



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Doktora Tezi

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILARLA TOPLAMA İŞLEMİNDE
KULLANILAN TEMSİLLER ÜZERİNDEKİ GÖZ HAREKETLERİNİN
İNCELENMESİ: BİR GÖZ İZLEME ÇALIŞMASI**

Hilmi KARACA
ORCID: 0000-0002-5958-2522

Danışman
Prof. Dr. Erhan ERTEKİN
ORCID: 0000-0002-6466-8996

İkinci Danışman
Prof. Dr. Kürşat ÇAĞILTAY
ORCID: 0000-0003-1973-7056

Konya – 2023

TEŞEKKÜR

Lisans eğitimimden itibaren desteğini üzerimden eksik etmeyen, matematik eğitimine yenilikçi ve teknolojik bir bakış açısı ile bakmamı destekleyen, değerli bilgi ve tecrübelerini ile her daim yol gösteren saygıdeğer danışmanım Prof. Dr. Erhan ERTEKİN'e sonsuz saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Fikirleri ve yorumları ile bu çalışmanın teknik ve teknolojik alt yapısını oluşturmamda yardımcı olan ve profesyonel rehberliğiyle tezimi yazmamda yol gösteren saygıdeğer danışmanım Prof. Dr. Kürşat ÇAĞILTAY'a sonsuz saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tezin daha iyi seviyelere gelmesi ve niteliğinin artması için yapıcı eleştirileri, önerileri ve destekleri ile bu çalışmaya ışık tutan değerli hocalarım Prof. Dr. Ersen YAZICI'ya ve Doç. Dr. Tuğba HORZUM'a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca doktora sürecim boyunca bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan Doç. Dr. Melihan ÜNLÜ'ye, Doç. Dr. Feride ÖZYILDIRIM GÜMÜŞ'e ve Arş. Gör. Berna YILDIZHAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Doktora sürecinde "TÜBİTAK 2211-A Genel Yurt İçi Doktora Burs Programı" kapsamında sağlamış olduğu burs desteğinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Bana ilk harfimi öğreten Emine SUCU'ya, eğitim hayatımın dönüm noktalarında bana yol gösteren ve destek olan Sayın YALÇIN'a ve Özlem MARAŞ'a, eğitim hayatım boyunca üzerimde emeği bulunan tüm hocalarıma ve bu çalışmamda bana yardımcı olan tüm meslektaşlarıma en derin saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim doğum ile başlayan ve yaşam boyu devam eden bir süreçtir. Benim de ilk eğitimcilerim olan aileme, üzerimdeki emeklerini ve fedakârlıklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim anneme, cümlelerine "Yeter ki siz okuyun!" ile başlayan ve bizim için her türlü zorluğa göğüs geren babama, her zaman desteklerini hissettiğim kardeşlerime, evimizin neşesi olan Yusuf Talha'ya ve eğitim ve çalışma hayatımın gereği olan yoğun çalışma tempomda sabrıyla, anlayışıyla ve sevgisiyle her zaman yanımda olan canım eşim Mervem'e sonsuz sevgilerimi ve teşekkürlerimi sunarım.

Hilmi KARACA

Temmuz 2023

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	vii
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	ix
TABLolar LİSTESİ	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ	xv
ÖZET	xviii
ABSTRACT	xix
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Amacı	3
1.2. Araştırmanın Önemi	4
1.3. Problem ve Alt Problemler.....	7
1.4. Varsayımlar	8
1.5. Sınırlılıklar	8
1.6. Tanımlar	8
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE	11
2.1. Temsil.....	11
2.1.1. Temsil kavramı	11
2.1.2. Temsillerin sınıflandırılması ve temsil sistemleri.....	12
2.1.3. Matematik eğitiminde temsil	13
2.2. Tam Sayılar ve Temsil	15
2.2.1. Tam sayıların ve tam sayılarla işlemlerin inşası.....	15
2.2.2. Tam sayı ve tam sayılarla işlemler için kullanılan temsil türleri.....	17
2.3. Göz İzleme (Eye Tracking)	19
2.3.1. Göz izleyiciler ve teknik özellikleri.....	19
2.3.2. Geçerli ve güvenilir bir göz izleme için kalibrasyon.....	21
2.3.3. Göz izleme veri türleri	21
2.3.4. Göz izleme çalışmalarında uyaranlar.....	25
2.3.5. Göz zihin varsayımı (eye mind assumption)	26

2.3.6.	Matematik eğitiminde göz izleme yöntemi	26
2.4.	Çoklu Ortam Öğrenme (Multimedia Learning)	27
2.5.	Bilişsel Yük Teorisi.....	29
2.6.	İlgili Araştırmalar	30
2.6.1.	Matematik eğitiminde kullanılan temsiller	30
2.6.2.	Matematik eğitiminde temsiller ve göz izleme.....	32
3.	YÖNTEM.....	39
3.1.	Araştırmanın Modeli	39
3.2.	Çalışma Grubu.....	40
3.3.	Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci	41
3.3.1.	Göz izleme sürecinde kullanılan materyaller.....	41
3.3.2.	Temsiller üzerinde oluşturulan ilgi alanları	42
3.3.3.	Göz izleyici	45
3.3.4.	Araştırma ortamı	46
3.3.5.	Kalibrasyon süreci	46
3.3.6.	Veri toplama süreci.....	46
3.4.	Verilerin Analizi.....	47
3.4.1.	Nicel verilerin analizi	47
3.4.2.	Nitel verilerin analizi	50
3.5.	Pilot Uygulamalar	55
3.5.1.	Pilot uygulama 1 (PU1)	55
3.5.2.	Pilot uygulama 2 (PU2)	58
3.6.	Geçerlik ve Güvenirlilik	60
4.	BULGULAR	62
4.1.	“Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular	63
4.1.1.	Sayma pulu temsili üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait bulgular	63
4.1.2.	Sayma pulu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarına ait bulgular 65	
4.1.3.	Sayma pulu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait bulgular 67	
4.2.	“Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular	69
4.2.1.	Sayı doğrusu temsili üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait bulgular ..	69
4.2.2.	Sayı doğrusu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarına ait bulgular	71

4.2.3. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait bulgular	73
4.3. “Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular	76
4.3.1. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait bulgular	76
4.3.2. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarına ait bulgular	77
4.3.3. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait bulgular	79
4.4. “Katılımcıların Göz Hareketi Ölçümleri Temsil Türüne Göre Farklılaşmakta Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular	81
4.4.1. Temsiller üzerinde gerçekleştirilen ortalama bakış süresine ait bulgular	81
4.4.2. Temsiller üzerinde gerçekleştirilen ortalama sabitlenme sayısına ait bulgular	83
4.4.3. Temsiller üzerinde gerçekleştirilen ortalama sabitlenme süresine ait bulgular	85
4.5. “Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular	87
4.5.1. Sayma pulu temsili üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları	88
4.5.2. Sayma pulu temsili üzerinde en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanı bulguları	90
4.5.3. Sayma Pulu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş bulguları	91
4.5.4. Sayma pulu temsili modellerinin bakış yollarına ait bulgular	92
4.6. “Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular	99
4.6.1. Sayı doğrusu temsili üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları	100
4.6.2. Sayı doğrusu temsili üzerinde en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanı bulguları	102
4.6.3. Sayı doğrusu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş bulguları	103
4.6.4. Sayı doğrusu temsili modellerinin bakış yollarına ait bulgular	104
4.7. “Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular	110
4.7.1. Sembolik temsil üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları	112
4.7.2. Sembolik temsil üzerinde en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanı bulguları	113
4.7.3. Sembolik temsil ilgi alanları arasındaki geçiş bulguları	116
4.7.4. Sembolik temsil modellerinin bakış yollarına ait bulgular	116
4.8. “Katılımcıların Sözel Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular	122
4.8.1. Sözel temsil üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları	123
4.8.2. Sözel temsil üzerindeki en uzun sabitlenme bulguları	124

4.9. Bulgular	“Katılımcı Bakışlarının Başarı ile İlişkisi Var Mıdır?” Sorusuna Ait	126
---------------	--	-----

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER 131

5.1. Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri	131
5.2. Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri	134
5.3. Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri	136
5.4. Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Göz Hareketi Ölçümleri Temsil Türüne Göre Farklılaşmakta	137
5.5. Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?”	141
5.6. Nasıldır?” Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri	144
5.7. Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?”	146
5.8. Sorusuna Ait Sonuçlar	“Katılımcıların Sözel Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?”	147
5.9. Sonuçlar	“Katılımcı Bakışlarının Başarı ile İlişkisi Var Mıdır?” Sorusuna Ait	149
5.10. Öneriler		151
5.10.1. Araştırmalara yönelik öneriler		151
5.10.2. Uygulamaya yönelik öneriler		152

6. KAYNAKLAR..... 153

7. EKLER..... 162

EK-1: Göz İzleme Uygulamasında Kullanılan Sunumlar	162
EK-2: Göz İzleme Uygulamasında Kullanılan Sunumlar (İlgi Alanlarına Ayrılmış)	168
EK-3: Göz İzleme Uygulaması Bilgilendirme Formu	173
EK-4: Araştırma İzni	174
EK-5: Etik Kurul İzni	175
EK-6: Göz İzleme Verileri Kontrol Listesi	177

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Ortaokul Öğrencilerinin Tam Sayılarla Toplama İşleminde Kullanılan Temsiller Üzerindeki Göz Hareketlerinin İncelenmesi: Bir Göz İzleme Çalışması başlıklı tez çalışmamın toplam **152** sayfalık kısmına ilişkin, 6/07/2023 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%4** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

6/07/2023

Hilmi KARACA

Prof. Dr. Erhan ERTEKİN

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

6/07/2023

Hilmi KARACA

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

- p : Anlamlılık düzeyi
 $\bar{X}$: Aritmetik ortalama
 d : Cohen d
 N : Doğal sayılar kümesi
 ε : Epsilon
 η_p^2 : Kısmi eta kare
 χ^2 : Ki kare değeri
 Λ : Lamda
 N : Örneklem büyüklüğü
 df : Serbestlik derecesi
 $SS.$: Standart sapma
 t : t değeri
 Z : z puanı

Kısaltmalar

AOI	: Area of Interest (İlgi Alanı)
BYT	: Bilişsel Yük Teorisi
ÇOÖ	: Çoklu Ortam Öğrenme
EOG	: Electro-Oculo Graphy
ESD	: Eş Zamanlı Sesli Düşünme
GSD	: Geriye Dönük Sesli Düşünme
GZV	: Göz Zihin Varsayımı
Hz	: Hertz
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
POG	: Photo-Oculo Graphy
PU1	: Pilot Uygulama 1
PU2	: Pilot Uygulama 2
S.Der.	: Serbestlik Derecesi
SD	: Sayı Doğrusu
SKL	: Skleral Kontakt Lens
SH	: Standart Hata
SM	: Sembolik
SP	: Sayma Pulu
SZ	: Sözel
VOG	: Video-Oculo Graphy
VTKY	: Video Tabanlı Korneal Yansıma

TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 2.1. Çalışma kapsamında kullanılan temsillerin temsil sistemlerine göre sınıflandırmaları.	18
Tablo 2.2. Göz izleme ölçüm türleri (Lai vd., 2013, s. 93).	22
Tablo 2.3. Çoklu ortam uyaranlarının tasarımına ilişkin ilkeler (Mayer, 2009).	28
Tablo 3.1. Sorularda kullanılan temsiller ve işlemler.	42
Tablo 3.2. Temsillerin tasarımında dikkat edilen ÇÖÖ ilkeleri.	42
Tablo 3.3. Kalibrasyon süreci.	46
Tablo 3.4. Veri toplama süreci.	47
Tablo 3.5. Katılımcıların göz hareketlerinin içerik analizi süreci.	50
Tablo 3.6. İçerik analizi temaları ve alt temaları açıklamaları.	53
Tablo 4.1. Sayma pulu üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	63
Tablo 4.2. Sayma pulu üzerindeki ortalama bakış sürelerinin normallik testleri.	64
Tablo 4.3. Sayma pulu üzerindeki ilgi alanlarının ortalama bakış sürelerinin Friedman testi sonuçları.	64
Tablo 4.4. Sayma pulu üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.	64
Tablo 4.5. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	65
Tablo 4.6. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının normallik testleri.	65
Tablo 4.7. Mauchly küresellik testi (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	65
Tablo 4.8. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	66
Tablo 4.9. Multivariate test sonuçları (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	66

Tablo 4.10. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	67
Tablo 4.11. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	67
Tablo 4.12. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.	67
Tablo 4.13. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.	68
Tablo 4.14. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.	68
Tablo 4.15. Sayı doğrusu üzerindeki bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	69
Tablo 4.16. Sayı doğrusu üzerindeki bakış sürelerinin normallik testleri.	70
Tablo 4.17. Mauchly küresellik testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).	70
Tablo 4.18. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).	70
Tablo 4.19. Multivariate test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).	71
Tablo 4.20. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).	71
Tablo 4.21. Sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sayılarının ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	71
Tablo 4.22. Sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sayılarının normallik testleri.	72
Tablo 4.23. Mauchly küresellik testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	72
Tablo 4.24. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	72

Tablo 4.25. Multivariate test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	73
Tablo 4.26. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	73
Tablo 4.27. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	73
Tablo 4.28. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.	74
Tablo 4.29. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.	74
Tablo 4.30. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.	74
Tablo 4.31. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	76
Tablo 4.32. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerinin normallik testleri.	77
Tablo 4.33. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.	77
Tablo 4.34. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	77
Tablo 4.35. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının normallik testleri.	78
Tablo 4.36. Mauchly küresellik testi (sembolik temsil ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	78
Tablo 4.37. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sembolik temsil ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	79
Tablo 4.38. Multivariate test sonuçları (sembolik temsil ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).	79
Tablo 4.39. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.	79

Tablo 4.40. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.	80
Tablo 4.41. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.	80
Tablo 4.42. Temsil bazında ortalama bakış sürelerinin betimsel istatistikleri.....	81
Tablo 4.43. Temsil bazında ortalama bakış sürelerinin normallik testleri.....	81
Tablo 4.44. Mauchly küresellik testi (ortalama bakış süreleri).	82
Tablo 4.45. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (ortalama bakış süreleri).....	82
Tablo 4.47. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi sonuçları (ortalama bakış süresi). ...	82
Tablo 4.48. Temsil bazında ortalama sabitlenme sayılarının betimsel istatistikleri. ...	83
Tablo 4.49. Temsil bazında ortalama sabitlenme sayılarının normallik testleri.	83
Tablo 4.50. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının Friedman testi sonuçları.	84
Tablo 4.51. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.....	84
Tablo 4.52. Temsil bazında ortalama sabitlenme sürelerinin betimsel istatistikleri....	85
Tablo 4.53. Temsil bazında ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.....	85
Tablo 4.54. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin Friedman testi sonuçları.	86
Tablo 4.55. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.....	86
Tablo 4.56. Başarıya göre içerik analizi alt temalarının betimsel istatistikler.....	126
Tablo 4.57. Başarıya göre içerik analizi alt temalarının normallik testleri.....	127
Tablo 4.58. Başarıya göre geriye dönük bakış sayıları Mann-Whitney U testi bulguları.	127
Tablo 4.59. Başarıya göre t-testi bulguları.	128

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Tam Sayılar (Nesin, [2010]'dan uyarlanmıştır.).....	16
Şekil 3.1. Sayma pulu temsili ilgi alanları.	43
Şekil 3.2. Sayı doğrusu temsili ilgi alanları.	44
Şekil 3.3. Sembolik temsil ilgi alanları.	45
Şekil 3.4. Bakış yolu-bakış yolu modeli örneği (K8).....	51
Şekil 3.5. Modellerin görsel kodlama örnekleri.	52
Şekil 3.6. Çalışma süreci.	59
Şekil 4.1. Çalışmada kullanılan SP1 sayma pulu temsili ve ilgi alanları.	63
Şekil 4.2. Çalışmada kullanılan SD1 sayı doğrusu temsili ve ilgi alanları.	69
Şekil 4.3. Çalışmada kullanılan SM1 sembolik temsili ve ilgi alanları.	76
Şekil 4.4. Sayma pulları üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi.	87
Şekil 4.5. Sayma pulu temsili üzerindeki ilk sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.	88
Şekil 4.6. Katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.	89
Şekil 4.7. Sayma pulu temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.	90
Şekil 4.8. Sayma pulu temsili üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritaları.	91
Şekil 4.9. Sayma pulu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş sayılarının grafiği.	92
Şekil 4.10. Sayma pulu temsili için Katılımcı 17'nin 1 numaralı sayma pulundaki göz hareketi modeli örneği (K17SP1).....	93
Şekil 4.11. Sayma pulu temsiline ait geriye dönük bakış örnekleri.	95
Şekil 4.12. Sayma pulu temsiline ait döngüsel bakış örnekleri.....	96
Şekil 4.13. Sayma pulu temsiline ait taramalı bakış örnekleri.	96
Şekil 4.14. Sayma pulu temsiline ait çapalı bakış örnekleri.....	97
Şekil 4.15. Sayma pulu temsiline ait bütünlük durumu örnekleri.	97
Şekil 4.16. Sayma pulu temsiline ait tekrar durumu örnekleri.	98

Şekil 4.17. Sayı doğrusu üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi.....	99
Şekil 4.18. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ilk sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.....	100
Şekil 4.19. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.	101
Şekil 4.20. Sayı doğrusu temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.....	102
Şekil 4.21. Sayı doğrusu temsili üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritası.	103
Şekil 4.22. Sayı doğrusu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş sayılarının grafiği.	104
Şekil 4.23. Sayı doğrusu temsili için Katılımcı 30'un 1 numaralı sayı doğrusundaki göz hareketi modeli örneği (K30SD1).	105
Şekil 4.24. Sayı doğrusu temsiline ait geriye dönük bakış örnekleri.	106
Şekil 4.25. Sayı doğrusu temsiline ait döngüsel bakış örnekleri.....	106
Şekil 4.26. Sayı doğrusu temsiline ait taramalı bakış örnekleri.	107
Şekil 4.27. Sayı doğrusu temsiline ait çapalı bakış örnekleri.....	107
Şekil 4.28. Sayı doğrusu temsiline ait bütünlük durumu örnekleri.	108
Şekil 4.29. Sayı doğrusu temsiline ait tekrar durumu örnekleri.	109
Şekil 4.30. Sembolik temsil üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi....	111
Şekil 4.31. Sembolik temsil üzerindeki ilk sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.	112
Şekil 4.32. Sembolik temsil üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.	113
Şekil 4.33. Sembolik temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.	114
Şekil 4.34. Sembolik temsil üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritası.	115
Şekil 4.35. Sembolik temsil ilgi alanları arasındaki geçiş sayılarının grafiği.	116
Şekil 4.36. Sembolik temsil için Katılımcı 53'ün 3 numaralı sembolik temsildeki göz hareketi modeli örneği (K53SM3).	117
Şekil 4.37. Sembolik temsile ait geriye dönük bakış örnekleri.....	118
Şekil 4.38. Sembolik temsile ait döngüsel bakış örnekleri.	118

Şekil 4.39. Sembolik temsile ait taramalı bakış örnekleri.....	119
Şekil 4.40. Sembolik temsile ait çapalı bakış örnekleri.	120
Şekil 4.41. Sembolik temsile ait bütünlük durumu örnekleri.....	120
Şekil 4.42. Sembolik temsile ait tekrar durumu örnekleri.....	121
Şekil 4.43. Sözel temsil üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi.	122
Şekil 4.44. Sözel temsil üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.	124
Şekil 4.45. Sözel temsil üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritası.	125



ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Doktora Tezi

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILARLA TOPLAMA İŞLEMİNDE KULLANILAN TEMSİLLER ÜZERİNDEKİ GÖZ HAREKETLERİNİN İNCELENMESİ: BİR GÖZ İZLEME ÇALIŞMASI

Hilmi KARACA

Temsiller, matematik eğitiminde, fikirlerin veya ilişkilerin yerini alarak somutlaştırma, dönüştürme ve temsil etme işlevi görürler. Öğrenciler, matematiksel temsillerle etkileşime girdiklerinde, gözlenmesi zor olan birçok bilişsel faaliyeti gerçekleştirebilmektedir. Bu bilişsel faaliyetlerin ortaya çıkarılması, matematik eğitimi açısından oldukça önemlidir. Gelişen teknoloji ile göz izleme yöntemi gibi yaklaşımlar bilişsel faaliyetlerin incelenmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin tam sayılarla toplama işleminde sıklıkla kullanılan sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsil üzerindeki göz hareketlerinin incelenmesidir. Çalışmaya ortaokul 7. sınıfta öğrenim gören 85 (40 kız ve 45 erkek) öğrenci katıldı. Göz hareketi verileri uygun olmayan 21 öğrencinin verilerinin çıkarılması ile 64 öğrencinin verileri analizlere dahil edildi. Veri toplama sürecinde göz izleme uygulamalarında her bir temsil türünden üçer tane olmak üzere 12 tam sayılarla işlemler sunumu kullanıldı. Göz izleme verileri GazePoint GP3 (60 Hz) göz izleyici ile toplandı ve Gazepoint Analysis Professional Edition programı ile analiz edildi. Göz izleme yöntemi ile sayısal ve görsel veriler elde edildi. Bu sebeple, çalışma nicel ve nitel unsurlar içermektedir. Çalışmanın nicel boyutunda, öğrencilerin göz hareketlerinden elde edilen sayısal veriler kullanılmıştır. Bağımsız değişkenler, dört farklı temsil türü olan sözel temsil, sembolik temsil, sayı doğrusu temsili ve sayma pulu temsildir. Bağımlı değişkenler, dört temsil türü üzerindeki bakış süreleri, sabitleme sayıları ve sabitleme süreleridir. Öğrencilerin temsiller üzerindeki göz hareketlerine ait görsel dokümanlar (ısı haritaları ve bakış yolları) çalışmanın nitel verilerini oluşturmaktadır. Bu dokümanlar ile öğrencilerin temsiller üzerinde nasıl göz hareketleri sergiledikleri, hangi noktalara daha fazla odaklandıkları ve öğrencilerin temsiller üzerindeki göz hareketlerinde benzerliklerin veya farklılıkların bulunup bulunmadığı incelendi. Öğrencilerin temsiller üzerinde göz hareketleri hem temsil bazında hem de temsiller arasındaki ilişkiler bağlamında incelenmesi sebebiyle çalışmanın nitel boyutu, bütüncül çoklu durum çalışması niteliğindedir. Sayma pulu temsili, en fazla sabitleme ve en uzun süre bakış SPc (toplanacak sayıları temsil eden pulların bir araya geldiği) üzerinde gerçekleşti. Sayı doğrusu temsili öğrenciler, SDb (birinci okun ucu ile ikinci okun başlangıç noktası) ilgi alanı üzerinde daha uzun süre odaklandı. Ancak SDb’de sabitlemelerin süresi daha fazla gerçekleşti. Sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki bakış süresi, sabitleme sayısı ve sabitleme süresi arasında fark gözlenmedi. Temsil türleri birbiri ile karşılaştırıldığında, öğrenciler sözel temsil üzerinde daha fazla sabitlenerek ve daha uzun süre bakarak nasıl odaklandıkları incelendi. Ancak sözel temsil üzerindeki sabitleme süreleri diğer temsillere kıyasla oldukça düşüktü. Katılımcıların temsiller üzerindeki bakışlarına ait modellerin içerik analizi sonucu, ilişkilendirme (geriye dönük, döngüsel, taramalı ve çapalı bakış), desen (bütünlük ve tekrar durumu) ve gezinme (kısa, orta ve uzun gezinme) olmak üzere üç tema elde edildi. Sayma pulu, sayı doğrusu ve sembolik temsilde çapalı bakışlar daha az gözlemlendi. Sayma pulu ve sembolik temsilde tekli bütüncül desen daha sık gözlenirken sayı doğrusunda çoklu bütüncül desen daha sık gözlemlendi. Sözel temsillerde eylem belirten sözcüklere durum belirtilen sözcüklerden daha fazla odaklanma gözlemlendi. Başarı düzeyleri arttıkça geriye dönük, döngüsel, çapalı bakış sergileme durumunun azaldığı, döngüsel bakış sergileme durumunun arttığı belirlendi. Düşük başarılı katılımcılar yüksek başarılı katılımcılara kıyasla daha fazla tekrarlı desen ve daha uzun gezinmeler sergilediği belirlendi. Elde edilen bulgular, tam sayılarla toplama işlemi, matematiksel temsil ve göz izleme literatürleri bağlamında tartışıldı ve öğretmenler ve araştırmacılar için öneriler sunuldu.

Anahtar Kelimeler: Temsil, matematiksel temsil, göz izleme, tam sayılar, toplama işlemi.

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences

Department of Mathematics and Sciences Education

Mathematics Education Program

Doctoral Thesis

INVESTIGATION OF EYE MOVEMENTS OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS ON REPRESENTATIONS USED IN ADDITION WITH INTEGERS: AN EYE TRACKING STUDY

Hilmi KARACA

In mathematics education, representations function to concretize, transform and represent ideas or relationships. When students interact with mathematical representations, they can perform many cognitive activities that are difficult to observe. Revealing these cognitive activities is very important for mathematics education. With the developing technology, approaches such as the eye-tracking method play an important role in examining cognitive activities. In this context, this study aims to examine the eye movements of middle school students on the counter, number line, symbolic and verbal representation frequently used in addition to integers. Eighty-five (40 females and 45 males) 7th-grade middle school students participated in the study. The data of 64 students were included in the analyses after the data of 21 students whose eye movement data were not appropriate were removed. During the data collection process, 12 integer addition presentations, three from each representation type, were used in eye-tracking applications. Eye-tracking data were collected with Gazepoint GP3 (60 Hz) eye tracker and analyzed with the Gazepoint Analysis Professional Edition program. Numerical and visual data were obtained with the eye-tracking method. Therefore, the study includes quantitative and qualitative elements. In the quantitative dimension of the study, numerical data obtained from students' eye movements were used. The independent variables were four different representation types: verbal representation, symbolic representation, number line representation, and counter representation. The dependent variables were gaze durations, number of fixations, and fixation durations on the four representation types. Visual documents (heat maps and gaze paths) of students' eye movements on the representations constitute the qualitative data of the study. With these documents, it was analyzed how students' eye movements on the representations, which point they focused on more, and whether there were similarities or differences in students' eye movements on the representations. The qualitative dimension of the study is a holistic multiple case study as the students' eye movements on the representations were examined both based on representation and in the context of the relationships between the representations. In the counter representation, the most fixation and the longest duration of gaze occurred on SPc (where the counters represent the numbers to be added together). In the number line representation, students gazed longer at the SDa (the tip of the first arrow and the starting point of the second arrow). However, the duration of fixations was longer in SDb. No difference was observed between the duration of gaze, number of fixations, and duration of fixations on the symbolic representation area of interest. When the representation types were compared, students fixated more and gazed longer at the verbal representation. However, their fixation durations on the verbal representation were considerably lower compared to the other representations. Content analysis of the models of participants' gaze patterns on the representations revealed three themes: association (retrospective, cyclical, scanning, and anchored gaze), pattern (holistic and repetition), and wandering (short, medium, and long wandering). It was observed that the theme of anchored gaze association in counter, number lines, and symbolic representations was observed less than the other sub-themes. While a single holistic pattern was observed more frequently in counter and symbolic representation, multiple holistic patterns were observed more frequently in number lines. In verbal representations, more focus was observed on action words than state words. As the level of achievement increased, it was determined that backward, circular, and anchored gaze decreased, and circular gaze increased. Low-achieving participants exhibited more repetitive patterns and longer wandering compared to high-achieving participants. The findings were discussed in the context of the literature on integer addition, mathematical representation, and eye tracking, and suggestions for teachers and researchers were presented.

Keywords: Representation, mathematical representation, eye tracking, integers, addition.

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Matematiksel nesneler, özel olarak geliştirilmiş, kültürel ve karmaşık ürünlerdir. Matematiksel nesnelerin doğrudan anlaşılması kolay olmadığından anlaşılmasında, paylaşılmasında ve geliştirilmesinde temsiller kullanılır (Andrá vd., 2015). Temsiller bir şeyin tamamına veya bir kısmına karşılık gelen ve farklı şekil veya semboller ile ifade edilebilen yapılardır (Palmer, 1977). Temsiller bu bağlamda bir fikrin, sürecin, kavramın veya ilişkinin yerine kullanılabilir. Bu sebeple temsiller, ifade edilmek istenen durum için özel olarak düzenlenmekte; herhangi bir bilginin anlamlandırılması, kullanılması ve aktarılmasında yardımcı olabilmektedir.

Matematik öğretiminde, temsil kullanımının temelinde matematiksel fikirleri anlama ve kullanma yer almaktadır (NCTM [National Council of Teachers of Mathematics], 2000). Matematik öğretiminde temsiller en yaygın anlamı ile matematiksel fikirlerin veya ilişkilerin yerini alan, onları somutlaştıran, kodlayan ve temsil eden yapılardır (Goldin, 2014). Tüm bu durumlar dikkate alındığında, matematikte kullanılan temsillerin bir aracı rolünün olduğu söylenebilir. Yani temsiller bir anlamın, fikrin veya ilişkinin yerini almakta ve anlaşılabilir hale getirmektedir. Bu durum temsillerin şeklinden ziyade taşıdığı anlamın daha önemli olduğunu göstermektedir. Bir örnek üzerinden değerlendirildiğinde “iki” rakamı farklı zamanlarda veya kültürlerde farklı şekillerde ifade edilmiştir. Günümüzde iki rakamını “2” ile temsil etmekteyiz. İki rakamı temsili Arap harflerinin Avrupa’da dönüşüme uğramış şeklidir. Arapça’da iki rakamı “٢” ile temsil edilmektedir. Daha eskiye gittiğimizde iki rakamı Roma rakamları kullanılarak “II” ile temsil edilmektedir. Her iki temsilin de görünüşleri farklı olsa da ortak bir anlama sahip ve “iki” rakamını temsil etmektedirler.

Farklı bir örnek olarak ters işaretli iki tam sayının toplamını ele alalım. Sayma pulu ve sayı doğrusu temsilleri bu işlemde kullanılabilecek görsel temsillerden herhangi ikisidir. Bu işlem sayma pulu ile temsil edildiğinde nötrleştirme yani ters işaretli pulların sıfır çifti oluşturması ön plana çıkmaktadır. Kalan pullar ise sonucu temsil etmektedir. Bu işlem sayı doğrusu ile temsil edildiğinde; ters işaretli iki tam sayının büyüklükleri (başlangıç noktası olan sıfırdan uzaklıkları) ön plana çıkmakta; büyükleri arasındaki fark ise sonucu temsil etmektedir. Burada da görüldüğü gibi iki farklı temsilde iki tam sayının toplamını göstermektedir. Ancak farklı temsiller, kavramların içinde barındırdığı ilişkiyi farklı şekillerde sunmaktadır. Verdiğimiz örneği inceleyecek olursak; sayma pullarında ters işaretli sayıların toplamının sıfıra

eşit olması zıt işaretli sayma pullarının birebir eşlenmesi ile görselleştirilirken; sayı doğrusu modelinde farklı yönlü iki okun hareketi sonucu başlangıç noktasına olan uzaklık ile temsil edilmektedir.

Matematiksel temsillerin matematik öğretiminde önemli bir yerinin olduğunu, farklı ülkelerin matematik öğretim programlarında, temsile verdikleri önemden görmek mümkündür. MEB'in (Milli Eğitim Bakanlığı) (2018) matematik dersi öğretim programında “temsile etme” ve “temsilleri yorumlama” ifadeleri sıkça kullanılmaktadır. Yine aynı öğretim müfredatında “kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade etme” özel amaç olarak belirlenmiştir (MEB, 2018, s. 9). MEB (2018), farklı temsil biçimlerini anlamlandırma, temsil biçimleri arasındaki ilişkilerini fark etme ve temsilleri birbirine dönüştürme süreçlerinin önemi vurgulanmıştır. Ayrıca temsil kullanılarak matematiksel düşünceleri ifade etme, matematiksel süreç becerilerinden biri olarak nitelendirilmiştir.

NCTM'e (2000) göre temsil, matematik öğretiminin merkezinde yer alan önemli unsurlardan biridir. Bu sebeple NCTM tarafından problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim ve ilişkilendirme ile beş matematik süreç standardından biri olarak belirlenmiştir. Bu kapsamda temsil, matematiksel fikirlerin ifade edilmesinde ve düzenlenmesinde anahtar konumdadır. Ayrıca, temsiller diğer süreç standartları için de önemli bir yere sahiptir. Problem çözme sürecinde matematiksel bilginin inşa edilmesinde, akıl yürütme ve ispat sürecinde matematiksel bilginin standartlaştırılmasında ve sistematik hale getirilmesinde, iletişim sürecinde matematiksel bilginin herkes tarafından anlaşılabilir hale getirilmesinde ve paylaşılmasında, ilişkilendirme sürecinde farklı matematiksel fikirler arasında bağ kurulmasında önemli bir araçtır. Bu sebeple temsiller hem önemli bir matematik süreç standardıdır hem de diğer süreç standartları için önemli bir araçtır.

NCTM (2000), matematikte temsil kavramının hem süreç hem de ürün anlamı taşıyabileceğini belirtmiştir. Yani matematikte kullanılan bir temsil, matematiksel bir yapı üzerindeki süreci veya o matematiksel yapının kendisini ifade edebilmektedir. Bu durumu $y = x^2$ örneği üzerinden incelediğimizde, bu temsil süreç olarak iki farklı değişken (x ile y) arasındaki değişimin nasıl gerçekleşeceği hakkında bilgi vermektedir. Bu temsil ürün olarak incelendiğinde ise bir parabolü temsil ettiği söylenebilir.

Temsillerin matematik öğretimindeki önemi sebebiyle matematiksel temsiller ile ilgili birçok çalışma yapıldığı görülmektedir (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Boulton-Lewis, 1996; Carpenter, Moser ve Bebout, 1988; Duval, 2006; Goldin, 1998a; Goldin ve Janvier, 1998;

Goldin ve Kaput, 1996; Greer ve Harel, 1998; Hall, 1998; Janvier, 1998; Kaput, 1998; Lesh, Post ve Behr, 1987; Pape ve Tchoshanov, 2001; Schnotz ve Bannert, 2003). Bu çalışmalarda genellikle öğrencilerin temsilleri nasıl oluşturdukları, nasıl yorumladıkları ve öğrencilerin temsiller arasında yaptıkları dönüşümler incelenmiştir (Goldin, 2014). Bu araştırmalarda farklı yöntem ve tekniklerin kullanıldığı görülmektedir. Ancak teknolojik gelişmeler, her alanda olduğu gibi bilimsel araştırmalarda da kullanılan yöntemlerin gelişimine ve değişimine katkı sağlamaktadır. Teknolojik gelişmeler, yeni teknolojik cihazların geliştirilmesine yardımcı olmakta ve bu cihazlar sayesinde bilimsel araştırma için farklı fırsatlar sunmaktadır.

Teknolojik gelişmeler sayesinde geliştirilen cihazlardan biri de göz izleyicilerdir. Göz izleyiciler, göz izleme yönteminin önemli birleşenlerinden biridir. Göz izleme yöntemi, belirli bir zaman aralığında, bir uyaran üzerindeki göz hareketlerinin göz izleyici ile kaydedilerek incelenmesine dayanır (Carter ve Luke, 2020). Bu amaçla göz izleyici cihazlar geliştirilmiştir. Göz izleyiciler çok kısa zaman aralıklarında ve hassas bir şekilde bireyin baktığı noktaları belirler ve kaydeder. Daha sonra bu kayıtları bir araya getirerek bireyin görsel dikkatleri hakkında detaylı bilgi sunar (Duchowski, 2017; Lilienthal ve Schindler, 2019).

Göz izleme yöntemi, matematik eğitimi araştırmaları için birçok imkân sunmaktadır. Geleneksel yöntemler ile ulaşılması mümkün olmayan bilgilere göz izleme tekniği ile ulaşılabilmektedir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin tam sayılarla işlemlerde kullanılan temsiller üzerindeki göz hareketleri göz izleme yöntemi ile incelenmiştir. Çalışmanın amacı, önemi, problem ve alt problemleri aşağıda sunulmuştur.

1.1. Araştırmanın Amacı

Matematik öğretim programlarında sayılar ve işlemler önemli bir yere sahiptir (MEB, 2018; NCTM, 2000). Bu kapsamda sayıların öğretiminde çeşitli standartlar belirlenmiştir. Bu standartlara göre sayılar ve işlemler aritmetiğin temelini oluşturmaktadır ve öğretim amacı sayı hissinin geliştirilmesidir (NCTM, 2000). Tam sayıların öğretimi de sayı hissinin gelişmesinde kritik bir bileşendir. Çünkü görece günlük hayatta karşılaşma ihtimalleri yüksek olan doğal sayıların üzerine daha soyut olan negatif sayılar eklenerek inşa edilmektedir (Varma ve Schwartz, 2011).

Tam sayıların öğretiminde çeşitli temsiller kullanılmaktadır. Bunlardan en sık kullanılanları, sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsilleridir. Bu temsillerden bazıları ile öğrenciler tam sayıların öğretiminden önce karşılaşmaktadır. Ancak tam sayıların

öğretiminde bu temsillerin kullanım şekilleri genişlemekte (sayı doğrusu ve sembolik temsillerde olduğu gibi) ve yeni temsiller (sayma pulu gibi) kullanılmaya başlanmaktadır.

Tam sayıların soyut doğası ve farklı temsiller kullanılarak tam sayılarla işlemlerin gerçekleştirilmesinin öğrencilerin yoğun bir bilişsel süreç gerçekleştirmelerine sebep olduğu düşünülmektedir. Bu sebeple öğrencilerin bu temsiller üzerinde nasıl bir bilişsel süreç gerçekleştirdiği merak edilmiştir. Bilişsel süreçler, insan zihni tarafından gerçekleştirilen düşünme, öğrenme, anlama, hatırlama, problem çözme, dikkat, dil kullanımı ve karar verme gibi zihinsel faaliyetleri ifade eder. Bunlar, insanların bilgileri işleme, anlama ve anlamlandırma yeteneklerini içerir. Göz hareketlerinin incelenmesi, öğrencilerin bilişsel süreçlerine dair bir bakış açısı sağlayabilmektedir (Just ve Carpenter, 1976, 1980). Bu bağlamda çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin tam sayılarla toplama işleminde sıklıkla kullanılan sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsil üzerindeki göz hareketlerinin incelenmesidir.

Tam sayılarla işlemlerde en sık kullanılan temsiller olduğu için çalışmada sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsiller kullanılmıştır. Çalışmada sadece toplama işleminin kullanılmasının sebebi ise işlem değişkenini sabit tutarak öğrencilerin temsiller üzerindeki bilişsel süreçlerini derinlemesine incelemektir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi bağlamında düşünüldüğünde temsiller, okul matematiği süreç becerilerinden biridir ve matematik öğretiminin merkezinde yer almaktadır (NCTM, 2000). Bu bağlamda temsiller, matematiksel bilginin paylaşılmasına olanak sağlayarak iletişim becerisinin gelişimine; kavramlar arasında bağlantıların fark edilmesine yardımcı olarak ilişkilendirme becerisinin gelişimine; problemlerin çeşitli temsil biçimleri ile ifade edilmesine ve çözümüne imkân sağlayarak problem çözme becerisinin gelişimine ve temsiller arasında ilişkilerin kurulması ve dönüşüm yapılmasına imkân sağlayarak akıl yürütme becerisinin gelişimine yardımcı olabilmektedir. Bu sebeple öğrenciler, temsiller aracılığıyla matematiksel kavramlara ve ilişkilere yönelik anlayışlarını geliştirebilir, derinleştirebilir, kaydedebilir ve düşüncelerini düzenleyip aktarabilirler (Van de Walle vd., 2012).

Matematik eğitiminde yapılan temsil çalışmaları, öğrencilerin matematiksel kavramları anlama ve kullanma becerilerini anlamak için önemlidir. Bu çalışmalar öğretmenler için öğrencilerin matematiksel temsillerini anlamalarına ve öğrencilere uygun öğretim stratejileri geliştirmelerine yardımcı olabilir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade

etmelerine ve matematiksel problemleri çözmelerine yardımcı olabilir. Bu nedenle, öğrencilerin matematiksel temsilleri doğru bir şekilde anlamaları, matematiksel düşüncelerini geliştirmeleri ve matematiksel becerilerini artırmaları için önemlidir. Bu çalışmalar genellikle öğrencilerin matematiksel temsilleri nasıl oluşturdukları, nasıl yorumladıkları ve temsiller arasında yaptıkları dönüşümleri incelemektedir (Goldin, 2014). Ancak temsiller üzerine gerçekleştirilen bilişsel faaliyetlerin ortaya konulduğu çalışmaların yeterli düzeyde olmadığı gözlenmiştir. Bu durumun çeşitli sebepleri olmakla birlikte önemli sebeplerinden birisinin bilişsel faaliyetleri araştırmaya yardımcı araçların eksikliğidir. Ancak gelişen teknoloji, bilişsel faaliyetlerin araştırılmasına olanak sağlayan araçların da geliştirilmesine imkân sağlamıştır.

Bilişsel faaliyetlerin incelenmesinde kullanılan araçlardan biri de göz izleme araçlarıdır. Tarihsel gelişimi incelendiğinde göz izlemenin yeni bir yöntem olmadığı görülmektedir. Ancak pahalı ve zahmetli bir süreç olması, göz izleme çalışmalarının yaygınlaşmasında önemli bir sınırlılık oluşturmuştur. Teknolojinin gelişmesi, göz izleyicilerine erişilebilirliğin artması ve göz izleyicilerin hem katılımcı hem de araştırmacı dostu haline gelmesi göz izleme çalışmalarının son yıllarda sayısının artmasını sağlamıştır (Carter ve Luke, 2020).

Göz hareketlerinin incelenmesi, bireyin bilişsel süreçlerine dair bir bakış açısı sağlayabilmektedir (Just ve Carpenter, 1976, 1980). Bu sebeple göz izleme, son yıllarda kullanımı artan deneysel bir araştırma yöntemidir. Göz izleme yöntemi, belirli bir zaman aralığında, katılımcının baktığı noktaların ve göz hareketlerinin incelenmesine dayanır (Carter ve Luke, 2020). Katılımcıların uyaranlar üzerindeki göz hareketlerini takip etmemize ve bu hareketleri karakterize etmemize yardımcı olabilecek ortam ve araçlar sunar (Andrá vd., 2015). Katılımcının çevresindeki uyaranlar ile ilgili hangisinin ilgi çekici olduğu hangisinin ilgi çekmediği yani bireyin çevresini nasıl algıladığı konusunda çıkarım yapılmasına imkân sağlar (Duchowski, 2017). Ayrıca geleneksel yöntemler ile ulaşılması mümkün olmayan bilgilere göz izleme tekniği ile ulaşılabilir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Yani göz izleme yöntemi, araştırma konularını detaylı bir şekilde inceleme ve geleneksel araştırma yöntemlerinden ayrı olarak bilişsel süreçleri anlama imkânı sunmaktadır (Lilienthal ve Schindler, 2019).

Matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan temsillerin göz izleme yöntemi ile incelenmesi, katılımcıların temsiller üzerindeki bilişsel faaliyetleri hakkında önemli bilgiler sunmaktadır. Bu amaçla yapılmış çalışmalarda, matematiksel temsillerin öğrenciler tarafından nasıl okunduğu, nasıl yorumlandığı, farklı temsilleri birbiri ile nasıl ilişkilendirdiği göz izleme yaklaşımı ile incelenmiştir (Andrá vd., 2009; Andrá vd., 2015; Atagi vd., 2016; Bolden vd.,

2015; Dewolf vd., 2015; Ott vd., 2018; Susac vd., 2017). Ayrıca göz izleme yönteminin kullanıldığı çalışmalarda, farklı temsil kullanımlarının başarıya etkileri, temsiller üzerindeki göz hareketlerinin farklı değişkenlere göre (problem çözme, cinsiyet, yaş gibi) karşılaştırılması, başarı ile temsil kullanımı arasındaki ilişkinin göz hareketleri ile ilişkilendirilmesi gibi durumlar incelenmiştir (Andrà vd., 2009; Andr   vd., 2015; Atagi vd., 2016; Bolden vd., 2015; Dewolf vd., 2015; Ott vd., 2018; Susac vd., 2017). Bu çalışmalarda, göz izleme verilerinin genellikle başarı, temsil farklılığı, demografik değişkenler gibi çeşitli değişkenlerle karşılaştırılarak yorumlandığı gör  lmektedir. Ancak katılımcıların temsil bazında göz hareketlerinin yeterince incelenmediğı ve tartışılmadığı fark edilmiştir.

Matematik eğitiminde temsil kullanımı, öğrencilerin matematiksel kavramları anlama, ilişkilendirme, problem çözme ve akıl yürütme konularında oldukça önemli bir yerdedir. Temsil kullanımının etkili bir şekilde gerçekleştirilmesi, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını derinleştirmeleri ve matematiksel becerilerini artırmaları için büyük bir öneme sahiptir. Bu nedenle, matematik eğitiminde temsil kullanımıyla ilgili yapılan araştırmalar, öğretmenler ve araştırmacılar için önemli bir kaynak oluşturmaktadır. Çünkü bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar öğretmenlere öğretim stratejilerini planlama ve uygulama konusunda rehberlik niteliğindedir. Öğretmenlerin farklı temsil türlerinin kullanımını, hangi temsilin hangi matematiksel kavram için daha etkili olduğunu ve temsil kullanımının öğrenci başarısı üzerindeki etkilerini anlamalarına yardımcı olur. Öğretmenler, temsil kullanımının farklı özelliklerini ve nasıl kullanılabileceğini bilerek öğrencilerin matematiksel anlayışlarını daha iyi destekleyebilirler.

Matematik eğitiminde temsil kullanımının göz izleme yöntemiyle incelenmesi, öğrencilerin matematiksel temsilleri nasıl okuduklarını, nasıl yorumladıklarını ve temsiller arasında nasıl dönüş  mler yaptıklarını anlamamızı sağlayarak bilişsel faaliyetlerini daha ayrıntılı bir şekilde anlamamıza yardımcı olur. Bu çalışmada diğ  er temsillerin incelendiğı göz izleme çalışmalarından farklı olarak temsiller kendi içerisinde ayrıca incelenmiştir. Temsil bazlı incelemeler, öğrencilerin matematiksel temsilleri nasıl yorumladıklarını ve kullanma stratejilerini anlamamız açısından önemlidir. Bu tür incelemeler, öğrencilerin farklı temsilleri nasıl algıladıklarını, hangi stratejileri tercih ettiklerini ve temsil kullanımının matematik anlayışlarını nasıl etkilediğini ortaya çıkarabilir. Aynı zamanda bu çalışmalar, matematik eğitimi alanında bilgi birikimini artırarak daha etkili öğretim stratejilerinin geliştirilmesine katkı sunabilir. Göz izleme yöntemi, öğrencilerin temsil kullanımında hangi stratejileri tercih

ettiklerini, hangi temsillerin daha etkili olduğunu ve matematik anlayışlarını nasıl etkilediğini anlamamızı sağlayabilir.

Özetle, matematik eğitiminde temsillerin göz izleme yöntemiyle incelenmesi, temsil kullanımının bilişsel süreçleri ve etkileri hakkında önemli bilgiler sunmaktadır. Bu tür çalışmalar, öğretmenlere temsil kullanımında rehberlik etmek ve öğrencilerin matematik anlamalarını derinleştirmek için değerli bir araç sağlamaktadır. Öğrencilerin matematiksel temsilleri daha iyi anlama, öğretmenlerin pedagojik stratejilerini iyileştirme ve araştırmacıların matematik eğitimi alanındaki bilgi birikimini artırma potansiyeline sahiptir. Bu tür çalışmalar, öğrencilerin temsil kullanımındaki zorlukları belirleme, uygun müdahale stratejileri geliştirme ve matematik öğretimini daha etkili hale getirme amacıyla önemli bir kaynak oluşturabilir. Bu çalışmada, belirlenen bu boşlukların giderilmesi ve matematik öğretiminde temsil kullanımına katkı sağlaması amacıyla, tam sayıların öğretiminde sıklıkla kullanılan sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsilleri üzerindeki göz hareketleri incelenmiştir. Temsil üzerindeki bakışlar hem temsil bazında karşılaştırarak hem de temsillerin birbiri ile karşılaştırarak incelenmiştir.

1.3. Problem ve Alt Problemler

Problem cümlesi: Yedinci sınıf öğrencileri, tam sayılarla toplama işleminde kullanılan sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsiller üzerinde nasıl göz hareketleri sergilemektedirler?

Alt Problemler;

P.1.: Katılımcıların sayma pulu temsili ilgi alanları üzerindeki göz hareketi ölçümleri arasında fark var mıdır?

P.2.: Katılımcıların sayı doğrusu temsili ilgi alanları üzerindeki göz hareketi ölçümleri arasında fark var mıdır?

P.3.: Katılımcıların sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki göz hareketi ölçümleri arasında fark var mıdır?

P.4.: Katılımcıların göz hareketi ölçümleri temsil türüne göre farklılaşmakta mıdır?

P.5.: Katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki göz hareketleri nasıldır?

P.6.: Katılımcıların sayı doğrusu temsili üzerindeki göz hareketleri nasıldır?

P.7.: Katılımcıların sembolik temsil üzerindeki göz hareketleri nasıldır?

P.8.: Katılımcıların sözel temsil üzerindeki göz hareketleri nasıldır?

P.9.: Katılımcı bakışlarının başarı ile ilişkisi var mıdır?

1.4. Varsayımlar

Bu araştırmada;

Katılımcıların zihinlerinde işlenen bilgi ile uyaran üzerinde odaklanılan bölgelerin birbiri ile ilişkili olduğu (göz-zihin hipotezi) varsayılmıştır.

Katılımcıların soruları dürüst bir şekilde yanıtladıkları varsayılmıştır.

Göz izleme verilerinin göz izleme cihazı tarafından doğru bir şekilde kaydedildi varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırma, tam sayılarla toplama işlemi ile sınırlıdır.

Araştırmada kullanılan temsiller, sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsil ile sınırlıdır.

Temsil bazlı sonuçlar, ilgili temsiller üzerinde oluşturulan ilgi alanları ile sınırlıdır. Sözel temsilde kelime uzunlukları ve konumları farklılık gösterdiğinden sözel temsil üzerinde ilgi alanları oluşturulmadı.

Katılımcıların temsillere aşinalığının önüne geçilmesi amacıyla her temsil türünden üçer tane toplama işlemi kullanıldı.

Göz izleme verileri Gazepoint GP3 göz izleme aracından ve Gazepoint Analysis Professional Edition uygulamasından elde edilen ölçümler ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Temsil: Bir şeyin tamamına veya bir kısmına karşılık gelen ve farklı şekil veya semboller ile ifade edilen yapıdır (Palmer, 1977). Gilbert'e (2010) göre temsil, fikirlerin yerini alan varlıklardır ve bu varlıklar özel olarak düzenlenmektedir. Herhangi bir bilginin anlamlandırılması, kullanılması ve aktarılmasında kullanılmaktadır. Bununla birlikte bir temsil tek başına bir anlam ifade etmeyebilir, temsil edilen ilişkiler her zaman sabit olmayabilir veya her birey için aynı anlama gelmeyebilir. Çünkü temsiller kişisel, kültürel veya geleneksel olarak

yapılandırılmış sistemler içerisinde bir anlam taşırlar (Goldin ve Kaput, 1996). Ayrıca, temsil eden ve temsil edilen arasında içsel olarak bir etkileşim ve yorumlama eylemi de söz konusudur (Von Glasersfeld, 1987).

Göz izleme yöntemi: Belirli bir zaman aralığında, katılımcının baktığı noktaların ve göz hareketlerinin incelenmesine dayanır (Carter ve Luke, 2020). Bu süreçte, genellikle, katılımcıya belirli görevler verilir ve bu görevler gerçekleştirilirken göz hareketleri, çeşitli araçlar vasıtasıyla incelenir. Bu amaçla, göz hareketlerinin belirlenmesi ve kaydedilmesi için göz izleyici (eye tracker) araçlar geliştirilmiştir. Göz izleyiciler, göz bebeği hareketlerini kaydeder ve bakılan noktaları belirler. Böylece bir kişinin görsel dikkati hakkında bilgi toplanmasına yardımcı olur (Lilienthal ve Schindler, 2019).

Örnek (Sample): Göz izleyicinin gözün baktığı noktaya ait anlık kaydettiği koordinat bilgisidir. Her bir örnek, piksel cinsinden x ve y ekran konumu olarak gözün bakış noktası tahmini içerir (Carter ve Luke, 2020).

Sabitlenme (Fixation): Uzamsal olarak birbirine yakın olan örnek (sample) gruplarıdır (Carter ve Luke, 2020). Lai ve diğerlerine (2013) göre sabitlenme nispeten sabit göz hareketidir. Rayner'a (1998, 2009) göre bir sabitlenme ortalama 200-250 ms sürmektedir. Sabitlenme sırasında göz, titreme, kayma ve mikro sıçrama gibi ufak hareketlere devam etmektedir (Duchowski, 2017). Bu hareketlerin belirlenebilmesi için daha hassas ölçümler gerekmektedir.

Sıçrama (Saccade): Zamansal olarak birbirine yakın ve uzamsal olarak görece birbirinden uzak olan koordinatlara ait örnek gruplarıdır (Carter ve Luke, 2020). Lai ve diğerlerine (2013) göre iki sabitlenme arasındaki hızlı göz hareketleridir.

İlgi alanı (Area of Interest; AOI), bir uyarının (nesne, görsel, metin gibi) sınırlandırılmış belirli bir kısmını ifade etmektedir (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017). İlgi alanı, uyarının sınırlı bir bölümü hakkında ölçümler elde edilmesi veya farklı bölgelerden elde edilen ölçümlerle karşılaştırılması amacı ile kullanılabilir.

Isı haritası (Heat map): Uyarın üzerinde, sabitlenmelerin fazla olduğu kısımları daha az sabitlenmelerin gerçekleştiği kısımlardan çeşitli renk tonları kullanarak (örneğin yeşilden kırmızıya veya siyahtan beyaza değişen renk tonları ile) ayıran ve sabitlenmeler hakkında yorum yapmamıza yardımcı olan görsel verilerdir (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017).

Bakış yolları (gaze paths / scan paths / scan patterns): Sabitlenmeleri sıralı bir şekilde gösteren ve gerekli düzenlemeler yapıldığında sabitlenme sürelerini de sunabilen görsel verilerdir (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017).

Göz Zihin Varsayımı: Bir uyarının (bu uyarın bir kelime, harf, bir görsel, görselin bir parçası olabilir) zihinde işlendiği sürece gözün o uyaranda sabitlendiğini savunan bir varsayımdır (Just ve Carpenter, 1980). Yani görsel odak eşittir bilişsel odaktır (Strohmaier, MacKay, vd., 2020).

Bilişsel Yük: Belirli bir görevi tamamlamak için gereken zihinsel çaba veya kaynak miktarıdır (Chandler ve Sweller, 1991; Sweller, 1988).



BÖLÜM 2

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Temsil üzerinde odaklanırken gerçekleşen bilişsel süreçlerin anlaşılması amacıyla yapılan çalışmanın bu bölümde temsil, temsil sistemleri, tam sayılar, tam sayılarla işlemler, göz izleme ve çoklu ortam öğrenme teorisi başlıkları ele alınmıştır. Bu başlıklar öncelikle kavramsal ve teorik açıdan incelenmiştir. Daha sonra matematik eğitimindeki önemi değerlendirilmiştir. Son olarak matematik öğretiminde temsil ve göz izleme ile ilgili yapılan araştırmalar analiz edilmiştir.

2.1. Temsil

2.1.1. Temsil kavramı

Temsil, bir şeyin tamamına veya bir kısmına karşılık gelen ve farklı şekil veya semboller ile ifade edilen yapıdır (Palmer, 1977). Gilbert'e (2010) göre temsil, fikirlerin yerini alan varlıklardır ve bu varlıklar özel olarak düzenlenmektedir. Herhangi bir bilginin anlamlandırılması, kullanılması ve aktarılmasında kullanılmaktadır.

Temsiller, keşfetme, üretme veya temsil üzerinde gerçekleştirilen eylemleri ifade edebilir (Goldin, 2014). Ancak temsil edilen ilişkiler her zaman sabit olmayabilir veya her birey için aynı anlama gelmeyebilir. Benzer şekilde bir temsil tek başına bir anlam ifade etmeyebilir veya temsil edilen ilişkiler her zaman sabit olmayabilir. Bu sebeple temsiller kişisel, kültürel veya geleneksel olarak yapılandırılmış sistemler içerisinde bir anlam taşırlar (Goldin ve Kaput, 1996). Çünkü içsel olarak, temsil eden ve temsil edilen arasındaki ilişki üzerinde bir etkileşim ve yorumlama eylemi söz konusudur (von Glasersfeld, 1987). Benzer bir bakış açısı ile Vergnaud (1998), temsil kavramının iki temel noktasının bulunduğunu belirtmiştir. Bunlardan ilki; bireyin içsel imgeler, semboller veya çeşitli yollarla temsili deneyimlemesi, diğeri temsillerin doğrudan gerçekliğe değil temsil edilen varlığa atıfta bulunmasıdır.

Farklı felsefi görüşler, savundukları paradigmlar çerçevesinde, temsil kavramının farklı özelliklerine odaklanmakla birlikte temsil kavramını çeşitli yönlerden sınırlamaktadır (Goldin, 2014). Örneğin davranışçı bakış açısı, temsil kavramı için, zihinsel faaliyetleri kabul etmeyerek gözlenebilir öğrenmeler dâhilinde dış temsil sistemlerini ele almaktadır. Radikal yapılandırmacı bakış açısı ise her bireyin kendi deneyim dünyasına erişebildiğini ve gerçek dünyaya kimsenin erişemeyeceği ilkesini savunarak temsil anlamlarının bireye özgü olduğunu savunmaktadır (Goldin, 2014).

Temsil içerikleri, hedef kullanıcıları ve öğretim stratejileri bakımından farklılık gösterir (S. Ainsworth, 2006). Bu sebeple temsil kullanımı genellikle belirli amaçlar kapsamında gerçekleşir. Bu kapsamda temsillerin yapısı; (1) temsil edilen dünya, (2) temsil eden dünya, (3) temsil edilen dünyanın temsil edildiği yönü, (4) temsil eden dünyanın temsil ettiği yönü ve (5) ikisi arasındaki benzeşimden oluşur (Palmer, 1977; Akt. Ainsworth, 2006). Bu nedenle, bir temsilin etkinliği değerlendirilirken, hem temsilde sağlanan bilgi (temsil edilen dünya) hem de sunulma şekli (temsil eden dünya) dikkate alınmalıdır (S. Ainsworth, 2006).

2.1.2. Temsillerin sınıflandırılması ve temsil sistemleri

Temsil kavramının farklı açılardan tanımlanması, temsillerin çeşitli şekillerde sınıflandırılmalarına neden olmuştur. Bu sebeple temsillerin sınıflandırılması ile ilgili literatürde çeşitli görüşler bulunmaktadır. En genel anlamda Goldin ve Kaput (1996), temsilleri dış-fiziksel temsiller (external-physical representation) ve iç-zihinsel temsiller (internal-mental representation) olmak üzere ikiye ayırmaktadır. Dış temsiller, konuşma, semboller, formüller, somut manipülatifler gibi doğrudan duyu organları ile gözlemlenebilen temsillerden oluşur. Yeterli bilgi birikimine sahip herhangi bir kimse bu yapıları gözlemleyip anlamlandırabilir (Goldin ve Kaput, 1996). Ancak dış temsillerin yorumlanması nesnel veya mutlak olamayabilir. İç temsiller, bireylerin herhangi bir problemi çözerken zihinlerinde oluşturdukları yapıları, ilişkilendirmeleri ve düzenlemelerini kapsamaktadır. Zihinde gerçekleştiği için içsel temsillerin doğrudan gözlenmesi mümkün değildir. Bu sebeple içsel temsillerin ortaya çıkarılmasında öğrencilerin gerçekleştirildikleri eylemlerden ve söylemlerinden yani gözlemlenebilir davranışlarından yararlanılır (Goldin ve Kaput, 1996).

Goldin ve Kaput (1996), dış ve iç temsillerden bahsederken bunlardan sistem olarak bahsetmiştir. Dış ve iç temsil sistemleri, kendi içlerinde yatay ilişkilere sahipken temsil sistemleri arasında dikey ilişki bulunmaktadır (Goldin ve Kaput, 1996). Birey sahip olduğu içsel yapılardan kaynaklanan eylemleri, yazma, konuşma, manipüle etme gibi dış temsil elemanları ile açığa vurulabilir. Benzer şekilde, birey çevresi ile etkileşimde bulunması sonucu kelimeleri, denklemleri, sembolleri, grafikleri vs. kullanarak ve yorumlayarak içselleştirmeler gerçekleştirebilir (dikey ilişki). Ayrıca denklemleri, sembolleri veya sözel ifadeleri birbirine dönüştürebileceği gibi zihinde bulunan yapılar arasında da dönüşüm yapabilir (yatay ilişki). İç ve dış temsiller arasındaki etkileşim, birey öğrenmelerinin takip edilmesine ve birey hakkında çıkarımlar yapılmasına yardımcı olur. Bu süreçler, bilinçli ve aktif eylemler sonucu gerçekleşebileceği gibi bireyin daha önceden sahip olduğu zihinsel yapıların pasif ve otonom kullanılması sonucu da gerçekleşebilir. Ancak bu durum, dış temsilleri iç temsillerin doğrudan

bir yansıması veya iç temsilleri dış temsillerin zihinsel bir resmi olduğu anlamına gelmemektedir (Goldin ve Kaput, 1996).

Lesh, Post ve Behr (1987), matematik öğrenme ve problem çözme kapsamında beş farklı temsil sistemi tanımlamıştır. Bunlar; gerçek yaşam durumu (real word situation), somut modeller (manipulative models), görseller (pictures), konuşma dili (spoken language) ve yazılı sembollerdir (written symbols). Gerçek senaryolar, gerçek yaşam durumları etrafında düzenlenen deneyime dayalı temsillerdir. Somut modeller, kesir çubukları, sayı doğrusu, sayma pulları gibi ilişki ve anlamları ifade etmede kullanılan temsillerdir. Görseller, resim, diyagram, şekil gibi sözlü ifadeler dışında bir anlam barındıran temsillerdir. Konuşma dili, tanımlama ve ayırt etme için kullanılan temsillerdir. Yazılı sembol, özelleştirilmiş yazı ve ifadeleri içeren temsillerdir. Bu temsil sınıflandırması incelendiğinde Lesh, Post ve Behr'in temsilleri gözlenebilen yapılar çerçevesinde sınıflandırdığı görülmektedir.

Gilbert (2010), Paivio'nun (1990) ikili kodlama teorisi (dual coding theory) çerçevesinde temsilleri sözlü ve sözlü olmayan olarak incelenebileceğini belirtmiştir. İkili kodlama teorisi, sözlü nesnelerin temsili ve işlenmesi ve sözlü olmayan yapıların temsili ve işlenmesi olmak üzere iki bilişsel alt sistem varsaymaktadır. Bu alt sistemlerde ise simgesel bilgi (logogens) ve görsel bilgi (imagens) adında iki temsil etme birimi varsaymaktadır. Ses, konuşma, yazılı ifadeler ve semboller simgesel bilgi olarak, şekiller grafikler resimler vs. görsel bilgi olarak temsil edilmektedir. Simgesel bilgiler, ilişkisel ve hiyerarşik iken görsel bilgiler, parça-bütün ilişkisine sahiptir (Paivio, 1990). Simgesel bilgiler genellikle daha açık anlama sahiptir ve yorumlanması sınırlıdır. Ancak görsel bilgiler yoruma açıktır ve her bir birey için farklı anlama sahip olabilir.

İkili kodlama teorisi, temsil etme (representational), atfetme (referential) ve ilişkilendirme (associative) olmak üzere üç tip işlem tanımlamaktadır (Paivio, 1990). Temsil etme, sözlü veya sözlü olmayan temsillerin doğrudan etkinleştirilmesidir. Atfetme, sözlü sistemin sözlü olmayan tarafından veya sözsüz olmayan sistemin sözlü sistem tarafından etkinleştirilmesidir. İlişkilendirme, sözlü veya sözlü olmayan sistemlerin kendi içinde birbirini etkinleştirmesidir. Verilen bir görev bu üç sürecin herhangi bir kısmını veya tamamını gerektirebilir.

2.1.3. Matematik eğitiminde temsil

Matematiğin tarihsel gelişim sürecinde birçok temsil ve temsil sistemi kullanılmıştır. Bunlardan bazılarını hala kullanıyoruz. Bazılarının kullanımı ise zaman içerisinde terk

edilmiştir. Günümüzde kullanılan matematiksel temsiller uzun yıllar süren kültürel arıtma sürecinin sonucunda elde edilmiştir. Sayılar, semboller, grafikler, diyagramlar, somut nesneler, sayı doğrusu, modeller, sözlü ifadeler, geometrik şekiller, işlemler, formüller, denklemler vs. matematik eğitiminde kullanılan temsillere örnek olarak verilebilir. Ancak çeşitli dil ve kültürlerle göre bu kullanımlar da farklılık gösterebilmektedir.

Matematik öğretiminde, temsil kullanımının temelinde matematiksel fikirleri anlama ve kullanma yer almaktadır (NCTM, 2000). Matematik öğretiminde temsiller en yaygın anlamı ile matematiksel fikirlerin veya ilişkilerin yerini alan, somutlaştıran, kodlayan ve onları temsil eden somut ve görülebilir yapılardır (Goldin, 2014). Bununla birlikte temsil kavramını dil bilimi üzerinden inceleyen Duval (1993, 1999), bir matematiksel nesnenin hiçbir temsilinin matematiksel nesneyi yansıtmayacağını, temsili sadece matematiksel nesneden bahsedebilmek için temsilin kullanılabileceğini belirtmiştir (Akt. Delice ve Sevimli, 2016).

Temsiller matematik öğreniminin ve öğretiminin merkezinde yer almaktadır (NCTM, 2000). Bu sebeple, NCTM'in okul matematiği için belirlediği süreç standartlarından biri de temsil standardıdır. Öğrenciler, temsiller aracılığıyla matematiksel kavramlara ve ilişkilere yönelik anlayışlarını geliştirebilir, derinleştirebilir, kaydedebilir ve düşüncelerini düzenleyip aktarabilirler (Van de Walle, 2012).

NCTM (2000, s. 280) temsil standardı için üç kazanım belirlemiştir. Bunlar;

1. Matematiksel fikirleri düzenlemek, kaydetmek ve iletmek için temsiller oluşturma ve kullanma.
2. Problemleri çözmek için uygun matematiksel temsilleri seçme, uygulama ve temsiller arasında dönüşüm yapma.
3. Fiziksel, sosyal ve matematiksel durumları modellemek ve yorumlamak için temsilleri kullanma.

Goldin ve Janvier (1998), matematik öğrenme, öğretme ve geliştirme çerçevesinde temsil ve temsil sistemi kavramlarını dört kategoride yorumlamıştır. Bunlardan ilki, matematiksel olarak tanımlanabilen veya matematiksel fikirleri somutlaştıran anlamında “dışsal, yapılandırılmış fiziksel bir durum veya fiziksel ortamda yapılandırılmış durum kümesidir”. İkincisi, sözdizimsel ve anlambilimsel çerçevede, matematiğin tartışıldığı “dilsel bir yapı veya dil sistemidir”. Üçüncüsü, durumları çeşitli sembollerle veya sembol sistemleriyle sunabilen, genellikle belirli aksiyomlara veya tanımlara dayanan “formal matematiksel yapı veya yapılar sistemidir”. Son olarak, matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerini

çeşitli açılardan açıklayan ve davranış ve iç gözlemlere dayanan “içsel, bireysel bilişsel konfigürasyon veya bu tür konfigürasyonların karmaşık bir sistemidir”.

Temsiller matematikte ve matematik eğitiminde önemli rol oynamaktadır. Bu durum matematiğin bir dil olarak görülmesine sebep olmaktadır. Ancak Vergnaud (1998), matematiğin bir dil olarak görülmesinin doğru olmadığını, bir bilgi sistemi olduğunu savunmaktadır. Çünkü matematiksel gerçekler ifade edildikleri dilden bağımsızdır.

2.2. Tam Sayılar ve Temsil

2.2.1. Tam sayıların ve tam sayılarla işlemlerin inşası

Matematiksel bilgiler kurallı ve sistematik bir şekilde oluşturulmaktadır. En basit kümeden en kapsamlı işleme kadar her bir bilgide belirli bir düzen vardır. Bu durum tam sayılar ve tam sayılar üzerinde gerçekleştirilen işlemler için de geçerlidir.

Tam sayılar ve tam sayılarla işlemlerin temeli aşağıdaki bağıntı, tanım ve teoremler ile inşa edilmektedir.

$\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ kartezyen çarpımı içinde $(x_1, x_2)\beta(y_1, y_2) \Leftrightarrow x_1 + y_2 = y_1 + x_2$ ile tanımlanan β bağıntısını ele alalım.

Teorem 1. β bağıntısı $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ içinde bir denklik bağıntısıdır.

İspat.

Her $(x_1, x_2) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ için $x_1 + x_2 = x_1 + x_2$ olduğundan $(x_1, x_2)B(x_1, x_2)$ dir. (β bağıntısının yansıma özelliği)

Eğer $(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ve $(x_1, x_2)\beta(y_1, y_2)$ ise $x_1 + y_2 = y_1 + x_2$ olur.

Buradan $y_2 + x_1 = x_2 + y_1$ yazılabilir. O halde $(y_1, y_2)\beta(x_1, x_2)$ olur. (β bağıntısının simetri özelliği)

Eğer $(x_1, x_2), (y_1, y_2), (z_1, z_2) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ve $(x_1, x_2)\beta(y_1, y_2)$ ve $(y_1, y_2)\beta(z_1, z_2)$ ise

$(x_1, x_2)\beta(y_1, y_2)$ olduğundan $x_1 + y_2 = y_1 + x_2$ ve

$(y_1, y_2)\beta(z_1, z_2)$ olduğundan $y_1 + z_2 = z_1 + y_2$ yazılabilir.

Buradan iki eşitliği taraf tarafa toplanması ile

$$(x_1 + y_2) + (y_1 + z_2) = (y_1 + x_2) + (z_1 + y_2)$$

elde edilir. Gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$(x_1 + y_2) + (y_1 + z_2) = (y_1 + x_2) + (z_1 + y_2)$$

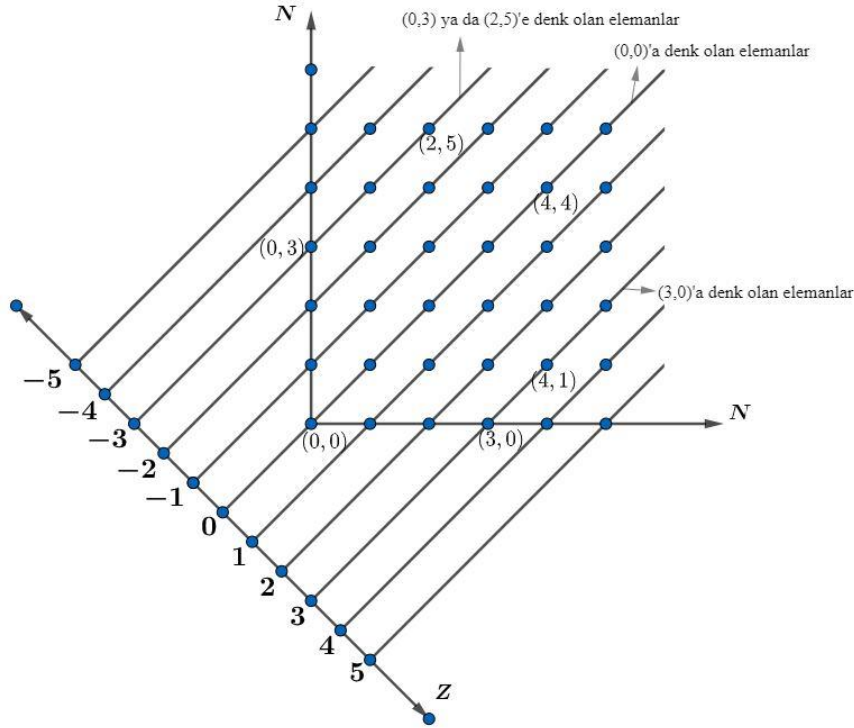
$$(x_1 + z_2) + (y_1 + y_2) = (z_1 + x_2) + (y_1 + y_2)$$

$$(x_1 + z_2) = (z_1 + x_2)$$

elde edilir. Bu da $(x_1, x_2)\beta(z_1, z_2)$ olduğu gösterir. (β bağıntısının geçişme özelliği)

Bu üç özelliği sağladığı için β bağıntısı bir denklik bağıntısıdır.

Tanım 1. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ içinde β bağıntısına göre denklik sınıflarından her birine tam sayı denir. Tam sayılardan oluşan kümeye ise tam sayılar kümesi denir (Karakaş, 2015). Tam sayılar kümesi Almanca Zahl/zahlen (sayılar/saymak) sözcüğünün baş harfi olan $\mathbb{Z}$ ile gösterilir (Argün vd., 2014). Bütün tam sayıların $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ biçimindeki denklik sınıfları Şekil 2.1'deki gibi görselleştirilebilir.



Şekil 2.1. Tam Sayılar (Nesin, [2010]'dan uyarlanmıştır.)

Tanım 2. $x, y \in \mathbb{Z}$, $(x_1, x_2) \in x$ ve $(x_1, x_2) \in y$ olsun.

Bu durumda $(x_1 + y_1, x_2 + y_2)$ 'nin ürettiği tam sayıya x ve y 'nin toplamı denir ve $x + y$ ile gösterilir.

Tanım 3. $(1,1)$ ikilisinin ürettiği tam sayıya sıfır tam sayısı denir ve 0 ile gösterilir. Bu aynı zamanda $(1,1)$ 'in denklik sınıflarının da 0 olduğunu göstermektedir.

Tanım 4. $x \in \mathbb{Z}$ olsun. Eğer $x_1 > x_2$ olacak biçimde bir $(x_1, x_2) \in x$ varsa “ x sayısı pozitif tam sayıdır” denir. Eğer $x_1 < x_2$ olacak biçimde bir $(x_1, x_2) \in x$ varsa “ x sayısı negatif tam sayıdır” denir.

Teorem 2. Her $x \in \mathbb{Z}$ için $x + y = 0$ olacak şekilde bir ve yalnız bir $y \in \mathbb{Z}$ vardır. İspatsız verilmiştir.

Tanım 5. $x \in \mathbb{Z}$ için $x + y = 0$ olacak şekilde $y \in \mathbb{Z}$ tam sayısına x 'in toplamsal tersi denir ve $(-x)$ ile gösterilir. Böylece (x_1, x_2) ikilisinin ürettiği x tam sayısının toplamsal tersi (x_2, x_1) tarafından üretilen $(-x)$ tam sayısıdır.

Verilen bu tanımları birer örnek ile gösterecek olursak;

- 2 tam sayısı $(3,1) = (4,2) = (5,3) = (47,45)$ gibi sıralı ikililer ile, -2 tam sayısı $(1,3) = (2,4) = (3,5) = (45,47)$ gibi sıralı ikililer ile gösterilebilir.
- 2 tam sayısının toplamsal tersi -2 'dir ve $(1,3)$ ile gösterilebilir.
- 2 tam sayısı $(3,1)$ ile gösterilebilir ve $3 > 1$ olduğu için pozitif tam sayıdır.
- -2 tam sayısı $(1,3)$ ile gösterilebilir ve $1 < 3$ olduğu için negatif tam sayıdır.
- -3 tam sayısı $(1,4) = (3,6) = (8,11)$ gibi sıralı ikililer ile gösterilebilir.
- $2 + (-3)$ işlemi ise $(3,1) + (1,4) = (3 + 1, 1 + 4) = (4,5)$ olarak hesaplanır ve bu ikili de -1 'e eşittir.

2.2.2. Tam sayı ve tam sayılarla işlemler için kullanılan temsil türleri

NCTM'in (2000) matematik öğretimi için belirlediği standartlardan biri de sayı ve işlemler standardıdır. Bu standarda göre sayılar ve işlemler aritmetiğin temelini oluşturmaktadır ve amacı sayı hissini geliştirilmesidir. Tam sayıların öğretimi de sayı hissini gelişmesinde kritik bir bileşendir. Çünkü görece günlük hayatta karşılaşma ihtimalleri yüksek olan doğal sayıların üzerine daha soyut olan negatif sayılar eklenerek inşa edilmektedir (Varma ve Schwartz, 2011). İnşa edilen tam sayılar, cebir öğretimi, aritmetik işlemler, problem çözme gibi birçok alanda esneklik ve kolaylık sağlamaktadır.

Matematik eğitiminde kullanılan temsillerin birçoğu tam sayıları temsil etmek için kullanılabilmektedir. Bunlardan ilki sembolik temsildir. Tam sayıların sembolik temsili pozitif tam sayılar, negatif tam sayılar ve sıfır olmak üzere üç grupta incelenebilir. Pozitif tam sayıların sembolik temsillerinde sayılar yalın olarak (3 gibi) kullanılabileceği gibi önlerine artı işareti

eklenerek de (+3 gibi) kullanılabilir. Negatif tam sayıların sembolik temsillerinde ise sayıların önüne eksi işareti (-3 gibi) eklenmektedir. Buradaki eksi işareti Vlassis'e (2004;2008) göre tekil fonksiyon görevinde, Sfard'a (2000) göre yapısal gösterge görevindedir. Sıfır (0) ise diğer sayı kümelerinde olduğu gibi yalın haliyle kullanılmaktadır. Ayrıca sembolik temsillerin yazılı/sözlü olarak ifade edilmesi, tam sayıların sözel temsil ile ifade edilmesine örnek gösterilebilir. Gilbert (2010) ve Paivio'nun (1990) temsil sınıflandırmasına göre tam sayıların sembolik ve sözel temsilleri sözlü temsil sisteminde (verbal system) yer almaktadır.

Tam sayıların temsilde kullanılan görsel temsiller ise nötrleştirme modeli ve sayı doğrusu modeli olmak üzere iki ana grupta toplandığı görülmektedir (Akyüz, Stephan ve Dixon, 2012). Nötrleştirme modellerinde pozitif ve negatif sayıları temsil etmek için farklı iki renkten veya şekilden oluşan pul, çip ve karo gibi nesneler kullanılmaktadır. Pozitif ve negatif tam sayılar farklı renk/şekil ile kodlanarak işlemler gerçekleştirilmektedir (Akyüz vd., 2012; Bozkurt ve Polat, 2011). Tam sayılarla işlemlerde kullanılan nötrleştirme modeline sayma pulu örnek verilebilir. Sıfır sayısı ise pozitif ve negatif tam sayıları temsil eden nesnelerin eşit sayıda kullanımı ile temsil edilmektedir. Pozitif/negatif elektrik yükleri, gelir/gider gibi bağlamlar nötrleşme modeline örnek verilebilir (Stephan ve Akyüz, 2012).

Sayı doğrusu modellerinde ise sayılar bir doğru üzerinde konumlandırılmakta ve doğru boyunca bu sayılar üzerinde yönlü hareketler gerçekleştirilmektedir (Akyüz vd., 2012; Bozkurt ve Polat, 2011). Doğrunun üzerine yerleştirilen sıfır noktası, doğruyu iki bölüme ayırmaktadır. Bu bölümlerin bir tarafında pozitif tam sayılar diğer tarafında negatif tam sayılar yer alır. Sayı doğrusu modelleri genelde yatay olarak kullanılmakla birlikte dikey olarak da kullanılabilir. Deniz seviyesinin üstündeki ve altındaki yükseklik, bir binadaki katlar gibi bağlamlar, sayı doğrusu modelinin uygulandığı örneklerdir (Stephan ve Akyüz, 2012). Bu çalışma kapsamında kullanılan temsillerin temsil sistemlerine göre sınıflandırmaları Tablo 2.1'de verilmiştir.

Tablo 2.1. Çalışma kapsamında kullanılan temsillerin temsil sistemlerine göre sınıflandırmaları.

Temsil Türü	Temsil Sistemi		
	Goldin ve Kaput (1996)	Lesh, Post ve Behr (1987)	Gilbert (2010) ve Paivio (1990)
Sembolik Temsil	Dış-fiziksel	Yazılı sembol	Sözlü sistem
Sözel Temsil	Dış-fiziksel	Konuşma dili	Sözlü sistem
Sayı Doğrusu Temsili	Dış-fiziksel	Manipülatif model	Sözlü olmayan sistem
Sayma Pulu Temsili	Dış-fiziksel	Manipülatif model	Sözlü olmayan sistem

Gilbert (2010) ve Paivio'nun (1990) temsil sınıflandırmasına göre tam sayıların sayı doğrusu ve sayma pulu temsilleri sözlü olmayan sistemde (nonverbal system) yer almaktadır.

Goldin ve Kaput'a (1996) göre ise yukarıda bahsedilen sözel temsil, sembolik temsil, sayı doğrusu temsili ve sayma pulu temsilleri dış temsil sisteminde yer almaktadır.

2.3. Göz İzleme (Eye Tracking)

Gözler, görsel bilgilerin çözümlenmesinde rol alan en önemli duyu organıdır. Bununla birlikte göz hareketlerinin incelenmesi, bireyin bilişsel süreçlerine dair bir bakış açısı sağlayabilmektedir (Just ve Carpenter, 1976). Bu sebeple göz izleme, son yıllarda kullanımı artan deneysel bir araştırma yöntemidir (Carter ve Luke, 2020).

Göz izleme, belirli bir zaman aralığında, katılımcının baktığı noktaların ve göz hareketlerinin incelenmesine dayanır (Carter ve Luke, 2020). Bu süreçte, genellikle, katılımcıya belirli görevler verilir ve bu görevler gerçekleştirilirken göz hareketleri, çeşitli araçlar vasıtasıyla incelenir. Bu amaçla, göz hareketlerinin belirlenmesi ve kaydedilmesi için göz izleyici (eye tracker) araçlar geliştirilmiştir. Göz izleyiciler, göz bebeği hareketlerini kaydeder ve bakılan noktaları belirler. Böylece bir kişinin görsel dikkati hakkında bilgi toplanmasına yardımcı olur (Duchowski, 2017; Lilienthal ve Schindler, 2019). Katılımcının çevresindeki uyaranlar ile ilgili hangisinin ilgi çekici olduğu hangisinin ilgi çekmediği yani bireyin çevresini nasıl algıladığı konusunda çıkarım yapılmasına imkân sağlar (Duchowski, 2017).

2.3.1. Göz izleyiciler ve teknik özellikleri

Tarihsel gelişimi incelendiğinde göz izlemenin yeni bir yöntem olmadığı görülmektedir. Ancak pahalı ve zahmetli bir süreç olması, göz izleme çalışmalarının yaygınlaşmasında önemli bir sınırlılık oluşturmuştur (Carter ve Luke, 2020). Teknolojinin gelişmesi, göz izleyicilerine erişilebilirliğin artması ve göz izleyicilerin hem katılımcı hem de araştırmacı dostu haline gelmesi göz izleme çalışmalarının son yıllarda sayısının artmasını sağlamıştır (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017; Strohmaier, MacKay, vd., 2020).

Göz izleyiciler, örnekleme frekansı, doğruluk değeri, kesinlik değeri, taşınabilir olup olmaması, izlenen göz sayısı, çalışma prensibi gibi bazı özelliklere göre sınıflandırılmaktadır. Örnekleme frekansı (sampling frequency/rate), göz izleyicinin veri kayıt hızını ifade etmekte olup Hertz (Hz) cinsinden ifade edilir. Örnekleme frekansı, göz izleyicinin 1 saniyede (1000 milisaniyede) gerçekleştirdiği kayıt sayısıdır. Örneğin, örnekleme frekansı 60 Hz olan bir göz izleyici ortalama 8,33 ms'de (1000/60) bir kayıt gerçekleştirir. Göz izleyicinin örnekleme frekansı ne kadar fazla olursa hassasiyeti de o kadar fazla olacaktır.

Göz izleme çalışmaları için önemli ölçütlerden biri de göz izleyicilerin göz hareketlerini ne kadar doğru tespit edebildiğidir. Göz izleyicilerinden elde edilen verilerin kalitesi genellikle

doğruluk (accuracy) ve kesinlik (precision) kavramları ile tanımlanır (Carter ve Luke, 2020). Doğruluk, ölçülen göz pozisyonunun gerçek göz pozisyonuna ne kadar yakın olduğunun göstergesidir. Mevcut göz izleyiciler $0,5^0$ 'ye kadar görsel açı doğruluğu sağlayabilmektedir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Rayner'a (1998) göre, 2^0 'ye kadar olan görme açısı tam görme olarak kabul edilmektedir. Kassner ve diğerlerine (2014) göre normal şartlar altında bakış noktası (gaze point) için ideal doğruluk yaklaşık $0,6^0$ 'dir. Kesinlik, göz pozisyonu ölçümlerinin ne kadar tutarlı olduğunun göstergesidir (Reingold, 2014). Doğruluk ve kesinlik değerleri genellikle göz izleyicilerin teknik bilgiler kısmında verilmektedir. Ancak bu değerler ideal şartlar altında geçerli olan değerlerdir.

Deneyisel uygulamaların yürütülme süreci, göz izleme donanımlarının kurulumu, katılımcı davranışları ve ortam gibi faktörler göz izleyicilerin doğruluk ve kesinlik değerlerini etkilemektedir (Carter ve Luke, 2020). Bu sebeple uygulama adımlarının dikkatli bir şekilde gerçekleştirilmesi (katılımcının monitöre uzaklığı, katılımcının monitöre bakış açısı gibi), katılımcı davranışlarının kontrol altında tutulması (katılımcının uykusuzluğu, makyajlı olması gibi), ortamın göz izleyici için uygun hale getirilmesi (ortamdaki gürültünün en düşük seviyede ve ışığın uygun seviyede olması gibi) ve kalibrasyon göz izleme verilerinin kalitesi açısından önemlidir (Duchowski, 2017).

Bazı göz izleyiciler tek göz (monocular) takibi yaparak veri üretebilirken bazıları da iki göz (binocular) takibi ile veri üretebilir (bazı göz izleyiciler her ikisini de gerçekleştirebilmektedir). Her iki göz de aynı anda hareket ettiği için birçok veriye tek göz izlenerek de ulaşılabilmektedir (Carter ve Luke, 2020). Ancak her iki gözün aynı anda incelenmesini gerektiren *vergence* (bir görsele bakarken göz bebeklerinin birbirine yaklaşması ve uzaklaşmasının ölçümü) gibi ölçümler de vardır.

Göz izleyiciler kullanım şekli açısından ekran tabanlı ve mobil olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Ekran tabanlı göz izleyiciler masaüstü ve dizüstü bilgisayarlara monte edilebilen veya tablet, telefon gibi araçlarla birlikte bir aparat vasıtasıyla kullanılabilen göz izleme araçlarıdır (Duchowski, 2017). Bilgisayar, tablet gibi cihazların ekranlarından çeşitli uyarılar sunulur ve katılımcıların bu uyarılar üzerinde göz hareketleri izlenir. Mobil göz izleyiciler katılımcıların başına takılabilen, taşınabilir gözlük benzeri araçlardır (Duchowski, 2017). Ekran tabanlı göz izleyiciler katılımcıların hareketlerini kısıtlarken mobil göz izleyiciler katılımcılara daha özgür hareket edebilecekleri bir ortam sunmaktadır. Ancak mobil göz izleyicilerin veri kalitesi ve örnekleme frekansı ekran tabanlı göz izleyicilere oranla nispeten daha düşüktür (Strohmaier, MacKay, vd., 2020).

Göz izleyicilerin çalışma prensipleri incelendiğinde 4 farklı tekniğin kullanıldığı görülmektedir. Bunlar: Electro-Oculo Graphy (EOG), Skleral Kontakt Lens (SKL), Photo-Oculo Graphy (POG) veya Video-Oculo Graphy (VOG) ve Video Tabanlı Korneal Yansımadır (VTKY) (Duchowski, 2017). EOG, gözün ve göz bebeğinin hareketlerini elektrik sinyalleri aracılığıyla tespit etmektedir. SKL, göze takılan kontak lensin hareketlerinin izlenerek göz takibinin yapılmasına dayanır. POG/VOG, göze gönderilen ışığın (genellikle kızılötesi ışık) video kaydına alınması ve bu kaydın izlenerek göz hareketlerinin belirlenmesine dayanır (Duchowski, 2017). VTKY ise iki referans üzerinden göz hareketlerini belirleme ilkesine dayanmaktadır. Bunlar göz bebeğinin merkezi ve göz bebeğine yansıtılan kızılötesi ışığın yansımasıdır. Bir ışık kaynağından göze gönderilen ışığın korneadan yansıması ve bu yansımanın takip edilmesi ile gözün baktığı noktaların konumu belirlenir (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017). VTKY tabanlı göz izleyiciler, göz hareketlerini gerçek zamanlı olarak hesaplamak için diğer göz izleme araçlarına göre daha kullanışlı ve maliyeti düşüktür. Ayrıca interaktif kullanıma da daha uygundur (Duchowski, 2017). VTKY tabanlı göz izleyiciler, bakılan noktanın konumunu yüksek bir doğrulukla belirleyebilir (Carter ve Luke, 2020). Ancak göz takibinin doğru bir şekilde yapılabilmesi için uygun kalibrasyon süreçlerinin gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada VTKY tabanlı göz izleyici kullanılmıştır.

2.3.2. Geçerli ve güvenilir bir göz izleme için kalibrasyon

Kalibrasyon işleminde göz bebeğine yansıtılan ışığın yansıma hareketleri ile göz bebeğinin hareketleri belirlenir ve bu hareketler referans noktalar ile ilişkilendirilir. Uygulama aşamasında, bakılan noktaların tespit edilebilmesi için bu kalibrasyon değerleri referans alınır (Duchowski, 2017).

Kalibrasyon sürecinde ilk olarak göz izleyici tarafından göz bebeğinin merkezi tespit edilir. Daha sonra, katılımcının ekran üzerinde belirli konumlara yerleştirilmiş bir dizi noktaya (5 nokta, 9 nokta gibi) belirli bir süre bakması istenir. Bu süreçte göz izleyici, göz bebeğinin hareketlerini ve korneal yansımalarını kaydeder ve bakılan nokta ile göz hareketleri arasında ilişki kurarak kendini ayarlar. Kalibrasyon süreci her katılımcı için ayrı ayrı gerçekleştirilir. Hatta uzun süreli görevler gerçekleştirilirken süreç içerisinde birden fazla kalibrasyon işleminin gerçekleştirilmesi verilerin doğruluğunu arttıracaktır (Carter ve Luke, 2020).

2.3.3. Göz izleme veri türleri

Göz izleyiciler göz hareketlerini zaman ve koordinat değerleri ile kaydederek örnek (sample) olarak tanımlanan bir dizi sayısal veri üretmektedir. Bu örnekler göz izleyici

tarafından üretilen ham verilerdir. Ham verilerin işlenmesi sonucu ile sabitlenme (fixation) ve sıçrama (saccade) verileri elde edilir. Bu veriler diğer göz izleme verilerinin türetilmesinde kullanılan ana verilerdir (Lai vd., 2013).

Carter ve Luke'a (2020) göre sıçrama, zamansal olarak birbirine yakın ve uzamsal olarak görece birbirinden uzak olan koordinatlara ait örnek gruplarıdır. Sabitlenme ise uzamsal olarak birbirine yakın olan örnek gruplarıdır. Lai ve diğerlerine (2013) göre nispeten sabit göz hareketi, sabitlenme; iki sabitlenme arasındaki hızlı göz hareketleri sıçramadır. Sabitlenme sırasında göz, titreme, kayma ve mikro sıçrama gibi ufak hareketlere devam etmektedir (Duchowski, 2017). Bu hareketlerin belirlenebilmesi için daha hassas ölçümler gerekmektedir.

Göz hareketlerinin sabitlenme veya sıçrama olarak kodlanmasında eşik değerler ve örneklerin işlendiği algoritmalar önemli bir yere sahiptir. Rayner'a (Rayner, 1998, 2009) göre bir sabitlenme ortalama 200-250 ms olmak üzere 100-500 ms arasında sürmektedir. Sıçramanın süresi ise mesafeden etkilenmektedir. Yaklaşık olarak 2°'lik bir sıçrama ortalama 30 ms sürerken 5°'lik bir sıçrama 40-50 ms sürebilmektedir (Rayner, 1998).

Lai ve diğerleri (2013), sabitlenme ve sıçrama verilerinden üretilen ölçümleri üç boyutta gruplandırmıştır (Tablo 2.2). Bunlar; zamansal, uzamsal ve sayma boyutlarıdır.

Tablo 2.2. Göz izleme ölçüm türleri (Lai vd., 2013, s. 93).

	Sabitlenme	Sıçrama	Karma
Zamansal	Toplam Sabitlenme Süresi (Total Fixation Duration)	Sıçrama Süresi (Saccade Duration)	Toplam Okuma Süresi (Total Reading Time)
	Bakış Süresi (Gaze Duration)		İlk Geçiş Zamanı (First Pass Time)
	Ortalama Sabitlenme Süresi (Average Fixation Duration)		Tekrar Okuma Süresi (Re-reading Time)
	İlk Sabitlenme Süresi (First Fixation Duration)		
	İlk Sabitlenme Zamanı (Time to First Fixation)		
	Geri Ziyarete Sabitlenme Süresi (Revisited fixation duration)		
	Sabitlenme Süresi Oranı (Proportion of Fixation Duration)		
Uzamsal	Sabitlenme Konumu (Fixation Position)	Sıçrama Uzunluğu (Saccade Length)	Tarama Yolu Deseni (Scanpath Pattern)
	Sabitlenme Sırası (Fixation Sequence)		
Sayma	Sabitlenme Sayısı (Fixation Count)	Sıçrama Sayısı (Saccade Count)	
	Ortalama Sabitlenme Sayısı (Average Fixation Count)	İç tarama sayısı (Inter-scanning count)	
	Yeniden sabitlenme sayısı (Revisited Fixation Count)		
	Sabitlenme Sayısı Olasılığı (Probability of Fixation Count)		

Zamansal boyutta ölçümler, verilerin zaman etiketlerine göre gruplandırılarak değerlendirilmektedir. Uzamsal boyutta ölçümler, verilerin konum, yön, sıra, uzunluk gibi değişkenlere göre gruplandırılarak değerlendirilmektedir. Sayma boyutunda ölçümler verilerin frekanslarına göre değerlendirilmektedir. Lai ve diğerlerinin (2013) gruplandığı ölçümlerin tanımları şu şekildedir:

- Toplam sabitleme süresi, sabitlenmeler için harcanan toplam zaman.
- Bakış süresi, bir kelime üzerinde veya ilgi alanı içerisinde geçirilen toplam süre.
- Ortalama sabitleme süresi, her bir ilgi alanı içerisindeki ortalama sabitleme süresi.
- İlk sabitlenme süresi, ilk sabitlenmede harcanan zaman.
- İlk sabitlenme zamanı, uyarının verildiği andan itibaren ilgili alan üzerinde ilk sabitlenmeye kadar geçen süre.
- Geri ziyarette sabitlenme süresi, bir ilgi alanı içerisinde gerçekleştirilen toplam sabitlenme süresi.
- Sabitleme süresi oranı, belirli bir kelime veya alan üzerindeki sabitlenme süresinin toplam sabitleme süresine oranı.
- Sıçrama süresi, bir ilgi alanı içinde harcanan sıçrama sürelerinin toplamı.
- Toplam okuma süresi, bir okuma görevinde veya bir ilgi alanı içinde harcanan toplam süre.
- İlk geçiş zamanı, bir ilgi alanı içerisine ilk girişten ayrılana kadar harcanan süre.
- Tekrar okuma süresi, bir ilgi alanı üzerinde harcanan toplam süre.
- Sabitleme konumu, bir sabitlenmenin yeri.
- Sabitleme sırası, ilgi alanları üzerindeki sabitlemelerin sırası.
- Sabitlenme uzunluğu, iki ardışık sabitleme arasındaki mesafe.
- Tarama yolu deseni, sabitleme dizilerinin oluşturduğu desen.
- Sabitlenme sayısı, bir ilgi alanı üzerinde veya bir görevdeki toplam sabitlenme sayısı.
- Ortalama sabitlenme sayısı, her bir ilgi alanı üzerindeki ortalama sabitlenme sayısı.
- Yeniden sabitlenme sayısı, bir ilgi alanı üzerinde gerçekleştirilen toplam sabitlenme sayısı.
- Sabitlenme sayısı olasılığı, bir ilgi alanı üzerindeki toplam sabitlenme sayısının görevdeki toplam sabitlenme sayısı ile karşılaştırılması.

- Sıçrama sayısı, bir ilgi alanı içerisindeki toplam sıçrama sayısı.
- İç tarama sayısı, ilgi alanları arasındaki sabitleme geçişlerinin sayısı.

İlgi alanı (Area of Interest; AOI), bir uyarının (metin, nesne, görsel, gibi) sınırlandırılmış belirli bir kısmını ifade etmektedir (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017). İlgi alanı, uyarının sınırlı bir bölümü hakkında ölçümler elde edilmesi veya farklı bölgelerden elde edilen ölçümlerin karşılaştırılması için kullanılabilir. Örneğin, uygulama sonrasında, uyarın olarak belirlenen matematik probleminin denklem ve grafik kısımları ayrı ayrı sınırlandırılarak iki ilgi alanı oluşturulabilir. Göz izleyicilerle uyumlu programlar oluşturulan ilgi alanı bölgeleri için ayrıca veriler üretilebilir.

Göz izlemede elde edilen veri çeşitliliği, göz izlemeyi çok yönlü bir yöntem haline getirmektedir. Ancak veri analizinde uygun ölçümlerin seçilmesi ve analiz edilmesi gerekmektedir (Carter ve Luke, 2020).

Göz izleme çalışmalarında göz hareketi davranışlarını belirlemek için sabitleme, sıçrama ve bunlardan türetilen nicel verilerin yanında bu veriler kullanılarak çeşitli analiz programları aracılığıyla görsel veriler de elde edilebilmektedir. Isı haritası (heat map), bakış yolları (gaze paths / scan paths / scan patterns) ve dağılım grafikleri (scatterplot) bu görsel verilerden bazılarıdır.

Isı haritası, uyarın üzerinde, sabitlenmelerin fazla olduğu kısımları nispeten daha az sabitlenmelerin gerçekleştiği kısımlardan çeşitli renk tonları kullanarak (örneğin yeşilden kırmızıya veya siyahtan beyaza değişen renk tonları ile) ayıran ve sabitlenmeler hakkında yorum yapmamıza yardımcı olan görsel verilerdir (Duchowski, 2017). Bakış yolları, katılımcının uyarın üzerinde sabitlendiği noktaları ve bu noktalar arasında gerçekleştirdiği sıçramaları sıralı bir şekilde sunan görsellerdir (Duchowski, 2017). Bakış yolları, bakış noktalarını sıralı bir şekilde gösterebileceği gibi analiz programında gerekli düzenlemeler yapılarak sabitleme sürelerinin de görselleştirilmesini sağlayabilir. Bu veriler genellikle göz izleme cihazı ile uyumlu paket analiz programları aracılığıyla veya çeşitli yazılım programlarında gerekli kodlamalar yapılarak elde edilebilir.

Göz izleme çalışmalarında verilerin toplanması kadar analiz edilmesi ve yorumlanması da önemlidir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde elde edilen verilere göre çeşitli yorumların yapıldığı görülmüştür. Ancak göz izleme verilerinin yorumlanması kolay değildir. Çünkü aynı veriler çeşitli bilişsel süreçlerle bağlantılı olabilir (Schindler ve Lilienthal, 2019). Örneğin ilk sabitleme, dikkatin başlangıcı, örtük dikkat ve bilgi işleme için bir tercih olarak; sabitleme

sayıları, belirli bir alandaki dikkat ve odaklanma olarak; sıçrama uzunluğu, bilgiye erişme (kısa sıçrama) ve bilgiyi birleştirme (uzun sıçrama) olarak; tekrar ziyaret etme sayısı ve süresi, hafızanın bir göstergesi olarak; ortalama sabitlenme süresi, bilişsel yük ve bilgi işlemedeki derinlik olarak yorumlanabilir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020).

2.3.4. Göz izleme çalışmalarında uyaranlar

Göz izleme çalışmalarında uyaranlar tasarlanırken arka plan rengi, yazı tipi, yazı büyüklüğü, uyaranın sunum şekli (kağıt, tablet veya monitör üzerinden), uyaranın sunulduğu elektronik cihazın teknik özellikleri (çözünürlüğü, yenileme hızı vs.) gibi detaylar dikkatli bir şekilde belirlenmelidir. Çünkü bu özellikler göz izleme çalışmalarında elde edilen verileri etkilemektedir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Parlak uyaranlar mat olanlara göre, büyük uyaranlar küçük olanlara göre, karmaşık olanlar basit olanlara göre katılımcıların dikkatini daha fazla çekebilir (Carter ve Luke, 2020). Örneğin, katılımcı küçük puntolu metin içeren uyarıyı okurken zorlanabilir ve metin üzerindeki sabitlenme süreleri uzayabilir veya arka plan rengi ile yakın tonlarda olan bir metni okurken katılımcının dikkati kolaylıkla dağılabilir ve ilgisiz noktalara sabitlenmeler gerçekleşebilir.

Uyaran ile ilgili olarak göz hareketlerini etkileyen çeşitli bilişsel faktörler de bulunmaktadır. Uyaranın duygusal içeriği, aşinalık durumu, anlamlı olup olmaması gibi özellikleri katılımcının göz hareketlerini etkileyebilmektedir (Carter ve Luke, 2020). Örneğin, katılımcının daha az aşına olduğu uyaranlar üzerindeki sabitlenme süresi daha fazla, daha fazla aşına olduğu uyaranlar üzerinde sabitlenme süresi daha az olabilmektedir (Joseph vd., 2013). Ayrıca katılımcıların göz hareketleri aynı uyaranlar üzerinde farklı görevleri yerine getirirken veya farklı talimatlar verildiğinde değişebilmektedir (Carter ve Luke, 2020).

Göz izleyicinin özelliğine göre, ekran tabanlı göz izleyicilerde kullanılan uyaranlar ile mobil göz izleyicilerde kullanılan uyaranlar da farklılık gösterebilmektedir (Duchowski, 2017). Ekran tabanlı göz izleyicilerde tablet veya monitör ekranından resimler, çeşitli metinler, videolar kullanılırken mobil göz izleyicilerde bu tip uyaranların yanı sıra otantik ortamlarda gerçekleşen etkileşimler de takip edilebilmektedir (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017; Schindler ve Lilienthal, 2019).

2.3.5. Göz zihin varsayımı (eye mind assumption)

Nereye baktığımız ve ne kadar süre baktığımız, algı, hafıza, karar verme vs. gibi bilişsel süreçlerden etkilenmektedir (Just ve Carpenter, 1980). Just ve Carpenter bu etkileşimi Göz Zihin Varsayımı (GZV) olarak ifade etmiştir. Bu varsayıma göre bir uyarın (bu uyarın bir kelime, harf, bir görsel, görselin bir parçası olabilir) zihinde işlendiği sürece göz o uyaranda sabitlenmektedir. Yani görsel odak eşittir bilişsel odaktır (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Bu durum, zihinsel süreçlerin araştırılmasında, GZV sıkça kullanılan bir varsayım haline getirmiştir. Ancak Schindler ve Lilienthal (2019), genel olarak görsel dikkat ile bilişsel dikkat örtüşse de GZV'nin her zaman geçerli olmayabileceğini belirtmiştir. Benzer şekilde katılımcı bir uyarana zihninde işlemeyen bakabileceği gibi, bakmadığı halde bir nesneyi düşünebilmektedir.

Schindler ve Lilienthal (2019) çalışmalarında, katılımcıların bir geometri sorusunu çözerken o anki düşüncelerini göz hareketleriyle birlikte incelemişlerdir. Göz izleme verileri ve katılımcılarla yapılan görüşmeler, küçük göz hareketlerinde ve belirli bir alana sabitlenmede, önceki ilgi alanından farklı bir ilgi alanına odaklanmada ve iki nokta arasında ileri geri göz hareketlerinde göz-zihin ilişkisinin gözlemlendiğini ortaya koymuştur. Ancak, görev sayfasının dışındaki bir noktaya bakma (sol üst köşeye bakma gibi) ve anlamsız/ilgisiz öğeler üzerindeki hızlı göz hareketlerinde göz-zihin ilişkisi olmadığı sonucuna varmışlardır. Bu sebeple GZV, zihinsel işleyiş belirlenmesi hakkında bir çerçeve sunsa da araştırılacak zihinsel sürecin bir bağlam çerçevesinde araştırılması ve göz hareketlerine ait verilerin bu bağlam çerçevesinde analiz edilip yorumlanmasını önemlidir (Schindler ve Lilienthal, 2019).

2.3.6. Matematik eğitiminde göz izleme yöntemi

Göz izleme yöntemi, sunduğu fırsatlar açısından matematik eğitimi araştırmalarında ilginin arttığı bir araştırma yöntemidir (Lai vd., 2013; Lilienthal ve Schindler, 2019; Schindler ve Lilienthal, 2019; Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Geleneksel yöntemler ile ulaşılması mümkün olmayan bilgilere göz izleme tekniği ile ulaşılabilir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Yani göz izleme yöntemi, araştırma konularını detaylı bir şekilde inceleme ve geleneksel araştırma yöntemlerinden ayrı olarak bilişsel süreçleri anlama imkânı sunmaktadır (Lilienthal ve Schindler, 2019).

Strohmaier, MacKay, ve diğerleri (2020), yapmış oldukları çalışmada; 2018 yılına kadar yapılmış olan ve göz izleme yöntemi kullanılan matematik eğitimi araştırmalarını incelemişlerdir. Çalışmaya 161 çalışma dâhil edilmiştir. Çalışmaların yıllara göre dağılımları

incelendiğinde göz izleme yönteminin kullanıldığı matematik eğitimi çalışmalarının sayısında 2006 ve 2014 yıllarında önemli kırılmaların yaşandığı ve son 16 yılda genel olarak artan bir seyir izlediği görülmüştür (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Ancak 2006 yılından önce yapılan çalışmalar tarandığında yıllık ortalama 3 çalışmayı geçmediği görülmektedir. Bununla birlikte 2014 yılından bu yana ise yılda en az 15 bilimsel çalışmanın yayınlandığı görülmektedir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Bu durum göz izleme çalışmalarının sayısının gelişen teknolojiye paralel olarak arttığını göstermektedir.

Strohmaier, MacKay, ve diğerleri (2020), matematik eğitimi alanında göz izleme yönteminin kullanıldığı çalışmaları konularına göre on ana başlıkta kategorize etmiştir. Bu konulardan en fazla sayılar ve aritmetik ile ilgili konularda göz izleme çalışması yapılmıştır (90 çalışma, %56). Bu konu altında, sayma, tek basamaklı ve çok basamaklı sayılar, büyüklük, uzamsal-sayısal ilişki, sayı temsilleri, temel aritmetik işlemler, rasyonel sayılar ve oran orantı konuları ile ilgili çalışmalar mevcuttur (Atagi vd., 2016; Bolden vd., 2015; Strohmaier, Schiepe-Tiska, vd., 2020; Susac vd., 2014).

Sayılar ve aritmetikten sonra en fazla geometri ve şekiller ile ilgili çalışmalar yapılmıştır (22 çalışma, %14) (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Geometri ve şekillerin göz izleme çalışmaları için uygun uyaranlar olması geometri çalışmalarının sayısının fazla olmasında önemli bir etkidir. Geometri konusu altında geometrik ispat, uzamsal hareketler, inşa konuları ile ilgili çalışmalar yapıldığı görülmektedir (Alqassab vd., 2018; Lee ve Wu, 2018; Lin ve Lin, 2014b; Schindler ve Lilienthal, 2019).

Göz izleme çalışmalarının yapıldığı bir diğer matematik konusu ise okuma ve sözlü problemlerdir (21 çalışma, %13) (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Bu konu altında basit ve karmaşık matematik problemlerinin okunması ve çözümleri incelenmiştir (Dewolf vd., 2015; Strohmaier, Schiepe-Tiska, vd., 2020; Strohmaier vd., 2019).

Göz izleme çalışmalarının yapıldığı diğer matematik konuları, akıl yürütme ve ispat (%9), matematiksel temsil kullanımı (%9), öğrenme güçlükleri (%5), bilgisayar destekli öğrenme (%4), matematiksel problem çözme (%2) ve istatistiktir (%2) (Strohmaier, MacKay, vd., 2020).

2.4. Çoklu Ortam Öğrenme (Multimedia Learning)

Çoklu ortam öğrenme (ÇOÖ), “sözcüklerin ve görsellerin birlikte kullanımı, bunların tek başına kullanılmasından daha iyi bir öğrenme sağlar” hipotezi üzerine kurulmaktadır (Mayer, 2009, 2014). Buna göre çoklu ortam; sözel (yazılı veya sözlü) ve görsel (resim,

diyagram, çizelge, harita, fotoğraf, animasyon ve video gibi) temsillerin kullanıldığı ortamlardır. ÇÖÖ ise öğrencilerin bu ortamda gerçekleştirdikleri öğrenmelerdir. Bu ortamda kullanılan görsel/sözel materyaller ise ÇÖÖ materyalleri olarak isimlendirilmektedir (Mayer, 2009, 2014).

Mayer (2009), ÇÖÖ'nin etkililiği ve kalıcılığı ile ilgili olarak 3 ana başlık altında 12 ilke belirlemiştir (Tablo 2.3). Bu ilkeler; tutarlılık (coherence), dikkat çekme (signaling), fazlalık (redundancy), uzamsal yakınlık (spatial contiguity), zamansal yakınlık (temporal contiguity), bölme (segmenting), ön eğitim (pre-training), biçim (modality), çoklu ortam (multimedia), kişiselleştirme (personalization), ses (voice) ve görüntü (image) şeklindedir. Bir öğrenme ortamını tasarlarken bu ilkelerin kullanılması öğrenmeye olumlu yönde katkı sağlamaktadır. Çoklu ortam öğrenme ilkeleri, çoklu ortam içeriği, bireysel farklılıklar, üst biliş ve duygular, göz hareketi ölçümlerini etkileyebilecek potansiyel faktörlerdir (Alemdağ ve Çağıltay, 2018).

Tablo 2.3. Çoklu ortam uyaranlarının tasarımına ilişkin ilkeler (Mayer, 2009).

İlkenin Amacı	İlkeler	Savunulan Durum
Konu dışı bilişsel işlemi azaltma	Tutarlılık	Konu ile ilgisi olmayan materyallerin öğretim tasarımına dâhil edilmemesi daha iyi öğrenme sağlar.
	Dikkat çekme	Hedef materyali vurgulayan ipuçları kullanmak daha iyi öğrenme sağlar.
	Fazlalık	Benzer türden materyaller aynı anda kullanılmaması daha iyi öğrenme sağlar.
	Uzamsal yakınlık	Birbiri ile ilişkili olan materyallerin birbirine daha yakın konumlandırılması daha iyi öğrenme sağlar.
	Zamansal yakınlık	Birbiri ile ilişkili materyallerin eş zamanlı sunulması daha iyi öğrenme sağlar.
Temel bilişsel işlemeyi verimli kullanma	Bölme	Materyalin bir bütün halinde sunulmasından ziyade kullanıcının hızına göre parçalar bölümler halinde sunulması daha iyi öğrenme sağlar.
	Ön eğitim	Konu ile ilgili ana kavramlar ve özellikleri bilindiğinde materyallerin daha iyi öğrenme sağlanır.
	Biçim	Görsel-sözlü sunumlarla gerçekleştirilen öğretim, görsel-yazılı gerçekleştirilen öğretime göre daha derinlemesine öğrenme sağlar.
Üretken işlemeye teşvik etme	Çoklu ortam	Sözel ve görsel materyallerin birlikte kullanılması bunların yalnız kullanılmasına göre daha iyi öğrenme sağlar.
	Kişiselleştirme	Ortamda formal bir yaklaşımdan ziyade konuşma diline yakın bir üslubun kullanılması daha iyi öğrenme sağlar.
	Ses	Anlatımlarda mekanik bir ses tonundan ziyade daha samimi ve duygu içeren bir konuşma tarzının kullanılması daha iyi öğrenme sağlar.
	Görüntü	Sadece ses veya resimden ziyade sunum anında senaryoyu ileten bir görüntünün (bir kişi, bir karakter vs.) varlığı daha iyi öğrenme sağlar.

Tutarlılık, dikkat çekme, fazlalık, uzamsal yakınlık ve zamansal yakınlık ilkeleri konu dışı bilişsel işlemi azaltma ilkeleridir. Öğretim tasarımının karmaşık olması, ilişkisiz yapılardan oluşması öğrencilerin dikkatini çekmemesi gibi durumlar konu ile alakalı olmayan bilişsel

süreçlerin meydana gelmesine sebep olabilir. Bu durum ise bilişsel kapasiteyi sınırlayabilmektedir. Bölme, ön eğitim ve biçim ilkeleri temel işlemeyi yönetme ilkeleridir. Bu ilkelerin amacı bilişsel kapasitenin verimli bir şekilde kullanılmasını sağlamaktır. Bazı durumlarda bilişsel kapasite yeterli olsa da bu kapasitenin etkili bir şekilde kullanılması için motivasyon ve destekleme ihtiyacı gerekebilir. Bu ihtiyaçlar için ise üretken işlemeye teşvik etme amacıyla çoklu ortam, kişiselleştirme, ses ve görüntü ilkeleri kullanılır.

2.5. Bilişsel Yük Teorisi

Bilişsel yük teorisi (BYT), öğrenme ve problem çözme gibi bilişsel faaliyetlerin bilişsel kaynak kullanma ve odaklanma biçimlerini açıklamaktadır (Chandler ve Sweller, 1991). Bu bağlamda bilişsel yük, belirli bir görevi tamamlamak için gereken zihinsel çaba veya kaynak miktarını ifade etmektedir (Chandler ve Sweller, 1991; Sweller, 1988). BYT, çalışma belleği kapasitesinin sınırlı olduğu varsayımına dayanmaktadır (Huh vd., 2019). Bu kapsamda BYT sınırlı bilişsel kaynaklarla verilen görevlerin yerine getirilmesi sürecinde zihinde oluşan bilişsel yükü incelemektedir.

Öğrenme bağlamında, öğrencilere bilgi veya görevler sunulduğunda, bu bilgiyi işlemek ve depolamak için çalışan belleklerini kullanmaları gerekmektedir (Huh vd., 2019; Lin ve Lin, 2014a; Paas vd., 2003). Çalışma belleğinin sınırlı bir kapasitesi vardır. Bu sebeple zihin bilgisiyle aşırı yüklendiğinde, öğrenmeyi olumsuz etkileyebilmektedir (Chandler ve Sweller, 1991; Paas vd., 2003).

Bilişsel yük üç bileşenden oluşmaktadır (Paas vd., 2003). Bunlar, içsel bilişsel yük (intrinsic cognitive load), dışsal bilişsel yük (extraneous cognitive load) ve etkin bilişsel yük (effective cognitive load). İçsel bilişsel yük, öğrencinin uzmanlığı ile öğrenilen materyalin doğasıyla ilgilidir. İçsel bilişsel yük, bilginin gerçek içeriğini işlemek için gereken çabayı ifade eder. Örneğin, yeni bir kavram öğrenirken zihindeki faaliyetler içsel bilişsel yük oluşturabilir. Dışsal bilişsel yük, kötü tasarlanmış öğrenme materyalleri ve öğrenme ortamı ile ilgilidir. Doğrudan öğrenme göreviyle ilgili olmayan bilgileri işlemek için gereken çabayı ifade eder. Bu, dikkat dağıtıcı unsurları ve alakasız bilgileri içerebilir. Etkin bilişsel yük ise şemaların inşası ve önceki bilgilerle ilişkilendirilmesi ile ilgilidir. Örneğin öğrenciler kavramın bileşenlerini ve bunların birbirleriyle nasıl ilişkilendirildiğini işlemesidir. Bu üç bilişsel yükün toplamı toplam bilişsel yükü oluşturmaktadır ve çalışan bellek ile sınırlıdır (Paas vd., 2003). İçsel ve dışsal bilişsel yük öğrenmeyi olumsuz yönde etkileme eğiliminde iken etkin bilişsel yük olumlu yönde etkileme eğilimindedir (Plass vd., 2010).

Teoriye göre bilişsel yük öğrenci özelliklerinden ve görevin özelliklerinden etkilenmektedir (Paas vd., 1994). Ön bilgi, yaş, tutum, duygu gelişim düzeyi gibi durumlar bilişsel yükü etkileyen öğrenci özelliklerinden bazılarıdır. Zorluk/kolaylık, basitlik/karmaşıklık, özgünlük, zaman baskısı gibi durumlar bilişsel yükü etkileyen görev özelliklerinden bazılarıdır.

2.6. İlgili Araştırmalar

Matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan temsillerin göz izleme yöntemi ile incelenmesi, katılımcıların temsiller üzerindeki bilişsel faaliyetleri hakkında önemli bilgiler sunmaktadır. Bu kapsamda yapılmış olan çalışmalar iki başlık altında incelenmiştir. Öncelikle matematik eğitiminde kullanılan temsiller ile ilgili olan çalışmaların genel bir özeti sunulmuştur. Bu başlık altında matematik eğitiminde kullanılan temsillere (özellikle çalışmada kullanılan temsiller: sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsiller) ilişkin araştırma bulguları incelenmiştir. Daha sonra matematik eğitiminde kullanılan temsillerin göz izleme yöntemi ile incelendiği araştırmalar incelenmiştir.

2.6.1. Matematik eğitiminde kullanılan temsiller

Matematik eğitiminde temsiller üzerine birçok çalışma yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmalarda genellikle öğrencilerin temsilleri nasıl oluşturdukları, nasıl yorumladıkları ve öğrencilerin temsiller arasında yaptıkları dönüşümler incelenmiştir (Goldin, 2014).

Matematik öğretimi bağlamında, temsiller üzerine yapılan birçok çalışma bulunmaktadır ve bu çalışmalar temsillerin matematik öğretimindeki öneminin bir göstergesi niteliğindedir. Matematik öğretiminde, temsillerin bilişsel ve psikolojik temelleri (Duval, 2006; Goldin ve Janvier, 1998; Janvier, 1998; Kaput, 1998), temsil türleri ve sınıflandırmaları (Goldin, 1998a; Goldin ve Kaput, 1996; Hall, 1998; Lesh vd., 1987; Paivio, 1990), temsillerin matematik öğretimindeki anlamları ve önemi (Goldin ve Kaput, 1996; Greer ve Harel, 1998; Pape ve Tchoshanov, 2001), temsillerin matematik öğretimindeki etkileri (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Carpenter vd., 1988), temsillerin problem çözmeye etkisi (S. Ainsworth, 2006; Goldin, 1998b, 2000; Hwang vd., 2007), temsilleri kullanma ve yorumlama stratejileri (Boulton-Lewis, 1996; Schnotz ve Bannert, 2003) gibi çeşitli konularda birçok çalışma bulunmaktadır.

Ainsworth, Bibby ve Wood (1997), matematik öğretiminde kullanılan çoklu temsillerin üç avantajına değinmiştir. Birincisi, temsiller farklı fikir ve düşünceleri destekler; ikincisi, yorumları kısıtlayabilir; üçüncüsü konunun daha derin anlaşılmasını kolaylaştırır. Bu bağlamda

öğretmenler öğrenme hedeflerine ulaşmak için temsillerin farklı özelliklerinden yararlanmak istiyorlarsa her bir temsilin avantajlarını ve nasıl kullanıldığını bilmesi gerekmektedir (Ainsworth vd., 1997).

Bu çalışmada kullanılan matematiksel temsillerle (sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsilleri) ilişkili çalışmalar incelendiğinde sayı doğrusu ve sayma pulu ön plana çıkmaktadır. Koç-Şanlı ve Işık (2020), öğretmenlerin sayı hissi oluştururken ve tam sayı kavramını öğretirken en çok kullandıkları temsilin sayı doğrusu olduğunu belirtmiştir. Tam sayılarla işlemlerin öğretilmesinde ise en çok sayma pulu temsilini kullandıklarına işaret etmiştir. Bozkurt ve Polat (2011), tam sayıların öğretiminde sayma pullarının kullanılması ile ilgili yaptığı çalışmada matematik öğretmenlerinin sayma pullarını tam sayılarla toplama ve çıkarma işleminde kullandıklarını belirtmiştir. Çünkü tam sayılarla toplama ve çıkarma işleminde sayma pulu temsili kullanılmasının konunun anlaşılabilirliğine olumlu yönde katkı sağladığını belirtmiştir. Ancak öğretmenlerin sayma pullarını çarpma ve bölme işleminde kullanımının zor olduğunu bu yüzden fazla tercih etmediklerine vurgu yapmıştır.

Öğretmenlerin temsil veya model kullanımları sınıf seviyesine ve konunun içeriğine göre değişmektedir (Koç-Şanlı ve Işık, 2020). Öğretmenler kavramsal bilginin öğretimi aşamasında temsilleri çeşitlendirerek kullanmaktadır ancak konuyu detaylandırma ve pekiştirme aşamasında temsil çeşitliliğinin azaldığı görülmektedir (Koç-Şanlı ve Işık, 2020).

Erken matematik öğretiminde temsil kullanımını ve sınırlıklarını inceleyen Boulton-Lewis (1996) çocukların genellikle resmi algoritmalar yerine sözel ve zihinsel stratejileri kullanmayı tercih ettiklerini ve görevi başka bir şekilde yerine getiremeyecekleri sürece analogları kullanmak istemediklerini belirtmiştir.

Erdem, Başbüyük, Gökkurt, Şahin ve Soylu (2015) yaptıkları çalışmada öğrencilerin eksi (-) işaretini ve sayma pullarını anlamada zorlandıklarını belirtmiştir. Erdem ve diğerleri öğrencilerin sayının önündeki eksi işareti için bir yön mü yoksa işlem mi belirttiğini anlamada zorlandıklarını, bu zorluğu gidermek için de en uygun temsillerin sayma pulu ve sayı doğrusu olduğunu belirtmektedir. Buna paralel olarak öğretmenlerin de negatif tam sayıların ne anlama geldiğini öğretirken ve sayma pullarını kullanmada zorluk yaşadıklarını ifade etmiştir.

Schnotz ve Bannert'a (2003) göre resimlerin kullanıldığı çoklu temsiller, bireylerin ön bilgilerinin düşük olduğu ve temsilin konuya uygun olmadığı durumlarda öğrenmeyi kolaylaştırdığına işaret etmiştir. Yüksek ön bilgiye sahip bireylere, konu ile ilgili olmayan resim

temsilleri sunulduğunda bu temsillerin uygun zihinsel modellerin oluşumunu engelleyebileceğini belirtmiştir.

2.6.2. Matematik eğitiminde temsiller ve göz izleme

Göz izleme yöntemi, matematik eğitimi araştırmaları için birçok imkân sunmaktadır. Geleneksel yöntemler ile ulaşılması mümkün olmayan bilgilere göz izleme tekniği ile ulaşılabilir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Teknolojik gelişmeler ile göz izleme cihazlarına erişimin kolaylaşması ve göz izleme yönteminin matematik eğitimi araştırmaları için birçok imkân sunması, matematik eğitimi araştırmalarında göz izleme yöntemine ilginin artmasına sebep olmuştur (Carter ve Luke, 2020; Duchowski, 2017; Lai vd., 2013; Strohmaier, MacKay, vd., 2020). Bu bağlamda, matematik eğitiminde göz izleme yönteminin kullanıldığı yapılan çalışmaların sayısının son yıllarda arttığı görülmektedir (Strohmaier, MacKay, vd., 2020).

Andra ve diğerleri (2015), yaptığı çalışmada formüller ile grafikleri algılama biçimleri arasında fark olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin formüller üzerindeki uzun sabitlenmelerinin sayısının grafiklere kıyasla daha az olduğunu tespit etmiştir. Bakış süreleri incelendiğinde ise grafikler üzerindeki bakış sürelerinin formüller üzerindeki daha fazla olduğunu belirlemiştir. Andra ve diğerleri bu durumun sebebini, grafiklerin okunmasında ve yorumlanmasında belirli bir stratejinin olmaması ve daha uzun süreli bilişsel faaliyetin gerçekleştirilmesi gerektiği şeklinde yorumlamıştır. Ayrıca bu sonuçlara dayanarak Paivio (1990) ve Gilbert'in (2010) yaptığı temsil sınıflandırma kapsamında sözlü olan ve sözlü olmayan temsillerin algılanması arasında fark olduğunu ifade etmiştir.

Atagi ve diğerleri (2016) sembolik olarak sunulan kesirleri karşılaştırma sürecinde öğrencilerin görsel temsillerden ne derece faydalandığını incelemiştir. Bu amaçla kesirlerin sembolik temsilleriyle birlikte görsel temsiller sunmuştur. Ancak görsel temsillerin bazıları sembolik temsil ile uyuşan doğru görsel temsil iken bazıları sembolik temsille uyuşmayan yanıltıcı görsel temsillerdir. Araştırma sonucunda genel olarak sembolik temsillere kıyasla görsel temsillere bakışın oldukça kısa olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca yanıltıcı görsellere doğru görsellerden daha uzun süreli bakışın gerçekleştiğini belirtmiştir.

Bolden ve diğerleri (2015), üç görsel temsil (sayı doğrusu, grupta, dizi) arasında en az sayı doğrusu temsiline odaklanmanın gerçekleştiğini bununla birlikte en düşük performansın yine sayı doğrusu temsiline gerçekleştiğini belirlemiştir. Yazarlar verileri incelediğinde, öğrencilerin genellikle sayı doğrusu temsiline son sayıya ve sembolik gösterimle eşleşen

sondan ikinci sayıya odaklandıklarını fark etmiştir. Ayrıca ortalama bakış sürelerinin tüm temsil türleri arasında en düşük sayı doğruları üzerinde olduğunu fark etmişlerdir. Sayı doğrusu temsiliindeki performansın düşük olmasına rağmen odaklanmanın da az olması, öğrenciler için bilişsel yükün bir şekilde azalmış olabileceğini belirtmiş (Bolden vd., 2015).

Malone ve diğerleri (2020), yaptıkları çalışmada metinlere daha az sabitlenme gerçekleşirken grafik temsiline daha fazla sabitlenme gerçekleştiğini belirtmiştir. Malone vd., grafik temsiline metinlerden daha sık sabitlenme gerçekleşmesini, katılımcıların metinleri diğer temsillerden daha az yararlı gördüğü şeklinde yorumlamıştır. Bu bağlamda Malone vd., denklem sistemlerinin öğretiminde performans açısından en faydalı temsilin grafik temsili olduğunu sonucuna ulaşmıştır.

Beitlich ve diğerleri (2014), matematiksel ispatların okunmasında görsellerin önemini incelemiştir. Bu amaçla matematikte uzmanlaşmış 8 katılımcıya görsel öğeleri bulunan üç matematiksel ispat metni sunmuştur. Birinci ispatta katılımcıların metin ve görsellere sabitlenme süreleri arasında fark bulunmazken ikinci ve üçüncü ispatta anlamlı bir şekilde metinlere daha fazla sabitlenme olduğunu belirlemiştir. Beitlich ve diğerleri bu durumu katılımcıların ilk ispat üzerinde çalıştıktan sonra, soruların açıkça görsele gönderme yapmayacağını öğrenmeleri ve böylece sonraki iki ispatta resme daha az dikkat etmiş olabilecekleri şeklinde yorumlamıştır. Ayrıca burada, Beitlich ve diğerleri kavramsal olarak ifade etmese de sıralama etkisinin varlığından söz etmek mümkün.

Dewolf ve diğerleri (2015), gerçekçi yaşam problemlerini görsel çizimlerle destekleyerek görsellerin problem çözme süreçlerini etkisini incelemiştir. Sunulan görsel destekli gerçek yaşam durumu problemlerinde katılımcıların görsellere ya hiç bakmadıklarını ya da çok yüzeysel baktıklarını belirlemiştir. Dewolf ve diğerleri bu sonucu görsellerin gerçek hayat durum problemini destekleyecek düzeyde olmayabileceği veya katılımcıların matematik problemlerine (sözlü problem) eşlik eden resimlerin bilgilendirici veya güvenilir olduğuna dair inançlarının etkili olabileceği şeklinde yorumlamışlardır.

Beitlich ve diğerleri (2015), ortaokul öğrencilerinin matematiksel argümantasyon becerilerini geliştirmek için sezgisel olarak çalışılan örneklerde kullanılan farklı temsilleri nasıl kullandıklarını incelemiştir. Beitlich vd., öğrencilerin görsel temsiller üzerinde sembolik ve metin temsillerinden daha fazla zaman harcadıklarına işaret etmiştir. Sembolik ve metin temsilleri arasında ise sembolik temsiller üzerinde daha fazla zaman harcamışlardır.

Metin ve görsel temsillerin bulunduğu çalışmaların bazılarında metin temsili üzerinde daha uzun odaklanmalar gerçekleşirken (Beitlich vd., 2014; Ott vd., 2018) bazılarında görsel temsiller üzerinde daha uzun odaklanmalar gerçekleşmiştir (Beitlich vd., 2015; Malone vd., 2020). Bu durumun farklı sebepleri olabilir. Ancak bu çalışmalardaki katılımcıların niteliği, metinlerin uzunluğu ve karmaşıklığı, görsellerin basitliği veya karmaşıklığı, gibi kriterler metinler ile görseller arasındaki odaklanmaların farklılaşmasına sebep olmuş olabilir.

Matematik eğitiminde temsil kullanımının göz izleme ile incelenmesinde çoklu temsillerle yapılan çalışmalar dikkat çekmektedir. Liang ve She (2021) , tekli temsil kullanımı ile çoklu temsil kullanımını karşılaştırdığı çalışmada, tekli temsil kullanılan grubun uzun sabitlenme sürelerine rağmen düşük matematik problemi çözme performansı sergiledikleri sonucuna ulaşmıştır. Ott ve diğerleri (2018), temsilleri kombinasyonlar oluşturarak çoklu temsiller halinde kullanmanın temsilleri tek kullanmaktan daha yararlı olduğunu belirtmiştir. Liang ve She (2021) çoklu temsiller sunulduğunda katılımcıların görsel temsiller üzerinde daha uzun süre sabitlendiklerini belirtmiştir. Katılımcıların ortalama sabitlenme sürelerinin yaklaşık üçte ikisinin görsel temsiller üzerinde, üçte birinin ise metinler üzerinde gerçekleştiği sonucuna ulaşmıştır.

Ott ve diğerleri (2018), matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımını ve çoklu temsil kombinasyonlarının nasıl işlendiğini incelemiştir. Bu kapsamda metin, formül ve grafik temsillerini kullanmıştır. Ott vd., metin temsili üzerinde formül ve grafik temsillerine kıyasla daha fazla sabitleme ve ziyaret gerçekleştiği ve toplam sabitlenme süresinin yine metin temsili üzerinde olduğu sonucuna ulaşmıştır. Formül ve grafik temsili üzerinde net bir fark gözlenmemiştir. Bu sonuçlara dayanarak Ott ve diğerleri metin temsili en çok ilgilenilen temsil olduğunu ve öğrenciler tarafından temsil kombinasyonlarında referans temsil olarak konumlandırılıyor olabileceğini belirtmiştir.

Ott ve diğerleri (2018), çoklu temsiller arasında homojen çoklu temsil kombinasyonlarında heterojen çoklu temsil kombinasyonlarından daha yüksek performans sergilendiğini göstermiştir. Ancak Ott ve diğerleri bu farklılığın sebebini homojen veya heterojen temsil kombinasyonlarından ziyade kombinasyonlarda bulunan referans doğal dil metninin varlığını olabileceğini belirtmiştir. Çünkü yazarlara göre formül ve grafikler doğal dil metnini yorumlamaktan daha zor olabilmektedir.

Malone ve diğerleri (2020), matematik öğretimi bağlamında denklem sistemlerini konu alan tekli temsil ve çoklu temsil kullanımını incelemiştir. Malone ve diğerleri heterojen çoklu

temsillerin homojen çoklu temsillere kıyasla zaman tasarrufu sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Bununla birlikte heterojen çoklu temsillerin bilişsel yükü arttırdığını belirtmiştir. Malone ve diğerlerinin (2020), yaptığı çalışma, Ott ve diğerlerinin (2018), yaptığı çalışmanın sonuçlarını doğrulamak bağlamında kopyası niteliğindedir. Ancak Ott ve diğerleri (2018), ile Malone ve diğerlerinin (2020) metin temsili üzerindeki bulguları çelişmektedir. Ott ve diğerleri (2018) metin temsilini en çok ilgilenilen temsil olduğunu ve referans temsil olarak kabul edilebileceğini belirtirken Malone ve diğerleri (2020), metin temsillerinin kayda değer bir faydasının olmadığını ve bu sebeple katılımcılar tarafında genellikle ihmal edildiğini belirtmiştir.

Ott ve diğerleri (2018) çoklu temsillerde kullanılan temsillerin rolleri incelemek için problem çözme sürecinde öğrencilerin hangi temsile ilk ve hangi temsile son olarak sabitlendiklerini incelemiştir. Grafik bulunan çoklu temsillerde önemli ölçüde ilk olarak grafik temsiline sabitlenmelerin gerçekleştiği sonucuna ulaşmışlardır. Ancak son sabitlenmeler incelendiğinde grafik temsiline sabitlenmelerin nadir olduğunu belirtmiştir.

Farklı temsil türleri arasında göz hareketi geçişleri yaparak katılımcıların temsillerden gelen bilgileri bütünleştirme çabasında olduklarını görülmüştür (Atagi vd., 2016; Beitlich vd., 2014, 2015; Lee ve Wu, 2018; Ott vd., 2018). Lee ve Wu (2018), yetişkinler üzerinde geometride şekil ve metin bütünleştirme süreçlerini incelemiştir. Katılımcıların çoğu önce metne baktığı daha sonra şekilde karşılık gelen öğeleri incelediğini tespit etmiştir. Bu durum hem geometrik şekil sağda ilgili metin solda verildiğinde hem de geometrik şekil solda ilgili metin sağda verildiğinde gözlenmiştir. Bu sonuç geometrik şekil ve metin içeren uyarılarda okuma modelinin metne yönelik olduğunu göstermiştir (Lee ve Wu, 2018). Yani metin-şekil modellerinde öncelikle katılımcıların metni geometrik öğeler arasında uzamsal ilişkileri oluşturmak için kullandıklarını ve ardından temsili doğrulamak için şekli kullandıklarını göstermiştir. Bunun nedeni muhtemelen o geometrik şeklin farklı bir bakış açısı sağlaması ve okuyucuların anlamasını kolaylaştırması olabilir (Lee ve Wu, 2018).

Ott ve diğerleri (2018), öğrencilerin bilgiyi bütünleştirmeye çalışıp çalışmadıklarını araştırmak amacıyla temsiller arasındaki bakış geçişlerini incelemiştir. Geçişlerin metin grafik arasında daha fazla olduğunu gözlemlemiştir. Ott ve diğerleri bu sonucu heterojen çoklu temsillerde bilgi entegrasyonunun homojen çoklu temsillerden daha fazla olabileceği şeklinde yorumlamıştır. Bununla birlikte çoklu temsil kombinasyonlarında performanslar arasında fark olmaması temsiller arasındaki bilgi entegrasyonu ile performans arasında bir ilişkinin olmayabileceğini göstermektedir. Ancak homojen çoklu temsillerde (metin + formül) iki

temsilin birbirine eş değer olması ve her ikisinin de problem çözmek için teorik olarak yeterli olması sebebiyle temsiller arasındaki geçişi ve dolayısıyla bilgi entegrasyonunun sınırlamış olmasını ihtimali bulunmaktadır (Ott vd., 2018).

Beitlich ve diğerleri (2014), çoklu temsil kullanılan ispat sunumlarında katılımcıların bütünleştirme çabalarına vurgu yapmıştır. Katılımcıların metin ve resim arasında sık geçişler yaptığını belirtmiştir. Malone ve diğerleri (2020) bütünleştirme çabasının en fazla grafik ve denklem temsilleri arasında gerçekleştiğine işaret etmiştir. Malone ve diğerleri bu durumu, okuldaki matematik derslerinde denklemlerin sıklıkla kullanılıyor olması şeklinde yorumlamıştır.

Atagi ve diğerleri (2016) kesrin sembolik ve görsel temsilleri arasında bakış geçişlerinin fazlaca gözlemlendiğini ve öğrencilerin sembolik ve görsel temsilleri bütünleştirme çabasında olduğunu belirtmiştir. Uzmanlar dönüşümlü okuma davranışı göstererek bütünleştirme yaparken (Beitlich vd., 2014) acemiler ardışık okuma davranışı göstererek bütünleştirme çabası sergilemiştir (Beitlich vd., 2015).

Andra ve diğerleri (2015), acemi ve uzmanların matematik temsilleri üzerindeki göz hareketlerini incelediği çalışmada, acemiler ile uzmanların göz hareketlerinin farklı olduğunu ve matematiksel temsilleri okumada acemilerin yetersiz kaldıklarını ifade etmiştir.

Temsillerin göz izleme yöntemi kullanılarak farklı değişkenler ile karşılaştırıldığı çalışmalar da bulunmaktadır. Norqvist ve diğerleri (2019), öğrencilerin çözüm süreçlerini incelemek için algoritmik akıl yürütme çözüm süreçleri ve yaratıcı akıl yürütme süreçleri içeren eğitimler vermiştir. Yaratıcı akıl yürütme süreci eğitimine katılan öğrenci performanslarının algoritmik akıl yürütme süreci eğitimine katılan öğrencilerden daha fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte Norqvist ve diğerleri (2019), algoritmik akıl yürütme eğitimi alan öğrencilerin formüllere daha fazla odaklandığını, yaratıcı akıl yürütme eğitimi alan öğrencilerin ise görsellere daha fazla odaklandığını belirlemiştir. Bu durum yaratıcı akıl yürütme ile görsel temsillere odaklanma arasında bir ilişki olabileceğini göstermektedir.

Beitlich ve diğerleri (2015), ortaokul öğrencilerinin matematiksel argümantasyon becerilerini geliştirmek için sezgisel olarak çalışılan örneklerde, görsel temsiller üzerinde sembolik ve metin temsillerinden daha uzun süre odaklanma gerçekleştirdiklerinin belirlemiştir. Bolden ve diğerleri (2015) çarpımsal akıl yürütmelerini incelemek için küçük çocukların çarpma işleminde kullanılan bazı görsel temsillere bakışını incelemiştir. Araştırma

sonucunda çarpımsal akıl yürütmenin geliştirilmesinde sayı doğrusu temsiliinin gruplama ve dizi temsillerinden daha az başarılı olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Temsillerin göz izleme yöntemi ile incelenmesinde çoklu ortam öğrenme (Mayer, 2009) ve bilişsel yük (Chandler ve Sweller, 1991; Sweller, 1988) teorileri oldukça sık kullanılmaktadır. Ayrıca çoklu ortam öğrenme ilkeleri, bireysel farklılıklar ve bilişsel yük, göz hareketi ölçümlerini etkileyen önemli faktörlerdir (Coşkun ve Çağıltay, 2021). Temsillerin tasarlanmasında ve tasarımların değerlendirilmesinde çoklu ortam öğrenme teorisi ilkeleri kullanılırken katılımcıların bilişsel yük, bilişsel süreç gibi bilişsel faaliyetlerin değerlendirilmesinde çalışan bellek teorisi kullanılmaktadır.

Clinton vd.(2017), ders kitaplarındaki görsel temsilleri çoklu ortam öğrenme ilkelerine (Mayer, 2009) göre tekrar düzenleyerek öğrencilerin bilişsel yükleri ve bilişsel süreçleri üzerindeki etkilerini incelemiştir. Bilişsel yük, kişinin çalışma belleğindeki bilgileri işlerken gösterdiği çaba miktarıdır (Chandler ve Sweller, 1991; Sweller, 1988). Bilişsel süreç (cognitive processing), kişinin belirli bir görev veya konu için meşgul olduğu düşünme miktarıdır (Clinton vd., 2017). Yazarlar ortalama sabitlenme süresini bilişsel yük için toplam sabitlenme süresini bilişsel süreç için bir gösterge olarak kullanmıştır. Araştırmada Clinton ve diğerleri (2017), düzenlenmiş temsillerin bilişsel yük ve bilişsel süreç üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Buna göre düzenlenmiş temsillerin düşük ön bilgiye sahip öğrencilerin bilişsel yüklerini ve bilişsel süreçlerinin düşürdüğünü ancak orta düzey ön bilgiye sahip öğrencilerin bilişsel yüklerini ve bilişsel süreçlerinin arttırdığını belirlemiştir.

Susac ve diğerleri (2017), öğrencilerin grafikli problemlerde sayısal verileri işlemek için daha az zaman harcadıkları sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin grafikli ve grafikli olmayan problemlerdeki toplam bakış süreleri arasında fark tespit edilmemiştir. Ancak öğrenciler grafikli problemlerde grafikli olmayan problemlere kıyasla, veri içeren ilgi alanlarında daha az zaman harcadıkları ve daha yüksek puan aldıkları belirlenmiştir. Susac ve diğerleri bu durumu grafiklerin verileri görselleştirerek öğrenciler üzerindeki bilişsel yükü azalttığı ve verileri işlemek için mevcut bilişsel kaynakların miktarını arttırdığı şeklinde yorumlamıştır. Bu sonuçlar grafik temsiliinin veri işleme ve veri karşılaştırması için faydalı olabileceğini göstermektedir (Susac vd., 2017).

Matematik öğretimi bağlamında değerlendirildiğinde, öğrencilerin bir görevi yerine getirirken temsil seçiminde etkili olan sebepleri Malone ve diğerleri (2020), temsil türüne aşina olmaları, okulda sıkça karşılaşmaları, kolay erişilebilir olmaları veya dikkat çekici olmaları

olduğunu belirtmişlerdir. Bu sebeple öğretmenler, öğretim sürecinde temsil kullanımına dikkat etmesi gerekmekte ve bazı temsillerin bazı konularda kullanımının sakıncalı olabileceğinin farkında olmalıdır (Bolden vd., 2015).

Matematik eğitiminde temsillerin göz izleme yöntemiyle incelenmesi, katılımcıların temsiller üzerindeki bilişsel faaliyetleri hakkında önemli sonuçlara ulaşılabileceği görülmektedir. Bu yöntem sayesinde öğrencilerin matematiksel temsilleri nasıl kullandıkları, hangi temsilleri tercih ettikleri ve temsiller arasında nasıl geçiş yaptıkları gibi konuları anlamak mümkün olmaktadır.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, genellikle öğrencilerin temsilleri nasıl oluşturdukları, nasıl yorumladıkları ve temsiller arasında nasıl dönüşümler yaptıkları incelenmektedir. Bu çalışmalar, temsil kullanımının bilişsel süreçleri ve etkileri hakkında bilgi sağlamaktadır. Çalışmalarda temsillerin bilişsel ve psikolojik temelleri, temsil türleri ve sınıflandırmaları, temsillerin matematik öğretimindeki anlamları ve önemi, temsillerin matematik öğretimindeki etkileri, temsillerin problem çözmeye etkisi ve temsil kullanma ve yorumlama stratejileri gibi konular ele alınmaktadır. Aynı zamanda, matematik eğitiminde kullanılan farklı temsil türleri üzerinde yapılan araştırmalar da vardır. Araştırmalar, öğretmenlerin hangi temsil türlerini tercih ettiklerini ve bu temsil türlerini nasıl kullandıklarını ortaya koymaktadır. Öğretmenlerin temsil kullanımı genellikle konuya ve sınıf seviyesine bağlı olarak değişmektedir.

Göz izleme yöntemiyle yapılan araştırmalar ise öğrencilerin temsil kullanımı sırasında nasıl düşündüklerini, hangi temsillere odaklandıklarını ve dikkatlerini nasıl yönlendirdiklerini anlamak için değerli bir araçtır. Bu yöntem, öğrencilerin göz hareketlerini ve dikkat dağılımlarını kaydederek, temsil kullanımındaki zorlukları ve tercih ettikleri stratejileri belirleme potansiyeli öne çıkmaktadır. Öğrencilerin temsil kullanımıyla ilgili zorlukları ve tercihleri hakkında bilgi sahibi olmak, öğretmenlere temsil kullanımında rehberlik sunabilir ve öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını sağlamak için uygun stratejiler geliştirmelerine yardımcı olabilir. Sonuç olarak, matematik eğitiminde temsillerin göz izleme yöntemiyle incelenmesi, temsil kullanımının öğrencilerin bilişsel süreçleri üzerindeki etkilerini anlamak için önemli bir araştırma yöntemidir. Bu tür araştırmalar, öğretmenlere temsil kullanımında rehberlik etmek ve öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını sağlamak için stratejiler geliştirmelerine yardımcı olabilir.

BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin tam sayılarla toplama işleminde kullanılan dört farklı temsil üzerindeki göz hareketleri incelenmiştir. Araştırmada göz izleme yöntemi kullanılmıştır. Göz izleme, belirli bir zaman aralığında veya belirli bir görev süresince katılımcı göz hareketlerinin ve bakış noktalarının kaydedildiği ve incelendiği deneysel bir yöntemdir (Carter ve Luke, 2020).

Göz izleme ile sayısal ve görsel veriler elde edilmiştir. Bu yüzden, çalışma nicel ve nitel unsurlar içermektedir. Çalışmanın nicel boyutunda katılımcıların göz hareketlerinden elde edilen sayısal veriler kullanılmıştır. Bu aşamada bağımsız değişkenler; sözel temsil, sembolik temsil, sayı doğrusu temsili ve sayma pulu temsili olmak üzere dört farklı temsil türüdür.

Katılımcıların temsiller üzerindeki göz hareketlerinden elde edilen veriler çalışmanın nicel boyutunun bağımlı değişkenlerini oluşturmaktadır. Bu bağlamda bağımlı değişkenler dört temsil türü üzerindeki ortalama bakış süreleri, ortalama sabitlenme sayıları ve ortalama sabitlenme süreleridir.

Sabitlenme (fixation), belirli bir zaman aralığında uzamsal olarak birbirine yakın koordinatlara ait örnek (samples) gruplarıdır. Sıçrama (saccade) ise zamansal olarak birbirine yakın ancak uzamsal olarak görece birbirinden uzak olan koordinatlara ait örnek gruplarıdır (Carter ve Luke, 2020). Burada belirtilen örnek (samples) kavramı göz izleyicinin çok kısa zaman aralıklarında katılımcının baktığı noktalara ait zaman-koordinat kayıtlarını ifade etmektedir. Sabitlenme ve sıçrama verileri ile türetilen ortalama bakış süresi, ortalama sabitlenme sayısı ve ortalama sabitlenme süresi verileri bağımlı değişken olarak kullanılmıştır. Bu veriler hem temsillerin bütünü üzerindeki göz hareketlerinden hem de belirli kriterlere göre sınırlandırılmış ilgi alanları üzerindeki göz hareketlerinden elde edilmiştir.

Katılımcıların temsiller üzerindeki göz hareketlerine ait görsel dokümanlar (ısı haritaları/heat maps, bakış yolları/gaze paths) çalışmanın nitel verilerini oluşturmaktadır. Bu dokümanlar ile öğrencilerin temsiller üzerinde nasıl göz hareketleri sergiledikleri, hangi noktalara daha fazla veya hangi noktalara daha az sabitlenme gerçekleştirdikleri ve katılımcıların temsiller üzerindeki göz hareketlerinde benzerliklerin veya farklılıkların bulunup bulunmadığı incelenmiştir.

Öğrencilerin temsiller üzerinde göz hareketleri hem temsil bazında hem de temsiller arasındaki ilişkiler bağlamında kapsamlı bir şekilde incelenmesi sebebiyle çalışmanın nitel boyutu, bütüncül çoklu durum çalışması niteliğindedir. Bütüncül çoklu durum çalışması, kendi içinde bir bütün oluşturan her bir durumun hem kendi içinde hem de birbiriyle karşılaştırıldığı çalışmalardır (Yıldırım ve Şimşek, 2016; Yin, 2017). Burada, her bir temsil üzerinde gerçekleştirilen göz hareketleri, bir durum olarak ele alınmıştır. Bu kapsamda sözel temsil üzerindeki göz hareketleri, sembolik temsil üzerindeki göz hareketleri, sayı doğrusu temsili üzerindeki göz hareketleri ve sayma pulu temsili üzerindeki göz hareketleri olmak üzere dört bütüncül analiz birimi bulunmaktadır. Elde edilen bulgular hem temsil bazında hem de temsil türlerinin birbiri ile karşılaştırılmasında kullanılmıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu 7. sınıfta öğrenim gören toplam 85 (40 kız ve 45 erkek) ortaokul öğrencisinden oluşmaktadır. Tam sayılarla işlemler, 7. sınıfa ait bir alt öğrenme alanı (MEB, 2018) olması sebebi ile katılımcılar 7. sınıfta öğrenim gören ortaokul öğrencileri arasından seçilmiştir.

Çalışma, 2021-2022 Eğitim Öğretim Yılı'nda, Aksaray ilinde gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar üç ortaokulda yürütülmüştür. Okullar Aksaray merkezde bulunan okullar arasından rastgele seçilmiştir. Katılımcılar, belirlenen üç okulda öğrenim gören 7. sınıf öğrencileri arasından seçkisiz olarak belirlenmiştir. Katılımcıların seçilmesi aşamasında, cinsiyetin çalışma üzerindeki etkisini azaltmak için birbirine yakın sayıda kız ve erkek öğrenci çalışmaya dâhil edilmiştir. Göz izleyiciden daha verimli sonuçlar elde edilmesi amacıyla katılımcılar, gözlük kullanmayan öğrenciler arasından seçilmiştir.

Göz izleme çalışmalarında göz hareketi verilerinin kalitesi çalışmayı etkilemektedir. Bu sebeple genellikle uygun olmayan katılımcı verileri çalışmalardan çıkarılmaktadır. Düşük kalibrasyon kalitesi (Atagi vd., 2016; Beitlich vd., 2014; Obersteiner ve Tumpek, 2016; Sullivan vd., 2011), göz izleme verilerinde sapma (Alqassab vd., 2018), aşırı baş veya vücut hareketi (Bremner vd., 2017), deneyci hatası (Atagi vd., 2016), katılımcının deneyi tamamlayamaması (Sullivan vd., 2011), uyarının sunumu esnasında göz izleyici sinyalinin kaybolması (Bulf vd., 2014) gibi sebepler göz hareketlerine ait verilerin kalitesini olumsuz yönde etkileyen sebeplerden bazılarıdır. Bu çalışmada elde edilen verilerin uygunluğunu belirlemek için *Göz İzleme Verileri Kontrol Listesi* (Ek 6) oluşturulmuştur. Kontrol listesi literatürde yapılan çalışmalardaki veri çıkarma kriterleri baz alınarak oluşturulmuştur (Alqassab

vd., 2018; Atagi vd., 2016; Beitlich vd., 2014; Bremner vd., 2017; Bulf vd., 2014; Miller-Singley ve Bunge, 2018; Obersteiner ve Tumpek, 2016; Sullivan vd., 2011). Çalışmaya katılan 85 katılımcıdan elde edilen verilerin Göz İzleme Verileri Kontrol Listesi ile incelenmesi sonucu 21 katılımcıya (K21, K23, K28, K29, K32, K33, K34, K36, K38, K39, K41, K45, K49, K50, K60, K61, K68, K75, K80, K81, K83) ait verilerin uygun olmadığı belirlenmiştir ve analizler öncesinde çalışmadan çıkarılmıştır. Analizler 64 katılımcının (30 kız, 34 erkek) verileri üzerinden gerçekleştirilmiştir.

3.3. Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

3.3.1. Göz izleme sürecinde kullanılan materyaller

Göz izleme uygulamalarında kullanmak için, sembolik temsil, sözel temsil, sayma pulu temsili ve sayı doğrusu temsili kullanılarak tam sayılarla toplama işlemleri modellenmiştir. Bu temsiller, tam sayılarla işlemlerde en sık kullanılan temsiller olduğu için tercih edilmiştir ve ikili kodlama teorisi çerçevesinde oluşturulmuştur. İkili kodlama teorisi sözlü temsil sistemi ve görsel temsil sistemi (sözlü olmayan temsil sistemi) olmak üzere iki temsil sisteminden oluşmaktadır (Gilbert, 2010; Paivio, 1990). Çalışmada kullanılan sözel temsil ve sembolik temsil bu sınıflandırmaya göre sözlü temsil sistemi kapsamındadır. Sayma pulu temsili ve sayı doğrusu temsili ise sözlü olmayan temsil sistemi kapsamındadır.

Temsiller üzerindeki incelemelerin daha derinlemesine yürütülmesi amacı ile temsillerde kullanılan işlemler toplama işlemi ile sınırlandırılmıştır. Bu kapsamda çalışmada sadece tam sayılarla toplama işlemi kullanılmıştır. Diğer işlemlerin temelini oluşturduğu düşüncesiyle, dört işlem arasından toplama işlemi tercih edilmiştir.

Her bir temsilden üçer tane olmak üzere toplam 12 soru oluşturulmuştur. Sorularda farklı toplama işlemleri kullanılmıştır. Bu sorularda mümkün olduğunca işaret bazında (pozitif tam sayı/ negatif tam sayı) farklı sayı çiftlerine ait toplama işlemleri (pozitif+pozitif, pozitif+negatif, negatif+pozitif, negatif+negatif) kullanılmıştır. Pilot çalışmalarda aynı tür temsillerden soruların çözülmesi temsillere aşinalığı arttırdığı gözlemlendiğinden her bir temsil türüne ait üçer soru oluşturulmuştur. Uygulama sürecinde Bilişsel yükü azaltmak amacıyla işlemlerde bir basamaklı tam sayılar kullanılmıştır (Tablo 3.1). Sorularda toplama işlemine ait çözümlere yer verilmiştir. Ancak katılımcıların temsil üzerinde daha fazla odaklanmalarını sağlamak amacıyla işlem sonuçlarına yer verilmemiştir. Soruları göz izleme uygulamasında kullanmak amacıyla, her sayfaya bir soru yerleştirilerek 12 sunum oluşturulmuştur (Ek 1).

Tablo 3.1. Sorularda kullanılan temsiller ve işlemler.

Temsil Türü	Temsil Kodu	İşlem
Sayma Pulu	SP1	(+6)+(3)
	SP2	(+5)+(-8)
	SP3	(-7)+(2)
Sayı Doğrusu	SD1	(-3)+(-5)
	SD2	(+5)+(-9)
	SD3	(-6)+(8)
Sembolik	SM1	(-2)+(9)
	SM2	(-8)+(7)
	SM3	(+8)+(-3)
Sözel	SZ1	(-5)+(-4)
	SZ2	(+7)+(-3)
	SZ3	(-2)+(8)

Temsiller, Mayer'in (2009) ortaya koyduğu, çoklu ortam öğrenmeleri (ÇÖÖ; Multimedia Learning) teorisinde yer alan ilkeler göz önüne alınarak tasarlanmıştır (Tablo 3.2). Temsiller oluşturulurken tutarlılık ve fazlalık ilkelerine dikkat edilmiştir. Ayrıca sözel temsillerde kişiselleştirme ilkesi de dikkate alınmıştır. Bölme, zamansal yakınlık, ön eğitim, çoklu ortam, ses ve görüntü ilkeleri, temsillerin tasarımı ve sunumu ile ilişkili ilkeler olmadığından dikkate alınmamıştır. Dikkat çekme ilkesi ise katılımcıların göz hareketlerini yönlendirebileceği düşüncesi ile dikkate alınmamıştır. Dolayısıyla sadece tutarlılık, fazlalık ve kişiselleştirme ilkeleri ile sınırlı kalmıştır.

Tablo 3.2. Temsillerin tasarımında dikkat edilen ÇÖÖ ilkeleri.

ÇÖÖ Teorisi İlkesi	Temsil	Gerçekleştirilen Eylem
Tutarlılık	Sözel temsil Sembolik temsil Sayı doğrusu temsili Sayma pulu temsili	Temsil ile ilişkisiz herhangi bir bileşen kullanılmadı.
Fazlalık	Sözel temsil Sembolik temsil Sayı doğrusu temsili Sayma pulu temsili	Benzer anlama gelebilecek bileşenlerden sadece bir tanesi kullanıldı.
Kişiselleştirme	Sözel temsil	Sözel ifadeler oluşturulurken konuşma diline yakın bir üslup kullanıldı.

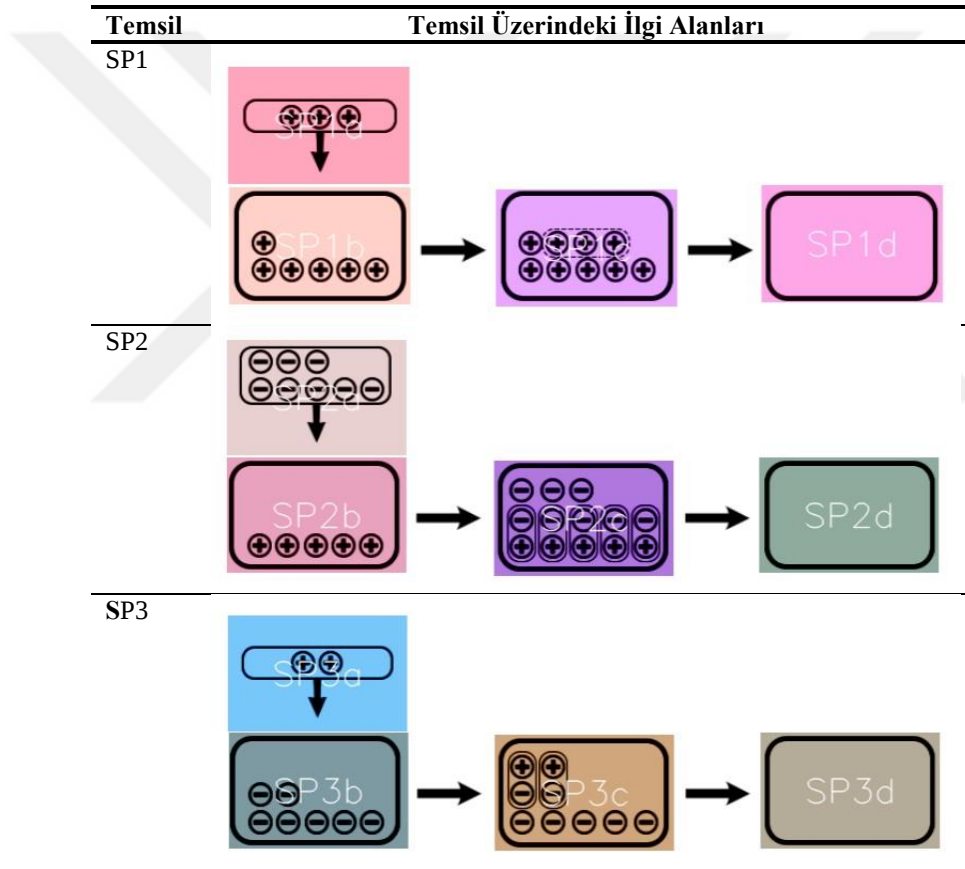
Bu bağlamda, sunumlarda kullanılan temsillerin tek renk olmasına (beyaz zemin-siyah temsil), temsillerin birbirine yakın büyüklükte olmasına, temsiller dışında başka bir uyarının olmamasına, aynı tür temsillerin birbirine benzer olmasına (örneğin sayı doğrusundaki okların aynı tip olması, sözel temsilde aynı yazı tipinin kullanılmasına gibi) dikkat edilmiştir. Harf ve rakamlarda Arial yazı tipi kullanılmıştır.

3.3.2. Temsiller üzerinde oluşturulan ilgi alanları

Katılımcıların temsil üzerindeki göz hareketlerini daha detaylı incelemek amacı ile temsiller üzerinde ilgi alanları oluşturulmuştur. İlgi alanları oluşturulurken katılımcıların göz

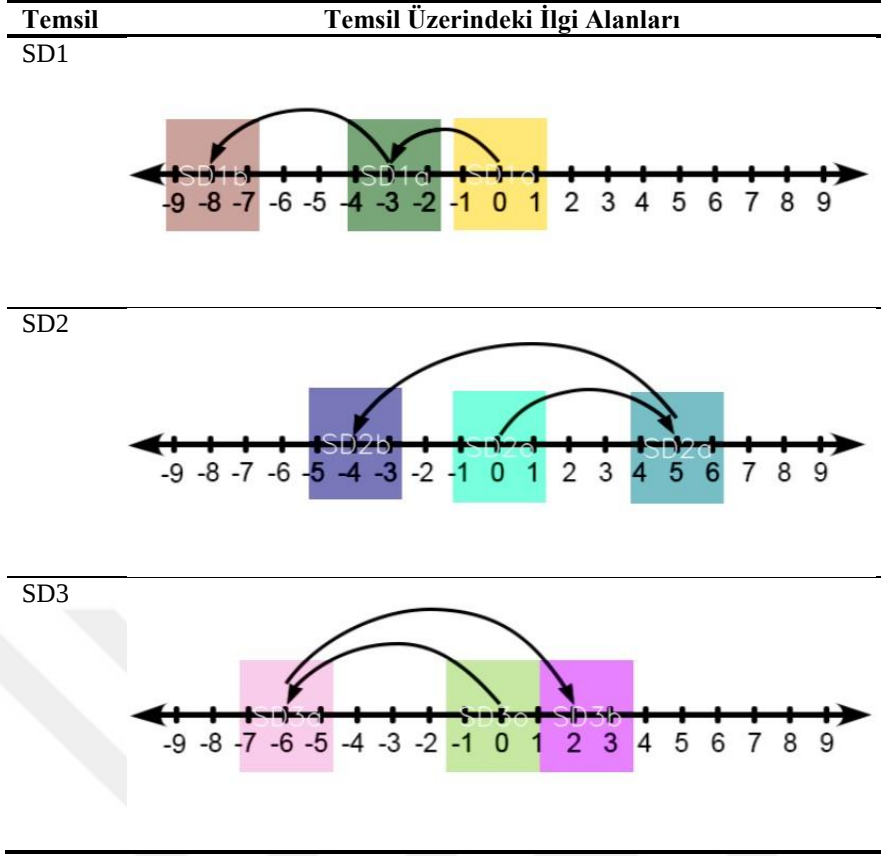
hareketleri sonucunda oluşan ısı haritalarından faydalanılmıştır. Katılımcıların göz hareketlerinin yoğunlaştığı kısımlar ısı haritalarında kırmızı tonlarında görünmektedir. İlgili alanları ısı haritalarında kırmızı tonları ile gösterilen bölgeler baz alınarak oluşturulmuştur. Aynı temsil türünde oluşturulan ilgi alanlarının eşit büyüklükte olmasına dikkat edilmiştir.

Sayma pulu temsilleri üzerinde dört ilgi alanı oluşturulmuştur. Üç sayma pulu temsiliinde de eklenen sayıyı temsil eden kutu SPa, toplanan sayılardan ilkinin temsil eden kutu SPb, sayma pullarının birleştirildiği kutu SPc ilgi alanı olarak belirlenmiştir. Sonucu gösteren ama içi boş olan kutu ise SPd olarak etiketlenmiştir. Temsillerde sonuçlar katılımcılar tarafından beklendiği için sonuç kutusunun içi boş bırakılmıştır. Dört ilgi alanının büyüklüğü de birbirine eşit olacak şekilde oluşturulmuştur (Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Sayma pulu temsili ilgi alanları.

Sayı doğrusu temsilleri üzerinde üç ilgi alanı oluşturulmuştur. Üç sayı doğrusu temsiliinde de işlemin başladığı “sıfır” noktası SD0, toplanan sayılardan ilkinin temsil eden okun uç kısmı SDa ve toplanan sayılardan ikincisini temsil eden okun uç kısmı SDb ilgi alanı olarak belirlenmiştir. Üç ilgi alanının büyüklüğü de birbirine eşit olacak şekilde oluşturulmuştur (Şekil 3.2).



Şekil 3.2. Sayı doğrusu temsili ilgi alanları.

Sembolik temsiller üzerinde dört ilgi alanı oluşturulmuştur. Bu ilgi alanlarından SMA toplanan iki sayıya, SMb ve SMc işlemlerin gerçekleştirildiği kısma ve SMd sonucu temsilen soru işaretinin olduğu kısma karşılık gelmektedir. Dört ilgi alanı büyüklükleri birbirine eşit olacak şekilde oluşturulmuştur. İşlem sonuçları katılımcılardan beklendiği için sonuç kısmında soru işareti kullanılmıştır (Şekil 3.3).

Temsil	Temsil Üzerindeki İlgi Alanları
SM1	$(-8)+(+9) = [(-2)+(+7)]$ $= [(-2)+(+7)]$ $= ? \quad \text{SM1d}$
SM2	$(-8)+(+7) = [(-1)+(+7)]$ $= [(-1)+(+7)]$ $= ? \quad \text{SM2d}$
SM3	$(+8)+(-3) = [(+5)+(-3)]$ $= [(+5)+(-3)]$ $= ? \quad \text{SM3d}$

Şekil 3.3. Sembolik temsil ilgi alanları.

Sözel temsiller üzerinde ilgi alanları oluşturulamamıştır. Çünkü sözel temsillerde kullanılan kelimelerin uzunlukları ve konumları farklılık göstermektedir. Bu sebeple eşit veya yakın büyüklükte ve benzer konumda ilgi alanı oluşturulması mümkün olmadığı için sözel temsiller üzerinde ilgi alanı oluşturulamamıştır. Sözel temsil üzerinde gerçekleştirilen analizler, temsil genelinden elde edilen sayısal ve görsel veriler üzerinden gerçekleştirilmiştir.

3.3.3. Göz izleyici

Çalışmada, katılımcıların göz hareketlerini belirlemek için *GazePoint GP3* göz izleyici kullanılmıştır. GP3, görüntüleme ve işleme sisteminin merkezinde 60 Hz makine görüş kamerası kullanan araştırma sınıfı ekran tabanlı bir göz izleyicidir. GP3, 0,5⁰-1⁰ görsel açı doğruluğuna, 60 Hz örnekleme frekansına, 25cm x 11cm (yatay x dikey) hareket esnekliğine ve 5-9 nokta kalibrasyonu desteğine sahiptir. Kalibrasyon süreci ve uyarıların sunumu ise *Gazepoint Analysis Professional Edition* programı ile gerçekleştirilmiştir. Göz izleyici, 17'' ekran genişliği ve 1024x768 ekran çözünürlüğü bulunan monitör ile kullanılmıştır.

3.3.4. Araştırma ortamı

Göz izleme uygulamaları katılımcıların öğrenim gördükleri okullarda yapılmıştır. Katılımcıların dikkatlerinin dağılmaması için gürültünün en düşük olduğu kütüphaneler veya bilgisayar laboratuvarları tercih edilmiştir. Göz hareketlerinin verimli bir şekilde kaydedilmesini sağlamak için mümkün olduğunca loş ortam oluşturulmuştur.

3.3.5. Kalibrasyon süreci

Katılımcıların monitör üzerinde baktığı noktaların göz izleyici tarafından yüksek doğrulukta belirlenebilmesi için öncelikle katılımcının baktığı noktalar ile göz izleyicinin algıladığı noktalar arasında bir eşlemenin yapılması gerekmektedir. Bu eşleme bir kalibrasyon süreci ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, katılımcıların bakış noktalarını belirlemek amacıyla Gazepoint Analysis Professional Edition programında bulunan 9 noktalı göz kalibrasyonu kullanılmıştır. Kalibrasyon süreci 3 adımda gerçekleştirilmiştir (Tablo 3.3).

Tablo 3.3. Kalibrasyon süreci.

1. Adım	Katılımcının yazılı ve sözlü olarak kalibrasyon süreci hakkında bilgilendirilmesi
2. Adım	Katılımcının göz izleme cihazı ve monitör ile arasındaki mesafenin ayarlanması
3. Adım	Gazepoint Analysis Professional Edition uygulaması ile 9 noktalı kalibrasyon sürecinin gerçekleştirilmesi.

Kalibrasyon süreci her bir katılımcı için ortalama 1 dk sürmüştür. Kalibrasyon süreci sonunda her katılımcıdan ekran üzerinde belirli noktalara bakılması istenerek kalibrasyonun doğruluğu kontrol edilmiştir. Göz hareketleri doğru olarak belirlenemeyen katılımcılar ile uygulama yapılmamıştır.

3.3.6. Veri toplama süreci

Veri toplama süreci öncelikle katılımcıların çalışma hakkında bilgilendirilmesi ve izin süreci ile başlamıştır. Göz izleme uygulamasından önce katılımcılara çalışmanın kapsamı hakkında toplu bilgilendirme yapılmıştır. Daha sonra gönüllü katılım formu ve veli izin formları katılımcılara verilip gönüllü katılımı kabul eden ve veli izni bulunan katılımcıların çalışmaya katılabileceği belirtilmiştir (Tablo 3.4).

Tablo 3.4. Veri toplama süreci.

1. Katılımcı Belirleme, Bilgilendirme ve İzin İşlemleri	Uygulama okulunda 7. Sınıflar arasında rastgele çalışmaya katılabilecek katılımcıların belirlenmesi.
	Katılımcının çalışma hakkında sözlü olarak bilgilendirilmesi.
	Gönüllü katılım formunun katılımcı tarafından okunması ve imzalanması.
	Veli onam formunun katılımcı velisi tarafından onaylanıp imzalanması.
2. Uygulama Öncesi Bilgilendirme	Katılımcılara çalışma hakkında detaylı bilgi verilmesi.
	Bilgilendirme formunun katılımcı tarafından okunması.
	Sürecin nasıl işleyeceği hakkında katılımcıda izlenim oluşturmak için gerçek uygulamada yer almayan sunumlar kullanılarak kâğıt üzerinde bir deneme uygulamasının gerçekleştirilmesi.
	Göz izleme cihazının katılımcılara tanıtılması.
3. Göz İzleme Uygulaması	Kalibrasyon sürecinin gerçekleştirilmesi.
	Göz izleme uygulamasının gerçekleştirilmesi.
	Katılımcıya ait göz izleme verilerinin kaydedilmesi.

Göz izleme uygulamasına başlamadan önce katılımcılara göz izleme cihazı tanıtılmıştır. Uygulama öncesinde bilgilendirme formu ile katılımcılara uygulama süreci hakkında bilgi verilmiştir (Ek-5). Katılımcılarda çalışma hakkında izlenim oluşturmak için gerçek uygulamada yer almayan sunumlar kullanılarak kâğıt üzerinde bir deneme yapılmıştır. Katılımcıların temsil kavramını bilmeme ihtimaline karşı uygulamalarda “temsil” kavramı yerine “gösterim” ifadesi kullanılmıştır.

Göz izleme uygulamasına başlamadan önce tüm katılımcılarla kalibrasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Katılımcılara veri toplama sürecinde 12 tam sayılarla toplama işlemi sunulmuştur. Uygulama sürecinde katılımcılara iki görev verilmiştir. Bunlar;

1. Her bir sunumda, gösterimleri inceleyiniz ve işlem sonucunu bulunuz.
2. Her bir işlemin sonucunu sesli olarak ifade ediniz ve klavyede boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz.

3.4. Verilerin Analizi

Veriler analiz edilmeden önce göz izleme cihazı ile toplanan verilerin Göz İzleme Verileri Kontrol Listesi'ne göre uygunluğu kontrol edilmiştir (Ek-5). Göz izleme verileri uygun olmayan katılımcıların (21 katılımcı) verileri veri analizinden çıkarılmıştır. Veri toplama süreci ve verilerin kontrol edilmesinden sonra, sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsil olmak üzere dört temsil üzerinde 64 katılımcıya ait göz izleme verileri analizlere dahil edilmiştir.

3.4.1. Nicel verilerin analizi

Katılımcıların göz hareketlerini karşılaştırmak için her bir temsil üzerindeki katılımcı göz hareketlerine ait ortalama bakış süreleri, ortalama sabitlenme sayıları ve ortalama sabitlenme süreleri hesaplanmıştır. Bu veriler hem temsil geneli için hem de her temsil üzerinde

oluşturulan ilgi alanları için hesaplanmıştır. Temsiller arası karşılaştırma yapmak için her temsilin geneline ait veriler hesaplanmıştır. Her temsil türünü kendi içinde değerlendirmek için temsilin ilgi alanlarına ait veriler hesaplanmıştır.

İlgi alanı, bir uyaran üzerinde belirli bir amaç kapsamında sınırlandırılmış bölgeyi ifade etmektedir. Göz izleme analiz uygulamaları ilgi alanları özelinde veriler oluşturabilmektedir. Sayma pulu temsili için SPa, SPb, SPc ve SPD ilgi alanlarına ait veriler; sayı doğrusu için SD0, SDa ve SDb ilgi alanlarına ait veriler, sembolik temsil için SMA, SMB, SMC ve SMD ilgi alanlarına ait veriler elde edilmiştir. Bu ilgi alanlarına ait veriler temsil özelinde karşılaştırılarak ilgili temsil hakkında sonuçlar elde edilmiştir. Sayma pulu temsiliinde SPD ilgi alanına ve sembolik temsillerde SMD ilgi alanlarına sabitlenme gerçekleştirilmeyen katılımcı sayısının oldukça fazla olmasından dolayı temsil bazlı veri analizlerinde bu ilgi alanları analizlere dahil edilmemiştir. Sözel temsil üzerinde uygun ilgi alanları oluşturulamadığı için sözel temsilde temsil bazlı karşılaştırma yapılamamıştır.

Ortalama bakış süresi, bir katılımcının aynı temsil üzerindeki toplam bakış sürelerinin ortalamasını ifade etmektedir. Her katılımcıya aynı temsil türünden üçer temsil sunulmuştur. Bu üç temsil üzerindeki toplam bakış süreleri belirlenerek ortalamaları hesaplanmıştır. Ortalama bakış süreleri hem temsil geneli için hem de bir temsil türündeki tüm ilgi alanları için ayrı ayrı hesaplanmıştır.

Ortalama sabitlenme sayısı, bir katılımcının aynı temsil üzerindeki toplam sabitlenme sayılarının ortalamasını ifade etmektedir. Her katılımcıya aynı temsil türünden üçer temsil sunulmuştur. Bu üç temsil üzerindeki toplam sabitlenme sayıları belirlenerek ortalamaları hesaplanmıştır. Ortalama sabitlenme sayıları hem temsil geneli için hem de bir temsil türündeki tüm ilgi alanları için ayrı ayrı hesaplanmıştır.

Ortalama sabitlenme süresi, bir katılımcının aynı temsil üzerindeki toplam sabitlenme sürelerinin ortalamasını ifade etmektedir. Her katılımcıya aynı temsil türünden üçer temsil sunulmuştur. Bu üç temsil üzerindeki toplam sabitlenme süreleri belirlenerek ortalamaları hesaplanmıştır. Ortalama sabitlenme süreleri hem temsil geneli için hem de bir temsil türündeki tüm ilgi alanları için ayrı ayrı hesaplanmıştır.

Her temsilin ilgi alanlarına ait veriler arasında ve temsil geneline ait veriler arasında anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA analizi kullanılmıştır. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA analizi aynı örneklemden elde edilen ikiden fazla veri grubu ortalamaları arasında anlamlı farkın olup olmadığını

belirlemek için kullanılan nicel veri analizi yöntemidir (Pallant, 2020). Verilerin tek bir gruptan toplandığı ve her analizde karşılaştırılacak ikiden fazla veri grubu olması sebebiyle tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA analizi tercih edilmiştir.

Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA analizinin yapılabilmesi için, en az aralık düzeyinde ölçüm, seçkisiz örneklem, ölçümlerin bağımsızlığı, normal dağılım ve varyansların homojenliği (küresellik) varsayımlarının sağlanması gerekmektedir (Pallant, 2020). Nicel göz izleme verileri, en az aralık düzeyinde ölçüm ve ölçümlerin bağımsızlığını doğrudan sağlamaktadır. Katılımcılar uygulamaların yapıldığı okullarda rastgele seçildiği için seçkisiz örneklem varsayımı da sağlanmaktadır.

Tek faktörlü ANOVA analizi sonucunda ortalamalar arasında fark olduğu tespit edildiğinde farkın hangi verilerden olduğunu belirlemek için Bonferroni çoklu karşılaştırma testi kullanılmıştır. Bonferroni düzeltme içeren ve çalışmalarda yaygın olarak kullanılan bir çoklu karşılaştırma testidir (Can, 2013).

Verilerin normal dağılımları basıklık ve çarpıklık değerleri üzerinden değerlendirilmiştir. Basıklık ve çarpıklık değerleri için çeşitli kaynaklarda farklı eşik değerlerin baz alındığı görülmüştür (George ve Mallery, 2016; Tabachnick ve Fidell, 2013). George ve Mallery (2016) çarpıklık ve basıklık katsayılarının (-2,+2) değer aralığında olduğu durumlarda, verilerin normal dağılım gösterdiğini ifade etmiştir. Bu çalışmada çarpıklık ve basıklık katsayıları (-2,+2) aralığında olan verilerin normal dağılım gösterdiği kabul edilmiştir.

Küresellik varsayımı, herhangi iki koşul için evren puanları farkının varyansının herhangi iki diğer koşul için evren puanlarının farkının varyansına eşit olmasını gerektirir (Pallant, 2020, s. 290). Verilerin varyanslarının homojenliği için Mauchly küresellik testi (Mauchly's Test of Sphericity) incelenmiştir. Küresellik varsayımının sağlanmadığı durumlar için epsilon düzeltmesi yapılmıştır. Epsilon düzeltmelerinde $\epsilon > 0,75$ için Huynh-Feldt düzeltmesi, $\epsilon < 0,75$ için Greenhouse-Geisser düzeltmesi kullanılmıştır (Can, 2013). Küresellik varsayımı sağlanmadığı durumlar için epsilon düzeltmesinin yanında ortalamaların karşılaştırılması için Wilk's Λ değeri de verilmiştir. Wilk's Λ değeri küresellik varsayımı sağlanmadığında epsilon düzeltmesinin yanında ortalamaların karşılaştırılması için kullanılan çok değişkenli bir karşılaştırma testidir (Can, 2013).

Normal dağılım göstermeyen verilerde tek faktörlü ANOVA analizinin nonparametrik karşılığı olan Friedman testi kullanılmıştır. Bu testte sıralama ölçeğine dönüştürülmüş puanlarla işlem yapılır (Can, 2013, s. 210). Friedman testi sonucunda ortalamalar arasında fark olduğu

tespit edildiğinde farkın hangi ölçümler arasında olduğunu doğrudan ortaya koyacak bir karşılaştırma testi bulunmamaktadır. Bu sebeple farkın hangi ölçümler arasında olduğunu belirlemek için ilişkili örneklemelerde parametrik olmayan iki ölçümün karşılaştırıldığı Wilcoxon testi kullanılmıştır (Can, 2013; Pallant, 2020).

İçerik analizi sonucunda oluşturulan temalar ile öğrenci başarısı arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla katılımcılar “düşük başarılı” ve “yüksek başarılı” olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Gruplar katılımcıların göz izleme uygulamasında sunulan sorulardan aldıkları puanlara göre belirlenmiştir. Başarıya göre karşılaştırmalarda normal dağılım gösteren veri gruplarında bağımsız örneklemeler için t-testi kullanılmıştır. Normal dağılım göstermeyen veri gruplarının karşılaştırılmasında ise Mann-Whitney U testi kullanılmıştır (Can, 2013; Pallant, 2020).

Etki büyüklüğü için tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA analizlerinde eta kare ve bağımsız örneklemeler t-testi analizlerinde Cohen d katsayıları kullanılmıştır. Cohen d, gruplar arasındaki farkı standart sapma birimleri bazında verirken; eta kare bağımsız değişken tarafından açıklanan bağımlı değişkendeki varyansın oranını temsil eder (Pallant, 2020, s. 269). Eta kare için 0,01 küçük etki, 0,06 orta düzey etki ve 0,14 büyük etki anlamına gelmektedir. Cohen d için 0,2 küçük etki, 0,5 orta düzey etki ve 0,8 büyük etki anlamına gelmektedir (Cohen, 1988).

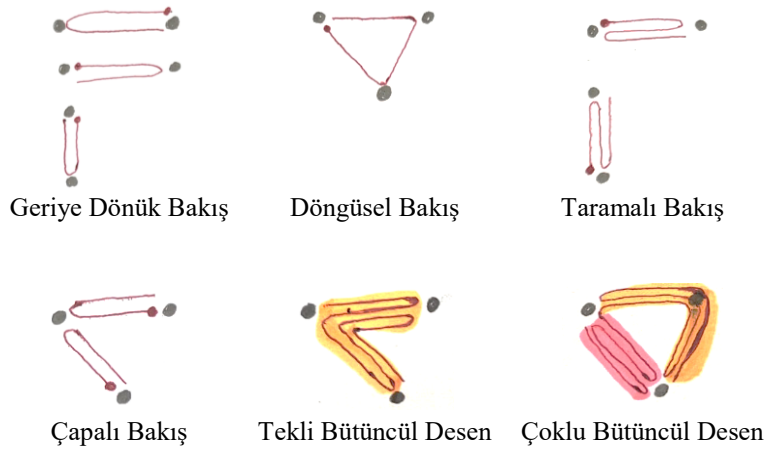
3.4.2. Nitel verilerin analizi

Çalışmanın nitel boyutunda, katılımcıların temsiller üzerindeki göz hareketlerine ait bakış yolları ve ısı haritaları görselleri kullanılmıştır. Bu görseller incelenerek içerik analizi gerçekleştirilmiştir. İçerik analizinde amaç tümevarımcı bir bakış açısı ile elde edilen verileri açıklayabilecek kavram ve ilişkilere ulaşmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Katılımcıların temsiller üzerindeki göz hareketleri için Gazepoint Analysis programından elde edilen bakış yolları (gaze paths) kullanılmıştır. Bakış yolları katılımcının temsil üzerinde odaklandığı alanları, ne kadar süre odaklandığını ve hangi sıra ile odaklandığını gösteren bir göz izleme verisidir (Carter ve Luke, 2020; Lai vd., 2013). Katılımcı göz hareketlerinin içerik analizi süreci Tablo 3.5’te verilmiştir.

Tablo 3.5. Katılımcıların göz hareketlerinin içerik analizi süreci.

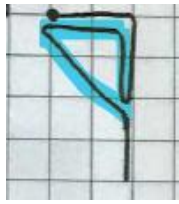
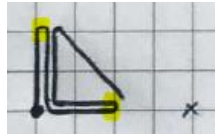
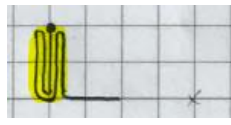
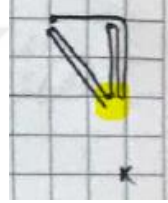
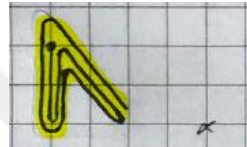
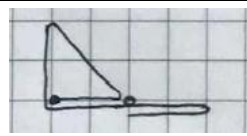
1. Aşama	Bakış yollarının modellenmesi.
2. Aşama	Modeller üzerinde temsil bazlı görsel kodlamaların yapılması.
3. Aşama	Görsel kodların benzerlik ve farklılıkların değerlendirilmesi.
4. Aşama	Görsel kodların ilişkilendirilerek gruplandırılması ve alt temaların oluşturulması.
5. Aşama	Alt temaların gruplandırılması ve temaların oluşturulması.

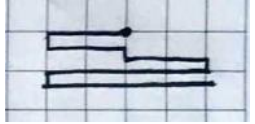
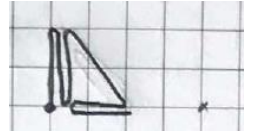
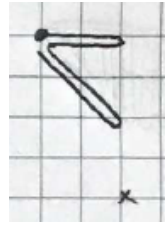
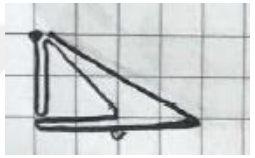
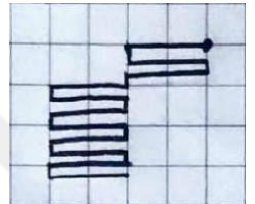


Şekil 3.5. Modellerin görsel kodlama örnekleri.

Modellerin incelenip analiz edilmesi sonucunda ilişkilendirme, desen ve gezinme olmak üzere üç tema elde edilmiştir. Model üzerindeki ilk sabitlenmeden son sabitlenmeye kadar olan süreçte, sürecin herhangi bir kesitindeki önemli görülen ardışık sabitlenmeler ilişkilendirme başlığı altında incelenmiştir. Model üzerindeki sabitlenmelerin oluşturduğu sabitlenme grupları, desen başlığı altında incelenmiştir. Model üzerindeki sabitlenmelerin sayısı ise gezinme alt teması altında incelenmiştir. Herhangi bir model belirlenen şartları sağlaması durumunda birden fazla tema veya alt tema altında yer alabilmektedir. İçerik analizi sonucunda elde edilen temalar, alt temalar ve alt temaların açıklamaları Tablo 3.6’da verilmiştir. Ayrıca tema ve alt temalar için çeşitli katılımcıların farklı temsiller üzerindeki bakışlarına ait modeller örnek olarak verilmiştir.

Tablo 3.6. İçerik analizi temaları ve alt temaları açıklamaları.

Temalar	Alt Temalar	Açıklama	Örnek Model	
İlişkilendirme	Döngüsel Bakış	Modellerde dört veya daha fazla ardışık sabitlenmenin, sabitlenme sayısından bir eksik sayıda ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği bakış.		
	Geriye Dönük Bakış	Modellerde ardışık üç sabitlenmeden ikisinin aynı ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği bakış		
	Taramalı Bakış	Modellerde iki farklı ilgi alanında ardışık en az dört sabitlenmenin gerçekleştiği bakış		
	Çapalı Bakış	Modellerde ortak bir ilgi alanı bulunan farklı iki veya daha fazla geriye dönük bakış içeren bakış		
Desen	Bütünlük Durumu	Tekli Bütüncül Desen	Modellerde sabitlenmelerin ve geçişlerin bir odak etrafında toplandığı desen	
		Çoklu Bütüncül Desen	Modellerde sabitlenmelerin ve geçişlerin birden fazla odak etrafında toplandığı desen	
		Bütünlük Oluşturmayan Desen	Modellerde sabitlenmelerin ve geçişlerin bir bütünlük oluşturmadığı desen	
	Tekrar Durumu	Tekrarlı Tam Desen	Modellerde ardışık en az üç sabitlenmenin oluşturduğu herhangi bir desenden en az iki tane bulunan ve tüm ilgi alanlarında en az bir sabitlenmenin olduğu desen	
		Tekrarlı Kısmi Desen	Modellerde ardışık en az üç sabitlenmenin oluşturduğu herhangi bir desenden en az iki tane bulunan ve herhangi bir ilgi alanında sabitlenme bulunmayan desen	

	Tekrarsız Tam Desen	Modellerde birbirine benzemeyen desenlerin (en az üç sabitlenmeli) bulunduğu ve tüm ilgi alanlarında en az bir sabitlenmenin olduğu desen	
	Tekrarsız Kısmi Desen	Modellerde birbirine benzemeyen desenlerin (en az üç sabitlenmeli) bulunduğu ve herhangi bir ilgi alanında sabitlenmenin bulunmadığı desen	
Gezinme	Kısa Gezinme	Modellerde alt sınırdan daha az sayıda sabitlenme sayısı olan bakış*	
	Orta Gezinme	Modellerde alt sınır ile üst sınır arasında sabitlenme sayısı olan bakış*	
	Uzun Gezinme	Modellerde üst sınırdan daha fazla sayıda sabitlenme sayısı olan bakış*	

* Alt sınır: (modellerdeki ortalama sabitlenme sayısı-standart sapma/2); üst sınır: (modellerdeki ortalama sabitlenme sayısı + standart sapma/2).

Tablo 3.6’da, ilişkilendirme teması, dört alt temadan oluşmaktadır. Bunlar döngüsel bakış, geriye dönük bakış, taramalı bakış ve çapalı bakıştır. Döngüsel bakış, modelde dört veya daha fazla ardışık sabitlenmenin, sabitlenme sayısından 1 eksik sayıda ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği bakıştır. Geriye dönük bakış, ardışık üç sabitlenmeden ikisinin aynı ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği bakıştır. Taramalı bakış, iki farklı ilgi alanında ardışık en az dört sabitlenmenin gerçekleştiği bakıştır. Çapalı bakış, bir ortak ilgi alanı bulunan farklı iki veya daha fazla geriye dönük bakış içeren bakıştır.

Desen teması iki alt temadan oluşmaktadır. Bunlar bütünlük durumu ve tekrar durumu alt temalarıdır. Bütünlük durumu alt temasında modeldeki sabitlenmelerin ve ilgi alanları arasındaki geçişlerin bir bütünlük (odak) oluşturup oluşturmadığı incelenmiştir. Modeldeki sabitlenmelerin ve geçişlerin bir odak etrafında toplandığı desenler, tekli bütüncül desen; birden fazla odak etrafında toplandığı desenler, çoklu bütüncül desen olarak değerlendirilmiştir. Sabitlenmelerin ve geçişlerin bir bütünlük oluşturmadığı desenler ise bütünlük oluşturmeyen desen olarak değerlendirilmiştir.

Tekrar durumu alt temasında, modeldeki desenler tekrarlı/tekrarsız desen ve tam/kısmi desen olmasına göre değerlendirilmiştir. Model üzerindeki desenlerde, eğer ardışık en az üç sabitlenmenin oluşturduğu herhangi bir desenden en az iki tane varsa tekrarlı desen, yoksa tekrarsız desen olarak kodlanmıştır. Model üzerinde tüm ilgi alanına en az bir sabitlenme gerçekleşmişse tam desen, gerçekleşmemişse kısmi desen olarak kodlanmıştır. Son durumda tekrar durumu alt teması, tekrarlı tam desen, tekrarlı kısmi desen, tekrarsız tam desen ve tekrarsız kısmi desen olmak üzere dört grupta incelenmiştir.

Gezinme temasında, modeldeki sabitlenme sayıları baz alınarak katılımcıların temsil üzerindeki göz hareketi uzunlukları değerlendirilmiştir. Gezinme teması, kısa gezinme, orta gezinme ve uzun gezinme olmak üzere üç grupta incelenmiştir. Gezinmelerin uzunlukları, model üzerindeki sabitlenmelerin ortalama sabitlenme sayısına ve standart sapmasına göre belirlenmiştir. Her temsil için ortalama sabitlenme sayısı hesaplandıktan sonra ortalamanın yarım standart sapma puanı kadar altı alt sınır, ortalamanın yarım standart sapma puanı kadar üstü üst sınır olarak belirlenmiştir. Alt sınırdan daha az sayıda sabitlenme sayısı olan modeller kısa gezinme, alt sınır ile üst sınır arasında sabitlenme olan modeller orta gezinme, üst sınırdan daha fazla sayıda sabitlenme olan modeller uzun gezinme olarak kodlanmıştır. İçerik analizinin yanında görsel veriler incelenerek katılımcıların temsiller üzerinde ilk sabitlendikleri ilgi alanları, en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanları ve ilgi alanları arasındaki geçişler incelenmiştir.

3.5. Pilot Uygulamalar

Çalışmada karşılaşılabilecek muhtemel sorunları belirlemek ve göz izleme uygulamalarının sağlıklı bir şekilde yürütebilmesi için tedbirler oluşturmak amacıyla asıl göz izleme uygulamasından önce 2 pilot uygulama yapılmıştır.

3.5.1. Pilot uygulama 1 (PU1)

PU1’de çalışmada kullanılacak temsil sunumlarının yapısı ve veri toplama sürecinde yapılması planlanan yaklaşımlar test edilmiştir. Temsil sunumlarında tam sayılarla toplama ve çarpma işleminin sayı doğrusu, sayma pulu, sembolik ve sözel temsilleri yer almıştır. PU1’e 6 (P1.1, P1.2, P1.3, P1.4, P1.5, P1.6) öğrenci katılmıştır.

Temsil sunumlarında toplama ve çarpma işlemlerine ait çözümler kullanılmıştır. Uygulama sürecinde, katılımcıların temsil sunumlarını incelerken bir görev verilmesinin (sonuç bulma gibi) gerekliliğini görmek için sonucu olan ve sonucu olmayan temsil sunumları hazırlanmıştır. Temsil sunumları iki gruba ayrılmıştır. Birinci grupta sunumda yer alan

temsillerde çözümlere ve işlem sonuçlarına yer verilirken ikinci gruptaki sunumlarda yer alan temsillerin sonuçları verilmemiştir.

PU1’de veri çeşitliliğini arttırmak için bazı katılımcılarla geriye dönük sesli düşünme protokolü (GSD) ve eş zamanlı sesli düşünme (ESD) protokolü gerçekleştirilmiştir. Sesli düşünme, bir görev sürecinde veya sonrasında katılımcıların düşüncelerini sesli olarak ifade ettiği bir yöntemdir (Van Someren vd., 1994). ESD protokolünde, verilen görevi yerine getirirken katılımcıdan aynı zamanda düşüncelerini sesli olarak ifade etmesi istenir. GSD protokolünde ise katılımcı verilen görevi yerine getirdikten sonra görev ile ilgili deneyimleri hakkında düşüncelerini sesli olarak ifade etmesi istenir. Hatırlatma amacıyla, görevde kullanılan uyarılar katılımcıya tekrar sunulur (Cho vd., 2019). Ayrıca bazı katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır.

P1.1 kodlu katılımcıya sonucu bulunan temsil sunumları verilmiştir. Görev olarak *“Verilen gösterimi inceleyiniz. İncelemeniz bittikten sonra klavyedeki boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz”* talimatı verilmiştir. Sunumların incelenmesi bittikten sonra P1.1’e göz izleme cihazının kaydettiği veriler gösterilmiştir her bir sunum için GSD gerçekleştirilmiştir. GSD’de katılımcının her bir sunumda zihninden geçen düşünceleri sesli olarak ifade etmesi istenmiştir.

P1.2 kodlu katılımcıya sonucu bulunan temsil sunumları verilmiştir. Sunumları incelerken katılımcıdan düşüncelerini sesli olarak ifade etmesi istenerek ESD uygulanmıştır. Görev olarak *“Verilen gösterimi inceleyiniz. İncelerken düşüncelerinizi sesli olarak ifade ediniz. İncelemeniz bittikten sonra klavyedeki boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz”* talimatı verilmiştir.

P1.3 kodlu katılımcıya sonucu bulunan temsil sunumları verilmiştir. Görev olarak *“Verilen gösterimi inceleyiniz. İncelemeniz bittikten sonra klavyedeki boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz”* talimatı verilmiştir. Sunumların incelenmesi bittikten sonra yarı yapılandırılmış görüşme protokolü uygulanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede P1.3’e göz izleme cihazının kaydettiği veriler gösterilmiştir ve her bir sunum için katılımcıya *“gösterim üzerinde baktığı noktalara neden baktığı”* veya *“bakmadığı kısımlara neden bakmadığı”* ve *“spesifik olarak ortaya çıkan göz hareketlerinin nedenleri”* sorulmuştur.

P1.4 kodlu katılımcıya sonucu bulunmayan temsil sunumları verilmiştir. Görev olarak *“Verilen gösterimi inceleyiniz. Gösterimde verilen işlemin sonucunu bulunuz. Sonucu sesli olarak ifade ediniz ve klavyedeki boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz”* talimatı

verilmiştir. Sunumların incelenmesi bittikten sonra P1.4'e göz izleme cihazının kaydettiği veriler gösterilmiştir her bir sunum için GSD gerçekleştirilmiştir. GSD'de katılımcının her bir sunumda zihninden geçen düşünceleri sesli olarak ifade etmesi istenmiştir.

P1.5 kodlu katılımcıya sonucu bulunmayan temsil sunumları verilmiştir. Sunumları incelerken katılımcıdan düşüncelerini sesli olarak ifade etmesi istenerek ESD uygulanmıştır. Görev olarak *“Verilen gösterimi inceleyiniz. İncelerken düşüncelerinizi sesli olarak ifade ediniz. Gösterimde verilen işlemin sonucunu bulunuz. Sonucu sesli olarak ifade ediniz ve klavyedeki boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz”* talimatı verilmiştir.

P1.6 kodlu katılımcıya sonucu bulunan temsil sunumları verilmiştir. Görev olarak *“Verilen gösterimi inceleyiniz. Gösterimde verilen işlemin sonucunu bulunuz. Sonucu sesli olarak ifade ediniz ve klavyedeki boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçiniz”* talimatı verilmiştir. Sunumların incelenmesi bittikten sonra yarı yapılandırılmış görüşme protokolü uygulanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede P1.6'e göz izleme cihazının kaydettiği veriler gösterilmiştir ve her bir sunum için katılımcıya *“temsil üzerinde baktığı noktalara neden baktığı”* veya *“bakmadığı kısımlara neden bakmadığı”* ve *“spesifik olarak ortaya çıkan göz hareketlerinin nedenleri”* sorulmuştur.

PUI sonunda elden edilen sonuçlar;

Sonuç bulunmayan temsillerde katılımcı göz hareketlerinin daha anlamlı olduğu görülmüştür. Bu sebeple katılımcılara “sonuç bulma” görevi verilmesinin daha uygun olduğuna karar verilmiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşmelerde ve GSD'de katılımcılara sunumlar tekrar gösterilmiştir. Ancak katılımcılardan anlamlı verilerin elde edilmediği gözlenmiştir. Katılımcıların bazı ifadeleri şu şekildedir;

“Neden buraya baktığımı bilmiyorum.”

“Oraya baktığımın farkında değilim.”

“Soruyu çözmek için oraya baktım.”

ESD'de katılımcılar düşüncelerini sesli olarak ifade ederken göz hareketlerinin olumsuz yönde etkilendiği fark edilmiştir. Katılımcılar düşüncelerini sesli olarak ifade ederken göz hareketlerinin temsil dışına çıktığı, düşüncelerini ifade ederken göz hareketlerinin anlamsız noktalarda sabitlendiği veya temsil üzerinde olmayan sabitlenmelerin gerçekleştiği gözlenmiştir.

3.5.2. Pilot uygulama 2 (PU2)

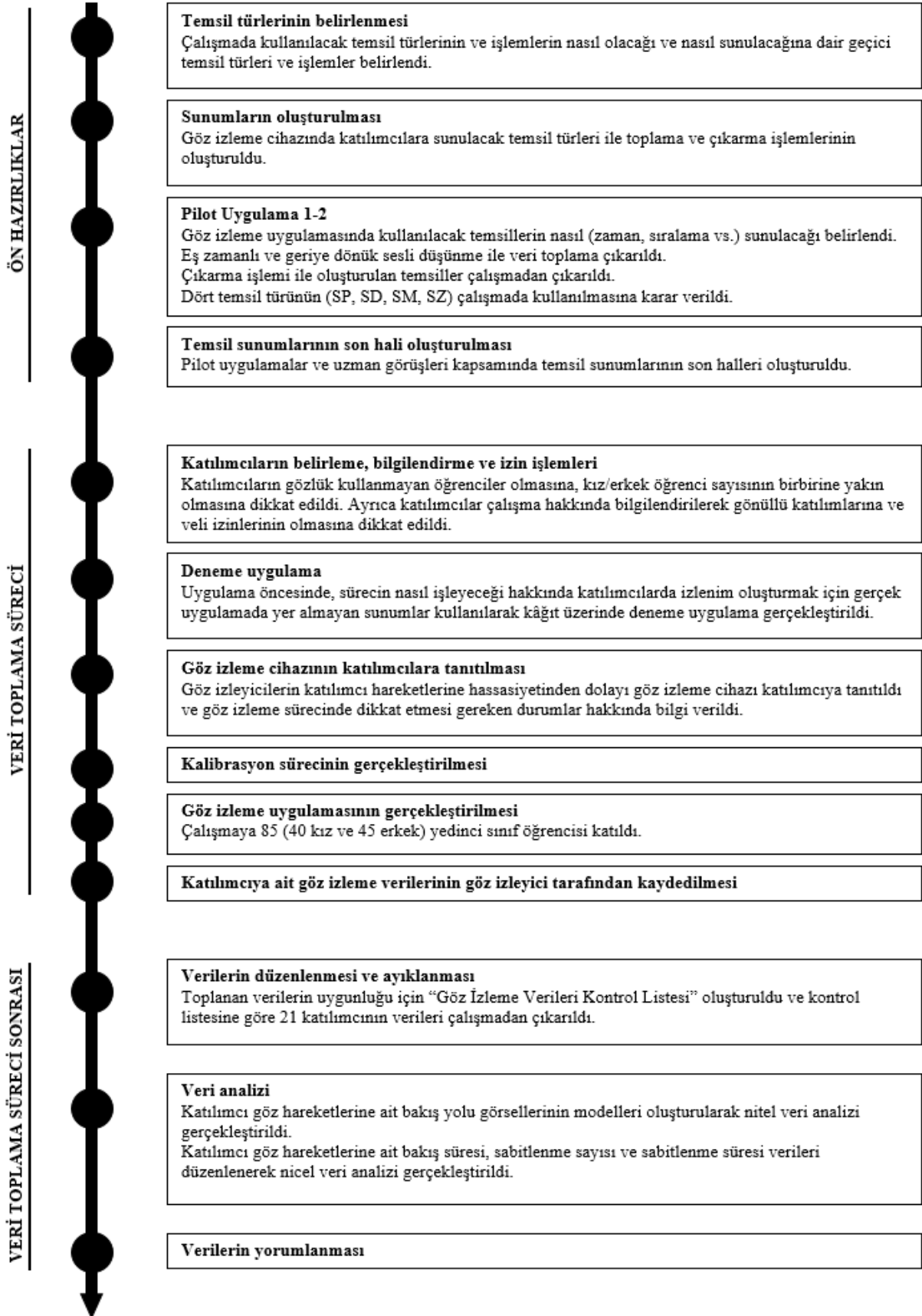
PU2 8 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. PU2 yapılmadan önce PU1'den elden edilen sonuçlar doğrultusunda bazı değişiklikler yapılmıştır. Bu kapsamda sunumlarda işlemlerin çözüm kısımlarına yer verilmiştir ancak sonuç kısımlarına yer verilmemiştir. Sözel temsilde sonuç kısmına üç nokta, sembolik temsilde sonuç kısmına soru işareti konulmuştur. Sayma pulunda son kutu boş bırakılmıştır. Sayı doğrusunda sonuç oku silinmiştir. Göz izleme aşamasında ESD veya sonrasında GSD ve yarı yapılandırılmış görüşme yapılmamıştır. Temsil üzerindeki göz hareketlerini daha detaylı incelemek amacıyla sadece tam sayılarla toplama işlemi kullanılmıştır.

PU2'de sunumların süreleri üzerine odaklanılmıştır. PU1'de bazı katılımcılar sunumları kısa sürede inceleyip geçerken bazıları oldukça uzun sürede incelemelerini gerçekleştirdikleri fark edildi. Daha anlamlı sonuçların elde edilmesi ve gereksiz göz hareketlerinin önlenmesi amacıyla PU2'de her temsil sunumu için 25 sn üst sınır eklendi. Ancak katılımcı isterse incelemesi bittiğinde klavyeden boşluk tuşuna basarak bir sonraki sunuma geçebilecek şekilde sunumlar oluşturuldu.

PU2 sonunda elden edilen sonuçlar;

PU2 sonucunda genellikle katılımcılar 25 sn içerisinde temsil incelemelerini tamamlayıp bir sonraki sunuma geçtikleri gözlenmiştir. Ancak katılımcıların bazı sunumlarda verilen süre içerisinde sonucu söyleyemediği belirlenmiştir. Veri kaybının önüne geçmek amacıyla asıl uygulamada sürenin 30 sn olarak güncellenmesine karar verilmiştir.

Katılımcılar, PU2'de herhangi bir temsille ilk karşılaştıklarında, sonraki karşılaşmalarına göre, sunumda daha uzun süre vakit geçirdikleri belirlenmiştir. Bu durum temsil sunumlarının sıralamalarının sonuca etki edebileceğini göstermiştir. Bu soruna yani sıralama etkisine (order effect) karşı sunumların katılımcılara farklı sıralarda verilmesine karar verilmiştir. Çalışma süreci genel olarak Şekil 3.6'da verilmiştir.



Şekil 3.6. Çalışma süreci.

3.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Katılımcılar 7. Sınıfta eğitim gören ve tam sayılarla işlemler konusunda öğrenim görmüş öğrenciler arasında seçilmiştir. Bununla birlikte göz izleme uygulamasından elde edilecek verilerin daha verimli olması amacıyla gözlük kullanmayan öğrenciler çalışmaya dahil edilmiştir. Göz izleme uygulamalarından sonra verileri Göz İzleme Verileri Kontrol Listesine (Ek 6) göre uygun olmayan katılımcıların verileri analizlere dahil edilmemiştir. Bu sebeple katılımcıların çalışmaya dahil edilme ve veri ayıklama süreci çalışmanın iç geçerliğine katkı sağlamaktadır.

Verilerin doğruluğunun artırılması amacıyla, göz izleme uygulamalarından önce her bir katılımcı ile kalibrasyon süreci gerçekleştirilmiştir. Kalibrasyon süreci katılımcıların göz hareketi verilerinin daha doğru bir şekilde kaydedilmesini sağlamıştır. Böylelikle kalibrasyon süreci çalışmanın iç geçerliğine katkı sağlamaktadır.

Göz izleme uygulamalarında kullanılan sunumlar, iki alan uzmanı görüşleri ve iki pilot çalışma bulguları sonucunda son hali oluşturulmuştur. Ayrıca temsil sunumları oluşturulurken Çoklu Ortam Öğrenmeleri ilkeleri (Mayer, 2009, 2014) dikkate alınmıştır. Çünkü çoklu ortam öğrenme ilkeleri göz hareketi ölçümlerini etkileyebilmektedir (Coşkun ve Çağıltay, 2021). Bu süreç çalışmanın temsil sunumlarının yapı geçerliğine katkı sağlamaktadır.

Çalışma tam sayılarla işlemlerde kullanılan temsiller üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsiller kullanılmıştır. Derinlemesine inceleme yapmak için temsillerde kullanılan işlemler toplama işlemi ile sınırlandırılmıştır. Toplama işlemlerinde kullanılan tam sayılar mümkün olduğunca çeşitlendirilmiştir. Toplama işlemi dışında işlem kullanılmaması, belirtilen temsiller dışında temsil kullanılmaması ve işlemlerde tam sayı çeşitliliğinin fazla tutulması temsil sunumlarının kapsam geçerliğine katkı sağlamaktadır.

Nitel verilerin geçerlik ve güvenirlik incelemeleri için çeşitli perspektifler bulunmaktadır (Creswell, 2020). Le Compte ve Goetz (1982), Lincoln ve Guba (1985), Kirk ve Miller (1986) ve Eisner (1991) yaklaşımları bunlardan bazılarıdır. Bu çalışmada Lincoln ve Guba'nın (1985, s.328) yaklaşımı çerçevesinde nitel verilerin geçerlik ve güvenirlikleri incelenmiştir. Lincoln ve Guba (1985) verilerin geçerliğini ve güvenirliğini inandırıcılık (credibility), aktarılabilirlik (transferability), güvenirlik (dependability) ve teyit edilebilirlik (confirmability) kavramları üzerinden değerlendirmiştir.

Göz izleme uygulamalarında kullanmak amacıyla oluşturulan temsil sunumlarının uygunluğu pilot uygulamalar ve iki alan uzman görüşü çerçevesinde oluşturulmuştur. Bu kapsamda sunumların çalışma için uygunluğu, katılımcılar için uygunluğu ve göz izleme uygulamaları için uygunluğu incelenmiştir. Uzman görüşleri ve pilot uygulamalar sonucunda sunumların son hali oluşturulmuştur. Bu bilgiler çalışmanın inandırıcılığına, güvenilirliğine ve teyit edilebilirliğine katkı sağlamaktadır.

Katılımcılar tam sayılarla işlemler konusunda eğitim görmüş 7. sınıf öğrencileri arasından belirlenmiştir. Ayrıca daha verimli ve anlamlı göz hareketi verileri elde edebilmek için katılımcılar gözlük kullanmayan öğrenciler arasından seçilmiştir. Bu bilgiler çalışmanın güvenilirliğine ve inandırıcılığına katkı sağlamaktadır.

İçerik analizinde, modeller üzerinde yapılan kodlamaların tutarlılığı iki farklı yolla incelenmiştir. Birincisi, araştırmacı kodlamaları yaptıktan altı ay sonra aynı modeller üzerinde tekrar kodlama yapmıştır. Araştırmacı tarafında yapılan iki kodlama arasında sayma pulu kodlamalarında %95, sayı doğrusu kodlamalarında %90 ve sembolik temsil kodlamalarında %92 benzerlik gerçekleşmiştir. İkincisi, verilerin yaklaşık %10'u farklı bir araştırmacıya verilerek modelleri kodlaması istenmiştir. Sayma pulu kodlamalarında %92, sayı doğrusu kodlamalarında %81 ve sembolik temsil kodlamalarında % 84 benzerlik gerçekleşmiştir. Bu sonuçlar içerik analizi sonuçlarının güvenilirliğine ve teyit edilebilirliğe katkı sağlamaktadır.

Araştırmanın kapsamı, araştırmada kullanılan sunumlar, çalışma grubunun özellikleri ve göz izleme süreci mümkün olduğunca açık ve detaylı bir şekilde sunulmuştur. Bu bilgiler çalışmanın aktarılabilirliğine katkı sağlamaktadır.

Elde edilen bulgular araştırma problemi ve alt problemler kapsamında detaylı bir biçimde değerlendirilmiştir. Ulaşılan sonuçlar kanıtlarıyla birlikte betimlenerek sunulmuştur. Gerçekleştirilen bu süreç çalışmanın inandırıcılığına, güvenilirliğine ve teyit edilebilirliğine katkı sağlamaktadır.

Göz izleme uygulamalarında önce her bir katılımcı ile kalibrasyon süreci gerçekleştirilmiştir. Bu süreçler çalışmanın inandırıcılığına ve teyit edilebilirliğine katkı sağlamaktadır.

BÖLÜM 4

4. BULGULAR

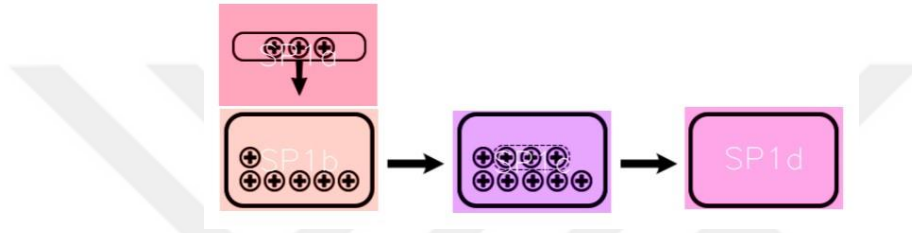
Bu çalışmanın genel amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla toplama işleminde kullanılan temsiller üzerindeki göz hareketlerini incelemektir. Bu bağlamda tam sayılarla işlemlerde sık kullanılan sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsiller üzerindeki katılımcı göz hareketleri incelenmiştir. Katılımcıların göz hareketleri göz izleme yöntemi ile incelenmiştir.

Çalışmada toplam bakış süreleri, toplam sabitlenme sayıları ve toplam sabitlenme süreleri olmak üzere üç sayısal veri kullanılmıştır. Veriler katılımcıların uyararı üzerindeki sabitlenme verilerinin düzenlenmesi sonucunda elde edilmiştir. Her bir temsili kendi içinde incelemek ve temsilleri birbiri ile karşılaştırmak için hem temsil üzerinde oluşturulan ilgi alanlarından hem de temsil genelinden sayısal veriler toplanmıştır. Temsillerin ilgi alanlarından toplanan veriler ilgili temsilin ilgi alanlarının karşılaştırılmasında kullanılmıştır. Bu verilerin karşılaştırılması sonucu temsil bazlı bulgulara ulaşılmıştır. Temsil genelinden toplanan veriler temsiller arasında karşılaştırma yapmak için kullanılmıştır.

Katılımcı göz hareketlerine ait ısı haritaları ve bakış yolları görselleri modellenerek modeller üzerinden içerik analizi gerçekleştirilmiştir ve elde edilen bulgular sunulmuştur. Karşılaştırmalar hem temsil bazlı hem de temsiller arasında yapılmıştır. Sözel temsiller üzerinde belirlenen kriterlere göre ilgi alanı oluşturulamadığı için içerik analizine dahil edilmemiştir. Bulgular araştırma soruları baz alınarak gruplandırılmıştır.

4.1. “Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular

Sayma pulu temsili verileri, katılımcılara sunulan üç sayma pulu temsilinden elde edilen verilerin ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Bu kapsamda sayma pulu temsili için ortalama bakış süresi, ortalama sabitlenme sayısı ve ortalama sabitlenme süresi verileri hesaplanmıştır. Bu veriler hem temsil geneli için hem de her bir ilgi alanı için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu bölümde sayma pulu temsili üzerindeki ilgi alanlarına göre verilerin karşılaştırmaları verilmiştir. Örnek olarak SP1 temsili ve ilgi alanları Şekil 4.1’de verilmiştir. Diğer sayma pulu temsilleri Ek 2’de verilmiştir.



Şekil 4.1. Çalışmada kullanılan SP1 sayma pulu temsili ve ilgi alanları.

Sayma pulu temsilleri üzerindeki göz hareketleri, temsil üzerinde oluşturulan SPa, SPb ve SPc ilgi alanları baz alınarak incelenmiştir. SPd ilgi alanı üzerinde katılımcıların %59’u hiç göz hareketi sergilemediği için bu ilgi alanı analize dahil edilmemiştir.

4.1.1. Sayma pulu temsili üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait bulgular

Sayma pulu temsili bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.1’de verilmiştir. Sayma pulu ilgi alanlarındaki bakış sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde hem ortalama hem medyan değerlerine göre katılımcıların SPc ilgi alanına daha uzun süre, SPa ilgi alanına ise daha kısa süre baktıkları görülmektedir.

Tablo 4.1. Sayma pulu üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzdeleler		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
Bakış Süresi SPa	64	1,8851	1,27108	0,9595	1,6320	2,3493
Bakış Süresi SPb	64	2,2919	1,78059	1,0158	1,9275	2,6538
Bakış Süresi SPc	64	5,8307	3,02019	3,7815	4,7980	7,0465

Sayma pulu ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.2. Sayma pulu üzerindeki ortalama bakış sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
Bakış Süresi SPa 64	1,369 (0,299)	2,115 (0,590)	
Bakış Süresi SPb 64	1,556 (0,299)	2,432 (0,590)	
Bakış Süresi SPc 64	0,940 (0,299)	0,162 (0,590)	

Tablo 4.2 incelendiğinde, SPc ilgi alanındaki bakış sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak SPa ve SPb üzerindeki bakış süresi verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Sayma pulu ilgi alanları üzerindeki bakış süresi verilerinden en az biri (SPa ve SPb) normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.3'te sunulmuştur.

Tablo 4.3. Sayma pulu üzerindeki ilgi alanlarının ortalama bakış sürelerinin Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	74,625
df	2
p	0,000

Tablo 4.3 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, sayma pulu üzerindeki ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri arasında anlamlı farklılık olduğunu göstermektedir [$\chi^2(2, n = 64) = 74,625$, ($p < 0,05$)]. Farkın hangi ilgi alanları arasındaki sürelerden kaynaklandığını belirlemek için Wilcoxon karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.4'te sunulmuştur.

Tablo 4.4. Sayma pulu üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.

	SPb - SPa	SPc - SPa	SPc - SPb
Z	-2,083	-6,708	-6,681
p	0,037	0,000	0,000

Tablo 4.4'teki Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları, tüm ilgi alanları arasındaki farkların (SPa-SPb, SPa-SPc ve SPb-SPc) anlamlı olduğunu göstermektedir ($p < 0,05$). Medyan değerleri karşılaştırıldığında SPb ilgi alanı üzerindeki bakış sürelerinin SPa üzerindeki bakış sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Bakış süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SPb-SPa)} = -2,083$, $p < 0,05$). SPc ilgi alanı üzerindeki bakış sürelerinin SPa üzerindeki bakış sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Bakış süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SPc-SPa)} = -6,708$, $p < 0,05$). SPc ilgi alanı üzerindeki bakış sürelerinin SPb üzerindeki bakış sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Bakış süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SPc-SPb)} = -6,681$, $p < 0,05$).

4.1.2. Sayma pulu temsili üzerindeki ortalama sabitleme sayılarına ait bulgular

Sayma pulu temsiliinde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitleme sayılarına ait betimsel istatistikleri Tablo 4.5'te verilmiştir. Sayma pulu ilgi alanlarındaki sabitleme sayılarına ait betimsel istatistikler incelendiğinde SPa ve SPb ilgi alanlarındaki ortalama sabitleme sayılarının ve standart sapma değerlerinin birbirine yakın olduğu ancak SPc ilgi alanı üzerindeki ortalama sabitleme sayısının ve standart sapmasının diğer ilgi alanlarından daha fazla olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4.5. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitleme sayılarının ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	SS.
Sabitlenme Sayısı SPa	64	5,3073	2,88913
Sabitlenme Sayısı SPb	64	5,5573	3,04640
Sabitlenme Sayısı SPc	64	10,5416	4,99290

Sayma pulu ilgi alanları üzerindeki sabitleme sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.6'de sunulmuştur.

Tablo 4.6. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitleme sayılarının normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
Sabitlenme Sayısı SPa	64	1,143 (0,299)	1,030 (0,590)
Sabitlenme Sayısı SPb	64	1,264 (0,299)	1,626 (0,590)
Sabitlenme Sayısı SPc	64	1,150 (0,299)	1,421 (0,590)

Tablo 4.6 incelendiğinde, SPa, SPb ve SPc ilgi alanlarındaki sabitleme sayılarının çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğunu görülmektedir. Veriler normal dağıldığı için ortalama sabitleme sayıları arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA yapılmasına karar verilmiştir. Tek faktörlü ANOVA'nın bir diğer varsayımı varyansların homojen olmasıdır. Varyansların homojenliğini incelemek için Mauchly küresellik testi yapılmıştır (Tablo 4.7).

Tablo 4.7. Mauchly küresellik testi (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitleme sayıları).

Denek İçi (Within Subjects)	Mauchly's W	Yaklaşık Ki Kare	df	p	Epsilon		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
SP Sabitleme Sayısı	0,428	52,549	2	0,000	0,636	0,644	0,500

Sayma pulu temsili üzerindeki ilgi alanlarına ait ortalama sabitleme sayılarının Mauchly küresellik testi, puanlar arası farkların varyanslarının homojen olmadığını göstermiştir [$p < 0,05$, $\chi^2(2) = 52,549$]. Bu sebeple varyans analizi için Greenhouse-Geisser ($\epsilon = 0,636$) düzeltmesi kullanılmıştır ($\epsilon < 0,75$) (Tablo 4.8).

Tablo 4.8. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

		Tip III Kareler		Kareler	F	p	Kısmi Eta Kare
		Toplamı	df	Ortalaması			
SP Sabitlenme Sayısı	Greenhouse-Geisser	1115,837	1,273	876,793	86,297	0,000	0,578
Hata (SP Sabitlenme Sayısı)	Greenhouse-Geisser	814,607	80,176	10,160			

Yapılan düzeltme sonucunda tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA'nın sonuçları, ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [$F_{(1,273-80,176)}=86,297$, $p<0,05$]. Sayma pulu ilgi alanlarının sabitlenme sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2=0,578$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki değerine işaret etmektedir. Toplam varyansın %58'i bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Küresellik varsayımının sağlanmadığı durumlarda epsilon düzeltmesinin yanında Wilk's Λ değeri de incelenmiştir. Wilk's Λ sonuçları da temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [Wilk's $\Lambda=0,369$, $F_{(2,62)}=52,978$, $p<0,05$] (Tablo 4.9). Sayma pulu ilgi alanlarının sabitlenme sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2=0,634$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Toplam varyansın %63'ü bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Tablo 4.9. Multivariate test sonuçları (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

	Değer	F	Hipotez df	Hata df	p	Kısmi Eta Kare
Wilks' Λ	0,369	52,978	2,000	62,000	0,000	0,631

Farkın hangi ilgi alanı üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında olduğunu belirlemek için Bonferroni çoklu karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.10'da sunulmuştur.

Tablo 4.10. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi (sayma pulu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

(I) SP Sabitlenme Sayısı	(J) SP Sabitlenme Sayısı	Ortalama Farkı (I-J)	Std. Hata	p
SPa	SPb	-0,250	0,240	0,906
	SPc	-5,234	0,563	0,000
SPb	SPa	0,250	0,240	0,906
	SPc	-4,984	0,481	0,000
SPc	SPa	5,234	0,563	0,000
	SPb	4,984	0,481	0,000

Çoklu karşılaştırma testine göre ilgi alanlarından SPc (ort=10,542; ss=4,992) ile SPa (ort=5,307; ss=2,889) ve SPb (ort=5,557; ss=3,046) arasında anlamlı fark bulunmaktadır ($p<0,05$). SPc ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sayısı SPa ve SPb üzerindeki sabitlenme sayılarından anlamlı derecede daha fazladır. Diğer taraftan SPa ve SPb üzerindeki sabitlenme sayıları arasında anlamlı fark bulunmamaktadır ($p>0,05$).

4.1.3. Sayma pulu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait bulgular

Sayma pulu temsiliinde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.11’de verilmiştir.

Tablo 4.11. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzde		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
Sabitlenme Süresi SPa	64	0,333	0,65	0,2608	0,3255	0,3843
Sabitlenme Süresi SPb	64	0,384	0,88	0,2550	0,3445	0,5038
Sabitlenme Süresi SPc	64	0,570	1,69	0,4648	0,5410	0,6403

Tablo 4.11’de sayma pulu ilgi alanlarındaki sabitlenme sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde hem ortalama hem medyan değerlerinde katılımcıların SPc ilgi alanına daha uzun süre sabitlendikleri görülmektedir. SPa ve SPb ilgi alanlarındaki sabitlenme sürelerinin ortalama ve medyan değerlerinin birbirine yakın olduğu gözlenmiştir.

Sayma pulu ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.12’de sunulmuştur

Tablo 4.12. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
Sabitlenme Süresi SPa	64	0,670 (0,299)	0,455 (0,590)
Sabitlenme Süresi SPb	64	0,662 (0,299)	-0,073 (0,590)
Sabitlenme Süresi SPc	64	3,043 (0,299)	16,511 (0,590)

Tablo 4.12 incelendiğinde, SPa ve SPb ilgi alanlarındaki sabitlenme sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak SPc üzerindeki sabitlenme süreleri verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Sayma pulu ilgi

alanları üzerindeki sabitlenme süresi verilerinden en az biri (SPc) normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.13'te sunulmuştur.

Tablo 4.13. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	64,406
df	2
p	0,000

Tablo 4.13 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, sayma pulu üzerindeki ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı farklılık olduğunu göstermektedir [$\chi^2(2, n = 64) = 64,406$, ($p < 0,05$)]. Farkın hangi ilgi alanları arasındaki sürelerden kaynaklandığını belirlemek için Wilcoxon karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.14'te sunulmuştur.

Tablo 4.14. Sayma pulu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.

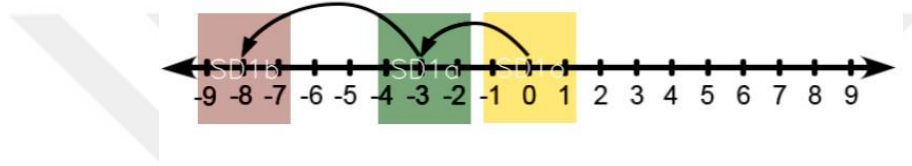
	SPb - SPa	SPc - SPa	SPc - SPb
Z	-2,869	-6,647	-5,470
p	0,004	0,000	0,000

Tablo 4.14'teki Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları, SPa-SPb, SPa-SPc ve SPb-SPc ikili karşılaştırmaları arasında anlamlı fark olduğunu göstermektedir ($p < 0,05$).

Medyan değerleri karşılaştırıldığında SPb ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sürelerinin SPa üzerindeki sabitlenme sürelerinden anlamlı düzeyde daha uzun olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldığında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SPb-SPa)} = -2,869$, $p < 0,05$). SPc ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sürelerinin SPa üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldığında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SPc-SPa)} = -6,647$, $p < 0,05$). SPc ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sürelerinin SPb üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldığında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SPc-SPb)} = -5,470$, $p < 0,05$).

4.2. “Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular

Sayı doğrusu temsili verileri, katılımcılara sunulan üç sayı doğrusu temsilinden elde edilen verilerin ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Bu kapsamda sayı doğrusu temsili için ortalama bakış süresi, ortalama sabitlenme sayısı ve ortalama sabitlenme süresi verileri hesaplanmıştır. Bu veriler hem temsil geneli için hem de her bir ilgi alanı için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu bölümde sayı doğrusu temsili üzerindeki ilgi alanlarına göre bu verilerin karşılaştırmaları verilmiştir. Örnek olarak SD1 temsili ve ilgi alanları Şekil 4.2’de verilmiştir. Diğer sayı doğrusu temsilleri Ek 2’de verilmiştir.



Şekil 4.2. Çalışmada kullanılan SD1 sayı doğrusu temsili ve ilgi alanları.

Sayı doğrusu temsili üzerindeki göz hareketleri, temsil üzerinde oluşturulan ilgi alanları baz alınarak incelenmiştir. Bu amaçla SD0, SDA ve SDB ilgi alanları oluşturulmuştur.

4.2.1. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait bulgular

Sayı doğrusu temsiliinde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.15’te verilmiştir. Tablo 4.15’de sayı doğrusu ilgi alanlarındaki bakış sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde katılımcıların en uzun süre SDA ilgi alanına baktığı gözlenmiştir. Ancak SDA ve SDB ilgi alanlarındaki bakış sürelerinin birbirine yakın ve SD0 ilgi alanındaki bakış süresinden daha fazla olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte en kısa SD0 ilgi alanına bakılmıştır.

Tablo 4.15. Sayı doğrusu üzerindeki bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	SS.
Bakış Süresi SD0	64	1,7422	0,93257
Bakış Süresi SDA	64	3,8785	2,25317
Bakış Süresi SDB	64	3,2604	1,23281

Sayı doğrusu ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.16’de sunulmuştur.

Tablo 4.16. Sayı doğrusu üzerindeki bakış sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
Bakış Süresi SD0 64	0,871 (0,299)	-0,008 (0,590)	
Bakış Süresi SDa 64	1,143 (0,299)	1,459 (0,590)	
Bakış Süresi SDb 64	0,500 (0,299)	0,541 (0,590)	

Tablo 4.16 incelendiğinde, SD0, SDa ve SDb ilgi alanlarındaki bakış sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğunu görülmektedir. Veriler normal dağıldığı için bakış süreleri arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA yapılmasına karar verilmiştir. Tek faktörlü ANOVA'nın bir diğer varsayımı varyansların homojen olmasıdır. Varyansların homojenliğini incelemek için Mauchly küresellik testi yapılmıştır (Tablo 4.17).

Tablo 4.17. Mauchly küresellik testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).

Denek İçi (Within Subjects)	Mauchly's W	Yaklaşık Ki Kare	df	p	Epsilon		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
SD Bakış Süresi	0,710	21,278	2	0,000	0,775	0,791	0,500

Sayı doğrusu temsili üzerindeki ilgi alanlarına ait ortalama bakış sürelerinin Mauchly küresellik testi, puanlar arası farkların varyanslarının homojen olmadığını göstermiştir [$p < 0,05$, $\chi^2(2) = 21,278$]. Bu sebeple varyans analizi için Huynh-Feldt ($\epsilon = 0,868$) düzeltmesi kullanılmıştır ($\epsilon > 0,75$) (Tablo 4.18).

Tablo 4.18. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).

		Tip III Kareler Toplamı	df	Kareler Ortalaması	F	p	Kısmi Eta Kare
SD Bakış Süresi	Huynh-Feldt	154,681	1,550	99,808	61,993	0,000	0,496
Hata (SD Bakış Süresi)	Huynh-Feldt	157,193	99,638	1,578			

Yapılan düzeltme sonucunda gerçekleştirilen tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA'nın sonuçları, ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [$F_{(1,550-99,638)} = 61,993$, $p < 0,05$]. Sayı doğrusu ilgi alanlarının bakış süresini nasıl etkilediğini belirlemek için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2 = 0,496$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Buna göre toplam varyansın % 49'u bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Küresellik varsayımının sağlanmadığı durumlarda epsilon düzeltmesinin yanında Wilk's Λ değeri de incelenmiştir. Wilk's Λ sonuçları da ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [Wilk's $\Lambda = 0,234$, $F_{(2, 60)} = 101,218$, $p < 0,05$] (Tablo 4.19). Sayı doğrusu ilgi alanlarının bakış süresini nasıl etkilediğini belirlemek

için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2=0,766$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Buna göre toplam varyansın % 77'si bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Tablo 4.19. Multivariate test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).

	Değer	F	Hipotez df	Hata df	p	Kısmi Eta Kare
Wilks' Λ	0,234	101,218	2,000	62,000	0,000	0,766

Farkın hangi ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında olduğunu belirlemek için Bonferroni çoklu karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.20'de sunulmuştur.

Tablo 4.20. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri).

(I) SD İlgi Alanları	(J) SD İlgi Alanları	Ortalama Farkı (I-J)	Std. Hata	p
SDa	SDb	0,618	0,236	0,033
	SD0	2,136	0,205	0,000
SDb	SDa	-0,618	0,236	0,033
	SD0	1,518	0,140	0,000
SD0	SDa	-2,136	0,205	0,000
	SDb	-1,518	0,140	0,000

Çoklu karşılaştırma testine göre ilgi alanlarının ikili karşılaştırmalarının tamamında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmaktadır (SD0 ort=1,742 , SS=0,933; SDa ort=3,879 , SS=2,253; SDb ort=3,26 , SS=1,233) ($p<0,05$). En fazla SDa ilgi alanına bakış gerçekleştirilmiştir. En az SD0 ilgi alanına bakılmıştır. Üç ilgi alanına bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmaktadır.

4.2.2. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarına ait bulgular

Sayı doğrusu temsiliinde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarına ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.21'de verilmiştir. Sayı doğrusu ilgi alanlarındaki sabitlenme sayılarının betimsel istatistikleri incelendiğinde katılımcıların en fazla SDa ilgi alanında, en az SD0 ilgi alanında sabitlenme gerçekleştirdiği gözlenmiştir.

Tablo 4.21. Sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sayılarının ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	SS.
Sabitlenme Sayısı SD0	64	6,666	2,735
Sabitlenme Sayısı SDa	64	9,922	5,302
Sabitlenme Sayısı SDb	64	7,651	2,963

Sayı doğrusu ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.22'de sunulmuştur.

Tablo 4.22. Sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sayılarının normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
Sabitlenme Sayısı SD0	64	0,786 (0,299)	0,501 (0,590)
Sabitlenme Sayısı SDa	64	1,231 (0,299)	1,590 (0,590)
Sabitlenme Sayısı SDb	64	0,872 (0,299)	0,642 (0,590)

Tablo 4.22 incelendiğinde, SD0, SDa ve SDb ilgi alanlarındaki sabitlenme sayılarının çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğunu görülmektedir. Veriler normal dağıldığı için ortalama sabitlenme sayıları arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA yapılmasına karar verilmiştir. Tek faktörlü ANOVA'nın bir diğer varsayımı varyansların homojen olmasıdır. Varyansların homojenliğini incelemek için Mauchly küresellik testi yapılmıştır (Tablo 4.23).

Tablo 4.23. Mauchly küresellik testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

Denek İçi (Within Subjects)	Mauchly's W	Yaklaşık Ki Kare	df	p	Epsilon		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
SD Sabitlenme Sayısı	0,753	17,554	2	0,000	0,802	0,820	0,500

Sayı doğrusu temsili üzerindeki ilgi alanlarına ait ortalama sabitlenme sayılarının Mauchly küresellik testi, puanlar arası farkların varyanslarının homojen olmadığını göstermiştir [$p < 0,05$, $\chi^2(2) = 17,554$]. Bu sebeple varyans analizi için Huynh-Feldt ($\epsilon = 0,820$) düzeltmesi kullanılmıştır ($\epsilon > 0,75$) (Tablo 4.24).

Tablo 4.24. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

Kaynak		Tip III Kareler		Kareler Ortalaması	F	p	Kısmi Eta Kare
		Toplamı	df				
SD Sabitlenme Sayısı	Huynh-Feldt	356,752	1,640	217,548	34,462	0,000	0,354
Hata (SD Sabitlenme Sayısı)	Huynh-Feldt	652,176	103,312	6,313			

Tablo 4.24'de, yapılan düzeltme sonucunda tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA'nın sonuçları, ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [$F_{(1,640-103,312)} = 34,462$, $p < 0,05$]. Sayı doğrusu ilgi alanlarının sabitlenme sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2 = 0,354$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Toplam varyansın % 35'i bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Küresellik varsayımının sağlanmadığı durumlarda epsilon düzeltmesinin yanında Wilk's Λ değeri de incelenmiştir. Wilk's Λ sonuçları da ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [Wilk's $\Lambda = 0,539$, $F_{(2,$

$_{62})=26,514$, $p<0,05$]. Sayı doğrusu ilgi alanlarının sabitlenme sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2=0,461$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Toplam varyansın % 46'sı bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Tablo 4.25. Multivariate test sonuçları (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

	Değer	F	Hipotez df	Hata df	p	Kısmi Eta Kare
Wilks' Lambda	0,539	26,514	2,000	62,000	0,000	0,461

Farkın hangi ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında olduğunu belirlemek için Bonferroni çoklu karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.26'de sunulmuştur.

Tablo 4.26. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi (sayı doğrusu ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

(I) SD İlgi Alanı	(J) SD İlgi Alanı	Ortalama Farkı (I-J)	Std. Hata	p
SD0	SDa	-3,255	0,450	0,000
	SDb	-0,984	0,285	0,003
SDa	SD0	3,255	0,450	0,000
	SDb	2,271	0,449	0,000
SDb	SD0	0,984	0,285	0,003
	SDa	-2,271	0,449	0,000

Çoklu karşılaştırma testine göre ilgi alanlarının ikili karşılaştırmalarının tamamı üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı fark bulunmaktadır (SD0 ort=6,667; ss=2,735; SDa ort=9,922, ss=5,302; SDb ort=7,651, ss=2,963) ($p<0,05$). En fazla SDa ilgi alanına sabitlenme gerçekleştirilmiştir. En az SD0 ilgi alanında sabitlenme gerçekleştirilmiştir. Üç ilgi alanına bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmaktadır.

4.2.3. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait bulgular

Sayı doğrusu temsilde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.27'de verilmiştir. Sayı doğrusu ilgi alanlarındaki sabitlenme sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde hem ortalama hem medyan değerlerinde katılımcıların SDb ilgi alanına daha uzun süre sabitlenirken SD0 ilgi alanına daha kısa süre sabitlendikleri görülmektedir. Bununla birlikte ilgi alanları üzerindeki sabitlenme süreleri arasında fazla fark bulunmamaktadır.

Tablo 4.27. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzdele		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
SD0	64	0,2560	,06354	0,2120	0,2510	0,2920
SDa	64	0,3838	,07027	0,3270	0,3705	0,4288
SDb	64	0,4660	,18900	0,3393	0,4140	0,5425

Sayı doğrusu ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.28’de sunulmuştur.

Tablo 4.28. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
SD0	64	0,593 (0,299)	0,949 (0,590)
SDa	64	0,734 (0,299)	0,221 (0,590)
SDB	64	2,331 (0,299)	8,667 (0,590)

Tablo 4.28 incelendiğinde, SD0 ve SDA ilgi alanlarındaki sabitlenme sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak SDB üzerindeki sabitlenme süresi verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Sayı doğrusu ilgi alanları üzerindeki sabitlenme süresi verilerinden en az biri (SDB) normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.29’de sunulmuştur.

Tablo 4.29. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	91,219
df	2
p	0,000

Tablo 4.29 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, sayı doğrusu temsili üzerindeki ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı farklılık olduğunu göstermektedir [$\chi^2(2, n = 64) = 91,219$, ($p < 0,05$)]. Farkın hangi ilgi alanları arasındaki sürelerden kaynaklandığını belirlemek için Wilcoxon karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.30’de sunulmuştur.

Tablo 4.30. Sayı doğrusu üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.

	SDa - SD0	SDB - SD0	SDB - SDA
Z	-6,955	-6,888	-3,394
p	0,000	0,000	0,001

Tablo 4.30’deki Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları, SD0-SDa, SD0-SDB ve SDA-SDB ikili karşılaştırmaları arasında anlamlı fark olduğunu göstermektedir ($p < 0,05$). Medyan değerleri karşılaştırıldığında SDA ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sürelerinin SD0 üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha uzun olduğunu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SDa-SD0)} = -6,955$, $p < 0,05$). SDB ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sürelerinin SD0 üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları

üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SDB-SD0)}=-6,888$, $p<0,05$). SDb ilgi alanı üzerindeki sabitlenme sürelerinin SDa üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SDB-SDa)}=-3,394$, $p<0,05$).



4.3. “Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular

Sembolik temsil verileri, katılımcılara sunulan üç sembolik temsilden elde edilen verilerin ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Bu kapsamda sembolik temsil için ortalama bakış süresi, ortalama sabitleme sayısı ve ortalama sabitleme süresi verileri hesaplanmıştır. Bu veriler hem temsil geneli için hem de her bir ilgi alanı için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu bölümde sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarına göre bu verilerin karşılaştırmaları verilmiştir. Örnek olarak SM1 temsili ve ilgi alanları Şekil 4.3’te verilmiştir. Diğer sembolik temsiller Ek 2’de verilmiştir.

$$\begin{aligned} (-SM1) &= (-2) + SM2 + (+7) \\ &= [(-2) + SM2] + (+7) \\ &= ? \quad SM1d \end{aligned}$$

Şekil 4.3. Çalışmada kullanılan SM1 sembolik temsili ve ilgi alanları.

Sembolik temsil üzerindeki göz hareketleri, temsil üzerinde oluşturulan ilgi alanları baz alınarak incelenmiştir. Bu amaçla SMA, SMB, SMC ve SMD ilgi alanları oluşturulmuştur. SMD ilgi alanı üzerinde katılımcıların % 43’ü göz hareketi sergilemediği için bu ilgi alanı analize dahil edilmemiştir.

4.3.1. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait bulgular

Sembolik temsilde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış sürelerine verilerinin betimsel istatistikleri Tablo 4.31’de verilmiştir. Sembolik temsil ilgi alanlarındaki bakış sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde hem ortalama hem medyan değerlerinin birbirine oldukça yakın olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte SMC ilgi alanındaki bakış sürelerine ait standart sapmanın daha fazla olduğu gözlenmiştir.

Tablo 4.31. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzdeler		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
SMA	64	2,9463	2,09696	1,3175	2,4150	4,3450
SMB	64	3,0870	2,17083	1,6518	2,3435	4,4648
SMC	64	3,1908	2,82118	1,0798	2,2975	5,1493

Sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle verilerin normal

dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.32’de sunulmuştur.

Tablo 4.32. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
SMa	64	0,897 (0,299)	0,332 (0,590)
SMb	64	1,111 (0,299)	0,829 (0,590)
SMc	64	1,641 (0,299)	4,028 (0,590)

Tablo 4.32 incelendiğinde, SMa ve SMb ilgi alanlarındaki bakış sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak SMc üzerindeki bakış süresi verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki bakış süresi verilerinden en az biri (SMc) normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.33’te sunulmuştur.

Tablo 4.33. Sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	4,29
df	2
p	0,117

Tablo 4.33 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarına göre ortalama bakış süreleri arasında anlamlı fark olmadığını göstermektedir [$\chi^2(2, n = 64) = 4,29$, ($p > 0,05$)]. Bu sonuca göre sembolik temsilin ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak fark bulunmamaktadır.

4.3.2. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitleme sayılarına ait bulgular

Sembolik temsilde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitleme sayılarına verilerinin betimsel istatistikleri Tablo 4.34’te verilmiştir. Tablo 4.34’de, sembolik temsil ilgi alanlarındaki sabitleme sayılarının betimsel istatistikleri incelendiğinde ortalama sabitleme sayısı en fazla SMb ilgi alanında, en az SMc ilgi alanında gözlenmiştir. Bununla birlikte sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarında sabitleme sayılarının birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Tablo 4.34. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitleme sayılarının ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	SS.
SMa	64	9,8852	5,94911
SMb	64	10,3959	6,04963
SMc	64	9,1875	5,82010

Sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.35’te sunulmuştur.

Tablo 4.35. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının normallik testleri.

İlgi Alanı N Çarpıklık (S. Hata) Basıklık (S. Hata)			
SMA	64	0,634 (0,299)	-0,376 (0,590)
SMb	64	0,886 (0,299)	0,391 (0,590)
SMc	64	0,706 (0,299)	0,196 (0,590)

Tablo 4.35 incelendiğinde, SMA, SMb ve SMc ilgi alanlarındaki sabitlenme sayılarının çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğunu görülmektedir. Veriler normal dağıldığı için ortalama sabitlenme sayıları arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA yapılmasına karar verilmiştir. Tek faktörlü ANOVA’nın bir diğer varsayımı varyansların homojen olmasıdır. Varyansların homojenliğini incelemek için Mauchly küresellik testi yapılmıştır (Tablo 4.36).

Tablo 4.36. Mauchly küresellik testi (sembolik temsil ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

Denek İçi (Within Subjects)	Mauchly’s W	Yaklaşık Ki Kare	df	p	Epsilon		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
SM Sabitlenme Sayı	0,766	16,543	2	0,000	0,810	0,8295	0,500

Sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarına ait ortalama sabitlenme sayılarının Mauchly küresellik testi, puanlar arası farkların varyanslarının homojen olmadığını göstermiştir [$p < 0,05$, $\chi^2(2) = 16,543$]. Bu sebeple varyans analizi için Huynh-Feldt ($\epsilon = 0,8295$) düzeltmesi kullanılmıştır ($\epsilon > 0,75$) (Tablo 4.37).

Tablo 4.37. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (sembolik temsil ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

Kaynak		Tip III Kareler Toplamı	df	Kareler Ortalaması	F	p	Kısmi Eta Kare
SM Sabitlenme Sayı	Huynh- Feldt	47,140	1,657	28,447	948	0,376	0,015
Hata (SM Sabitlenme Sayı)	Huynh- Feldt	3131,545	104,397	29,997			

Tablo 4.37’de, tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA’nın sonuçları, ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır [$F_{(1,657-104,397)}=948$, $p>0,05$]. Wilk’s Λ sonuçları da temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır [Wilk’s $\Lambda= 0,95$, $F_{(2, 62)}=1,633$, $p>0,05$] (Tablo 4.38).

Tablo 4.38. Multivariate test sonuçları (sembolik temsil ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme sayıları).

	Değer	F	Hipotez	df	Hata	df	p	Kısmi Eta	Kare
Wilks' lambda	0,95	1,633	2	62,000	0,204			0,05	

Bu sonuç sembolik temsilin ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında istatistiksel olarak fark olmadığını göstermektedir.

4.3.3. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait bulgular

Sembolik temsilde bulunan ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine verilerinin betimsel istatistikleri Tablo 4.39’da verilmiştir. Tablo 4.39’da, sembolik temsil ilgi alanlarındaki sabitlenme sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde ortalama sabitlenme süresi en uzun SMc ilgi alanında, en kısa SMa ilgi alanında gözlenmiştir. Ancak sabitlenme sürelerine ait medyan değerleri karşılaştırıldığında sabitlenme süresi en uzun SMb ilgi alanında, en kısa SMa ilgi alanında gözlenmiştir. Bununla birlikte sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarında sabitlenme sürelerinin birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Tablo 4.39. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri ilgi alanlarına göre betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzdeleler		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
SMa	64	0,2654	0,11315	0,1988	0,2350	0,3075
SMb	64	0,2745	0,08985	0,2125	0,2800	0,3275
SMc	64	0,3006	0,12352	0,2125	0,2700	0,3700

Sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.40’te sunulmuştur.

Tablo 4.40. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
SMa	64	1,267 (0,299)	2,608 (0,590)
SMb	64	0,888 (0,299)	3,449 (0,590)
SMc	64	0,807 (0,299)	0,498 (0,590)

Tablo 4.40 incelendiğinde, SMc ilgi alanındaki sabitlenme sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak SMa ve SMb üzerindeki sabitlenme süresi verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Sembolik temsil ilgi alanları üzerindeki sabitlenme süresi verilerinden en az biri (SMa ve SMb) normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.41’de sunulmuştur.

Tablo 4.41. Sembolik temsil üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin ilgi alanlarına göre Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	0,976
df	2
p	0,614

Tablo 4.41 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarına göre ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı fark olmadığını göstermektedir [$\chi^2(2, n = 64) = 0,976$, $(p > 0,05)$]. Bu sonuca göre sembolik temsilin ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında istatistiksel olarak fark bulunmamaktadır.

4.4. “Katılımcıların Göz Hareketi Ölçümleri Temsil Türüne Göre Farklılaşmakta Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular

Katılımcıların temsil türleri üzerindeki göz hareketlerinin nasıl farklılaştığını belirlemek için sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsil üzerindeki göz hareketi verileri birbiri ile karşılaştırılmıştır. Temsiller arası karşılaştırmalarda ortalama bakış süreleri, ortalama sabitlenme sayıları ve ortalama sabitlenme süreleri analiz edilmiştir. Bu veriler arasında fark olup olmadığını incelemek için normal dağılım gösteren verilerde tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA analizi yapılmıştır. Normal dağılım göstermeyen verilerde tek faktörlü ANOVA analizinin nonparametrik karşılığı olan Friedman testi kullanılmıştır.

4.4.1. Temsiller üzerinde gerçekleştirilen ortalama bakış süresine ait bulgular

Temsiller üzerindeki ortalama bakış sürelerine ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.42’de verilmiştir.

Tablo 4.42. Temsil bazında ortalama bakış sürelerinin betimsel istatistikleri.

	N	Ortalama	SS.
Bakış Süresi SP	64	11,0287	5,37409
Bakış Süresi SD	64	11,1737	4,57991
Bakış Süresi SM	64	11,5871	5,61157
Bakış Süresi SZ	64	15,5191	5,16421

Temsil türleri üzerindeki bakış sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde bakış süresi en uzun sözel temsil üzerinde gerçekleşmiştir. Sayma pulu, sayı doğrusu ve sembolik temsil üzerindeki bakış süreleri ise birbirine oldukça yakın gerçekleşmiştir.

Temsil türleri üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.43’te sunulmuştur.

Tablo 4.43. Temsil bazında ortalama bakış sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
Bakış Süresi SP	64	1,427 (0,299)	1,084(0,590)
Bakış Süresi SD	64	1,030 (0,299)	0,564 (0,590)
Bakış Süresi SM	64	1,346 (0,299)	1,161 (0,590)
Bakış Süresi SZ	64	0,229 (0,299)	-0,911 (0,590)

Tablo 4.43 incelendiğinde, temsil türleri üzerindeki bakış sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Veriler normal dağıldığı için bakış süreleri arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA yapılmasına karar verilmiştir. Tek faktörlü ANOVA’nın bir diğer varsayımı

varyansların homojen olmasıdır. Varyansların homojenliğini incelemek için Mauchly küresellik testi yapılmıştır (Tablo 4.44).

Tablo 4.44. Mauchly küresellik testi (ortalama bakış süreleri).

Denek İçi (Within Subjects)	Mauchly's W	Yaklaşık Ki Kare	df	p	Epsilon		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
Temsiller Bakış Süresi	0,920	5,133	5	,400	0,951	1,000	0,333

Temsiller üzerindeki ortalama bakış sürelerinin Mauchly küresellik testi, puanlar arası farkların varyanslarının homojen olduğunu göstermiştir [$p>0,05$, $\chi^2(5)= 5,133$]. Varyanslar homojen olduğu için ortalama bakış süreleri arasında fark olup olmadığını belirlemek için tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçlarına bakılmıştır (Tablo 4.45).

Tablo 4.45. Tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA test sonuçları (ortalama bakış süreleri).

		Tip III Kareler Toplamı	df	Kareler Ortalaması	F	p	Kısmi Eta Kare
Temsiller Bakış Süresi	Sphericity Assumed	880,155	3	293,385	25,444	0,000	0,288
Hata (Temsiller Bakış Süresi)	Sphericity Assumed	2179,288	189	11,531			

Yapılan tekrarlı ölçümler için tek faktörlü ANOVA sonuçları, temsiller üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir [$F_{(3, 189)}= 25,444$, $p<0,05$]. Temsil türünün bakış süresini nasıl etkilediğini belirlemek için kısmi etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve kısmi etki büyüklüğü $\eta_p^2=0,288$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan η_p^2 değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Toplam varyansın % 28'i bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Farkın hangi temsiller üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında olduğunu belirlemek için Bonferroni çoklu karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.47'de sunulmuştur.

Tablo 4.46. Bonferroni çoklu karşılaştırma testi sonuçları (ortalama bakış süresi).

(I) Temsil	(J) Temsil	Ortalama Farkı (I-J)	Std. Hata	p
SP	SD	-0,145	0,598	1,000
	SM	-0,558	0,549	1,000
	SZ	-4,490	0,657	0,000
SD	SP	0,145	0,598	1,000
	SM	-0,413	0,626	1,000
	SZ	-4,345	0,573	0,000
SM	SP	0,558	0,549	1,000
	SD	0,413	0,626	1,000
	SZ	-3,932	0,593	0,000
SZ	SP	4,490	0,657	0,000
	SD	4,345	0,573	0,000
	SM	3,932	0,593	0,000

Çoklu karşılaştırma testine göre sözel temsil ($ort=15,519$; $ss=5,164$) ile diğer temsillerin ortalama bakış süreleri arasında sözel temsil lehine anlamlı fark bulunmaktadır ($p<0,05$). Sayma pulu ($ort=11,029$; $ss=5,374$), sayı doğrusu ($ort=11,174$; $ss=4,580$) ve sembolik temsillerin ($ort=11,587$; $ss=5,612$) üzerindeki ortalama bakış sürelerinin ikili karşılaştırmaları arasında anlamlı fark bulunmamaktadır ($p>0,05$). Bu sonuç katılımcıların sözel temsillere diğer temsillere kıyasla daha uzun süre baktığını göstermektedir.

4.4.2. Temsiller üzerinde gerçekleştirilen ortalama sabitleme sayısına ait bulgular

Temsiller üzerindeki ortalama sabitleme sayılarına ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.48’de verilmiştir.

Tablo 4.47. Temsil bazında ortalama sabitleme sayılarının betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzdeler		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
SP	64	22,41669	9,546484	16,00000	19,33350	25,25025
SD	64	25,39064	10,246429	17,66700	22,50000	32,83325
SM	64	25,65623	10,751817	17,33300	22,16650	32,91675
SZ	64	44,31769	14,165260	33,66675	42,83300	54,50025

Temsil türleri üzerindeki sabitleme sayılarının betimsel istatistikleri incelendiğinde en fazla sabitleme sözel temsil üzerinde, en az sabitleme sayma pulu temsili üzerinde gerçekleşmiştir. Bununla birlikte sayı doğrusu ve sembolik temsil üzerindeki sabitleme sayıları birbirine oldukça yakın gerçekleşmiştir.

Temsil türleri üzerindeki sabitleme sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.49’de sunulmuştur.

Tablo 4.48. Temsil bazında ortalama sabitleme sayılarının normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
SP	64	1,579 (0,299)	2,429 (0,590)
SD	64	1,251 (0,299)	1,313 (0,590)
SM	64	1,001 (0,299)	0,135 (0,590)
SZ	64	0,073 (0,299)	-0,599 (0,590)

Tablo 4.49 incelendiğinde, sayı doğrusu, sembolik temsil ve sözel temsil üzerindeki sabitleme sayılarının çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak sayı doğrusu üzerindeki sabitleme sayısı verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Temsil türleri üzerindeki sabitleme sayısı verilerinden en az biri (sayma pulu)

normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.50’de sunulmuştur.

Tablo 4.49. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	100,413
df	3
p	0,000

Tablo 4.50 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı farklılık olduğunu göstermektedir [$\chi^2(3, n = 64) = 100,413$, ($p < 0,05$)]. Farkın hangi temsiller arasındaki sabitlenme sayıları arasında olduğunu belirlemek için Wilcoxon karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.51’de sunulmuştur.

Tablo 4.50. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayılarının Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.

	SD - SP	SM - SP	SZ - SP	SM - SD	SZ - SD	SZ - SM
Z	-2,598	-2,729	-6,902	-0,524	-6,868	-6,838
p	0,009	0,006	0,000	0,600	0,000	0,000

Tablo 4.51’deki Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları, SM - SD dışındaki tüm ikili karşılaştırmalar arasında anlamlı fark olduğunu göstermektedir ($p < 0,05$). Medyan değerleri karşılaştırıldığında sayı doğrusu temsili üzerindeki sabitlenme sayılarının sayma pulu üzerindeki sabitlenme sayılarından daha fazla olduğu görülmektedir. Sabitlenme sayıları z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SD-SP)} = -2,598$, $p < 0,05$). Sembolik temsil üzerindeki sabitlenme sayılarının sayma pulu üzerindeki sabitlenme sayılarından daha fazla olduğu görülmektedir. Sabitlenme sayıları z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SM-SP)} = -2,729$, $p < 0,05$). Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sayılarının sayma pulu üzerindeki sabitlenme sayılarından daha fazla olduğu görülmektedir. Sabitlenme sayıları z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SZ-SP)} = -6,902$, $p < 0,05$). Sembolik temsil üzerindeki sabitlenme sayılarının sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sayılarından daha fazla olduğu görülmektedir. Ancak sabitlenme sayıları z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı belirlenmiştir ($Z_{(SM-SD)} = -0,524$, $p > 0,05$). Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sayılarının sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sayılarından daha fazla olduğu görülmektedir. Sabitlenme sayıları z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SZ-SD)} = -6,868$, $p < 0,05$). Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sayılarının sembolik temsil üzerindeki sabitlenme sayılarından daha fazla olduğu görülmektedir.

Sabitlenme sayıları z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SZ-SM)}=-6,838$, $p<0,05$).

4.4.3. Temsiller üzerinde gerçekleştirilen ortalama sabitlenme süresine ait bulgular

Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerine ait verilerin betimsel istatistikleri Tablo 4.52’de verilmiştir. Temsil türleri üzerindeki sabitlenme sürelerinin betimsel istatistikleri incelendiğinde en uzun sabitlenme süresi sayma pulu temsili üzerinde, en kısa sabitlenme süresi sözel temsil üzerinde gerçekleşmiştir. Bununla birlikte sayı doğrusu ve sembolik temsil üzerindeki sabitlenme süreleri birbirine oldukça yakın gerçekleşmiştir.

Tablo 4.51. Temsil bazında ortalama sabitlenme sürelerinin betimsel istatistikleri.

İlgi Alanı	N	Ortalama	S.S.	Yüzdeleler		
				% 25	% 50 (Medyan)	% 75
SP	64	0,49281	0,095344	0,41825	0,48150	0,55350
SD	64	0,45038	0,083272	0,39700	0,43750	0,49475
SM	64	0,45420	0,083675	0,39150	0,44500	0,48750
SZ	64	0,35198	0,039641	0,32625	0,34450	0,37950

Temsil türleri üzerindeki sabitlenme süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığını incelemek amacıyla öncelikle olarak verilerin normal dağılıp dağılmadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir. İlgili normallik dağılımı değerleri Tablo 4.53’te sunulmuştur.

Tablo 4.52. Temsil bazında ortalama sabitlenme sürelerinin normallik testleri.

İlgi Alanı	N	Çarpıklık (S. Hata)	Basıklık (S. Hata)
SP	64	0,548 (0,299)	-0,198 (0,590)
SD	64	1,516 (0,299)	4,161 (0,590)
SM	64	1,720 (0,299)	5,602 (0,590)
SZ	64	0,600 (0,299)	0,212 (0,590)

Tablo 4.53 incelendiğinde, sayma pulu ve sözel temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinin çarpıklık ve basıklık değerlerine göre normal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Ancak sayı doğrusu ve sembolik temsil üzerindeki sabitlenme süresi verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Temsil türleri üzerindeki sabitlenme süresi verilerinden en az biri (sayı doğrusu temsili ve sembolik temsil) normal dağılım göstermediği için ortalamalar arasında fark olup olmadığını belirlemek amacıyla Friedman testi yapılmıştır ve sonuçları Tablo 4.54’te sunulmuştur.

Tablo 4.53. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin Friedman testi sonuçları.

N	64
Ki-Kare	124,735
df	3
p	0,000

Tablo 4.54 incelendiğinde, Friedman testi sonuçları, temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı farklılık olduğunu göstermektedir [$\chi^2(3, n = 64) = 124,735$, ($p < 0,05$)]. Farkın hangi temsiller arasındaki sabitlenme süreleri arasında olduğunu belirlemek için Wilcoxon karşılaştırma testi kullanılmıştır ve sonuçlar Tablo 4.55’te sunulmuştur.

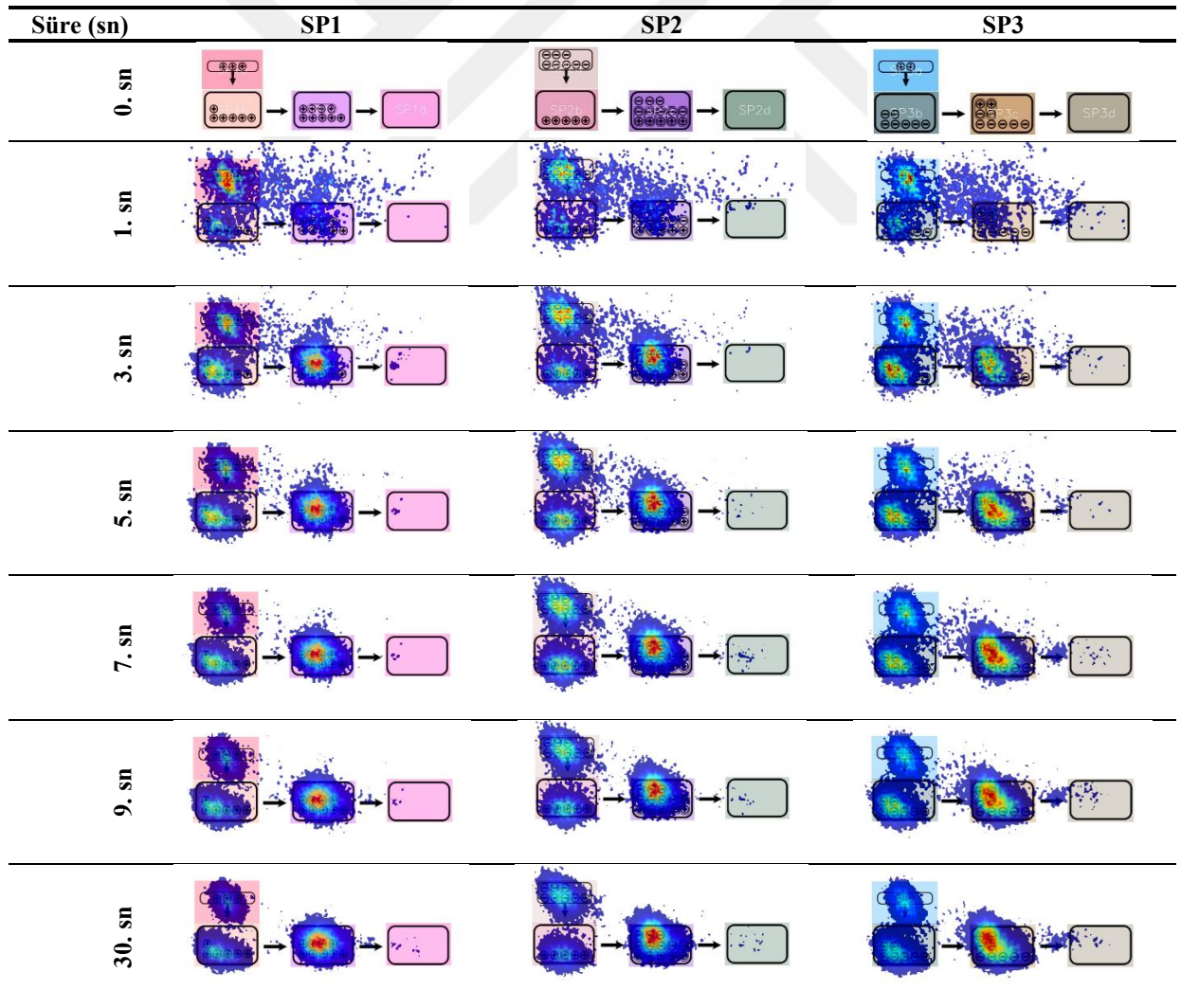
Tablo 4.54. Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sürelerinin Wilcoxon karşılaştırma testi sonuçları.

	SD - SP	SM - SP	SZ - SP	SM - SD	SZ - SD	SZ - SM
Z	-3,842	-4,548	-6,955	-0,383	-6,867	-6,942
p	0,000	0,000	0,000	0,701	0,000	0,000

Tablo 4.55’teki Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları, SM - SD dışındaki tüm ikili karşılaştırmalar arasında anlamlı fark olduğunu göstermektedir ($p < 0,05$). Medyan değerleri karşılaştırıldığında sayı doğrusu temsili üzerindeki sabitlenme sürelerinin sayma pulu üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha az olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SD-SP)} = -3,842$, $p < 0,05$). Sembolik temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinin sayma pulu üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha az olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SM-SP)} = -4,548$, $p < 0,05$). Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinin sayma pulu üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha az olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SZ-SP)} = -6,955$, $p < 0,05$). Sembolik temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinin sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha fazla olduğu görülmektedir. Ancak sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı belirlenmiştir ($Z_{(SM-SD)} = -0,383$, $p > 0,05$). Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinin sayı doğrusu üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha az olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SZ-SD)} = -6,867$, $p < 0,05$). Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinin sembolik temsil üzerindeki sabitlenme sürelerinden daha az olduğu görülmektedir. Sabitlenme süreleri z puanları üzerinden karşılaştırıldıklarında farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($Z_{(SZ-SM)} = -6,942$, $p < 0,05$).

4.5. “Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular

Göz izleme uygulamalarında temsillerin bulunduğu 12 sunumun her biri için katılımcılara en fazla 30 sn süre verilmiştir. Bununla birlikte sunumlar, katılımcı bir soruyu cevaplandığında 30 saniye dolmadan bir sonrakine geçiş yapabilecek şekilde tasarlanmıştır. Tüm katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi Şekil 4.4’te ısı haritası olarak sunulmuştur. Katılımcıların temsil ile ilk karşılaştıklarındaki bakışları hakkında bilgi edinmek için 1. saniye sonundaki katılımcı bakışları incelenmiştir. Katılımcıların temsil üzerindeki bakışları hakkında genel bir bilgi edinmek için 30. saniye sonundaki katılımcı bakışları incelenmiştir. Bununla birlikte zaman göre değişimin nasıl gerçekleştiğini incelemek için 2 sn aralıklarla katılımcı bakışlarına ait ısı haritaları Şekil 4.4’te verilmiştir. Katılımcı göz hareketlerinin ısı haritaları 9. saniyeden sonra fazla değişmemesi sebebiyle sonraki ısı haritaları verilmemiştir.



Şekil 4.4. Sayma pulları üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi.

Şekil 4.4’de sayma pulu temsilleri incelendiğinde, 1. saniye sonunda göz hareketlerinin SPa, SPb ve SPc ilgi alanları üzerinde yoğunlaşmaya başlamasına rağmen genel bir dağınıklık gözlenmektedir. Üç sayma pulu temsiliinde de SPa üzerindeki göz hareketi yoğunluğu diğerlerinden daha fazladır. SPd üzerinde neredeyse hiç sabitlenme olmadığı gözlenmektedir.

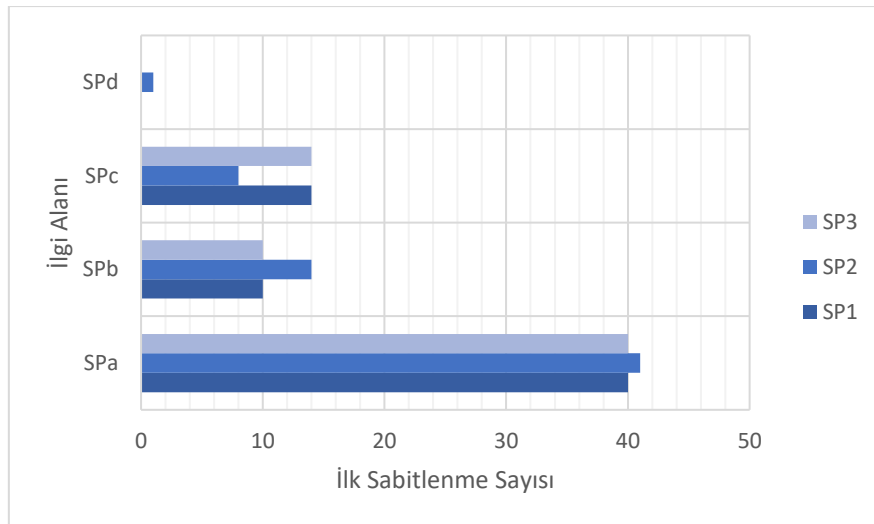
Göz hareketlerindeki dağınıklık 3. saniye sonunda azalarak ilgi alanları üzerinde toplanmaya başlamıştır. Ancak SP3’teki dağınıklık SP1 ve SP2’ye göre daha fazladır. SP1 ve SP2’de yoğunluk en fazla SPc ilgi alanı üzerinde iken SP3’te üç ilgi alanı (SPa, SPb ve SPc) üzerinde birbirine yakın bir yoğunluk görülmektedir.

Görsellerde 5. 7. 9. ve 30. saniyedeki göz hareketi yoğunluklarının birbirine oldukça benzediği ve fazla değişmediği gözlenmiştir. En fazla yoğunluk üç sayma pulu temsiliinde de SPc ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir.

Temsiller birbiri ile karşılaştırıldığında SP3 temsiliinde ilgi alanları dışındaki sabitlenme diğerlerinden daha fazladır. Özellikle, SPc ve SPd arasındaki ok üzerinde sabitlenmeler gerçekleşmiştir.

4.5.1. Sayma pulu temsili üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları

Sayma pulu temsili üzerinde, katılımcıların ilk dikkatini çeken bölgeleri belirlemek için temsil üzerinde gerçekleştirdikleri ilk sabitlenmeler incelenmiştir. İlk sabitlenmeler için sayma pulu temsili üzerinde belirlenen ilgi alanları baz alınmıştır (Şekil 4.5).

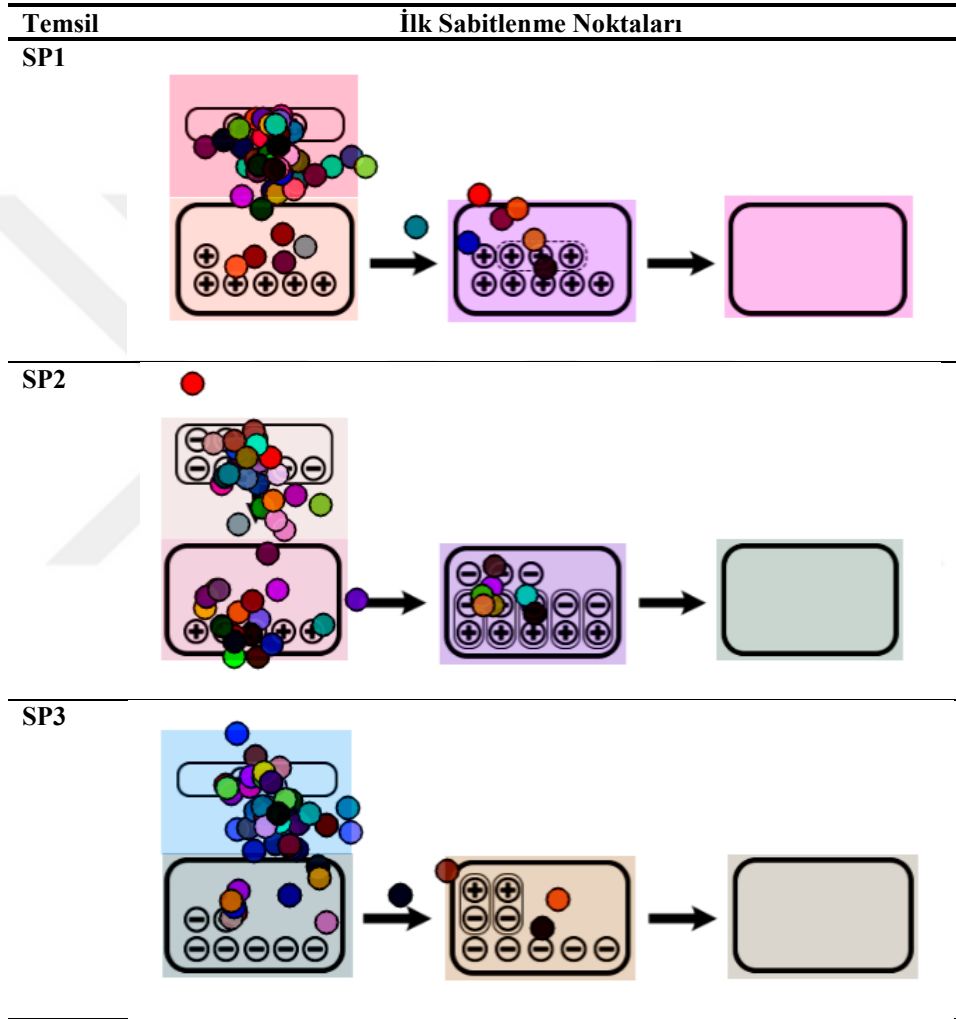


Şekil 4.5. Sayma pulu temsili üzerindeki ilk sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.

Sunulan üç sayma pulu temsili üzerindeki ilk sabitlenmeler incelendiğinde, en fazla ilk sabitlenme 121 (% 63,02) sabitlenme ile SPa ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi

alanlarından SPb'ye 34 (% 17,71), SPc'ye 36 (% 18,75) ve SPD'ye bir (% 0,52) ilk sabitlenme gerçekleştirilmiştir.

Tüm katılımcıların sayma pulu temsilleri üzerindeki ilk sabitlenme görselleri Şekil 4.6'de sunulmuştur. Katılımcıların temsil üzerindeki sabitlenme zamanları farklılık gösterdiği için ilk sabitlenmeleri temsilen 500. milisaniyedeki göz hareketleri baz alınmıştır. Görsellerde görüldüğü gibi en fazla ilk sabitlenme SPa ilgi alanında gerçekleşmiştir. SPb ve SPc'de birbirine yakın sayıda ve SPa'ya göre daha az ilk sabitlenme gerçekleşmiştir.



Şekil 4.6. Katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.

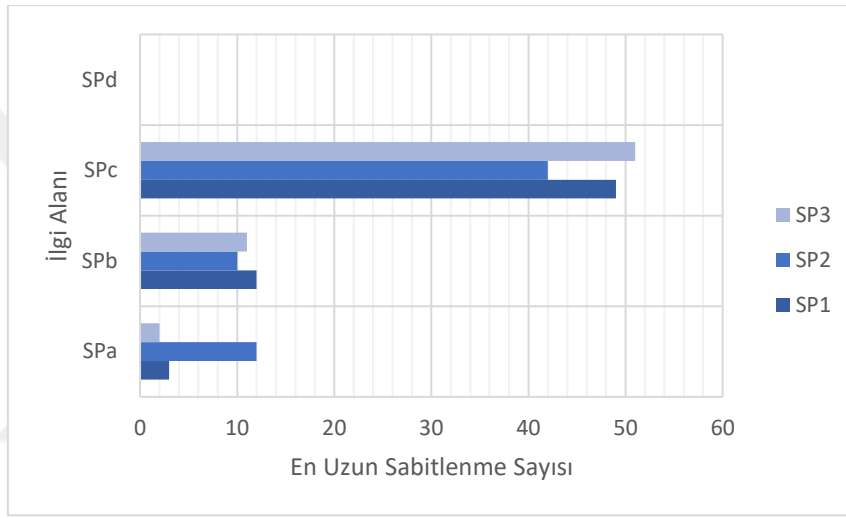
Katılımcıların ilk sabitlenmelerdeki tutarlılıklarını incelemek için üç sayma pulu temsili üzerindeki ilk sabitlenmeler karşılaştırılmıştır. Üç sayma pulu temsili de ilk sabitlenmelerin hepsi SPa ilgi alanında olan 20 (% 31,25) katılımcı gözlenmiştir. Katılımcılardan 44'ü (% 68,75) ilk sabitlenmelerinden en az ikisini SPa ilgi alanına gerçekleştirmiştir.

İlk sabitlenmesinin tamamı SPc'de olan bir (% 1,56) katılımcı (K65) bulunmaktadır. Ancak ilk sabitlenmesinin hepsi SPb'de olan katılımcı bulunmamaktadır. Üç sayma pulu

temsiline en az ikisinde ilk sabitlenmesi SPb’de olan dört (% 6,25), SPc’de olan yedi (% 10,94) katılımcı bulunmaktadır. Katılımcıların altısı (% 9,38) ise üç sayma pulu temsiline de ilk sabitlenmelerini farklı ilgi alanlarına gerçekleştirmişlerdir.

4.5.2. Sayma pulu temsili üzerinde en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanı bulguları

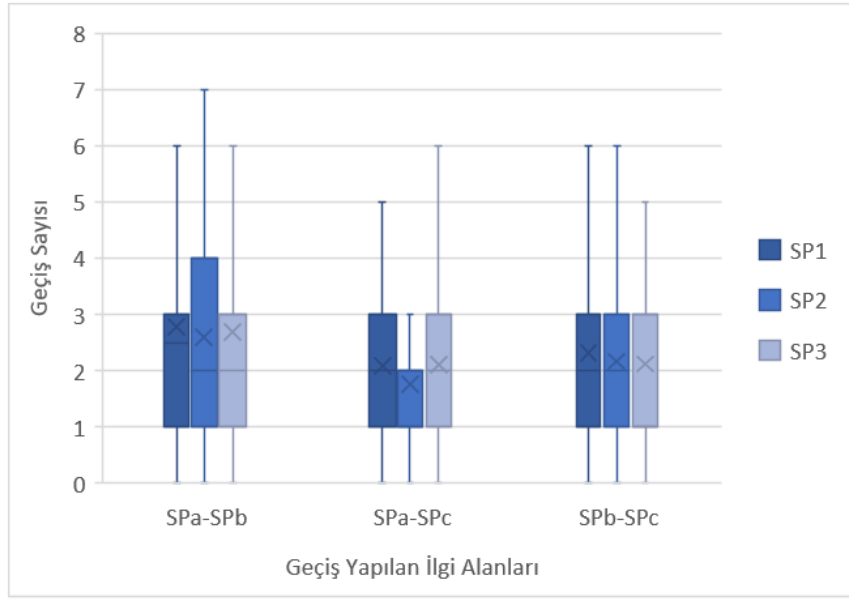
Sayma pulu temsili üzerinde katılımcıların nerelere odaklandıklarını belirlemek için temsil üzerinde gerçekleştirilen en uzun süreli sabitlenmenin hangi bölge üzerinde olduğu incelenmiştir. Bölgeler için sayma pulu temsili üzerinde belirlenen ilgi alanları baz alınmıştır (Şekil 4.7).



Şekil 4.7. Sayma pulu temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.

Şekil 4.7’de, üç sayma pulu temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenme sayısı 142 (73,96) sabitlenme ile SPc ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi alanlarından SPa’ya 17 (%8,85) ve SPb’ye 33 (%17,19) en uzun sabitlenme gerçekleşmiştir.

Sayma pulu temsili üzerinde en uzun süreli sabitlenmelerin gerçekleştiği bölgeler Şekil 4.8’de verilmiştir. Üç sayma pulu üzerinde de en uzun sabitlenmeler SPc ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. SPa ve SPb üzerinde az da olsa uzun süreli sabitlenmeler mevcuttur. Üç sayma pulu temsiline de SPd üzerinde uzun süreli sabitlenme gerçekleşmemiştir.



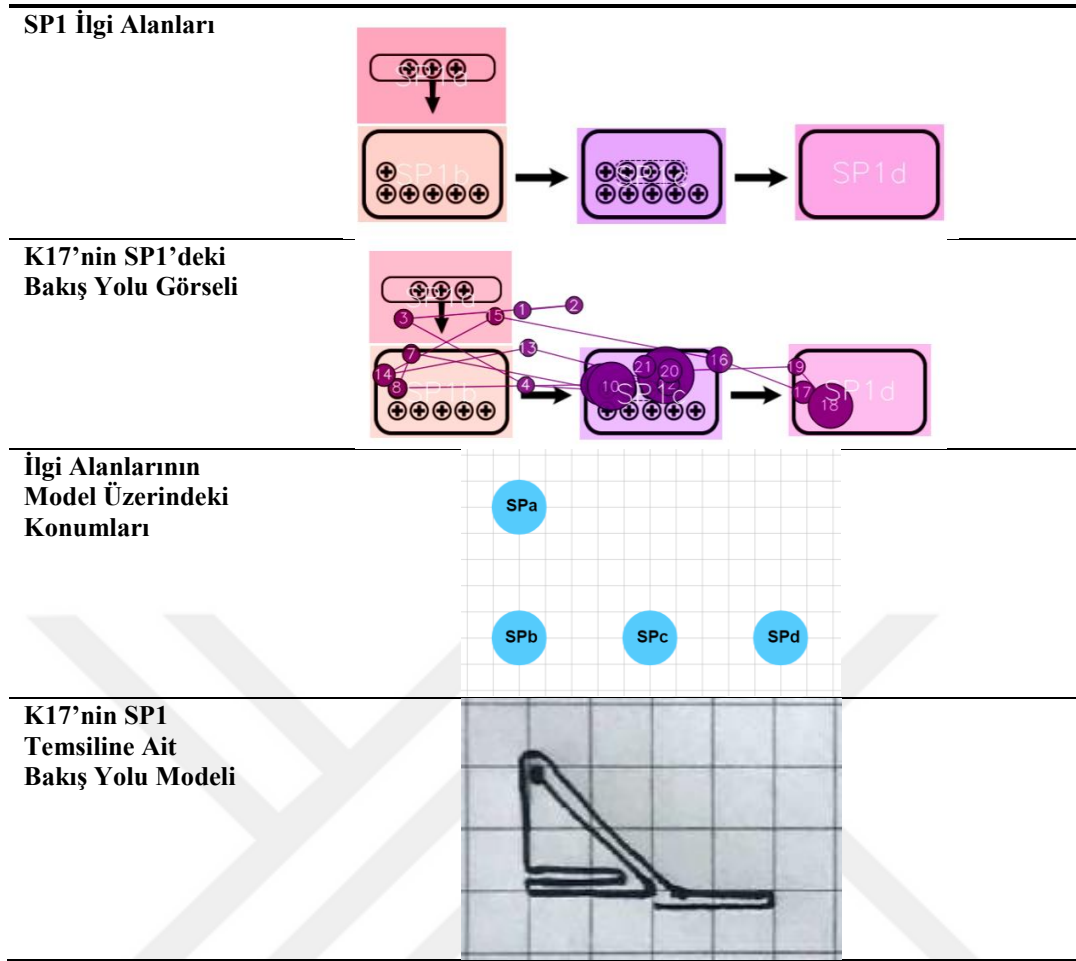
Şekil 4.9. Sayma pulu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş sayılarının grafiği.

En fazla geçiş SPa-SPb arasında (ort. 8,063) gerçekleşmiştir. En az geçiş SPa-SPc arasında (ort. 5,969) gerçekleşmesine rağmen SPa-SPc arasındaki geçiş sayısı SPb-SPc arasındaki (ort. 6,625) geçiş sayısına oldukça yakındır.

4.5.4. Sayma pulu temsili modellerinin bakış yollarına ait bulgular

Bu bölümde katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki göz hareketlerine ait bakış yolları kullanılarak elde edilen modeller, temalara göre incelenmiştir. Modeller, katılımcının temsil üzerinde bulunan ilgi alanları arasındaki göz hareketleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Sayma pulu temsili ilgi alanlarının konumları üç sayma pulu temsili de aynıdır. Üç sayma pulu temsili de eklenen sayıyı temsil eden kutu SPa, toplanan sayılardan birinci sayıyı temsil eden kutu SPb, sayma pullarının birleştirildiği kutu SPc ilgi alanı olarak belirlenmiştir. Sonucu gösteren ama içi boş olan kutu ise SPd ilgi alanı olarak etiketlenmiştir. Üç sayma pulu temsili üzerindeki ilgi alanları Ek 2’de verilmiştir.

Modellerin hangi katılımcıya ve katılımcının hangi sayma pulu temsili üzerindeki bakışlarına ait olduğunu belirlemek için modeller kodlanmıştır. Örneğin katılımcı 17’nin 1 numaralı sayma pulu temsili üzerindeki göz hareketine ait modeli “K17SP1” olarak kodlanmıştır (Şekil 4.10).



Şekil 4.10. Sayma pulu temsili için Katılımcı 17'nin 1 numaralı sayma pulundaki göz hareketi modeli örneği (K17SP1).

İçerik analizi sonucunda ilişkilendirme, desen ve gezinme olmak üzere üç tema ve bunlara ait 14 alt tema elde edilmiştir. Bu temaların ve alt temaların nasıl elde edildiği Tablo 3.7'de açıklanmıştır. İlişkilendirme teması altında geriye dönük bakış, döngüsel bakış, taramalı bakış ve çapalı bakış alt temaları bulunmaktadır. Geriye dönük bakış, katılımcının temsil üzerinde herhangi iki ilgi alanını anlık birbiri ile ilişkilendirdiğini göstermektedir. Döngüsel bakış, katılımcının temsil üzerinde herhangi farklı üç ilgi alanını sıralı olarak birbiri ile ilişkilendirdiğini göstermektedir. Taramalı bakış, katılımcının temsil üzerinde herhangi iki ilgi alanını birçok kez birbiri ile ilişkilendirdiğini işaret etmektedir. Taramalı bakış, iki ilgi alanı arasında derinlemesine bir ilişkilendirme oluşturulduğunu gösterirken geriye dönük bakış, anlık ilişkilendirmeleri göstermektedir. Çapalı bakış ise bir ilgi alanının ön plana çıkarak o ilgi alanının diğer ilgi alanları ile ikili ilişkilendirmelerini göstermektedir. Döngüsel bakış temsil üzerinde daha kapsayıcı bir bakış sergilendiğini gösterirken, geriye dönük bakış, taramalı bakış ve çapalı bakış daha sınırlı bir bakışı göstermektedir. Katılımcı bakışlarına ait modeller, ilişkilendirme alt temalarından sadece biri içerisinde sınıflandırılabileceği gibi birden çok

ilişkilendirme alt teması altında da bulunabilir. Çünkü temsil üzerindeki bakışlar zaman içerisinde farklılaşarak çeşitlilik gösterebilmektedir.

Desen teması, bütünlük durumu ve tekrar durumu alt temalarında oluşmaktadır. Bütünlük, katılımcıların temsil üzerindeki bakışlarına ait desenlerin nasıl bir yapı olduklarını göstermektedir. Eğer katılımcı, temsilin genelini anlamlı bir farklılaşma olmaksızın birlikte ve düzenli şekilde incelemişse tekli bütüncül desen, çeşitli ilgi alanları arasında daha fazla göz hareketi sergileyerek birden çok odağın olduğu desenler ise çoklu bütüncül desen olarak değerlendirilmiştir. Tekli bütüncül desen, katılımcının temsili parçalamadan bir bütün halinde incelediğini göstermektedir. Çoklu bütüncül desen ise katılımcının temsili parçalar halinde incelediğini göstermektedir. Bir bütünlüğün gözlenmediği desenler ise bütünlük oluşturmayan desen olarak değerlendirilmiştir. Bu desenin gözlemediği modellerde, anlamlı bir bütünlük oluşturmayan düzensiz bakışlarla katılımcıların desenleri incelediği söylenebilir.

Tekrar durumu alt teması, katılımcıların temsil üzerindeki incelemelerinin benzer göz hareketlerinden oluşup oluşmadığını göstermektedir. Eğer katılımcı temsil üzerinde benzer bakışlar sergilemişse tekrarlı, benzer bakış sergilememişse tekrarsız desen olarak değerlendirilmiştir. Tekrarlı desenler, katılımcıların temsili anlamlandırmak için aynı bakışları sergilemediklerini göstermektedir. Tekrarsız desenler ise katılımcıların temsilleri özgün bir bakışla incelediklerini ve anlamlandırmak için aynı bakışları sergilemediklerini göstermektedir. Bununla birlikte tekrarsız desenler, katılımcıların temsillere daha hakim olduğunu ve doğrudan işlem sonucuna ulaşma hedefinde olduklarını gösterebilmektedir. Ayrıca tekrarlı desenlerde tüm ilgi alanlarına sabitlenme gerçekleşmişse tekrarlı tam, gerçekleşmemişse tekrarlı kısmı desen; tekrarsız desenlerde tüm ilgi alanlarına sabitlenme gerçekleşmişse tekrarsız tam, gerçekleşmemişse tekrarsız kısmı desen olarak değerlendirilmiştir.

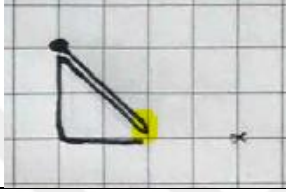
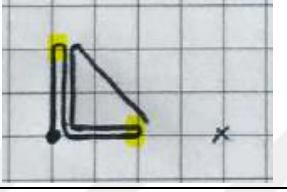
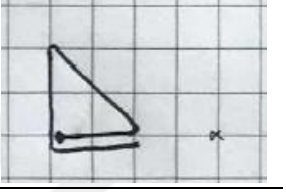
Gezinme teması, katılımcıların ilgi alanları arasında ne kadar geçiş yaptıklarına göstermektedir. Bunun için temsil modellerindeki sabitlenme sayıları dikkate alınmıştır. Gezinme temasına göre katılımcıların ilgi alanları arasında ne uzunlukta bakış sergilediklerini göstermektedir. Kısa gezinme, katılımcıların ilgi alanları arasında fazla geçiş yapmadan sonuca ulaştıklarını gösterirken uzun gezinme sonuca ulaşmak için ortalamanın üzerinde ilgi alanları arasında geçiş yapıldığını göstermektedir.

Sayma pulu modelleri temalara göre incelenirken uygun olan iki model ve uygun olmayan bir model örneği verilmiştir. Uygun olan modeller, ilgili tema ve alt temanın özelliğini taşıyan örneklerdir. Uygun olmayan modeller, ilgili tema ve alt temanın özelliğini taşımayan

örneklerdir. Uygun olmayan modeller ilgili tema ve alt temanın daha iyi anlaşılmasına yardımcı olması amacıyla verilmiştir.

Sayma pulu temsili modellerinin ilişkilendirme temasına göre incelenmesine ait bulgular

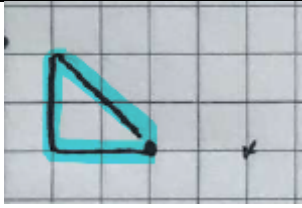
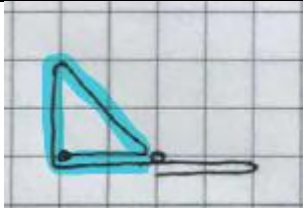
Sayma pulunda ikili ilişkilendirmeler diğer ilgi alanı ikililerine kıyasla en fazla SPa-SPb arasında gerçekleşmektedir (Şekil 4.11). Buna paralel olarak geriye dönük bakışlar bu iki ilgi alanı arasında daha fazla gözlenmiştir. Ayrıca sayma pulu temsili ile farklı tam sayıların toplanmasını temsil eden üç işlemde de geriye dönük bakış sayılarının birbirine yakın olduğu belirlenmiştir.

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K44SP3	K82SP2	K25SP1

Şekil 4.11. Sayma pulu temsiline ait geriye dönük bakış örnekleri.

Şekil 4.11’de, K44SP3’te SPa ilgi alanı ile SPc ilgi alanı arasında (sırasıyla SPa-SPc-SPa) geriye dönük bakış gözlenmektedir. Benzer şekilde K82SP2’de SPb ile SPa arasında (sırasıyla SPb-SPa-SPb) ve SPb ile SPc arasında (sırasıyla SPb-SPc-SPb) geriye dönük bakış gözlenmektedir. Geriye dönük bakışın gözlenmedi bir örnek olarak Şekil 4.11’deki K25’in SP1 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir.

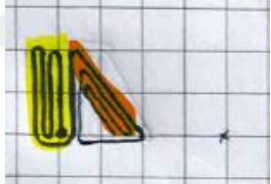
Döngüsel bakış kapsamında incelendiğinde, katılımcıların temsiller üzerindeki döngüsel bakışlarının temsil türüne göre değiştiği, bazı temsillerde ise kullanılan sayılara göre (özellikle sayı doğrusu temsilinde) değiştiği gözlenmiştir. Sayma pulu temsilinde katılımcıların genellikle döngüsel bakış sergilediği ve işlemlerde kullanılan sayıların döngüsel bakışı etkilemediği gözlenmiştir. Döngüsel bakışta en sık kullanılan ilgi alanları ise SPa-SPb-SPc ilgi alanlarıdır (Şekil 4.12). SPd ilgi alanına diğer ilgi alanlarına kıyasla döngüsel bakışlarda daha az ziyaret gerçekleşmiştir.

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K76SP1	K37SP2	K30SP1

Şekil 4.12. Sayma pulu temsiline ait döngüsel bakış örnekleri

Şekil 4.12’de, K76SP1’de SPc’den başlayan (sırasıyla SPc-SPb-SPa-SPc) bir döngüsel bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K37SP2’de SPb’den başlayan (sırasıyla SPb-SPc-SPa-SPb-SPc) bir döngüsel bakış gözlenmiştir. Döngüsel bakışın gözlenmesi bir örnek olarak Şekil 4.12’deki K30’in SP1 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir.

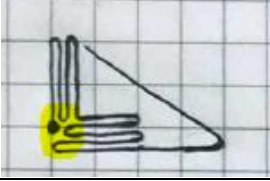
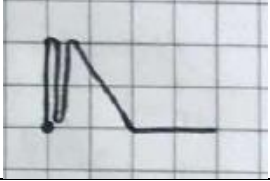
Taramalı bakış kapsamında incelendiğinde, sayma pulu temsiline katılımcıların genellikle taramalı bakış sergilediği ve üç sayma pulu temsiline katılımcıların birbirine yakın olduğu tespit edilmiştir (Şekil 4.13). İlgili alanları arasındaki taramalı bakışlar incelendiğinde SPa-SPb arasında diğer ilgi alanı ikililerine kıyasla daha fazla taramalı bakış gerçekleştiği gözlenmiştir.

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K63SP2	K47SP1	K35SP2

Şekil 4.13. Sayma pulu temsiline ait taramalı bakış örnekleri.

Şekil 4.13’te, K63SP2’de SPa’dan başlayan (sırasıyla SPa-SPb-SPa-SPb-SPa-SPb) ve uzun süre tekrar eden bir taramalı bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K47SP1’de iki farklı taramalı bakış gözlenmiştir. Bunlardan ilki SPb’den başlayan (sırasıyla SPb-SPa-SPb-SPa-SPb-SPa) kısım diğeri SPa’dan başlayan (sırasıyla SPa-SPc-SPa-SPc) kısım. Ayrıca K47SP1’de döngüsel bakış da gözlenmektedir. Taramalı bakışın gözlenmesi bir örnek olarak Şekil 4.13’teki K35’in SP2 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir.

Çapalı bakış kapsamında incelendiğinde, sayma pulu temsili üzerinde katılımcıların sınırlı bir kısmının çapalı bakış sergilediği gözlenmiştir (Şekil 4.14). Şekil 4.14’te, K22SP2’de SPb ilgi alanını merkeze alan (SPb-SPa-SPb ve SPb-SPc-SPb) bir çapalı bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K27SP3’te SPa ilgi alanını merkeze alan (SPb-SPa-SPb ve SPa-SPc-SPa) bir çapalı bakış gözlenmiştir.

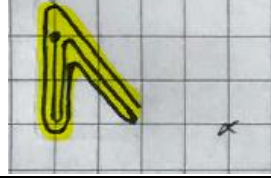
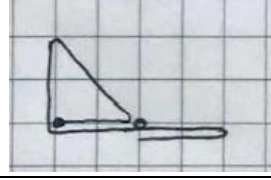
Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K22SP2	K27SP3	K11SP2

Şekil 4.14. Sayma pulu temsiline ait çapalı bakış örnekleri.

Çapalı bakışın gözlenmedi bir örnek olarak Şekil 4.14'teki K11'in SP2 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir. Üç sayma pulu temsili birbiri ile karşılaştırıldığında ise çapalı bakış sayılarının birbirine yakın olduğu belirlenmiştir. Ayrıca sayma pulu temsiline çapalı bakışlar genellikle SPa ve SPb ilgi alanında gerçekleştiği gözlenmiştir.

Sayma pulu temsili modellerinin desen temasına göre incelenmesine ait bulgular

Katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki bakışları bütünlük durumu kapsamında incelendiğinde, katılımcıların üç sayma pulu temsiline de genellikle tekli bütüncül desen sergiledikleri tespit edilmiştir. Çoklu bütüncül desen ve bütünlük oluşturmeyen desen sergileyen katılımcı sayıları üç sayma pulu temsiline de birbirine yakın sayıda olmakla birlikte tekli bütüncül desen sergileyen katılımcı sayısından daha azdır (Şekil 4.15).

Tekli Bütüncül Desen	Çoklu Bütüncül Desen	Bütünlük Oluşturmeyen Desen
		
K71SP3	K47SP1	K37SP2

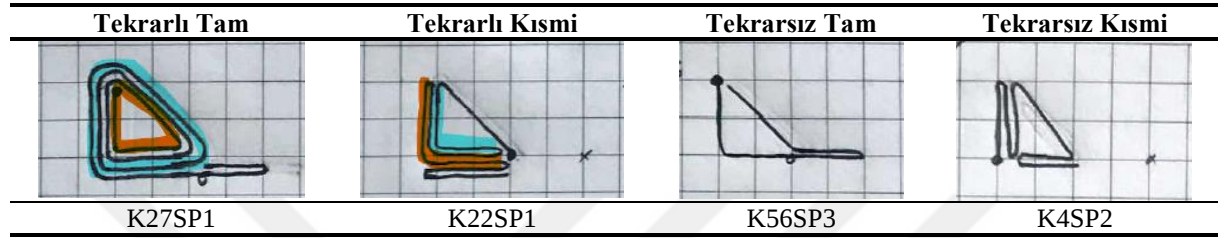
Şekil 4.15. Sayma pulu temsiline ait bütünlük durumu örnekleri.

Şekil 4.15'te, K71, SP3 üzerinde düzenli bir bakış sergileyerek (SPa-SPb-SPc arasında) tekli bütüncül desen oluşturmuştur. K47 ise SP1'de SPa-SPb arasında ve SPa-SPc arasında bir bakış yoğunluğu oluşturmuştur. Bu sebeple K47SP1 modeli çoklu bütüncül desen olarak değerlendirilmiştir. K37SP2'de ise bakışlarda gruplanma veya düzen gözlenmediğinden bütünlük oluşturmeyen desen olarak değerlendirilmiştir.

Tekli bütüncül desenler incelendiğinde genellikle SPa, SPb ve SPc ilgi alanları üzerine yoğunlaşmalar gözlenmiştir. Çoklu bütüncül desene sahip modellerde genellikle iki veya üç ilgi alanı arasında uzun gezinmeler gözlenmiştir. Bütüncül desen oluşturmeyen modellerde genellikle herhangi iki ilgi alanında kısa gezinmeler tespit edilmiştir. Çoklu bütüncül desen

veya bütünlük oluşturmeyen desen sergileyen katılımcı bakışları incelendiğinde bu katılımcıların genellikle SPd ilgi alanına daha fazla ziyarette bulundukları gözlenmiştir.

Katılımcıların sayma pulu temsili üzerindeki bakışları tekrar durumu kapsamında incelendiğinde, katılımcıların genellikle kısmi desen sergiledikleri gözlenmiştir. Kısmi desen sergileyen katılımcıların yaklaşık yarısı tekrarlı kısmi desen sergilerken diğer yarısı tekrarsız kısmi desen sergilemiştir. Bununla birlikte tam desen sergileyen katılımcı sayısı oldukça azdır (Şekil 4.16).



Şekil 4.16. Sayma pulu temsiline ait tekrar durumu örnekleri.

Şekil 4.16’de, K27SP1 ve K22SP1 modellerinde benzer bakışlar tekrarlandığı için tekrarlı desen olarak değerlendirilmiştir. K27SP1’de üç kez SPa-SPb-SPc-SPa ilgi alanlarına bakış tekrarlanırken K22SP1’de iki kez SPa-SPb-SPc-SPb ilgi alanlarına bakış tekrarlanmıştır. Bununla birlikte K27SP1’de tüm ilgi alanlarına en az bir bakış bulunduğundan tekrarlı tam desen olarak değerlendirilirken K22SP1’de SPd ilgi alanına bakış bulunmadığından tekrarlı kısmi desen olarak değerlendirilmiştir. K56SP3’te tekrar eden bakış olmadığından ve tüm ilgi alanlarına en az bir bakış gerçekleştirildiğinden tekrarsız tam desen olarak, K4SP2’de tekrar eden bakış olmadığından ve SPd ilgi alanına bakış bulunmadığından tekrarsız kısmi desen olarak değerlendirilmiştir.

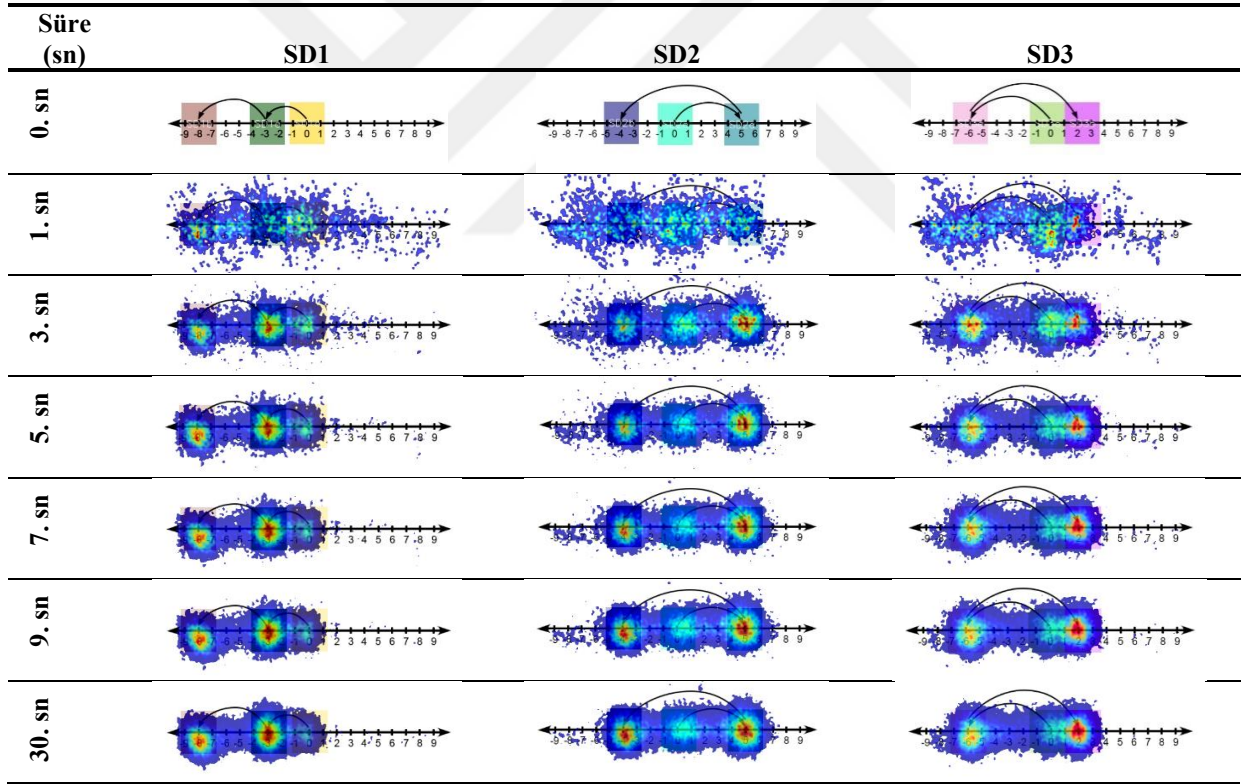
Kısmi desen sergileyen katılımcıların genellikle SPd ilgi alanını ziyaret etmedikleri gözlenmiştir. Desenlerin tam veya kısmi olmasına bakılmaksızın incelendiğinde SP1 ve SP3’te tekrarlı ve tekrarsız desen sayılarının birbirine oldukça yakın olduğu belirlenmiştir. SP2’de ise tekrarsız desenler daha sık gözlenmiştir.

Sayma pulu temsili modellerinin gezinme temasına göre incelenmesine ait bulgular

Gezinme teması kapsamında incelendiğinde, sayma pulu temsillerinde kısa gezinme ve orta gezinme sergileyen katılımcı sayısı üç sayma pulu temsiliinde de birbirine oldukça yakındır. Bununla birlikte uzun gezinme sergileyen katılımcı sayısı diğerlerine kıyasla çok daha azdır.

4.6. “Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular

Göz izleme uygulamalarında temsillerin bulunduğu 12 sunumun her biri için katılımcılara en fazla 30 sn süre verilmiştir. Bununla birlikte sunumlar, katılımcı bir soruyu cevaplandığında 30 sn dolmadan bir sonrakine geçiş yapabilecek şekilde tasarlanmıştır. Katılımcıların sayı doğrusu temsili üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi Şekil 4.17’de ısı haritası olarak sunulmuştur. Katılımcıların temsil ile ilk karşılaştıklarındaki bakışları hakkında bilgi edinmek için 1. saniye sonundaki katılımcı bakışları incelenmiştir. Katılımcıların temsil üzerindeki bakışları hakkında genel bir bilgi edinmek için 30. saniye sonundaki katılımcı bakışları incelenmiştir. Bununla birlikte zaman göre değişimin nasıl gerçekleştiğini incelemek için 2 sn aralıklarla katılımcı bakışlarına ait ısı haritaları Şekil 4.17’de verilmiştir. Katılımcı göz hareketlerinin ısı haritaları 9. saniyeden sonra fazla değişmemesi sebebiyle sonraki ısı haritaları verilmemiştir.



Şekil 4.17. Sayı doğrusu üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi.

Görseller incelendiğinde, göz hareketlerinin 1. saniye sonundaki üç sayı doğrusu üzerinde de sayı doğrusu eksenini doğrultusunda dağılım gösterdiği görülmektedir. SD1 ve SD3’te çok küçük bir alanda yoğunlaşma gözlenmektedir. İki temsilde de bu alanda sonuç okunun ucu bulunmaktadır. Ancak ilgi alanları üzerinde bir yoğunlaşma gözlenmemiştir.

Üçüncü saniye sonunda, göz hareketlerinin ilgi alanları üzerinde toplanmaya başladığı görülmektedir. Üç sayı doğrusu temsiliinde de en fazla yoğunluk SDa ilgi alanındadır. SD0 ilgi alanındaki yoğunluk diğer ilgi alanlarından daha azdır.

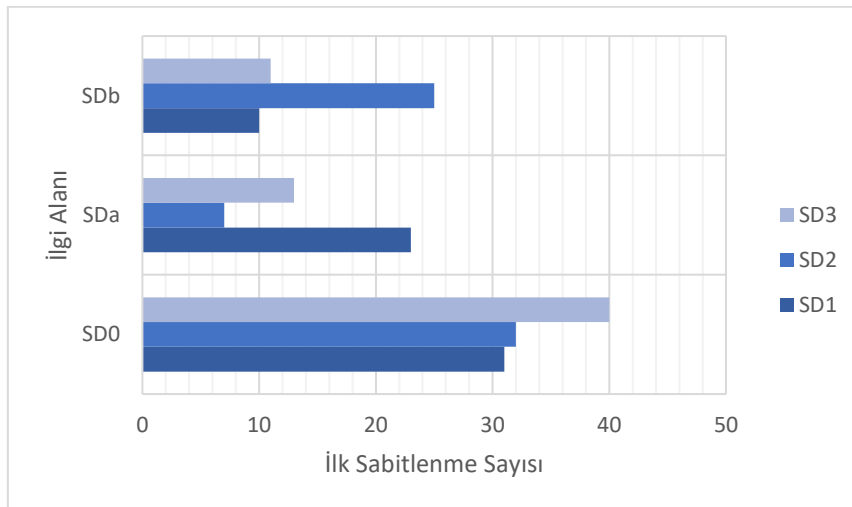
SD1 ve SD3'te 5. 7. 9. ve 30. saniyedeki göz hareketi yoğunluklarının birbirine oldukça benzediği ve fazla değişmediği gözlenmiştir. Ancak SD2'de 5. saniyeden 30. saniyeye kadar olan zaman aralığında sonuç okunun ucunun bulunduğu SPb ilgi alanında yoğunluğun arttığı gözlenmiştir.

Otuzuncu saniye sonunda, SD1'de en fazla yoğunluk SPa üzerinde gerçekleşmiştir. SD2'de SDa ve SDb üzerindeki yoğunluk oldukça birbirine yakındır. SD3'te en fazla yoğunluk SDb üzerinde gerçekleşmiştir. Üç sayı doğrusu temsiliinde de en az yoğunluk SD0 ilgi alanı üzerindedir.

Isı haritalarında, üç sayı doğrusu temsili üzerinde, belirlenen ilgi alanları dışında sabitlenmelerin oldukça fazla olduğu görülmüştür. İlgi alanı dışındaki sabitlenmeler genellikle ilgi alanları arasındaki bölgelerde gerçekleşmektedir. Ayrıca katılımcılar, soru ile doğrudan ilgisi olmamasına rağmen, sayı doğrusu eksenini üzerinde sabitlenmeler gerçekleştirmişler. Bununla birlikte sayı oklarının genellikle uç kısımlarında sabitlenmeler gerçekleşirken yay üzerinde fazla sabitlenme gerçekleşmemiştir.

4.6.1. Sayı doğrusu temsili üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları

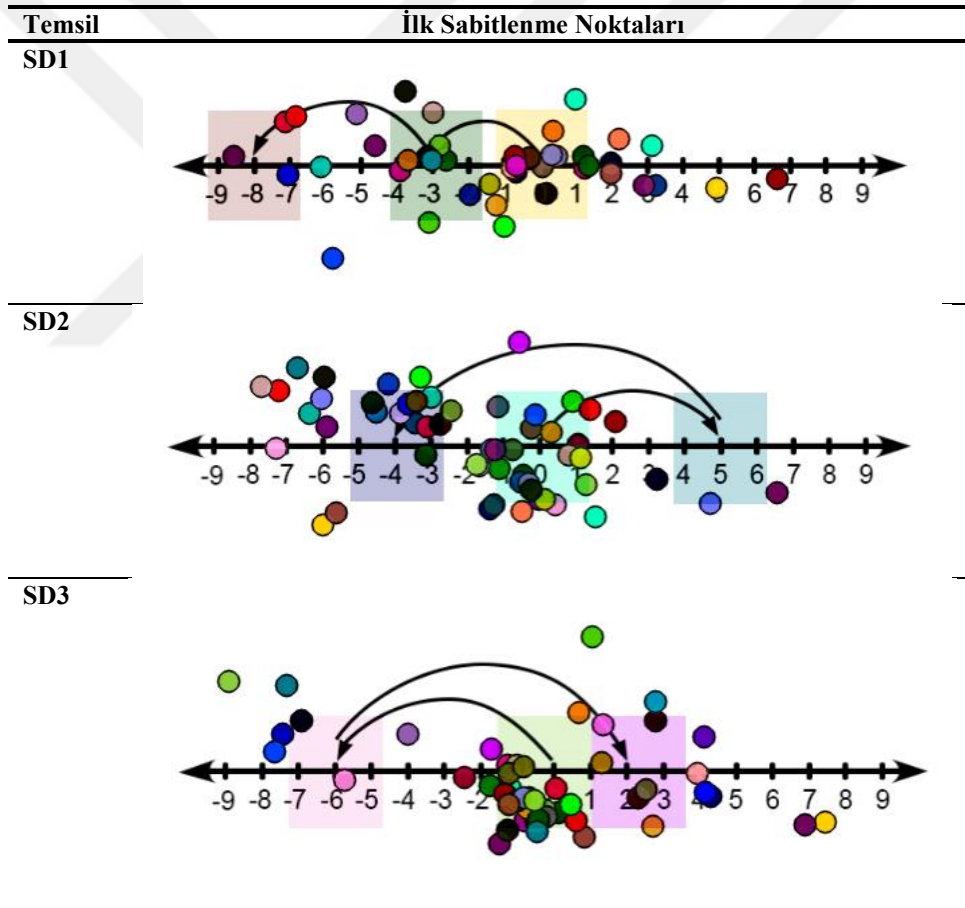
Sayı doğrusu temsili üzerinde, katılımcıların ilk dikkatini çeken bölgeleri belirlemek için temsil üzerinde gerçekleştirdikleri ilk sabitlenmeler incelenmiştir. İlk sabitlenmeler için sayı doğrusu temsili üzerinde belirlenen ilgi alanları baz alınmıştır (Şekil 4.18).



Şekil 4.18. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ilk sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.

Sunulan üç sayı doğrusu temsili üzerindeki ilk sabitlemeler incelendiğinde, en fazla ilk sabitleme 103 (%53,65) sabitleme ile SD0 ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi alanlarından SDA'ya 43 (%22,4) ve SDB'ye 46 (%23,96) ilk sabitleme gerçekleştirilmiştir.

Tüm katılımcıların sayı doğrusu temsilleri üzerindeki ilk sabitleme görselleri Şekil 4.19'da sunulmuştur. Katılımcıların temsil üzerindeki sabitleme zamanları farklılık gösterdiği için ilk sabitlemeleri temsilen 500. milisaniyedeki göz hareketleri baz alınmıştır. Görsellerde görüldüğü gibi en fazla ilk sabitleme üç sayı doğrusu temsiliinde de SD0 ilgi alanında gerçekleşmiştir. SD1'de SD0 ve SDA ilgi alanlarına gerçekleştirilen ilk sabitleme sayıları birbirine oldukça yakinken SD2'de SD0 ve SDB ilgi alanlarına gerçekleştirilen ilk sabitleme sayıları birbirine oldukça yakındır. SD3'te SDA ve SDB ilgi alanlarındaki ilk sabitleme sayıları birbirine yakın ve SD0'dan oldukça azdır.



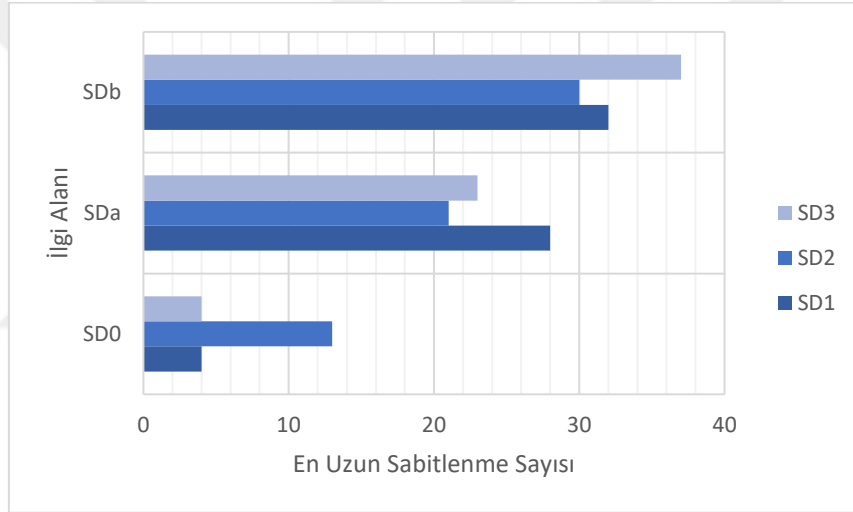
Şekil 4.19. Sayı doğrusu temsili üzerindeki ilk sabitleme noktaları.

Katılımcıların ilk sabitlemelerdeki tutarlılıklarını incelemek için üç sayı doğrusu temsili üzerindeki ilk sabitlemeler karşılaştırılmıştır. Üç sayı doğrusu temsiliinde de ilk sabitlemelerin hepsini SD0 ilgi alanında gerçekleştiren altı (%9,38) katılımcı gözlenmiştir. Katılımcıların 38'ü (%59,38) ilk sabitlemelerinden en az ikisini SD0 bölgesinde gerçekleştirmiştir.

İlk sabitlenmesinin tamamı SDb’de olan bir (%1,56) katılımcı (K64) bulunmaktadır. Ancak ilk sabitlenmesinin hepsi SDa’da olan katılımcı bulunmamaktadır. Üç sayı doğrusu temsilinin en az ikisinde ilk sabitlenmesi SDa’da olan dokuz (%14,06), SDb’de olan sekiz (%12,5) katılımcı bulunmaktadır. Katılımcıların dokuzu (%14,06) ise üç sayı doğrusu temsilinde de ilk sabitlenmelerini farklı bölgelerde gerçekleştirmiştir.

4.6.2. Sayı doğrusu temsili üzerinde en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanı bulguları

Sayı doğrusu temsili üzerinde katılımcıların nerelere odaklandıklarını belirlemek için temsil üzerinde gerçekleştirilen en uzun süreli sabitlenmenin hangi bölge üzerinde olduğu incelenmiştir. Bölgeler için sayma pulu temsili üzerinde belirlenen ilgi alanları baz alınmıştır (Şekil 4.20).

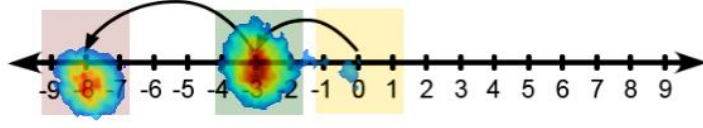


Şekil 4.20. Sayı doğrusu temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.

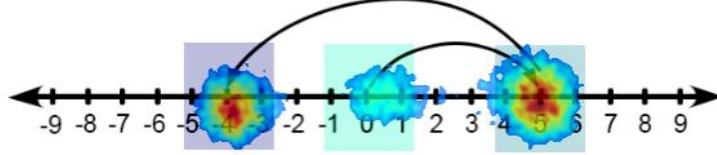
Şekil 4.20’de, üç sayı doğrusu temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenme sayısı 99 (%51,56) sabitlenme ile “SDb” ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi alanlarından “SDa”ya 72(%37,5) ve “SD0”ye 33(%10,94) en uzun sabitlenme süresi gerçekleşmiştir.

Sayı doğrusu temsili üzerinde en uzun süreli sabitlenmelerin gerçekleştiği bölgeler Şekil 4.21’de verilmiştir. Üç sayı doğrusu temsilinde de en az süreli sabitlenmelerin SD0 ilgi alanında gerçekleştiği görülmektedir. Ancak SD0 ilgi alanındaki uzun süreli sabitlenmeler SD2’de diğerlerinden daha fazladır. SD1 ve SD2’de en fazla uzun süreli sabitlenme SDb’de olmasına rağmen SDa’daki sabitlenme yoğunluğu daha fazladır. SD3’te en uzun süreli sabitlenme sayısı ve yoğunluğu SDb ilgi alanı üzerindedir.

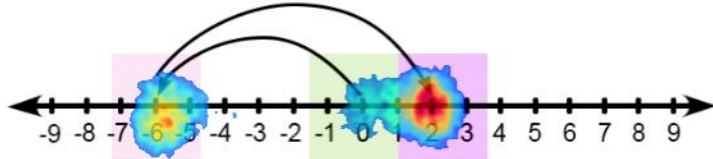
Temsil	En Uzun Sabitlenmelerin Gerçekleştiği Bölgeler
SD1	



SD2



SD3



Şekil 4.21. Sayı doğrusu temsili üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritası.

Katılımcıların en uzun süre sabitlendikleri ilgi alanları arasındaki tutarlılığı incelemek için üç sayı doğrusu temsili üzerinde katılımcıların en uzun süre sabitlendikleri ilgi alanları karşılaştırılmıştır. Üç sayı doğrusu temsiliinde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SDb” ilgi alanında olduğu, 15 (%23,44) katılımcı gözlenmiştir. En uzun sabitlenmelerin ikisi “SDb” ilgi alanında olan 16 (%25) katılımcı gözlenmiştir. Katılımcıların 31’i (%48,44) en uzun süre sabitlendiklerinden en az ikisini “SDb” ilgi alanında gerçekleştirmiştir.

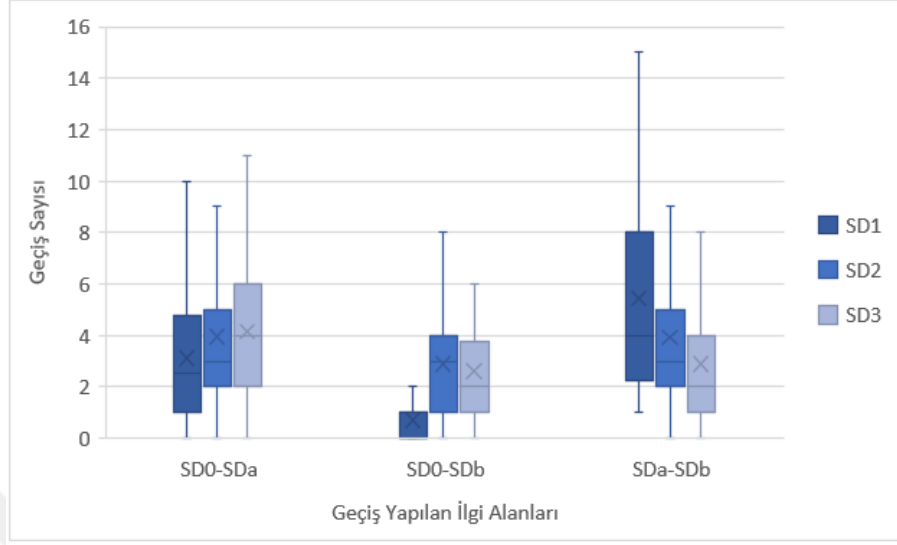
Üç sayı doğrusu temsiliinde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SDa” ilgi alanında olan 3 (%4,69) katılımcı; en uzun sabitlenmelerin ikisi “SDa” ilgi alanında olan 20 (%31,25) katılımcı gözlenmiştir. Katılımcıların 23’ü (%35,94) en uzun süre sabitlenmelerinden en az ikisini “SDb” ilgi alanında gerçekleştirmiştir.

Üç sayı doğrusu temsiliinde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SD0” ilgi alanında olduğu katılımcı bulunmamaktadır. Katılımcılardan ikisi (%3,13) en uzun sabitlenmelerin ikisini “SD0” ilgi alanında gerçekleştirmiştir. Katılımcıların sekizinde (%12,5) ise en uzun sabitlendikleri ilgi alanı üç sayı doğrusu temsiliinde de farklılık göstermiştir.

4.6.3. Sayı doğrusu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş bulguları

Katılımcıların sayı doğrusunun önemli kısımlarını nasıl ilişkilendirdiklerini belirlemek amacı ile katılımcıların sayı doğrusu ilgi alanları arasında geçiş yaptığı göz hareketleri

incelenmiştir. Katılımcıların sayı doğrusu ilgi alanları arasındaki geçiş sayıları Şekil 4.22’de verilmiştir.



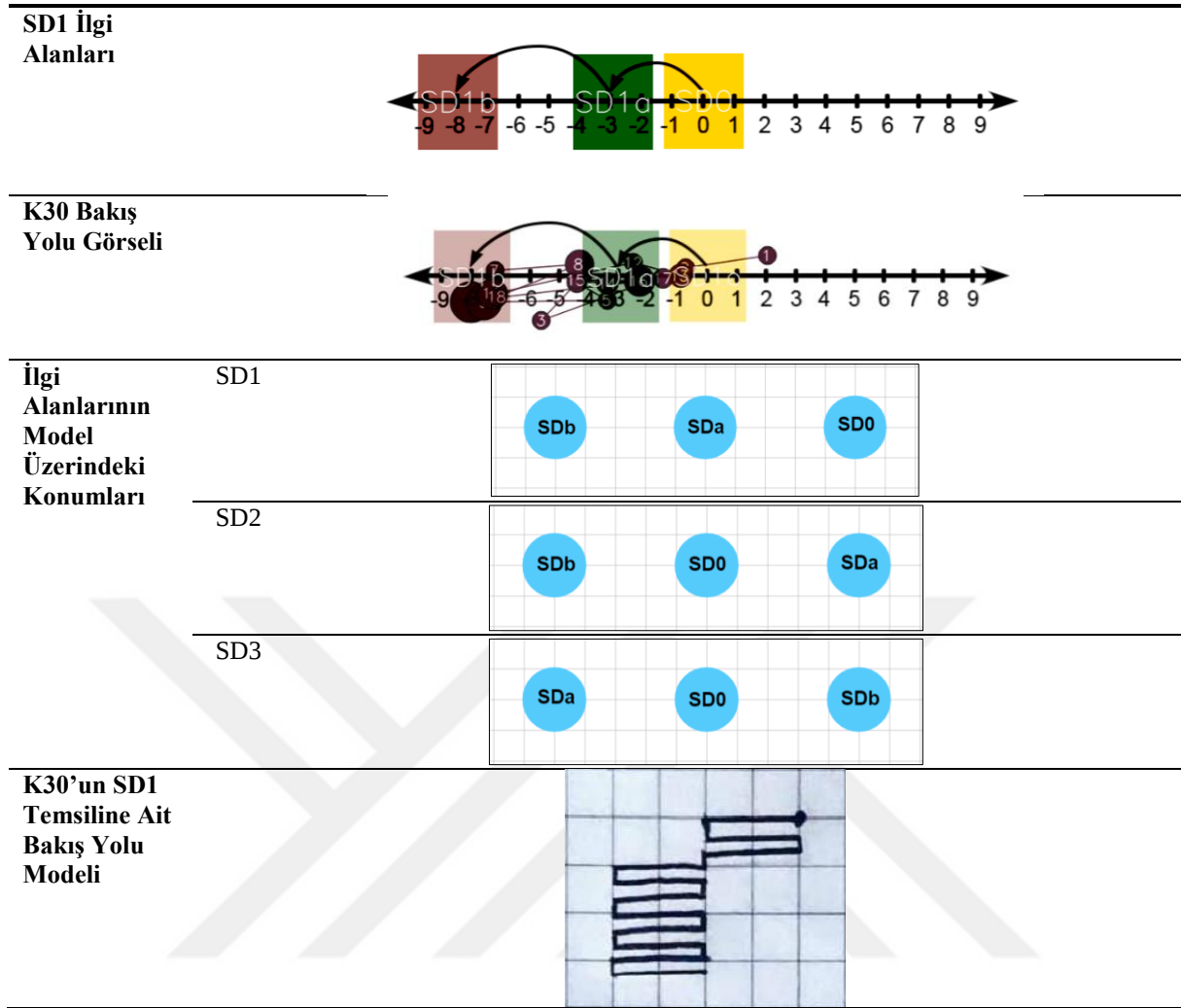
Şekil 4.22. Sayı doğrusu temsili ilgi alanları arasındaki geçiş sayılarının grafiği.

Şekil 4.22’de sayı doğrusu temsilleri üzerindeki geçiş sayıları SD1, SD2 ve SD3 arasındaki farklılaşma oldukça fazla olduğu göstermektedir. Bu durum toplama işlemlerinde kullanılan sayıların ilgi alanları arasındaki geçişleri etkilediği söylenebilir. SD1’de (-,+) SDa-SDb arasındaki geçiş sayısı en fazla iken SD3’te (-,-) SD0-SDa arasında geçiş sayısı en fazladır. SD2’de (+,-) SD0-SDa ve SDa-SDb arasındaki geçiş sayıları birbirine oldukça yakındır. Üç sayı doğrusu temsiliinde de en az SD0-SDb arasındaki geçiş sayısı en azdır. Özellikle SD1’de SD0-SDb arasındaki geçiş sayısı çok az olduğu görülmektedir.

4.6.4. Sayı doğrusu temsili modellerinin bakış yollarına ait bulgular

Bu bölümde katılımcıların sayı doğrusu temsili üzerindeki göz hareketlerine ait bakış yolları kullanılarak elde edilen modeller içerik analizi sonucunda elde edilen temalara göre incelenmiştir. Modeller, katılımcının temsil üzerinde bulunan ilgi alanları arasındaki göz hareketleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Sayma pulu ve sembolik temsilden farklı olarak sayı doğrusu temsillerinde ilgi alanlarının konumu farklılık göstermektedir. SD0 sayı doğrusundaki sıfır noktasını merkeze alan ilgi alanıdır. SDa, birinci okun uç noktasını merkeze alan ilgi alanıdır. SDb ise ikinci okun (sonuç okunun) uç noktasını merkeze alan ilgi alanıdır. Üç sayı doğrusu üzerindeki ilgi alanları Ek 2’de verilmiştir.

Modellerin hangi katılımcıya ve katılımcının hangi sayı doğrusu üzerindeki bakışlarına ait olduğunu belirlemek için modeller kodlanmıştır. Örneğin katılımcı 30’un 1 numaralı sayı doğrusundaki göz hareketine ait modeli “K30SD1” olarak kodlanmıştır (Şekil 4.23).



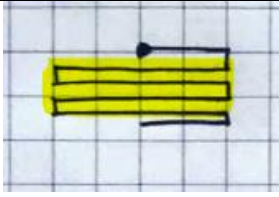
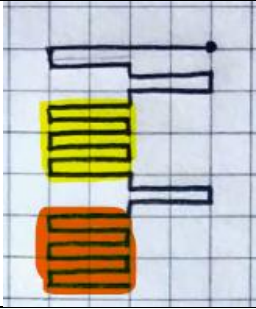
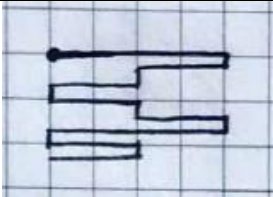
Şekil 4.23. Sayı doğrusu temsili için Katılımcı 30'un 1 numaralı sayı doğrusundaki göz hareketi modeli örneği (K30SD1).

Sayı doğrusu modelleri temalara göre incelenirken uygun olan iki model ve uygun olmayan bir model örneği verilmiştir. Uygun olan modeller, ilgili tema ve alt temanın özelliğini taşıyan örneklerdir. Uygun olmayan modeller, ilgili tema ve alt temanın özelliğini taşımayan örneklerdir. Uygun olmayan modeller ilgili tema ve alt temanın daha iyi anlaşılmasına yardımcı olması amacıyla verilmiştir.

Sayı doğrusu temsili modellerinin ilişkilendirme temasına göre incelenmesine ait bulgular

Sayı doğrusu temsillerinde katılımcıların tamamına yakını geriye dönük bakış sergilemesine rağmen geriye dönük bakışın gerçekleştiği ilgi alanı çiftleri kısmen farklılık göstermektedir. SD1'de geriye dönük bakışlar genellikle SDa-SDb ilgi alanı arasında yoğunlaşırken SD2 ve SD3'te SD0-SDa arasında gerçekleşmektedir. Bununla birlikte SD0-SDb arasındaki geriye dönük bakış sayıları, SD1'de çok az gözlenirken SD2 ve SD3'te daha fazla gözlenmiştir (Şekil 4.24).

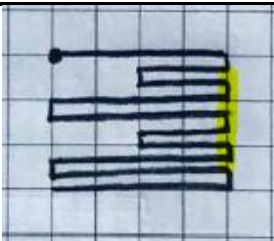
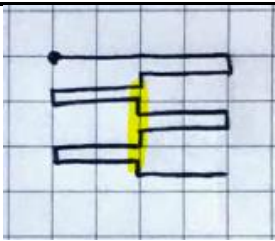
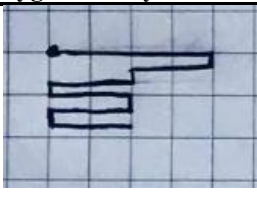
daha az olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte üç sayı doğrusu temsiline de taramalı bakışların genellikle SDa-SDb ilgi alanları arasında gerçekleştiği gözlenmiştir (Şekil 4.26).

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K8SD2	K5SD1	K63SD3

Şekil 4.26. Sayı doğrusu temsiline ait taramalı bakış örnekleri.

Şekil 4.26’de, K8SD2’de SDa’dan başlayan (sırasıyla SDa-SDb-SDa-SDb-SDa) bir taramalı bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K5SD1’de iki farklı taramalı bakış gözlenmiştir. İki taramalı bakışın da SDa’dan başladığı (sırasıyla SDa-SDb-SDa-SDb-SDa-SDb-SDa) ve birbiri ile aynı olduğu gözlenmektedir. Taramalı bakışın gözlenmedi bir örnek olarak Şekil 4.26’deki K63’ün SD3 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir.

Sayı doğrusu temsiline katılımcıların yaklaşık yarısının çapalı bakış sergilediği gözlenmiştir. Üç sayı doğrusu temsili birbiri ile karşılaştırıldığında ise çapalı bakış sayıları birbirine yakın olmakla birlikte SD1’de nispeten biraz daha fazla çapalı bakış gerçekleşmiştir (Şekil 4.27).

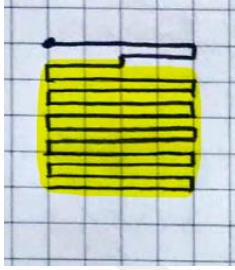
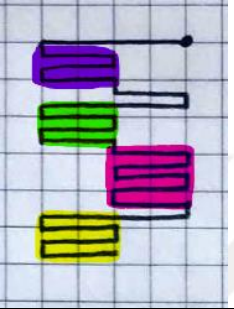
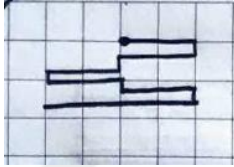
Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K63SD2	K9SD1	K26SD1

Şekil 4.27. Sayı doğrusu temsiline ait çapalı bakış örnekleri.

Şekil 4.27’de, K63SD2’de SDa ilgi alanını merkeze alan (SDa-SD0-SDa ve SDa-SDb-SDa) çapalı bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K9SD1’de SD0 ilgi alanını merkeze alan (SD0-SDa-SD0 ve SD0-SDb-SD0) çapalı bakış gözlenmiştir. Çapalı bakışın gözlenmedi bir örnek olarak Şekil 4.27’deki K26’nın SD1 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir. İlgi alanlarındaki çapalı bakışlar incelendiğinde üç sayı doğrusu temsiline de en fazla SDa ilgi alanında çapalı bakış gerçekleşmiştir. Bununla birlikte SD1’de SD0 ve SDb ilgi alanlarında çapalı bakış sayıları yok denecek kadar az iken SD2 ve SD3’te bu sayı artmaktadır (Şekil 4.27).

Sayı doğrusu temsili modellerinin desen temasına göre incelenmesine ait bulgular

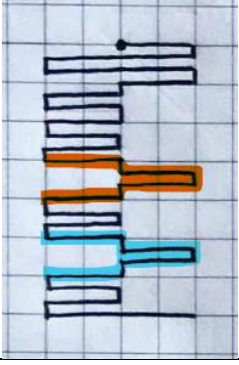
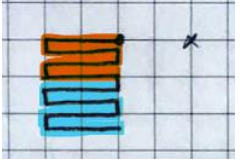
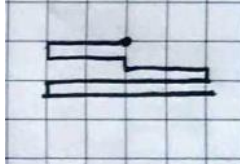
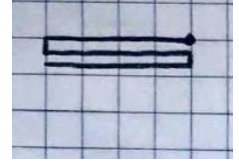
Sayı doğrusu temsili üzerindeki katılımcı göz hareketleri bütünlük durumu kapsamında incelendiğinde üç sayı doğrusu temsili de çoklu bütüncül desen sergileyen katılımcı sayısı oldukça fazladır. Bununla birlikte bütünlük oluşturmeyen desen oldukça en az gözlenmiştir. Çoklu bütüncül desene sahip modeller incelendiğinde taramalı bakışların çokluğu dikkat çekmektedir. Çoklu bütüncül desen sergileyen katılımcıların genellikle ilgi alanlarını ikiyeşerli grupladıkları ve bu ilgi alanları arasında taramalı bakış sergiledikleri belirlenmiştir (Şekil 4.28).

Tekli Bütüncül Desen	Çoklu Bütüncül Desen	Bütünlük Oluşturmeyen Desen
		
K8SD3	K72SD1	K44SD2

Şekil 4.28. Sayı doğrusu temsiline ait bütünlük durumu örnekleri.

Şekil 4.28’de, K8, SD3 üzerinde düzenli bir bakış sergileyerek (SPa-SPb arasında) tekli bütüncül desen oluşturmuştur. K72’nin SD1 üzerindeki bakışlarda ise birden çok gruplanmanın olduğu gözlenmiştir. Bunlar, SDa-SDb ve SDa-SD0 arasında gerçekleşmiştir. Bu sebeple K72SD1 modeli çoklu bütüncül desen olarak değerlendirilmiştir. K44SD2’de ise bakışlarda gruplanma veya düzen gözlenmediğinden bütünlük oluşturmeyen desen olarak değerlendirilmiştir.

Sayı doğrusu temsili üzerindeki katılımcı göz hareketleri tekrar durumu kapsamında incelendiğinde üç sayı doğrusu temsili de en fazla tekrarlı tam desen sergilendiği gözlenmiştir. Bununla birlikte üç sayı doğrusu temsili de tekrarlı kısmi ve tekrarsız kısmi desen sayısı oldukça azdır (Şekil 4.29).

Tekrarlı Tam	Tekrarlı Kısmi	Tekrarsız Tam	Tekrarsız Kısmi
			
K7SD1	K48SD1	K24SD3	K76SD2

Şekil 4.29. Sayı doğrusu temsiline ait tekrar durumu örnekleri.

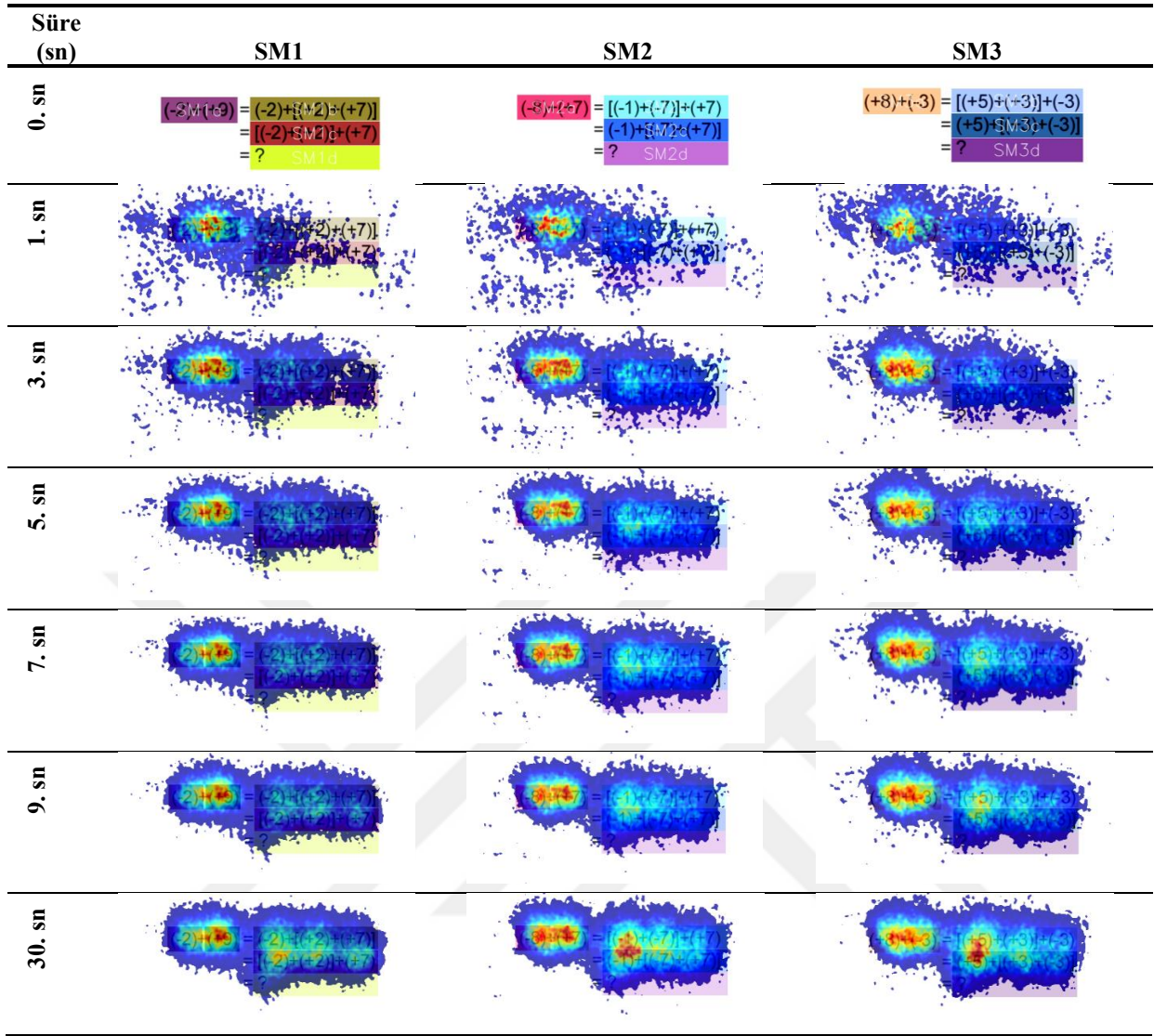
Şekil 4.29’da, K7SD1 ve K48SD1 modellerinde benzer bakışlar tekrarlandığı için tekrarlı desen olarak değerlendirilmiştir. K7SD1’de iki kez SDb-SDa-SD0-SDa-SDb ilgi alanlarına bakış tekrarlanırken K48SD1’de iki kez SDa-SDb-SDa-SDb-SDa ilgi alanlarına bakış tekrarlanmıştır. Bununla birlikte K7SD1’de tüm ilgi alanlarına en az bir bakış bulunduğundan tekrarlı tam desen olarak değerlendirilirken K48SD1’de SD0 ilgi alanına bakış bulunmadığından tekrarlı kısmi desen olarak değerlendirilmiştir. K24SD3’te tekrar eden bakış olmadığından ve tüm ilgi alanlarına en az bir bakış gerçekleştirildiğinden tekrarsız tam desen olarak, K76SD2’de tekrar eden bakış olmadığından ve SD0 ilgi alanına bakış bulunmadığından tekrarsız kısmi desen olarak değerlendirilmiştir.

Sayı doğrusu temsili modellerinin gezinme temasına göre incelenmesine ait bulgular

Sayı doğrusu temsilleri gezinme uzunluğu kapsamında incelendiğinde SD1 ve SD3’te kısa gezinme daha fazla iken SD2’de orta gezinme daha fazladır. Buna ek olarak SD1 ve SD3’te orta gezinme ve uzun gezinme sayıları birbirine oldukça yakinken SD2’de kısa gezinme ve uzun gezinme sayıları birbirine oldukça yakındır.

4.7. “Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Bulgular

Göz izleme uygulamalarında temsillerin bulunduğu 12 sunumun her biri için katılımcılara en fazla 30 sn süre verilmiştir. Bununla birlikte sunumlar, katılımcı bir soruyu cevaplandığında 30 saniye dolmadan bir sonrakine geçiş yapabilecek şekilde tasarlanmıştır. Katılımcıların sembolik temsil üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi Şekil 4.30’da ısı haritası olarak sunulmuştur. Katılımcıların temsil ile ilk karşılaştıklarındaki bakışları hakkında bilgi edinmek için 1. saniye sonundaki katılımcı bakışları incelenmiştir. Katılımcıların temsil üzerindeki bakışları hakkında genel bir bilgi edinmek için 30. saniye sonundaki katılımcı bakışları incelenmiştir. Bununla birlikte zaman göre değişimin nasıl gerçekleştiğini incelemek için 2 sn aralıklarla katılımcı bakışlarına ait ısı haritaları Şekil 4.30’da verilmiştir. Katılımcı göz hareketlerinin ısı haritaları 9. saniyeden sonra fazla değişmemesi sebebiyle sonraki ısı haritaları verilmemiştir.



Şekil 4.30. Sembolik temsil üzerindeki göz hareketlerinin zamana göre değişimi.

Görseller incelendiğinde, 1. saniye sonunda, katılımcı göz hareketleri, üç sembolik temsil üzerinde, SMa ilgi alanı etrafında dağılım gösterdiği görülmektedir. Üç sembolik temsil üzerinde de yoğunluk SMa üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi alanları üzerinde sabitlenmeler gözlenmesine rağmen bir yoğunluk oluşmamıştır.

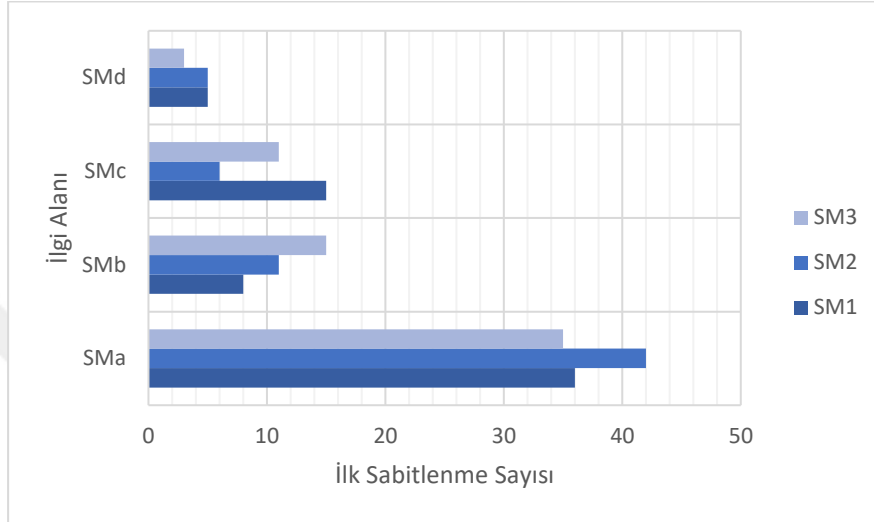
Üçüncü saniyeden itibaren uygulamanın sonuna doğru SMb ve SMc ilgi alanları üzerindeki göz hareketi yoğunluğu zamanla artmıştır. SM1’de bu değişim diğerlerine göre daha yavaş gerçekleşmiştir.

Otuzuncu saniye sonunda, üç sembolik temsile ait ısı haritalarının dağılımlarının birbirine oldukça benzediği görülmektedir. Ancak yoğunluk olarak karşılaştırıldığında SM2 ve SM3’ün birbirine benzediği ancak SM1’in diğerlerinden farklılaştığı görülmektedir. SM1’de en fazla yoğunluk SMa üzerinde gerçekleşirken SM2 ve SM3’te SMa, SMb ve SMc üzerinde gerçekleşmiştir. Üç sembolik temsilde de SMD ilgi alanına fazla sabitlenme gerçekleşmemiştir.

Bununla birlikte, yoğunluk artışının özellikle SMb ve SMc ilgi alanları üzerinde 30. saniyeye kadar devam ettiği görülmüştür.

4.7.1. Sembolik temsil üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitleme bulguları

Sembolik temsil üzerinde, katılımcıların ilk dikkatini çeken bölgeleri belirlemek için temsil üzerinde gerçekleştirdikleri ilk sabitlemeler incelenmiştir. İlk sabitlemeler için sembolik temsil üzerinde belirlenen ilgi alanları baz alınmıştır (Şekil 4.31).



Şekil 4.31. Sembolik temsil üzerindeki ilk sabitlemelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.

Sunulan üç sembolik temsil üzerindeki ilk sabitlemeler incelendiğinde, en fazla ilk sabitleme 113 (%58,9) sabitleme ile SMA ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi alanlarından, SMb'ye 34 (%17,71), SMc'ye 32 (%16,67) ve SMd'ye 13 (%6,77) katılımcı ilk sabitlemelerini gerçekleştirmiştir.

Tüm katılımcıların sembolik temsiller üzerindeki ilk sabitleme görselleri Şekil 4.32'de sunulmuştur. Katılımcıların temsil üzerindeki sabitleme zamanları farklılık gösterdiği için ilk sabitlemeleri temsilen 500. milisaniyedeki göz hareketleri baz alınmıştır. Görsellerde görüldüğü gibi en fazla ilk sabitleme SMA ilgi alanında gerçekleşmiştir. En az ilk sabitlemeler ise üç sembolik temsilde de SMd ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir.

Temsil	İlk Sabitlenme Noktaları
SM1	
SM2	
SM3	

Şekil 4.32. Sembolik temsil üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.

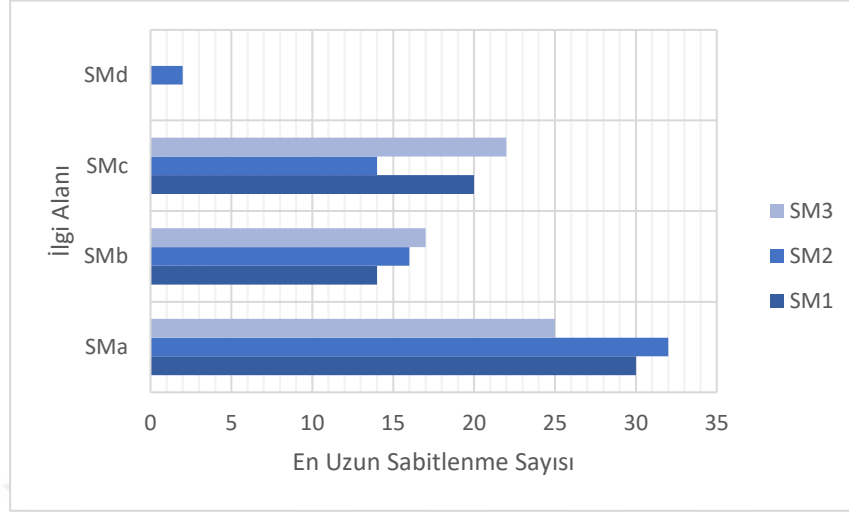
Katılımcıların ilk sabitlenmelerdeki tutarlılıklarını incelemek için üç sembolik temsil üzerindeki ilk sabitlenmeler karşılaştırılmıştır. Üç sembolik temsilde de ilk sabitlenmelerin hepsini SMA ilgi alanında gerçekleştiren 11 (%17,18) katılımcı gözlenmiştir. İlk sabitlenmelerinden en az ikisi SMA ilgi alanında olan 30 (%46,88) katılımcı gözlenmiştir.

İlk sabitlenmesinin tamamı SMb’de olan iki (%3,13) katılımcı bulunmaktadır. Ancak ilk sabitlenmesinin hepsi SMc’de veya SMD’de olan katılımcı bulunmamaktadır. Üç sembolik temsilde katılımcıların ilk sabitlenmelerinden en az ikisi SMb’de olan üç (% 4,69), SMc’de olan beş (%7,81) ve SMD’de olan bir (%1,56) katılımcı bulunmaktadır. Katılımcıların 15’i (%23,44) ise üç sembolik temsilde de ilk sabitlenmelerini farklı ilgi alanlarında gerçekleştirmiştir.

4.7.2. Sembolik temsil üzerinde en uzun sabitlenmelerin gerçekleştiği ilgi alanı bulguları

Sembolik temsil üzerinde katılımcıların nerelere odaklandıkları belirlemek için temsil üzerinde gerçekleştirilen en uzun süreli sabitlenmenin hangi bölge üzerinde olduğu

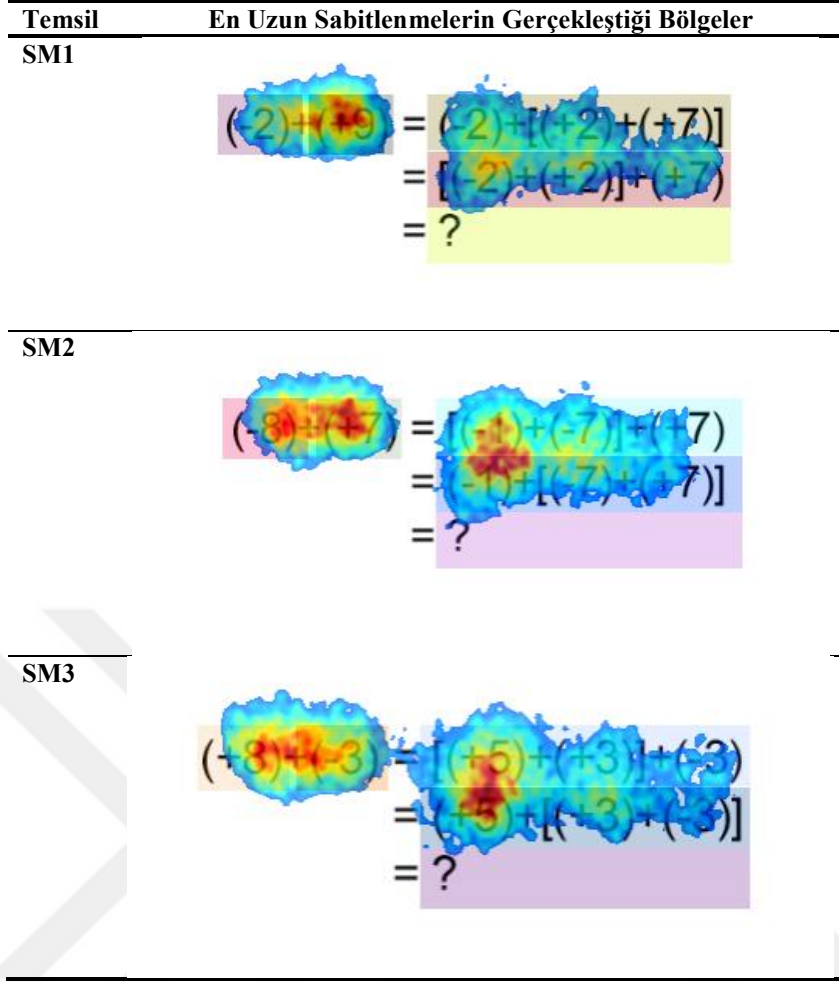
incelenmiştir. Bölgeler için sembolik temsil üzerinde belirlenen ilgi alanları baz alınmıştır (Şekil 4.33).



Şekil 4.33. Sembolik temsili üzerindeki en uzun süre sabitlenmelerin ilgi alanlarına göre dağılımı grafiği.

Sunulan üç sembolik temsil üzerindeki en uzun süre sabitlenme sayısı 86 (%44,79) sabitlenme ile “SMa” ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. Diğer ilgi alanlarından “SMb”ye 48 (%25), “SMc”ye 56 (%29,17) ve “SMd”ye iki (%1,04) en uzun sabitlenme süreli gerçekleşmiştir.

Sembolik temsil üzerinde en uzun süreli sabitlenmelerin gerçekleştiği bölgeler Şekil 4.34’te verilmiştir. Üç sembolik temsilde de uzun sabitlenmelerin yoğunlukları temsile göre farklılaşmaktadır. SM1’de uzun sabitlenmeler en fazla SMa ilgi alanı üzerindedir. Ancak SMc üzerinde de oldukça uzun sabitlenme bulunmaktadır. SM2’de uzun sabitlenmeler SMd dışında dengeli bir yoğunluk dağılımı görülmektedir. SM3’te uzun sabitlenmeler genellikle SMc üzerinde yoğunlaşırken SMa ve SMb üzerinde de uzun sabitlenmeler gözlenmektedir. Üç sembolik temsilde de SMd ilgi alanı üzerinde uzun sabitlenmelerin olmadığı görülmektedir.



Şekil 4.34. Sembolik temsil üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritası.

Katılımcıların en uzun süre sabitlendikleri ilgi alanları arasındaki tutarlılığı incelemek için üç sayı doğrusu temsili üzerinde katılımcıların en uzun süre sabitlendikleri ilgi alanları karşılaştırılmıştır. Üç sembolik temsilde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SMA” ilgi alanında olduğu ve üç sembolik temsilde de yedi (%10,94) katılımcı en uzun süre bu ilgi alanına sabitlendiği gözlenmiştir. En uzun sabitlenmelerin ikisi “SMA” ilgi alanında olan 20 (%31,25) katılımcı gözlenmiştir.

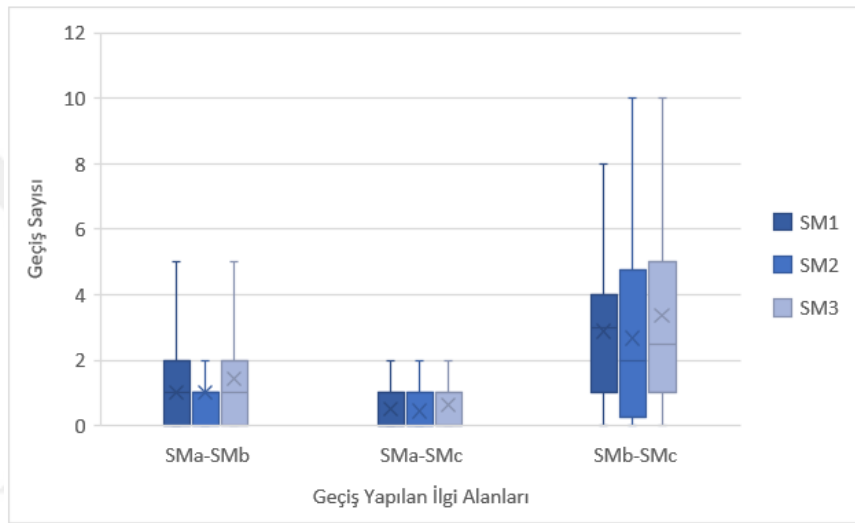
Üç sembolik temsilde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SMb” ilgi alanında olduğu dört (%6,25) katılımcı gözlenmiştir. En uzun sabitlenmelerin ikisi “SMb” ilgi alanında olan altı (%9,38) katılımcı gözlenmiştir.

Üç sembolik temsilde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SMc” ilgi alanında olduğu yedi (%10,94) katılımcı gözlenmiştir. En uzun sabitlenmelerin ikisi “SMc” ilgi alanında olan 10 (%15,63) katılımcı gözlenmiştir.

Üç sembolik temsilde de en uzun sabitlenmelerin hepsinin “SMd” ilgi alanında olduğu katılımcı bulunmamaktadır. Katılımcıların altısının (%9,38) en uzun sabitlendikleri ilgi alanı üç temsilde de farklılık göstermiştir.

4.7.3. Sembolik temsil ilgi alanları arasındaki geçiş bulguları

Katılımcıların sembolik temsilin önemli kısımlarını nasıl ilişkilendirdiklerini belirlemek amacı ile katılımcıların sembolik temsil ilgi alanları arasında geçiş yaptığı göz hareketleri incelenmiştir. Katılımcıların sembolik temsil ilgi alanları arasındaki geçiş sayıları Şekil 4.35’te verilmiştir.



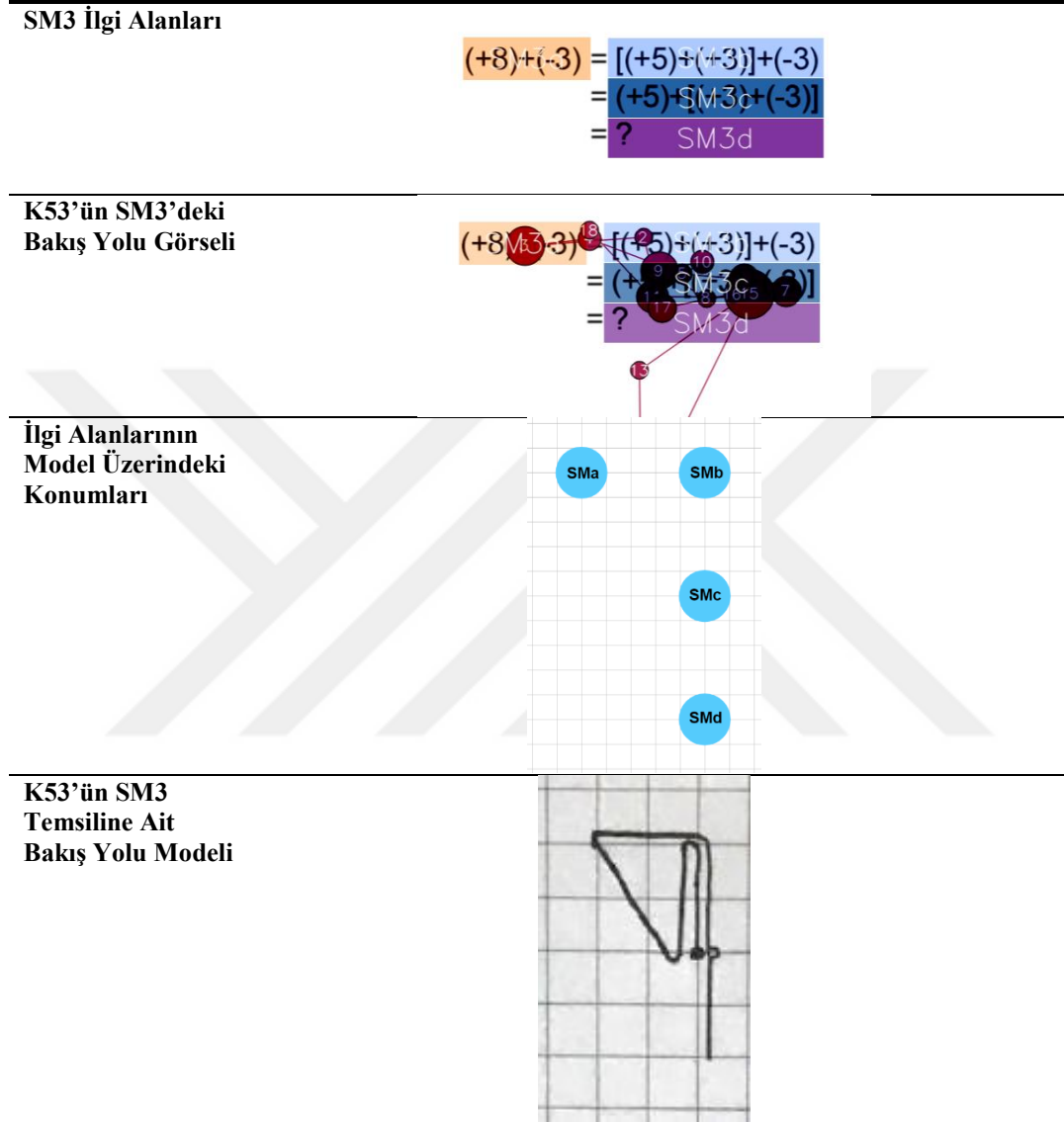
Şekil 4.35. Sembolik temsil ilgi alanları arasındaki geçiş sayılarının grafiği.

Sembolik temsilleri üzerindeki geçiş sayıları en çok SMb-SMc arasında gerçekleştiği görülmektedir. Üç sembolik temsil üzerinde de SMA-SMc arasındaki geçişler en az seviyededir. Tüm geçişlerde SM1, SM2 ve SM3 verilerinin birbirine yakın olması geçiş sayılarının temsillerde kullanılan işlemlere göre fark olmadığını göstermektedir.

4.7.4. Sembolik temsil modellerinin bakış yollarına ait bulgular

Bu bölümde katılımcıların sembolik temsil üzerindeki göz hareketlerine ait bakış yolları kullanılarak elde edilen modeller, içerik analizi sonucunda elde edilen temalara göre incelenmiştir. Modeller, katılımcının temsil üzerinde bulunan ilgi alanları arasındaki göz hareketleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Sembolik temsillerde ilgi alanlarının konumları üç sembolik temsilde de (SM1, SM2 ve SM3) aynıdır. Üç sembolik temsilde de SMA toplanan iki sayıya, SMb ve SMc toplama işleminin gerçekleştirildiği bölgeye ve SMd sonucu temsilen soru işaretinin olduğu bölgeye karşılık gelmektedir. Üç sembolik temsil üzerindeki ilgi alanları Ek 2’de verilmiştir.

Modellerin hangi katılımcıya ve katılımcının hangi sembolik temsil üzerindeki bakışlarına ait olduğunu belirlemek için modeller kodlanmıştır. Örneğin katılımcı 53'ün 3 numaralı sayı doğrusundaki göz hareketine ait modeli “K53SM3” olarak kodlanmıştır (Şekil 4.36).

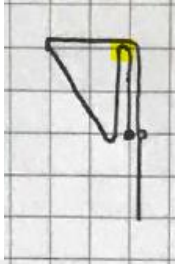
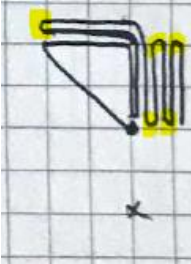


Şekil 4.36. Sembolik temsil için Katılımcı 53'ün 3 numaralı sembolik temsildeki göz hareketi modeli örneği (K53SM3).

Sembolik temsil modelleri temalara göre incelenirken uygun olan iki model ve uygun olmayan bir model örneği verilmiştir. Uygun olan modeller, ilgili tema ve alt temanın özelliğini taşıyan örneklerdir. Uygun olmayan modeller, ilgili tema ve alt temanın özelliğini taşımayan örneklerdir. Uygun olmayan modeller ilgili tema ve alt temanın daha iyi anlaşılmasına yardımcı olması amacıyla verilmiştir.

Sembolik temsil modellerinin ilişkilendirme temasına göre incelenmesine ait bulgular

Sembolik temsilde diğer temsillerde olduğu gibi katılımcıların tamamına yakını geriye dönük bakış sergilemiştir. İlgili alanları arasındaki geriye dönük bakışlar incelendiğinde ise en fazla geriye dönük bakış SMb-SMc arasında gerçekleşmiştir. SMd ilgi alanı diğer ilgi alanlarına kıyasla geriye dönük bakışlarda daha az ziyaret edilmiştir (Şekil 4.37).

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K53SM3	K48SM3	K17SM2

Şekil 4.37. Sembolik temsile ait geriye dönük bakış örnekleri.

Şekil 4.37’de, K53SM3’te SMb ilgi alanı ile SMc ilgi alanı arasında (sırasıyla SMc-SMb-SMc) geriye dönük bakış gözlenmektedir. Benzer şekilde K48SM3’te birçok geriye dönük bakış gözlenmiştir. Bunlar SMA-SMb arasında (SMb-SMa-SMb) ve SMb-SMc (SMb-SMc-SMb ve SMc-SMb-SMc) arasında gerçekleşmiştir. Geriye dönük bakışın gözlenmedi bir örnek olarak Şekil 4.37’deki K17’nin SM2 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir.

Sembolik temsillerde katılımcıların yaklaşık yarısının döngüsel bakış sergilediği belirlenmiştir. Farklı tam sayıların kullanıldığı üç sembolik temsil üzerindeki döngüsel bakışlar karşılaştırıldığında, fazla bir fark olmamakla birlikte, SM2’de diğer sembolik temsillere kıyasla daha az döngüsel bakış gözlenmiştir (Şekil 4.38). Ayrıca döngüsel bakışlarda genellikle SMA-SMb-SMc ilgi alanlarına ziyaretler gerçekleşmiştir. Döngüsel bakışlarda SMd ilgi alanına ziyaretler diğerlerine göre daha sınırlı kalmıştır.

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
		
K51SM2	K57SM1	K62SM3

Şekil 4.38. Sembolik temsile ait döngüsel bakış örnekleri.

Şekil 4.38’de, K51SM3’te SMA’dan başlayan (sırasıyla SMA-SMb-SMc-SMa) bir döngüsel bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K57SM1’de SMc’den başlayan (sırasıyla SMc-

Örnek 1	Örnek 2	Uygun Olmayan Örnek
K14SM3	K84SM1	K53SM3

Şekil 4.40. Sembolik temsile ait çapalı bakış örnekleri.

Şekil 4.40'ta, K14SM3'te SMA ilgi alanını merkeze alan (SMB-SMA-SMB ve SMC-SMA-SMC) bir çapalı bakış gözlenmiştir. Benzer şekilde K84SM1'de SMC ilgi alanını merkeze alan (SMC-SMB-SMC ve SMC-SMA-SMC) bir çapalı bakış gözlenmiştir. Çapalı bakışın gözlenmedi bir örnek olarak Şekil 4.40'taki K53'in SM3 üzerindeki bakış modeli örnek verilebilir.

Sembolik temsil modellerinin desen temasına göre incelenmesine ait bulgular

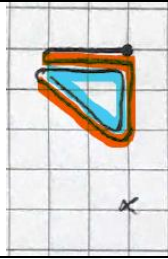
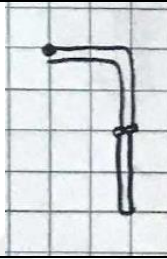
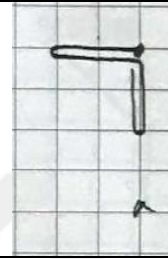
Katılımcıların üç sembolik temsiller üzerinde de tekli bütüncül deseni daha fazla sergiledikleri gözlenmiştir. Çoklu bütüncül ve bütünlük oluşturmayan desen sayılarının birbirine oldukça yakın olduğu ve tekli bütüncül desenden çok daha az olduğu görülmüştür. Tekli bütüncül desenler incelendiğinde SMA, SMB ve SMC ilgi alanları üzerinde yoğunlaşmanın daha fazla olduğu dikkat çekmektedir (Şekil 4.41).

Tekli Bütüncül Desen	Çoklu Bütüncül Desen	Bütünlük Oluşturmayan Desen
K14SM2	K46SM1	K47SM3

Şekil 4.41. Sembolik temsile ait bütünlük durumu örnekleri.

Şekil 4.41'de, K14, SM2 üzerinde düzenli bir bakış sergileyerek (SMA-SMB arasında) tekli bütüncül desen oluşturmuştur. K46'nın SM1 üzerindeki bakışlarında ise birden çok gruplanmanın olduğu gözlenmiştir. Bunlar, SMA-SMB-SMC ve SMB-SMC arasında gerçekleşmiştir. Bu sebeple K46SM1 modeli çoklu bütüncül desen olarak değerlendirilmiştir. K47SM3'te ise bakışlarda gruplanma veya düzen gözlenmediğinden bütünlük oluşturmayan desen olarak değerlendirilmiştir.

Katılımcıların sembolik temsil üzerindeki bakışları tekrar durumu kapsamında incelendiğinde, diğer temsillere kıyasla daha dengeli bir dağılım bulunmaktadır. SM2’de tekrarsız kısmi desenler daha fazla gözlenirken SM3’te tekrarlı kısmi desen daha fazla gözlenmiştir. Bununla birlikte sembolik temsil genelinde tekrarlı desen sayısı tekrarsız desen sayısına oldukça yakındır. Bununla birlikte kısmi desenler tam desenlerden daha fazla gözlenmiştir. Kısmi desenler incelendiğinde SMD ilgi alanına daha az ziyaret olduğu dikkat çekmektedir (Şekil 4.42).

Tekrarlı Tam	Tekrarlı Kısmi	Tekrarsız Tam	Tekrarsız Kısmi
			
K69SM1	K63SM3	K84SM2	K16SM3

Şekil 4.42. Sembolik temsile ait tekrar durumu örnekleri.

Şekil 4.42’de, K69SM1 ve K63SM3 modellerinde benzer bakışlar tekrarlandığı için tekrarlı desen olarak değerlendirilmiştir. K69SM1’de iki kez SMA-SMb-SMa-SMb ilgi alanlarına bakış tekrarlanırken K63SM3’te iki kez SMA-SMb-SMc-SMa ilgi alanlarına bakış tekrarlanmıştır. Bununla birlikte K69SM1’de tüm ilgi alanlarına en az bir bakış bulunduğundan tekrarlı tam desen olarak değerlendirilirken K63SM3’te SMD ilgi alanına bakış bulunmadığından tekrarlı kısmi desen olarak değerlendirilmiştir. K84SM2’de tekrar eden bakış olmadığından ve tüm ilgi alanlarına en az bir bakış gerçekleştirildiğinden tekrarsız tam desen olarak, K16SM3’te tekrar eden bakış olmadığından ve SMD ilgi alanına bakış bulunmadığından tekrarsız kısmi desen olarak değerlendirilmiştir.

Sembolik temsil modellerinin gezinme temasına göre incelenmesine ait bulgular

Sembolik temsilde kısa gezinme ile orta gezinme sayıları birbirine oldukça yakın olmakla birlikte SM1 ve SM3’te orta gezinme, SM2’de kısa gezinme daha fazladır. Üç sembolik temsilde de uzun gezinme sayısı en azdır.

Görseller incelendiğinde, temsillerin sol üst köşesinden başlayan ve tamamına yayılan bir göz hareketi yoğunluğu gözlenmiştir. Birinci saniye sonunda Göz hareketlerinin sol üst köşede bulunan sayılar üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Kısa bir süre geçtiği için temsilin diğer kısımlarında fazla sabitlenme gözlenmemektedir.

Üçüncü saniye sonunda, üç sözel temsilde de göz hareketleri yatay bir seyirle satırın sonuna doğru ilerlemektedir. Sayıların olduğu kısımlardaki yoğunluk artmıştır. Göz hareketleri genellikle birinci satır üzerindedir. Kısmen ikinci satırda da sabitlenmeler gözlenmiştir. Üç sözel temsildeki değişim birbirine oldukça benzerdir.

Beşinci saniyede ikinci hatta üçüncü satırlar gözlenmeye başlanmıştır. Dokuzuncu saniye sonunda ise üç sözel temsilde de temsillerin tamamına yakınının gözlendiği görülmektedir.

Otuzuncu saniye sonunda temsiller üzerinde en fazla odaklanmanın gerçekleştiği kısımlar, temsilin başında belirtilen sayılar ve sayıların işaretlerinin (pozitif/negatif) olduğu kısımlardır. Sayılar ve sayıların işaretleri birbiri ile karşılaştırıldığında katılımcılar genellikle sayılara işaretlerinden daha fazla süre odaklanmaktadır.

Genel olarak incelendiğinde, SZ1’de göz hareketlerinin yayılma hızı diğerlerine göre daha fazla iken SZ3’te diğerlerine göre daha yavaştır. SZ2’de, diğer temsillerden farklı olarak işlem sonucunun olduğu kısımda yer alan üç nokta üzerinde yoğunluk gözlenmiştir.

4.8.1. Sözel temsil üzerinde gerçekleştirilen ilk sabitlenme bulguları

Tüm katılımcıların sembolik temsiller üzerindeki ilk sabitlenme görselleri Şekil 4.44’te sunulmuştur. Katılımcıların temsil üzerindeki ilk sabitlenme zamanları farklılık gösterdiği için ilk sabitlenmeleri temsilen 500. milisaniyedeki göz hareketleri baz alınmıştır (Şekil 4.44).

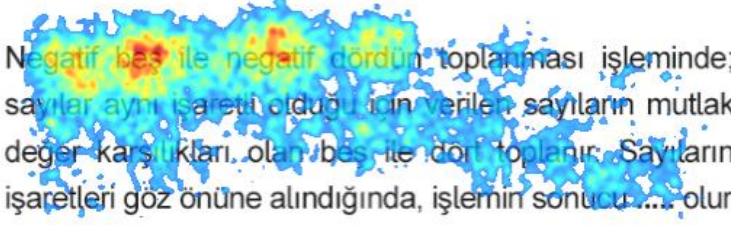
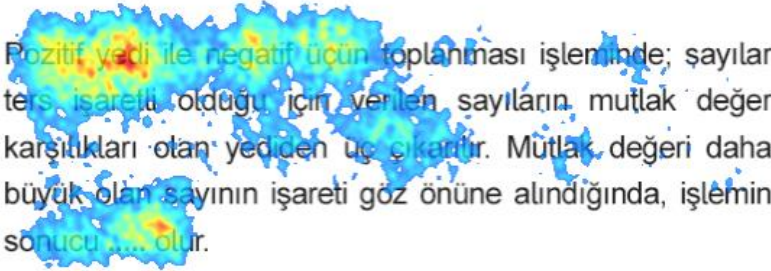
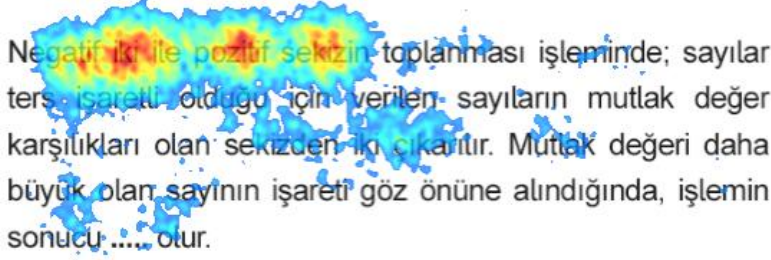
Temsil	İlk Sabitlenme Noktaları
SZ1	 Ne beş ile negatif dördün toplanması işleminde; sayılar ters işaretli olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan beş ile dört toplanır. Sayıların işaretleri göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.
SZ2	 Pozitif üç ile negatif üçün toplanması işleminde; sayılar ters işaretli olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan üçten üç çıkarılır. Mutlak değeri daha büyük olan sayının işareti göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.
SZ3	 Ne pozitif sekizin toplanması işleminde; sayılar ters işaretli olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan sekizden iki çıkarılır. Mutlak değeri daha büyük olan sayının işareti göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.

Şekil 4.44. Sözel temsil üzerindeki ilk sabitlenme noktaları.

Üç sembolik temsil de incelendiğinde ilk sabitlenmeler genellikle temsilin sol üst köşesinde bulunan sayılar ve sayıların işaretleri üzerindedir.

4.8.2. Sözel temsil üzerindeki en uzun sabitlenme bulguları

Sembolik temsil üzerinde en uzun süreli sabitlenmelerin gerçekleştiği bölgelerin görselleri Şekil 4.45'te verilmiştir. Üç sözel temilde de uzun sabitlenmelerin yoğunlaştıkları bölgeler birbirine benzemektedir. Üç sözel temilde de birinci satırda bulunan sayılar ve sayıların işaretleri en uzun süre sabitlenmelerin gerçekleştiği bölgelerdir.

Temsil	En Uzun Sabitlenmelerin Gerçekleştiği Bölgeler
SZ1	 Negatif beş ile negatif dörtün toplanması işleminde; sayılar aynı işareti olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan beş ile dört toplanır. Sayıların işaretleri göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.
SZ2	 Pozitif yedi ile negatif üçün toplanması işleminde; sayılar ters işareti olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan yediden üç çıkarılır. Mutlak değeri daha büyük olan sayının işareti göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.
SZ3	 Negatif iki ile pozitif sekizin toplanması işleminde; sayılar ters işareti olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan sekizden iki çıkarılır. Mutlak değeri daha büyük olan sayının işareti göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.

Şekil 4.45. Sözel temsil üzerindeki en uzun sabitlenmelerin ısı haritası.

Ayrıca SZ2’de sonucu temsil eden “**sonucu ... olur.**” bölgesinde (özellikle üç nokta üzerinde) uzun süreli sabitlenmeler gerçekleşmiştir. Aynı durum SZ1 ev SZ3 üzerinde de kısmen görülmektedir. Bununla birlikte üç sözel temsilde de tam sayılarla toplama işleminin çözüm aşamalarından olan “**... toplanır.**” veya “**... çıkarılır.**” bölgelerinde de uzun süreli sabitlenmelerin gerçekleştiği görülmektedir.

4.9. “Katılımcı Bakışlarının Başarı ile İlişkisi Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular

İçerik analizi sonucunda oluşturulan temalar ile öğrenci başarıları arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla katılımcılar iki gruba ayrılmıştır. Gruplar katılımcıların göz izleme uygulamasında sunulan sorulardan aldıkları puanlara göre belirlenmiştir. Katılımcıların 12 puan üzerinden ortalaması 7,73 medyanı 8 olarak hesaplanmıştır. Bu sebeple 8 ve altında puan olan öğrenciler “Düşük Başarı”, üstünde olanlar “Yüksek Başarı” grubuna alınmıştır. Son durumda 35 öğrenci düşük başarı grubunda, 29 öğrenci yüksek başarı grubunda yer almıştır. Başarı durumu karşılaştırılırken temsil ayırımına gitmeden katılımcıların tüm temsiller üzerindeki bakışları üzerinden karşılaştırma yapılmıştır. Temalar ve alt temalara ait veriler için düşük ve yüksek başarılı katılımcı gruplarına ait verilerin ortalamaları kullanılmıştır. Başarıya göre içerik analizi alt temalarının betimsel istatistikleri Tablo 4.56’da verilmiştir.

Tablo 4.55. Başarıya göre içerik analizi alt temalarının betimsel istatistikler.

	Başarı	N	Ortalama	Medyan	SS
Döngüsel Bakış	Düşük	35	4.829	5	1.424
	Yüksek	29	5.103	5	1.472
Geriye Dönük Bakış	Düşük	35	7.829	8	1.098
	Yüksek	29	7.276	7	1.412
Taramalı Bakış	Düşük	35	6.029	6	1.902
	Yüksek	29	5.000	5	1.711
Çapalı Bakış	Düşük	35	5.286	5	2.066
	Yüksek	29	4.241	4	1.504
Tekli Bütüncül Desen	Düşük	35	4.086	4	1.755
	Yüksek	29	4.724	5	1.688
Çoklu Bütüncül Desen	Düşük	35	3.486	3	2.280
	Yüksek	29	2.241	2	1.380
Bütünlük Oluşturmayan Desen	Düşük	35	1.429	1	1.290
	Yüksek	29	2.034	2	1.451
Tekrarlı Desen	Düşük	35	5.343	6	1.846
	Yüksek	29	4.138	4	1.597
Tam Desen	Düşük	35	4.629	4	1.497
	Yüksek	29	4.448	4	1.325
Kısa Gezinme	Düşük	35	2.857	2	2.198
	Yüksek	29	3.793	4	1.719
Orta Gezinme	Düşük	35	3.057	3	1.697
	Yüksek	29	3.724	4	1.709
Uzun Gezinme	Düşük	35	3.086	3	2.356
	Yüksek	29	1.483	2	1.379

Verilerin karşılaştırmaları parametrik veriler için bağımsız örneklem t testi kullanılmıştır. Parametrik olmayan veriler için Mann-Whitney U testi kullanılmıştır. Verilerin normal dağılımları çarpıklık ve basıklık değerlerine göre belirlenmiştir (George ve Mallery, 2016). Başarıya göre içerik analizi alt temalarının normallik testleri Tablo 4.57’de verilmiştir.

Tablo 4.56. Başarıya göre içerik analizi alt temalarının normallik testleri

	Grup	N	Çarpıklık	SH	Basıklık	SH
Geriye Dönük B.	Düşük	35	-0,772	0,398	-0,087	0,778
	Yüksek	29	-1,265	0,434	2,298	0,845
Döngüsel B.	Düşük	35	-0,069	0,398	-0,577	0,778
	Yüksek	29	0,098	0,434	-1,035	0,845
Taramalı B.	Düşük	35	-0,207	0,398	-0,817	0,778
	Yüksek	29	-0,597	0,434	-0,140	0,845
Çapalı B.	Düşük	35	0,017	0,398	-0,466	0,778
	Yüksek	29	-0,104	0,434	-0,306	0,845
Tekli Bütüncül D.	Düşük	35	-0,277	0,398	0,609	0,778
	Yüksek	29	-0,346	0,434	-0,682	0,845
Çoklu Bütüncül D.	Düşük	35	0,651	0,398	0,243	0,778
	Yüksek	29	0,146	0,434	-0,241	0,845
Bütünlük Oluşturmayan D.	Düşük	35	1,039	0,398	0,631	0,778
	Yüksek	29	0,313	0,434	-1,004	0,845
Tekrarlı D.	Düşük	35	-0,062	0,398	-0,653	0,778
	Yüksek	29	-0,298	0,434	-0,595	0,845
Tam D.	Düşük	35	0,574	0,398	-0,845	0,778
	Yüksek	29	0,466	0,434	0,322	0,845
Kısa Gezinme	Düşük	35	0,298	0,398	-1,248	0,778
	Yüksek	29	0,254	0,434	-0,825	0,845
Orta Gezinme	Düşük	35	0,404	0,398	-0,042	0,778
	Yüksek	29	0,509	0,434	0,320	0,845
Uzun Gezinme	Düşük	35	0,621	0,398	-0,078	0,778
	Yüksek	29	0,609	0,434	-0,124	0,845

Tablo 4.57'deki normallik verilerine göre geriye dönük bakış verilerinden yüksek başarı grubu verilerinin normal dağılım göstermediği belirlenmiştir. Bu sebeple başarıya göre geriye dönük bakış verilerinin karşılaştırılmasında Mann-Whitney U testi kullanılmıştır (Can, 2013; Pallant, 2020) (Tablo 4.58).

Tablo 4.57. Başarıya göre geriye dönük bakış sayıları Mann-Whitney U testi bulguları.

	Grup	N	Medyan	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p	r _{rb}
Geriye Dönük B.	Düşük	35	5	35,89	1256,00	389	0,097	0,233
	Yüksek	29	5	28,41	824,00			

Başarıya göre geriye dönük bakış sayılarını karşılaştırmak için Mann-Whitney U testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük (Medyan=5, n=35) ve yüksek (Medyan=5, n=29) başarılı katılımcıların geriye dönük bakış sayıları arasında anlamlı fark yoktur (U=389, p>0,05) (Tablo 4.58). İçerik analizinin diğer alt temalarına ait veriler normal dağılım gösterdiği için bu verilerin karşılaştırılmasında bağımsız örneklem t testi kullanılmıştır (Tablo 4.59).

Tablo 4.58. Başarıya göre t-testi bulguları.

	Grup	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	d
Döngüsel B.	Düşük	35	4,828	1,424	62	-0,757	0,452	-0,19
	Yüksek	29	5,103	1,472				
Taramalı B.	Düşük	35	6,028	1,901	62	2,253	0,028**	0,566
	Yüksek	29	5	1,711				
Çapalı B.	Düşük	35	5,285	2,066	62	-2,268	0,27	0,57
	Yüksek	29	4,241	1,503				
Tekli Bütüncül D.	Düşük	35	4,085	1,755	62	-1,474	0,146	-0,37
	Yüksek	29	4,724	1,688				
Çoklu Bütüncül D.*	Düşük	35	3,485	2,279	57,144	2,689	0,009**	0,646
	Yüksek	29	2,241	1,379				
Bütünlük Oluşturmayan D.	Düşük	35	1,428	1,289	62	-1,768	0,082	-0,444
	Yüksek	29	2,034	1,451				
Tekrarlı D.	Düşük	35	5,342	1,846	62	2,761	0,008**	0,693
	Yüksek	29	4,137	1,597				
Tam D.	Düşük	35	4,628	1,496	62	0,505	0,615	0,127
	Yüksek	29	4,448	1,325				
Kısa Gezinme	Düşük	35	2,857	2,198	62	-1,867	0,067	-0,469
	Yüksek	29	3,793	1,719				
Orta Gezinme	Düşük	35	3,057	1,696	62	-1,56	0,124	-0,392
	Yüksek	29	3,724	1,709				
Uzun Gezinme*	Düşük	35	3,085	2,356	56,249	3,386	0,001**	0,811
	Yüksek	29	1,482	1,378				

* Levene testi $p < 0,05$ olduğu için varyansların eşitliği varsayımı reddedilmiştir. Eşit olmayan varyanslar için p değeri kullanılmıştır.

** $p < 0,05$

Başarıya göre döngüsel bakış sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=4,828$, $SS=1,424$) ve yüksek ($\bar{X}=5,103$, $SS=1,472$) başarılı katılımcıların döngüsel bakış sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=-0,757$, $p > 0,05$) (Tablo 4.59).

Başarıya göre taramalı bakış sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=6,028$, $SS=1,901$) ve yüksek ($\bar{X}=5$, $SS=1,711$) başarılı katılımcıların taramalı bakış sayıları arasında anlamlı fark vardır ($t_{(62)}=2,253$, $p < 0,05$). Başarı seviyesi arttıkça taramalı bakış sayısı azalmaktadır. Başarının taramalı bakışı nasıl etkilediğini belirlemek için Cohen d etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve Cohen $d = 0,566$ olarak bulunmuştur. Hesaplanan Cohen d değeri orta düzey etki büyüklüğüne işaret etmektedir (Tablo 4.59). Toplam varyansın %32'si bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Başarıya göre çapalı bakış sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=5,285$, $SS=2,066$) ve yüksek ($\bar{X}=4,241$, $SS=1,503$) başarılı katılımcıların çapalı bakış sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=-2,268$, $p > 0,05$) (Tablo 4.59).

Başarıya göre tekli bütüncül desen sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=4,085$, $SS=1,755$) ve yüksek ($\bar{X}=4,724$

, SS=1,688) başarılı katılımcıların çapalı bakış sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=-1,474$, $p>0,05$).

Başarıya göre çoklu bütüncül desen sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Varyansların eşitliği varsayımı sağlanmadığı için eşit olmayan varyanslar için p değeri kullanılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=3,485$, SS=2,279) ve yüksek ($\bar{X}=2,241$, SS=1,379) başarılı katılımcıların çapalı bakış sayıları arasında anlamlı fark vardır ($t_{(57,144)}= 2,689$, $p<0,05$). Başarı seviyesi arttıkça çoklu bütüncül desen sayısı azalmaktadır. Başarının çoklu bütüncül desen sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için Cohen d etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve Cohen d= 0,646 olarak bulunmuştur. Hesaplanan Cohen d değeri orta düzey etki büyüklüğüne işaret etmektedir (Tablo 4.59). Toplam varyansın % 41'i bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Başarıya göre bütünlük oluşturmayan desen sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=1,428$, SS=1,289) ve yüksek ($\bar{X}=2,034$, SS=1,451) başarılı katılımcıların bütünlük oluşturmayan desen sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=-1,768$, $p>0,05$) (Tablo 4.59).

Başarıya göre tekrarlı desen sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=5,342$, SS=1,846) ve yüksek ($\bar{X}=4,137$, SS=1,597) başarılı katılımcıların tekrarlı desen sayıları arasında anlamlı fark vardır ($t_{(62)}= 2,761$, $p<0,05$). Başarı seviyesi arttıkça tekrarlı desen sayısı azalmaktadır. Başarının tekrarlı desen sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için Cohen d etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve Cohen d= 0,693 olarak bulunmuştur. Hesaplanan Cohen d değeri orta düzey etki büyüklüğüne işaret etmektedir (Tablo 4.59). Toplam varyansın %48'i bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

Başarıya göre tam desen sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=4,628$, SS=1,496) ve yüksek ($\bar{X}=4,448$, SS=1,352) başarılı katılımcıların tam desen sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=0,505$, $p>0,05$) (Tablo 4.59).

Başarıya göre kısa gezinme sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=2,857$, SS=2,198) ve yüksek ($\bar{X}=3,793$, SS=1,719) başarılı katılımcıların kısa gezinme sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=-1,867$, $p>0,05$) (Tablo 4.59).

Başarıya göre orta gezinme sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=3,057$, $SS=1,696$) ve yüksek ($\bar{X}=3,724$, $SS=1,703$) başarılı katılımcıların orta gezinme sayıları arasında anlamlı fark yoktur ($t_{(62)}=-1,867$, $p>0,05$) (Tablo 4.59).

Başarıya göre uzun gezinme sayılarını karşılaştırmak için bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır. Varyansların eşitliği varsayımı sağlanmadığı için eşit olmayan varyanslar için p değeri kullanılmıştır. Yapılan testin sonucuna göre düşük ($\bar{X}=3,085$, $SS=2,356$) ve yüksek ($\bar{X}=1,482$, $SS=1,378$) başarılı katılımcıların tekrarlı desen sayıları arasında anlamlı fark vardır ($t_{(56,249)}=3,386$, $p<0,05$). Başarı seviyesi arttıkça tekrarlı desen sayısı azalmaktadır. Başarının uzun gezinme sayılarını nasıl etkilediğini belirlemek için Cohen d etki büyüklüğü hesaplanmıştır ve Cohen d= 0,811 olarak bulunmuştur. Hesaplanan Cohen d değeri büyük etki büyüklüğüne işaret etmektedir (Tablo 4.59). Toplam varyansın %65'i bağımsız değişken tarafından açıklanmaktadır.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin tam sayılarla işlemlerde kullanılan temsil biçimleri üzerindeki göz hareketleri incelenmiştir. Tam sayılarla işlemler, yedinci sınıf seviyesinde öğretilen bir konu olduğu için katılımcılar yedinci sınıf öğrencilerinden oluşturulmuştur. Daha derinlemesine bir inceleme yapmak için temsil biçimlerinde sadece toplama işlemi kullanılmıştır.

Tam sayılarla işlemlerde en sık kullanılan temsil biçimleri sayma pulu, sayı doğrusu, sembolik ve sözel temsiller olduğu için çalışmada bu dört temsil incelenmiştir. Bu temsiller üzerinde sabitleme ve bakış süresi verileri ile türetilen ortalama bakış süresi, ortalama sabitleme sayısı ve ortalama sabitleme süresi verileri kullanılmıştır. Bu veriler hem temsillerin bütünü üzerindeki göz hareketlerinden hem de belirli kriterlere göre sınırlandırılmış ilgi alanları üzerindeki göz hareketlerinden elde edilmiştir. Ayrıca katılımcıların temsiller üzerindeki göz hareketlerine ait ısı haritası ve bakış yolları görselleri modellenmiştir ve modeller üzerinden görsel kodlamalar yapılarak incelenmiştir.

Bu çalışmada amaç, ortaokul öğrencilerinin ortaokul matematiği için önemli olan temsilleri nasıl incelendiğine, temsillerde nerelere odaklandığına, öğrencilerin temsilleri incelerken nasıl bilişsel faaliyetler gerçekleştirdiğine ve bu bilgilerin temsil türlerine göre nasıl farklılık gösterdiğine ışık tutmaktadır. Bu doğrultuda elde edilen bulgular problem cümlesi ve alt problemler kapsamında tartışılmıştır. Tartışmalar sonucunda elde edilen sonuçlar literatürde yapılmış olan çalışmalar ile karşılaştırılmıştır. Son olarak sonuçlar bağlamında öneriler sunulmuştur.

5.1. “Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Sayma pulu ilgi alanları (SPa, SPb ve SPc) üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark tespit edilmiştir. En uzun ortalama bakış sürelerinin SPc ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği görülmektedir. SPc üzerindeki ortalama bakış süresinin uzun olması, toplanacak sayma pullarının SPc ilgi alanında bir araya gelmesinden, pul sayısının (pozitif-negatif fark etmeksizin adet olarak) diğer ilgi alanlarından fazla olmasından ve toplama işlemi sürecinin genel anlamda bu ilgi alanında gerçekleşiyor olmasından kaynaklandığı

düşünülmektedir. Çünkü bu süreçlerin her biri bilişsel bir yük oluşturmaktadır (Chandler ve Sweller, 1991) ve katılımcıların sabitlenme sürelerini arttırmaktadır. Ayrıca katılımcıların en uzun sabitlendiği ilgi alanının SPc olması bu sonuçla paralellik göstermektedir.

SPa ile SPb ilgi alanları üzerindeki ortalama bakış süreleri karşılaştırıldığında SPb ilgi alanı üzerinde ortalama bakış sürelerinin SPa üzerindeki ortalama bakış sürelerinden daha uzun olduğu ve aradaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Sayma pulu temsiliinde kullanılan işlemlerde [SP1, (+6)+(3); SP2, (+5)+(-8); SP3, (-7)+(2)] SPa ilgi alanında (+6), (+5) ve (-7) sayıları, SPb ilgi alanında (+3), (-8) ve (+2) sayıları kullanılmıştır. Her iki tarafta da iki pozitif bir negatif tam sayı bulunmaktadır. İlgi alanlarında sayılara karşılık gelen pullar dikkate alındığında SPa ilgi alanında daha fazla sayılması gereken pul olduğu dikkate alındığında SPa üzerindeki ortalama bakış süresinin daha uzun olması beklenebilirdi. Ancak bu durum SPb üzerindeki ortalama bakış süresinin SPa'dan daha uzun olmasını ile çelişmektedir. SPb üzerinde ortalama bakış süresinin SPa'dan daha fazla olmasının nedeni SPb ilgi alanında katılımcıların daha fazla bilişsel süreç gerçekleştirmesinden kaynaklanması olabilir. Çünkü katılımcılar genellikle toplanacak ilk sayıyı SPa'dan edindikten sonra SPb ilgi alanını ziyaret ederek ikinci sayıyı yönelmişlerdir. Bazı katılımcılar SPc ilgi alanına geçmeden görmüş oldukları sayıların toplanması işlemini bu ilgi alanında yaparak daha fazla zaman harcadıkları düşünülmektedir. İlk sabitlenmelerin genellikle SPa ilgi alanına gerçekleştirilmesi ve en fazla geçişin SPa-SPb ilgi alanı arasında yapılmış olması bu süreci desteklemektedir.

Sayma pulu ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark tespit edilmiştir. En fazla ortalama sabitlenme sayısının SPc ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği görülmektedir. İlgi alanları dikkate alındığında, SPa ve SPb ilgi alanındaki sayma pulları SPc ilgi alanında bir araya gelmekte; dolayısıyla toplama işlemi genel anlamda bu ilgi alanında gerçekleşmektedir. Eğer uyaran peripheral alanda ise sıçrama olmaksızın tanımlanabilmektedir (Rayner, 1998). Buradaki peripheral alan, gözlerimizi hareket ettirmeye ihtiyaç duymadan görebildiğimiz bakış noktasını ve çevresini temsil etmektedir. Ancak SPc ilgi alanında daha fazla sabitlenmenin gerçekleşmesi, SPc ilgi alanındaki uyaranların katılımcı peripheral alanlarından daha geniş bir alana yayıldığı ve toplama işlemi süreci için katılımcının daha fazla göz hareketi gerçekleştirdiği söylenebilir. Bu durum ayrıca SPc üzerindeki sabitlenme sayısının diğer ilgi alanlarından anlamlı derecede daha fazla olmasını desteklemektedir.

SPb üzerindeki ortalama sabitlenme sayısı SPa üzerindeki ortalama sabitlenme sayısından daha fazla olmasına rağmen SPa ve SPb üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları

arasında istatistiksel olarak anlamlı fark gözlenmemiştir. İlgili alanlarında bulunan kutular incelendiğinde [SP1, (+6)+(+3); SP2, (+5)+(-8); SP3, (-7)+(+2)] SPa ilgi alanında (+6), (+5) ve (-7), SPb ilgi alanında (+3), (-8) ve (+2) sayılarını temsil eden sayma pulları bulunmaktadır. Adet olarak pul sayısı SPa'da daha fazla olmasına rağmen ilgili alanları üzerindeki sabitleme sayıları arasında istatistiksel farkın olmaması, bütüncül olarak pul yoğunluğunun bahsi geçen ilgili alanları için odaklanma sayısını doğrudan artıran bir değişken olmadığını; analitik anlamda ise katılımcıların pulları tek tek saymadıklarını işaret edebilir. Rayner'a (1998) göre sabitlemelerde fovea (yani gözün baktığı merkezi alan) uyarının net görüleceği bölgeye taşınır ve sonraki göz hareketleri peripheral (sabitleme noktasının çevresi) ve parafoveal (sabitleme noktasının dışındaki bölge) alandaki uyaranlara göre değişmektedir. Eğer uyaran peripheral alanda ise sıçrama olmaksızın tanımlanabilmektedir. Sayma pullarının birbirine yakın konumda olması pulların katılımcı peripheral alanlarında yer aldığını ve yeni sabitlemelere ihtiyaç duymadan katılımcıların pulları görebildiği söylenebilir. Bu durum pul sayıları farklılık göstermesine rağmen sabitleme sayıları arasında neden fark olmadığını açıklamaktadır. Bununla birlikte ısı haritaları incelendiğinde katılımcıların kutu merkezlerine veya kutu içerisindeki sayma pulu topluluğunun orta noktasına yakın kısımlara odaklanarak pulları saydıklarını göstermektedir.

Sayma pulu ilgili alanları üzerindeki ortalama sabitleme süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark tespit edilmiştir. Ortalama sabitleme süresinin en uzun SPc ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği görülmektedir. Toplama işlemi sürecinin genel anlamda bu ilgili alanında gerçekleşiyor olması SPc üzerindeki ortalama sabitleme süresinin diğer ilgili alanlarından anlamlı derecede daha fazla olmasını desteklemektedir. Çünkü diğer kutularda sadece toplanacak sayılar bulunmaktadır ve toplama işlemi genel olarak SPc ilgi alanında gerçekleştirilmektedir. Toplama işlemi bilişsel bir süreç gerektirdiğinden ve bilişsel yükü arttırdığından SPc ilgi alanındaki sabitlemeler daha uzun gerçekleşmiştir.

SPb ilgi alanı üzerinde ortalama sabitleme süresinin SPa üzerindeki ortalama sabitleme süresinden daha uzun olduğu ve aradaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu tespit edilmiştir. İşlemler incelendiğinde [SP1: (+6)+(+3); SP2: (+5)+(-8); SP3: (-7)+(+2)] SPa ilgi alanında (+6), (+5) ve (-7) sayıları, SPb ilgi alanında (+3), (-8) ve (+2) sayılarına karşılık gelen sayma pulu modellerinin olduğu görülmektedir. Yapısal olarak birbirine benzer olmalarına rağmen SPb üzerinde ortalama sabitleme süresinin anlamlı düzeyde uzun olması SPb üzerinde daha fazla bilişsel süreç gerçekleştiğini göstermektedir. Katılımcıların ilk sabitlendikleri ilgili alanının genellikle SPa ilgi alanı olduğu göz önüne alındığında, bu durum

katılımcıların SPa ilgi alanından aldıkları bilgiyi SPb ilgi alanında bulunan bilgi ile birleştirirken daha fazla bilişsel süreç sergilediklerini ve bu sürecin daha fazla bilişsel yük oluşturduğunu göstermektedir. Bununla birlikte SPb üzerindeki ortalama sabitleme süresinin SPa'dan fazla olması, SPb ilgi alanında da toplama işlemi sürecinin kısmen gerçekleştirildiğini işaret edebilir. Bu sonuç, katılımcıların SPa'dan edindikleri bilgiyi SPb'deki bilgi ile bir araya getirerek sonuca ulaşma çabasında olduklarını gösterebilir. Ancak bu süreç SPc ilgi alanından daha yoğun değildir. Bu durum aynı zamanda, temsile ilk bakıştan son bakışa kadar olan süreç dikkate alındığında, bellekte tutulan bilginin zamanla arttığına ve bu bilgi birikiminin bilişsel yük oluşturduğuna işaret edebilir.

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde farklı koşullarda temsillerin genellikle diğer temsiller ile karşılaştırıldığı çalışmalara ulaşılmıştır. Ulaşılan çalışmalarda farklı temsillerin birbirleri karşılaştırmaları incelenmiştir (Andrà vd., 2009; Andr  vd., 2015; Atagi vd., 2016; Beitlich vd., 2014; Bolden vd., 2015; Dewolf vd., 2015; Lee ve Wu, 2018; Liang ve She, 2021; Malone vd., 2020; Norqvist vd., 2019; Ott vd., 2018; Susac vd., 2017). Bu çalışmalarda sayma pulu temsilini inceleyen çalışmaya rastlanmamıştır.

5.2. “Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Sayı doğrusu ilgi alanları (SD0, SDa, SDb) üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark tespit edilmiştir. Üç ilgi alanı üzerindeki ortalama bakış süreleri birbiri ile anlamlı fark oluşturmaktadır. Ortalama bakış süresi en uzun SDa ilgi alanı, en kısa SD0 ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir.

SD0 ilgi alanına bakış süresinin daha az olması SD0 ilgi alanının diğer ilgi alanlarına göre daha az dikkat çektiğini göstermektedir. SD0 ilgi alanı sayı doğrusu üzerinde, sıfır sayısının olduğu kısımda oluşturulmuştur. SD0 üzerinde diğer ilgi alanlarından daha kısa bakış süresinin gerçekleşmesi sıfır noktasının bir başlangıç noktası anlamı taşıması ve diğer ilgi alanlarına göre daha az bilgi içermesinden kaynaklanıyor olabilir. İlk sabitleme sayısının en fazla SD0 ilgi alanında olmasına rağmen en uzun sabitleme sayısının en az yine SD0 ilgi alanı üzerinde olması bu durumu desteklemektedir.

Sayı doğrusu üzerinde en uzun bakış süresi SDa ilgi alanı üzerinde gerçekleşmiştir. SDa ilgi alanı birinci sayıyı temsil eden okun ucu ile ikinci sayıyı temsil eden okun başlangıç kısmının olduğu kısma karşılık gelmektedir. Bu ilgi alanında edinilen bilgilerin birleştiriliyor olması SDa üzerindeki ortalama bakış süresinin daha uzun olmasının bir nedeni olabilir.

Katılımcılar bu bilgi bütünleştirmesini gerçekleştirirken daha fazla bilişsel faaliyet gerçekleştirmektedir. Bu durum bakış süresinin artmasına neden olmaktadır. Sayı doğrusuna ait ısı haritaları da SDa ilgi alanının bir birleşme noktası olduğunu göstermektedir. Bu sebeple SDa ilgi alanında bakış sürelerinin daha uzun olduğunu söylenebilir.

SDb ilgi alanındaki bakış süresi SDa'dan daha az olmasına rağmen SD0'dan daha fazladır. Bolden ve diğerleri (2015) sayı doğrusu temsiliinde katılımcılar (özellikle daha yüksek başarılı katılımcıların) genellikle son sayıya odaklanma eğiliminde olduğunu belirtmektedir. Ulaşılan sonuç Bolden ve diğerleri (2015) ile çelişmemekle birlikte tam olarak paralellik de göstermemektedir.

Sayı doğrusu ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark tespit edilmiştir. Ortalama sabitlenme sayıları bulguları, ortalama bakış süreleri ile paralellik göstermektedir. En fazla sabitlenme SDa üzerinde gerçekleşmiştir. SDa ilgi alanında genellikle katılımcılar birinci oku takip ederek toplama işlemindeki birinci sayının konumunu tespit etmesi, okun ucundaki sayıyı belirleyerek birinci sayıyı tespit etmesi ve ikinci sayının konumunu belirlemek için hangi yöne hareket etmesi gerektiğini belirlemesi gerekecektir. Bu süreçte SDa ilgi alanı merkezi bir konumdadır. Ayrıca ilgi alanları arasındaki geçişler incelendiğinde sayı doğrusu üzerinde en fazla SD0-SDa ve SDa-SDb arasında geçiş olduğu görülmektedir. Bu durum SDa ilgi alanının bir bağlantı noktası olduğunu göstermekte ve SDa ilgi alanında sabitlenme sayısının ve bakış süresinin artmasına sebep olmaktadır.

Diğer taraftan, SD0 ve SDb ilgi alanlarında daha az sabitlenme gerçekleşmiştir. Bu durum SD0 ve SDb ilgi alanlarından edinilecek bilginin SDa ya göre daha az olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte sabitlenme sayısının en az SD0 ilgi alanında gerçekleşmiş olmasının bir diğer sebebi de katılımcıların sayı doğrusuna aşina olmasından kaynaklanıyor olabilir. Çünkü katılımcılar sayı doğrusu ile ilkokuldan itibaren işlem yapmaktadır. Bu sebeple sıfır noktasının başlangıç noktası olduğunu ve buradan başlayan okun ucunun işlemde ilk sayıyı göstereceğini bilmektedir. Bu bilgiye olan aşinalık katılımcıların SD0 ilgi alanında daha az sabitlenme ve daha kısa bakış süresi sergilemelerine ve hızlı bir şekilde son sayıya bakmalarına sebep olmuş olabilir.

Sayı doğrusu ilgi alanları üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı farklılıklar tespit edilmiştir. Ortalama sabitlenme süresi en kısa SD0 ilgi alanı üzerinde, en uzun SDb ilgi alanı üzerinde gerçekleştiği görülmektedir. Katılımcıların sayı doğrusuna aşina olması ve SD0 ilgi alanında sadece başlangıç noktasını temsilen 0 sayısının ve birinci okun

başlangıcının bulunması, SD0 ilgi alanında daha kısa süreli sabitlenmelerin gerçekleşmesine sebep olduğu söylenebilir.

Uzun sabitlenme süreleri genellikle daha kapsamlı bir bilişsel süreç anlamına gelmektedir (Rayner, 1998). SDb ilgi alanı üzerinde ortalama sabitlenme süresinin anlamlı düzeyde uzun olması SDb üzerinde daha fazla bilişsel faaliyet gerçekleştiğini göstermektedir. Sayı doğrusu üzerindeki en uzun sabitlenmelere ait ısı haritaları da SDb ilgi alanındaki sabitlenme uzunluğunun daha fazla olduğunu desteklemektedir. Bu durum sayı doğrusu temsiliinde sonuca ulaşmak için diğer ilgi alanlarına kıyasla en fazla SDb ilgi alanında bilişsel süreç gerçekleştiğini göstermektedir.

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde farklı koşullarda temsillerin genellikle diğer temsiller ile karşılaştırıldığı çalışmalara ulaşılmıştır. Ulaşılan çalışmalarda farklı temsillerin birbirleri ile karşılaştırmaları incelenmiştir (Andrà vd., 2009; Andr  vd., 2015; Atagi vd., 2016; Beitlich vd., 2014; Bolden vd., 2015; Dewolf vd., 2015; Lee ve Wu, 2018; Liang ve She, 2021; Malone vd., 2020; Norqvist vd., 2019; Ott vd., 2018; Susac vd., 2017). İncelenen çalışmalarda sayı doğrusu temsiliini kendi içinde inceleyen çalışmaya rastlanmamıştır.

5.3. “Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketi Ölçümleri Arasında Fark Var Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Sembolik temsil üzerindeki ilgi alanlarının ortalama bakış süreleri, sabitlenme sayıları ve sabitlenme süreleri arasında istatistiksel fark tespit edilmemiştir. Bu durum sembolik temsilde ilgi alanları ile sınırlandırılan bölgelerin katılımcılar için benzer nitelikte olduğu anlamında yorumlanabilir.

Sembolik temsil, Paivio (1990) ve Gilbert (2010) sınıflandırması kapsamında, sözlü temsil sistemine dahildir. Bu sebeple sembolik temsiller simgesel yapıya sahiptir ve içerdiği bilgi genellikle açık, anlaşılır ve yorumlanması sınırlıdır. Bu durum sembolik temsiliin ilgi alanlarının sabitlenme süreleri arasında anlamlı fark oluşmamasını açıklamaktadır. Ancak bu sonuç toplama işleminin nasıl ve nerede yapıldığını ve toplama işlemi sürecinde bilişsel yükün nerede oluştuğunu açıklamamaktadır.

Üç ilgi alanı birbirinden bağımsız düşünüldüğünde, ilgi alanlarında bulunan bilgilerle katılımcılar verilen görevleri yerine getirebilme imkanına sahiptir. Bununla birlikte sembolik temsile ait ısı haritaları incelendiğinde üç ilgi alanında da (SMa, SMb ve SMC) dengeli bir odaklanmanın gerçekleştiği gözlenmektedir. Bu iki bulgu birleştirildiğinde, katılımcıların üç ilgi alanında da sonuca ulaşmak için bağımsız bilişsel faaliyet sergileyebildiklerini ve bilişsel

faaliyetlerin bu üç ilgi alanına dengeli dağıldığını göstermektedir. Uzun sabitlenme süreleri genellikle daha kapsamlı bir bilişsel süreç anlamına gelmektedir (Rayner, 1998). Yani katılımcılar diğer ilgi alanlarına ziyaret etse de SMA, SMB veya SMC ilgi alanlarından yalnızca birine odaklanarak sonuca ulaştıklarını göstermektedir. Bu durum ortalama bakış süreleri, sabitlenme sayıları ve sabitlenme sürelerinin de ilgi alanlarına göre neden farklılık göstermediğini açıklamaktadır.

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde farklı koşullarda temsillerin genellikle diğer temsiller ile karşılaştırıldığı çalışmalara ulaşılmıştır. Ulaşılan çalışmalarda farklı temsillerin birbirleri karşılaştırmaları incelenmiştir (Andrà vd., 2009; Andrá vd., 2015; Atagi vd., 2016; Beitlich vd., 2014; Bolden vd., 2015; Dewolf vd., 2015; Lee ve Wu, 2018; Liang ve She, 2021; Malone vd., 2020; Norqvist vd., 2019; Ott vd., 2018; Susac vd., 2017). İncelenen çalışmalarda sembolik temsili kendi içerisinde inceleyen çalışmaya rastlanmamıştır.

5.4. “Katılımcıların Göz Hareketi Ölçümleri Temsil Türüne Göre Farklılaşmakta Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Temsiller üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark tespit edilmiştir. Temsiller ikili karşılaştırıldığında farkın sözel temsil ile diğer temsiller arasında olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte diğer temsil türlerinin ikili karşılaştırmalarında anlamlı fark gözlenmemiştir.

En uzun ortalama bakış süresi sözel temsil üzerinde gerçekleşmiştir. Bu durum aynı işlem sürecine karşılık gelen dört temsil arasında en fazla sözel temsil üzerinde bilişsel faaliyet gerçekleştiğine işaret etmektedir. Andra ve diğerlerine (2015) göre formüllere grafiklerden daha kısa süreli bakışlar gerçekleştirilmektedir. Benzer şekilde Beitlich ve diğerlerine (2015) göre görsel temsiller üzerinde sembolik ve metin temsillerinden daha fazla süre harcanmaktadır. Atagi ve diğerleri (2016) ise görsel temsillere sembolik temsillerden daha kısa süreli bakışların gerçekleştirildiği sonucuna ulaşmıştır. Ulaşılan sonuçlar Andra ve diğerleri (2015) ve Beitlich ve diğerleri (2015) bulguları ile çelişirken Atagi ve diğerleri (2016) bulguları ile benzerlik göstermektedir.

Paivio (1990) ve Gilbert’in (2010) temsil sınıflandırmasına göre formüller bu çalışmadaki sembolik temsil ve sözel temsil ile benzer özellikte iken grafikler sayma pulu ve sayı doğrusu ile benzer özelliktedir. Bu bağlamda değerlendirildiğinde Andra ve diğerlerine (2015) göre sözel temsillere daha uzun süre bakılırken formüllere daha az süre bakılmıştır. Andra ve diğerleri bu durumu grafiklerin okunması ve yorumlanması için belirli bir stratejinin

olmaması ve dolayısıyla daha uzun süreli bilişsel faaliyetler gerçekleştirmesine bağlanmıştır. Sayı doğrusu ve sayma pulları katılımcıların öğretim sürecinden aşına oldukları temsillerdir. Bu aşinalık sebebiyle katılımcıların bakış süresinin daha kısa olduğu düşünülmektedir.

Sayma pulu, sayı doğrusu ve sembolik temsil üzerindeki ortalama bakış süreleri arasında anlamlı bir fark görülmemesi, benzer işlemlerde bu üç temsil türü üzerinde okuma, anlama, analiz etme ve çözümleme gibi bilişsel süreçler için birbirine yakın zamana ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Ancak sözel temsillerde bu bakış süresi artmaktadır. Bu durum verilen dışsal temsillerin karşılığı olan içsel temsillere geçişte, sözel temsillerde daha fazla dönüşüm yapıldığını gösterebilir (Goldin ve Kaput, 1996). Çünkü içsel ve dışsal olarak, temsil eden ve temsil edilen arasındaki ilişki üzerinde bir etkileşim ve yorumlama eylemi söz konusudur (von Glasersfeld, 1987).

Burada “(-2)+(8)” işlemini “*negatif iki ile pozitif sekizin toplanması işleminde*” şeklinde ifade etmek bile okumak ve anlamak için fazladan süre gerektirmektedir. Çünkü sembolik ifadeye bakan katılımcı geçmiş deneyimlerine dayanarak iki tam sayıyı (“-2”, “+8”) ve aralarındaki toplama işlemini (+) sözel ifade edilmesinden daha kısa sürede aşına olduğu içsel temsillere dönüştürebilir. Ayrıca sayma pulu, sayı doğrusu ve sembolik temsillere göre sözel temsilde daha anlaşılabilir sözcükler bulunmasına rağmen bu sözcüklerin sıralı, ilişkisel ve hiyerarşik yapısı (Paivio, 1990) bakış süresini arttırmaktadır. Bu sebeple aynı aşamaya sözel temsil kullanarak ulaşmak daha uzun zaman alabilmektedir.

Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı fark tespit edilmiştir. Temsiller ikili karşılaştırıldığında sadece sayı doğrusu ile sembolik temsil arasında anlamlı fark olmadığı diğer temsillerin ortalama sabitlenme sayıları arasında anlamlı fark olduğu belirlenmiştir. En fazla sabitlenme sözel temsil üzerinde, en az sabitlenme sayma pulu temsili üzerinde gerçekleşmiştir. Bu sonuç Ott ve diğerleri (2018) bulguları ile benzerlik göstermektedir. Ott ve diğerleri çoklu temsillerle yaptığı çalışmada metin temsili üzerinde formül ve grafik temsillerine kıyasla daha fazla sabitleme sayısı ve toplam sabitlenme süresi gerçekleştiği sonucuna ulaşmıştır. Metin temsili en çok ilgilenilen temsil olmasını öğrencilerin metin temsili referans temsil olarak konumlandırması ile ilişkilendirmiştir. Bu sonuca benzer olarak yapılan çalışmada sözel temsile daha uzun süre bakılması ve daha fazla sabitlenme gerçekleşmesi öğrencilerin sözel temsili kendilerine açıklayıcı ve anlaşılması kolay olarak görmelerinden kaynaklanıyor olabilir. Ancak sonuçlar Malone ve diğerleri (2020) bulguları ile çelişmektedir. Malone ve diğerleri metinlere grafiklerden daha az sabitlenme gerçekleştirildiği sonucuna ulaşmıştır.

Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sayılarına ait bulgular, bakış sürelerine ait bulgular ile benzerlik göstermektedir. Sözel temsil üzerindeki sabitlenme sayılarının diğer temsillere kıyasla oldukça fazla olmasının, sözel temsil üzerinde bilgi içeren noktaların (yani sözcüklerin) fazla olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü katılımcıların bakış yolları incelendiğinde, katılımcılar verilen görevi yerine getirirken metin içerisinde (sözcükler arasında) bilgi arama çabasına girdikleri gözlenmiştir. Bu durum sözel temsil üzerindeki bakış süresinin ve sabitlenme sayısının artmasına sebep olmuştur. Ayrıca sözel temsil üzerinden elde edilebilecek bilgilerin daha dağınık olması da katılımcıların daha fazla sabitlenme gerçekleştirerek bilgi arama çabasına girdiklerine işaret edebilir.

Dört temsilin sabitlenme sayıları ısı haritaları üzerinden değerlendirildiğinde sabitlenme sayısının en az olduğu sayma pulunda bakışların daha toplu olduğu gözlenmiştir. Sabitlenme sayısının en fazla olduğu sözel temsilde ise bakışların temsilin tamamına yayıldığı gözlenmiştir. Sayı doğrusu ve sembolik temsil üzerinde ise daha dengeli bir dağılım mevcuttur. Buradan sabitlenme sayısının az olduğu sayma pulunda katılımcıların daha hedefe yönelik noktalar üzerinde odaklanarak daha az bilgi arayışına girdiği söylenebilir. Sözel temsilde ise, bu durumun aksine, dağınık bakışlar sergileyerek bilgi arayışında bulunduğu söylenebilir. Temsiller sözlü ve sözlü olmayan temsiller (Gilbert, 2010; Paivio, 1990) olarak gruplandırıldığında sözlü olmayan temsillerde sabitlenme sayılarının daha az olduğu ve katılımcıların bilgi arayışına daha az girdiği söylenebilir. Bununla birlikte sözlü temsillerde katılımcılar bilgiye ulaşmak için daha fazla göz hareketi sergilemektedir.

Temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı fark tespit edilmiştir. Temsiller ikili karşılaştırıldığında sadece sayı doğrusu ile sembolik temsil arasında anlamlı fark olmadığı diğer temsillerin ortalama sabitlenme süreleri arasında anlamlı fark olduğu belirlenmiştir. Uzun sabitlenme süreleri genellikle daha kapsamlı bir bilişsel süreç anlamına gelmektedir (Rayner, 1998). Bununla birlikte anlamlı olmayan bir kelimeyle veya karmaşık problemlerle karşılaşıldığında daha uzun süreli sabitlenmeler meydana gelebilir (Hegarty ve diğerleri, 1992; Hegarty ve Just, 1993; Liang ve She, 2021). Sabitlenme süresi en az sözel temsil üzerinde gerçekleşirken, en fazla sabitlenme süresi sayma pulu temsili üzerinde gerçekleşmiştir.

Sayma pulu temsili üzerinde ortalama sabitlenme süresinin diğer temsillerden daha uzun olması sayma pulu üzerinde katılımcıların daha yoğun bir bilişsel süreç gerçekleştirdiğini göstermektedir. Çünkü Göz-Zihin varsayımına göre nereye baktığımız ve ne kadar süre baktığımız bilişsel süreçlerden etkilenmektedir (Just ve Carpenter, 1980). Bu bilişsel faaliyetler

ise zihinde bilişsel yük oluşturmaktadır (Chandler ve Sweller, 1991). Sayma pulunda bulunan görsellerin zihinde işleme ve anlamlandırılma sürecinin sabitlenme sürelerini arttırdığı söylenebilir. Yani görsel üzerine odaklanma, görsel okuma ve görseli anlamlandırma katılımcının zihninde yoğun bir bilişsel süreç yaşamasına sebep olmaktadır. Bu durum sayma pulu gibi görsel temsillerin bilişsel yükü arttırdığının bir göstergesi olabilir.

Benzer şekilde Andra ve diğerlerine (2015) göre uzun süreli sabitlenmeler grafiklere kıyasla formüllerde daha az gerçekleşmektedir. Bu durumu grafiklerin anlamlandırılması için daha uzun süreli bilişsel faaliyetlerin gerekli olduğu şeklinde yorumlamıştır. Ayrıca Ott ve diğerlerine (2018) göre formül ve grafikler doğal dil metnini yorumlamaktan daha zor olabilmektedir. Bu sonuç yapılan çalışma için sözlü temsillerde sabitlenme sürelerinin neden daha kısa olduğunu veya sayma pulu ve sayı doğrusu gibi görsel temsillerde ve sembolik temsilde sabitlenme süresinin neden daha uzun olduğunu açıklamaktadır.

Sayı doğrusu görsel temsil olmasına rağmen, sayı doğrusu ile sayma pulu temsillerinin sabitlenme süreleri arasında anlamlı fark gözlenmiştir. Bununla birlikte sayı doğrusu ile sembolik temsil üzerindeki sabitlenme süreleri arasında anlamlı fark gözlenmemiştir. Bu sonuçlar görsel temsillerin bilişsel yükü arttırdığını ancak bu durumun her zaman geçerli olmayabileceğini göstermektedir. Benzer şekilde Ott ve diğerleri (2018) formül ve grafik temsilleri arasında net bir fark gözlemlememiştir.

Ortalama sabitlenme süresi diğer temsillere kıyasla en kısa sözel temsil üzerinde gerçekleşmiştir. Katılımcı göz hareketlerine ait bakış yolları incelendiğinde katılımcıların genellikle kelime veya kelime grupları üzerinde kısa süreli sabitlenmeler gerçekleştirerek bir sonraki kelimeye geçtikleri gözlenmiştir. Yani soldan sağa doğal bir metin okuma davranışı sergilenmiştir. Sözel temsil üzerindeki bu okuma davranışı, sabitlenme sayısının artmasına ancak sabitlenme süresinin kısalmasına sebep olduğu görülmüştür. Sözel temsil üzerinde ortalama sabitlenme süresinin daha kısa olması sözel temsillerin diğer temsillere kıyasla katılımcı zihninde daha az bilişsel yük oluşturduğunu göstermektedir.

Temsillerin karşılaştırılmasından elde edilen sonuçlar incelendiğinde temsiller üzerindeki ortalama sabitlenme süreleri ile ortalama sabitlenme sayıları arasında ters bir ilişki gözlenmiştir. Katılımcılar sözel temsil üzerine daha fazla sabitlenirken bu sabitlenmeler daha kısa süreli olmuştur. Ancak sayma pulu üzerinde daha az sabitlenirken bu sabitlenmeler daha uzun süreli olmuştur. Bu durum görsel temsiller üzerindeki bilgi parçalarının daha yoğun

içerikli olduğunu ve katılımcıların bu bilgileri edinmek için daha uzun süreli sabitlenmeler ve daha yoğun bir bilişsel süreç gerçekleştirdiğine işaret etmektedir.

Sözlü temsillerde ise bilginin daha az yoğun olduğu ancak bilgi parçalarının sayısının daha fazla olduğu söylenebilir. Bu sebeple katılımcılar bilgi parçalarını bir araya getirmek için daha fazla sabitlenme gerçekleştirmişlerdir. Bunun yanında bilgiler daha az bilişsel süreç gerektiren parçalar olduğu için sabitlenme süreleri daha kısa süreli gerçekleşmiştir. Yapılan çalışmalarda benzer sonuçlar gözlenmiştir (Ott vd., 2018; Susac vd., 2017). Ott ve diğerleri (2018) bu durumu metin temsiline referans temsil olmasına bağlamıştır. Susac ve diğerlerine (2017) göre görsel temsiller verileri görselleştirerek öğrenciler üzerindeki bilişsel yükü azaltmakta ve verileri işlemek için mevcut bilişsel kaynakların miktarını arttırmaktadır.

Sayı doğrusu ve sembolik temsil dikkate alındığında bu temsillerin ortalama bakış süreleri, sabitlenme sayıları ve sabitlenme süreleri arasında istatistiksel olarak anlamlı fark gözlenmemiştir. Sayı doğrusu temsiline sözlü olmayan temsil sınıfında olduğu ve sembolik temsiline sözlü temsil sınıfında olduğu göz önüne alındığında, bu sonuç sözlü temsiller ile sözlü olmayan temsillere bakışların benzer nitelikte olduğunu ve birbirinden tam olarak farklılaşmadığını işaret edebilir.

Sözlü ve sözlü olmayan temsillerin bulunduğu çalışmaların bazılarında sözlü temsil üzerinde daha uzun odaklanmalar gerçekleşirken (Beitlich vd., 2014; Liang ve She, 2021; Ott vd., 2018) bazılarında sözlü olmayan temsiller üzerinde daha uzun odaklanmalar gerçekleşmiştir (Beitlich vd., 2015; Malone vd., 2020). Bu çalışmada en uzun sayma pulu temsiline (sözlü olmayan temsil) sabitlenmeler gerçekleşirken en kısa sözel temsilde (sözlü temsil) gerçekleşmiştir. Bu durumun farklı sebepleri olabilir. Ancak bu çalışmalardaki katılımcıların niteliği (sınıf düzeyi, cinsiyet, başarı düzeyi gibi), metinlerin uzunluğu ve karmaşıklığı, görsellerin basitliği veya karmaşıklığı, gibi kriterler metinler ile görseller arasındaki odaklanmaların farklılaşmasına sebep olmuş olabilir.

5.5. “Katılımcıların Sayma Pulu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Katılımcıların sayma pulu temsilleri üzerindeki göz hareketi bulguları incelendiğinde benzer göz hareketi sergileme eğilimleri olduğu gözlenmiştir. Bu bulgular sayma pulu temsilleri için katılımcıların zihninde temsille ilgili benzer bilgi birikimi ve imajın olduğunu gösterebilir.

Sayma pulu temsilleri incelendiğinde, katılımcıların temsil üzerinde sıklıkla geriye dönük bakış sergiledikleri gözlenmiştir. Bu durum katılımcıların bilgi almak için ilgi alanları arasında anlık git gel yaptıklarını göstermektedir. Ancak geriye dönük bakış tek başına ilişkilendirme yapısını ortaya koymak için yeterli değildir. Ayrıca üç sayma pulunda da genellikle geriye dönük bakış gerçekleştirilmesi, işlemde kullanılan sayıların geriye dönük bakışı etkilemediğini göstermektedir.

İlişkilendirme yapısını ortaya koymak için diğer alt boyutlar incelendiğinde, katılımcıların sıklıkla döngüsel bakış ve taramalı bakış gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Katılımcıların çoğunun döngüsel bakış sergilemesi, ilgi alanlarını birbiri ile gruplandırarak çözüme ulaşma yaklaşımı sergilediklerini göstermektedir. Üç sayma pulu temsiliinde döngüsel bakış sayılarının birbirine yakın olması, işlemde kullanılan sayıların döngüsel bakışı etkilemediğini göstermektedir.

Diğer taraftan, sayma pulu temsilleri üzerinde taramalı bakış sergiledikleri gözlenmiştir. Bu durum katılımcıların özellikle iki ilgi alanını baz alıp aralarında ikili ilişki kurma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Sayma pulu geçiş sayıları karşılaştırıldığında SPa-SPb arasındaki geçiş sayısının diğerlerinden daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum toplanacak iki sayıyı temsil eden sayma pullarının SPa ve SPb’de olmasından kaynaklanıyor olabilir. Katılımcıların bu ilgi alanlarındaki gerekli bilgilere ulaşma ve birleştirme çabaları, bu iki ilgi alanı arasında daha fazla taramalı bakış sergileyerek ilişki kurmalarına neden olduğu söylenebilir.

Sayma pulu temsiliinde toplama işleminde kullanılan sayıların farklılığı geriye dönük ve döngüsel bakışı etkilememiştir. Bu durum kullanılan sayılardan bağımsız olarak sayma pulunda geriye dönük ve döngüsel bakışın sıklıkla kullanıldığını göstermektedir. Ancak taramalı bakışlar incelendiğinde SP1 (iki pozitif tam sayının toplandığı işlem) temsili üzerinde diğerlerine kıyasla daha az gerçekleşmiştir. Bu durum sayma pulu temsiliinde, aynı işaretli sayıların toplamında, ikili ilişkilendirmelere daha az ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Yani sayma pulu ile aynı işaretli sayıların toplamında daha az ikili ilişkilendirme ihtiyacı hissedilirken ters işaretli sayıların toplama işleminde daha fazla ihtiyaç hissedilmiştir. Ters işaretli sayıların toplamında işaret farklılığı bilişsel faaliyetlerin daha fazla gerçekleşmesine sebep olmuş olabilir. Bu sonuç, taramalı bakış sayısındaki artışa paralel olarak bilişsel yükün de arttığının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

Sayma pulu temsili üzerindeki çapalı bakışlar incelendiğinde, ilişkilendirme temasının diğer alt temalarına kıyasla çapalı bakış daha nadir gözlenmiştir. Çapalı bakış gösteren

katılımcıların göz hareketleri incelendiğinde ise genellikle toplanan sayıların bulunduğu SPa ve SPb ilgi alanlarını merkeze aldıkları gözlenmiştir. Bu sonuç katılımcıların ikili ilişkilendirmeler için geriye dönük ve taramalı bakışı daha sık kullandığını gösterirken gruplandırarak ilişkilendirme için döngüsel bakışı daha sık kullandıklarını göstermektedir.

Göz hareketleri ve bakışlar Gestalt'ın bütüncül bakış hipotezi ile doğrudan olmasa da kısmen çelişebilmektedir (Duchowski, 2017). Duchowski (2017), Yarbus (1967) ve Norton ve Stark (1971) çalışmalarını baz alarak Gestalt'ın aksine görsellerin tutarlı ve sıralı bir şekilde incelenerek inşa edildiğini iddia etmiştir. Benzer durum sayma pulu temsili için ilişkilendirme temasının alt bileşenlerinde de gözlenmiştir. Katılımcılar genel olarak geriye dönük bakış, taramalı bakış ve çapalı bakış ile ikili ilişkilendirme, döngüsel bakış ile gruplandırarak ilişkilendirmeler gerçekleştirmiştir. Yani katılımcılar ilgi alanlarındaki bilgileri parça parça edindikten sonra diğer ilgi alanları ile birleştirme eğiliminde olmuşlardır.

Sayma pulu temsilleri bütünlük durumları açısından incelendiğinde katılımcıların genellikle tekli bütüncül desen sergiledikleri gözlenmiştir. Bu durum katılımcıların sayma pulu temsillerini amaçlı bir şekilde ve bir bütün halinde incelediklerini göstermektedir. Çoklu bütüncül desen ve bütünlük oluşturmayan desen daha nadir gözlenmiştir. Üç sayma pulunda da benzer durumun gözlenmesi sayma pullarında, toplama işleminde kullanılan sayıların bütünlük durumunu etkilemediği ve sayma pulu temsillerinin genellikle bir bütün olarak incelendiğini göstermektedir. Ancak bütünlük oluşturmayan göz hareketlerinin sergilendiği sayma pulu temsilleri incelendiğinde, katılımcıların ya doğrudan sonuca ulaşmak için gerçekleştirilen bakışlar (genelde SPc üzerinde) olduğu ya da amaçsız yapılan bakışlar olduğu gözlenmiştir.

Sayma pulu üzerindeki göz hareketleri tekrar durumu kapsamında incelendiğinde, SP1 ve SP3'te tekrarlı göz hareketlerinin daha sık gerçekleştirildiği gözlenmiştir. Ancak SP2'de tekrarsız göz hareketlerinin daha fazla olduğu gözlenmiştir. SP2'de diğerlerine kıyasla daha fazla pul (pozitif/negatif) bulunmaktadır. Bu durum benzer göz hareketlerinin sayısının azalmasına sebep olmuş olabilir. Ayrıca her üç sayma pulu temsili de SPd ilgi alanına çok az sabitlenme gerçekleşmesinden dolayı genellikle kısmi desenler gözlenmiştir.

Gezinme uzunlukları kapsamında incelendiğinde sayma pulu temsillerinde genellikle orta gezinme gerçekleştiği gözlenmiştir. Ancak temsil bazında orta gezinme ve uzun gezinme sayılarının birbirine oldukça yakın olduğu gözlenmiştir. Bu durum gezinme uzunluğunun sayma pulu temsili için ayırt edici bir değişken olmadığını göstermektedir.

5.6. “Katılımcıların Sayı Doğrusu Temsili Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Sayı doğrusu temsillerinde neredeyse katılımcıların tamamının geriye dönük bakış sergiledikleri belirlenmiştir. Bu durum sayı doğrusu üzerinde oluşturulan ilgi alanlarının birbiri ile ilişkilendirildiğini göstermektedir. Ancak sayı doğrusu temsiliinde diğer temsil türlerine kıyasla daha az ilgi alanının bulunması (SD0, SDa ve SDb), dolaylı olarak birçok göz hareketinin geriye dönük bakış olarak değerlendirilmesine sebep olmuş olabilir. Hangi ilgi alanları arasındaki geriye dönük bakışların gerçekleştiği incelendiğinde; SD1’de SDa-SDb arasında, SD2 ve SD3’te SD0-SDa arasında daha sık geriye dönük bakış gözlenmiştir. Bu sonuç sayı doğrusu ile toplama işleminde kullanılan sayıların bakışları etkilediği söylenebilir. Bununla birlikte geriye dönük bakış ilişkilendirmeler için çok genel bir bakış sağlamaktadır.

İlişkilendirmeler temasının diğer alt boyutları incelendiğinde üç sayı doğrusu temsili arasında farklılaşma dikkat çekmektedir. Özellikle döngüsel bakışlarda büyük fark ortaya çıkmıştır. SD2 ve SD3’te katılımcıların çoğu döngüsel bakış sergilerken, bu durum SD1’de oldukça azalmaktadır. SD1’de iki negatif sayının toplamı temsil edilirken SD2 (+,-) ve SD3’te (-,+) ters işaretli sayıların toplamı temsil edilmiştir. Bu durum, sayı doğrusu ile aynı işaretli sayıların (iki negatif sayının) toplamında, katılımcıların daha az döngüsel bakış sergilediklerini dolayısıyla çözüm sürecinde sayı doğrusu ilgi alanlarını daha az döngüsel bakış gerçekleştirerek ilişkilendirdiklerini göstermektedir. Bu durumun aksine, toplanan sayılar ters işaretli olduğunda, sayı doğrusu üzerinde daha fazla döngüsel bakış içeren ilişkilendirmeler gözlenmiştir. Bu sonuç sayı doğrusunda toplama işleminde kullanılan sayıların döngüsel bakış içeren ilişkilendirmeleri etkilediğini göstermektedir. Yani aynı işaretli sayıların toplamında daha az gruplandırarak ilişkilendirme gerçekleşirken ters işaretli sayıların toplamında daha fazla gruplandırarak ilişkilendirme gerçekleşmiştir. Ayrıca aynı ve ters işaretli sayıların toplamında döngüsel bakış gözlenme ihtimali döngüsel bakış ile ilişkilendirmelerin toplanan sayıların konumundan etkilendiğini de göstermektedir.

Katılımcılar üç sayı doğrusu üzerinde sıklıkla taramalı bakış gerçekleştirmiştir. Bu durum katılımcıların bilgi edinmek için sayı doğrusu üzerindeki ilgi alanları arasında ikili ilişkilendirmeler kurarak sonuca ulaşma çabası sergilediğini göstermektedir. Ancak diğerlerine kıyasla SD3’te daha az taramalı bakış gözlenmiştir. SD3’te SD0 ve SDb ilgi alanlarının birbirine yakın olmasının, bu temsilde taramalı bakış sayısının daha az olmasına sebep olduğu söylenebilir. Sabitlenmelerde fovea (yani gözün baktığı merkezi alan) uyarının net görüleceği bölgeye taşınır ve sonraki göz hareketleri parafoveal ve peripheral alandaki uyaranlara göre

değişmektedir. Eğer uyaran peripheral alanda ise sıçrama olmaksızın tanımlanabilmektedir (Rayner, 1998). Bu durum katılımcıların konumları birbirine yakın uyaranlar arasında göz hareketi gerçekleştirmeden belirli bir alanı görebildiğini göstermekte ve belirtilen durumun bu sebepten kaynaklandığı düşünülmektedir.

Sayı doğrusu temsilleri üzerindeki çapalı bakışlar incelendiğinde, ilişkilendirme temasının diğer alt temalarına kıyasla çapalı bakış daha az gözlenmiştir. Bu sonuç katılımcıların ilişkilendirmeler için daha çok geriye dönük, taramalı ve döngüsel bakış gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Çapalı bakış gösteren katılımcıların göz hareketleri incelendiğinde ise genellikle SDa ilgi alanını merkeze aldıkları gözlenmiştir.

Duchowski'ye (2017) göre görseller tutarlı ve sıralı bir şekilde incelenerek parça parça inşa edilmektedir. Bu durum, sayı doğrusu temsilleri üzerindeki bakışlarda oldukça sınırlı düzeyde gerçekleşmiştir. Genel olarak sayı doğrusu oklarının katılımcı bakışlarını yönlendirdiği gözlenirse de geriye dönük, döngüsel, taramalı ve çapalı bakışlar temsil üzerindeki sıralı bakışları kesintiye uğratmıştır. Bununla birlikte doğrudan sonuç okunun ucuna gerçekleştirilen odaklanmalar da sıralı ve tutarlı bakışların sergilenmesini engellemiştir. Çünkü verilen görevlerde toplama işleminin sonucu istenmiştir. Ancak katılımcılar işlem sonucunun bulunduğu ilgi alanı olan SDb'ye odaklanmalarına rağmen bakışa devam ederek (muhtemelen ulaştıkları sonucu kontrol etmek amacıyla) sayı doğrusunun diğer ilgi alanlarını da kontrol etme ihtiyacı hissetmiştir. Bu durum da bakışlardaki tutarlılığı düşürmüştür.

Sayı doğrusu modelleri bütünlük durumu kapsamında incelendiğinde, katılımcıların her üç sayı doğrusu üzerinde de genellikle çoklu bütüncül desen sergiledikleri ön plana çıkmaktadır. Çoklu bütüncül desene sahip modeller incelendiğinde taramalı bakışların çokluğu dikkat çekmektedir. Sayı doğrusu üzerinde ilgi alanı sayısı (üç ilgi alanı) az olmasına rağmen çoklu bütüncül desenin daha fazla gözlenmiş olması, katılımcıların ilgi alanlarını genellikle ikili grupladığını ve bunlar arasında düzenli göz hareketleri gerçekleştirdiğine işaret etmektedir. Her üç sayı doğrusu temsilinde de bütünlük oluşturmayan desen daha az gözlenmiştir. Bütünlük oluşturmayan desenin daha az gerçekleşmesi katılımcıların sayı doğrusu temsili üzerinde genellikle bütüncül bir bakış sergilediklerini göstermektedir.

Taramalı ve çapalı bakış diğer temsil türlerine kıyasla sayı doğrusu temsilinde daha fazla kullanılmıştır. Bu durum katılımcıların diğer temsillere kıyasla sayı doğrusunda daha fazla ikili ilişkilendirme gerçekleştirdiğini göstermektedir.

Sayı doğrusu modelleri tekrar durumları kapsamında incelendiğinde katılımcıların neredeyse tamamının tam desen sergiledikleri gözlenmiştir. Sayı doğrusu temsili üzerinde daha az ilgi alanının oluşturulmuş olması (üç ilgi alanı), dolaylı olarak göz hareketlerinin tam desene sahip olmasına sebep olmuştur. Bununla birlikte tekrarlı tam desenler tekrarsız tam desenlerden daha fazla gözlenmiştir. Bu durum katılımcıların bilgi edinmek için benzer göz hareketlerini tekrarladıklarını göstermektedir. Ancak tekrarlı ve tekrarsız desen sayısı arasındaki fark SD1’de daha az iken SD2 ve SD3’te fark çok daha fazladır. SD1’de aynı işaretli sayıların toplanmasının benzer göz hareketi sayısını azalttığını göstermektedir.

Katılımcıların gezinme uzunlukları incelendiğinde, sayı doğrusu temsillerinde genelinde uzun gezinme daha az gözlenmesine rağmen gezinme uzunlukları dengeli dağılmıştır. Bu durum gezinme uzunluğunun sayı doğrusu temsili için ayırt edici bir özellik olmadığını göstermektedir.

5.7. “Katılımcıların Sembolik Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Sembolik temsil üzerindeki katılımcı göz hareketi modelleri incelendiğinde benzer desen sergileme eğilimleri olduğu gözlenmiştir. Bu bulgular sayma pulunda olduğu gibi katılımcıların zihninde sembolik temsiller ile ilgili bir bilgi birikimi ve imaj olduğunu göstermektedir. Bu bilgi birikiminin katılımcı bakışlarını etkilediği ve hatta yön verdiği söylenebilir.

Sembolik temsile ait modeller incelendiğinde katılımcıların tamamına yakını, üç sembolik temsilde de geriye dönük bakış gerçekleştirmiştir. Bu durum katılımcıların sembolik temsiller üzerindeki ilgi alanları arasında bilgi alma ve ilişkilendirme için anlık ileri geri göz hareketleri yaptıklarını göstermektedir. Bu durumun üç sembolik temsilin tamamı üzerinde gözlenmesi sembolik temsilde toplama işleminde kullanılan sayıların işaretlerinin geriye dönük bakış ile ilişkilendirmeyi etkilemediğini göstermektedir.

Sembolik temsil üzerinde ilişkilendirmenin diğer bileşenleri olan döngüsel, taramalı ve çapalı bakışlar için doğrudan bir sonuca ulaşılamamıştır. Çünkü katılımcılar bu bakışları bazen gerçekleştirirken bazen gerçekleştirmemişlerdir. Ayrıca bu bakışların gözlenme sıklıkları birbirine oldukça yakındır. Bu sonuç katılımcıların ilişkilendirme türlerini çeşitlendirdiğini göstermektedir. Ancak hangi ilişkilendirmeyi hangi durumda kullandıklarına dair bir bulgu elde edilememiştir.

Sembolik temsil modelleri bütünlük durumu kapsamında incelendiğinde katılımcıların genellikle tekli bütüncül desen sergiledikleri gözlenmiştir. Çoklu bütüncül desen ve bütünlük oluşturmayan desen çok daha az gözlenmiştir. Bu durum katılımcıların sembolik temsil üzerinde odaklandıkları ilgi alanlarını belirli bir düzende incelediklerini göstermektedir. Ayrıca üç sembolik temsilde genellikle tekli bütüncül desenin gözlenmesi, toplama işleminde kullanılan sayıların bütünlük durumunu etkilemediğini göstermektedir.

Sembolik temsil modelleri, tekrar durumu açısından incelendiğinde kapsayıcı bir sonuç elde edilememiştir. SMD ilgi alanına katılımcıların yaklaşık yarısı sabitletme gerçekleştirmediği için kısmi desen sayısı nispeten daha fazla gözlenmiştir. Bu durumun haricinde tekrarlı ve tekrarsız desen bulunan modellerin dengeli bir dağılım göstermesi tekrar durumunun sembolik temsil için ayırt edici bir bileşen olmadığını göstermektedir.

Katılımcıların gezinme uzunlukları incelendiğinde, sembolik temsil genelinde uzun gezinme nispeten daha az gözlenmesine rağmen gezinme uzunlukları dengeli dağılmıştır. Bu durum gezinme uzunluğunun sembolik temsil için ayırt edici bir bileşen olmadığını göstermektedir.

5.8. “Katılımcıların Sözel Temsil Üzerindeki Göz Hareketleri Nasıldır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Sözel temsillere ait bulgular incelendiğinde katılımcıların metinleri sol üstten başlayarak doğal okuma yönünde (soldan sağa doğru) inceledikleri gözlenmiştir. Benzer şekilde ilk sabitletmeler de genellikle sol üst kısımda gerçekleşmiştir. Bu durum katılımcıların beklendiği gibi sözel temsilleri metin okumasına benzer bir şekilde incelediğini göstermektedir. Odaklanmalar ise genellikle sözcüklerin orta noktasına yakın gerçekleşmiştir. Çünkü bir kelimenin en hızlı tanımlanabildiği optimum görüntüleme konumu sözcüklerin merkezidir (Rayner, 2009). Katılımcılar tanıma sürecini kısaltmak amacıyla sözcüklerin merkezine sabitletmeler gerçekleştirmişlerdir.

Sözel temsillere ait ısı haritaları incelendiğinde, toplanan sayılar ve sayıların işaretleri üzerinde odaklanmaların yoğunlaştığı gözlenmiştir. Bu gözlem işlem sonucuna ulaşma sürecinde beklenen bir durumdur. Sayı okuma ve problem çözme görevlerinde problemin daha karmaşık yönlerine/alanlarına daha fazla ve daha uzun sabitletmeler gerçekleşmektedir (Duchowski, 2017). Ancak üç sözel temsilde de işlemi ifade eden “... **toplanması** ...” sözcüğü üzerinde anlamlı bir yoğunluk gözlenmemiştir. Buna paralel olarak katılımcılar süreci ifade eden “... **toplanır**”, “... **çıkarılır**” ifadeleri üzerinde daha fazla odaklanmıştır. Bu durum

işlemi belirten “**toplanması**” sözcüğünü okuduktan sonra katılımcıların bu sözcük üzerinde fazla bilişsel faaliyet gerçekleştirmeden sadece anlamlandırdığını işaret etmektedir. Ancak toplanır/çıkarılır gibi eylem belirten sözcükler üzerinde daha fazla zihinsel faaliyet gerçekleştiği söylenebilir. Bu durum sözlü temsillerde eylem sözcüklerinin odaklanmaları etkilediğini göstermektedir.

Rayner’a (1998) göre eylem sözcüklerine içerik sözcüklerinden daha kısa sabitlenme gerçekleşmektedir. Bu durum çalışma bulguları ile çelişmektedir. Rayner bu durumu sözcüklerin harf uzunlukları ile ilişkilendirmiştir. İngilizce’de eylem sözcüklerinin daha kısa olması (2-3 harf gibi) böyle bir sonuca sebep olmaktadır (Rayner, 1998, 2009). İngilizce’de bu durum geçerli olsa da Türkçe’nin eklemeli bir dil olması yüklemeleri daha uzun sözcükler haline getirmekte ve uzunluk açısından eylem sözcükleri ile diğer sözcükler arasında fazla fark bulunmamaktadır. Bu sebeple Türkçe’de eylem sözcüklerine diğer sözcüklere kıyasla daha uzun sabitlenme gerçekleştirildiği söylenebilir.

Sözel temsillerde sayı, işlem ve işaretlerin yanında özel anlam taşıyan sözcükler üzerinde de odaklanmaların arttığı gözlenmiştir. Buna örnek olarak mutlak değer sözcüğü verilebilir. Üç sözel temsilde de mutlak (veya mutlak değer) sözcüğüne az da olsa odaklanmanın arttığı gözlenmiştir. Bu odaklanmanın gerekçesini eldeki sınırlı verilerle açıklamak mümkün değildir. Ancak sözcük özelinde düşünüldüğünde mutlak değer diğer sözcüklere kıyasla daha teknik bir matematiksel kavramdır. Metnin kavramsal olarak zorlaşması sabitlenme süresini arttırmaktadır (Rayner, 1998). Bu durum göz önüne alındığında mutlak/mutlak değer sözcüğünün teknik bir kavram olması sözcüğün anlamlandırılmasını zorlaştırdığı ve daha fazla zihinsel faaliyet gerektirdiği söylenebilir.

Üç sözel temsilde de benzer bulguların gözlenmesi sözel temsil üzerindeki göz hareketlerinin toplama işleminde kullanılan sayılardan etkilenmediğini göstermektedir. Çünkü katılımcılar sözel temsilde bulunan sözcüğü okumadan zihinlerinde bir anlam oluşmayacaktır. Bu yüzden her bir sözcüğe bakma eğilimi gözlenmiştir.

Katılımcılar sözel temsillere yoğun bir şekilde odaklanmasalar da genel olarak tüm sözcüklere baktıkları gözlemlenmiştir. Bu özelliği ile sözel temsiller sayma pulu ve sayı doğrusu gibi görsel temsillerden ayrılmaktadır. Çünkü görsel temsillerde daha kısa sürede veya temsilin tamamına odaklanmadan temsilde sunulan işlem/süreç hakkında bilgi sahibi oldukları ve sonuca ulaşmaya yöneldikleri gözlenmiştir. Ayrıca sıralı bakışlar gözlenmiştir. Bakışlar

genellikle parça parça ve sıralı bir şekilde gerçekleşmektedir (Duchowski, 2017). Katılımcılar sözcüklere genellikle sıralı bir biçimde bakarak temsilin bütününe incelemiştir.

5.9. “Katılımcı Bakışlarının Başarı ile İlişkisi Var Mıdır?” Sorusuna Ait Sonuçlar

Katılımcı başarıları, ilişkilendirme teması ile karşılaştırıldığında başarı arttıkça geriye dönük, taramalı ve çapalı bakış sayılarının azaldığı görülmektedir. Ancak bu değişkenlerden sadece çapalı bakış sayısında başarıya göre istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmaktadır. Bu sonuç, düşük başarılı katılımcıların belirli bir alanı bakışlarının merkezine yerleştirerek ve baktıkları diğer bölgeleri bu alanla ilişkilendirerek temsilleri inceleme eğiliminde olduklarını göstermektedir.

Başarı arttıkça döngüsel bakış sayıları artmaktadır. Ancak bu değişim istatistiksel olarak anlamlı değildir. İstatistiksel fark gözlenmemesine rağmen, başarı arttıkça ilişkilendirme temasının diğer bileşenlerinin sayısı azalırken döngüsel bakış sayısının artması dikkat çekmektedir. Döngüsel bakış en az üç ilgi alanı arasında ilişki kurmayı gerektirmektedir. Geriye dönük, taramalı ve çapalı bakış ise herhangi iki ilgi alanı arasındaki ikili ilişkilendirmeleri kapsamaktadır. Bu durum başarılı katılımcıların düşük başarılı katılımcılara kıyasla daha fazla ilişkilendirme kurma yoluna gittiğine işaret edebilir.

Katılımcı başarıları bütünlük durumu ile karşılaştırıldığında düşük başarılı katılımcılar yüksek başarılı katılımcılara kıyasla daha fazla çoklu bütüncül desen oluştururken daha az tekli bütüncül desen oluşturmuştur. Bu durum yüksek başarılı katılımcıların gereksiz bakışlardan kaçınarak daha amaçlı bakışlar sergilerken; düşük başarılı katılımcıların ise sonuca ulaşmak için daha fazla deneme yaptıklarını ve daha fazla çaba sarfettiklerini göstermektedir. Acemiler uzmanlara kıyasla çözüme ulaşırken daha fazla çözüm stratejisi kullanmaktadır (Heyworth, 1999). Ayrıca uzmanlar özel durumlar üzerinde fazla odaklanma sergilemeden genel olarak verilen görevi hızlı bir şekilde yerine getirme eğilimindedir (Duchowski, 2017). Bu durum uzmanların acemilere kıyasla daha fazla tekli bütüncül desen sergilemelerini açıklamaktadır. Acemiler sunulan uyarıların geneline sabitlenme ve üzerinde daha uzun süre odaklanma eğilimindedir (Duchowski, 2017). Ayrıca normal olduğu düşünülmeyen veya aşına olunmayan uyarılar üzerinde daha uzun süre sabitlenme eğilimindedir. Bu durum düşük başarılı katılımcıların neden daha fazla çoklu bütüncül desen sergilediklerini açıklamaktadır.

Bütünlük oluşturmayan bakışlar incelendiğinde yüksek başarılı katılımcıların daha fazla bütünlük oluşturmayan bakış sergiledikleri gözlenmiştir. Ancak bu fark istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bununla birlikte katılımcıların göz hareketi modelleri incelendiğinde

genellikle kısa göz gezinmeler yaparak doğrudan sonuca ulaşma çabasına girdikleri gözlenmiştir. Bu katılımcılarda genellikle sayı doğrusunda sonuç okuna (SDB ilgi alanına) odaklanma, sayma pulunda SPc ilgi alanı üzerine odaklanma veya sembolik temsilde SMA, SMB SMC ilgi alanlarından herhangi birine odaklanma gözlenmiştir. Uzmanlar gereksiz hissettikleri uyarılara daha az sabitlenme ve verilen görevi kısa sürede yerine getirme eğilimindedir (Duchowski, 2017). Bu durum acemilere kıyasla uzmanların neden daha fazla bütünlük oluşturmayan bakış sergilemelerini açıklamaktadır.

Katılımcı başarıları tekrar durumları ile karşılaştırıldığında, düşük başarılı katılımcılar yüksek başarılı katılımcılara kıyasla daha fazla tekrar eden desen sergilediği gözlenmiştir. Bu durum başarılı katılımcıların benzer bakışlar sergilemeden sonuca ulaştıklarını eğiliminde olduğunu göstermektedir. Düşük başarılı katılımcılar ise daha kurallı ve deneyimlere bağlı kaldıkları söylenebilir. Alanyazında da uzmanların daha az gereksiz bakış sergilediklerini ve daha sonuç odaklı olduklarını gösteren sonuçlar bulunmaktadır (Andrà vd., 2009; Heyworth, 1999). Aynı zamanda, istatistiksel olarak anlamlı fark olmamasına rağmen, düşük başarılı katılımcıların bakışlarında daha fazla tam desen gözlenmiştir. Sonuç olarak, yüksek başarılı katılımcılar gereksiz bakışlardan kaçınarak daha sonuç odaklı bakış sergiledikleri söylenebilir. Bu süreç daha özgün bakışların sergilenmesine sebep olmaktadır. Buna paralel olarak, düşük başarılı katılımcılar anlama ve yorumlama süreçleri için benzer göz hareketleri sergileme eğilimindedir.

Katılımcı başarıları gezinme ile karşılaştırıldığında düşük başarılı katılımcılar yüksek başarılı katılımcılara kıyasla daha fazla uzun gezinme sergilemiştir. Uzmanlar acemilere kıyasla daha kısa sürede sonuca ulaşma çabası içindedir (Andrà vd., 2009; Duchowski, 2017). Benzer durum burada da gözlenmiştir. Düşük başarılı katılımcılar sonuca ulaşmak için yüksek başarılı katılımcılara kıyasla daha fazla göz hareketi sergilemekte ve bu durumda gezinme uzunluğunun artırmaktadır.

Katılımcıların temsilleri ilişkilendirme, bütünlük ve tekrar durumu kapsamında incelemeleri farklılık göstermektedir. Sayma pulunda çapalı bakış daha az gözlenirken sembolik temsilde döngüsel bakış daha az gözlenmiştir. Sayma pulu ve sembolik temsillerde tekli bütüncül bakış hakimken sayı doğrusunda çoklu bütüncül bakış daha fazladır. Sayma pulunda tekrarsız desenler daha fazla iken sayı doğrusu temsiliinde tekrarlı bakışlar daha fazladır. Sembolik temsilde tekrar durumları dengeli dağılım göstermiştir. Sonuç olarak temsil türleri katılımcı bakışlarını yönlendirmektedir.

Ulaşılan sonuçlar katılımcıların temsilleri farklı şekilde incelediğini göstermektedir. Aynı katılımcının farklı temsil türlerini farklı şekilde incelerken, farklı katılımcılar aynı temsil türlerinde benzer bakışlar sergileyebilmektedir. Bu durum bireysel farklılıkların temsillere bakışları etkilediğini göstermektedir. Benzer şekilde temsil türleri de katılımcılar için farklı fırsatlar sunmaktadır. Ainsworth ve diğerleri (1997) çoklu temsillerin kullanımının üç avantajından bahsetmiştir. Bunlar; temsillerin farklı fikir ve düşünceler desteklemesi, yorumları kısıtlaması ve konunun derinlemesine anlaşılmasında yardımcı olmasıdır. Bu bağlamda değerlendirildiğinde dört temsil türünün farklı özelliklerinin ön planda olması temsillerin inceleme sürecini ve katılımcıların bakışlarını etkilemiştir.

5.10. Öneriler

5.10.1. Araştırmalara yönelik öneriler

Kullanılan işlemler farklılaştırılarak çalışmanın işlemler açısından kapsamı genişletilebilir. Yani bu temsiller ile çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin kullanıldığı temsillerde öğrencilerin temsillere odaklanmaları incelenebilir.

İşlemlerde kullanılan sayıların sayı kümeleri genişletilerek (örneğin rasyonel sayılar) temsil türlerinin sayı kümeleri ile olan ilişkileri incelenebilir.

Çalışma ekran tabanlı göz izleme çalışması olması sebebiyle temsiller hazır olarak sunulmuştur. Mobil göz izleme araçları kullanılarak aynı temsil türlerini öğrencilerin oluşturabileceği bir araştırma tasarlanabilir. Böylece öğrencilerin bu temsilleri inşa süreçleri incelenebilir.

Çalışmaya katılan katılımcıların özellikleri farklılaştırılarak (öğrenme güçlüğü teşhisi olan öğrenciler, üstün yetenekli teşhisi almış öğrenciler vs.) aynı temsil türlerini nasıl inceledikleri karşılaştırılabilir.

Çalışmada kullanılan temsil türleri birbiri ile aynı anda sunuların öğrencilerin temsilleri birbiri ile nasıl ilişkilendirdikleri incelenebilir.

Sayı doğrusu (dikey sayı doğrusu gibi) ve sayma pulunun farklı yapıları kullanılarak öğrencilerin bu temsillere nasıl odaklandıkları incelenebilir.

Sözel temsillerde öğrencilerin eylem sözcüklerine ve terimlere nasıl odaklandıkları daha detaylı incelenebilir.

Sözel temsillerde vurgunun (altı çizili, kalın, renkli, italik gibi) öğrenci odaklanmalarına etkisi incelenebilir.

Yapay zeka ve makine öğrenmesi desteği ile öğrencilerin temsilleri nasıl inceledikleri kaydedilip bir veri tabanı oluşturulabilir. Daha sonra bu veri tabanı farklı değişkenler (temsil türü, başarı, cinsiyet vs.) ile karşılaştırılabilir.

MEB tarafından merkezi sınavlarda kullanılan ve “yeni nesil soru” olarak nitelendirilen matematik sorularında kullanılan temsillere öğrencilerin nasıl odaklandıkları incelenebilir. Ayrıca bu sorular Çoklu Ortam Öğrenmesi bağlamında da incelenebilir.

5.10.2. Uygulamaya yönelik öneriler

Çalışma sonuçları, öğrencilerin farklı türdeki temsilleri inceleme süreçlerinde farklılıklar olduğunu göstermiştir. Öğrenciler, bazı temsillerde daha kısa sabitlenmeler gerçekleştirip bakış süresini uzatırken bazılarında odaklanma sürelerini uzatıp bakış süresini kısaltmıştır. Bu durumun temsil türlerinin yapısıyla ilişkili olduğu söylenebilir. Öğretmenler temsillerin farklı özelliklerini göz önünde bulundurarak öğretim sürecinde kullandıkları temsilleri çeşitlendirmelidir ve temsillerin avantajlarını etkin bir şekilde kullanmalıdır. Odaklanmakta zorlanan öğrenciler için öğrencilerin daha kısa süre odaklandığı (sözel ve sembolik) temsilleri kullanabilirken daha kısa sürede sonuca ulaşmak isteyen öğrenciler için daha kısa süreli bakışın gerçekleştirildiği (sayı doğrusu ve sayma pulu) temsiller kullanılabilir.

Sözel temsillerde teknik matematiksel kavramlar katılımcıların bilişsel yüklerini etkilemektedir. Bu nedenle, gerekli olmadıkça sözlü temsillerde teknik kavramların kullanılmasından kaçınılmalıdır. Öğretmenler, bir konunun öğretiminde konu ile ilgili teknik kavramların kullanımında dikkatli olmalıdır.

Sözel temsillerde eylem sözcükleri üzerinde daha fazla odaklanma gerçekleşmektedir. Eylem sözcüklerinin bilişsel olarak daha yönlendirici bir etkisi olduğu söylenebilir. Bu sebeple öğretmenler eylem sözcüklerinin kullanımına dikkat edilmeli ve hedeflenen veya beklenen davranışlar için eylem sözcükleri etkin bir şekilde kullanılmalıdır.

Çalışma sonuçları, öğrenci başarı seviyesinin temsillere bakışı etkilediğini göstermektedir. Matematik öğretmenleri bu sonuçlara dikkat ederek farklı başarı seviyesindeki öğrenciler için temsil kullanımlarını çeşitlendirmelidir.

6. KAYNAKLAR

- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183-198. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
- Ainsworth, S. E., Bibby, P. A., ve Wood, D. J. (1997). Information technology and multiple representations: New opportunities - new problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105. <https://doi.org/10.1080/14759399700200006>
- Akkuş-Çıkla, O., ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.
- Alemdag, E., ve Cagiltay, K. (2018). A systematic review of eye tracking research on multimedia learning. *Computers & Education*, 125, 413-428.
- Alqassab, M., Strijbos, J. W., ve Ufer, S. (2018). The impact of peer solution quality on peer-feedback provision on geometry proofs: Evidence from eye-movement analysis. *Learning and Instruction*, 58, 182-192. <https://doi.org/10.1016/J.LEARNINSTRUC.2018.07.003>
- Andrà, C., Arzarello, F., Ferrara, F., Holmqvist, K., Lindström, P., Robutti, O., ve Sabena, C. (2009). How students read mathematical representations: An eye tracking study. In *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 49-56).
- Andrá, C., Lindström, P., Arzarello, F., Holmqvist, K., Robutti, O., ve Sabena, C. (2015). Reading mathematics representations: An eye-tracking study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(S2), 237-259. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9484-y>
- Atagi, N., DeWolf, M., Stigler, J. W., ve Johnson, S. P. (2016). The role of visual representations in college students' understanding of mathematical notation. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 22(3), 295-304. <https://doi.org/10.1037/xap0000090>
- Beitlich, J. T., Obersteiner, A., Moll, G., Ruano, J. G. M., Pan, J., Reinhold, S., & Reiss, K. (2014). The Role of Pictures in Reading Mathematical Proofs: An Eye Movement Study. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

- Beitlich, J. T., Obersteiner, A., & Reiss, K. (2015). How do secondary school students make use of different representation formats in heuristic worked examples? An analysis of eye movements. In *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 97-104. Hobart, Australia: PME.
- Bolden, D., Barmby, P., Raine, S., ve Gardner, M. (2015). How young children view mathematical representations: A study using eye-tracking technology. *Educational Research*, 57(1), 59-79. <https://doi.org/10.1080/00131881.2014.983718>
- Boulton-Lewis, G. M. (1996). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 219-237.
- Bozkurt, A., ve Polat, M. (2011). Teachers' views on the effect of modeling with counters on learning integers. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(2), 787-801.
- Bremner, J. G., Slater, A. M., Hayes, R. A., Mason, U. C., Murphy, C., Spring, J., Draper, L., Gaskell, D., ve Johnson, S. P. (2017). Young infants' visual fixation patterns in addition and subtraction tasks support an object tracking account. *Journal of Experimental Child Psychology*, 162, 199-208. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.05.007>
- Bulf, H., Cassia, V. M., ve de Hevia, M. D. (2014). Are numbers, size and brightness equally efficient in orienting visual attention? Evidence from an eye-tracking study. *PLoS ONE*, 9(6), 1-6. <https://doi.org/10.1371/JOURNAL.PONE.0099499>
- Can, A. (2013). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Pegem Akademi.
- Carpenter, T. P., Moser, J. M., ve Bebout, H. C. (1988). Representation of addition and subtraction. In *Source: Journal for Research in Mathematics Education*, 19(4), 345-357. https://www.jstor.org/stable/749545?seq=1&cid=pdf-reference#references_tab_contents
- Carter, B. T., ve Luke, S. G. (2020). Best practices in eye tracking research. *International Journal of Psychophysiology*, 155, 49-62. <https://doi.org/10.1016/j.ijpsycho.2020.05.010>
- Chandler, P., ve Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction*, 8(4), 293-332. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0804_2
- Cho, H., Powell, D., Pichon, A., Kuhns, L. M., Garofalo, R., ve Schnall, R. (2019). Eye-tracking retrospective think-aloud as a novel approach for a usability evaluation. *International Journal of Medical Informatics*, 129, 366-373. <https://doi.org/10.1016/J.IJMEDINF.2019.07.010>

- Clinton, V., Cooper, J. L., Michaelis, J., Alibali, M. W., ve Nathan, M. J. (2017). How revisions to mathematical visuals affect cognition: Evidence from eye tracking. In Was C., Sansosti F.J., ve Morris B.J. (Ed.), *Eye-tracking technology applications in educational research* (ss. 195-218). Hershey, PA: IGI Global.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. Edition). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203771587>
- Coskun, A., ve Cagiltay, K. (2022). A systematic review of eye-tracking-based research on animated multimedia learning. *Journal of Computer Assisted Learning*, 38(2), 581-598.
- Dewolf, T., Van Dooren, W., Hermens, F., ve Verschaffel, L. (2015). Do students attend to representational illustrations of non-standard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? *Instructional Science*, 43(1), 147-171. <https://doi.org/10.1007/s11251-014-9332-7>
- Duchowski, A. T. (2017). *Eye tracking methodology*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-57883-5>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Semiotic Perspectives in Mathematics Education: A PME Special Issue*, 61(1), 103-131. <https://doi.org/10.1007/sl0649-006-0400-z>
- Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2015). Tam sayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklar ve çözüm önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-117. <http://dergipark.gov.tr/doi/10.17556/jef.08506>
- George, D., ve Mallery, P. (2016). *IBM SPSS statistics 23 step by step : A simple guide and reference* (4. bs). Routledge.
- Gilbert, J. K. (2010). The role of visual representations in the learning and teaching of science: An introduction. In *Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching*, 11(1), 1-19.
- Goldin, G. A. (1998a). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. A. (1998b). The PME working group on representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 283-301.

- Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(3), 209-219. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0203_3
- Goldin, G. A. (2014). Mathematical representations. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (ss. 409-413). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>
- Goldin, G. A., ve Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1-4.
- Goldin, G. A., ve Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, ve B. Greer (Ed.), *Theories of Mathematical Learning* (ss. 397-430).
- Greer, B., ve Harel, G. (1998). The role of isomorphisms in mathematical cognition. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 5-24.
- Hall, N. (1998). Concrete representations and the procedural analogy theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 1(1), 33-51.
- Heyworth, R. M. (1999). Procedural and conceptual knowledge of expert and novice students for the solving of a basic problem in chemistry. *International Journal of Science Education*, 21(2), 195-211. <https://doi.org/10.1080/095006999290787>
- Huh, D., Kim, J., ve Jo, I. (2019). A novel method to monitoring changes in cognitive load in video-based learning. *Journal of Computer Assisted Learning*, 35(6), 721-730. <https://doi.org/10.1111/jcal.12378>
- Hwang, W. Y., Chen, N.-S., Dung, J. J., ve Yang, Y. L. (2007). International forum of educational technology ve society multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Source: Journal of Educational Technology ve Society*, 10(2), 191-212. <https://doi.org/10.2307/jeductechsoci.10.2.191>
- Janvier, C. (1998). The notion of chronicle as an epistemological obstacle to the concept of function. *Journal of Mathematical Behavior*, 1(7), 79-103.
- Joseph, H. S. S. L., Nation, K., ve Liversedge, S. P. (2013). Using eye movements to investigate word frequency effects in children's sentence reading. *School Psychology Review*, 42(2), 207-222. <https://doi.org/10.1080/02796015.2013.12087485>

- Just, M. A., ve Carpenter, P. A. (1976). Eye fixations and cognitive processes. *Cognitive Psychology*, 8(4), 441-480. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(76\)90015-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(76)90015-3)
- Just, M. A., ve Carpenter, P. A. (1980). A theory of reading: From eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87(4), 329-354. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.87.4.329>
- Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-261.
- Koç-Şanlı, K., ve Işık, C. (2020). Tam sayıların öğretim sürecinin öğretmenlerin model kullanımları üzerinden analizi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(29), 81-108. <https://doi.org/10.35675/befdergi.519552>
- Lai, M. L., Tsai, M. J., Yang, F. Y., Hsu, C. Y., Liu, T. C., Lee, S. W. Y., Lee, M. H., Chiou, G. L., Liang, J. C., ve Tsai, C. C. (2013). A review of using eye-tracking technology in exploring learning from 2000 to 2012. *Educational Research Review*, 10(88), 90-115. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.10.001>
- Lee, W. K., ve Wu, C. J. (2018). Eye movements in integrating geometric text and figure: Scanpaths and given-new effects. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 699-714. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9790-2>
- Lesh, R., Post, T., ve Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (ss. 33-40). Lawrence Erlbaum.
- Liang, C. P., ve She, H. C. (2021). Investigate the effectiveness of single and multiple representational scaffolds on mathematics problem solving: evidence from eye movements. *Interactive Learning Environments*, 1-16. <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.1943692>
- Lilienthal, A., & Schindler, M. (2019). Current trends in the use of eye tracking in mathematics education research: A PME survey. In M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien, & P. Vale (Eds.), *Proceedings of 43rd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Pretoria, SouthAfrica: PME
- Lin, J. J. H., ve Lin, S. S. J. (2014a). Cognitive load for configuration comprehension in computer-supported geometry problem solving: An eye movement perspective.

- International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(3), 605-627.
<https://doi.org/10.1007/s10763-013-9479-8>
- Lin, J. J. H., ve Lin, S. S. J. (2014b). Tracking eye movements when solving geometry problems with handwriting devices. *Journal of Eye Movement Research*, 7(1).
<https://doi.org/10.16910/jemr.7.1.2>
- Malone, S., Altmeyer, K., Vogel, M., ve Brünken, R. (2020). Homogeneous and heterogeneous multiple representations in equation-solving problems: An eye-tracking study. *Journal of Computer Assisted Learning*, 36(6), 781-798. <https://doi.org/10.1111/jcal.12426>
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning*. Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (2014). Multimedia instruction. In J. M. Spector, M. D. Merrill, J. Elen, ve M. J. Bishop (Ed.), *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (ss. 385-400).
- MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. MEB.
- Miller-Singley, A. T., ve Bunge, S. A. (2018). Eye gaze patterns reveal how we reason about fractions. *Thinking & Reasoning*, 24(4), 445-468.
<https://doi.org/10.1080/13546783.2017.1417909>
- NCTM. (2000). *Principles standards and for school mathematics*. ABD
- Norqvist, M., Jonsson, B., Lithner, J., Qwillbard, T., ve Holm, L. (2019). Investigating algorithmic and creative reasoning strategies by eye tracking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 55. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.03.008>
- Obersteiner, A., ve Tumpek, C. (2016). Measuring fraction comparison strategies with eye-tracking. *ZDM - Mathematics Education*, 48(3), 255-266. <https://doi.org/10.1007/S11858-015-0742-Z>
- Ott, N., Brünken, R., Vogel, M., ve Malone, S. (2018). Multiple symbolic representations: The combination of formula and text supports problem solving in the mathematical field of propositional logic. *Learning and Instruction*, 58, 88-105.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.04.010>

- Paas, F., Tuovinen, J. E., Tabbers, H., ve Van Gerven, P. W. M. (2003). Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory. *Educational Psychologist*, 38(1), 63-71. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801_8
- Paas, F., van Merriënboer, J. J. G., ve Adam, J. J. (1994). Measurement of cognitive load in instructional research. *Perceptual and Motor Skills*, 79(1), 419-430. <https://doi.org/10.2466/pms.1994.79.1.419>
- Paivio, A. (1990). Dual coding theory. In A. Paivio (Ed.), *Mental Representations* (ss. 53-83). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195066661.003.0004>
- Pallant, J. (2020). *SPSS kullanma kılavuzu* (S. Balcı ve B. Ahi, Ed.; 3. bs). Anı Yayıncılık.
- Palmer, S. E. (1977). Hierarchical structure in perceptual representation. *Cognitive Psychology*, 9(4), 441-474. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(77\)90016-0](https://doi.org/10.1016/0010-0285(77)90016-0)
- Pape, S. J., ve Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*, 40(2), 118-127. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4002_6
- Plass, J. L., Moreno, R., ve Brünken, R. (2010). *Cognitive load theory*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511844744>
- Rayner, K. (1998). Eye movements in reading and information processing: 20 years of research. *Psychological Bulletin*, 124(3), 372-422.
- Rayner, K. (2009). Eye movements and attention in reading, scene perception, and visual search. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 62(8), 1457-1506. <https://doi.org/10.1080/17470210902816461>
- Schindler, M., ve Lilienthal, A. J. (2019). Domain-specific interpretation of eye tracking data: towards a refined use of the eye-mind hypothesis for the field of geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 123-139. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-9878-z>
- Schnotz, W., ve Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. *Learning and Instruction*, 13(2), 141-156. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(02\)00017-8](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00017-8)
- Strohmaier, A. R., Lehner, M. C., Beitlich, J. T., ve Reiss, K. M. (2019). Eye movements during mathematical word problem solving—global measures and individual differences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(2), 255-287. <https://doi.org/10.1007/S13138-019-00144-0>

- Strohmaier, A. R., MacKay, K. J., Obersteiner, A., ve Reiss, K. M. (2020). Eye-tracking methodology in mathematics education research: A systematic literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 104(2), 147-200. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09948-1>
- Strohmaier, A. R., Schiepe-Tiska, A., Chang, Y. P., Müller, F., Lin, F. L., ve Reiss, K. M. (2020). Comparing eye movements during mathematical word problem solving in Chinese and German. *ZDM - Mathematics Education*, 52(1), 45-58. <https://doi.org/10.1007/S11858-019-01080-6>
- Sullivan, J. L., Juhasz, B. J., Slattery, T. J., ve Barth, H. C. (2011). Adults' number-line estimation strategies: Evidence from eye movements. *Psychonomic Bulletin and Review*, 18(3), 557-563. <https://doi.org/10.3758/S13423-011-0081-1>
- Susac, A., Bubic, A., Kaponja, J., Planinic, M., ve Palmovic, M. (2014). Eye movements reveal students' strategies in simple equation solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(3), 555-577. <https://doi.org/10.1007/S10763-014-9514-4>
- Susac, A., Bubic, A., Martinjak, P., Planinic, M., ve Palmovic, M. (2017). Graphical representations of data improve student understanding of measurement and uncertainty: An eye-tracking study. *Physical Review Physics Education Research*, 13(2), 020125. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020125>
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257-285. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4
- Tabachnick, B. G., ve Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics (6. Edition)*. Pearson Education.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Ed.). Nobel.
- Van Someren, M. W., Barnard, Y. F., ve Sandberg, J. J. (1994). *The think aloud method : A practical guide to modelling cognitive processes*. Academic Press.
- Varma, S., ve Schwartz, D. L. (2011). The mental representation of integers: An abstract-to-concrete shift in the understanding of mathematical concepts. *Cognition*, 121(3), 363-385. <https://doi.org/10.1016/J.COGNITION.2011.08.005>
- Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.

Von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (ss. 3-17). Lawrence Erlbaum.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin.

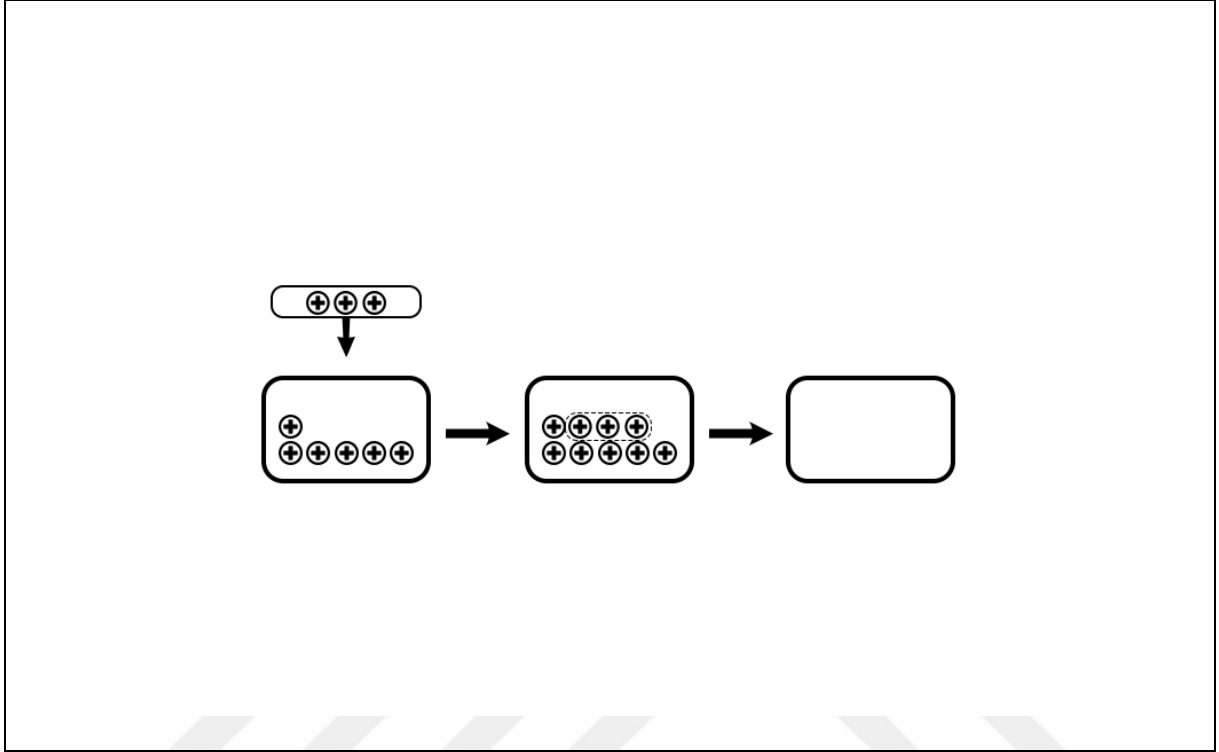
Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları* (İ. Günbayı, Ed.). Nobel.



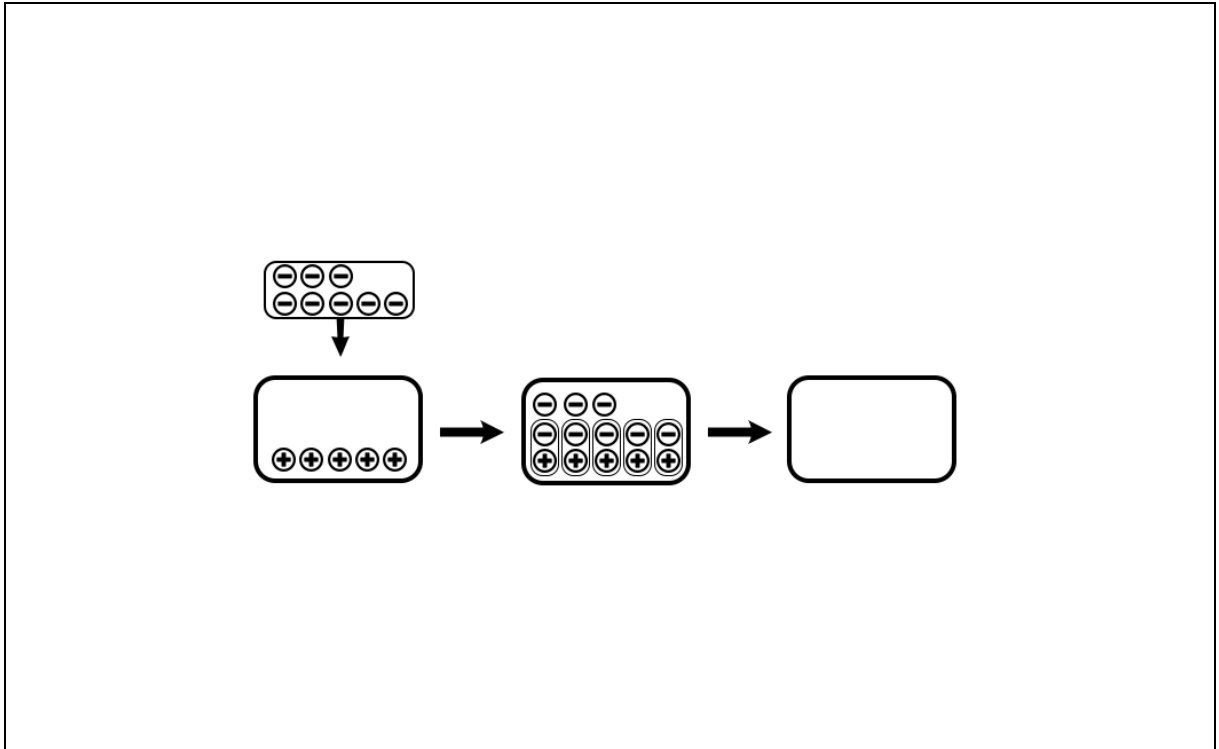
7. EKLER

EK-1: Göz İzleme Uygulamasında Kullanılan Sunumlar

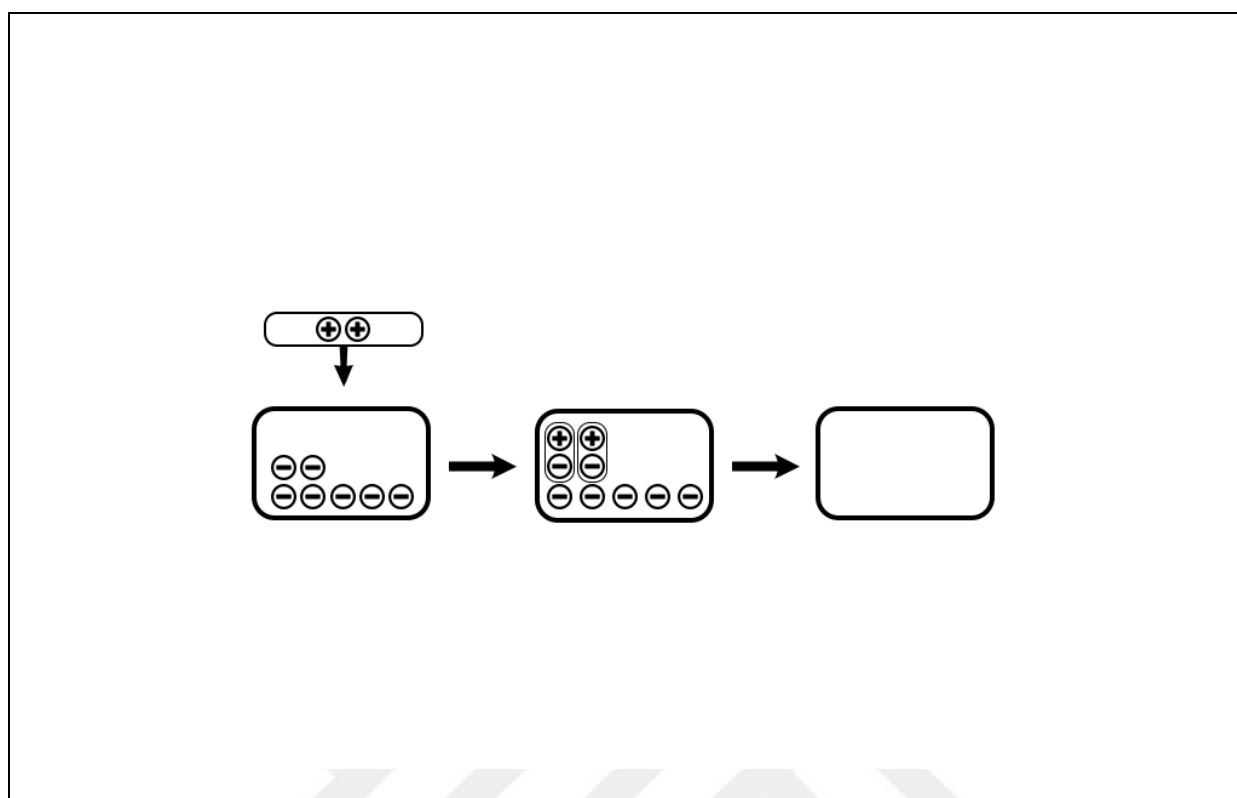
SP1



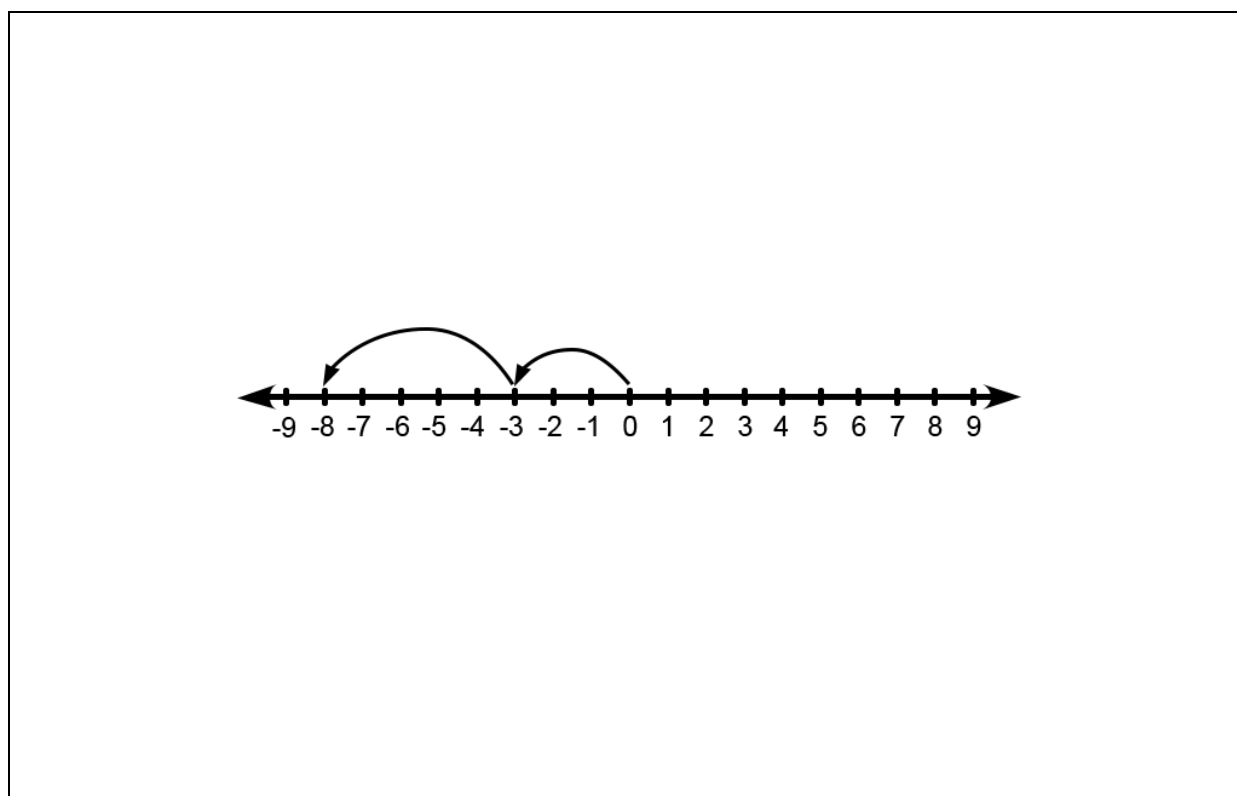
SP2



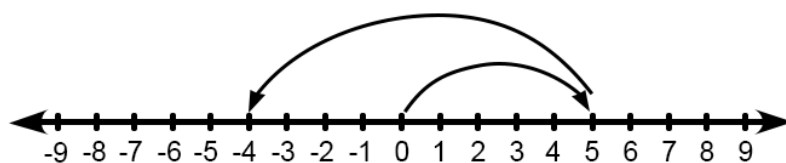
SP3



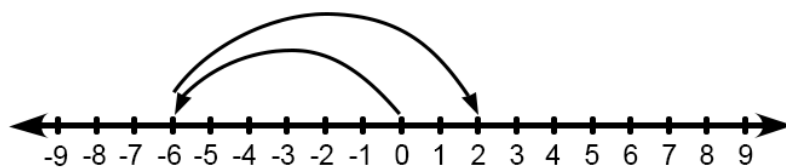
SD1



SD2



SD3



SM1

$$\begin{aligned}(-2) + (+9) &= (-2) + [(+2) + (+7)] \\ &= [(-2) + (+2)] + (+7) \\ &= ?\end{aligned}$$

SM2

$$\begin{aligned}(-8) + (+7) &= [(-1) + (-7)] + (+7) \\ &= (-1) + [(-7) + (+7)] \\ &= ?\end{aligned}$$

SM3

$$\begin{aligned} (+8)+(-3) &= [(+5)+(+3)]+(-3) \\ &= (+5)+[(+3)+(-3)] \\ &= ? \end{aligned}$$

SZ1

Negatif beş ile negatif dördün toplanması işleminde; sayılar aynı işaretli olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan beş ile dört toplanır. Sayıların işaretleri göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.

SZ2

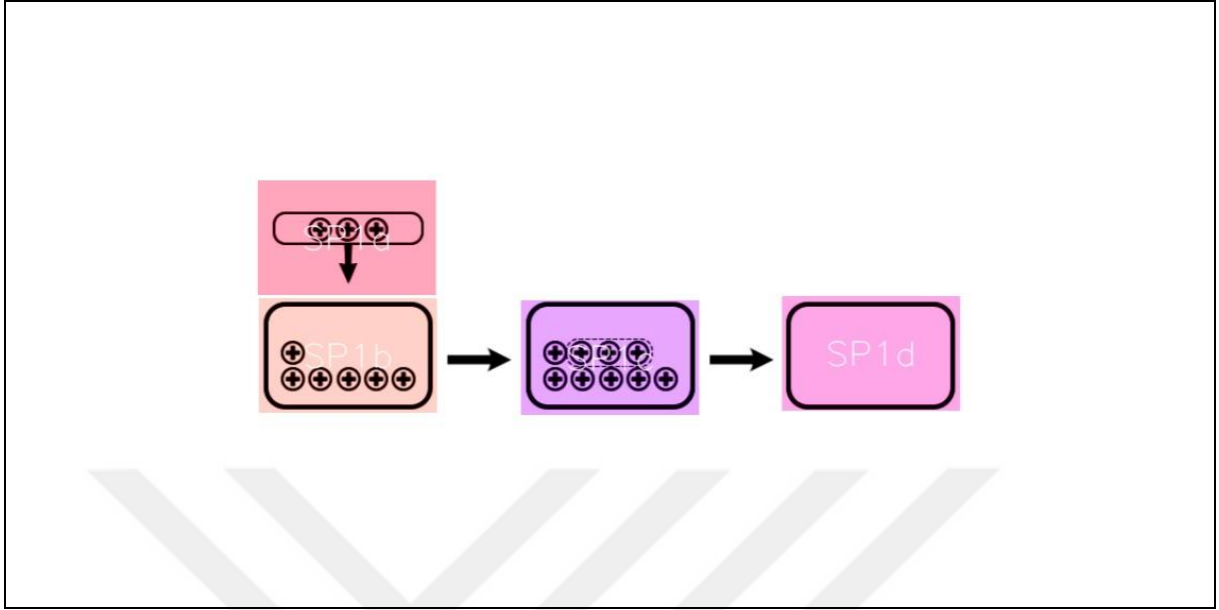
Pozitif yedi ile negatif üçün toplanması işleminde; sayılar ters işaretli olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan yediden üç çıkarılır. Mutlak değeri daha büyük olan sayının işareti göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.

SZ3

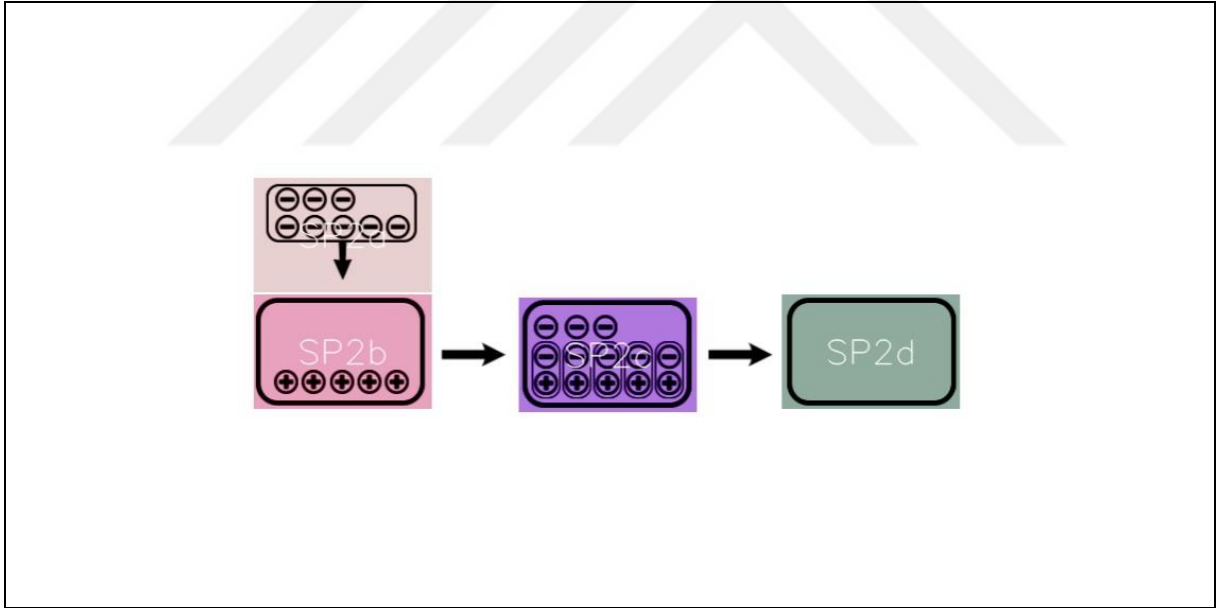
Negatif iki ile pozitif sekizin toplanması işleminde; sayılar ters işaretli olduğu için verilen sayıların mutlak değer karşılıkları olan sekizden iki çıkarılır. Mutlak değeri daha büyük olan sayının işareti göz önüne alındığında, işlemin sonucu olur.

EK-2: Göz İzleme Uygulamasında Kullanılan Sunumlar (İlgi Alanlarına Ayrılmış)

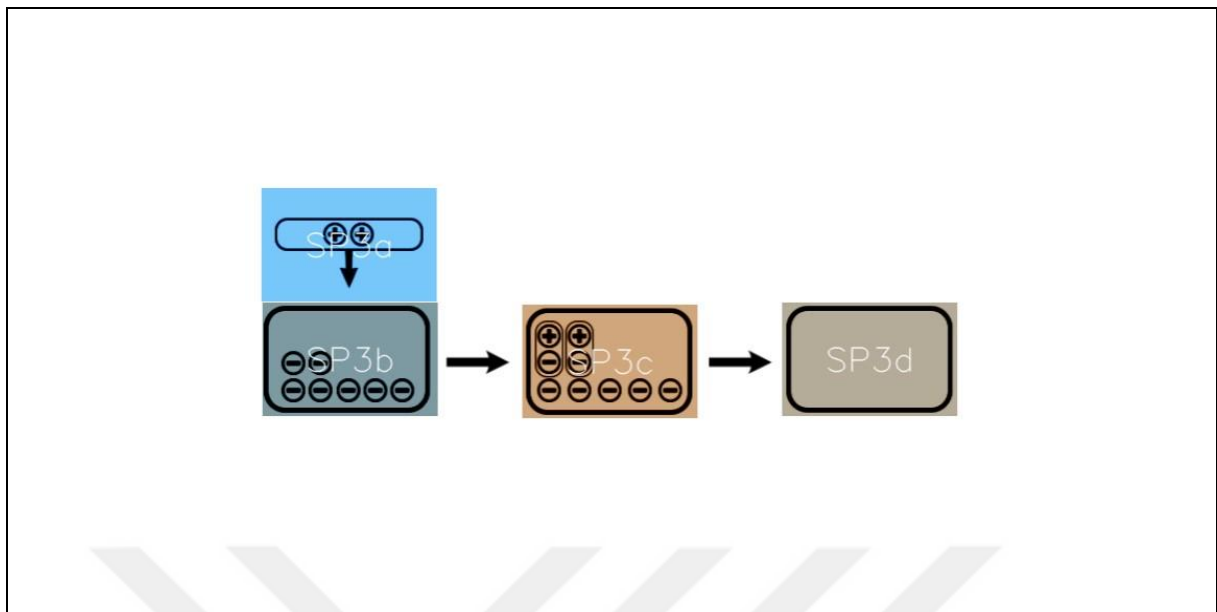
SP1



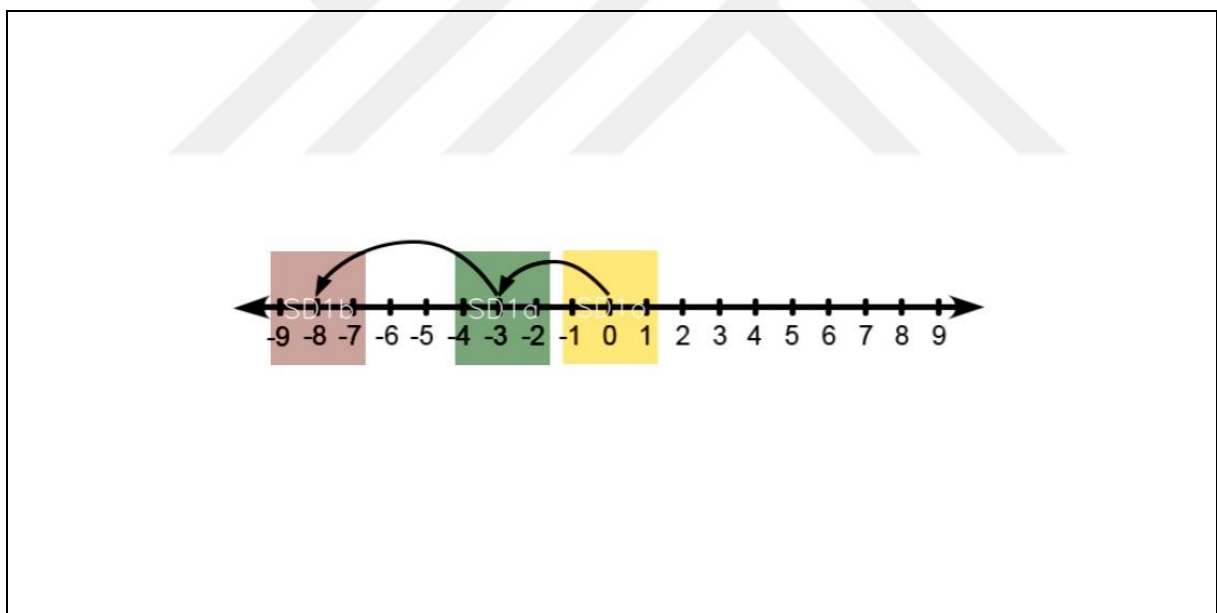
SP2



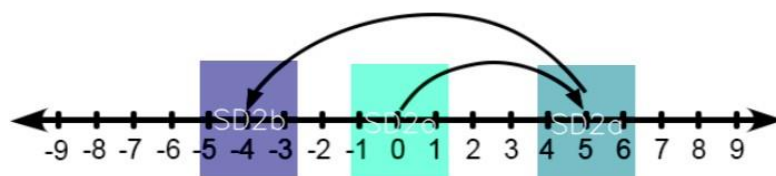
SP3



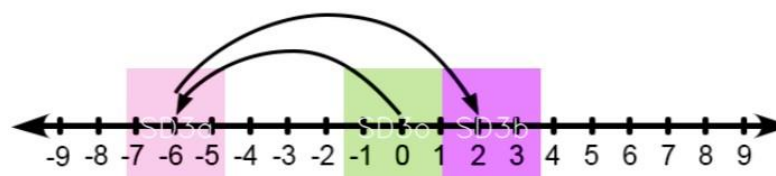
SD1



SD2



SD3



SM1

$$\begin{aligned}(-SM1c) &= (-2) + SM2b + (+7) \\ &= [(-2) - SM1c] + (+7) \\ &= ? \quad SM1d\end{aligned}$$

SM2

$$\begin{aligned}(-SM2c) &= [(-1) + (-7)] + (+7) \\ &= (-1) + SM2c + (+7) \\ &= ? \quad SM2d\end{aligned}$$

SM3

$$\begin{aligned} (+8)+(-3) &= [(+5)+(+3)]+(-3) \\ &= (+5)+SM3c+(-3) \\ &= ? \quad SM3d \end{aligned}$$

EK-3: Göz İzleme Uygulaması Bilgilendirme Formu

GÖZ İZLEME UYGULAMASI BİLGİLENDİRME FORMU

Bu çalışmada sizlere tam sayılarla işlemlerin bulunduğu gösterimler sunulacaktır.

Sunumlarda,

1. Sayı doğrusu, sayma pulu, sözel veya sembolik gösterimlerden biri bulunmaktadır.
2. Gösterimler kullanılarak tam sayılarla işlemler temsil edilmiştir.
3. İşlem sonuçları **verilmemiştir**. İşlem sonuçlarını sizin bulmanız beklenmektedir.

GÖREVLER

1. Her bir sunumda, gösterimleri incelemeniz ve işlem sonucunu bulunuz.
2. Her bir işlemin sonucunu sesli olarak ifade ediniz.

EK-4: Araştırma İzni



T.C.
AKSARAY VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-76490249-605.01-37970192
Konu : Veri Toplama ve Anket İzni

01/12/2021

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarih ve 2020/2 nolu genelgesi.
b) Necmettin Erbakan Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 26/11/2021 tarihli ve 121900 sayılı yazısı.

İlgi (b) yazı ile; Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Hilmi KARACA , "Ortaokul Öğrencilerinin Tam Sayılarla Toplama İşleminde Kullanılan Temsiller Üzerindeki Göz Hareketlerinin İncelenmesi: Bir Göz İzleme Çalışması " konulu veri toplama ve anket çalışmasını İlimiz resmi ortaokul öğrencilerine ölçek uygulamak istemektedir.

Konu ile ilgili belgelerin ve anket sorularının incelenmesi neticesinde; Başvurunun Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu ilgi (a) da kayıtlı Genelgede belirtilen usul ve esaslara uygun olarak yapıldığı anlaşılmış olup;

Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Hilmi KARACA , "Ortaokul Öğrencilerinin Tam Sayılarla Toplama İşleminde Kullanılan Temsiller Üzerindeki Göz Hareketlerinin İncelenmesi: Bir Göz İzleme Çalışması " konulu veri toplama ve anket çalışmasını İlimiz resmi ortaokul öğrencileri üzerinde yapma isteği; çalışmanın gönüllülük esasına dayandığı gözönünde bulundurularak; ilgi (a) Genelge esasları dahilinde; eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmamak, sorumluluk okul/kurum idarecilerinde olmak, çalışmalarda mühürlü ve imzalı materyalleri kullanmak, rapor sonuçlarını çalışmanın bitiminden sonra 30 gün içinde İl Millî Eğitim Müdürlüğüne vermek ve uygulamanın 2021-2022 eğitim-öğretim yılı içerisinde tamamlanması koşuluyla, Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, olurlarınıza arz ederim.

Hacı Ömer KARTAL
İl Millî Eğitim Müdürü

EK : İlgi Yazı ve Ekleri (70 Sayfa)

OLUR
01/12/2021

Mustafa DURUK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : İl Millî Eğitim Müdürlüğü Yeni Sanayi Mah. E-90 Bulv. No 47
Valilik Ek Nolu Hizmet Binası
Telefon No : 0 (382) 213 68 40
E-Posta : arge08@meh.gov.tr
Kep Adresi : meh@ih01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meh-ebys>
Bilgi için : Nurdan ANDAÇ
Unvan : Programcı
Faks : 3822136814
İnternet Adresi : <http://aksaray.meh.gov.tr/>

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraka.gov.tr/meh.gov.tr> adresinden 40f9-1ed8-3615-bb25-b3c6 koda ile teyit edilebilir.

EK-5: Etik Kurul İzni



NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMALAR ETİK KURULU
BAŞKANLIĞI
ETİK KURUL KARAR FORMU

Etik Kurul Toplantı Tarihi/Sayı ve Karar No	Tarih: 20/10/2020 Toplantı Sayısı: 01 Karar No: 2020/47
Araştırmanın Başlığı	Ortaokul Öğrencilerinin Öğrenme Stillerine Göre Tam Sayılarda İşlemlerin Farklı Temsil Biçimlerine Odaklanması: Bir Göz İzleme Çalışması
Sorumlu Araştırmacı	Prof. Dr. Erhan ERTEKİN
Yardımcı Araştırmacılar	Arş. Gör. Hilmi KARACA
Etik Kurul Kararı	Oy Çoğluğu ☐ Oy birliği ☒ Uygun ☒ Uygun Değil ☐ Düzeltme* ☐ Görevsizlik** ☐
Düzeltme ise gerekçeleri *	
Görevsizlik ise gerekçeleri**	

ASLI GİBİDİR
10/11/2020

Dr. Öğr. Üyesi Ömer Faruk ERDEM
Etik Kurul Başkanı

Çalışma başlığı değişikliğinden dolayı alınan Etik Kurul izni



NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMALAR ETİK KURULU
BAŞKANLIĞI
ETİK KURUL KARARI

Etik Kurul Toplantı Tarihi/Sayısı ve Karar No	Tarih : 12/11/2021 Toplantı Sayısı: 10 Karar No : 2021/541
Araştırmanın Başlığı	Ortaokul Öğrencilerinin Tam Sayılarla Toplama İşleminde Kullanılan Temsiller Üzerindeki Göz Hareketlerinin İncelenmesi: Bir Göz İzleme Çalışması
Sorumlu Araştırmacı	Prof. Dr. Erhan ERTEKİN
Yardımcı Araştırmacı	Arş. Gör. Hilmi KARACA Lisansüstü Öğrenci
Etik Kurul Kararı	7626 sayılı başvurunuz değerlendirilmiş olup, 921 sayılı başvurunuzdaki araştırma adının (<i>Ortaokul Öğrencilerinin Öğrenme Stillerine Göre Tam Sayılarda İşlemlerin Farklı Temsil Biçimlerine Odaklanması: Bir Göz İzleme Çalışması</i>), “Ortaokul Öğrencilerinin Tam Sayılarla Toplama İşleminde Kullanılan Temsiller Üzerindeki Göz Hareketlerinin İncelenmesi: Bir Göz İzleme Çalışması” olarak değiştirilmesi talebiniz Etik Kurul tarafından uygun görülmüştür.
Uygun Değil ise gerekçeleri	

ASLI GİBİDİR
17/11/2021

Doç. Dr. Ahmet KURNAZ
Etik Kurul Başkanı

EK-6: Göz İzleme Verileri Kontrol Listesi

GÖZ İZLEME VERİLERİ KONTROL LİSTESİ

Katılımcı göz izleme verilerinin uygunluğu aşağıdaki tablolarda yer alan koşullara göre belirlenmiştir.

Katılımcı verilerinin analizler için **UYGUN** olduğunu belirlemek için “*Beklenen Durumlar*” tablosundaki tüm koşulların “evet”, “*Beklenmeyen Koşullar*” tablosundaki tüm koşulların “hayır” olarak işaretlenmiş olması gerekmektedir. Aksi durumda katılımcı verileri analizlerden çıkarılacaktır.

Beklenen Durumlar

Koşul	Evet	Hayır
Uygulama süreci boyunca, katılımcı göz izleme cihazına uygun mesafede mi?		
Uygulama süreci boyunca, göz-göz izleme cihazı kalibrasyonu korundu mu?		
Sunumların tamamında katılımcıya ait göz hareketleri ekran üzerinde miydi?		
Katılımcı deneyi tamamladı mı?		

Beklenmeyen Durumlar

Koşul	Evet	Hayır
En az bir sunumda, katılımcı göz hareketleri bir süre ekran dışında mı gerçekleşmiş?		
En az bir sunumda kalibrasyonun bozuk olduğu (veya bozulduğu) fark edildi mi?		
Birden fazla sunumda, temsil üzerinde olmayan ama anlamlı olduğu düşünülen sabitlemeler gerçekleşti mi?		
Birden fazla sunumda olağan dışı göz hareketi sapmaları gözlemlendi mi?		
Birden fazla sunumda, göz hareketlerinde dağınık bir görüntü gözlemlendi mi?		