanmıştır. Her kod için MAXQDA ile hatırlatıcı bilgiler oluşturulmuştur. Kodlar kısa kısa tanımlanmıştır. Ardından başka bir uzman da kodlama gerçekleştirmiştir. Bunun yapılma nedeni ise Guest ve arkadaşlarının (2012) belirttiği gibi kodlayıcılar ve kodlar arası tutarlılığı sağlamaktır. Kodlayıcıların yaptığı kodlamaya dair örnek tablo 3.4’te verilmiştir.

Tablo 3.4. Verilerin analizinde kullanılan örnek kodlama şeması.

Örnek öğretmen adayı ifadesi	Kodlayıcı 1	Kodlayıcı 2	Tema
<i>“Daha öncesinde gerçek hayat problemlerini hep kâğıt kalemle çözmeye çalışıyordum en fazla hesap makinesi kullanmışım...”</i>	Teknolojik zorluklar	Teknoloji zorluğu	Teknolojik zorluklar
<i>“Genel olarak problemin istediklerine ulaşabileceğim yol problemi görür görmez kafamda canlanmadı...”</i>	Zihinsel zorluklar	Bilişsel zorluklar	Bilişsel zorluklar
<i>“Düşündürücüydü diyebilirim. Vakit aldı bu sebeple...”</i>	Süre kaynaklı zorluk	Zaman kaynaklı zorluklar	Zaman kaynaklı zorluklar
<i>“Beni zorlayan şeydu fazla bilgileri atmak kolaydı ama eksik bilgileri bulmak beni çok zorladı...”</i>	Veri kaynaklı zorluk	Veri kaynaklı zorluklar	Veri kaynaklı zorluklar
<i>“Çünkü elimizde hiçbir veri yokken soruyu çözmemize yardımcı olabilecek önemli değişkenleri bulabilmek karmaşıktı...”</i>	Değişken belirleme ve ilişkilendirme zorlukları	Değişken seçme zorlukları	Değişken belirleme ve ilişkilendirme zorlukları
<i>“Yaşadığım en büyük zorluk daha öncesinde böyle problemlerle karşılaşmamış olmamdı...”</i>	Bireysel zorluk	Deneyim zorlukları	Bireysel zorluklar

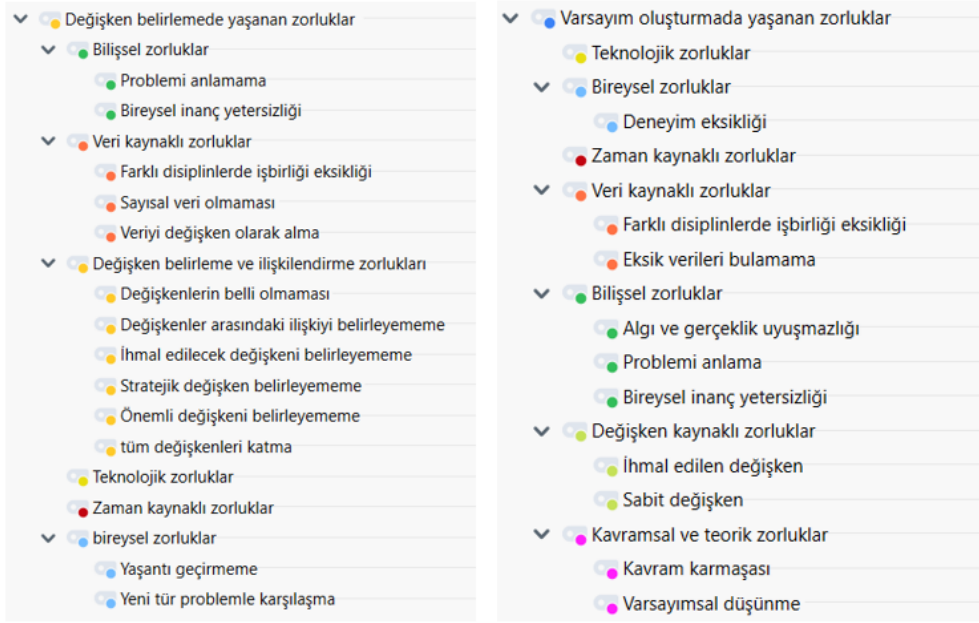
Tüm veriler Tablo 3.4’teki gibi analiz edilmiştir. Örneğin kodlayıcı 1 öğretmen adayının cümlesine teknolojik zorluklar ifadesini kullanırken kodlayıcı 2 teknoloji zorluğu ifadesini kullanmıştır. Ortak tema olarak teknolojik zorluklar ifadesi kullanılmıştır. Analiz sürecinde bazı katılımcıların verdikleri cevaplar birden çok kategorinin içine girebildiği görülmüştür. Kodlayıcılar arasında farklı kategoriler içine giren öğretmen adaylarının ifadelerine dair görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca kodlayıcıların yaptığı kodlamalar esnasında tutarsız kodlamalar da meydana gelmiştir. Tüm kodlar detaylı olarak kodlanmış ve yeniden incelenerek fikir birliği sağlanmıştır. Kodlayıcılardan elde edilen kodlar doğrultusunda temalar ve

kategoriler oluşturulmuştur. Bu doğrultuda 1. probleme yönelik kod ve temalara şekil 3.3'te, 2. probleme yönelik kod ve temalara şekil 3.4'te yer verilmiştir.



Şekil 3.3. Araştırmanın birinci problemine ilişkin oluşturulan kod ve temalar listesi.

Şekil 3.3'te araştırmanın birinci problemine ilişkin kod ve temalar listesine yer verilmiştir. Her farklı tema farklı renkte olacak şekilde sınıflandırılmıştır. Değişken belirleme, varsayım oluşturma ve bu sürecin katkılarına ilişkin oluşan kodlar sunulmuştur.



Şekil 3.4. Araştırmanın ikinci problemine ilişkin oluşan kod ve temalar listesi.

Şekil 3.4'te araştırmanın ikinci problemine ilişkin kod ve temalar listesine yer verilmiştir. Aynı olan temalar aynı olacak şekilde ortak renklerle gösterilmiştir.

3.7. Geçerlik ve Güvenilirlik

Araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliği, nitel araştırmaların güçlü yönlerinden biridir (Creswell & Miller, 2000). Bu güçlü yön iç geçerlik (inandırıcılık), dış geçerlik (aktarılabirlik), iç güvenilirlik (tutarlılık) ve dış güvenilirlik (doğrulanabilirlik) sayesinde sağlanmaktadır (Lincoln & Guba, 1985).

Araştırma kapsamında iç geçerliği sağlamak için öğretmen adaylarının modelleme problemlerini çözüm belgeleri incelenmiştir ve süreç boyunca uzman görüşleri alınarak bulgular detaylı olarak incelenerek gerçek dünya ile örtüşüp örtüşmediğine bakılmıştır. Nitel araştırmalar yürüten iki uzmanla düzenli aralıklarla görüşmeler gerçekleştirilmiş ve fikir alışverişinde bulunulmuştur. Çünkü bulguların gerçek dünya ile uyumlu olması iç geçerliği artıran bir etkidir (Merriam, 2013). Ayrıca mevcut araştırmanın iç geçerliğini artırmak için katılımcı teyidine de başvurulmuştur. Katılımcıların aktardıklarından araştırmacı ne anladığını aktararak teyit etmiştir. Araştırmanın geçerliğini artırmak için dış geçerlik de sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın benzer ortam ve durumlarda ne kadar aktarılabileceği dış geçerlik ile ilgilidir (Merriam, 2013; Yıldırım & Şimşek, 2016). Dış geçerliği artırmak amacıyla süreçte

uygulanan tüm veri toplama araçlar ve veri toplama araçları detaylı olarak açıklanmıştır. Bulgular bölümünde doğrudan öğretmen adaylarından alınmış alıntılara yer verilerek dış geçerlik sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın güvenilirliğini sağlamak için süreç basamakları not edilmiştir ve detaylı şekilde yazılmıştır. Çünkü nitel araştırmaların basamaklarının yazılması güvenilirliği artırmaktadır (Yin, 2009). Verilerden oluşturulan kodların zaman içerisinde anlam kaymasına sebep olmaması için kodların açıklamaları yazılmıştır. Yazılan kodlarda tekrara düşmemek adına uzman görüşlerine başvurulmuştur. Yapılan araştırmada kodlar oluşturulurken kodlayıcılar belli aralıklarla bir araya gelerek kodlayıcılar arasındaki iletişim sağlanmaya çalışılmıştır. Kodlayıcı ile bağımsız olarak türetilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Kodlayıcılar arası uyum olarak adlandırılan kodların kontrolünü gerçekleştirmek araştırmanın geçerliğini artıracak için (Guest vd., 2012) çalışmada başka bir kodlayıcı daha seçilmiştir. Nitel veri analiz programları kodlamaların tutarlı olup olmadığı hakkında bilgi verir. Kod ve temalardaki uyum oranının belirlenmesi için MAXQDA veri analiz programından faydalanılmıştır. Şekil 3.5'te kodlayıcılar arası uyum oranına yer verilmiştir.

		Kodlayıcı 1		
		1	0	
Kodlayıcı 2	1	a = 626	b = 25	651
	0	c = 33	0	33
		659	25	684

Şekil 3.5. Kodlayıcılar Arası Uyum Oranı

$$P(\text{gözlemlenen}) = P_g = a / (a + b + c) = 0.92$$

$$P(\text{rastgele}) = P_r = 1 / \text{Kodların Sayısı} = 1 / 68 = 0.01$$

$$\text{Kappa} = (P_g - P_r) / (1 - P_r) = 0.91$$

Şekil 3.5'e göre araştırmada kodlayıcı 1 tarafından 338 ve kodlayıcı 2 tarafından 346 olmak üzere toplamda 684 kodlama incelenmiştir. 33 kodda görüş ayrılığı tespit edilmiştir. Ayrıca kodlayıcı 1 8 kodun araştırma kapsamında yer almaması gerektiğini tespit etmiştir. Dolayısıyla araştırmada 35 kod üzerinde ayrışma yaşanmıştır. Ardından, proje dosyası üzerinde Kodlayıcı 1 ve Kodlayıcı 2 tarafından gerçekleştirilen kodlamalar karşılaştırılmış ve ortaya

ıkan görüş ayrılıklarının giderilmesi amacıyla uzman görüşüne başvurulmuştur. Bu süreçte, uzman değerlendirmesi doğrultusunda kodlayıcılardan birinin görüşü esas alınarak kodlama iştlemi tamamlanmıştır. Kodlamalara dayalı olarak gerçekleştiren analizler sonucunda, bölümler arasındaki kod sayılarının eşt olmaları göz önünde bulundurularak hesaplanan Cohen's Kappa uzlaşt katsayısı 0,91 olarak tespit edilmiştir.

Dışt güvenirlik, bir araştırmmanın aynı koştullar altında tekrarlandığında benzer sonuçlara ulaşıp ulaşamayacağı ve bulguların doğrulanabilirliği ile ilgilidir (LeCompte & Goetz, 1982). Bu araştırmada dışt güvenirliği artırmak amacıyla ses kayıtları, elde edilen veriler ve bu verilere ait kodlamalar saklanmıştır. Dışt güvenirliğin sağlanabilmesi için olayların ve durumların tanımlanması, veri toplama ve analiz yöntemlerinin ayrıntılı biçimde açıklanması gerekmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2016). Bu doğrultuda, araştırmada kapsamında ğretmen adaylarının katılımcı bilgileri, katılımcıların nasıl seçildiği, hangi örnekleme yöntemiyle alıştıldığı ve bu örneklemin neden tercih edildiği yöntem bölümünde açıklanmıştır. Ayrıca, veri toplama sürecinde izlenen yol ve sürecin nasıl yürütüldüğü de ayrıntılı olarak sunulmuştur.

BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın amacı doğrultusunda oluşturulan iki probleme ait bulgular sunulmuştur. İlk problem “*Öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçleri problem türüne göre nasıl farklılık göstermektedir?*” şeklindedir. İkinci problem ise “*Öğretmen adayları teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinde hangi zorluklarla karşılaşmaktadır?*” şeklindedir. Bu problemlere verilen yanıtlar bulgular bölümünde iki başlık altında detaylandırılmıştır. Bu başlıkların alt başlıklarına da yer verilerek bulgular sunulmuştur. Bulguların hangi sırayla ve hangi başlıklar altında toplandığını göstermek için Şekil 4.1. oluşturulmuştur.



Şekil 4.1. Bulguların sunulma sırası.

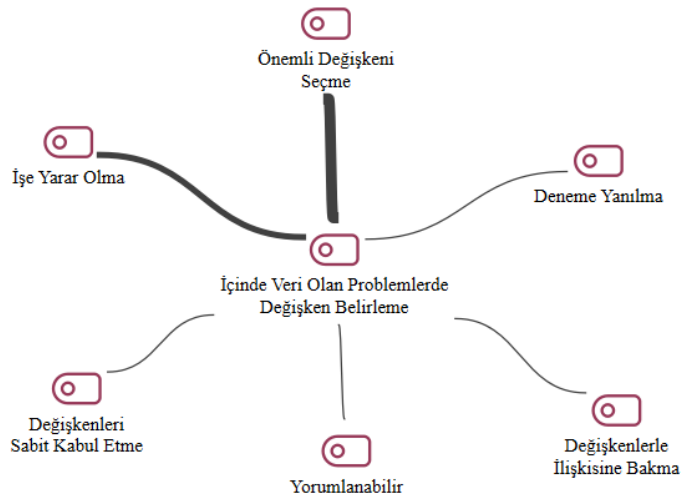
Şekil 4.1’de bulguların sunulma sırası verilmiştir. Bulgular sunulurken verilerin analizinden elde edilen kodlara, kod haritalarına ve bu haritaların altında kodlara ilişkin açıklamalar yapılmıştır. Her bir kod için kodları destekleyici öğretmen adaylarının ifadelerine yer verilmiştir. Bu çalışmada kod sayıları açıkça belirtilmemiştir. Nitel araştırmalarda sayısal verilerin tek başına anlam taşımaktan ziyade içerik bağlamında ele alınması gerektiği vurgulanmaktadır (Creswell, 2007). Bu nedenle, kodların sıklığından çok içeriklerinin ve katılımcı ifadeleriyle olan ilişkilerinin verilmesine odaklanılmıştır.

4.1. Değişken Belirleme ve Varsayım Oluşturma Süreçlerinin Problemin Türüne Göre Nasıl Değiştiğine İlişkin Bulgular

Araştırmanın ilk problemi “Öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçleri problem türüne göre nasıl farklılık göstermektedir?” şeklindedir. Bu probleme ilişkin bulgular iki başlık altında sunulmuştur. İlk olarak içinde veri olan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. İkinci olarak içinde veri olmayan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu bulgular verilirken tüm kod ve alt kodların açıklamalarına, kod haritalarına ve kodları destekleyici öğretmen adaylarının cümlelerine yer verilmiştir. Son olarak ise içinde veri olan ve veri olmayan problemlerde sürecin nasıl ilerlediğine yönelik bulgular derlenerek sunulmuştur. Bulgular sunulurken kodlara, kod haritalarına ve kodları destekleyici öğretmen adaylarının ifadelerine yer verilmiştir.

4.1.1. İçinde veri olan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreci

Matematiksel modelleme sürecinde değişkenlerin belirlenmesi modelin anlaşılır olması ve işlevsel olması açısından kritik bir adımdır. Bu süreçte öğretmen adayları çeşitli şekillerde değişken belirlemiştir. Toplanan veriler ışığında 6 kod oluşturulmuştur. Bu kodlar; deneme yanılma, değişkenleri sabit kabul etme, yorumlanabilir olma, önemli değişkenleri seçme, işe yarar olma, değişkenlerle ilişkisine bakma şeklindedir. Belirlenen kodlara ilişkin kod haritası oluşturulmuştur. Kod haritası şekil 4.2’de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. İçinde veri olan problemlerde değişken belirleme kod haritası.

Şekil 4.2'ye bakıldığında öğretmen adayları değişkenler arası ilişkileri dikkate almış ve bazı değişkenleri sabit tutarak problemi sadeleştirme yoluna gitmiştir. Ayrıca değişken belirleme sürecinde deneme yanılma yöntemi kullanılmıştır. Özellikle bu amaçla değişkenlerin işe yararlılığına ve çözüm açısından önemine odaklanmışlardır. Değişken seçimi sırasında öğretmen adaylarının odaklandıkları bir diğer nokta ise değişkenlerin çözüm sürecindeki etkisidir. Öte yandan öğretmen adayları değişken belirlerken sayısal verilere bakmıştır.

Öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecini etkileyen değişkenleri belirlemeye odaklanmış bu süreçte bazı değişkenleri sabit tutarak problemi sadeleştirmiş ve değişkenler arası ilişkileri dikkate almıştır. Öğretmen adayları ile yapılan görüşmede değişkenler arası ilişkiye bakma koduna ilişkin alıntı aşağıdaki gibidir:

K8: “Tamamen etkiliyor mu bu değişen buna baktık. Bir değişkenin diğer değişkenlerle ilişkisine baktık. Tek başına artıp azalıyor mu yoksa bunun artıp azalması başka bir şeyi etkiliyor mu buna göre karar verdik.”

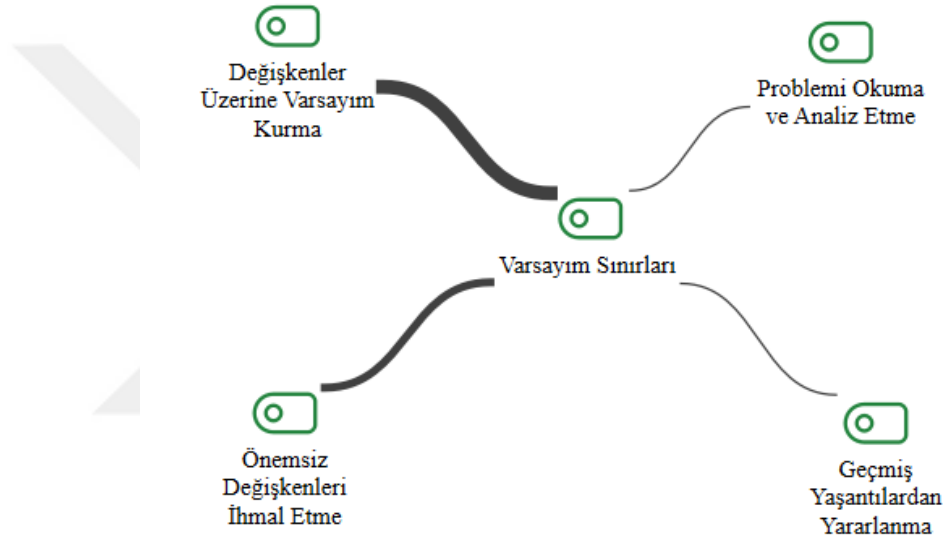
K1 kodlu öğretmen adayı bu durumu “Bizim için kriter olabilecek şeylerden seçmeye çalıştık yani üzerine daha kolay yorum yapabileceğimiz yoruma biraz açık ama nesnel de olabilecek şekilde belirledim.” şeklinde daha kolay yorum yapılabilecek nesnel olarak değerlendirilecek değişkenlere odaklandığını ifade etmiştir. Bu süreci K26 kodlu öğretmen adayı ise “Değişken belirleme sürecinde deneyerek buldum.” şeklinde ifade ederek deneme-yanılma yöntemini kullandığını ifade etmiştir.

İçinde veri olan modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının değişken belirleme sürecinde işe yararlılığı öncelikli bir kriter olarak ele aldıkları görülmektedir. Çözüm sürecinde problemi etkili bir şekilde çözmeye katkı sağlayabilecek değişkenlerin seçilmesini ifade eden işe yarar olma kodu oluşturulmuştur. Bu kod ile ilgili öğretmen adaylarının cümleleri aşağıdaki gibidir:

K29: “Çözme ihtimalimizde hangisi işimize yarar buna bakıyordum.”

K24: “Çözüm açısından da tüm değişkenleri işin içine alamadığımı fark ettim. En önemlileri ne etkiler onu düşündük.”

Öğretmen adaylarının içinde veri olan matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma süreçleri incelediğinde varsayıma belirli sınırlar çizerek çözüm süreçlerini gerçekleştirdiği görülmüştür. Modelleme problemlerinde varsayıma sınır çizmekle kastedilen oluşturulan varsayımın hangi koşullarda geçerli olduğunu belirtmek, ne kadar genellenebilir olduğunu göstermek ve problemin çözümünü hangi ölçüde etkilediğini sınırlamak anlamına gelmektedir. Öğretmen adaylarının varsayımların sınırlarını nasıl belirledikleri analiz edilmiş ve içinde veri olan modelleme problemlerinde varsayımı 4 farklı şekilde oluşturduğuna ulaşılmıştır. İçinde veri olan problemlerde varsayımın sınırlarını çizmeye yönelik kod haritası şekil 4.3'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3. İçinde veri olan matematiksel modelleme problemlerinde varsayımın sınırlarının kod haritası.

Şekil 4.3'e bakıldığında değişkenler üzerine varsayım kurma içinde veri olan problemlerde varsayımın en sık kullanılan yol olmuştur. Problemi okuma ve analiz etme, problemin kapsamını anlamak ve çözüm için gerekli değişkenleri belirlemek amacıyla yapılmaktadır. Önemsiz değişkenleri ihmal etme, çözüm sürecinde etkisi düşük olan değişkenlerin dışarıda bırakılmasını ifade etmektedir. Geçmiş yaşantılardan yararlanma, önceki deneyimlerden elde edilen bilgilerin mevcut problemin çözümünde kullanılmasını içermektedir. Bu unsurlar varsayımların oluşturulması sürecini şekillendirmektedir.

Yapılan analizler sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde içinde veri olan problemlerde önemsiz veya kontrol edilemeyen değişkenleri ihmal etme eğiliminde oldukları görülmüştür. Bununla ilgili oluşturulan önemsiz değişkenleri ihmal etme koduna ilişkin K32 kodlu öğretmen adayı “*Problem durumumuza göre en ufak bir şey etkilese bile değişken olarak kabul ettim. Problemi çözerken de önemsiz değişkenleri sınır dışı ederek*

probleme katmadım.” ifadelerini kullanmıştır. Öğretmen adaylarının süreci karmaşıklaştıran veya kontrol edilemeyen değişkenleri de sınır dışı ettiği görülmektedir. Önemsiz değişkenleri ihmal etme koduna ilişkin K31 kodlu öğretmen adayı “Onu hesaplayamıyorsam probleme katmadım. Çok uç şeyleri katmadım.” şeklinde durumu açıklamıştır. Benzer şekilde K8 kodlu öğretmen adayı “Kontrol edemediğimiz bazı değişkenler var. Mesela sürtünme kuvvetini top sorusunda ihmal ettik. Çevresel değişken çok fazla çünkü. Biz bunların hepsini düşünerek probleme çözüm üretemeyiz karmaşıklaşır. Varsayımda bulunmak işimizi kolaylaştırdı.” şeklinde ifadelerde bulunmuştur.

Öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecinde kontrol edilebilen değişkenleri doğrudan modelde kullanırken, kontrol edilemeyen veya daha az etkili olan değişkenleri varsayımlar yoluyla belirlemeyi tercih etmişlerdir. Bununla ilgili K7 kodlu öğretmen adayının ifadeleri şu şekildedir:

K7: “Değişkenlerden kontrol altına alabildiklerimizi soru içinde kullanıyoruz. Değiştirerek ya da sürgüye bağlayarak. Ama bazı kontrol altına alınamayanlarda varsayımlara başvuruyoruz. Problemi daha net bir şekilde ele almak için. Değişkenler içinden varsayım seçiyoruz.”

K16 kodlu öğretmen adayı varsayımın sınırlarını belirlerken önemsiz değişkenleri ihmal etme sürecini ormanlık alana yapılacak konut ve ağaç sayılarının planlamasının istendiği orman içindeki evler modelleme probleminde şu cümlelerle açıklamıştır:

K16: “Ev probleminde önce konut sayısı dedim değişkeni belirledim. Sonra stratejik değişkenleri değişken olarak bıraktım. Önemli görmediğim değişkenleri çıkardım. Kalanları varsayımda kullandım. Bir konuta 2000 dedim. Stratejik değişkenler üzerinden varsayımı kurdum.”

Öğretmen adayları varsayımın sınırlarını belirlerken önemsiz değişkenleri ihmal etmenin yanı sıra problemi anlama ve analiz etmeye başvurarak varsayım oluşturmuşlardır. K8 kodlu öğretmen adayı modelleme probleminin çözüm sürecinde problemi anlama ve analiz etme sürecini şu cümlelerle açıklamıştır.

K8: “Varsayımları problem durumunda yazan şeylerden çıkartabiliyorduk. Problemi okuduk ve ne olabilir diye düşündük. İşimize yarayacak şeyleri almaya çalıştık. Varsayımı da buna göre buluyoruz.”

İçinde veri olan matematiksel modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının varsayım oluşturma süreçlerinde geçmişte edindikleri bilgi ve deneyimlerden faydalandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının daha önceki eğitim süreçlerinde öğrendikleri kavramlar matematiksel modelleme sürecinde bir rehber görevi görmektedir. Bu durumu öğretmen adayları şu cümlelerle açıklamıştır:

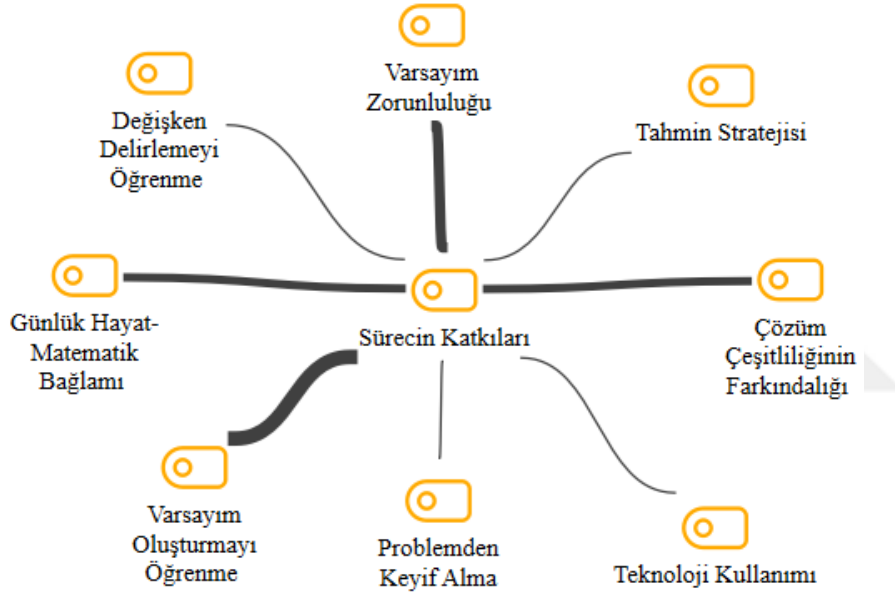
K38: “Varsayım oluşturmada lisede ya da ortaokulda gördüğüm bilgiler bize yardımcı oldu diyebilirim. Sürtünme kuvveti, hava direncinin tam olduğunu fizik görmeseydim belki tam bilemeyebilirdim. Bunu böyle varsayacağımızı fark edemezdim. Üniversitedeki bilgide de matematiksel bilgi gerekli. Matematikte de matematiksel varsayımlar gereklidir.”

İçinde veri bulunan matematiksel modelleme problemlerinde, öğretmen adaylarının varsayım oluşturma süreçlerinde geçmiş deneyimlerin yanı sıra demografik değişkenlerin de etkili olduğu görülmüştür. Demografik Özellikle K24 kodlu öğretmen adayının ifadeleri, bireysel deneyimlerin ve gözlemlerin modelleme sürecine katkıda bulunduğunu ve farklı bakış açıları geliştirilmesine olanak tanıdığını göstermektedir.

K24: “Ben araba park etmeyi bilmiyorum. Araba park probleminde erkeklerin daha çok katıldığını, yorum yürüttüğünü gözlemledim.”

İçinde veri olan problemlerde varsayımın sınırlarını oluşturma adımlarına bakıldığında 4 kod oluşturulmuştur. Öğretmen adayları içinde veri olan problemlerde problemleri okuma ve analiz ederek kontrol edilebilen değişkenleri doğrudan modele dâhil ederken, kontrol edilemeyen veya önemsiz değişkenleri varsayımlar yoluyla dışlamayı tercih etmişlerdir. Varsayım oluşturma sürecinde geçmişte edindikleri bilgi ve deneyimlerden faydalandıkları görülmüştür. Problemleri daha sade hale getirmek için bazı değişkenleri ihmal etmiş, stratejik değişkenleri ise modellemede temel almışlardır. Bu süreçte lise, ortaokul ve üniversite düzeyinde edindikleri bilgilerin rehberlik ettiği ayrıca demografik gözlemlerin de etkili olduğu ifade edilmiştir.

İçinde veri olan matematiksel modelleme sürecinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin katılımcılara sağladığı çeşitli katkılar olmuştur. Bunlar arasında varsayım oluşturmayı öğrenme, günlük hayat ile matematik arasında bağ kurma, tahmin stratejileri geliştirme ve çözüm çeşitliliğinin farkına varma yer almaktadır. Süreç aynı zamanda değişken belirleme becerilerinin gelişmesini, teknoloji kullanımını teşvik etmeyi ve problem çözümünden keyif almayı desteklemiştir. Katılımcılar, modelleme sürecinde varsayım yapmanın zorunluluğunu fark etmiş ve bu durumun problem çözme becerilerine olan katkısını deneyimlemiştir. Bu katkılar, matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerinin zenginleşmesini sağlamıştır. İçinde veri olan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin katkıları oluşturulan kod haritasında şekil 4.4’te verilmiştir.



Şekil 4.4. İçinde veri olan matematiksel modelleme sürecinin katkılarının kod haritası.

Şekil 4.4’te matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin katkıları analiz edildiğinde 8 kod verilmiştir. Oluşan kodlar varsayım zorunluluğu, günlük hayat ve matematik bağlamı, teknoloji kullanımını, tahmin stratejisi, çözüm çeşitliliğinin farkındalığı, varsayım oluşturmayı öğrenme, problemden keyif alma, değişken belirlemeyi öğrenme şeklindedir.

Veri içeren problemlerin çözümü sırasında öğretmen adaylarının tahmin stratejilerinin geliştiği ve bu stratejiyi etkin bir şekilde kullanma becerilerinin arttığı görülmüştür. Adaylar bu tür problemlerin yalnızca çözüme ulaşmak için değil aynı zamanda tahmin becerilerinin güçlendirilmesi için de bir araç olarak kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu süreçte kendi gelişimlerini değerlendirdikleri görüşler şu şekilde belirtilmiştir:

K25: “Problem çözdükçe tahmin becerim yükseldi.”

K33: “Tahmin ederek problem çözme konusunda eksiktim ama tahmin etme stratejimi kullanabilme yetimi artırdı gibi hissediyorum.”

Veri içeren problemlerin çözümü, öğretmen adaylarının değişken ve varsayım oluşturma becerilerini geliştirmesine katkı sağlamıştır. Bu süreçte adaylar, matematiksel problemlerden farklı olarak, gerçek yaşam durumlarını modellemek için varsayımların ve değişkenlerin kritik bir rol oynadığını keşfetmişlerdir. İlk aşamalarda bu becerilerin kazanılmasının zorluğu ifade edilse de sürecin ilerleyen aşamalarında problem çözme yaklaşımlarında belirgin bir farkındalık geliştiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının bu konudaki ifadeleri şu şekildedir:

K34: “Öncelikle modelleme sürecinin en başlarında varsayım yapmam gerektiğini fark etmedim. Çünkü hayatımızın hiçbir yerinde böyle bir varsayım üretmemiştik. Başta problemleri varsayım belirleyerek ilk çözmek benim için oldukça zordu.”

K14: “Eğer varsayımda bulunmazsak değişkenler çok fazla oluyor ve değişkenleri azaltamıyoruz.”

K1: “Düşünüyorsun! Normal bizim matematik olarak bildiğimiz şeye baktığımızda sayılar vardı integral vardı türev vardı bunları çarpıp toplayarak sonucu ulaşıyorduk ama şu anki problemlerde eksik ve fazla verirler var. Bu noktada varsayım ve değişken belirlemeyi kazandım.”

K11: “Problemi 10 saniyede okuyup 20 dakikada çözmekten ziyade problemi anlamak, gerçek yaşamla bağlantılı olması, günlük hayatın içinde olması vs. 30 dakika problemi anlamaya, varsayım üretmeye ve değişken belirlemeye odaklandık.”

Öğretmen adayları varsayım ve değişken belirleme sürecinden keyif aldıklarını söylemişlerdir. Bununla ilgili K13 kodlu öğretmen adayının söylediği ifade “Düşündük, aklımızı kullandık, beynimiz yoruldu. Benim bu hoşuma gitti. Beyin fırtınası yaptık.” şeklindedir. Sürecin eğlenceli oluşunu K11 kodlu öğretmen adayı şu cümleler ile ifade etmiştir:

K11: “Problemin en eğlenceli yanı tek bir çözüm olmaması. Yani sadece tek çözüm üretmekten ziyade farklı durumlar için de çözüm üretiliyor. Problemlerin modellenebilir olması hem problemi anlaşılır kılıyor hem de eğlenceli hale getiriyor.”

Öğretmen adayları, matematiksel modelleme problemlerinde çözüm çeşitliliğini fark ettiğinde bu çeşitliliğin modelleme problemine özgü bir özellik olduğunu vurgulamışlardır. Adaylar bir problemin yalnızca tek bir çözüm yoluna bağlı kalmadan farklı temsil araçları ve yöntemlerle çözülebileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca kullanılan değişkenlerin ve varsayımların çözüm süreçleri üzerindeki etkisini dikkate alarak modellemenin değişken ve varsayım ile oluşturulan dinamik yapısını anlamaya yönelik bir farkındalık geliştirmişlerdir. Öğretmen adayları bu durumu aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır:

K35: “Problemin sadece bir tane çözüm yolunun değil de farklı çözüm yollarının olduğunu ve hem tablo hem grafik yöntemiyle hem de farklı temsillerle gösterebileceğini anladım.”

K31: “Onlara bunun tek çözümlü problem olmadığını ve modelleme problemi olduğunu anlatabileceğim. Değişkenlere ve aldığımız varsayımlara göre problemin çözümünün değişebileceğini söyleyebilirim.”

Matematiksel modelleme, bireylerin günlük hayattaki sorunlara yönelik çözüm üretme becerilerini geliştirmiş ve matematiğin yaşamın her alanında yer aldığını fark etmelerine olanak sağlamıştır. Bu bağlamda, adayların görüşleri şu şekilde özetlenebilir:

K25: “Mesela günlük hayatla bir sorunla karşılaştığımda artık bunun modelle çözülebileceğini düşünüyorum. Bu nasıl çözülebilir diye zihnimde oluşturmaya başladım.”

K19: “Matematiğin her yerde olduğunu matematiksel modelleme problemleri ile tekrar anlamış oldum.”

Sürecin sağladığı katkılardan bir tanesi de öğretmen adaylarının problemi çözerken varsayım yapma zorunluluğu hissetmesidir. Öğretmen adayları varsayım oluşturmadan değişkenleri azaltamayacağını ve bu sürecin de zorlu olduğunu ifade etmiştir. Bununla ilgili varsayım oluşturma zorunluluğu kodu oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının bununla ilgili söylediği cümleler aşağıdaki şekildedir:

K3: “Matematik yapabilmek için varsayım yapma zorunluluğu hissettik. Matematiksel eleştirme yapmak için mutlaka bir varsayım oluşturma zorunluluğunu hissettik.”

K13: “Eğer varsayımda bulunmazsak değişkenler çok fazla oluyor ve değişkenleri azaltamıyoruz.”

En fazla parkın yapılmasının istendiği cadde park probleminde öğretmen adayları park yerlerini yola paralel, dik veya açılı şekilde yerleştirmenin araç sayısını nasıl etkileyebileceğini

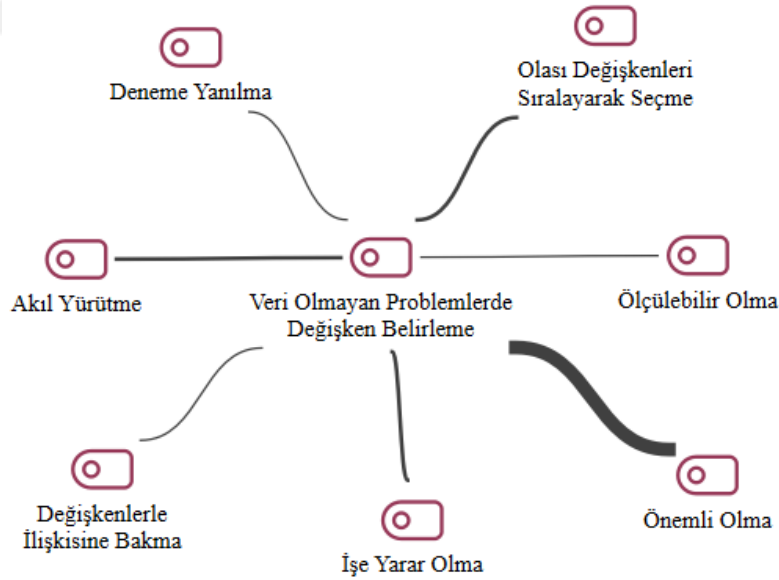
anlamak amacıyla farklı varsayımlar geliştirme zorunluluğu hissetmiştir. Özellikle park yerlerinin dik yerleştirilmesi durumunda, aynı uzunlukta alana daha fazla araç sığabileceği varsayımı yapılmıştır. Bu durumu K20 şu cümlelerle açıklamıştır:

K20: “Mesela dik yerleştirirsek şöyle, araçları yatay yerleştirirsek böyle şekilde varsayım oluşturmak bizi zorladı. Ama varsayım oluşturmazsam da sonuca ulaşamayacağımı fark ettim. Çünkü biz açıyla yerleştirirsek daha çok araç yerleşeceğini düşünmüştük. Varsayımlar bizi şaşırttı.”

İçinde veri olan modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin katkıları çeşitli şekillerde olmuştur. Bu katkılara ilişkin oluşturulan kodlar ve bu kodları destekleyici öğretmen adaylarının ifadelerine yer verilmiştir. Bir sonraki başlıkta içinde veri olan modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri ele alınmıştır.

4.1.2. İçinde veri olmayan problemlerde varsayım ve değişken belirleme süreci

İçinde veri olmayan problemlerde öğretmen adaylarının değişkeni seçerken nelere dikkat ettiği incelenmiştir. Bununla ilgili kod haritası Şekil 4.5’te verilmiştir.



Şekil 4.5. İçinde veri olmayan problemlerde değişken belirleme kod haritası.

Şekil 4.5’e bakıldığında öğretmen adaylarının içinde veri olmayan modelleme problemlerinde değişkeni seçerken işe yarar olma, ölçülebilir olma, anlaşılır ve açıklanabilir olma, önemli olma, diğer değişkenlerle ilişkili olma, olası değişkenleri sıralayarak seçme, deneme yanılma yoluyla değişkenleri belirlemişlerdir. Veri olmayan modelleme problemlerinde değişkeni belirlerken en çok değişkeninin önemli olma durumuna bakılmıştır.

Öğretmen adayları içinde veri olmayan modelleme problemlerinde değişkenin önemli olma durumuna baktıklarını ifade etmişlerdir. Bununla ilgili öğretmen adaylarının söyledikleri ifadeler aşağıdaki gibidir:

K36: “Değişkenleri belirlerken tüm değişkenleri ele alıyorduk. Sonra bunları yorumluyorduk. Bu değişkenlerin probleme etkisi nedir şeklinde. En önemli olan ve çözüm yolunda kullandığımız değişkeni göze alıyorduk.”

K24: “Çözüm açısından da tüm değişkenleri işin içine alamadığımı fark ettim. En önemlileri ne etkiler onu düşündüm.”

İçinde veri bulunmayan modelleme problemlerinde değişkenlerin sıralanarak belirlenebildiğine dair K12 kodlu öğretmen adayının ifadeleri şu şekildedir:

K12: “Araştırma yapıyorduk. Olası değişkenleri sıralıyordum. İçinden belirleyebildiğim ya da problemin çözümüne gerekli bilgiyi sağlayan şeyleri değişken olarak atıyordum.”

K3: “Tüm olası değerleri yazıp en yakın sonucu göstereni seçiyordum.”

Öğretmen adaylarının içinde veri olmayan problemlerde değişken belirlerken değişkenin ölçülebilir olup olmadığına bakmıştır. Bu durumu K17 şu cümlelerle açıklamıştır:

K17: “Neyi kullanabilirim, ölçebileceklerim hangisi diye düşündüm. O şekilde belirledim.”

Ölçülebilirliğin ne anlama geldiğini ise K6 kodlu öğretmen adayı aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır.

K6: “Problem çözümü için pek çok değişken olabilirken ben en uygun olanı şeyi belirledim. En uygun olan en ölçülebilir olandı.”

Öğretmen adayları, içinde veri bulunmayan problemlerde değişken belirlerken değişkenin probleme katkısına ve diğer değişkenlerle ilişkisine dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir. Bazı öğretmen adayları değişken belirlerken öncelikle problemin çözümüne katkı sağlayacak, işe yarar nitelikteki değişkenleri seçmeye çalıştıklarını belirtmişlerdir. Bu durum öğretmen adayları şu cümlelerle açıklamıştır:

K10: “Değişkenleri sorunun çözümüne uygun olacak, işe yarayacak şekilde seçmeye çalıştım. Bazı sorularda hiç veri verilmemişti. Özellikle bu problemlerde işime yarayana baktım.”

K5: “Problemin çözümünde işime yarayan değişkeni belirlemeye çalıştım.”

Bazı öğretmen adayları değişken belirleme sürecinde değişkenlerin birbirleriyle olan ilişkilerini dikkate aldıklarını belirtmişlerdir. Bir problemde yer alan değişkenlerin birbirini nasıl etkilediğine bakarak bu durumu K29 ve K8 kodlu öğretmen adayları şu cümlelerle ifade etmiştir:

K29: “Değişken belirlerken diğer değişkenlerle ilişkisine baktım. Bir değişkeni seçmem diğer değişkeni etkileyecek mi, bunu düşündüm.”

K8: “Tamamen etkiliyor mu bu değişen buna baktım. Tek başına artıp azalıyor mu yoksa bunun artıp azalması başka bir şeyi etkiliyor mu buna göre karar verdim.”

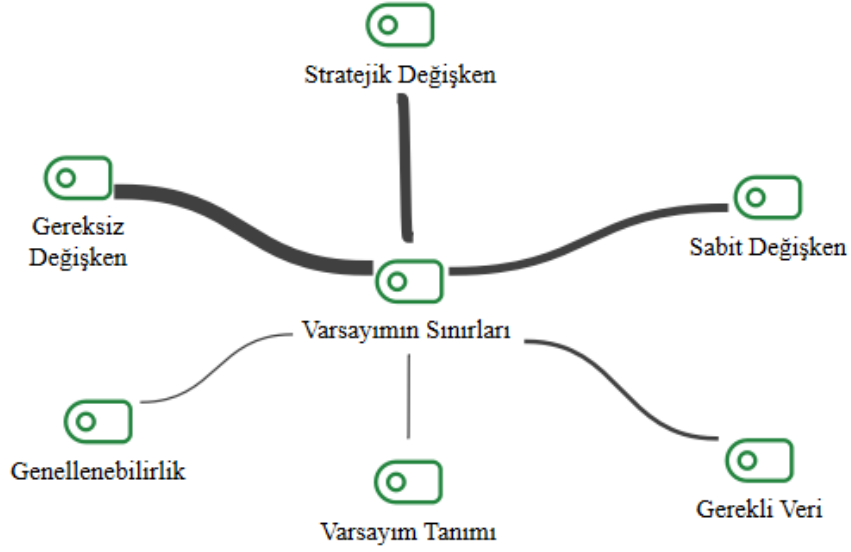
İçinde veri olmayan problemlerde öğretmen adayları doğrudan değişkeni belirleyememiştir. Değişkenleri belirlerken deneme yanılma yoluna başvurmuştur. Deneme yanılma yoluna başvuran K38 kodlu öğretmen adayı müzede güvenlik probleminde nasıl çözüme ulaştığını şu cümleleri ile anlatmıştır:

K38: “Öncelikle bir formül, bir denklem kurmam gerekiyor. Bunun için en öncelikle ne kullanabilirim? Birbirine bağlayabilir miyim diye düşündüm. Sonra dedim ki mesela müze probleminde örnek vereyim. Orada dedim ki ilk önce açı değişecek ve oradaki uzunluk değişecek. Onlara bağlamam gerekiyor bir şeyleri. Açığı değiştirebilirim. O zaman bağımsız değişkenimiz açı olsun. Deneme yanılmaya bağlı olarak belirledim.”

İçinde veri bulunmayan müzede güvenlik modelleme probleminde bir odada güvenliğin tam olarak sağlanması için güvenlik sensörünün ışınlarının duvara olan uzaklığının değişiminin belirlenmek istenmektedir. K38 kodlu öğretmen adayı öncelikle ne kullanacağını düşünerek bu süreci deneme yanılma yoluyla bulabildiğini ifade etmiştir. Deneme yanılma yolunu tercih etmeyip akıl yürütme yolu ile değişken belirleyen öğretmen adayları da olmuştur. Bununla ilgili öğretmen adaylarının söyledikleri aşağıdaki gibidir.

K16: “İçinde veri olmayan problemlerde akıl yürütmeden faydalandım. Bu değiştikçe ne değişir diye düşündüm. Oradan değişkeni seçtim. Yani deneme yanılma yoluyla değil de akıl yürüterek değişken belirlemeye çalıştım.”

Değişken belirleme sürecinden sonra içinde açık veri olmayan problemlerde öğretmen adaylarının varsayım oluşturma süreci analiz edilmiştir. Yapılan analizler ışığında 6 farklı kod oluşturulmuştur. Oluşturulan kodlara ilişkin kod haritasına Şekil 4.6’da yer verilmiştir.



Şekil 4.6. İçinde veri olmayan matematiksel modelleme problemlerinde varsayımın sınırlarının kod haritası.

Şekil 4.6'ya bakıldığında öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinde içinde veri olmayan problemlerde çeşitli şekillerde varsayımın sınırlarını belirlemişlerdir. Varsayımın sınırlarını sabit değişken, önemsiz değişken, gerekli veri, genellenebilirlik, varsayım tanımı ve stratejik değişken şeklinde belirlemişlerdir. İçinde veri olmayan modelleme problemlerinde öğretmen adayları sabit değişken, stratejik değişken ve önemsiz değişkenden ilerleyerek varsayım oluşturmuşlardır. Sabit değişkenden yola çıkarak varsayımın sınırlarını oluşturan K37 kodlu öğretmen adayı bu durumu şu cümlelerle açıklamıştır:

K37: “Varsayımlarda kritik değişkenler dışında başka değişkenler de etki ediyordu. Onları işte ya sayılarını sabit tutarak ya da yok sayarak problemin çözüm yolunu kısaltıcı ve matematiksel gözden bakarak çözüme ulaştım.”

K33 kodlu öğretmen adayı ise içinde veri olmayan ormanlık alan probleminde ağaç sayısını hesaplamaya çalışırken karbondioksit ve oksijeni sabit kabul etme durumunu şu cümlelerle açıklamıştır:

K33: “Kritik değişkenleri bulduktan sonra bazı şeyleri sabit almamız gerekiyordu. Mesela ağaç sorusunda oksijen ve karbondioksit oranlarında öyle aldım.”

Değişkenden faydalanarak bazı değişkenleri sabit alarak varsayımın sınırlarını oluşturan öğretmen adayları da olmuştur. Örneğin K38 kodlu öğretmen adayı cadde park probleminde trafiğin akışını sabit kabul ederek varsayım oluşturma sürecini şu cümlelerle açıklamıştır:

K38: “Aynı zamanda hangi değişkenleri sabit tutarsam daha kolay bir çözüme ulaşabilirim diye düşündüm. Açılar olsun, trafiğin akış yönü olsun bunların hangisi ile daha basit işlemler yapabilirim diye düşündüm. Varsayımı oluştururken sınırını bazı değişkenleri sabit tutarak yaptım.”

İçinde veri olmayan modelleme problemlerinde varsayımı stratejik değişken üzerine kurarak bu şekilde varsayımı oluşturan K20 ve K37 kodlu öğretmen adayları süreci şu cümlelerle açıklamıştır:

K20: “Varsayımı stratejik değişken üzerine kurarak oluşturduk.”

K37: “Varsayımlarda kritik değişkenler dışında başka değişkenler de etki ediyordu. Onları işte ya sayılarını sabit tutarak ya da yok sayarak problemin çözüm yolunu kısaltıcı ve matematiksel gözden bakarak çözüme ulaştım.”

Öğretmen adayları içinde veri olmayan modelleme problemlerinde stratejik değişken ve sabit değişken olarak kabul ettiğin değişkenlerin yanı sıra varsayımın sınırlarını ihmal edilen değişkenden yola çıkarak da oluşturmuşlardır. Bununla ilgili K7 kodlu öğretmen adayı zıplayan top sorusunun yer aldığı modelleme probleminde bazı değişkenleri ihmal ederek çözüm sürecini nasıl ilerlettiğine dair şu açıklamalarda bulunmuştur:

K7: “Kontrol edemediğimiz bazı değişkenler var. Mesela sürtünme kuvvetini top sorusunda ihmal ettik. Çevresel değişken çok fazla çünkü. Biz bunların hepsini düşünerek probleme çözüm üretemeyiz karmaşıklaşır. Varsayımda bulunmak işimizi kolaylaştırdı.”

İçinde veri olmayan modelleme problemlerinde öğretmen adaylarının varsayımın sınırını belirleyebilmek için varsayım tanımına başvurduğu da görülmüştür. Bununla ilgili K39 kodlu öğretmen adayının ifadeleri aşağıdaki şekilde gibidir:

K39: “Aslında varsayım bulmada önce tanıma baktım. Tanımdan sonra işte varsayım bu problemde de böyle olur diye düşündüm.”

Öğretmen adayları, problem çözme sürecinde varsayımın tanımına başvurma nedenlerini açıklarken, varsayımın çözüm yolunu yönlendiren, kabul edilen ve değişkenlerle ilişkili bir yapı olduğunu ifade etmişlerdir. Yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının varsayımı yalnızca bir tanım olarak değil problem çözüm stratejilerini şekillendiren temel bir unsur olarak gördükleri bulgusuna ulaşılmıştır. Örneğin K19 bu durumu şu şekilde ifade etmiştir:

K19: “Çözüm yolunu yönlendiren şey varsayımdır.”

Bazı öğretmen adayları ise varsayımı çözüm sürecinde geçici olarak doğru kabul edilen bir durum olarak tanımlamışlardır. K37 kodlu öğretmen adayı bu durumu “*Varsaydığımız şey aslında kabul edilen şeydir. Yani kanıtlanmış kabul ediyorum.*” şeklinde açıklarken K15 kodlu öğretmen adayı varsayımın tanımını değişkenlerle ilişkilendirerek şu cümlelerle açıklamıştır:

K15: “Varsayım aslında nasıl desem, değişken olarak kabul ettiğimiz şeylerdir. Değişken olmadan da varsayım olamaz. Dolayısıyla varsayımın tanımı iyi bilinmelidir.”

İçinde veri olmayan problemlerde varsayımın sınırlarını belirlerken varsayımın tamına bakmaya gerek duymayan öğretmen adayları da olmuştur. K38 ise varsayım tanımına bakmadan hesaplayamayacağı şeyleri varsayım almıştır ve durumu şu cümlelerle açıklamıştır:

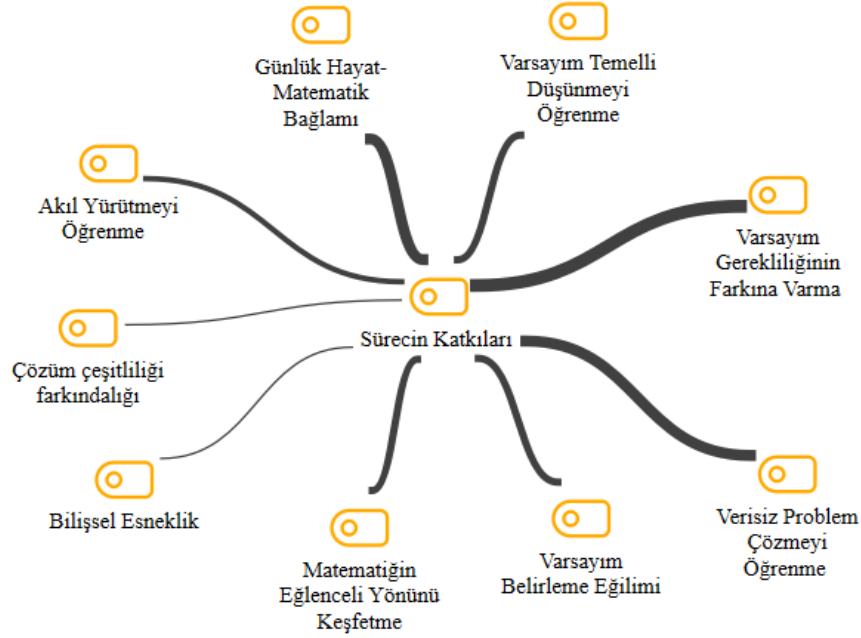
K38: “Hesaplayamayacağım birçok nokta olduğunda bu varsayımdır diyordum.”

İçinde veri olmayan problemlerde varsayımı belirlerken bazı öğretmen adayları da gerekli verinin ne olduğuna odaklanmıştır. Gerekli veriyi bulmaya çalışmışlardır. Çözüm sürecinde varsayımın sınırlarını belirleyebilmek için gerekli veriden yola çıkan öğretmen adayları süreci şu şekilde açıklamıştır:

K26: “En çok neye ihtiyacımız var ve ne gerekli buna baktım.”

K23: “Gerekli veriyi bulursam varsayım oluşturacağımı düşündüm ve gerekli veriyi aramaya başladım.”

İçinde veri olmayan modelleme problemlerinin değişken belirleme ve varsayım oluşturmada öğretmen adaylarına çeşitli katkıları olmuştur. Sürecin katkılarına ilişkin kodlar şekil 4.7’de verilmiştir.



Şekil 4.7. İçinde veri olmayan matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin katkıları.

Şekil 4.7'ye bakıldığında sürecin temel katkıları arasında varsayım gerekliliğinin farkına varma, çözüm çeşitliliği fırsatı sunma, varsayım temelli düşünme, akıl yürütmeyi öğrenme, bilişsel esneklik kazanma, günlük hayat ile matematiği bağdaştırma, verisiz problem çözmeyi öğrenme, matematiğin eğlenceli yönünü keşfetme ve varsayım belirleme eğiliminin gelişmesi yer almaktadır. Öğretmen adayları içinde veri olmayan matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma gerekliliğini vurgulamışlardır. Varsayım, problemin çözüm sürecinde belirsizlikleri azaltmak ve karmaşıklığı yönetmek için bir araç işlevi görmüştür. Bununla ilgili varsayım yapma zorunluluğu kodu oluşturulmuştur. Bu koda ilişkin öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki gibidir:

K14: "Eğer varsayımda bulunmazsak değişkenler çok fazla oluyor ve değişkenleri azaltamıyoruz."

K5: "Elimiz ayağımız dolanmasın diye bunu kabul edelim dedik. Problemin başlangıcında bir şeyleri kabul ettik. Bunu varsayıyoruz diyerek başladık."

Öğretmen adayları farklı varsayımlara dayalı olarak bir problemin birden fazla çözüm yolunu keşfetme fırsatı bulmuşlardır. Bu durum, analitik düşünme ve problem çözme

becerilerini geliştirmiştir. İçinde veri olmayan problemlerin süreçte çözüm çeşitliliği sağladığı ortaya konmuştur. Bununla durumu öğretmen adayları şu cümlelerle açıklamıştır:

K7: "Varsayım sonuca götürmede çok etkili. Arkadaşımın varsayımı ile benim varsayımım farklı oluyordu mesela. Sürgüleri kullanınca farklı varsayımlarda sonuçların değişebileceğini fark ettik."

K34: "Farklı çözüm yollarının olduğunu fark ettim. Veri olmayan problemlerde problem çözme becerim gelişti."

İçinde veri bulunmayan modelleme sürecinin katkılarında biri de varsayım temelli düşünmeyi öğrenmedir. Öğretmen adayları varsayım temelli düşünmeyi öğrenerek, problemlere daha sistematik yaklaşmışlardır. Bununla ilgili varsayım temelli düşünme kodu oluşturulmuştur. K33 cümlelerinde varsayımı hayatının hiçbir yerinde yapmadığını ifade ederek süreci şu cümlelerle açıklamıştır:

K33: "Öncelikle bu dersin ilk başlarında varsayım yapmam gerektiğini fark etmedim. Çünkü hayatımızın hiçbir yerinde böyle bir varsayım üretmemiştik. Başta problemleri varsayım belirleyerek ilk çözmek benim için oldukça zordu."

İçinde veri olmayan modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma katılımcıların problemleri eleştirel ve analitik bir şekilde ele almasını sağlamış ve bu onların akıl yürütme becerilerini geliştirmiştir. Bu sebeple sürecin katkılarında akıl yürütmeyi öğrenme kodu eklenmiştir. Bu kodla ilgili öğretmen adaylarının ifadeleri aşağıdaki gibidir:

K34: "Problemlere daha eleştirel yönden bakabileceğimi fark ettim. Bu sayede içinde veri olmayan modelleme problemlerinde akıl yürütme becerim gelişti."

K22: "Hiç sayısal veri olmayan müze problemi gibi sorular bizlerde üst düzey düşünme becerilerini geliştirdiği için beğendiğim bir soru tipiydi. Çünkü bende akıl yürütme becerisini geliştirdi."

İçinde veri olmayan problemlerdeki süreç öğretmen adaylarının bilişsel esnekliklerini artırmıştır. Problemler arasındaki değişkenlere uyum sağlamayı öğretmiştir. Bununla ilgili K31 kodlu öğretmen adayının ifadeleri aşağıdaki gibidir:

K31: "İçinde veri olmayan farklı problemlerde konut sayısı, ağaç sayısı gibi varsayımlarımızı ona göre yaptık. Daha sonra da bazı problemlerde varsayımları daraltıp olması gereken sonuca yaklaştırmaya çalıştık. Bilişsel olarak esneklik kazandım."

Öğretmen adayları içinde veri olmayan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinde günlük hayat ve matematik ilişkisine yönelik bakış açısı kazanmıştır. Matematiğin günlük hayatla bağlantısını kurma süreci öğretmen adaylarının kendilerini ve öğrencilerini ikna etmeye yönelik bakış açılarını değiştirmiştir. Öğretmen adayları günlük hayat ve matematiğe yönelik bakış açısının değişmesini aşağıdaki cümlelerle ifade etmiştir:

K23: "Eskiden şey olurdu. Biz bunları ne yapacağız, denirdi. Artık matematiğin günlük hayatta nerelerde karşına çıkacağına farklı açıdan bakıyorum. Aman bu ne işime yarayacak demiyorum."

K15: "Matematik ne işimize yarayacak kısmında biz kendimizi ikna ettik. Biz de öğrencileri ikna edebileceğiz."

Verisiz problemlerde çalışmak adayların yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmiş ve soyut düşünme yeteneklerini güçlendirmiştir. Öğretmen adayları veri olmayan problemlerde çalışmayı öğrenmişlerdir. Bununla ilgili veri olmayan problemlerde çözüm yapma sürecin katkılarından. Öğretmen adayları bu durumu şu cümlelerle açıklamıştır:

K35: "Sayısal veri olmadan da problem çözebileceğimi öğrendim."

K9: "Verisiz problemler zorlarsa da güzel geldi. Öğretmen öğretirken öğrenir. Modellemede verisiz olanlar düşünme açısını genişletiyor, bakış açısını artırıyor. Çözüm yolunu bulmak için yaratıcı düşünmeyi geliştirir."

Matematiksiz modelleme problemlerinde öğretmen adayları veri olmayan problemde matematiğin sanıldığı kadar sıkıcı bir ders olmadığını ve eğlenceli olduğunu ifade etmişlerdir. İçinde veri olmayan modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma öğretmen adaylarının matematiğin eğlenceli yönünü keşfetmesine katkı sağlamıştır. Bununla ilgili öğretmen adaylarının ifadeleri aşağıdaki gibidir:

K25: "Günlük hayatı daha fazla matematiğe çevirebildiğimi görmek güzel."

K10: "Verisiz problemler zorlarsa da güzeldi. Eğlenceliydi."

Öğretmen adayları içinde veri olmayan problemlerde varsayım belirleme eğilimine geçmişlerdir. Varsayım oluşturma problemlerin çözümünü kolaylaştırdığını ve genel çözümlere ulaşmayı sağladığını fark etmişlerdir. Bu durumu K26 kodlu öğretmen adayı "Hiç sayısal veri vermese bile kendimiz varsayım oluşturarak genel bir sonuca ulaşabileceğimizin

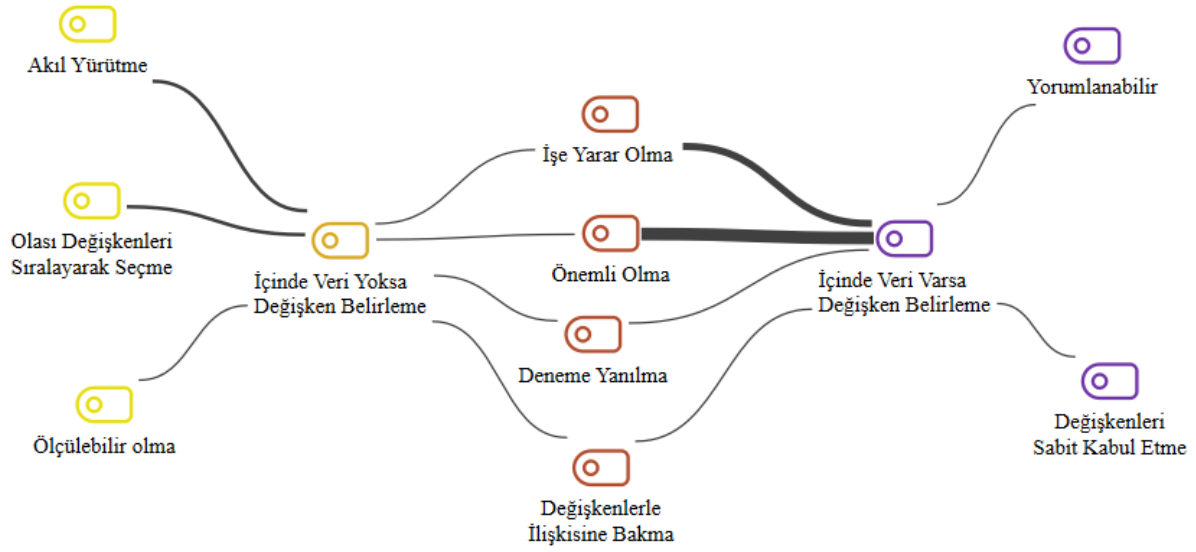
farkına vardık. Zamanla içinde veri olmayan modelleme problemlerinde varsayım belirleme eğilimim oluştu.” şeklinde ifade etmiştir. İçinde veri olmayan problem süreçlerinde varsayım belirleme eğiliminin nedenini ise K11 “Problemin çözümünü oluşturacak şekilde varsayım oluşturuyorduk. Varsayımlar bizi rahatlatıyordu. Yolun genişliği, ormanlık alanın büyüklüğü gibi unsurlar üzerinden çalışıyorduk.” ifadeleriyle açıklamıştır. Süreç içinde varsayım belirleme eğilimine nasıl geçtiklerine ilişkin şaşkınlığını K7 şu cümlelerle ifade etmiştir:

K7: “Hoca bize soruyu sordu, biz sadece şöyle baktık. Çünkü sayısal hiçbir veri yoktu. Tıkanıp kalmıştım ilk başlarda. İlk etapta varsayımlar yaparak problemi çözmeye odaklandım. Varsayım oluşturma eğilimine geçmek zorundaydım. Başka çarem yoktu. Çünkü süreç başka şekilde kolaylaşmıyordu.”

İçinde veri olmayan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreci öğretmen adaylarına çeşitli katkılar sağlamıştır. Bunlar arasında varsayım gerekliliğinin farkına varma, çözüm çeşitliliğini artırma, varsayım temelli düşünme becerisini geliştirme ve akıl yürütmeyi öğrenme gibi bilişsel katkılar bulunmaktadır. Ayrıca bilişsel esnekliği artırarak farklı çözüm yolları geliştirme becerisini desteklediği günlük hayat ile matematik arasında bağ kurulmasına yardımcı olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra verisiz problem çözmeyi öğrenme, matematiğin eğlenceli yönünü keşfetme ve varsayım belirleme eğilimini geliştirme gibi olumlu katkıları da bulunmaktadır.

4.1.3. İçinde veri olan ve içinde veri olmayan modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreci

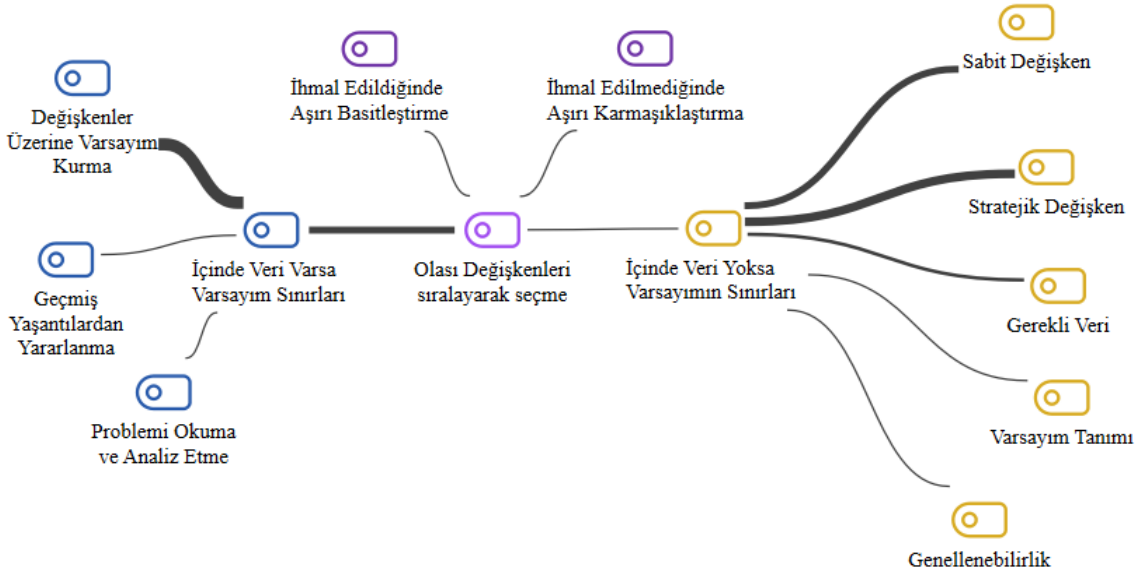
İçinde veri olan ve içinde veri olmayan problemlerde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecine ilişkin veriler toplanarak ortak kod haritaları oluşturulmuştur. Problem türüne ilişkin değişken belirleme sürecine dair ortak kod haritasına şekil 4.8’de yer verilmiştir.



Şekil 4.8. Problemin içinde veri durumuna göre değişken belirleme şekillerinin vaka modeli.

Şekil 4.8’de sunulan kod haritasında bir matematiksel modelleme probleminde içinde veri yoksa değişken belirleme 7 kod altında toplanmıştır. İçinde veri varsa değişken belirleme 6 kod altında toplanmıştır. Bu kodlardan 4 tanesi her iki modelleme problemi türünde de değişken belirlemede kullanılmıştır. Ortak kodlar kahverengi renk ile gösterilmiştir. İçinde veri olmayan modelleme probleminde değişken belirleme ise sarı renk kod ile toplanmıştır. İçinde veri olan modelleme probleminde değişken belirleme kodları ise mor renk ile gösterilmiştir. Öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirlerken içinde veri olsa da olmasa da değişkeni işe yarar olma, deneme yanılma, diğer değişkenlerle ilişkisine bakma ve önemli olma durumlarına bakarak belirlemişlerdir. İçinde veri yoksa değişkeni belirlerken ölçülebilir olup olmama durumuna bakmışlardır. Olası değişkenleri sıralayarak ve akıl yürüterek seçmişlerdir. İçinde veri varsa değişkenleri yorumlanabilir olma durumuna göre seçmişlerdir. Değişkenlerden bazılarını ise sabit kabul etmişlerdir.

Problem türüne ilişkin varsayım oluşturma sürecinde öğretmen adayları varsayımların sınırlarını çeşitli şekillerde çizmişlerdir. Buna yönelik oluşturulan ortak kod haritası şekil 4.9’da sunulmuştur.



Şekil 4.9. Problemin veri durumuna göre varsayımın sınırını çizme şekillerinin vaka modeli.

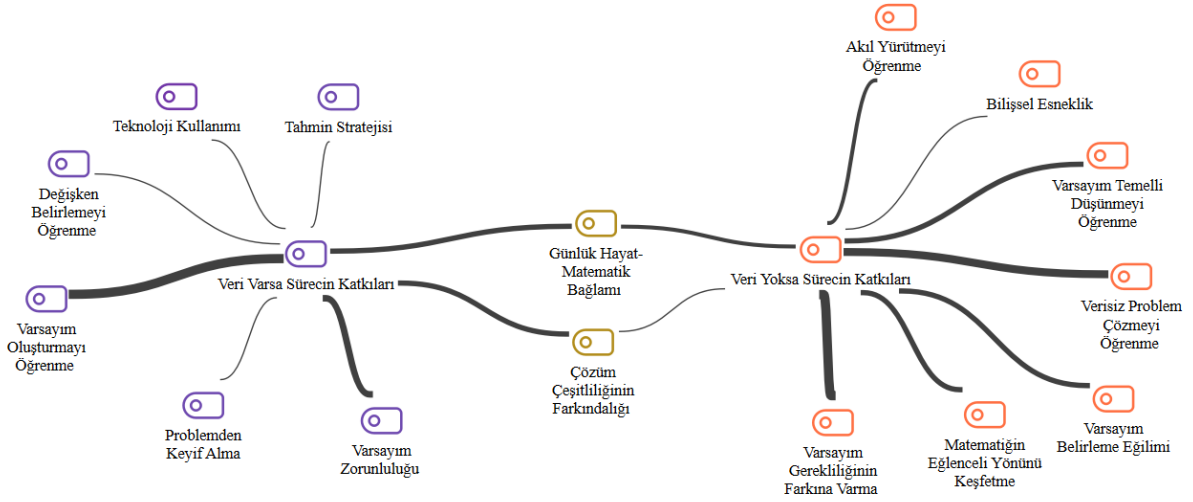
Şekil 4.9'a göre öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinde varsayımın sınırlarını çeşitli şekillerde çizmişlerdir. İçinde veri varsa varsayımın sınırları 4 farklı şekilde çizilmiştir. Buna yönelik 4 kod oluşturulmuştur. Oluşturulan kodlar mavi renk ile gösterilmiştir. İçinde veri yoksa varsayımın sınırları 6 şekilde çizilmiştir. Bu kodlar sarı renk ile gösterilmiştir. Öğretmen adayları içinde veri olsa da olmasa da önemsiz değişkenleri ihmal ederek varsayımın sınırlarını belirlemişlerdir. Problem değişkeni ihmal etme kodu her iki problem türünde de ortak olmuştur. Önemsiz değişkeni ihmal etme durumunda modelin aşırı basitleştiği ve önemsiz değişkenleri ihmal etmeme durumunda ise aşırı karmaşıklaştırma eğiliminde olduğu bulunmuştur. Aşırı karmaşıklaştırma ve aşırı basitleştirmeye ilişkin öğretmen adayları şu ifadelerde bulunmuştur:

K7: "Çevresel değişken çok fazla. Eğer önemsiz değişkenleri ihmal etmezsem süreç inanılmaz karmaşıklaştı ve işin içinden çıkamadım."

K17: "Varsayım oluştururken bazen çok fazla değişkeni ihmal ettiğimi fark ettim. Bu durum çözüm sürecimi aşırı basitleştirdi."

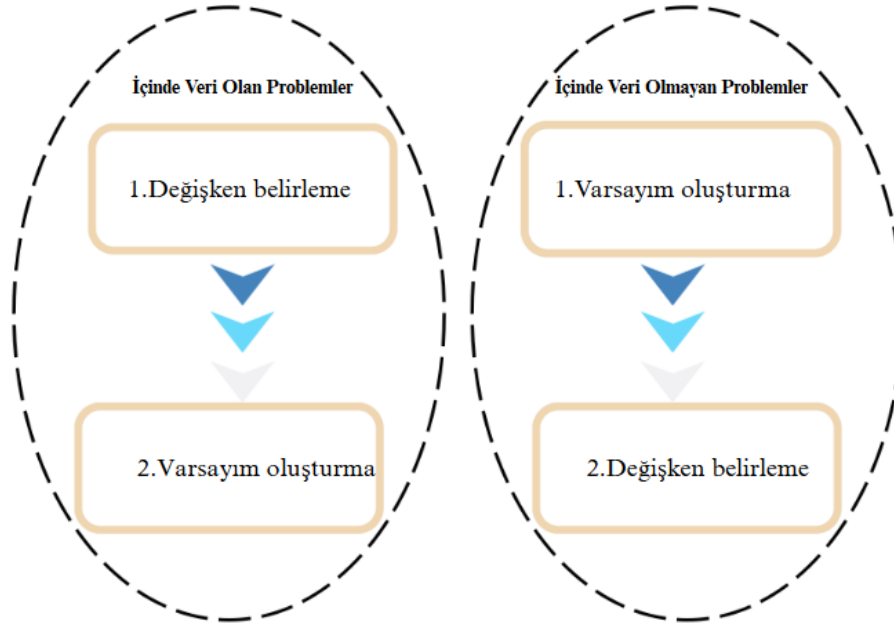
Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerine ilişkin katkıları yansıtan ortak kod haritası Şekil 4.10'da

sunulmuştur.



Şekil 4.10. Problemin veri durumuna göre sürecin katkılarının ortak kod haritası.

Şekil 4.10'a bakıldığında veri varsa sürecin katkıları mor renklerle, veri yoksa sürecin katkıları turuncu renklerle gösterilmiştir. Çizgilerin kalınlığı süreçteki kodların sayısının sıklığını ifade etmektedir. Veri varsa sürecin katkısı en çok varsayım oluşturmayı öğrenme iken veri yoksa en fazla varsayım gerekliliğinin farkına varma olmuştur. Her iki problem türünün de değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin günlük hayat ile matematik bağlamı kurma noktasında katkıları olmuştur. Ayrıca öğretmen adayları her iki problem türünde de çözüm çeşitliliğinin farkındalığına ulaşmıştır. Öğretmen adayları değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinde içinde veri olan ve içinde veri olmayan modelleme problemlerinde farklı yol izlemiştir. Bu süreci açıklamak için şekil 4.11 oluşturulmuştur.



Şekil 4.11. Problemdaki veri durumuna göre takip edilen sıra.

Şekil 4.11'e bakıldığında içinde veri olan modelleme problemlerinde öğretmen adayları önce değişkeni belirleyip ardından varsayım oluşturmuşlardır. İçinde veri olmayan modelleme problemlerinde ise varsayım oluşturduktan sonra değişken belirlemeye çalışmışlardır. Öğretmen adayları bu durumları çeşitli modelleme problemlerinde açıklamışlardır. Ormanlık alanda en fazla ev yapılması için modelleme probleminde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecini K15 şu cümlelerle açıklamıştır:

K15: "Önce varsayım yaptım. Ev sorusunda şunları varsaysam nasıl olur? dedim. Onlara değer verdim. Değişmesi gereken şu dedim. Bu değiştikçe bizim problemimiz şekillenecek dedim ve değişkeni ondan sonra belirledim. Orada değişkeni hangisi seçebilirim diye varsayımların üstünden düşündüm. Sonrasında değişkenleri belirleme işine geçtim."

K23 kodlu öğrenci ise araç sayısının park edildiği modelleme probleminde sürece değişkenleri belirleyerek başlamıştır. Ardından varsayımları oluşturmuştur. Geometrik bağlamlar kurarak modeli oluşturarak bu modeli GeoGebra ortamına aktarmıştır. GeoGebra'daki sürgüleri kullanarak farklı durumları test etmiş ve çeşitli senaryolar üzerine düşünmüştür. K23 kodlu öğretmen adayının sürece ilişkin ifadeleri şu şekildedir:

K23: "Önce değişkenleri belirlerdim. Sonra varsayımda bulundum. Mesela açığı bulacağız. Açıya göre kenarlara değişken dedik. Sonra modeli oluşturacağız. Modeli oluştururken varsayımda bulduk. Daha sonra modeli GeoGebra ortamına yaparken sürgüleri kullandık."

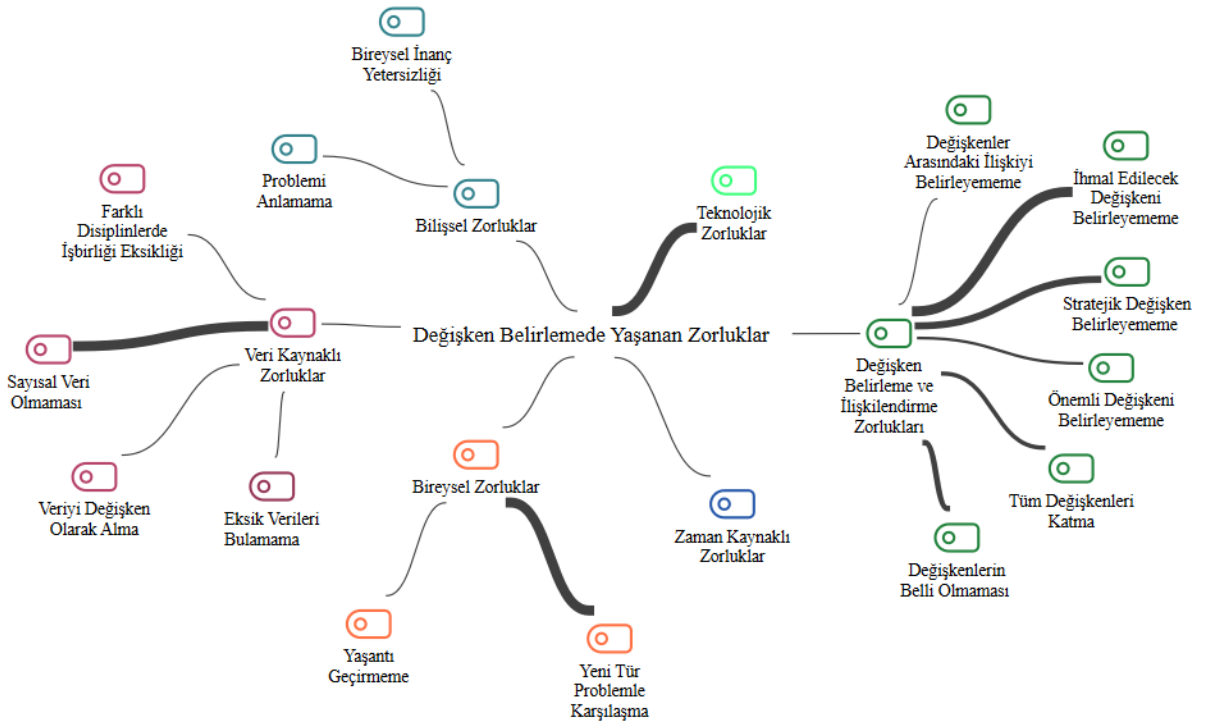
Sürgüler sayesinde değişik varsayımlarda bulunduk. Araba olsaydı 4 traktör olsaydı kaç diye düşündüm.”

4.2. Değişken Belirleme ve Varsayım Oluşturma Sürecinde Yaşanan Zorluklar

Değişken belirleme ve varsayım oluşturmada öğretmen adayları çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Yaşanılan zorluklar detaylı bir şekilde analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda değişken belirlemede yaşanan zorluklar ve varsayım oluşturmada yaşanan zorluklar olarak iki alt başlık altında bulgular sunulmuştur. Bulgular sunulurken kodlar verilmiştir ve her koda ilişkin açıklaması yazılarak kod haritaları oluşturulmuştur. Oluşan kodları destekleyici olarak öğretmen adaylarının cümlelerine yer verilmiştir.

4.2.1. Değişken belirleme sürecinde yaşanan zorluklar

Öğretmen adayları değişken belirleme süreçlerinde çeşitli zorluklarla karşılaşmışlardır. Değişken belirleme ve ilişkilendirme zorlukları, veri kaynaklı zorluklar, bireysel zorluklar,



Şekil 4.12. Değişken belirlemede yaşanan zorluklar kod haritası.

bilişsel zorluklar, teknolojik zorluklar ve zamansal zorluklar olmak üzere 6 kategori altında toplanmıştır. Her kategoriye ilişkin kodlar oluşturulduktan sonra kod haritası oluşturulmuştur. Kod haritasında çizgilerin kalınlığı oluşan kodun sıklığını göstermektedir. Kod haritasına şekil 4.12’de yer verilmiştir.

Şekil 4.12'ye bakıldığında en çok kod değişken belirleme ve ilişkilendirme kategorisi altında oluşmuştur. Değişken belirleme ve ilişkilendirme zorlukları değişkenlerin belli olmaması, stratejik değişkeni belirleyememe, önemli değişkeni belirleyememe, tüm değişkenleri katma, ihmal edilecek değişkeni belirleyememe, değişkenler arası ilişkiyi belirleyememe kaynaklı olarak 6 kod oluşmuştur. En çok yaşanan zorluk ihmal edilecek değişkeni belirleyememe kaynaklı olurken en az yaşanan zorluk değişkenler arası ilişkiyi belirleyememe kaynaklı olarak ortaya çıkmıştır. Değişken belirlemede en sık yaşanan zorluklardan biri de teknolojik zorluklar olmuştur. Öğretmen adayları veri kaynaklı zorluklarda çeşitli zorluklarla karşılaşmıştır. En çok yaşanan zorluk ise Şekil 4.12'ye bakıldığında içinde veri olmayan problemlerde yaşanan zorluk olmuştur. Öğretmen adayları bireysel ve bilişsel olarak da zorluklar yaşamışlardır.

Değişken belirlemede yaşanan zorluklardan ilki değişken belirleme ve ilişkilendirme zorluklarıdır. Öğretmen adayları değişkenler içinden hangisinin ihmal edileceğini belirlemede zorluk yaşadığı görülmüştür. Bununla ilgili öğretmen adaylarının cümleleri aşağıdaki gibidir:

K40: “Benim zorlandığım şey ihmal edilen durumları göz önünde bulundurmak. Ve onları ihmal etmek. Benim aklım onda çok takılıyordu.”

K8: “Çok fazla değişken olduğu ve bunların hangisi ne kadar etkileyebilir ya da hangi birini görmezden gelebilirim bunda zorlandım.”

Belirli bir durum veya olay için hangi değişkenlerin önemli olduğunu belirleme sürecinde öğretmen adayları zorlandıklarını ifade etmiştir. Özellikle farklı bağlamlarda değişken seçimi ve bunların önem sıralaması konusunda yaşanan güçlükler öne çıkmaktadır. Bu durum, hem tarihsel ve coğrafi olayların anlaşılması hem de matematiksel modellerin oluşturulması sürecinde kendini göstermektedir. Öğretmen adayları dünyanın yarıçapını hesaplama ve araç park etme problemlerinde önemli değişkeni belirleme sürecini aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır:

K7: “21 Haziran tarihinin özellikle Syene ve İskenderiye şehirleri için neden önemli bir değişken olduğunu belirlemek zorlandığım bir aşamaydı.”

K33: “Zorlandığım nokta takip mesafesini korurken hangi değişkenlerin önemli olduğunu belirlemek oldu.”

Çalışmada katılımcılar, belirli bir problem durumunda hangi değişkenlerin kritik veya stratejik olduğu konusunda bireysel farklılıklar yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Aynı problem için farklı bireyler, farklı değişkenleri öncelikli veya belirleyici olarak değerlendirmiştir. Örneğin araç park etme problemi ele alındığında K3 stratejik değişken olarak trafik yoğunluğunu belirlerken K4 ise farklı bir bakış açısıyla stratejik değişkenin açıcı olduğunu ifade etmiştir. Bununla ilgili K4 kodlu öğretmen adayının ifadeleri şu şekildedir:

K4: "Değişken olarak mesela başkası için kritik gelen bir değişken bana kritik gelmedi. Örneğin araç park etme sorusunda arkadaşım stratejik değişkenin trafik yoğunluğu olduğundan bahsetti. Ama benim için orada stratejik değişken açıydı."

Araştırmacının "Açı soruyu çözdürttü mü?" sorusuna K4'ün verdiği "Hayır. İşte çözdürtmedi. Yani ben stratejik değişkeni belirlemede zorlandım." yanıtı yalnızca değişkenlerin seçimi konusunda değil, bunların problem çözümüne nasıl katkı sağladığını değerlendirme sürecinde de zorluk yaşandığını ortaya çıkarmıştır. K8 ise stratejik değişken belirlemede yaşadığı zorluğu aşağıdaki cümleler ile ifade etmiştir.

K8: "Değişkenlerin çözümde nasıl ele alınacağı ve hangilerinin stratejik değişken olduğunu belirlemede zorlandım. Stratejik değişkenleri bazen birden fazla kategoride topladım."

Matematiksel modelleme problemlerinde modele dahil edilen değişkenlerin sayısı çözüm sürecini etkilemektedir. Bununla ilgili K2 "Eleştireceğim nokta çok fazla değişken olduğu için değişkenlerin hepsini işin içine kattım. Dolayısıyla çözüm karmaşıklaştı." ifadesiyle fazla değişken kullanımının çözümü zorlaştığını belirtmiştir. Benzer şekilde K34 kodlu öğretmen adayı "Belirlediğimiz değişkenlerden bir kısmı problemin çözümünü zor ve karmaşık hale getiriyordu. Ama maalesef hepsini çözüme kattım yanlışlıkla. Sonra çözüme ulaşamadım." diyerek fazla değişken kullanımının çözümü zorlaştırdığını belirtmiştir.

Matematiksel modelleme sürecinde değişkenlerin belli olmaması da öğretmen adaylarını zorlamıştır. Bununla ilgili öğretmen adaylarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

K15: "Hiç değişken verilmeyen problemde ben o kadar ilerleyemedim O değişkenleri kendim üretmedim. İnanılmaz zorlandım."

K13: "Zorlandığım epey çok nokta vardı çünkü değişkenlerin hepsini bizim belirlememiz gerekiyordu. Bazı problemlerde bana hiç değişken sunmadığı için çok zorlandım."

Matematiksel modelleme sürecinde değişkenler arası ilişkinin belirlenmesi, problemin çözümünü doğrudan etkileyen bir unsur olmuştur. K9 kodlu öğretmen adayı “*Aslında elimizde açık olarak verilen değişkenler olmadığından kolay gibi görünen bir problemin derinliğine girdikçe değişken sayısının artmasıyla birlikte birçok niceliği birbirine bağlamak beni zorladı.*” ifadesiyle başlangıçta basit görünen bir problemin, değişkenlerin belirlenmesi ve aralarındaki ilişkiler arası ilişkiyi belirlemede zorlandığını ifade etmiştir.

Değişken belirlemede yaşanan bir diğer zorluk ise veri kaynaklı zorluklardır. Öğretmen adaylarının veri kaynaklı yaşadığı zorluklarda 4 alt kod oluşturulmuştur. Bunlar eksik verileri bulamama, sayısal veri olmaması, farklı disiplinlerle iş birliği eksikliği ve veriyi değişken olarak alma şeklindedir. İlk olarak değişken belirlemede eksik verileri bulamama kaynaklı zorluk yaşamışlardır. Bununla ilgili öğretmen adaylarının cümleleri aşağıdaki gibidir.

K18: “Etkinlikte kullanacağımız veriler eksik olduğundan değişken bulmak biraz zorlayıcıydı.”

K23: “Bana göre soruda bir değişken yoktu daha doğrusu soruda hiçbir veri yoktu ve bu durum benim problemi anlamamı çok zorlaştırdı.”

Eksik veriyi tespit edememe bir zorluk olduğu belirtilirken bazı öğretmen adayları da verilen veriyi doğrudan değişken olarak almıştır. K7 kodlu öğretmen adayı “*Veri veriyse zaten değişken oydu.*” ifadesiyle verilen bilgileri doğrudan değişken olarak kabul ettiğini belirtmiştir. K5 ise “*Problemde veriler belli. Bunlardan bazıları değişken olacak. Bunlardan hangisinin olduğunu yorumlayarak yaptık.*” şeklindeki ifadesi ile verilen verilerin doğrudan değişken olarak ele alınarak yorumlandığını belirtmiştir. Ayrıca öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme süreçlerinde veri kaynaklı zorluk olarak farklı disiplinlerle iş birliği ihtiyacı hissetmiştir. Özellikle fizik gibi alanlarla ilişkili problemlerde ilgili formüllerin bilinmemesi sürecin anlaşılmasını zorlaştırmaktadır. Bununla ilgili öğretmen adaylarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

K17: “Fizikle ilgili gibi olduğu için ya da bağlamı açısından bana çok anlaşılır gelmedi. Yanımda bir fizikçi olsaydı o bana verileri nasıl kullanacağımı anlatsaydı zorlanmazdım.”

K13: “Fizik formülünü bilmeden problemin çözümü aklıma yatmadı diyebilirim. O formüle ihtiyaç duymamız problemin küçük de olsa bizleri zorladı.”

Değişken belirleme konusunda veri kaynaklı zorluk olarak çıkan zorluklardan biri de sayısal verilerin olmamasıdır. Öğretmen adayları fiziksel formüllerin bilinmemesi, gerçek hayat

bağlamının anlaşılabilmesi ve değişkenlerin açıkça verilmemesi nedeniyle zorlanmışlardır. Sayısal verilerin olmaması, değişkenleri belirlemede ve matematiksel model kurmada zorluk yaşanmasına neden olmuştur. Öğretmen adaylarının görüşleri aşağıdaki gibidir:

K38: “Sayısal hiçbir veri olmadığından ilk olarak ne yapacağımız noktasında tıkağımız.”

K35: “Problemi çözerken varsayımlarımızı biraz daha gerçek hayat üzerine yapmaya çalıştık fakat etkinlikte sayısal veriye dayalı bir örnek verilmemesi sonucunda matematiksel modeli nasıl kuracağımızı bilemedim.”

Öğretmen adayları daha önce bu tür problemlerle karşılaşmamış olmaları nedeniyle değişken belirleme konusunda zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir. Özellikle sayısal veri içermeyen ve gerçek hayat durumlarını yansıtan problemlerde değişkenleri belirlemede zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Özellikle içinde veri olmayan problemlere alışık olmadıkları için zorlandıklarını ve ilk defa bu tür problemlerle karşılaştıklarını vurgulamışlardır. Öğretmen adayları bu durumu şu cümlelerle ifade etmiştir:

K23: “Ben araba kullanmayı bilmiyorum. Ehliyetim de yok. O açıdan park yapılırken değişkenleri nasıl belirleyeceğim noktasında fikir yürütemedim. Çünkü park etmeyi bilmiyordum. Açının ne kadar önemli olduğunu hangisinin ne kadar zor olduğunu bilmiyorum o açıdan da zorluk yaşadım.”

K4: “Yaşadığım en büyük zorluk daha öncesinde böyle problemlerle karşılaşmamış olmamdı. Çünkü geçmişte yaşadığımız problemlerde x atıyordu ona göre değer buluyorduk mesela. Ama bu problemlerde x belirleyeceğimiz şey neye göre olduğunu bile karar veremedik bu yüzden zorluk yaşadık.”

K23: “Çünkü genelde hep soru bize verilirdi. Biz sadece işlemi yapardık. Türev uygulardık, limiti alırdık, trigonometrik fonksiyon yapardık. Hep ama elimizde veri vardı yani. Hoca bize soruyu sordu, biz sadece şöyle baktık kaldık.”

Değişken belirleme sürecinde yaşanan zorluklardan bir diğeri ise bilişsel zorluklardır. Bu zorluklar öğretmen adaylarının genel olarak problemleri anlamlandırmakta zorlanmalarından kaynaklanmaktadır. Bununla ilgili durumu K21 kodlu öğretmen adayı şu cümlelerle açıklamıştır:

K21: “Değişken belirleme sürecinde zorluk genel olarak tüm problemlerde yaşadık diyebilirim. Çünkü genel olarak ilk etapta anlamlandıramadım.”

Ayrıca öğretmenin yönlendirmesi olmadan kendilerinin problem yazıp çözmelerinin zor olduğu belirtilmiştir. Bununla birlikte iki kişinin birlikte çalışmasının fikirleri anlamak açısından daha faydalı olduğu vurgulanmıştır. K25 kodlu öğretmen adayı bununla ilgili görüşünü şu şekilde belirtmiştir:

K25: “O değişkenleri kendim üretemezdim. Kendim üretirken çok zorluk yaşadım. Arkadaşımla çalıştığım zamanlarda daha iyi değişkenleri belirleyebildim.”

Öğretmen adayları değişken belirlemenin önemli olduğuna vurgu yaparken aynı zamanda zaman alıcı olduğunu da ifade etmiştir. Bununla ilgili K13 kodlu öğretmen adayının görüşleri aşağıdaki gibidir.

K13: “Aslında problemin çözümü ile ilgili en temel yer değişken belirleme kısmıydı. Çok düşündürücüydü diyebilirim. Vakit aldı bu sebeple.”

Öğretmen adayları denklemleri sürgüye bağlayarak gösterme, verileri Excel’e aktarma, GeoGebra’da eşitlikleri kurma ve değişkenleri sürgüye bağlama konularında zorlanmışlardır. Ayrıca doğru kaynaklara erişme, formülleri GeoGebra’da işleme dökerek gösterme, grafiğin hareketini sağlama ve teknolojik çözümleri anlama noktalarında da zorluklar yaşamışlardır. Yaşadıkları zorluklara ilişkin öğretmen adaylarının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

K36: “Zorlandım çünkü daha öncesinde gerçek hayat problemlerini hep kâğıt kalemle çözmeye çalışıyordum en fazla hesap makinesi kullanmıştım.”

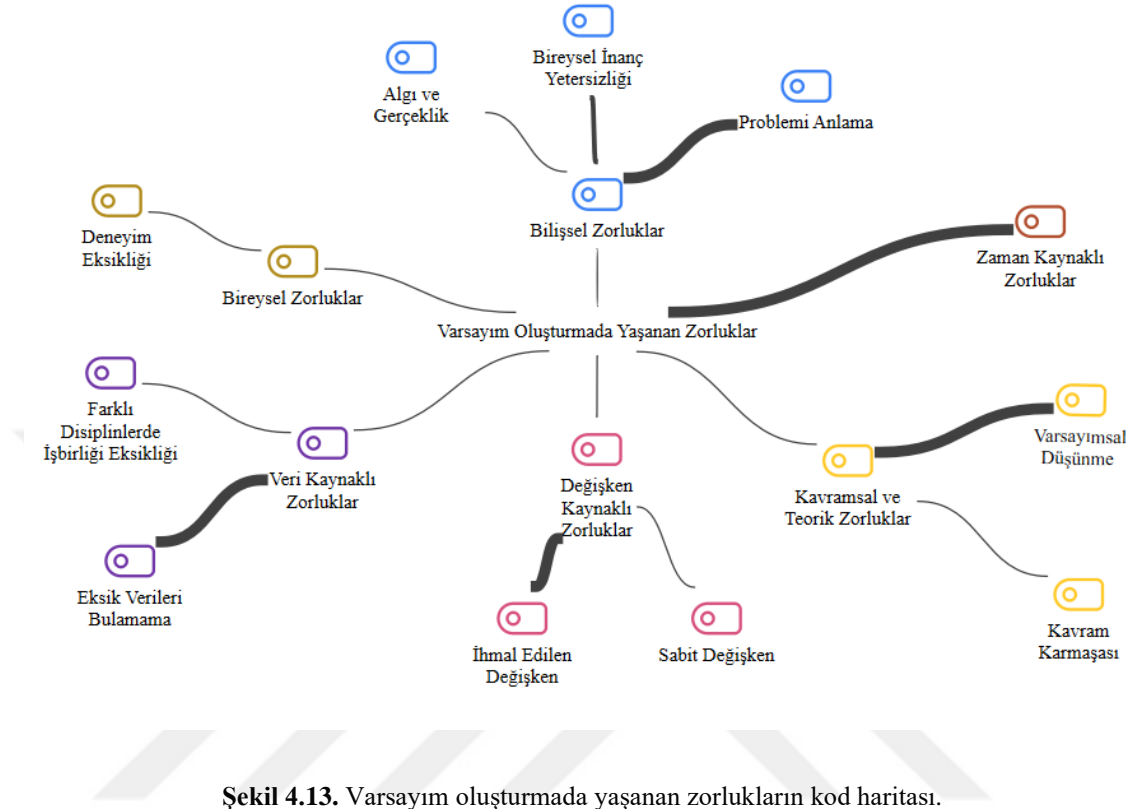
K7: “Mesela ormanlık alan probleminde bir ağacın günlük ne kadar enerji ürettiğini bulmak konusunda doğru kaynaklara erişip erişemediğim noktasında zorlandım.”

K3: “GeoGebra’da sürgüler değiştikçe grafiğin hareket etmesini sağlamada zorlandım.”

4.2.2. Varsayım oluşturma sürecinde yaşanan zorluklar

Varsayım oluşturmada yaşanan zorluklar 6 kategori altında toplanmıştır. Bunlar; veri kaynaklı zorluklar, zaman kaynaklı zorluklar, bireysel zorluklar, kavramsal ve teorik zorluklar,

bilişsel zorluklar ve değişken kaynaklı zorluklardır. Varsayım oluşturma sürecinde yaşanan zorluklar ile ilgili genel bir kod haritası şekil 4.13'te sunulmuştur.



Şekil 4.13. Varsayım oluşturmada yaşanan zorlukların kod haritası.

Şekil 4.13'te görüldüğü üzere öğretmen adayları varsayım oluşturma sürecinde veri kaynaklı çeşitli zorluklarla karşılaşmışlardır. Bu zorluklar özellikle problemlerde yeterli sayısal veri bulunmaması ve farklı disiplinlerle iş birliği ihtiyacından kaynaklanmaktadır. Öğretmen adayları, eksik verileri tamamlamada ve farklı alanlarda destek almada zorluk yaşamışlardır. Problemlerde yeterli sayısal verinin bulunmaması çözüm sürecini zorlaştırmıştır ve öğrenciler eksik bilgileri tamamlamak için kendi varsayımlarını oluşturmak zorunda kalmıştır. Bununla ilgili K3 kodlu öğretmen adayının cümleleri aşağıdaki gibidir.

K3: “Daha önce çözdüğümüz problemlerde rutin olmasa bile tüm tabloyu oluşturunca çıkıyordu. Ama bunda öyle olmadı. Bazı sorularda bilgi bile yok. Dolayısıyla bu beni zorladı. Kendi varsayımı oluşturmak zorunda kaldım. Başka türlü çözüme gidemiyordum.”

Öğretmen adayları farklı disiplinlerle iş birliği yapmanın ihtiyacını fark etmelerine rağmen bu konuda yetersiz olduğunu ifade etmişlerdir. Matematiksel modelleme problemlerinde fizik ve diğer alanlarda destek alma ihtiyacı yaşamalarına rağmen bu süreçte

belirsizlikler yaşamışlardır. Bu durumu K38 kodlu öğretmen adayı aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır.

K38: “Zıplayan top probleminde fizikten ve diğer disiplinlerden çok fazla yardım alınıyor. O yüzden bu alanlarda beni aşan bir şey varsa bunu standarda bağlayım. Ya da kabul edeyim, varsayayım dedim. Çünkü zorladı.”

Probleme verilerin olmaması varsayım oluşturma sürecine kıyasla matematiksel modelleme problemlerinde zaman kaynaklı zorluklara sebep olmuştur. Bu durumu K12 kodlu öğretmen adayı “*Probleme herhangi bir veri olmadığı için varsayımlarda bulunurken normal problemlerden farklı olarak bayağı düşündüm.*” ifade ederken K13 kodlu öğretmen adayı da varsayımların uzun sürede çözüme ulaşmasına dair “*Matematiksel modelleme problemlerinde varsayımları yapmak epey zamanımı aldı.*” şeklinde ifade etmiştir.

Varsayım oluşturma sürecinde yaşanan bir diğer zorluk ise bireysel zorluk olmuştur. Bu durumun temel nedenleri, daha önce benzer problemlerle karşılaşmamış olmaları ve varsayım oluşturma konusunda yeterli deneyime sahip olmamalarıdır. Sürecin başında varsayım belirlemek onlar için oldukça zorlayıcı olmuştur. Ancak, sınıf içindeki iş birliği ve öğretmenin rehberliği sayesinde bu zorlukları aşabilmişlerdir. Özellikle gerçek hayatta doğrudan gözlemleyemedikleri problemlerde varsayım geliştirmek, onlar için daha karmaşık ve zorlayıcı bir süreç olmuştur. Bu durumu öğretmen adayları şu cümlelerle açıklamıştır.

K13: “Bu varsayımları düşünmek gerçek hayatta bu etkinliği birebir gözlemlemediğimiz için zordu.”

K3: “Daha önce böyle bir yaşantı geçirmediğimiz için problemlerde varsayım oluşturmak oldukça zorladı.”

Öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluştururken çeşitli bilişsel zorluklarla karşılaşmışlardır. Bu zorluklar 3 kod altında toplanmıştır. Bu kodlar; algı ve gerçeklik uyumsuzluğu, problemi anlama ve bireysel inanç yetersizliği şeklindedir. Bireylerin günlük yaşamdaki deneyimlerinden kaynaklanan algıları ile matematiksel gerçeklik arasındaki uyumsuzluk varsayım oluşturma sürecini zorlaştırmıştır. Örneğin K11 kodlu öğretmen adayı paralel park etme problemi üzerine çalışırken kendi sürüş deneyimlerinin problem çözümüne sınırlılık getirebileceğini şu şekilde ifade etmiştir:

K11: “Mesela park probleminde paralel park ediyoruz ya, çapraz girdiğimizde daha çok gireceğini düşünüyordum. Arabayı sürmeyi bildiğim için bende böyle bir izlenim bırakmıştı. Ama böyle olmadığını gördüm. Deneyimlerimiz problemlere sınırlılık da getirebilir. Deneyime hâkim olamayan biri varsayım üretmede zorluk yaşayabilir.”

Öğretmen adayları matematiksel modelleme problemlerini tam olarak anlayamadıklarında varsayım oluşturma sürecinde zorlanmışlardır. Problemi anlamada yaşanan zorluklar sürecin uzamasına ve belirsizliklerin artışına sebep olmuştur. Bu durumu öğretmen adayları şu şekilde ifade etmiştir.

K23: “İlk başta hiçbir varsayımda bulunamadım çünkü problemi anlayamadım.”

K10: “Zorlandım çünkü problemi anlamakta zorlandım, bu yüzden varsayımlar bulmakta zorluk çektim.”

Matematiksel modelleme problemlerinde bilişsel olarak ortaya çıkan bir diğer zorluk ise bireysel inanç yetersizliği olmuştur. Öğretmen adayları problemleri kendi yetkinlikleri doğrultusunda yapabileceklerinde şüphe duymuştur. Problemin çözüm sürecinde duyulan şüphe süreci olumsuz yönde etkilemiştir.

K8: “Başlarda yine varsayımın ne olduğunu belirleyemedik. Kendi başıma çok zor varsayım oluşturuyorum. Önüme bir modelleme problemi koysalar varsayımı kendi başıma belirleyebilir miyim bilmemekle birlikte belirlediğim varsayımı kendim sonuca götüremem diye düşünüyorum.”

Matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma sürecinde öğretmen adayları değişkenlerin yönetimiyle ilgili çeşitli zorluklarla karşılaşmışlardır. Bu zorluklar ihmal edilecek değişken ve sabit değişken kaynaklı olmuştur. Matematiksel modelleme sürecinde hangi değişkenlerin göz ardı edilmesi gerektiği konusunda belirsizlikler yaşanmıştır. Gerçek hayattaki çok sayıda değişkenin göz ardı edilmesi gerektiğinde öğretmen adayları hangi değişkenleri ihmal edecekleri noktasında zorluk yaşamışlardır. Bununla ilgili öğretmen adaylarının ifadeleri aşağıdaki gibidir:

K17: “Problemden birçok varsayım ve ihmal edilen durum olması kafamı karıştıran noktalardan biriydi.”

K37: “Evet zorlandım çünkü problemi çözmek için gerçek hayattaki çoğu değişkeni göz ardı ederek bir sonuç bulmaya çalıştık.”

Varsayımların oluşturulmasında hangi değişkenlerin sabit kabul edilmesi gerektiğine karar vermek de öğretmen adayları için zorlayıcı olmuştur. Değişkenlerin bazen sorunun içinde verilmiş olmasına rağmen hangi parametrelerin sabit tutulması gerektiğine karar verme süreci zorlayıcı olmuştur. Bununla ilgili K9 kodlu öğretmen adayının ifadeleri aşağıdaki gibidir.

K9: “Varsayım oluşturma değişkene göre daha zor. Değişken bazen sorunun içinde de veriliyor. Ama varsayımda neyi sabit kabul etmemiz lazım, nasıl ilerlememiz lazım ona göre karar verdik. O daha zordu.”

Matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma sürecinde öğretmen adayları kavramsal ve teorik zorluklarla karşılaşmışlardır. Bu zorluklar özellikle varsayım ve değişken kavramının karşılaştırılması ile varsayımsal düşünme becerilerinin gelişmemiş olmasından kaynaklanmıştır. Bununla ilgili kavram karmaşası ve varsayımsal düşünme kodları oluşturulmuştur. Öğretmen adayları, varsayım oluştururken değişkenlerle ilgili karar verme sürecinde belirsizlik yaşamışlardır. Hangi parametrelerin değişken, hangilerinin varsayım olarak ele alınması gerektiği konusunda kafa karışıklığı yaşandığı belirtilmiştir. Bununla ilgili K13 kodlu öğretmen adayının söyledikleri aşağıdaki gibidir:

K13: “Dünya'nın yarıçapını hesaplama probleminde iki şehir arasındaki mesafeyi varsayım olarak aldık. Varsayım bulurken biraz zorlandım. Çünkü varsayım ve değişken kavramları karışabiliyor.”

Matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde hangi varsayımların işe yarayacağına karar verme süreci öğretmen adayları için zorlayıcı olmuştur. Varsayım üretme sürecinde değişkenlerin nasıl ele alınacağı ve problem çözümüne nasıl dahil edileceği konusunda belirsizlikler yaşanmıştır. Öğretmen adayları bu durumu şu cümlelerle açıklamıştır.

K26: “Bu problem için neleri varsaymamın işe yaracağı konusunda karar vermekte zorlandım. Değişkenleri otoyoldan maksimum araç geçmesinde etkili olabilecekleri dikkate alarak belirledim.”

K17: “Hangisini ölçebiliriz diye düşündük. Varsayımların hangisini ölçebiliriz diye düşündük onlarda biraz zordu tabi. Varsayımsal düşünme becerilerim daha önceden gelişseydi çözüme yardımcı olurdu ve zorlanmazdım.”

Bulgular bölümünde problemin türüne göre değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerine dair detaylı kod haritalarına, vaka modellerine ilişkin görselleştirmelere, süreçte izlenen yola ve öğretmen adaylarının doğrudan cümlelerine yer verilmiştir. Ardından benzer

şekilde bu süreçlerde yaşanan zorluklar da sunulmuştur. Bir sonraki bölümde bulgular tartışılarak sonuç ve öneriler ortaya koyulmuştur.



BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Mevcut çalışmada öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme süreçlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri incelenmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda elde edilen sonuçlar alan yazındaki ulusal ve uluslararası çalışmalar ile karşılaştırılarak tartışılmıştır. Son olarak da çalışmanın sonuçları ve alan yazındaki çalışmalar bağlamında öneriler sunulmuştur.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Tartışma

Bu araştırma kapsamında öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri incelenerek veri içeren ve veri içermeyen problem türleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Bulgular, adayların bu süreçler aracılığıyla hem bilişsel hem de pedagojik anlamda önemli kazanımlar elde ettiklerini ortaya koymuştur.

İçinde veri bulunan matematiksel modelleme problemlerinde öğretmen adayları çeşitli şekillerde değişkenleri belirlemiştir. Öğretmen adayları önemli değişkeni seçme, değişkenlerle ilişkisine bakma, işe yarar olma, yorumlanabilir olma, deneme yanılma ve değişkenleri sabit kabul etme gibi unsurları dikkate alarak değişken belirlemiştir. Bu bulgu öğretmen adaylarının modelleme sürecinde değişkenleri tanımlama, varsayımlar oluşturma ve bu yapılar üzerinden model geliştirme becerilerinin geliştiğini ortaya koyan Yılmaz ve Dede'nin (2016) çalışmasıyla örtüşmektedir. Benzer şekilde, değişkenler arasındaki ilişkilerin analiz edilmesine dayalı modelleme yaklaşımlarına vurgu yapan çalışmalar (Blum & Borremo Ferri, 2009; Stillman, 2011) da bu bulguları desteklemektedir. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinde deneme-yanılma stratejisini yaygın olarak kullandığını ortaya koymaktadır. Bu durum, literatürde öncelikle lise öğrencileri bağlamında incelenmiş olmakla birlikte (Sağiroğlu ve Karataş, 2018) mevcut çalışma üniversite düzeyindeki öğretmen adaylarında da benzer bir yaklaşımın devam ettiğini ortaya koymaktadır.

İçinde veri bulunan modelleme problemlerinde varsayım oluşturma sürecinde öğretmen adaylarının problemi çözebilmek adına belirli sınırlamalar yaptığı, bazı değişkenleri ihmal ettiği ve geçmiş deneyimlerden yararlandığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, varsayım oluşturma

sırasında yapılan hataların genellikle problemi yeterince analiz edememekten kaynaklandığını ortaya koyan Shodikin ve arkadaşlarının (2019) çalışmasıyla desteklenmektedir. Literatürde varsayım oluşturma sürecine dair çeşitli sınıflandırmalar bulunmakla birlikte (Galbraith & Stillman, 2001; Chang vd., 2020; Krawitz vd., 2018), özellikle öğretmen adaylarının varsayımlarına ilişkin sınırların detaylı ve kapsamlı biçimde ele alındığı çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir.

Değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerinin stratejileri geliştirme, çözüm yollarının çeşitliliğini fark etme ve teknoloji kullanımını problem çözme sürecine entegre etme gibi önemli faydaları olmuştur. Öğretmen adaylarının modelleme sürecinde varsayım oluşturma ve problem çözme adımlarını etkili biçimde kullanmaları mevcut literatürle örtüşmektedir. Hartmann ve Schukajlow (2021), varsayımların öğrencilerin tahmin yapma becerilerini geliştirdiğini belirtmişlerdir. Benzer şekilde, Çavuş Erdem ve Şahin (2021), matematiksel modelleme problemlerinin çözüm yollarını çeşitlendirdiğini belirtmişlerdir. Teknoloji kullanımını geliştirdiğine yönelik bulgulara literatürde sıklıkla rastlanmasına rağmen, öğretmen adaylarının varsayımları nasıl anlamlandırdıklarına dair çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir (Molina- Toro, 2019). Bu yönüyle, yürütülen araştırma mevcut literatürden ayrılmaktadır.

Değişken belirleme sürecinde öğretmen adaylarının hangi değişkenlerin önemli, hangilerinin ihmal edilebilir veya sabit kabul edilebilir olduğunu ayırt edememe gibi zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu durum, adayların değişkenler arasındaki ilişkileri kavrayamamalarına ve bu ilişkileri modelleme çözümlerine yansıtamamalarına neden olmaktadır. Özellikle veri içermeyen problemlerde, hangi bilgilerin gerekli olduğunu belirleyememeleri, veriye ulaşma yollarını kestirememeleri ve mevcut veriyi modellemede nasıl kullanacaklarını bilememeleri belirgin sorun alanları olarak ortaya çıkmıştır. Bu bulgular uluslararası literatürdeki Cai ve arkadaşları (2021), Krawitz ve arkadaşları (2025), Molina-Toro ve arkadaşları (2019), Stylianides ve Stylianides (2024) ile Zbiek ve arkadaşları (2025) gibi çalışmalarla örtüşmektedir. Bu araştırmalar da öğrencilerin ve öğretmen adaylarının önemli ya da ihmal edilebilir değişkenleri seçme konusunda ciddi belirsizlikler yaşadığını ve bunun çözüm stratejilerini doğrudan etkilediğini vurgulamaktadır. Bu zorluklar, adayların problem bağlamını yeterince derinlemesine analiz edememesinden veya modelleme deneyimlerinin sınırlı olmasından kaynaklanmış olabilir. Ayrıca, adayların disiplinler arası bilgiye erişim ve bu bilgiyi matematiksel modele entegre etme eksiklikleri de bu zorlukları desteklemiş olabilir.

Bireylerin karşılaştıkları eksik verili problem durumlarında zorlukların varsayım oluşturarak üstesinden gelinebileceği bilinmesine rağmen (Chang vd., 2020; Jonas-Sen, 2000) yapılan araştırmalar varsayım oluşturma sıklığının hâlâ istenilen düzeyde olmadığını ortaya koymaktadır (Zbiek vd., 2025).

Problem türleri arasında süreçsel farklılıklar da ortaya konmuştur. Veri içeren problemlerde genellikle önce değişkenler belirlenip ardından varsayım kurulurken; veri içermeyenlerde bu sıra tersine işlemektedir. Zbiek ve arkadaşları (2025), modelleme görevlerinin yapısına göre karar verme süreçlerinin farklılaştığını ve değişken belirleme ile varsayım oluşturma arasındaki ilişkinin bu yapı tarafından şekillendiğini ortaya koymuştur.

Araştırmanın bulguları öğretmen adayları hem değişken belirleme hem de varsayım oluşturma süreçlerinde önemli bilişsel, pedagojik ve teknolojik zorluklar yaşadıklarını; bu zorlukların, adayların modelleme sürecine ilişkin bilgi birikimleri, önceki deneyimleri, öz yeterlik düzeyleri ve problem yapısıyla yakından ilişkili olduğunu göstermektedir.

Araştırma bulgularına göre değişken belirleme sürecinde öğretmen adaylarının en çok zorlandıkları zorluklar arasında hangi değişkenlerin önemli, hangilerinin ihmal edilebilir veya sabit kabul edilebilir olduğunu ayırt edememeleri yer almaktadır. Bu durum, adayların değişkenler arasındaki ilişkileri kavrayamamalarına ve bu ilişkileri modelleme çözümlerine yansıtamamalarına neden olmuştur. Ayrıca adayların veri içermeyen problemlerle karşılaştıklarında hangi bilgilerin gerekli olduğunu belirleyememeleri, veriye ulaşma yollarını kestirememeleri ve mevcut veriyi modellemede nasıl kullanacaklarını bilememeleri de belirgin sorun alanları olarak ortaya çıkmıştır. Bu bulgular, modelleme sürecinde değişkenlerin doğru ve işlevsel biçimde tanımlanmasının sürecin başarısı için kritik olduğunu göstermektedir.

Değişken belirlemede yaşanan zorluklar, uluslararası literatürde yer alan çalışmalarla büyük ölçüde örtüşmektedir. Örneğin, Cai ve arkadaşları (2021), öğretmen adaylarının modelleme görevlerinde öğrenci hatalarına yaklaşımda deneyimli öğretmenlere kıyasla daha yüzeysel stratejiler kullandıklarını ve modelleme süreçlerine daha sınırlı müdahalelerde bulduklarını belirtmiştir. Ayrıca, değişken belirlemede deneyimlerin belirleyici rolü daha önceki çalışmalarda da vurgulanmıştır (Gould & Wasserman, 2014). Nitekim Han (2019) da öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinde deneyim eksikliği yaşadığını ifade etmektedir. Araştırma kapsamında elde edilen bulgular da bu durumla örtüşmekte ve deneyim eksikliğinin varsayım geliştirme ile değişken belirleme süreçleri üzerindeki etkisini

desteklemektedir. Geçmiş deneyimleri olmayan öğretmen adayları özellikle açık veri içermeyen problemlerde hangi değişkenlerin sürece dahil edileceği ve bu değişkenlerin problem bağlamına nasıl entegre edileceği konusunda zorluk yaşamıştır. Bu durum, bu tezde ulaşılan, öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde yetersiz stratejik yaklaşım geliştirdiklerine dair bulguları desteklemektedir. Benzer şekilde, Chang ve arkadaşları (2020), Almanya ve Tayvan'daki öğrencilerle gerçekleştirdikleri çalışmada, varsayım oluşturma başarısının, matematiksel bilgi düzeyiyle doğrudan ilişkili olduğunu ortaya koymuştur. Bu tezde de öğretmen adaylarının varsayım üretme sürecinde kavramsal ve teorik bilgi eksikliği yaşadıkları görülmüştür.

Öğretmen adaylarının geçmiş öğrenme deneyimlerinde matematiksel modelleme problemleriyle yeterince karşılaşmamış olmalarının sürece yönelik hazırlıklarını olumsuz etkilediğidir. Adaylar, değişkenleri işlevsel hale getirme ve bu değişkenler arasındaki ilişkileri yapılandırma konularında zorluk yaşamıştır. Djepaxhija ve arkadaşlarının (2015) araştırması da öğrencilerin matematikselleştirme sürecinde görevden gelen beklentilerin varsayım türlerini etkilediğini; deneyimsiz öğrencilerin bu süreçte görev yorumlama becerisinin sınırlı kaldığını ortaya koymuştur. Bu, öğretmen adaylarının görev yapısına dair bilişsel farkındalıklarının sınırlı olması nedeniyle varsayım üretmede zorlandıkları bulgusuyla paralellik göstermektedir.

Araştırma bulgularına göre öğretmen adaylarının modelleme sürecinde zaman zaman gerçek dışı ya da aşırı basitleştirilmiş varsayımlar oluşturdukları gözlenmiştir. Bu durum, Gould ve Wasserman'ın (2014) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada tespit edilen, modelleme sürecini ya aşırı sadeleştirme ya da aşırı karmaşıklıklaştırma eğilimleriyle paralellik göstermektedir. Bu eğilimlerin temel nedeni, Gould ve Wasserman'ın (2014) belirttiği üzere, en önemli değişkeni ve varsayımı seçememekten kaynaklanabilir. Aşırı karmaşıklıklaştırılmış veya aşırı basitleştirilmiş modelleme süreçleri, problemin gerçek yaşam bağlamından uzaklaşmasına ve modelin işlevselliğinin azalmasına yol açmaktadır.

Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının veri eksikliği durumlarında veya açık verilerin nasıl kullanılacağını bilemediklerinde modelleme sürecini tamamlamakta zorlandıklarını ve zaman yönetiminde güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Bu durum, Krawitz vd. (2018) öğrencilerin eksik verileri fark etme ve bu verileri modele entegre etme konusundaki zorluklarını inceleyen çalışmalarını desteklemektedir. Ayrıca, araştırma kapsamında adayların eksik veriyle başa çıkma becerilerinin sınırlı olduğu ve bu nedenle modelleme sürecinde fazla zaman harcadıkları belirlenmiştir. Schukajlow ve arkadaşlarının (2023) eksik verilerin tespit

edilmesinin etkili bir çözüm sürecinin ilk adımı olduğunu ortaya koymasda da araştırmanın bulgularını desteklemektedir.

Varsayım oluşturma sürecinde yaşanan zorluklardan biri de öğretmen adaylarının zihinsel temsilleri ile gerçeklik arasında uyumsuzluk yaşaması yani mantıklı görünen ancak bağlamla örtüşmeyen varsayımlar kurmalarıdır. Bu durum, bilişsel olarak sürecin anlamlandırılmasını zorlaştırmaktadır. Schukajlow ve arkadaşları (2023) bu tür bilişsel engellerin öğretimsel ipuçlarıyla azaltılabileceğini vurgulamış ve açık uçlu problemlerde yönlendirici stratejilerin önemine dikkat çekmiştir. Ayrıca, bu tezde adayların öz yeterlik inançlarının zayıf olması da sürecin ilerlemesini olumsuz etkileyen bir başka faktör olarak öne çıkmıştır. Bu bulgu Shodikin ve arkadaşlarının (2019), öğretmen adaylarının özgüven eksikliğinin modelleme performansı üzerindeki olumsuz etkisini vurguladığı çalışmasıyla da desteklenmektedir.

Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının varsayım oluşturma sürecinde eksik ya da belirsiz bilgileri tamamlayabilmek için yalnızca matematiksel bilgiye değil farklı disiplinlerden gelen bilgilere de ihtiyaç duyduklarını ortaya koymuştur. Bu durum, matematiksel modelleme sürecinin yalnızca matematiksel bilgiyle sınırlı kalmadığını ve disiplinler arası bilgi birikimini gerektirdiğini göstermektedir. Öğretmen adaylarının bu farkındalığı modelleme sürecinde disiplinler arası iş birliğine duyulan ihtiyacı açıkça yansıtmaktadır. Benzer şekilde, öğretmenlerin de modelleme problemleriyle karşılaştıklarında hem matematiksel hem de matematik dışı bilgileri kullanma konusunda yetersizlik yaşadıklarına dair bulgular araştırmanın bulgularını desteklemektedir (Niss & Blum, 2020).

Son olarak, tezde veri içeren ve veri içermeyen problemler arasında süreç farkları olduğu gözlenmiştir. Veri içeren problemlerde adaylar genellikle önce değişkenleri belirleyip sonra varsayım kurarken, veri içermeyenlerde bu süreç tersine işlemektedir. Bu bulgu, Zbiek ve arkadaşlarının (2025) çalışmasında modelleme görevlerinin yapısal özelliklerinin, değişken belirleme ve varsayım oluşturma stratejilerini nasıl şekillendirdiğini açıklayan bulgularla örtüşmektedir.

Tüm bulgular matematiksel modelleme süreçlerinin yalnızca içerikle sınırlı kalmayarak pek çok durumla da ilişkili olduğunu göstermektedir. Öğretmen adayları deneyim, öz yeterlik, disiplinler arası bilgiye erişim gibi faktörler de süreci şekillendirmektedir. Öğretmen adaylarının bu süreçlerde etkili olabilmesi için, öğretmen yetiştirme programlarında modelleme

görevlerine sistematik biçimde yer verilmelidir. Bu doğrultuda deneyim yaşayacağı ortamlar oluşturularak varsayım farkındalığı ve teknolojik beceriler bütüncül şekilde desteklenmelidir.

Araştırmanın bulguları, veri içermeyen matematiksel modelleme problemlerinin öğretmen adaylarının değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerinde hem bilişsel hem de pedagojik anlamda önemli kazanımlar sağladığını ortaya koymuştur. Bu tür problemler, öğretmen adaylarını sabit bir çözüm yoluna zorlamaktan çok, esnek düşünmeye ve stratejik kararlar almaya yönlendirmiştir. Adaylar, değişken belirlerken ölçülebilirlik, işe yararlılık ve önem gibi çeşitli kriterlere göre farklı yollar izlemiş; kimileri tüm olası değişkenleri sıralayıp değerlendirmiş, kimileri ise değişkenler arasındaki ilişkiler üzerinden seçim yapmıştır. Bu çeşitlilik, öğretmen adaylarının problem çözme sürecine dair özgün ve yaratıcı stratejiler geliştirdiğini göstermektedir. Bu bulgular uluslararası literatürde modelleme problemlerinde açık uçluluk ve belirsizlik durumlarının öğrencilerin karar verme süreçlerini nasıl etkilediğine dair yapılan araştırmalarla örtüşmektedir. Öğrencilerin açık uçlu modelleme problemlerinde gerçekçi varsayımlar yapmakta, eksik bilgileri fark etmekte ve uygun değişkenleri belirlemekte zorlandıkları gösteren araştırmalar alan yazında mevcuttur (Gould & Wasserman, 2014; Krawitz vd., 2022; Schukajlow vd., 2023; Wiehe vd., 2025). Araştırma kapsamında ise bu zorluklar, öğretmen adaylarının farklı düşünme yollarını keşfetmelerine ve esnek problem çözme becerilerini geliştirmelerine zemin hazırlamıştır. Bu durum, belirsizliklerin yalnızca engel değil, aynı zamanda öğrenme fırsatı sunduğunu göstermektedir.

Ayrıca, araştırmada öğretmen adaylarının deneme-yanılma ve akıl yürütme gibi farklı yollarla değişkenleri belirlemeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Bu bulgu Djepaxhija ve arkadaşlarının (2015) öğrencilerin varsayım oluştururken kullandıkları stratejileri parametre varsayımları, model seçimi ve görev beklentileri şeklinde sınıflandırdığı çalışmasıyla örtüşmektedir. Djepaxhija ve arkadaşları (2015) görev beklentilerinin varsayım yapma özgürlüğünü sınırlayabildiğini ve belirsizliğe yol açabileceğini ortaya koyarken araştırmanın bulguları veri içermeyen problem durumlarının bu belirsizliği keşif temelli öğrenmeye dönüştürebileceğini ortaya koymaktadır.

Öğretmen adaylarının çözüm yollarının çeşitliliğini fark etmeleri, matematiğin günlük yaşamla olan ilişkisini daha iyi anlamalarına ve modelleme süreçlerini öğrencilere aktarılabilir hale getirmelerine katkı sağlamıştır. Bu durum öğretmen adaylarının öğretimsel planlamalarında gerçek yaşam bağlamlarını daha etkili biçimde kullanabileceklerini

düşündüklerini göstermektedir. Bu sonuçlar Stylianides ve Stylianides'in (2024) ilkokul öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada da benzer şekilde ele alınmaktadır.

Veri içermeyen problemlerde tek bir doğru cevabın bulunmaması, öğretmen adaylarının alternatif çözümleri keşfetmelerini ve çeşitli çözüm yollarının mümkün olabileceğini fark etmelerini sağlamıştır. Schukajlow ve arkadaşlarının (2015) araştırmasında da birden fazla çözüm üretmenin öğrencilerin problem çözme becerilerini olumlu etkilediği ve esnek düşüncelerini desteklediği ortaya konmuştur. Tez bulguları, bu çoklu çözüm yollarının öğretmen adaylarının akıl yürütme süreçlerine katkı sağladığını ve çözüm stratejilerini çeşitlendirdiğini göstermektedir.

Araştırmada öğretmen adaylarının matematiğin eğlenceli ve keşfetmeye açık yönlerini fark etmişlerdir. Modelleme görevlerinin yalnızca akademik değil, aynı zamanda duyuşsal gelişim açısından da etkili olduğunu göstermektedir. (Komatsu vd., 2025) tarafından yapılan tasarım temelli çalışmalarda da belirsizlik içeren problemlerin öğrencilerin matematiksel öğrenmeye yönelik ilgilerini ve motivasyonlarını artırdığı ifade edilmektedir.

Bununla birlikte, modelleme sürecine teknoloji entegrasyonunun adayların çözüm üretme sürecine katkı sağladığı da bulgular arasında yer almaktadır. Öğretmen adaylarının teknolojiyi bir araç olarak kullanmaları hem problem çözümünde zaman kazanmalarına hem de daha fazla çözüm alternatifini değerlendirmelerine olanak tanımıştır. Bu sonuçlar, dijital araçların modelleme süreçlerinde nasıl etkili biçimde kullanılabileceğini tartışan (Molina-Toro vd., 2019) ve (Krawitz vd., 2025) gibi araştırmalarla da örtüşmektedir.

Sonuç olarak veri içermeyen matematiksel modelleme problemleri öğretmen adayları için yalnızca bilişsel becerileri değil aynı zamanda pedagojik farkındalığı, problem çözme esnekliğini, akıl yürütmeyi öğrenme gibi katkılar sağlamıştır. Süreçte yaşanan belirsizlikler, adayların kendi çözüm yollarını yapılandırmalarına olanak tanımış, böylece hem bireysel hem de öğretmenlik mesleğine yönelik gelişimlerini desteklemiştir.

Öğretmen adayları matematiksel modelleme sürecinde değişken belirleme sürecinde zorluklarla karşı karşıya kalmıştır. Adayların özellikle önemli, stratejik ve ihmal edilebilecek değişkenleri tanımlamada zorlanmaları, bu sürecin yalnızca bilişsel değil aynı zamanda pedagojik ve deneyimsel boyutları olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum, modelleme sürecinde değişkenlerin anlamlı şekilde tanımlanması ve bu değişkenler arasındaki ilişkilerin doğru biçimde kurulmasının kritik bir öneme sahip olduğunu göstermektedir. Uluslararası

literatür de bu bulgularla uyum içindedir. Örneğin, Cai vd. (2021), Krawitz vd. (2025), Molina-Toro vd. (2019), Stylianides ve Stylianides (2024) ve Zbiek vd. (2025), öğrencilerin ve öğretmen adaylarının değişken belirleme süreçlerinde özellikle “önemli” ya da “ihmal edilebilir” değişkenleri seçme konusunda ciddi belirsizlik yaşadıklarını ve bu durumun çözüm stratejilerini doğrudan etkilediğini vurgulamaktadır.

Tezde ortaya konan diğer bir bulgu ise, değişkenler arasındaki ilişkiyi kuramama ve bu ilişkileri matematiksel modellere yansıtamama zorluklarıdır. Bu bulgu da literatürde geniş biçimde yer bulmaktadır. Özellikle Molina-Toro vd. (2019), Stylianides ve Stylianides (2024) ve Zbiek vd. (2025) tarafından yapılan çalışmalarda, öğrencilerin değişkenler arası nedensel ve oransal ilişkileri anlamada ve bunları matematiksel bir çerçevede ifade etmede yetersiz kaldıkları ifade edilmiştir.

Ayrıca öğretmen adaylarının sıklıkla karşılaştığı sorunlardan biri de değişkenlerin net olarak tanımlı olmaması ve buna bağlı olarak veri kaynaklı zorluklar yaşamalarıdır. Bazı modelleme problemlerinde sayısal veri bulunmaması, adaylar için belirsizlik yaratmakta; veri mevcut olduğunda ise bu verinin hangi değişkenleri temsil ettiği veya nasıl kullanılacağına karar verememektedirler. Bu durum literatürde de güçlü biçimde desteklenmektedir. Krawitz vd. (2025) ve Zbiek vd. (2025), öğrencilerin hem veri eksikliğiyle başa çıkmakta hem de veriyi modellemede anlamlı şekilde kullanmakta zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Jablonski (2023) ise farklı görev ortamlarının (gerçek nesne, görsel, 3D model) değişken belirleme sürecine etkisini incelemiş ve özellikle somut bağlamların veri tanımlama becerisini artırabileceğini göstermiştir.

Veri bulunmadığı durumlarda, öğretmen adaylarının veriye nasıl ulaşacakları konusunda yaşadığı belirsizlik de dikkat çekici bir diğer bulgudur. Bu durum, adayların disiplinler arası bilgi ihtiyacının farkına varmalarına neden olmuştur. Bu tür durumların yalnızca matematiksel değil aynı zamanda fen, sosyal bilimler ve istatistik gibi farklı alanlardan bilgi gerektirdiğini vurgulayan ve öğretmenlerin disiplinler arası bir bakış açısıyla modelleme yapımlarının önemine dikkat çeken çalışmalar da bu bulguyu destekler niteliktedir (Cai vd., 2021; Stylianides & Stylianides, 2024).

Öğretmen adaylarının daha önce modelleme problemleriyle karşılaşmamış olmaları ve yeterli uygulama deneyimine sahip olmamaları da değişken belirleme sürecindeki zorlukların temel nedenlerinden biridir. Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının geçmiş öğrenme

deneyimlerinde modellemeye yeterince yer verilmemesinin hem varsayım oluşturma hem de değişken belirleme süreçlerinde zayıf performansa neden olduğunu belirten araştırmaların sonuçları bu bulgularla paralellik göstermektedir (Molina-Toro vd., 2019; Schukajlow vd., 2015; Zbiek vd., 2025).

Ayrıca araştırmanın bulguları modelleme sürecinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma sadece teknik bir işlem değil, aynı zamanda bilişsel ve pedagojik anlamda çok katmanlı bir yapı olduğunun altı çizilmelidir. Özellikle varsayım oluşturma sürecinde öğretmen adaylarının, eksik bilgiyle başa çıkmakta zorlandıkları, gerçekçi olmayan varsayımlar yaptıkları ve bazen varsayım yapmanın gerekliliğini dahi fark etmedikleri gözlemlenmiştir. Bu bulgular Chang vd. (2020), Gould ve Wasserman (2014), Krawitz vd. (2022), Schukajlow vd. (2023) ve Wiehe vd. (2025) tarafından yapılan çalışmalarda da vurgulanmıştır. Ayrıca Seino (2005), varsayımların farkındalığı ilkesinin öğretim süreçlerine bilinçli biçimde entegre edilmesinin, bu zorlukların üstesinden gelinmesinde etkili bir yöntem olduğunu belirtmektedir.

Bu araştırmada elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde özellikle varsayım oluşturma ve değişken belirleme aşamalarında belirgin bilişsel, pedagojik ve deneyimsel zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Adayların, özellikle ihmal edilecek veya sabit kabul edilecek değişkenleri tanımlamakta güçlük çekmeleri değişkenlerin işlevini kavramada ve bu değişkenlerle gerçek dünya problemleri arasında anlamlı bağlar kurmada zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Bu bulguya paralel olarak Stylianides ve Stylianides (2024) öğretmen adaylarının varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinde kavramsal eksiklikler yaşadığını ve bu sürece rehberlik edecek özel öğretim stratejilerine ihtiyaç duyduklarını vurgulamıştır.

Araştırma bulgularında öne çıkan önemli zorluklardan biri de eksik veriyle başa çıkma sürecidir. Öğretmen adaylarının eksik verilerin ne olduğunu fark edememeleri ya da bu verilere nasıl ulaşabileceklerini bilememeleri, yalnızca bireysel bir bilişsel engel değil, aynı zamanda disiplinler arası iş birliği ihtiyacının farkına varmalarına da yol açmıştır. Bu durum, Schukajlow vd. (2015) ve Chang vd. (2020) tarafından da desteklenmektedir.

Öğretmen adaylarının zihinsel algıları ile gerçeklik arasındaki uyumsuzluk, modellemenin soyut matematiksel temsil ile somut günlük yaşam problemleri arasında bir köprü kurmayı gerektirdiği düşünüldüğünde, anlamlı bir bulgu olarak öne çıkmaktadır. Bu bağlamda Gould ve Wasserman (2014) öğrencilerin sıklıkla gerçek dünyayı ya aşırı

basitleştirdiklerini ya da gereksiz yere karmaşık hale getirdiklerini ifade ederek, modelleme sürecindeki denge arayışına dikkat çekmektedir.

Araştırma bulgularında dikkat çeken bir diğer unsur ise teknoloji kullanımına ilişkin yaşanan zorluklardır. Teknoloji, modelleme süreçlerine entegre edildiğinde öğretimsel olarak önemli fırsatlar sunsa da aynı zamanda araçların etkin ve doğru kullanımına yönelik yeterlilik gerektirmektedir. Molina-Toro ve arkadaşları (2019) öğretmen adaylarının teknolojiyi nasıl entegre edecekleri konusunda çeşitli kavramsal ve uygulamalı zorluklarla karşılaştıklarını, özellikle değişken belirleme ve veri analizi süreçlerinde dijital araçların sunduğu imkanları sınırlı kullandıklarını belirtmiştir.

Bu araştırmanın bulguları ulusal ve uluslararası literatürde yer alan çalışmalarla büyük ölçüde örtüşmektedir. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde özellikle varsayım oluşturma, değişken belirleme, eksik veriyle başa çıkma ve teknoloji entegrasyonu gibi alanlarda zorluk yaşadıkları; bu zorlukların ise deneyim eksikliği, bilişsel yetersizlik ve pedagojik müdahale eksikliğiyle bağlantılı olduğu görülmektedir. Bu bulgular, öğretmen eğitimi programlarında matematiksel modellemeye daha fazla yer verilmesi, açık uçlu ve gerçek yaşam temelli problem çözme etkinlikleriyle adayların desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Bu araştırma, öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme problemlerinde değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçlerini, veri içeren ve veri içermeyen problem türleri bağlamında incelemiştir. Araştırmanın bulguları öğretmen adaylarının değişkenleri belirlerken ve varsayımlar oluştururken çeşitli yollar izlediğini göstermektedir. Bu süreçlerin öğretmen adayların süreçlerin öğretimsel kazanımlar ve mesleki gelişim açısından çeşitli katkılar sunduğu ortaya konulmuştur. Varsayım oluşturma ve değişken belirleme sürecinde fırsatlar olduğu kadar zorluklar da olmuştur. Öğretmen adayları değişken belirleme sürecinde özellikle hangi değişkenlerin önemli, sabit kabul edilebilir ya da ihmal edilebilir olduğunu ayırt etmede yoğunlaşmıştır. Adaylar, değişkenler arasındaki ilişkileri belirlemede ve bu ilişkileri matematiksel modellere dönüştürmede zorluk yaşamışlardır. Ayrıca veri içeren problemlerde mevcut verinin hangi değişkenleri temsil ettiğini anlamakta, veri içermeyen problemler ise gerekli bilgileri tahmin etme ve varsayım yapma noktasında zorlanmışlardır. Eksik veriye ulaşma stratejilerinin geliştirilmemiş olması adayların disiplinler arası bilgi ihtiyacını fark etmelerine yol açmıştır.

Bu araştırmanın varsayım oluşturma sürecin de adayların bilişsel olarak karmaşıklık yaşadığı bir alan olmuştur. Gerçek dünya problemleri bağlamında mantıklı ve geçerli varsayımlar oluşturma konusunda adaylar zihinsel temsilleri ile gerçeklik arasında uyumsuzluklar yaşamıştır. Kimi zaman aşırı basitleştirilmiş, kimi zaman da gereğinden fazla karmaşık varsayımlar geliştirmişlerdir. Bu durum, adayların gerçek hayatla matematiksel model arasında denge kurmakta zorlandıklarını göstermektedir.

Öğretmen adayları süreçte teknolojik olarak da zorluk yaşamıştır. Her ne kadar teknolojik araçlar sürecin verimliliğini artırma potansiyeline sahip olsa da adayların dijital araçları etkin kullanma becerilerinin sınırlı olduğu görülmüştür. Teknolojinin yalnızca veri analizinde değil, aynı zamanda çözüm üretme ve modelleme sürecinin diğer aşamalarında da araçsal bir rol oynayabilmesi için öğretimsel rehberliğe ihtiyaç duyulduğu açıktır.

5.2. Öneriler

Değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri matematiksel modelleme sürecinin temel yapı taşlarını oluşturmasına rağmen, bu alanlarda yaşanan zorluklar hâlâ tam anlamıyla giderilememiştir. Öğretmen adayları, bu süreçlerde ya değişkenleri tanımlamada ya da uygun ve gerçekçi varsayımlar üretmede çeşitli güçlüklerle karşılaşabilmektedir. Bu nedenle hem öğretmen adayları hem de farklı eğitim düzeylerindeki öğrencilerle yürütülecek nitelikli araştırmalarla bu zorlukların nedenleri daha derinlemesine incelenmelidir. Farklı örneklem gruplarıyla yapılacak çalışmalar, değişken belirleme ve varsayım oluşturma sürecinin hangi bilişsel ya da pedagojik nedenlerle güçlük oluşturduğunu ortaya koyabilir. Ayrıca, bu süreçlerin öğretiminde kullanılacak strateji, yöntem ve teknolojilere odaklanan uygulamalı araştırmaların da literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde karşılaştıkları temel güçlüklerin başında deneyim eksikliği, varsayım oluşturma ve değişken belirleme süreçlerinde yaşanan belirsizliklerin geldiğini göstermektedir. Bu doğrultuda, öğretmen yetiştirme programlarında matematiksel modelleme içeriğine daha fazla yer verilmeli hem teorik bilgileri kapsayan hem de uygulamaya dönük deneysel öğrenme fırsatları sağlayan ders içerikleri geliştirilmelidir. Özellikle açık uçlu, veri içermeyen ve teknoloji destekli modelleme problemleri, adayların problem çözme esnekliğini geliştirmektedir. Farklı çözüm yolları üretmelerine, varsayımlarını açıkça ifade etmelerine ve problem yapısını daha bütüncül değerlendirmelerine olanak tanımaktadır. Bu nedenle, öğretmen adaylarının farklı

problem türleriyle (veri içeren ve içermeyen) sistematik biçimde çalışmaları sağlanmalı ve bu süreçler, öğretim programlarına bilinçli şekilde entegre edilmelidir.

Modelleme sürecinde öğretmen adaylarının sıklıkla disiplinler arası bilgiye ihtiyaç duydukları gözlemlenmiştir. Gerçek dünya problemlerinin doğası gereği, adayların yalnızca matematiksel bilgiyle değil, aynı zamanda fen bilimleri, sosyal bilimler ve istatistik gibi alanlardan da beslenerek anlamlı varsayımlar geliştirmeleri ve eksik verileri tamamlayabilmeleri beklenmektedir. Bu nedenle, öğretim tasarımlarında disiplinler arası görevler içeren senaryoların yer alması ve adayların farklı bilgi türlerini bir arada kullanmaya teşvik edilmesi büyük önem taşımaktadır. Ayrıca, teknolojik araçların pedagojik olarak nasıl kullanılacağına yönelik rehberliğin artırılması da adayların modelleme süreçlerindeki becerilerini önemli ölçüde geliştirecektir. Teknoloji yalnızca hesaplama değil, aynı zamanda değişkenleri görselleştirme, verileri analiz etme ve modelin davranışını değerlendirme amacıyla da stratejik biçimde kullanılmalıdır.

Öğretmen adaylarının öz yeterliklerini ve modelleme sürecine yönelik güvenlerini destekleyecek öğrenme ortamları oluşturulmalıdır. Süreç boyunca başarısızlıkların öğrenmenin doğal bir parçası olduğu vurgulanmalıdır. Yapıcı geri bildirimler, yansıtıcı tartışmalar ve başarılı modelleme örnekleri ile adayların özgüvenleri pekiştirilmelidir. Varsayım yapma ve değişken belirleme süreçlerinde adaya yönlendirici sorular, örnek olaylar ve stratejik düşünmeyi teşvik eden senaryolar sunulmalıdır. Ayrıca, adayların kendi modelleme deneyimlerini gelecekteki öğretim uygulamalarıyla ilişkilendirmelerine olanak tanıyan yansıtıcı etkinlikler, onların hem öğretimsel farkındalıklarını artıracak hem de modellemenin sınıf içi uygulamalarına dair pedagojik bakış açılarını güçlendirecektir.

Bu araştırma nitel olduğu için elde edilen bulgular belirli bir bağlamda yer alan katılımcı grubunun çözüm süreçlerine ve deneyimlerine dayanmaktadır. Bu bağlamda ulaşılan sonuçlar genellenebilirlikten ziyade derinlemesine anlamaya yöneliktir. Özellikle öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemleri karşısında değişken belirleme ve varsayım oluşturma süreçleri sınırlı sayıda problem ve katılımcı üzerinden analiz edilmiştir. Dolayısıyla bu çalışmanın bulguları benzer yapıdaki nicel araştırmalarla birlikte desteklendiğinde daha kapsamlı sonuçlara ulaşılabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Altuntaş, M., Ay, Z. S., & Çetin, İ. (2024). Mathematical modeling in online learning environments: Student challenges. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 1049–1075. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2024.-1407578>
- Altuntaş, M. (2025). *Çevrim içi ortamlarda ortaokul öğrencilerine yönelik teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinin incelenmesi* [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Hacettepe Üniversitesi Açık Erişim Sistemi. <https://openaccess.hacettepe.edu.tr/xmlui/handle/11655/36710>
- Ang, K. C. (2006). Mathematical modelling, technology and H3 mathematics. *The Mathematics Educator*, 9(2), 33–47.
- Ang, K. C. (2010). Teaching and learning mathematical modelling with technology. In *Proceedings of the 8th Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM)*.
- Ang, K. C. (2021). Computational thinking and mathematical modelling. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in East and West* (pp. 19–34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_2
- Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331–364. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1157>
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol, UK: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Bliss, K. M., Fowler, K. R., & Galluzzo, B. J. (2014). *Math modeling: Getting started and getting solutions*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1–2), 149–171. <https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>

- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects—State, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68. <https://doi.org/10.1007/BF00311024>
- Blum, W., & Niss, M. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315189314>
- Blomhøj, M. (1993). *Modellerings betydning for tilegnelsen af matematiske begreber* [The significance of modelling for the acquisition of mathematical concepts]. *Nordisk MatematikDidaktikk*, 1, 16–37.
- Blomhøj, M., & Højgaard Jensen, T. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 45–56). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Borromeo Ferri, R. (2017). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Bilgili, S. (2022). *Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi* [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>

- Bukova Güzel, E. (2019). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme araştırmacılar, eğitimciler ve öğrenciler için. Pegem Akademi Yayınları.
- Bukova Güzel, E., Doğan, M. F., & Özaltun Çelik, A. (Eds.). (2021). *Matematiksel modelleme: Teoriden uygulamaya bütünsel bakış*. Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2017). Bilimsel araştırma yöntemleri. Pegem Akademi, Ankara.
- Cai, J., LaRochelle, R., Hwang, S., & Kaiser, G. (2022). Expert and preservice secondary teachers' competencies for noticing student thinking about modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 431–453. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10071-y>
- Carreira, S., Barquero, B., Kaiser, G., Lingefjärd, T., & Wake, G. (2013). Introduction to the papers and posters of WG6: Applications and modelling. In B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME8)* (pp. 926–929). Middle East Technical University and ERME.
- Chang, Y.-P., Krawitz, J., Schukajlow, S., & Yang, K.-L. (2020). Comparing German and Taiwanese secondary school students' knowledge in solving mathematical modelling tasks requiring their assumptions. *ZDM Mathematics Education*, 52, 59–72. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01090-4>
- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 137–159. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9841-1>
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Creswell, J. W. (2016). Nitel araştırma yöntemleri. (Çev. M. Bütün ve S.B. Demir). Ankara: Siyasal Kitapevi.
- Creswell, J. W. (2017). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE Publications.

- Çavuş Erdem, Z., & Şahin, S. (2021). Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğretim araçlarına yansımaları: Ders kitabı incelemesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 17(3), 325–346.
- Deniz, D. (2014). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri* (Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- De Villiers, M. (1998). An alternative approach to proof in dynamic geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 369–393). Lawrence Erlbaum Associates.
- Djepaxhija, B., Vos, P., & Fuglestad, A. B. (2015). Exploring grade 9 students' assumption making when mathematizing. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 848–854). European Society for Research in Mathematics Education (ERME).
- Doorman, L. M., & Gravemeijer, K. P. E. (2009). Emergent modeling: Discrete graphs to support the understanding of change and velocity. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 41(1), 199–211. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0130-z>
- Dost, Ş. (Ed.). (2019). *Matematik eğitiminde modelleme etkinlikleri*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Edwards, D. (1989). *Guide to mathematical modelling*. Basingstoke, UK: MacMillan.
- English, L. D., & Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 335–342.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in third-grade classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59–80. <https://doi.org/10.1007/BF03217401>
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303–323. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9013-1>

- Eraslan, A. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri üzerinde düşünme süreçleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 2953–2970.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., ... Şahin, Z. (2016). *Günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.
- EDUICT. *Eratosthenes yöntemiyle Dünya'nın çevresini hesaplama etkinliği*. EDUICT Eğitim İçerikleri. http://eduict.org/_new3/?c=4/56/64&iframe=Y&cat=%EC%A4%913&uid=34925
- Ferrucci, B. J., & Carter, J. A. (2003). Technology-active mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 663–670.
- Frejd, P. (2012). Teachers' conceptions of mathematical modelling at Swedish upper secondary school. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 17–40.
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1(1–2), 3–8. <https://doi.org/10.1007/BF00426224>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel Publishing Company. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2>
- Fusch, P. I., & Ness, L. R. (2015). Are we there yet? Data saturation in qualitative research. *The Qualitative Report*, 20(9), 1408–1416. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2015.2281>
- Galbraith, P. L., & Stillman, G. (2001). Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. In J. F. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education: ICTMA 9 – Applications in science and technology* (pp. 300–310). Horwood Publishing.
- Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J., & Edwards, I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. In L. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 130–140). Chichester, UK: Horwood Publishing.

- Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers' adoption of innovative practices with technology and mathematical modelling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14* (pp. 305–314). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_31
- Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling—Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling (ICTMA 14)* (pp. 301–304). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_30
- Greefrath, G., & Siller, H. S. (2018). GeoGebra as a tool in modelling processes. In L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H. S. Siller, M. Tabach, & C. Vale (Eds.), *Uses of technology in primary and secondary mathematics education* (pp. 329–346). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-76575-4_21
- Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H.-S. (2018). Mathematical modelling with digital tools: A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM – Mathematics Education*, 50(2), 233–244. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0938-3>
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German-speaking countries*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-31918-7>
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education* (Doctoral dissertation, Utrecht University). CD-β Press / Freudenthal Institute.
- Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (Pp. 59–72). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_4
- Gould, H., & Wasserman, N. H. (2014). Striking a balance: Students' tendencies to oversimplify or overcomplicate in mathematical modeling. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 5(1). <https://doi.org/10.7916/jmetc.v5i1.640>
- Guest, G., MacQueen, K. M., & NAmey, E. E. (2012). *Applied thematic analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage.

- Han, S. (2019). Pre-service mathematics teachers' perceptions on mathematical modeling and its educational use. *Mathematical Education*, 58(3), 443–460. <https://doi.org/10.7468/mathedu.2019.58.3.443>
- Hankeln, C. (2020). *Mathematical modeling in Germany and France: A comparison of students' modeling processes*. *Educational Studies in Mathematics*, 103(2), 209–229. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09931-5>
- Hartmann, L.-M., & Schukajlow, S. (2021). Interest and emotions while solving real-world problems inside and outside the classroom. In F. K. S. Leung, G. Kaiser, G. Stillman, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in east and west* (pp. 153–163). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-68294-4_11
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analizi: Bilişsel ve üstbilişsel yapılar üzerine bir açıklama* (Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi). Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=KRRIDvADfB3daqi6N-uI9w&no=H9uMvb-P-7tIpLpKBw-MjA>
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Aktaş, S. E. (2021). GeoGebra destekli matematiksel modelleme sürecinin merdiven problemi çözümü çerçevesinde yapılandırılması [Structuring GeoGebra-aided mathematical modeling process within the framework of ladder problem solution]. *Başkent University Journal of Education*, 8(2), 292–314. <https://doi.org/10.30831/eku.1004700>
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2023). Teknoloji ile zenginleştirilmiş matematiksel modelleme sürecinin kavramsallaştırılması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 14(2), 1213–1248. <https://doi.org/10.51460/baebd.1366450>
- Jablonski, S. (2023). Is it all about the setting? A comparison of mathematical modelling with real objects and their representation. *Educational Studies in Mathematics*, 113(2), 307–330. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10215-2>
- Jankvist, U. T., & Niss, M. (2020). Upper secondary school students' difficulties with mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(4), 467–496. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1587530>

- Jankvist, U. T., & Niss, M. (2020). *Realms of validity for mathematical modelling in mathematics education*. *ZDM – Mathematics Education*, 52, 617–628. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01171-3>
- Jonassen, D. H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 48(4), 63–85. <https://doi.org/10.1007/BF02300500>
- Kaiser, G., & Willander, M. (2005). Understanding mathematical literacy. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 1–8
- Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13(2), 185–192. <https://doi.org/10.1080/0020739820130205>
- Krawitz, J., Schukajlow, S., & Van Dooren, W. (2018). Unrealistic responses to realistic problems with missing information: what are important barriers? *Educational Psychology*, 38(10), 1221–1238. <https://doi.org/10.1080/01443410.2018.1502413>
- Krawitz, J., Kanefke, J., Schukajlow, S., & Rakoczy, K. (2022). Making realistic assumptions in mathematical modelling. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 59–66). PME.
- Krawitz, J., Schukajlow, S., Yang, X., & Geiger, V. (2025). A systematic review of international perspectives on mathematical modelling: Modelling goals and task characteristics. *ZDM – Mathematics Education*, 57(2), 193–212. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01683-2>
- Kolar, M., & Hodnik, T. (2021). Mathematical literacy from the perspective of solving contextual problems. *European Journal of Educational Research*, 10(1), 467–483. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.10.1.467>
- Komatsu, K., Shinno, Y., Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2025). Development of local theories in design-based research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 110(1), 15–30. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10398-w>

- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In *Beyond constructivism* (pp. 3-33). Routledge.
- LeCompte, M.D., & Goetz, J.P. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of Educational Research*, 52(1), 31-60.
<https://doi.org/10.3102/00346543052001031>
- Lewis, S. T. (2018). *Theorizing teaching practices in mathematical modeling contexts through the examination of teacher scaffolding* [Doctoral dissertation]. Ohio State University.
- Lingefjärd, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education — Necessity or unnecessarily. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (New ICMI Study Series, Vol. 10, pp. 333–340). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_35
- Maaş, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38 (2), 113-142.
- Merriam, S. B. (2013). Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber. S. Turan ( ev. Ed.). (s. 21-37). Nobel Yayıncılık.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli: 5. sınıf matematik kitabı*.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli: 9. sınıf matematik kitabı*.
- Molina-Toro, J. F., Rend n-Mesa, P. A., & Villa-Ochoa, J. A. (2019). Research trends in digital technologies and modeling in mathematics education. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), Article em1736.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/108438>
- Niss, M. A. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical competencies* (pp. 43–59). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_4
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315189314>

- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264006416-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Özdemir, E., & Üzel, D. (2013). Gerçekçi matematik eğitime dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin değerlendirilmesi: Temel ilkeler açısından. *E-Journal of New World Sciences Academy*, 8(1), 115–132.
- Patton, M. Q. (2014). Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri. (Çev. M. Bütün ve SM. Bütün). Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Pedley, T. J. (2005). Applying mathematics. *Mathematics Today*, 41(3), 79–83.
- Pereira de Oliveira, A. M., & Barbosa, J. C. (2010). Mathematical modeling and the teachers' tensions. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 511–517). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_44
- Pollak, H. (1979). Interaction between mathematics and other school subjects. In H.-G. Steiner & B. Christiansen (Eds.), *New trends in mathematics teaching* (Vol. IV, pp. 232–248). Paris, France: United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization.
- Rossmann, G. B., & Rallis, S. F. (2012). *Learning in the field: An introduction to qualitative research* (3rd ed.). SAGE Publication.
- Sağiroğlu, M., & Karataş, F. Ö. (2018). Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine yönelik etkinlik oluşturma ve uygulama süreçlerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 335-366. <https://doi.org/10.17522/journal.efd.346784>

- Saka, E., & Çelik, D. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme sürecinde bilgisayar kullanımları üzerine bir inceleme. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(3), 618-635. <https://doi.org/10.16949/turkbilm.409160>
- Schaap, H., Vos, P., & Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: Exploring a framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 137–146). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_14
- Schmidt, B. (2011). Modelling in the classroom: Obstacles from the teacher's perspective. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. A. Stillman (Eds.), *International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling: Trends in teaching and learning of mathematical modelling (Vol. 1, pp. 641–651)*. Springer.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schukajlow, S., Krawitz, J., Kanefke, J., Blum, W., & Rakoczy, K. (2023). Open modelling problems: Cognitive barriers and instructional prompts. *Educational Studies in Mathematics*, 114(3), 417–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10265-6>
- Seino, T. (2005). Understanding the role of assumptions in mathematical modelling: Analysis of lessons with emphasis on the 'awareness of assumptions'. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice (MERGA 28)* (Vol. 2, pp. 664–671). MERGA.
- Shodikin, A., Istiandaru, A., Purwanto, & Subanji, S. (2019). Thinking errors of pre-service mathematics teachers in solving mathematical modelling task. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188, 012004. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012004>
- Siller, H.-S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME6)* (pp. 2136–2145).

- Stacey, K., & Turner, R. (Eds.). (2015). *Assessing mathematical literacy: The PISA experience*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7>
- Stillman, G. (2007). Researching, teaching and the practice of mathematical modelling and applications. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(4), 73–78.
- Stillman, G. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 165–180). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_15
- Stillman, G., & Brown, J. P. (2012). Empirical evidence for Niss' implemented anticipation in mathematising realistic situations. In J. Dindyal, L. P. Cheng, & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons* (Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 2, pp. 682–689). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2024). Promoting elements of mathematical knowledge for teaching related to the notion of assumptions. *Mathematical Thinking and Learning*, 26(4), 382–410. <https://doi.org/10.1080/10986065.2023.2172617>
- Surel, A., & Greefrath, G. (2023). The influence of retelling the task situation on making assumptions when working on mathematical modelling tasks with missing data. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (pp. 1353–1360). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME. <https://www.researchgate.net/publication/377566578>
- Tam, K. C. (2018). *Testing the ability to apply mathematical knowledge* (Doktora tezi, Columbia Üniversitesi). Columbia Üniversitesi Academic Commons. <https://doi.org/10.7916/D8NS26C1>
- Tekin Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması* (Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi). Ulusal Tez Merkezi.

- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction: The Wiskobas project*. D. Reidel Publishing Company.
<https://doi.org/10.1007/978-94-009-3707-9>
- Zbiek, R. M., Yao, X., Heid, M. K., & Black, M. V. (2025). Characterizing mathematical modelling tasks in empirical literature. *Mathematics Education Research Journal*.
<https://doi.org/10.1007/s13394-024-00515-y>
- Yanbıyık, S. (2016). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri: Fermi problemleri uygulamaları* [Yüksek lisans tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, D. D., & Dede, Y. (2016). Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1115–1128.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research. Design and methods* (4th ed.) Thousand Oaks, CA: Sage
- Yükseköğretim Kurulu [YÖK]. (2018). *Öğretmen yetiştirme lisans programları*. Ankara.
- Wiehe, J., Schukajlow, S., Krawitz, J., & Rakoczy, K. (2025). Openness in mathematical modelling: Do experiences of competence and autonomy mediate the effects of an intervention on modelling problems on task values and cost? *ZDM–Mathematics Education*, 57(2/3). <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01670-7>
- Wigfield, A., Muenks, K., & Eccles, J. S. (2021). Achievement motivation: What we know and where we are going. *Annual Review of Developmental Psychology*, 3(1), 8.

EKLER

EK 1. Etik Kurul İzin Belgesi



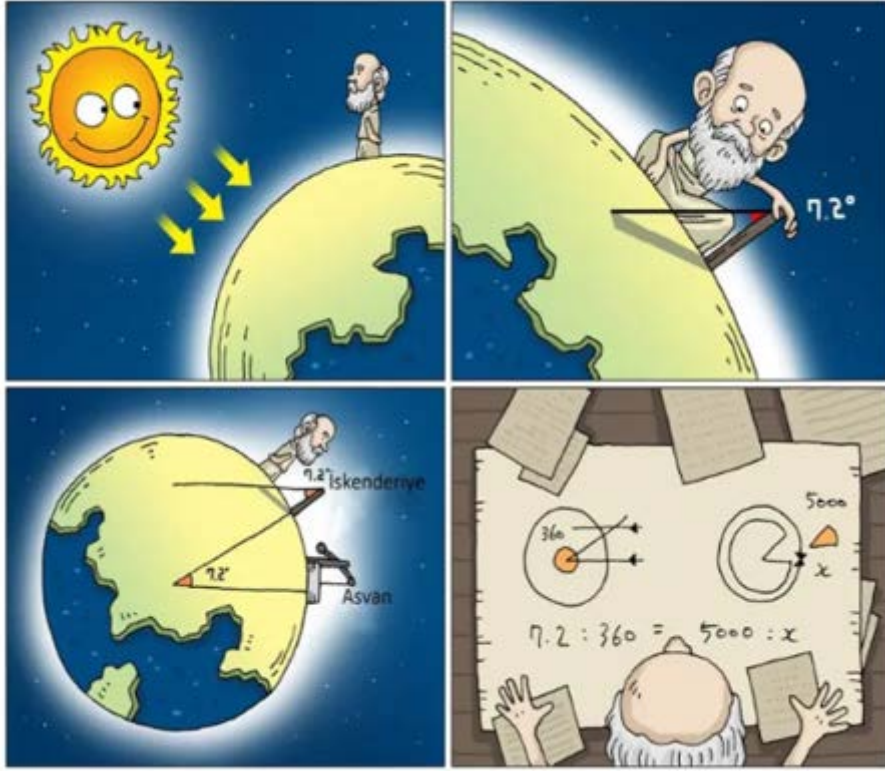
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMALAR ETİK KURULU
ETİK KURUL KARARI

Etik Kurul Toplantı Tarihi/Sayısı ve Karar No	Tarih :29/03/2024 Toplantı Sayısı: 07 Karar No :2024/290
Araştırmanın Başlığı	Matematik Öğretmen Adaylarının Teknoloji Destekli Matematiksel Modelleme Problemlerinde Varsayımda Bulunma ve Değişken Belirleme Süreçlerinin İncelenmesi.
Sorumlu Araştırmacı	Dr. Öğr. Üyesi İbrahim ÇETİN
Yardımcı Araştırmacı	Seda Nur AK Lisansüstü Öğrenci
Etik Kurul Kararı	18147 sayılı başvuru Etik Kurul tarafından değerlendirilmiş olup, başvurunun bilimsel araştırma etiği açısından “Uygun” olduğuna karar verilmiştir.

ASLI GİBİDİR
29/03/2024

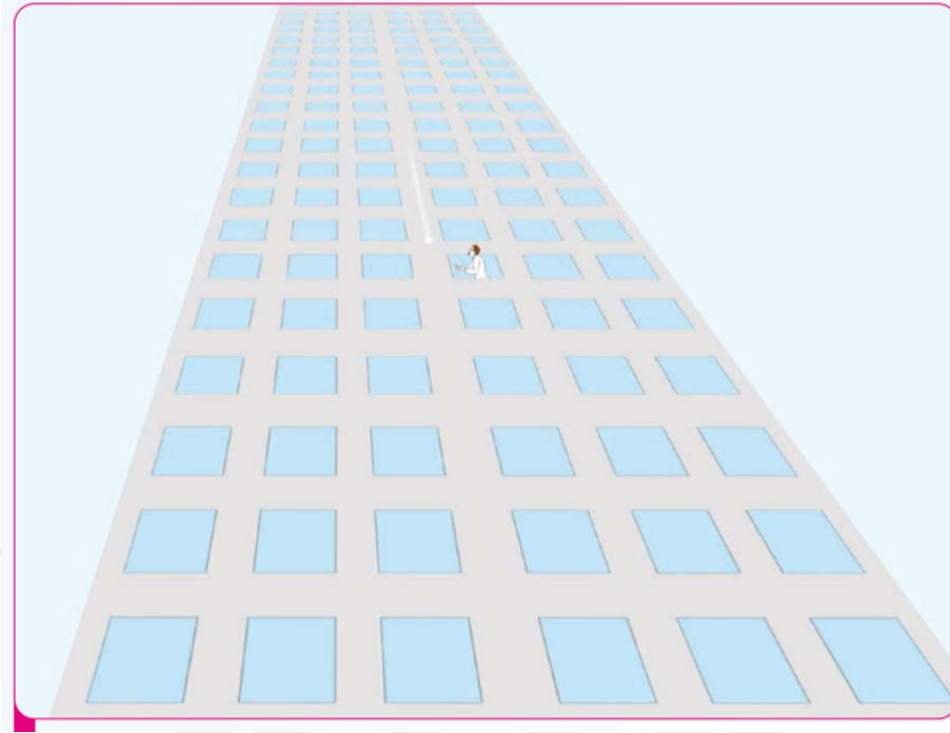
Doç. Dr. Mustafa AYDIN
Başkan Yardımcısı

EK 2. Dünya'nın Yarıçapını Hesaplama Matematiksel Modelleme Problemi



Eratosthenes, deneyinde Syene'de dik açı olduğunda aynı anda İskenderiye'de 7.25 lik (Bazı kaynaklarda 7,12 ve bazılarında da 7,2 olarak da söylenmektedir.) bir açı oluştuğunu görmüştür. Bundan yararlanarak Dünya'nın çevresini hesaplamaya çalışmıştır. Sizce bu mümkün müdür? Eratosthenes' in çözüm için bilmesi gerekenler nelerdir? Bu yolla nasıl çözüm yapılabilir? Düşüncelerinizi matematiksel ifadelerle gerekçelendirerek ayrıntılı olarak açıklayınız.

EK 3. Zıplayan Top Matematiksel Modelleme Problemi (Erbaş vd., 2016)



Birçok popüler spor dalı bir çeşit top kullanımı gerektirir. Spor dallarında kullanılan topları tasarlarırken göz önünde bulundurulması gereken en önemli etkenlerden birisi de topun iyi zıplayabilmesi, yani esnekliğidir. Örneğin bir golf topu sert bir yüzeye çarptığında düştüğü yüksekliğin yaklaşık $2/3$ ü kadar sıçramalıdır. Çeşitli spor dallarında kullanılmak üzere toplar üreten bir firmanın AR-GE birimi çalışanları, esnekliğini test etmek için yeni geliştirdikleri bir topu, 52 m yüksekliğindeki bir binanın çatısından aşağı doğru bırakıyor. Binanın bir katında gözlem yapan bir görevli de topun, yerden 15 m yükseklikteki gözlem seviyesinden 17 kez geçtiğini rapor ediyor. Sizden AR-GE bölümünün matematikçisi olarak, bu verileri kullanarak test edilen topun zıplama oranının ne olabileceğini bulmanız istenmektedir. Bunu yaparken topun düz bir zemine çarparak her zıplayıştta bir önceki yüksekliğinin belli ve sabit bir oranına ulaştığını varsayınız.

EK 4. Doğa İçindeki Evler Modelleme Problemi (Dost, 2019)



Bir inşaat şirketi, ormanlık bir alanda, villa tipinde konut üretimi projesi hazırlamak istemektedir. Şirket, yeşili koruma politikaları gereği, alandaki ağaçlardan bu konutlarda yaşayacak insanların üreteceği karbondioksiti oksijene dönüştürecek kadar ağacın kesilmeden kalmasını istemektedir. Sizden, bu projede çalışan bir uzman matematikçi olarak, planlanan alana yapılacak konut ve ağaç sayıları ile ilgili bir rapor hazırlamanız beklenmektedir.

EK 5. Otoyol Ücreti Matematiksel Modelleme Problemi (Dost, 2019)



Son yıllarda taşıt trafiğinde ortaya çıkan artış ve yarattığı sıkışıklık otoyol inşaatlarına hız kazandırmıştır. Otoyol, transit trafiğe ayrılan, belirli yerler ve şartlar dışında giriş ve çıkışın yasak olduğu; yaya, hayvan ve motorsuz araçların giremediği, ancak izin verilen motorlu araçların yararlandığı ve trafiğin özel olarak kontrol edildiği Ücretli otoyollar ve bu otoyolların ücreti, Karayolları Genel Müdürlüğü'nün teklifi üzerine, Bakan tarafından belirlenir. Bu otoyolların geçiş ücretlerinin belirlenmesinde; ücretlendirilen otoyolun uzunluğu, trafik yoğunluğu, bu yolu kullanan araçların cinsi, sosyal ve ekonomik faktörler dikkate alınır. Genel Müdürlüğün bu faktörlere dayanarak hazırladığı teklif, Bakan onayı ile yürürlüğe girer. Karayolları Genel Müdürlüğü yeni yapılacak bir otoyol için geçiş ücreti belirleyecektir. Bunun için ücret ödeme noktası olarak belirlenen bir noktadan bir saatte en fazla kaç araç geçebileceği konusunda fikir sahibi olmak istemektedir. Bu amaçla, Genel Müdürlükte bir ekip oluşturulmuştur. Sizden bu ekipte yer alan bir uzman olarak ücret ödeme noktasından bir saat içinde en çok kaç araç geçebileceğini hesaplama konusunda bir öneride bulunmanız ve bu önerinizi yetkililere bir rapor halinde sunmanız beklenmektedir. Bu hesaplama kapsamında araçların birbirlerini güvenli takip mesafesini koruyarak takip ettiği varsayılacaktır. Güvenli takip mesafesini aracın hızı, aracın sürücüsünün acil bir duruma tepki vermesi için geçen ortalama süre ve aracın durmadan önce yavaşlayarak aldığı yol etkilemektedir

EK 6. Cadde Park Yeri Matematiksel Modelleme Problemi (Erbaş vd., 2016)

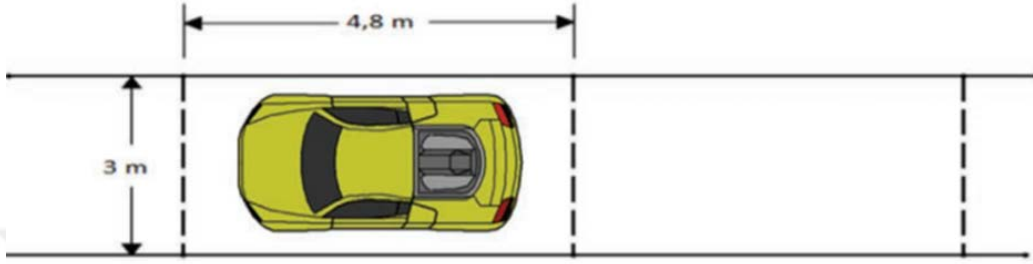


Bir şehir planlamacısı iki yönlü bir yolun kenarında, evlerin önünde araba park yeri tasarlamak için sizden yardım istiyor. Şehir plancısının amacı caddede park edilebilecek araç sayısının en fazla olacağı düzeni sağlamaktır. Park yeri olarak kullanılacak yer yolun 150 m uzunluğundaki kısmını oluşturuyor. Yolun toplam genişliği 18 metredir. Bu yolda hem iki yönlü trafik işlemeli hem de yolun iki tarafında arabalar park edebilmelidir. Şekil 1’de görüldüğü gibi yolun bir şeridi, şerit çizgisi dâhil 4,5 m ve yolun kenarındaki bir araç park alanının genişliği de 4,5 m’dir. Bir arabanın güvenli bir şekilde park edilebilmesi için yolda şerit çizgileri dahil 3 m genişliğinde 4,8 m uzunluğunda dikdörtgensel bir alan ayrılmalıdır. Bu alan, yola paralel olabileceği gibi açılı olarak da tasarlanabilir ancak bu durumda araçlar yola taşmamalıdır.

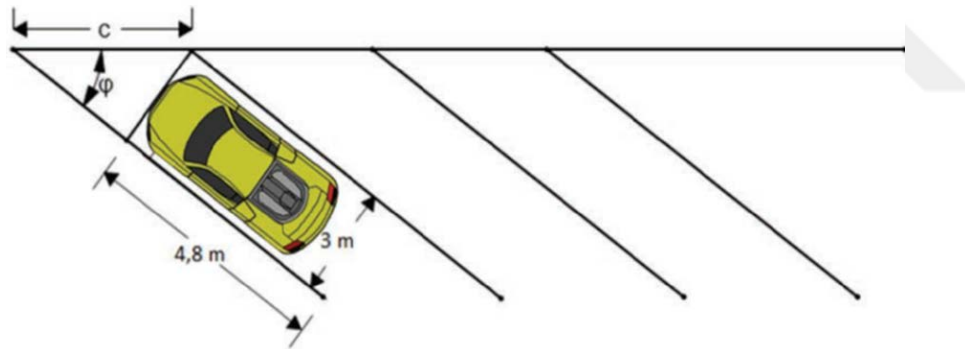


Sizden istenen yolun bu 150 m'lik kısmına en fazla sayıda araç park edilebilecek şekilde yola paralel, dik veya açılı park yerleri tasarlamanızdır. Araba park yeri tasarımınızda aşağıdaki çizimlerden yararlanabilirsiniz.

Paralel Araba Park Tasarım Yeri



Açılı Araba Park Tasarım Yeri



Eğer araç park alanının genişliği için bir tarafta verilen 4,5 m sınırlaması olmasaydı yolun toplam genişliği (18 m) ve yol genişliği ($4,5 \text{ m} + 4,5 \text{ m} = 9 \text{ m}$) sabit kalmak şartıyla şehir planlamacısına en fazla sayıda araç park edilebilmesi için nasıl bir park tasarımı önerisinde bulunurdunuz? Nedenleriyle açıklayınız.

EK 7. Müzede Güvenlik Matematiksel Modelleme Problemi (Koyunkaya ve Tekin Dede, 2021)



Bir müzede kare şeklindeki odalarda güvenliği sağlamak amacıyla odanın tabanının tam ortasına bir güvenlik sensörünün yerleştirilmesi planlanmaktadır. Bu bağlamda sensörün sabit bir hız ile açısal olarak dönerek odanın tüm tabanını taradığı göz önünde bulundurulursa, ışınların, duvara değdiği noktaların sensörün bulunduğu noktaya olan uzaklığının değişimi belirlenmek isteniyor. Bu noktada müzenin güvenlik birimine nasıl yardım edebilirsiniz?

EK 8. Odak Grup Görüşme Soruları (Veri Toplama Aracı)

1. Matematiksel modelleme sürecinde değişkenleri nasıl belirlediniz? Açıklayınız.
2. Matematiksel modelleme problemlerinde değişkenleri belirlerken zorluk yaşadınız mı?
Nasıl zorluklar yaşadınız?
3. Matematiksel modellemede varsayımları nasıl belirlediniz? Açıklayınız.
4. Matematiksel modelleme problemlerinde varsayım oluşturma sürecinde yaşadığınız zorluklar nedir?

